This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com





A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

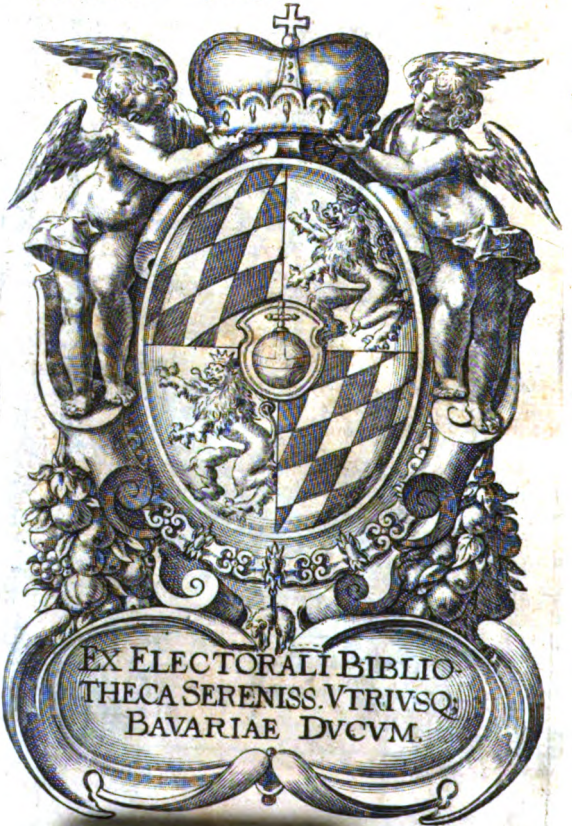
En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`



Digitized by Google

3403. Math P. 544

Mathesis pura. Arithmetica. Systema. & methodi 186.



R

Digitized by Google
50240012

L'ARITHMETIQVE
DE SIMON STEVIN
DE BRVGES:

Contenant les computations des nombres Arithmetiques ou vulgaires:

Auſſi l'Algebre, auec les equations de cinc quantitez.

Enſemble les quatre premiers liures d'Algebre de Diophante d'Alexandrie, maintenant premierement traduicts en François.

Encore vn liure particulier de la Pratique d'Arithmetique, contenant entre autres, Les Tables d'Intereſt, La Diſme; Et vn traicté des Incommenſurables grandeurs: Auec l'Explication du Dixieſme Liure d'Euclide.



A LEYDE,
De l'Imprimerie de Chriſtophle Plantin.
CIↃ. IↃ. LXXXV.

Sum Ioh. Georgij à Werdenstein

Digitized by Google

Digitized by Google

AV TRESDOCTE ET VERTVEVX SEIGNEVR Monsr IEHAN GORNETS DE GROOT.

COMBIEN *qu'entre les diuerses inclinations que la Nature à distribuë aux Hommes, il m'eſt eſcheu pour ma part, le deſir d'entendre choſes rares, ſans, helas! pouuoir attaindre le but propoſé: Si eſt ce toutesfois qu'elle y a tellement pourueu, que l'ennui de l'attente eſt aucunement ſoulagé, par le confort procedant de l'eſpoir de quelquefois y paruenir. Mais comment? Certes par la continuelle familiarité, mon* Treshonnoré Seigneur, *laquelle m'a rendu certain, non ſeulement de voſtre inſatiable & flagrante cupidité, de comprendre choſes hautes & vertueuſes; mais qu'outre cela vous eſties heureuſement paruenu à la cognoiſſance de pluſieurs myſteres; Ce qui, à cauſe de voſtre benigne & communicatiue affection, m'eſt deuenu comme ferme refuge de*

Digitized by Google

mes difficultez. Car, quelle partie de la Philosophie se pourroit il rencontrer, que vous n'y soiez versé; non pas selon le vulgaire; mais par solide intelligence des causes? Certes les disciplines Mathematiques m'en sont en partie tesmoinage; veu qu'entre autres les subtilz Problemes & Theoremes Catoptriques d'Alhazene, Vitelle, & d'Euclide, ne vous pouuoient contenter, sans veoir par l'experience leurs rares effects, preparant, & faisant preparer en toute diligence, les appareils y necessaires. En la Musique, par dessus l'exercice de la voix, des Instrumens, voire de la Composition, en laquelle (si l'on peut croire l'effect) vous n'estes pas des moindres: vous vous estes encore diligemment exercé en la Therorie d'icelle, nous en proposant & resoluant argumens non vulgaires. Quant à vostre erudition en la Iurisprudence, Physique, & Poësie, elle est notoire à vn chascun; mais à moi en particulier, vostre diligence & trauail, en l'auancement des choses tendantes à l'vtilité de la Republique: lesquelles (moiennant que l'aueugle ennemie de Raison, ou la terminante

Digitized by Google

nante Cloto ne l'empeſchent) ſeront plus grandes que l'on n'a attendu des Hommes de noſtre temps: deſorte que ie me ſens faire aucunement mon debuoir, quand i'eſtudie & m'efforce, de faire choſe agreable à voſtre treſillustre Eſprit: Ce que ie ne puis mieux faire pour ceſte fois, qu'en vous dediant l'Arithmetique, enſemble la Pratique d'icelle, meſlees d'aucunes (telles qu'elles ſont) miennes inuentions, propres à mon auis, pour l'vtilité commune: L'auancement & proſperité de laquelle eſtant voſtre delectation & ſinguliere eſtude, ie ne doubte point qu'elles ne vous donneront quelque contentement. Receuës doncques benignement, ce teſmoinage de zele, & d'immortelle affection, de celuy qui ſouhaite l'heureuſe iſſue de tous voz hauts & vertueux concepts, ceſt de

L'entierement voſtre.

