INTRODUCTION

A L'ART ANALYTIQUE

PAR

FRANÇOIS VIÈTE

TRADUIT

PAR M. F. RITTER

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, INGÉNIEUR AU CORPS IMPÉRIAL DES PONTS ET CHAUSSÉES,
CHEVALIER DE LA LÉGION D'HONNEUR, MEMBRE DE LA SOCIÉTÉ DES ANTIQUAIRES DE L'OUEST,
ET DE LA SOCIÉTÉ MÉTÉOROLOGIQUE DE FRANCE.

EXTRAIT DU *BULLETTINO DI BIBLIOGRAFIA E DI STORIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE*
TOMO I. — LUGLIO 1868.

ROME
IMPRIMERIE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES
Rue Lata, N° 211 A.
1868

INTRODUCTION A L'ART ANALYTIQUE

PAR FRANÇOIS VIÈTE

AVANT-PROPOS

François Viète (1) est considéré à juste titre comme l'inventeur de l'algèbre moderne : précurseur de Descartes, de Fermat, et de Newton, il appartient à cette grande époque où l'esprit humain en pleine renaissance se fraie vers tous les horizons, des voies nouvelles ; ses contemporains sont, dans les sciences Cardan, Tycho Brahé, Galilée, Bernard Palissy, Ambroise Paré; dans les lettres Tasse, Michel Montaigne, Cervantes, Shakspeare; dans les arts Benvenuto Cellini, Michel-Ange, Jean Goujon, Titien: sa place est parmi ces hommes illustres : et cependant, comment à notre époque son nom est-il presque tombé dans l'oubli ? Il y a dans ce fait des causes multiples dont je ne signalerai que les principales : la rareté de ses ouvrages, la difficulté de les lire dans un latin assez élégant, mais souvent obscur et d'une concision désespérante, enfin l'usage de calculs et de formules exprimées en termes prolixes avec des notations depuis longtemps abandonnées.

Appelé par mes fonctions dans la patrie du grand géomètre, j'ai pendant mon séjour à Fontenay et grâce à mon savant ami B. Fillon, appris à connaître François Viète et ses écrits; à peine les avais-je feuilletés que j'y reconnaissais la main du Maître et là où je ne croyais trouver l'algèbre qu'à l'état d'ébauche, je rencontrai une science créée de toutes pièces et s'élevant du premier jet à une hauteur inespérée. Je conçus dès lors le projet de chercher à rétablir cette grande figure du Père de l'algèbre moderne. Pour arriver à ce but, il était indispensable de traduire d'abord, sinon toutes, du moins la plus grande partie de ses œuvres assez volumineuses. Jusqu'à ce jour je n'ai pu consacrer à ce travail que de trop rares loisirs, aussi est-il loin d'être terminé.

Ma traduction n'était pas destinée à voir le jour, ou du moins je ne comptais en publier que quelques extraits, lorsque M. le Prince Balthazar Boncompagni, qui a déjà tant fait pour l'histoire des Mathématiques et avec lequel un heureux hazard m'a mis en relation, m'a demandé de lui communiquer la partie de

---

(1) Né en 1540 à Fontenay-le-Comte (Vendée): seigneur de la Bigotière, avocat, puis conseiller au parlement de Bretagne, maître des requêtes et enfin membre du Conseil privé : mort à Paris en février 1603.

l'œuvre traduite jusqu'à ce jour. C'est pour répondre à ce désir qu'après l'avoir retouché, je lui ai adressé mon travail malgré ses nombreuses imperfections dont quelques-unes inhérentes à la nature même du sujet. La traduction des anciens ouvrages de mathématiques présente, en effet, des difficultés que l'on ne rencontre pas, pour les œuvres littéraires. Pour celles-ci il n'y a qu'une seule manière de les traduire; pour celles-là on peut, ou paraphraser hardiment le texte de l'auteur sans souci aucun de son style, remplacer sa nomenclature, ses notations surannées, par la nomenclature, les notations modernes, ou traduire fidèlement le texte, conserver réligieusement sa nomenclature, ses notations quelqu'incommodes, quelqu'inusitées qu'elles soient. C'est à ce dernier parti que je me suis arrêté, sacrifiant à la fidélité de la reproduction l'élégance, souvent même la correction du langage, car dans le premier cas, est-ce bien une traduction que l'on offre au public? Qui pourrait reconnaître sous un pareil travestissement la manière, l'originalité de l'auteur? Comment distinguer ce qui lui appartient en propre de ce qui est l'œuvre de ses successeurs?

La traduction du livre intitulé « *Francisci Vietae in artem analyticem Isa-* » *goge* » a été faite sur l'édition originale imprimée en 1591 sous les yeux de l'auteur, à Tours, chez Jamet Mettayer. C'est un volume petit in-folio de neuf feuillets, le premier sans numéro, les autres cotés de 2 à 9. Il est rare et on le trouve habituellement avec plusieurs autres livres publiés par Viète lui-même, réunis en un seul volume à demie-reliure en parchemin (1).

Mont-de-Marsan, le 23 Septembre 1867.

F. Ritter.

(1) Nelle carte 2ª—10ª d'un volume ora posseduto dalla Biblioteca Barberina di Roma, e contrassegnato « N. IX. 49 », cioè « Scansia N, Palchetto IX, numero 19 progressivo de'volumi ora col- » locati in questo palchetto », trovasi un esemplare d'una edizione intitolata « FRANCISCI VIETÆ || » FONTÆNÆENSIS || OPVS RESTITVTÆ || MATHEMATICÆ ANALYSEOS || SEV || Algebra Noua || AD INCLYTAM » PRINCIPEM || MELVSINIDA || *CATHARINAM PARTHENÆENSEM.* || TVRONIS, || Apud IAMETIVM METTAYER || » Typographum Regium Anno 1591 ». Questa edizione citata di sopra dal Sig. F. Ritter (linee 17—18 della presente pagina 224) è composta di nove carte, in foglio piccolo, delle quali le 1ª, 4ª non sono numerate, le 2ª, 3ª, 5ª—9ª sono numerate ne'margini superiori de'loro *recto* coi numeri 2, 3, 5—9, e le 2ª—9ª sono segnate ne'margini inferiori de'loro *recto* « A ij, Aiij. Aiiij, B, Bij, Biij, Biiij, C ». Nelle carte 2ª, *verso*, 3ª—8ª, e 9ª, *recto*, di questa edizione trovasi il testo latino di tutto ciò che si legge in francese più oltre in testo nelle linee 17—29 della pagina 5 e nelle pagine 6—24. Nel rovescio della carta nona della edizione stessa, trovasi un'elenco di errori e correzioni intitolato nel medesimo rovescio (lin. 2) «*Errata in Isagoge.*» Un altro esemplare di questa edizione trovasi nelle carte 2ª—10ª d'un volume ora posseduto dalla Biblioteca del Collegio Romano e contrassegnato « 54.a. 2 », cioè « Scansia 54, Pal- » chetto a, numero 2 progressivo de'volumi ora collocati in questo palchetto ». Ciò che si legge nelle carte 2ª—9ª della edizione medesima è anche stampato nella edizione intitolata « FRANCISCI VIETÆ || » OPERA || MATHEMATICA, || In unum Volumen congesta, || ac recognita, || *Operâ atque studio* || FRAN- » CISCI à SCHOOTEN Leydensis, || Matheseos Professoris. || LUGDUNI BATAVORVM, || Ex Officinâ Bona- » venturæ & Abrahami Elzeviriorum. || CIↃ IↃ C XLVI. » (pag. 10ª—11ª non numerate; pag. 13ª—24ª, numerate 1—12), della quale un esemplare è ora posseduto dalla Biblioteca Casanatense di Roma, e contrassegnato « Y.IV.49 », cioè « Scansia Y, Palchetto IV, numero 49 progressivo de'volumi ora » collocati in questo palchetto ». B. B.

OUVRAGE DE FRANÇOIS VIÈTE DE FONTENAY
DE L'ANALYSE MATHÉMATIQUE RESTAURÉE,

OU, Algèbre nouvelle.

A LA TRÈS-ILLUSTRE PRINCESSE MÉLUSINIDE, CATHÉRINE DE PARTHENAY.

TOURS, Chez JAMET METTAYER, Imprimeur du Roi. *An* 1591.