Simon Steuin.

Digitized by Google

AD
SIMONEM STEVINVM
BRVGENSEM.

Multas Bruga aliis exæquat laudibus vrbes,
At cunctas anteit laudibus ingenij.
Testes tot passim populos vulgata per omnes
Nomina vel potius numina quæ peperit.
Illis non Sophiæ pars vlla intacta remansit
Quam potis humana percipere arte labos.
Sola Mathematice miro tendebat amore
Cultorem è celebri deligere vrbe sibi.
Tendebat frustrà, sine te STEVINE *fuisset:*
Qui Diuam officio prosequerere tuo.
Fœlix tu Patriâ, fœlix te Patria alumno:
Sed mage in hac fœlix Patria parte tamen,
Quo precioſior est mortalis munere vitæ,
Nascendique breui sorte perennis honos.

Dominicus Baudius Insulensis.

IN

Digitized by Google

IN OPVS SIMONIS STEVINI BRVGENSIS.

Græcia Dulichium mirata est: Roma Catonem:
Et Demosthenicos Attica turba sonos.
Est quod iactet opes nato te, Belgia STEVIN,
Iactabit primum te, tua Brugga suum.
Fœlices quibus ista licent: sunt ista laboris
(Crede mihi) meriti præmia digna tui.
Tam bene succedant non omnibus omnia;

STEVIN

Quàm bene succedant hæc tua scripta tibi.
Est aliquid scripto doctis placuisse: peritos
Atque etiam ignaros qui docet, ille docet.
Hoc opus, hic labor est, illo tibi gratulor ipso
Ars tua tam facili quod docet ire via.
Non quod Arithmeticam facile est docuisse, Magistro
Te sine (vera loquar) non bene docta fuit.
Sic numeros numerare prius, post Addita primis
Quam bene conueniant, ars tua docta docet.
Nec satis hoc, numero cum sint Diuisa priori,
Ni doceas qua quis Subtrahat arte viam.

Digitized by Google

Fractáque per partes, numero reddenda priori,
Et non fracta prius, qua ratione potes.
Aspice quàm docta quid Radix scribitur arte,
Aspice quàm bene sit Regula scripta Trium.
Teq. autor (Diophante) iterum sic traxit ab Orco
Vt noua, quæ nõ sunt, hæc tua scripta putent.
Seu numerare voles, seu mensurare libebit,
Huc ades: iste tibi præstat vtrumque liber.
Sic patriæ prodesse studes, sic nascimur omnes,
Quàm tuus in patriam est officiosus amor!
Vade liber, neque te pudeat recitare Magistrum
Sed caput attollas docta per ora virum.

Franciscus Bertie Anglus.

DE

DE OPERE OPERIBVSQVE AVTORIS SERMO.

PIERIS *intermissa diu, intermissus Apollo,*
Intermissa Charis, intermissíque labores
Ingenui antiquo satagunt includere ludo
Militiæ Sacræ desertorem. Quid amicis,
Quid Patriæ; quid debuerim Maioribus, & quid
Postremũ mihi, nulla vnquam me obliuio cepit:
Quid verò, tibi STEVINI, *ignorantia crassa.*
Proximus ergo dolo latam committere culpam,
Improbus & potui crassè ignorare quod omnes
Seu norunt, siue ignorent, nossent tamen omnes,
Optandum simul, atque operæpretiũ foret; atqui
(credo equidem norunt communiter, aut melior pars.
Non ego iam dico MONADI *suus vt locus inter*
Assertus Numeros; Quid Principium Numerorum
Quod Numerus non sit, veluti neque linea PVNCTVM.
Magnus enim fuit hîc error; pars maxima veri
Decepti specie. Dic, Lector, fons, & origo

Digitized by Google

Herbis arboribusque, & quæ sit denique plantis?
Num Radix dices? Erras. num semina? verum
Dicis. at in Numeris simili ratione, modoque
Est quod seminis obtineat vim, fons & origo
Hæc Numeris, Numerum quem si quis dixerit, errat.

Toutes les Racines sitre Nombres. pag. 30.

Longè est diuersum Radix quod dicitur illam
Dicere fas Numeri partem, Numerumque vocare.
Quælibet vt carnis pars est caro, quælibet ossis
Os, sic & Numeri Numerus pars quælibet. hinc est

Qu'il n'y a nuls nombres absurds irrationels, irreguliers inexplicables ou sourds. pag. 33

Vt non immeritò Numeros genus hoc Radices
Appellet. Iam Cæcus, Inextricabilis, atque
Surdus & Absurdus Numerus, Rationis & expers,
Quæ Monstra hæc rear esse! Humana sorte creatos
Auritos, Oculatos, Participes Rationis
Fortè velis Numeros? ipse expers es Rationis.
Absurdi nihil in Numeris absurde, sed in te

(Ne

Digitized by Google

(Ne vitij insimulato probos) in te improbe totum est.

Pluribus hoc equidē vitium mortalibus, artes
Obscuri accusant, mente ipsi ac lumine capti.
Scriptoris vitium lectorem decipit, huius
Ingenium tardum scriptorem; Ars criminis exsors.
Tanto iustius hic qui nil molitur iniquum,
Artibus vt sit bonos suus hoc agit, & malè si quid
Antiquis scriptum, aut nec scriptum, corrigit, auget.
Ingenium nostrum tenebris, & tarcere cæco,
Non res clausa iacet. Euclidis asymmeter ille
Ille liber Decimus quàm non mortalia torsit
Pectora! Clara tamen res est, tantum arrige mentem.
Ta penes arbitrium, tua sit constantia, paratam
Ad maiora viam inuenies. STEVINIVS *ille est*
Non fumum ex fulgore, sed ex fumo dare lucem
Cogitat, vt speciosa dehinc miracula promat.
Sume vnum è multis, quid non Decarithmia præstat

Des incōmensurables grandeurs, pa. 161

Decarithmia. La Disme pag. 132

Diuinum

Digitized by Google

Diuinum ſcriptoris opus? cui non ego ſi vel
Aurea mî vox ſit, centum linguæ, oráq. centum,
Omni ætate queam laudes perſoluere dignas.
Sed quid ego hæc memorem? multò maiora canebat
Qui mihi te notum STEVINI *& me tibi fecit.*
Nempe canebat vti magnum per inane remotas
Longinquis ſpatiis audire & reddere voces
Noueris, ignotas aliiſque notare figuras.
Nec mihi credibilis viſa eſſet fabula, ni me
Credere feciſſet commenti Pythagoræi
Fama vetus. magis ecce fidem ſuperare videtur
Per vada per ſcopulos intactas poſſe carinas
Siſtere. Parte alia, quid, quod dicare recepto
Terra Neptuno miracula promere rerum!
Quicquid id eſt, ſupera inuidiam, quodque vtile cenſes
Cenſeat hoc ipſum, & Res Publica ſentiat, vt te
Maturo viui viuum dignemur honore.

IAGIVS TORNVS
ΦΙΛΟΜΑΘΗΣ.

Digitized by Google

AV LECTEVR.
POVR L'OEVVRE.

Ami Lecteur, puis que VOSTRE *amitié*
Nous aimons tant qu'vn corps aime ſon ame;
Anime nous, par amours, de ce baume
De ta faueur cauſant VIVACITE'.
Anime nous, & ſerés amené
Dans vn vergier, dont l'amoureuſe flamme
Tous vertueux à contempler enflamme,
Vergier ie dy plain de felicité.
La cueillirés les ſecrets de nature,
Dont mon STEVIN *grand nõbre vous procure,*
Nombre ſi grand qu'onc nombre nombrera.
Nombre ſans nombre es nombres trouuera
Qui de ceſt' art à NOMBRER *aura cure.*
En auez vous, ami Lecteur? Voila. ☞

Darie Togon.

Digitized by Google

AV LECTEVR.

VEV que l'Arithmetique ſelon le iugement de tous, eſt ſcience vtile à vn chaſcun en particulier, & en general à toute Republique, voire vn des forts & principaux fondamens de la conſeruation de tout ceſt vniuers; Certes pluſieurs Philoſophes anciens & modernes, ne ſe ſont pas exercez ſans raiſon ſi diligemment en icelle, ny ſans bonne cauſe (conſiderant la dignité de ſi grand ſubiect) n'auons nous emploié noſtre temps & trauail, à en cueillir & deſcripre, ce que la perſuaſion nous fiſt eſperer de pouuoir auancer à la Commune; Mais qu'eſt cela? C'eſt (à fin de le comprendre ſommairement en trois poincts) premierement l'ordre, tel qu'il eſt mien. Au ſecond quelques noz inuentions. Au tiers refutation de quelques abſurditez enuieillies en ceſte ſcience; Deſquels nous pourrions dire plus amplement

Digitized by Google

ment en particulier, mais posant le suiuant effect pour declaration, & vous bening Lecteur pour iuge, nous le passerons outre. Vous suppliant nous vouloir excuser des vulgaires fautes, qui pourroient proceder de l'Imprimerie, ou par quelque oubliance, quant aux autres, que vous estimerez, peut estre, sortir de nostre mesentendement, les vouloir debonnairement corriger par certaine affection à l'augmentation de la science, non pas aigri sur nostre ignorance, veu que nous sommes tous subiects à faillir.

Ce que faisant, n'obligerez pas seulement de plus fort nostre affection, du tout vouée à vostre seruice, mais donnerez aussi courage aux autres, de manifester ce qui sera vtile à la Chose Publique.

ARGV-

Digitized by Google

ARGVMENT.

NOVS diuiſons l'Arithmetique en deux parties comprennans chaſcune en vn particulier liure, deſquels le premier ſera des definitions, qui ſeront de l'Arithmetique, & des nombres Arithmetiques (pour premiere partie du premier liure) & des nombres Geometriques (pour la deuxieſme partie) Et des effects des nombres procedans de leur comparaiſon, comme Raiſon & Proportion (pour la troiſieſme partie) & de leur computation qui eſt rationelle & proportionelle : Rationelle (pour la quatrieſme partie) comme les quatre computations generales, à ſçauoir Aiouſter, Soubſtraire, Multiplier, & Diuiſer (dicte computation rationelle, par ce qu'il y a ſeulement mutuelle habitude de termes & point comparaiſon d'egales raiſons comme en la proportion) proportionelle (pour la cincquieſme partie) comme Reigle de trois, Regle de proportionelle partition, Regle de faux.