L'OUVRAGE D'ANALYSE MATHÉMATIQUE RESTAURÉE

OU Algèbre nouvelle

Contient

A LA TRÈS-ILLUSTRE PRINCESSE MÉLUSINIDE
CATHÉRINE DE PARTHENAY
MÈRE TRÈS-PIEUSE DES SEIGNEURS DE ROHAN.

FRANÇOIS VIÈTE DE FONTENAY

offre honneur et respect.

Les habitants de l'Armorique, o Princesse Mélusinide, mère très-pieuse des Seigneurs de Rohan (1), élèveront jusqu'aux nues l'origine et la noblesse de la famille de Rohan, dont je ne sais pas si on puisse trouver dans l'univers entier une autre plus ancienne et plus illustre, par des possessions plus légitimes, et par des monuments d'une plus sure authenticité (2). Ils reconnaîtront dans votre race, celle des habitants primitifs de la contrée et les héritiers du sang royal de Conan (3), échappés avec l'aide du Tout Puissant au joug de l'envahisseur Nominhoë (4), et ils auront confiance que votre souche généreuse vivra aussi longtemps

(1) Catherine de Parthenay, fille unique de Jacques de Parthenay, seigneur de Soubise, née vers 1557, morte en 1631, mariée à Charles de Pont-Kuellevé, puis à René, vicomte de Rohan, prince de Léon.

(2) Viète a établi dans un opuscule qui ne paraît pas avoir été imprimé, mais dont le manuscrit existe, la généalogie de la famille de Rohan.

(3) Conan, premier roi des Bretons (409).

(4) Nominhoë, duc de Bretagne (824).

que les rochers, les forêts et les étangs qui entourent votre manoir de Salles, verront gravées sur les pierres, sur les chênes et sur les écailles des poissons, les armes qu'elle porte de rhomboïdes d'or (1). Ils attesteront en effet sur la foi de leurs chroniques, que par grâce singulière du Tout-Puissant tout cela a été concédé aux prières de Saint Mériadec (2), l'un des antiques princes de votre famille, aussi bien que même à présent autour de la chapelle que le saint avait élevée au milieu des bois et des plus agréables ombrages, le gazouillement inoui des oiseaux et autres choses rares, qu'à moi, peu porté à l'admiration, il est arrivé d'admirer plusieurs fois. Quant à moi, Poitevin de Fontenay, qui habite souvent sur les bords de la Vendée un château fort, jadis construit par la fée Mélusine, de laquelle et de Raymondin vous êtes le fortuné rejeton, j'adore le nom et la puissance de Mélusine et de ses descendants; j'ajoute aussi « et l'augure » (3). A cet effet, aux Judicaël, aux Eudes, aux Erech de la famille de Rohan je n'opposerai pas vos Guy, vos Geoffroy, vos Hugues Le Brun; ni à leurs rois de Bretagne, à leurs princes de Léon, à leurs comtes de Porhoët, vos rois de Chypre, vos princes d'Antioche et d'Arménie, vos comtes d'Angoulême et de la Marche; ni à leur fille Isabelle d'Ecosse ou à Isabelle de Navarre votre Isabelle, reine d'Angleterre, la mère de vos ancêtres de Lusignan : mais je rappelle respecteusement et je pense qu'il soit arrivé heureusement et presque par volonté du destin, que la fée Mélusine, reconnaissante envers René de Rohan du service qu'il lui avait rendu en défendant vigoureusement le château de Lusignan assiégé à l'instigation des Guises, lui ait donné tout de suite votre main, c'est-à-dire la main de la descendante et héritière d'elle même et de Raymondin avec la principauté de la famille Rohan. Car Raymondin était lui-même de la famille des Rohan, et le sang de Raymondin et celui de Mélusine revenant ainsi à son origine, difficilement pourra périr, car le cercle est le symbole vrai et vraiement physique de la perpétuité (4). Vos vertus d'ailleurs, mourront encore moins dans ce renouvellement de périodique naissance. Et comme nos ancêtres, dans le langage de leur époque, donnèrent à votre quadrisaïeule le nom de Fée, à cause de son aspect vénérable et des rares et exceptionnelles qualités de son âme, de même la postérité vous gratifiera du titre de « Déesse des Déesses » et vous appliquera l'épithète d'« honorable » et de « vénérable », ou tout autre, s'il en est de plus digne de vous. Plaise au ciel que le fruit de mes veilles lui soit agréable ! Elle en devra être reconnaissante à vous et à votre très-chère sœur, Fran-

---

(1) Les armes de Rohan étaient de gueule aux macles d'or sans nombre; elles figuraient des écailles en forme de losanges.

(2) St. Mériadec, en latin *Mereadocus*, évêque de Vannes, mort vers 666.

(3) Jeu de mots intraduisible ...... *Melusinidæ et Melusinidarum colo nomen et numen* : *addo etiam et omen.*

(4) Viète paie tribut à l'esprit de son temps en plaçant un aussi singulier raisonnement en tête de son Isagoge, du reste toute cette épître est empreinte du même esprit.

çoise de Rohan, duchesse de Nîmes et de Loudinois; car les bienfaits dont vous m'avez comblé, dans des temps très malheureux, sont sans nombre. Rappellerai-je que c' est vous qui m' avez arraché des chaînes des brigands et des abîmes de l'enfer (1)? et qu'enfin votre sollicitude et votre munificence me sont venues en aide toutes les fois que vous avez eu connaissance de mes peines et de mes malheurs ? Je vous dois la vie (2), et, si j'ai quelque chose de plus cher que la vie, je la dois entièrement à vous. C'est à vous, auguste fille de Mélusine, que je dois surtout mes études de mathématique, auxquels m'ont poussé votre amour pour cette science, la très-grande connaissance que vous en possédez, et même ce savoir en toute science que l'on ne saurait trop admirer dans une femme de race si royale et si noble. Princesse très-respectable! Toute chose nouvelle se présente ordinairement à son origine rude et informe, pour être polie et perfectionnée dans les siècles suivants. L'art que je produis aujourd'hui est un art nouveau , ou du moins tellement degradé par le temps , tellement sali et souillé par les barbares, que j'ai cru nécessaire de lui donner une forme entièrement neuve, et après l'avoir débarrassé de toutes sespropositions erronées, afin qu'elle ne rétînt aucune souillure, et qu'elle ne sentît la vétusté, imaginer et produire des mots nouveaux auxquels les oreilles étant jusqu' aprésent peu habituées , il sera difficile que plusieurs personnes n' en soient pas dès le seuil même épouvantées et offensées. Tous les mathématiciens savaient que sous leur Algèbre ou Almucabale qu'ils vantaient, et qu'ils nommaient *le Grand art*, étaient cachées des masses d' or incomparables , mais ils ne les trouvaient pas. Aussi vouaient-ils des hécatombes, faisaient-ils des sacrifices à Apollon et aux Muses lorsqu'ils parvenaient à la solution d'un seul de ces problèmes que je résous spontanément par dizaines et par vingtaines (3); ce qui prouve que notre art est la méthode d'invention la plus certaine en mathématiques. En présence d'un pareil résultat, pourra-t-on dire que nous aussi, nous sommes réduits à ne faire que des vœux ? Qu'il me soit permis de faire ici un sobre éloge, non pas de mes marchandises, mais des vôtres, et de celles dont j'ai acquis ou recouvré la possession grâce à vos bienfaits, et d'exprimer le désir de ne pas voir enlever à votre heureuse influence la gloire qui lui est due. En effet, dans les mathématiques la censure et la critique ne peuvent pas être permises à tout le monde comme dans les autres sciences.

(1) Allusion à des faits sur lesquels les biographes ont gardé le silence. On avait d'abord traduit *faucibus Orci* par « abymes de la mort ». En adoptant cette dernière interprétation il fallait admettre que Viète, même sous l'influence de Catherine de Parthenay, n'avait pas abjuré la religion catholique, dans le sein de laquelle il avait été élevé, et il est bien établi qu'il mourut. Des nouvelles recherches ne peuvent plus laisser de doutes sur cette double abjuration.

(2) *Omnino vitam, aut, si quid mihi vitâ carius est , vobis omnem debeo*. Ce passage corrobore l'interprétation donnée aux mots *faucibus Orci*.

(3) Allusion aux prétendus sacrifices offerts aux dieux par Pythagore à l'occasion de la découverte du carré de l'hypothénuse et par Persée, lorsqu'il découvrit les propriétés des courbes dites *spiriques*.

Dans ces sciences on emploie la baguette et la poussière (1), et les discours des rhéteurs ou les défenses des avocats n'y sont d'aucune utilité. Le métal que je produis a l'aspect de l'or si longtemps désiré. Cet or est, ou alchimique et faux, ou naturel et de bon aloi. S'il est alchimique, qu'il s'évauouisse en fumée ou par la pierre de touche. S'il est naturel, comme il l'est réellement (car je ne suis pas un chicaneur), je n'accuserai pas de tromperie ceux qui avant moi ont été entraînés, sans le moindre succès, à le tirer de mines jusqu'à ce jour inaccessibles, et défendues par la garde vigilante de dragons vomissant des flammes, et d'autres serpents pernicieux et dangereux; mais j'ai le droit d'attendre et d'exiger d'eux qu'au moins ils ne me refusent pas l'appui de leur autorité que j'estime, contre l'ignorance et l'insolence des calomniateurs et des détracteurs du mérite d'autrui. Que votre œuvre, ma Princesse, vous soit donc chère, que votre bonheur se répande sur elle comme une bénédiction, en en rapportant cependant toute la gloire, tout l'honneur à l'Etre-Suprême que vous adorez pieusement « dans l'esprit et dans la vérité, dans la louange et dans la gloire » de toutes les louanges » (2). Aux Marais des Iles de Mont appartenant à votre très-chère sœur, la seconde année du règne de notre très-chrétien et très-auguste roi, HENRI IIII, vengeur très-energique et très-juste des régicides et des ennemis de l'État.

INTRODUCTION A L'ART ANALYTIQUE.

De la définition et division de l'Analyse et des auxiliares de la Zètétique. CHAPITRE I.

Il existe une voie de rechercher la vérité dans les mathématiques dont on dit que PLATON fut le premier inventeur, appelée par THÉON « Analyse », et que ce dernier définit ainsi : « Méthode dans laquelle on prend comme con- » cédé ce qu'on demande, pour arriver de conséquence en conséquence à » une vérité incontestable. » Dans la synthèse au contraire on prend ce qui est accordé pour arriver au but, et à la comprehension de ce qu'on demande. Et quoique les anciens n'aient etabli que deux espèces d'analyse : « Zètétique » (3)

(1) *Radio et pulvere*, allusion à l'usage des anciens d'étudier ou de montrer les mathématiques au moyen de figures tracées sur le sol avec une baguette.

(2) C'est ce passage sourtout qui semble indiquer que Viète à cette époque n'appartenait plus à la réligion catholique.

(3) *Zètétique, zètèse*, de ζητέω, chercher; *zètétique* signifie au propre, chercheur, investigateur;

et « Poristique (1) », auxquelles se rapporte surtout la definition de Théon, il est cependant convenable d'établir une troisième espèce, que j'appellerai « Rètique » exègétique (2) ». Ainsi par la méthode Zètétique on trouve l'égalité ou la proportion entre les grandeurs cherchées et celles qui sont données: par la méthode Poristique on examine, au moyen de l' égalité ou de la proportion, la vérité d'un théorème énoncé: par la méthode Éxègétique on dégage la grandeur cherchée de l' égalité ou de la proportion qui la renferme. Par conséquent l'Art Analytique, qui dans son ensemble embrasse ces trois méthodes, pourra à juste titre être défini : « La science de bien trouver dans les mathématiques ». Tout ce qui se rapporte à la Zètétique est établi par la science logique au moyen de syllogismes et d'enthymèmes fondés sur ces mêmes symboles (3) par lesquels on établit les égalités et les proportions, et qui peuvent être déduits soit des simples notions du sens commun, soit de théorêmes démontrés par l'analyse elle-même. Mais la forme sous laquelle on doit aborder la Zètèse exige les ressources d'un art spécial, qui exerce sa logique non sur des nombres, suivant l'erreur des analystes anciens, mais au moyen d'une Logistique nouvelle, beaucoup plus heureuse que la Logistique numérale, et qui sert mieux que celle-ci à comparer les grandeurs entre elles, en proposant premièrement la loi des homogènes, et en établissant ensuite, comme on fait, la célèbre série ou échelle des grandeurs qui montent ou descendent proportionnellement par leur propre puissance d'un genre à l'autre, au moyen de laquelle soient désignés et distingués leurs degrés et leurs genres dans les comparaisons.

Sur les symboles des égalités et des proportions. CHAPITRE II.

La méthode analytique admet comme démontrés les symboles les plus connus des égalités et des proportions que l'on rencontre dans les éléments, tels que les suivants :

---

zètèse, l'action de chercher, question. Comme on le voit, VIÈTE donne le nom de *zètétique* à la méthode analytique qu'il considère comme la méthode d'investigation par excellence.

ristique, porisme, de ποριζω, au propre «frayer un passage», au figuré «trouver, procurer ». On ... coup discuté sur la signification du mot *Porisme.* M. CHASLES semble avoir clos la discussion. Toutefois ici VIÈTE paraît désigner par *Porismes*, certaines propositions démontrées en dehors des éléments, au moyen desquelles on en démontre d'autres par la méthode *Poristique* ou *Synthétique*; en effet par cette méthode on se fraie un passage à travers le connu pour arriver à découvrir l'inconnu.

(2) *Rètique exègétique.* Il est assez difficile de traduire ces deux adjectifs. *Rètique* dérive de ῥητὸς qui en grec a de nombreuses acceptions : fixé, règlé, déterminé d'après certaines conditions, en suivant un plan arrêté, une marche déterminée. *Exègétique, Exègèse* dérivent d' ἐξηγέομαι, interpréter, L'*exègèse* chez les anciens était l'explication des choses divines, des mystères : *méthode rètique exègétique* paraît donc devoir signifier « méthode qui conduit au moyen de régles déterminées à pénétrer » les mystères les plus profonds des mathématiques. »

(3) Le mot *symbole*, signifie énoncé d'une vérité incontestable ou axiôme, ou d'une vérité élémentaire démontrée et servant de fondément à la science. C'est la même acception que dans « symbole des apôtres », qui est l'énoncé des vérités fondamentales de notre réligion.

1. Le tout est égal à la somme de ses parties.

2. Les quantités égales à une même quantité sont égales entre elles.

3. Si des quantités égales sont ajoutées à des quantités égales, les sommes sont égales.

4. Si des quantités égales sont rétranchées de quantités égales, les restes sont égaux.

5. Si des quantités égales sont multipliées par des quantités égales, les produits sont égaux.

6. Si des quantités égales sont divisées par des quantités égales, les quotients sont égaux.

7. Si des quantités sont en proportion directe, elles sont aussi en proportion inverse et alterne.

8. Si des quantités en proportion semblable (1) sont ajoutées à des quantités en proportion semblable, les sommes sont en proportion.

9. Si des quantités en proportion semblable sont rétranchées de quantités en proportion semblable, les restes sont en proportion.

10. Si des quantités en proportion sont multipliées par des quantités en proportion, les produits sont en proportion.

11. Si des quantités en proportion sont divisées par des quantités en proportion, les quotients sont en proportion.

12. Un multiplicateur ou un diviseur commun ne change rien à une égalité ou à une proportion.

13. Le produit de différentes parties par un même nombre est égal au produit de la somme de ces parties par le même nombre.

14. Le résultat de multiplications ou de divisions successives d'une grandeur par plusieurs autres est le même quel que ce soit l'ordre des grandeurs avec lequel on fere la multiplication ou l'application (2).

Mais le symbole « magistral » (3) des égalités et des proportions, celui dont l'analyste fait à tout moment usage, est le suivant :

15. Si l'on a trois ou quatre grandeurs et que le produit des termes extrêmes est égal au produit des moyens, elles sont en proportion.

Et réciproquement.

16. Si l'on a trois ou quatre grandeurs et que la première soit à la seconde comme la seconde ou la troisième est à la dernière, le produit des termes extrêmes est égal à celui des moyens.

---

(1) VIÈTE appelle proportions semblables, des proportions dans lesquelles le rapport est le même.

(2) Dans cette traduction les locutions « application à », « appliquer à », « appliqué à », signifient toujours « division par », « diviser par », « divisé par ».

(3) Κύριον, de κύριος, Maître. VIÈTE se sert en effet fréquemment de cette propriété fondamentale des proportions, pour transformer des proportions en égalités et réciproquement.