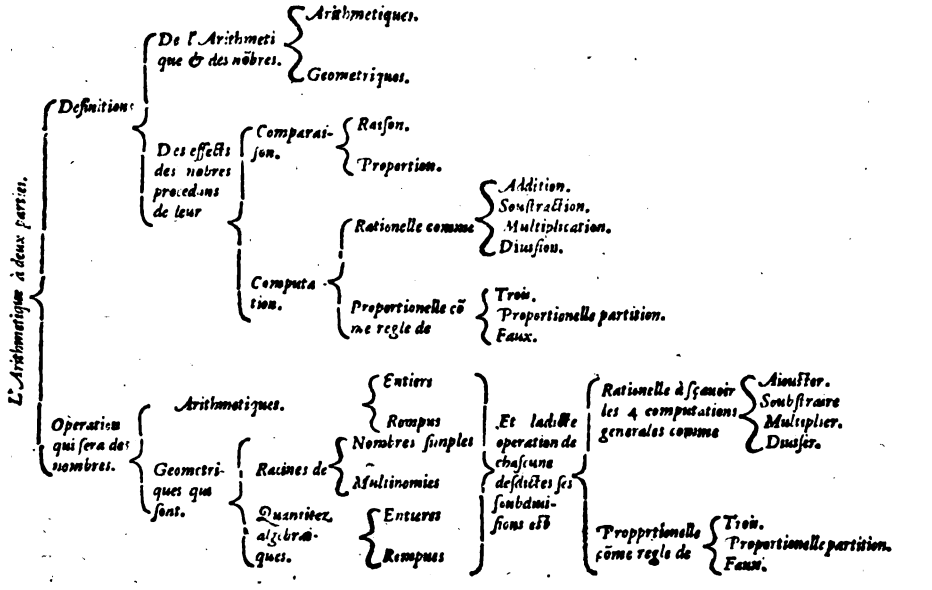
Le ſecond

Digitized by Google

Le ſecond liure eſt de l'operation, qui ſera des nombres Arithmetiques entiers & rompuz (pour premiere partie du ſecond liure) & des nombres Geometriques qui ſont racines ou radicaux ſimples, & multinomies (pour deuxieſme partie) ou quantitez Algebraiques entieres & rompues (pour troiſieſme partie) Et ladicte operation, deſdictes ſes ſoubdiuiſions ſera Rationelle, & Proportionelle; Rationelle, comme les quatre computations generales, Proportionelle, comme Regle de trois, Regle de proportionelle partition, & Reigle des faux. Et en plus grande euidence nous comprendrons l'Argument en telle table:

Arithme-

Digitized by Google



Digitized by Google

LE PREMIER LIVRE D'ARITHMETIQVE DES DEFINITIONS.

PREMIERE PARTIE DES DEFINITIONS; DE L'ARITHMETIQUE & des nombres Arithmetiques.

PARCE que l'Arithmetique (ce qui eſt auſſi commun aux autres ars) ſ'explique par motz comme ſignes de l'affection de l'ame, leſquels ſe denotent par eſcriptures; Il nous faut premierement deſcripre la ſignification des propres vocables de ceſte ſcience. Car auant que l'on comprenne la matiere de la doctrine, in conuient entendre les motz par leſquels on l'explique. Nous ferons doncques noſtre premier liure de leurs definitions, deſcripuant touſiours du commencement (en tant qu'il nous ſera poſſible) ce qui conſiſte premier en la nature.

AVERTISSEMENT A L'APPRENTIF.

VEV qu'il viendra bien à poinct ſoubs aucunes definitions, d'argumenter des proprietez des nombres (leſquelles l'apprentif pour le premier n'eſt pas tenu de ſçauoir) il m'a ſemblé bon l'aduertir comment nous auons appliqué tels argumens diſtinctement auec

Digitized by Google

leurs tiltres soubs leurs definitions, à fin que pour le premier se contentant des definitions, & de leurs explications, il puisse à son plus grand prouffit les passer oultre.

DEFINITION I.

ARithmetique est la science des nombres.

DEFINITION II.

Nombre est cela, par lequel s'explique la quantité de chascune chose.

EXPLICATION.

Comme l'vnité est nombre par lequel la quantité d'vne chose expliquée se dict vn : Et deux par lequel on la nomme deux : Et demi par lequel on l'appelle demi : Et racine de trois par lequel on la nomme racine de trois, &c.

QVE L'VNITE EST NOMBRE.

PLusieurs personnes voulans traicter de quelque matiere difficile, ont pour coustume de declairer, cõment beaucoup d'empeschemens, leur ont destourbé en leur concept, comme autres occupations plus necessaires; de ne s'estre longuement exercé en icelle estude, &c. à fin qu'il leur [illegible] à moindre preiudice ce enquoi il se pourroient [illegible] bursé, ou plustost, cõme estiment les aucuns, à fin qu'on diroit. *S'il à sceu executer cela estant ainsi destourbé, qu'eust il faict s'il en eust esté libre?* Nous sçaurions faire le semblable en ce que

Digitized by Google

que nous voulons ici dire de l'Vnité, mais non pas en verité, car ie n'ay point seulement leu à bon loisir, & sans empeschement d'autres affaires, tous les Philosophes anciens & modernes, que ie trouuois traicter de ceste matiere, mais i'en ay aussi communiqué de bouche auec quelques doctes, certes de ce temps pas des moindres, & en ceste matiere d'autre opinion que nous : Mais pourquoi cela ? par ce que ie doubtois en ce que ie proposois de l'vnité ? non certes, car i'en estois ainsi asseuré, comme si la Nature mesme me l'eust dict de sa propre bouche, voire ie le voiois (comme feront aussi de brief ceux qui ne sont pas du tout aueugles) par infiniz effects, qui n'ont point mestier de preuue: Pourquoi donc ? A fin que ie serois d'autant mieux pourueu, contre toutes obiections que i'en attendois.

Or doncques pour venir à la matiere ; Il est notoire que l'on dict vulgairement; que l'vnité, ne soit point nombre, ains seulement son principe, ou commencement, & tel en nombre comme le poinct en la ligne; ce que nous nions & en pouuons argumenter en ceste sorte :

La partie est de mesme matiere qu'est son entier,
Vnité est partie de multitude d'vnitez,
Ergo l'vnité est de mesme matiere qu'est la multitude d'vnitez ;
Mais la matiere de multitude d'vnitez est nombre,
Doncques la matiere d'vnité est nombre.

Et qui le nie, faict comme celuy qui nie qu'vne piece de pain soit du pain. Nous pourrions aussi dire ainsi :

Si du nombre donné l'on ne soulstraict nul nombre, le nombre donné demeure,

Digitized by Google

Soit trois le nombre donné, & du mesme soubstrahons vn, qui n'est point nombre comme tu veux. Doncques le nombre donné demeure, c'est à dire qu'il y restera encore trois, ce qui est absurd.

Nous pourrions aussi reciter plusieurs subtiles & sophistiques questions, qui nous ont esté proposées de bouche par les susdictes personnes, ensemble nostre refutation d'icelles, & mille absurdités en suiuãtes : mais les omettant (car il empliroit bien vn particulier & grand volume) & à fin de ne perdre huile & labeur, venons aux causes mesmes, la cognoissance desquelles dõne parfaicte intelligence. Il faut doncques sçauoir, que les Hommes iadis voians, qu'il leur estoit mestier de parler & auoir intelligence de la quantité des choses ils nommoient chasque chose simple, vn; & quand à la mesme estoit appliquée encore vne autre, les appelloient ensemble deux, & quand la proposée simple chose estoit diuisée en deux parties egales, ils nommoient chascune partie demi, &c.

Puis considerans que vn, deux, trois, demi, tiers, &c. estoient noms propres, & conuenables, pour l'explication de ladicte quantité, ils ont veu qu'il estoit necessaire de comprendre toutes ces especes soubs vn genre (car telle est leur maniere de faire en tous autres semblables comme bled, orge, auoine, ils le nomment en genre Grain; aigle, tourterelle, rossignol, en genre Oyseau) lequel genre ils appelloient nombre; Estant doncques par les principes ou causes mesmes chascun d'iceux nombre, sans doubte ils suiuent leur opinion errante, qui en apres sans consideration des causes, ont exclu l'vnité. Mais quelcun me pourra maintenant dire selon la commune sentence des Philosophes, que

pour

Digitized by Google

pour traicter ordonnéement de quelque quantité, la Nature teſmoigne qu'il faut commencer de ſon principe, comme il appert en la quantité grande, de laquelle le manifeſte principe eſt le poinct, mais il y a ici queſtion de la quantité qui ſe dict nombre, il y faut donc dire du principe ou commencement du nombre: Certes ie ne le concede pas ſimplement, ains l'afferme par la ſuiuante 3^e^ definition, car veu que la communauté & ſimilitude de grandeur & nombre, eſt ſi vniuerſelle qu'il reſemble quaſi identité, ſans doubte le nombre aura quelque choſe en ſoi, qui ſe refere au poinct. Mais que ſera ce? Ils diſent l'vnité: O heure infortunée en laquelle fut premierement produicte ceſte definition du principe du nombre! O cauſe de difficulté & d'obſcurité de ce qui en la Nature eſt facile & clair! O dommageable aduis de ceux qui l'ont concedé, ce qui nous à faict tel auancement en l'Arithmetique, comme il euſt eſté à la Geometrie, ſ'ils euſſent concedé que le poinct ſoit quelque partie de la ligne, car comme de ceſtui la n'euſt ſuiui que abſurd, ainſi (parce que du faux ne procede que faux) de ceſtui ci. Mais quelle communauté (ie vous ſupplie) y a il entre l'vnité & le poinct? certes nulle ſeruant au propos; car deux vnitez (comme ils diſent) ſont nombre, mais deux, voire mille poincts ne ſont nulle ligne: L'vnité eſt diuiſible en parties (vrai eſt qu'ils le nient mais mille leurs diſtinctions ne ſont pas ſuffiſantes, de pouuoir ainſi opprimer la nature du nombre, qu'elle ne manifeſte par force ſon eſſence, es Arithmetiques operations de pluſieurs Autheurs, comme entre autres par l'abſolute partition de l'vnité de la 33^e^ queſtion du 4^e^ liure & la 12, 13, 14, 15. queſtion du cincquieſme liure

Digitized by Google

liure du Prince des Arithmeticiens Diophante) le poinct est indiuisible : L'vnité est partie du nombre, le poinct n'est pas partie de la ligne, & ainsi des autres : L'vnité doncques n'est point telle en nombre comme le poinct en ligne. Qu'est ce donc qui lui correspond ? Ie di que ceſt o (qui ſe dict vulgairement Nul, & que nous nommons commencement en la ſuiuante 3^e definition) ce que ne teſmoignent pas ſeulement leurs parfaictes & generales communautez, mais auſſi les irrefutables effects. Les communautez ſont telles :

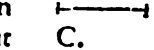
Comme le poinct eſt aioinct de la ligne, & lui meſme pas ligne, ainſi eſt o aioinct du nombre, & lui meſme pas nombre.

Comme le poinct ne ſe diuiſe pas en parties, Ainſi le o ne ſe diuiſe en parties.

Comme beaucoup de poincts, voire & qu'ils fuſſent de multitude infinie, ne font pas ligne; ainſi beaucoup des o encore qu'ils fuſſent en multitude infinie ne font nul nombre.

Comme la ligne A B ne ſe peut augmenter par addition du poinct C, ainſi ne ſe peut le nombre D 6, augmenter par l'addition de E o, car aiouſtant o à 6 ils ne font enſemble que 6.