On peut donc appeller une proportion « établissement d'égalité », et une égalité « résolution d'une proportion ».

De la loi des homogènes et des degrés et des genres des grandeurs comparées. CHAPITRE III.

La loi fondamentale et immuable des égalités ou des proportions, appelée « Loi des homogènes », parce qu'elle dérive de la nature même des grandeurs ho- » mogênes », est la suivante :

Les homogènes doivent être comparés aux homogènes.

Car, comme disait Adraste (1), on ne peut pas concevoir comment les hétérogènes sont affectés entre eux.

Donc :

Si l'on additionne une grandeur à une grandeur, celle-ci est homogène à celle-là.

Si l'on rétranche une grandeur d'une grandeur, celle-ci est homogène à celle-là.

Si l'on multiplie deux grandeurs l'une par l'autre, le produit est hétérogène avec celle-ci et avec celle-là.

Si l'on applique une grandeur à une grandeur celle-ci est hétérogène à celle-là.

C'est pour avoir négligé ces principes, que les analystes anciens ont marché si souvent en aveugles ou dans l'obscurité.

2. Les grandeurs qui s'élevent ou s'abaissent proportionnellement et par leur propre puissance d'un genre à un autre genre sont appelées « Scalaires ».

3. Des grandeurs scalaires la première est : (2).

1. Côté ou Racine.
2. Carré.
3. Cube.
4. Carré-carré.
5. Carré-cube.
6. Cube-cube.
7. Carré-carré-cube.
8. Carré-cube-cube.
9. Cube-cube-cube.

Et ainsi avec la même série et méthode doivent être dénommées toutes les autres.

4. Les genres des grandeurs comparées dans l'ordre avec laquel on énonce les scalaires (3); sont :

---

(1) C'est en vain que nous avons cherché à découvrir quel était cet auteur; les dictionnaires biographiques sont muets à son égard.

(2) VIÈTE a adopté pour les scalaires ou puissances, la nomenclature de DIOPHANTE alors en usage chez les mathématiciens.

(3) Ces quantités sont des produits de facteurs connus. Ainsi dans une équation du 3.me degré

1.° Longueur ou largeur.
2.° Plan.
3.° Solide.
4.° Plano-plan.
5.° Plano-solide.
6.° Solido-solide.
7.° Plano-plano-solide.
8.° Plano-solido-solide.
9.° Solido-solido-solide.

Et ainsi avec la même série et méthode doivent être dénommées toutes les autres.

5. Dans une suite de scalaires on nomme « Puissance », le degré le plus élevé dans lequel se trouve la grandeur comparée par rapport au côté ; les autres scalaires inférieurs sont des « Degrés parodiques à la Puissance » (1).

6. La puissance est pure quand elle n'a pas d'affection. La puissance est affectée lorsqu'elle se trouve mêlée à l'homogène sous le degré parodique à la puissance et sous une grandeur étrangère coefficiente (2).

7. Les grandeurs étrangères qui modifient les degrés parodiques pour les rendre homogènes avec la puissance, sont dites « Sous-graduelles ».

Des règles de la Logistique spécieuse. (3) CHAPITRE IV.

Logistique numérale est celle qui est exposée par des nombres. Logistique spécieuse est celle qui est exposée par des signes ou de figures, par exemple, par des lettres de l'alphabet.

Les règles fondamentales de la Logistique spécieuse sont au nombre de quatre, comme dans la Logistique numérale.

---

pour que l'homogénéité existe, il faut que le coefficient du carré, soit une longueur, celui de la première puissance, un plan, le terme connu, un solide; aujourd' hui on n'exprime plus ces conditions qui compliquent les calculs; néanmoins la méthode de VIÈTE ne laisse pas que d'avoir certains avantages.

(1) L'expression *Degré*, dans VIÈTE, a une acception différente de celle en usage aujourd'hui; *Degrés parodiques*, de παρα ὁδόν, sur le chemin. Ce sont les termes ou degrés inférieurs que l'on rencontre successivement avant d'arriver à la puissance ou terme du degré le plus élevé.

(2) Ainsi, dans l'expression moderne $x^5 + 3ax^2 + c$, x^5 est ~~ne~~ puissance affectée, les degrés *parodiques* sont $3ax^2$ et c., le coefficient a du degré parodique x^2 doit être un solide et le coefficient c doit être un *plano-solide*. Le solide a et le plano-solide c sont des quantités dites *sous-graduelles*.

(3) *Logistices speciosa*, arithmétique spécieuse. *Speciosa* du latin *species*, forme, image, figure ; arithmétique dans laquelle les nombres sont représentés par des images, des figures. Cette acception du mot *speciosa* a été créée par VIÈTE, car elle n'a aucun rapport avec celles du mot latin ou français, propres ou figurées. C'est pour ce motif que je l'ai également adoptée, car elle caractérise mieux la pensée de l'auteur que les mots symboliques, *figurée*, *littérale*, etc. que j'avais d'abord eu l'intention d'employer.

RÈGLE I.

Ajouter une grandeur à une grandeur.

Soient deux grandeurs A et B. Il faut ajouter l'une à l'autre.

Comme on doit donc ajouter une grandeur à une grandeur, et que les grandeurs homogènes n'affectent pas les hétérogènes, les deux grandeurs que l'on propose d'ajouter sont homogènes. Le plus ou le moins ne constituent pas d'ailleurs des genres différents. Par conséquent on ajoutera commodément ces grandeurs au moyen de la formule de l'union ou de l'addition et l'on aura pour leur somme A plus B, si ces grandeurs sont des simples longueurs ou des largeurs.

Mais si elles appartiennent à un degré plus élevé de l'échelle dont on vient de parler, ou si elles communiquent en genre aux ascendants, on leur donnera la dénomination qui leur convient, et on dira par exemple: « A Carré plus B plan », ou « A cube plus B solide », et semblablement dans les autres.

Les Analystes indiquent habituellement par le symbole + l'affection d'addition.

RÈGLE II.

Retrancher une grandeur d'une grandeur.

Soient deux grandeurs A et B, dont la première est plus grande que la seconde. Il faut retrancher la plus petite de la plus grande.

Comme on doit donc retrancher une grandeur d'une grandeur, et que les grandeurs homogènes n'affectent pas les hétérogènes, les deux grandeurs que l'on propose sont homogènes. Le plus ou le moins ne constituent d'ailleurs pas des genres différents. Par conséquent on fera commodément la soustraction de la plus petite de la plus grande au moyen de la formule de séparation ou de soustraction, et l'on aura pour leur différence A moins B, si ces grandeurs sont des simples longueurs ou largeurs.

Mais si elles appartiennent à un degré plus élevé de l'échelle dont on vient de parler, ou à un genre correspondant à ce degré, on leur donnera la dénomination qui leur convient, et l'on dira: « A carré moins B plan », ou « A cube moins B solide », et semblablement dans les autres.

On n'opère pas autrement si la même grandeur à soustraire est déjà affectée, le tout et les parties ne devant pas être estimées avec des règles différentes, comme si de A l'on doive retrancher B plus D, le reste sera A moins B moins D, les grandeurs B et D étant retranchées séparément.

Mais si l'on niait (1) D de la même B, et que l'on eût à retrancher B moins D de A, le reste sera A moins B plus D; car en retranchant la grandeur B, on retranche plus qu'il ne faut de la grandeur D, il faut donc compenser en ajoutant D.

Les Analystes indiquent habituellement par le symbole — l'affection de soustraction. Diophante appelle λεῖψις cette affection et ὕπαρξις l'affection d'addition.

Lorsqu'on n'indique pas quelle de deux grandeurs soit la plus grande ou la plus petite, et qu'on doive cependant faire la soustraction, le signe de la différence est =, c'est-à-dire le moins d'incertitude. Par exemple étant proposés A carré et B plan, la différence sera A carré = B plan, ou B plan = A carré.

RÈGLE III.

Multiplier une grandeur par une grandeur.

Soient deux grandeurs A et B. Il faut multiplier l'une par l'autre.

Puisque donc il faut multiplier une grandeur par une grandeur, elles formeront par leur multiplication une grandeur hétérogène avec elles; et par conséquent on indiquera commodément leur pro-

(1) On traduit ici fidèlement par «on niait», c'est-à-dire «on soustrairait», le mot *negetur* du texte.

duit avec le mot PAR ou SOUS. Ainsi A par B signifiera que celle-ci a été multipliée par celle-là, ou, comme disent d'autres, qu'elle a été faite sous A et B, et cela simplement, lorsque A et B sont des simples longueurs ou largeurs.