Mais ſi l'on concede que A B ſoit prolongée iuſques au poinct C, ainſi que A C ſoit vne continue ligne, alors A B ſ'augmente par l'aide du poinct C; Et ſemblablement ſi l'on concede que D 6, ſoit prolongé iuſques en E o, ainſi que D E 6 o ſoit vn continue nombre faiſant ſoixante,



Digitized by Google

soixante, alors D 6 l'augmente par l'aide du nul o, & ainsi en plusieurs autres que nous passons outre pour brieueté.

Quant aux effects nous pourrions dire du commencement de quantité algebraique, defini à la suiuante 14e definition, aussi du commencement defini à la deuxiesme definition de la DISME, par les constructions desquelles, il appert suffisamment, que le o est le vrai & naturel commencement, lequel comme ferme fondament nous à conduict à quelques inuentions descriptes (telles qu'elles sont) au suiuant: Mais à fin que l'on n'estime que ie veux proposer outrecuideement, mes inuentions à telle preuue, nous prendrons autre matiere suffisante, non pas d'autheurs de peu d'estime, mais entre autres les tables de Ptolemée, Alfonse, Nicolas Coperne, Iehan de Montroial, & semblables, esquelles la description, ou signification du poinct geometrique, se rencontre souuent entre les nombres. Prennons pour exemple les tables des Sinus de Iehan de Montroial, la ou chasque degré est vne ligne oblique, de laquelle la longueur est la $\frac{1}{360}$ de la peripherie du circle, l'extremité de laquelle ligne, est le poinct Mathematique dont nous auons dict ci dessus: Mais auec quoi est signifié chascun d'iceux, qui sont iusques à nonante? certes (en mon exemplaire) par o au commencement de chasque premiere colomne, & semblables exemples sont fort communs en plusieurs autres tables. Or si encore le o ne fust pas cela en nombre, ce que le poinct est en ligne, lesdicts grans mathematiciens, voire la nature auec eux, ont en ceci tous falli; Soit ainsi, doncques au poinct se refere quelque autre chose que o, posons que ce soit

Digitized by Google

ſelon voſtre opinion 1,& en examinons la verité, mettant 1 pour le commencement ou extreme poinct (par exemple) du 3e degré, auquel correſpond 523360 (ie parle de la table de Iean de Mohtroial, la ou le demidiametre faict 10000000) mais ceci eſt faux, car à 1 comme demonſtre ladicte table, correſpond 526265: Ou bien pour veoir double rencontre, il appert que 0, commencement du nombre, correſpond à 0, poinct & commencement du quadrant, alencontre duquel tu veux mettre 1, mais à 1 correſpond 2909. Doncques 1 ne ſignifie pas le poinct, mais 0; Et qui ne le peut veoir l'auteur de Nature aye pitie de ſes infortunez yeulx, car la faute n'eſt pas en l'obiect, ains à la veue que nous ne lui ſçauons pas donner.

QVE NOMBRE N'EST POINCT QVANTITE DISCONTINVE.

NOVS pourrions ici deſcripre pluſieurs inconueniens, procedez du ſuſdict faux fondament, mais veu qu'il auroit bien meſtier d'vn traicte particulier, ce ne ſera pas ici ſon lieu: Mais parce que nous auons dict ci deſſus, que 6, prolongé iuſques en 0, faict vn continue nombre de ſoixante, contre le vulgaire. *Nombre eſt quantité diſcontinue ou diſioincte.* il nous faut encore refuter ceſte impropre definition ainſi:

Tout ce qui n'eſt qu'vne quantité, n'eſt poinct quantité diſioincte;

Soixante ſelon qu'il eſt nombre, eſt vne quantité (à ſcauoir vn nombre.)

Soixante doncques ſelon qu'il eſt nombre, n'eſt point quantité diſioincte.

Quant

Digitized by Google

Quant à ce que vous diuisez par vostre imagination, ceste proposée vnique & entiere quantité en soixante vnitez (ce que pourries faire par mesme raison en trente dualitez, ou vingt trinitez, &c.) & que puis apres vous definez le diuisé, ce n'est pas definition du proposé dont il est question: vous pourriez semblablement diuiser la proposée grandeur par l'imagination en soixante parties, & puis par mesme raison la definir estre quantité discontinue, ce qui est absurd. Comme doncques la generale communauté de grandeur & nombre aux autres, ainsi en cestui ci; à sçauoir à vne continue grandeur, correspond le continue nombre qu'on lui attribue, & telle discontinuité que puis apres reçoit la grandeur par quelque diuision, semblable discontinuité reçoit aussi son nombre. Et à fin d'en parler par exemple, le nombre est quelque chose telle en grandeur, comme l'humidité en l'eau, car comme ceste ci s'estend par tout & en chasque partie de l'eau; Ainsi le nombre destiné à quelque grandeur s'estend par tout & en chasque partie de sa grandeur: Item comme à vne continue eau correspond vne continue humidité, ainsi à vne continue grandeur correspond vn continue nombre: Item comme la continue humidité de l'entiere eau, souffre la mesme diuision & disioinction que son eau; Ainsi le continue nombre souffre la mesme diuision & disioinction que sa grandeur; De sorte que ses deux quantitez ne se peuuent distinguer par continue & discontinue, dont nous pourrions exhiber plusieurs argumens, mais nous le conclurons par ceste leur contradiction. *Nombre* (disent ils) *est quantité disioincte*, & alieurs au contraire *Nombre est quantité conioincte ou composée de mul-*

Digitized by Google

titude d'vnitez : Certes ſi les vnitez ſont conioinctes, elles ne ſont pas diſioinctes, ny par conſequent leur conionction, ne produict poinct quantité diſioincte. Nous accomplirons la reſte par la premiere theſe de noz theſes Mathematiques.

DEFINITION III.

Les characteres par leſquels ſe denotent les nombres ſont dix : à ſçauoir o *ſignifiant commencement de nombre, Et* 1 *vn, Et* 2 *deux, Et* 3 *trois, Et* 4 *quatre, Et* 5 *cinc, Et* 6 *ſix, Et* 7 *ſept, Et* 8 *huict, Et* 9 *neuf.*

DEFINITION IIII.

Chaſques trois characteres d'vn nombre ſ'appellent membre, deſquels le premier, ſont les premiers trois characteres à la dextre; Et le ſecond membre, les trois characteres ſuiuans vers la ſeneſtre; Et ainſi par ordre du troiſieſme membre, & autres ſuiuans, tant qu'il y en aura au nombre propoſé.

EXPLICATION.

Soit quelque nombre tel 3 5 7 8 7 6 2 9 7. Les 297. ſ'appellent premier membre, & 8 7 6 ſecond, & 3 5 7 troiſieſme.

DEFI-

Digitized by Google

DEFINITION V.

Le premier charactere du premier membre commençant à dextre vers la seneſtre, ſignifie ſimplement ſa valeur, le ſecond autant de fois dix qu'il contient vnitez, le troiſieſme, autant des fois cent qu'il contient vnitez; Et le premier charactere du ſecond membre, autant de fois mille qu'il contient vnitez; & ainſi par dixieſme progreſſion des autres characteres contenuz en tout nombre propoſé.

EXPLICATION.

Soit quelque nombre tel 7 5 6 8 7 1 3 0 7 8 9 2 7 6. Doncques ſelon ceſte definition le premier charactere 6, faict ſix, & le 7 ſuiuant ſeptante, & le 2 ſuiuant deux cent, & le 9 neuf mille, & ainſi des autres. Pour doncques expliquer ce nombre, on mettera ſur chaſque premier charactere de chaſque membre (excepté le premier) vn poinct; Puis on dira, ſeptante cinc mille mille mille mille (à ſçauoir autant des fois mille qu'il y a des poincts depuis le 7 iuſques à la fin) ſix cents huictanteſept mille mille mille, cent trente mille mille, ſept cens huictanteneuf mille, deux cens ſeptante ſix.

DEFINITION VI.

Nombre Arithmetique eſt celui qu'on explique ſans adiectif de grandeur.

Digitized by Google

EXPLICATION.

Le nombre à deux eſpeces, deſquelles l'vne eſt expliquée par adiectif de grandeur, comme les nombres quarrez, cubiques, racines, quantitez, &c. leſquels nous appellons nombres Geometriques, & ſeront definiz à la ſeconde partie ſuiuante; l'autre eſpece eſt ſimplement expliquée ſans ledict adiectif, comme vn, deux, trois, trois cinequieſmes, &c. Nous appellons tels nombres par diſtinction de l'autre eſpece, nombres Arithmetiques.

DEFINITION VII.

Nombre entier eſt vnité, ou compoſée multitude d'vnitez.

DEFINITION VIII.

Nombres entre eux premiers ſont ceux qui n'ont point de multitude d'vnitez pour commune meſure.

EXPLICATION.

Comme 5 & 7 ou 10 & 13 & ſemblables: par ce qu'ils n'ont point de multitude d'vnitez, qui leur ſoit commune meſure, ſ'appellent nombres entre eux premiers.

DEFINITION IX.

Nombres entre eux compoſez ſont ceux qui ont multitude d'vnitez pour commune meſure.

EXPLI-

Digitized by Google

EXPLICATION.

Comme 9 & 12 par ce que nombre de multitude d'vnitez à ſçauoir 3, eſt leur commune meſure, ils ſ'appellent, nombres entre eux compoſez.

DEFINITION X.

Nombre rompu, eſt partie ou parties de nombre entier.

EXPLICATION.

Comme eſtant vn diuiſé en trois parties egales, vne des meſmes eſt nombre rompu, qu'on deſcript ainſi $\frac{1}{3}$ & ſ'appelle vn tiers. Ou eſtant 1 parti en quatre parties egales, trois des meſmes eſt nombre rompu: lequel ſe deſcript ainſi $\frac{3}{4}$ & ſ'appelle trois quarts. ou eſtant 1 parti en trois parties egales, ſept de telles parties eſt nombre rompu qu'on deſcript ainſi $\frac{7}{3}$. & ſ'appelle ſept troiſieſmes

DEFINITION XI.

Numerateur de rompu, eſt le nombre ſuperieur explicant la multitude des parties y contenues.

EXPLICATION.

Soient trois quarts deſcripts ainſi $\frac{3}{4}$, doncques le 3 ſ'appelle numerateur, par ce qu'il explique ou nombre la multitude des parties contenues au meſme rompu: car $\frac{3}{4}$ eſt vn rompu compoſé de quartes, & le 3 nous

Digitized by Google

monſtre (comme en nombrant) que des meſmes quartes il en y a trois, d'ou il eſt appellé numerateur.

DEFINITION XII.

Nominateur de rompu, eſt le nombre inferieur explicant ſa qualité.

EXPLICATION.

Soient trois quarts deſcripts ainſi $\frac{3}{4}$: l'inferieur nombre donc 4 parce qu'il explique ſa qualité ou qu'il nomme quel rompu c'eſt, à ſçauoir vn rompu de quartes, on l'appelle nominateur.

DEFINITION XIII.

Rompu premier, eſt celui duquel le numerateur & nominateur ſont nombres entre eux premiers.