Mais si les grandeurs données sont plus élevées dans l'échelle, ou qu'elles communiquent en genre aux degrés, il faut employer les dénominations mêmes des scalaires ou des grandeurs qui communiquent en genre à ceux ci, et dire, par exemple : « A carré par B » ou « A carré par B plan » ou solide », et semblablement dans les autres.

Si chacune des grandeurs à multiplier ou l'une d'elles seulement, est composée de deux ou de plusieurs noms (1), cela ne change rien à l'opération. Car le tout est égal à ses parties, et par conséquent les produits des segments d'une grandeur sont égaux au produit de la grandeur toute entière. Et quand un nom affirmé d'une grandeur sera multiplié par un nom affirmé d'une autre grandeur, le produit sera affirmé: et quand un nom affirmé sera multiplié par un nom nié, le produit sera nié (2).

Il résulte aussi de cette règle: que le produit résultant de la multiplication de deux noms niés l'un par l'autre est affirmé, comme si l'on multiplie A—B par D—G; puisque le produit de la multiplication de A affirmée par G niée reste nié, ce qui est nier ou diminuer trop, car on doit multiplier la grandeur A, et les produits ne sont pas exactes. Et de même, le produit de B niée par D affirmée reste nié, ce qui est aussi nier trop, car on doit multiplier la grandeur D, et les produits ne sont pas exactes ; par conséquent en compensation si l'on multiplie B nié par G nié le produit est affirmé.

Les dénominations des produits des grandeurs s'élevant proportionnellement d'un genre à un genre, sont les suivantes :

Le côté par lui-même produit le Carré.
Le côté par le Carré produit le Cube.
Le côté par le Cube produit le Carré-carré.
Le côté par le Carré-carré produit le Carré-cube.
Le côté par le Carré-cube produit le Cubo-cube.

Et en permutant, c'est-à-dire le Carré par le côté produit le Cube, le Cube par le côté produit le Carré-carré, etc. Encore,

Le Carré par lui-même produit le Carré-carré.
Le Carré par le Cube produit le Carré-cube.
Le Carré par le Carré-carré produit le Cubo-cube;

et en permutant. Encore

Le Cube par lui-même produit le Cubo-cube.
Le Cube par le Carré-carré produit le Carré-carré-cube.
Le Cube par le Carré-cube produit le Carré-cubo-cube.
Le Cube par le Cubo-cube produit le Cubo-cubo-cube;

et en permutant, et ainsi de suite.

Également dans les homogènes :

La largeur par la longueur produit le Plan.
La largeur par le Plan produit le Solide.

---

(1) Dans cette traduction les mots « *noms, nom* » signifient toujours « *termes, terme* ».

(2) Dans cette traduction le mot « *affirmé* » correspondant au mot « *adfirmatum* » du texte, signifie toujours « *positif* », et les mots « *nié, nier* », correspondant aux mots « *negatum, negare* » du texte, signifient toujours « *négatif, retrancher* ».

La largeur par le Solide produit le Plano–plan.

La largeur par le Plano–plan produit le Plano–solide.

La largeur par le Plano–solide produit le Solido–solide;

et en permutant.

Le Plan par le Plan produit le Plano–plan.

Le Plan par le Solide produit le Plano–solide.

Le Plan par le Plano–plan produit le Solido–solide;

et en permutant.

Le Solide par le Solide produit le Solido–solide.

Le Solide par le Plano–plan produit le Plano–plano–solide.

Le Solide par le Plano–solide produit le Plano–solido–solide.

Le Solide par le Solido–solide produit le Solido–solido–solide;

et en permutant, et ainsi de suite.

RÈGLE IIII.

Appliquer une grandeur à une grandeur.

Soient deux grandeurs A et B. Il faut appliquer l'une à l'autre.

Comme donc il faut appliquer une grandeur à une grandeur, et que les plus élevées s'appliquent aux moins élevées, les homogènes aux hétérogènes, les grandeurs que l'on propose sont hétérogènes. Soit A une longueur, B un plan: On separera commodément par un trait la grandeur B plus élevée qu'on applique, de A moins élevée à laquelle on fait l'application.

Mais les grandeurs mêmes prendront leur dénomination des degrés dans lesquels elles se trouvent, ou de ceux auxquels elles sont portées dans l'échelle des grandeurs proportionnelles ou homogènes, comme $\frac{B\ \text{plan}}{A}$, par lequel symbole on indiquera la largeur que fait B plan appliqué à la longueur A.

Et si l'on donne que B soit un Cube, A un plan, on écrira $\frac{B\ \text{Cube}}{A\ \text{plan}}$, par lequel symbole on indiquera la largeur que fait B cube appliqué au plan A.

Et si l'on suppose B cube, A une longueur, on écrira $\frac{B\ \text{Cube}}{A}$, par lequel symbole on indiquera le plan qui résulte de l'application de B cube à A, et ainsi de suite à l'infini.

Pour les grandeurs binômes et polynômes on ne suivra pas d'autre règle que celle-ci.

Les dénominations des résultats de l'application des grandeurs s'élevant proportionnellement par degrés d'un genre à un genre sont les suivantes :

Le Carré appliqué au côté reproduit le côté.

Le Cube appliqué au côté reproduit le Carré.

Le Carré–carré appliqué au côté reproduit le Cube.

Le Carré–cube appliqué au côté reproduit le Carré–carré.

Le Cubo–cube appliqué au côté reproduit le Carré–cube;

et en permutant, c'est-à-dire le Cube appliqué au Carré reproduit le côté; le Carré-carré appliqué au Cube reproduit le côté, etc. Encore :

Le Carré–carré appliqué au Carré reproduit le Carré.

Le Carré–cube appliqué au Carré reproduit le Cube.

Le Cubo–cube appliqué au Carré reproduit le Carré–carré;

et en permutant.

Encore :

Le Cubo–cube appliqué au Cube reproduit le Carré–carré.

Le Carré–cubo–cube appliqué au Cube reproduit le Carré–cube.

Le Cubo–cubo–cube appliqué au Cube reproduit le Cubo–cube;

et en permutant, et ainsi de suite.

Également dans les Homogènes :

Le Plan appliqué à la largeur reproduit la longueur.

Le Solide appliqué à la largeur reproduit le Plan.

Le Plano–plan appliqué à la largeur reproduit le Solide.

Le Plano–solide appliqué à la largeur reproduit le Plano–plan.

Le Solido–solide appliqué à la largeur reproduit le Plano–solide;

et en permutant.

Le Plano–plan appliqué au Plan reproduit le Plan.

Le Plano–solide appliqué au Plan reproduit le Solide.

Le Solido–solide appliqué au Plan reproduit le Plano–plan;

et en permutant.

Le Solido–solide appliqué au solide reproduit le Solide.

Le Plano–plano–solide appliqué au Solide reproduit le Plano–plan.

Le Plano–solido–solide appliqué au Solide reproduit le Plano–solide.

Le Solido–solido–solide appliqué au Solide reproduit le Solido–solide;

et en permutant, et ainsi de suite.

Du reste, soit dans les additions et soustractions des grandeurs, soit dans les multiplications et divisions, l'application n'empêche pas d'employer les règles exposées ci-dessus; il suffit de remarquer, que lorsque dans l'application tant la grandeur plus élevée que la grandeur moins élevée est multipliée par la même grandeur, rien n'est ajouté ni ôté ni en genre ni en valeur par cette opération à la grandeur résultant de l'application; car ce que la multiplication a mis de plus est détruit par la division, ainsi : $\frac{\text{B par A}}{\text{B}}$ c'est A, et $\frac{\text{B par A plan}}{\text{B}}$ est A plan.

Ainsi dans les Additions : Soit à ajouter Z à $\frac{\text{A plan}}{\text{B}}$, la somme sera $\frac{\text{A plan} + \text{Z par B}}{\text{B}}$,

ou bien, soit à ajouter $\frac{\text{Z carré}}{\text{G}}$ à $\frac{\text{A plan}}{\text{B}}$, la somme sera $\frac{\text{G par A plan} + \text{B par Z carré}}{\text{B par G}}$.

Dans les Soustractions : si de $\frac{\text{A plan}}{\text{B}}$ l'on doive retrancher Z, le reste sera $\frac{\text{A plan} - \text{Z par B}}{\text{B}}$;

Ou bien que de $\frac{\text{A plan}}{\text{B}}$ on doive retrancher $\frac{\text{Z carré}}{\text{G}}$, le reste sera $\frac{\text{A plan par G} - \text{Z carré par B}}{\text{B par G}}$

Dans les multiplications : soit à multiplier $\frac{\text{A plan}}{\text{B}}$ par B, le produit sera A plan.
Ou bien : Soit à multiplier $\frac{\text{A plan}}{\text{B}}$ par Z, le produit sera $\frac{\text{A plan par Z}}{\text{B}}$.
Ou enfin : Soit à multiplier $\frac{\text{A plan}}{\text{B}}$ par $\frac{\text{Z carré}}{\text{G}}$ le produit sera $\frac{\text{A plan par Z carré}}{\text{B par G}}$.

Dans les Applications : soit à appliquer $\frac{\text{A Cube}}{\text{B}}$ à D, en multipliant chacune de ces deux grandeurs par B le quotient sera $\frac{\text{A cube}}{\text{B par D}}$.
Ou bien : Soit à appliquer B par G à $\frac{\text{A plan}}{\text{D}}$, en multipliant chacune de ces deux grandeurs par D, le quotient sera $\frac{\text{B par G par D}}{\text{A plan}}$.
Ou enfin soit à appliquer $\frac{\text{B cube}}{\text{Z}}$ à $\frac{\text{A cube}}{\text{D plan}}$, le quotient sera $\frac{\text{B cube par D plan}}{\text{Z par A cube}}$.

Des lois Zététiques. CHAPITRE V.

La forme d'après laquelle on opérera dans la zètèse est contenue dans les lois suivantes :

1. Si l'on demande une longueur, et que l'égalité ou la proportion soit cachée sous les enveloppes des données, le Côté sera la longueur cherchée.

2. Si l'on demande une surface, et que l'égalité ou la proportion soit cachée sous les enveloppes des données, la surface cherchée sera le Carré.

3. Si l'on demande une solidité, et que l'égalité ou la proportion soit cachée sous les enveloppes des données, le solidité cherchée sera le Cube. La grandeur cherchée sera donc par sa propre force élevée ou abaissée suivant les degrés des grandeurs comparées.

4. Les grandeurs données aussi bien que les grandeurs cherchées suivant la condition de la question seront combinées et comparées par voie d'addition, de soustraction, de multiplication et de division, de manière que la loi constante des homogènes soit toujours observée.

Il est donc évident que l'on finira toujours par trouver quelque égalité dans laquelle entrera la grandeur qu'on cherche ou une des puissances, ou son produit par des grandeurs données, ou son produit par quelque facteur composé de grandeurs données et de l'inconnue elle-même, ou d'un degré parodique à sa puissance.

5. Afin que cette méthode soit aidée par quelque artifice, on distinguera les grandeurs données des grandeurs inconnues et cherchées en les représentant par un symbole (1) constant, invariable et bien clair, par exemple, en désignant

(1) Le mot *symbole* ne paraît pas être pris ici dans le même sens qu'au Chapitre II.

les grandeurs cherchées par la lettre A ou par toute autre voyelle E, I, O, V, Y, et les grandeurs données par les lettres B, G, D ou par d'autres consonnes.

6. Les produits des grandeurs données seront ajoutés les uns aux autres, ou retranchés les uns des autres, suivant les signes de leur affection, et réunis en un seul produit, qui sera l'homogène de comparaison, ou sous la mesure donnée (1), et ce produit formera une partie de l'équation.

7. Également les produits des grandeurs données et de même degré parodique à la puissance seront ajoutés les uns aux autres ou retranchés les uns des autres, suivant le signe de leur affection, et réunis en un seul produit qui sera l' homogène d'affection ou l'homogène sous le degré (2).

8. Les homogènes sous les degrés accompagneront la puissance qu'ils affectent ou dont ils sont affectés, et formeront avec la même puissance l'autre partie de l'égalité, et par conséquent l'homogène sous la mesure donnée sera énoncé de la puissance désignée par son genre ou ordre, purement si elle est pure d'affection, et, si elle n'est pas pure, les homogènes d'affection l'accompagneront et on indiquera le symbole soit de l'affection, soit du dégré avec la grandeur étrangère qui est coefficiente avec le dégré.

9. Et par conséquent s'il arrivait qu'un homogène sous la mesure donnée se trouvait mêlé à un homogène sous le degré, on ferait l'Antithèse.

L'Antithèse (3) a lieu lorsque les grandeurs afficientes ou affectées d'une partie d'une équation passent dans l'autre partie, avec le signe contraire d'affection. Cette opération ne change en rien l'égalité, ce qui est à démontrer en passant.

L'égalité n'est pas changée par l'Antithèse.

PROPOSITION I.

On propose qu'A Carré moins D plan soit égal à G Carré moins B par A. Je dis que A Carré plus B par A est égal à G carré plus D plan, et que par cette transposition sous le signe contraire d'affection l'égalité n'est pas changée. En effet, puisque A Carré moins D plan (4) est égal a G carré moins B par A, on ajoutera dans chacune des deux parties D plan plus B par A. Donc par notion commune A Carré moins D plan plus D plan plus B par A est égal à G carré moins B par A plus D plan plus B par A. Or, l'affection niée dans la même partie de l'équation détruira l'affection af-

(1) *Homogeneum comparationis, seu sub datâ mensura.* C' est le terme connu ou la somme des termes connus.

(2) *Homogeneum adfectionis, seu sub gradu.* Ce sont les termes qui contiennent les degrés inférieurs de l'inconnue.

(3) Ἀντίθεσις, au propre «opposition», ici, passage d'une quantité d'un membre de l'équation dans le membre opposé. Aujourd'hui cette opération porte le nom de «transposition». Dans $x^3 - 3a^2x$, x^3 est une puissance affectée, dans $3ax^2 - x^3$, x^3 est une puissance afficiente.

(4) Nelle linee 17—18 del rovescio della carta numerata 7, della detta edizione intitolata « FRAN- » CISCI VIETÆ || FONTENÆENSIS || OPVS », ecc. si legge « Quoniam eum A Quadratum, minùs B plano ». Nelle linee 11—12 della pagina numerata 9 della edizione intitolata « FRANCISCI VIETÆ | OPERA || » MATHEMATICA, ecc. LVGDVNI BATAVORVM, ecc. CIƆ IƆ C XLVI. » (vedi sopra, pag. 4, lin. 38—41), si legge in vece « Quoniam enim A quadratum minus D plano ». B. B.

firmée ; l'affection de D plan s'évanouira donc d'une part et l'affection de B par A de l'autre; et il restera A Carré plus B par A égal à G carré plus D plan.

10. Et s'il arrive que toutes les grandeurs données soient multipliées par le degré, et que par conséquent l'homogène sous la mesure donnée ne s'offre pas immédiatement, on fera l'Hypobibasme (1).

L'Hypobibasme est une opération qui consiste à abaisser également la puissance et les degrés parodiques d'une équation en observant l'ordre de l'échelle des degrés, jusqu'à ce que l'homogène sous le degré le moins élevé soit réduit à un homogène donné auquel on comparera tous les autres termes. Cette opération ne change en rien l'égalité, ce qui est à démontrer en passant.

L'égalité n'est pas changée par l'Hypobibasme.

PROPOSITION II.

Soit proposé A cube plus B par A Carré égal à Z plan par A; Je dis que par hypobibasme, on aura A Carré plus B par A égal à Z plan.

En effet l'opération consiste à diviser tous les solides par un diviseur commun. On a établi que cela ne change pas l'égalité (2).

11. Et s'il arrive que le plus haut degré auquel monte la grandeur cherchée n'existe pas par lui-même, mais qu'il soit multiplié par quelque grandeur donnée, on fera le Parabolisme (3).

Le Parabolisme est l' application commune des homogènes dont une équation est composée à une grandeur donnée qu' on multiplie par le degré le plus élevé de la grandeur cherchée, afin que ce degré devienne la puissance de l'équation et lui donne son nom. Cette opération ne change rien à l'égalité, ce qui est à démontrer en passant.

L'égalité n'est pas changée par le Parabolisme.

PROPOSITION III.

Soit proposé B par A Carré, plus D plan par A, égal à Z Solide. Je dis que par parabolisme, on aura A Carré plus $\frac{\text{D plan}}{\text{B}}$ par A égal à $\frac{\text{Z solide}}{\text{B}}$. En effet l'opération consiste à diviser tous les solides par B diviseur commun. On a établi que cela ne change pas l'égalité (4).

12. Et alors on considérera l'égalité clairement exprimée, et on la dira ordonnée pour être si l'on veut rappelée à l'Analogisme (5), mais en ayant soin surtout que les produits des extrêmes correspondent tant à la puissance qu'aux ho-

---

(1) De ὑποβιβάζω, diminuer, abaisser.
(2) Vedi sopra, pag. 10, lin. 21—22, CHAPITRE II, Symbole 12. B. B.
(3) παραβολή, comparaison, rapport, division.
(4) Vedi sopra, pag. 10, lin. 21—22. CHAPITRE II, Symbole 12. B. B.
(5) Ἀναλογία, proportion, égalité de deux rapports. *Analogisme* a le même sens.

mogènes des affections, et les produits des moyens à l'homogène sous la mesure donnée (1).

13. On peut donc définir aussi l'Analogisme ordonné: « une suite de trois ou » de quatre grandeurs exprimées en termes ou purs ou affectés, de manière qu'à » l'exception de la quantité cherchée, ou de sa puissance, ou de ses degrés » parodiques, toutes les autres soient données ».

14. Enfin une fois ordonnée ainsi l'égalité, et ordonné l'Analogisme, le rôle de la zététique est terminé.

Diophante a employé la zététique plus ingénieusement que tout autre auteur dans les livres qu'il a écrit sur l'Arithmétique. Cependant il l'a représentée établie par des nombres et non par des espèces, dont cependant il a fait usage, ce qui doit faire admirer d'avantage sa subtilité et son talent, car les choses qui paraissent plus difficiles et abstruses à celui qui emploie la Logistique numérale, sont familières et immédiatement claires à celui qui emploie l'arithmétique spécieuse.

De l'examen des Théorèmes par la Poristique. CHAPITRE VI.

La Zètèse achevée, l'Analyste passe de l'hypothèse à la thèse, et montre que les Théorèmes découverts par lui pour le règlement de l'art sont soumis aux lois « conformément au tout, par soi, et selon l'universel premièrement ». Quoique ces théorèmes aient dans la Zétèse elle-même leur démonstration et leur fondément, ils sont cependant soumis aux lois de la synthèse, laquelle méthode de démonstration est considérée comme « plus logique », et, quand il est nécessaire, sont prouvés par celle-ci, ce qui est un grand prodige de l'art inventeur. On revient donc sur les vestiges de l'Analyse. Ce qui est même aussi Analytique et non difficile pour la Logistique spécieuse. Mais si on propose une invention d'autre genre, ou présentée fortuitement, dont on doive examiner et rechercher la verité, il faudra d'abord essayer la méthode poristique, qui ramène plus facilement à la synthèse, suivant les exemples qu'en ont donnés Théon dans ses Éléments, Apollonius de Perge dans ses Coniques, et Archimède même dans plusieurs de ses livres (2).

---

(1) Ce qui veut dire: que le produit des extrêmes renferme tous les termes inconnus, tandis que celui des moyens ne soit composé que de quantités connues. Ainsi l'égalité $x^2(x - a) = ab$ peut être mise sous forme d'analogisme, $\frac{x^2}{a} = \frac{b}{x-a}$.

(2) Ces sages conseils ont été trop oubliés dans le siècle dernier. La méthode synthétique est aujourd'hui, à juste titre. remise en honneur pas CHASLES, POINSOT et autres géomètres. On peut voir à ce sujet ce que disait l'illustre historien des mathématiques JEAN ESTIENNE MONTUCLA (HISTOIRE||DES|| *MATHEMATIQUES*, || DANS laquelle ou rend compte de leurs progrès de-||puis leur origine jusqu'à nos jours; où l'on expose||le tableau & le développement des principales || découvertes, les contestations qu'elles ont fait||naître, & les principaux traits de la vie des Ma-||thématiciens les plus célèbres.||*Par M. MONTUCLA, de l'Académie Royale des Sciences* || *&* *Belles-Lettres de Prusse*. || *TOME PREMIER*. || A PARIS,|| Chez CH.ANT. JOMBERT, Imprimeur-Libraire du Roi pour||l'Artillerie & le Génie, rue Dauphine, à l'Image Notre-Dame.||M. DCC. LVIII.||*Avec Approbation & Privilege du Roi.*, page 175, lig.2—15; pages 176—

De l'office de la Rhètique. CHAPITRE VII.

L'équation de la grandeur cherchée une fois ordonnée, la « Rhètique exègé- » tique », qui doit être considérée comme la partie restante de l'art Analytique, et comme celle qui a plus spécialement pour objet les règles générales de l'art (car les deux premières renferment plus d'exemples que de préceptes, comme on doit justement l'accorder aux logiciens), exerce son office tant sur des nombres, s'il s'agit d'exprimer une grandeur en nombres, que sur des longueurs, sur des surfaces ou sur des corps, si la grandeur doit être représentée par une de ces grandeurs. Dans le dernier cas, l'Analyste se montre Géomètre en effectuant le vrai travail après la résolution d' un autre semblable au vrai (1); dans le premier cas, il se montre Arithméticien en résolvant des puissances quelconques représentées par les nombres, soit pures, soit affectées. Mais dans toutes ses opérations, soit Arithmétiques, soit Géométriques, il ne négligera jamais de faire connaître un essai des artifices qu'il a mis en œuvre, suivant la condition de l'égalité trouvée, ou de l'analogisme regulièrement imaginé sur cette égalité.

Mais toute construction géométrique n'est pas élégante, car chaque problème a ses élégances. On préfère cependant à toutes les autres celle qui déduit et démontre non pas la composition de l'œuvre par l'égalité, mais l'égalité par la composition, et la composition par elle-même (2). Aussi le Géomètre opérateur, quoique guidé par l'Analyse, cache ce concours, et comme s'il songeait à l'accomplissement de l'œuvre, met au jour et explique son problème synthétique: Ensuite pour aider les arithméticiens il conçoit et démontre le Théorème par ses rapports avec la proportion ou l'égalité qu'il y aura reconnu (3).

Notation des équations, et Épilogue de l'Art. CHAPITRE VIII.

Dans l'Analyse, le mot équation employé seul, est pris pour désigner une Egalité ordonnée régulièrement par la Zétèse.

177; page 178, lig. 2—4. — HISTOIRE || DES || MATHÉMATIQUES, || DANS laquelle on rend compte de leurs progrès depuis leur origine || jusqu'à nos jours; où l' on expose le tableau et le développement || des principales découvertes dans toutes les parties des Mathé-||matiques, les contestations qui se sont élevées entre les Mathé-||maticiens, et les principaux traits de la vie des plus célèbres. || NOUVELLE ÉDITION, CONSIDÉRABLEMENT AUGMENTÉE || ET PROLONGÉE JUSQUE VERS L'ÉPOQUE ACTUELLE; || *Par* J. F. MONTUCLA, *de l'Institut national de France.* || TOME PREMIER. || A PARIS, || Chez HENRI AGASSE, libraire, rue des Poitevins, n.° 18. || AN. VII., page 174e, numérotée 166, lig. 34—46; page 175e, numérotée par erreur 166; page 176e, numérotée par erreur 68, lig. 2—36).

(1) *Et hic se prebet Geometram Analysta opus verum efficiundo post alius similis vero resolutionem.* C'est-à-dire que dans les questions de Géométrie, résolues par l'Algèbre, on doit, une fois la valeur de l'inconnue trouvée, chercher à la représenter par des constructions géométriques.

(2) *Verùm ea ceteris antefertur, quæ compositionem operis non ex æqualitate, sed æqualitatem ex compositione arguit, et demonstrat: ipsa verò compositio seipsam.* Passage assez obscur éclairci dans la note suivante.

(3) Ainsi, par exemple, soit la question: Trouver un rectangle équivalent à un carré donné, la somme de ses dimensions étant égale à une ligne donnée. On peut trouver les côtés en résolvant les équations $xy = k^2$, $x + y = l$, mais VIÈTE trouve préférable une solution telle que la suivante qui est indiquée par la composition des équations ; il résulte en effet de leur examen que k est moyenne proportionnelle entre x et y, segments d'un diamètre donné l, d'où la construction géométrique connue, au moyen de laquelle on peut déterminer les valeurs de x et y sous forme algébrique.

2. Une Équation est donc la comparaison d'une grandeur inconnue avec une grandeur connue (1).

3. La grandeur inconnue est une racine ou une puissance.

4. Encore, une puissance est ou pure ou affectée.

5. L'affection a lieu par négation ou par affirmation.

6. Lorsque l'homogène affectant la puissance est nié de celle-ci, la négation est directe.

7. Lorsque au contraire la puissance est niée de l'homogène qui l'affecte sous le degré, la négation est inverse.

8. Le degré est la mesure à laquelle on doit rapporter l'homogène de l'affection sous-graduelle (2).

9. Dans la partie inconnue de l'Équation, il faut indiquer l'ordre tant de la puissance que des degrés, et la qualité ou le signe de l'affection; et donner aussi les grandeurs associées sous graduelles.

10. Le premier degré parodique à la puissance est la racine cherchée. Le dernier est celui qui est inférieur à la puissance d'un degré de l'echelle. On a l'habitude de le désigner avec le mot « Épanaphore » (3).

11. Un degré parodique à la puissance est réciproque d'un parodique lorsque la puissance se fait par la multiplication de l'un par l'autre. Ainsi toute quantité associée (4), est réciproque du degré qu'elle soutient.

12. Lorsque la racine est une longueur, les degrés parodiques à la puissance sont ceux designés dans l'échelle.

13. Lorsque la racine est un plan, ses degrés parodiques sont :

Carré.		PLAN.
Carré-carré.		Carré du PLAN.
Cubo-cube.	Ou	Cube du PLAN.

et ainsi de suite.

14. Lorsque la racine est un solide, ses degrés parodiques sont:

Cube.		SOLIDE.
Cubo-cube.	Ou	Carré du SOLIDE.
Cubo-cubo-cube.		Cube du SOLIDE.

---

(1) *Itaque Aequatio est magnitudinis incertæ cum certa comparatio.* Les mots *comparatio, comparare,* employés par VIÈTE signifient ici « égalité, être égal », cependant comme il n'y a pas « égalité » dans le sens absolu du mot, puisque l'on a en présence le connu et l'inconnu, VIÈTE n'a pas voulu se servir des mots « æqualitas, æquare ».

(2) Nella linea 10 del rovescio della carta 8ª, numerata 8, della detta edizione intitolata « FRAN- » CISCI VIETÆ || FONTENÆENSIS || OPUS », ecc. trovasi per errore « 8 » in vece di « 7 ». Nella linea 11 del medesimo rovescio trovasi per errore « 7 » in vece di « 8 ». I medesimi errori trovansi anche nelle linee 10, 12 della pagina 23ª, numerata 11, della suddetta edizione intititolata « FRANCISCI VIETÆ || » OPERA || MATHEMATICA, ecc. LVGDVNI BATAVORVM, etc. CIƆ IƆC XLVI. » B. B.

(3) ἐπιαναφέρω « être porté en haut ».

(4) C'est-à-dire, combinée par voie de multiplication ou de division.

15. Le Carré, le Carré-carré, le Carré-cubo-cube et les puissances qui se font par elles-mêmes suivant cet ordre, sont des puissances du moyen simple; les autres sont des puissances du moyen multiple (1).

16. La grandeur connue à laquelle on compare les autres est l'homogène de comparaison.

17. Dans les nombres les homogènes de comparaison sont les unités.

18. Lorsque la racine cherchée consistant dans sa base est comparée à une grandeur homogène donnée, l'équation est absolument simple.

19. Lorsqu'une puissance de la racine cherchée pure d'affection est comparée à une homogène donnée, l'équation est simple Climactique (2).

20. Lorsque la puissance de la racine qu'on demande affectée sous un degré désigné et sous un coefficient donné, est comparée à une grandeur homogène donnée, l'équation est polynome à cause du nombre et de la variété des affections.

21. Une puissance peut être impliquée en autant d'affections qu'elle compte de degrés parodiques à la puissance

Par conséquent: le Carré peut être affecté sous un côté.

Le Cube, sous un côté et un Carré.

Le Carré-carré sous un côté, un Carré et un Cube. Le Carré-cube sous un côté, un Carré et un Cube, et ainsi de suite à l'infini.

22. Les analogismes sont classés et prennent leur nomenclature d'après les genres des Équations resolues dans lesquelles ils tombent.

23. L'Analyste, instruit pour l'Exégètique dans ce qui se rapporte à l'Arithmétique sait :

Additionner un nombre à un nombre.
Soustraire un nombre d'un nombre.
Multiplier un nombre par un nombre.
Diviser un nombre par un nombre.

La Science enseigne la résolution des puissances quelconques, ou pures ou bien (ce que, jusqu'à ce jour, n'ont su ni les anciens, ni les modernes) affectées.

Pour l'Exègétique dans ce qui se rapporte à la Géométrie l'Analyste choisit et passe en revue les constructions plus fondamentales telles qu'au moyen de ces constructions les équations des Côtés et des Carrés soient entièrement expliquées (3).

---

(1) *Potestates simplicis medij, Reliquæ multiplicis.*

(2) De κλιμαξ, échelle.

(3) Voir l'ouvrage de VIÈTE, *Effectionum geometricarum canonica recensio.* Cette ouvrage est imprimé dans le recueil intitulé « FRANCISCI VIETÆ || OPERA || MATHEMATICA, etc. LVGDVNI BATAVO- » RVM, etc. CIↃ IↃ C XLVI. » (pages 241e—251e, numérotées 229—239).

25. Pour les Cubes et les Carrés-carrés, afin de suppléer presque par la Géométrie aux défauts de la Géométrie (1), il demande de

Tirer d'un point quelconque à deux lignes quelconques une droite telle que le segment intercepté entre ces droites soit une longueur donnée (2).

Cela accordé (ce qui est « une demande non difficile ») (3) il résout « arti-» ficieusement » (4) les problèmes les plus fameux appelés jusqu'à présent « ir-» rationnels » (5) tels que le problème mésographique, celui de la section d'un angle en trois parties égales, l' invention du côté de l' Heptagone et tous les autres qui tombent dans ces formules d' équations dans lesquelles on compare les Cubes aux solides, les Carrés-carrés aux plano-plans, ou purement ou avec affection.

26. Et en quoi donc (puisque toutes les grandeurs sont des lignes, des surfaces, ou des corps) peut-on trouver dans les choses humaines un si grand usage des proportions au-dessus de la raison triple ou même quadruple, si ce n'est dans les sections des angles, de manière que nous puissions obtenir les angles des figures par les côtés sont les côtés par les angles ?

27. Le mystère des sections angulaires (6), que personne jusqu'à présent n'a connu montre et apprend pour l'Arithmétique et pour la Géométrie

A trouver la raison des côtés étant donnée la raison des angles.

A trouver un nombre qui soit à un nombre comme un angle est à un angle.

28. Il ne compare pas la ligne droite à la ligne courbe, l'angle étant quelque chose de moyen entre la ligne droite et la figure plane, la loi des homogènes paraît donc s'y opposer.

29. Enfin l'art Analytique sous la triple forme Zètétique, Poristique et Exègétique s'attribue justement le magnifique problème des problèmes, c'est-à-dire, de RÉSOUDRE TOUT PROBLÈME (7).

---

(1) Voir l'ouvrage de VIÈTE, *Supplementum geometriæ*. Cet ouvrage est imprimé dans le recueil intitulé « FRANCISCI VIETÆ || OPERA || MATHEMATICA, etc. LVGDVNI BATAVORVM, etc. CIↃ IↃ C XLVI. » (pages 240—257).

(2) Ce problème conduit en effet à une équation du 3.ème degré.

(3) *αιτημα* non *δυσμήχανον*.

(4) *ἐντεχνῶς*.

(5) *ἄλογα*.

(6) Le livre des Sections Angulaires n'a été publié qu'après la mort de VIÈTE, mais il en avait fait connaître les principaux résultats dans quelques-uns de ses autres ouvrages.

(7) *Denique fastuosum problema problematum ars Analytice, triplicem Zetetices Poristices & Exegetices formam tandem induta, iure sibi adrogat, Quod est, NVLLVM NON PROBLEMA SOLVERE.*