EXPLICATION.

Comme $\frac{1}{7}$ ou $\frac{3}{8}$ & ſemblables.

LA

Digitized by Google

LA SECONDE PARTIE,

DES DEFINITIONS DES NOMBRES GEOMETRIQVES.

APRES que les anciens auoient apperceu la vertu de la progreſſion des nombres comme ceux ci 2. 4. 8. 16. 32. &c. ou 3. 9. 27. 81. 243, &c. la ou le premier multiplié par ſoi, donne pour produict le ſecond de l'ordre, puis le ſecond autrefois multiplié par le premier, donne le troiſieſme de l'ordre, & le troiſieſme multiplié par le premier donne le quatrieſme de l'ordre & ainſi des autres; car 2 par ſoi faict 4, le meſme par 2 faict 8, & ceſtui ci par 2 faict 16, &c. Semblablement 3 par ſoi faict 9, le meſme par 3 faict 27, & ceſtui-ci par 3 faict 81, &c. Ils ont veu qu'il eſtoit neceſſaire, de donner des propres noms à ces nombres, par leſquels on les pourroit diſtinctement ſignifier, appellans le premier en l'ordre *Prime*, que nous ſignifierons par ①, & le deuxieſme en l'ordre ils le nommoient *Seconde*, que nous denoterons par ②, & ainſi des autres, par exemple:

① 2. ② 4. ③ 8. ④ 16. ⑤ 32. ⑥ 64, &c.

Item

① 3. ② 9. ③ 27. ④ 81. ⑤ 243. ⑥ 729, &c.

Puis voians que ce premier nombre, eſtoit comme coſté de quarré, & le ſecond ſon quarré, & le troiſieſme le cube du premier, &c. & que ceſte ſimilitude des nombres & grandeurs, manifeſtoit pluſieurs ſecrets des nombres, ils leur ont auſſi attribué les noms des

Digitized by Google

grandeurs, appellans le premier *Costé*, le second *Quarré*, le troisiesme *Cube*, &c. & consequemment tous ces nombres en general *Nombres Geometriques*. Mais consideré l'vtilité de la parfaicte intelligence de la communauté de ces nombres auec leurs grandeurs, nous descriprons ces grandeurs par ordre comme leur fondament, en ceste sorte:

DESCRIPTION DV FONDEMENT DES NOMBRES GEOMETRIQVES.

SOIT tirée la ligne A, de laquelle la quantité soit plus grande que vnité comme 2 (2 doigts ou pieds, ou ce que l'on voudra) Puis soit escript le quarré B, duquel le costé soit egal à la ligne A, & semblablement le cube C, duquel le costé soit egal à A. Item le docide D (cest à dire poutre ou solide rectangle, qui a le costé entre deux quarrez opposites plus long que le costé du quarré) en telle raison au cube C, comme le nombre expliquant le quarré B, au nombre expliquant la A, & & que sa base quarrée (comme aussi de tous les docides suiuans) soit egal au quarré B. Puis le docide E, en telle raison à D, comme D à C. Item le docide F, en telle raison à E, comme D à C: & ainsi on pourroit continuer plus auant. Puis soit tirée la ligne G, respondante à l'vnité: à sçauoir à telle vnité, comme A en faict 2. Item soit tirée la ligne H, moienne proportionelle entre G & A. Item la ligne I antecedente de deux moiennes proportionelles entre G & A. & les quantitez des grandeurs seront telles A 2. B 4. C 8. D 16. E 32. F 64. H. racine quarrée de racine quarrée de 4 (à sçauoir

Digitized by Google

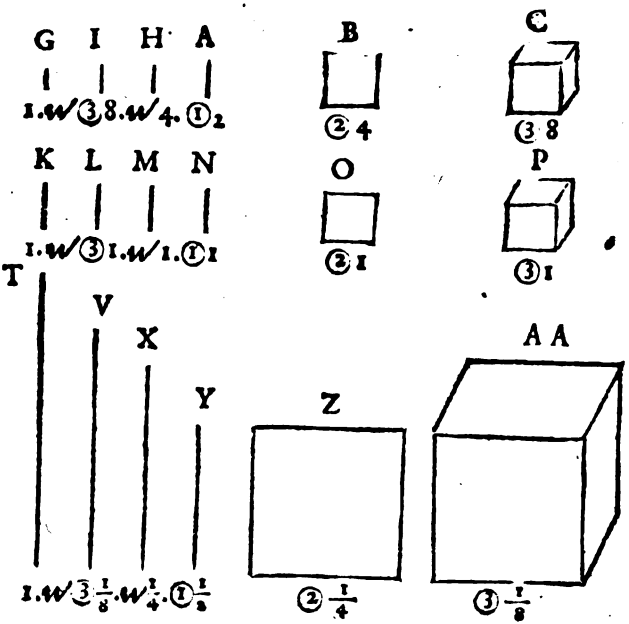
ſçauoir du quarré B) & I racine cubique, de racine cubique de 8 (à ſçauoir du cube C) & L vaudra 1. Et ſera acheué le premier reng procedant de la ligne A maieure que vnité.

Soit auſſi deſcript de meſme ſorte le reng K. L. M. N. O. P. Q R. S. deſquelles N, ſoit ligne reſpondante à la A, & ſa quantité ſoit de vnité, & O ſoit quarré, quantité reſpondante à la B, & ainſi des autres, & toutes les quantitez comme P Q R S, ſeront cubes & la quantité de chaſcune grandeur ſera 1. Et ſera acheué le ſecond reng procedant de la ligne N, de laquelle la quantité eſt vnité.

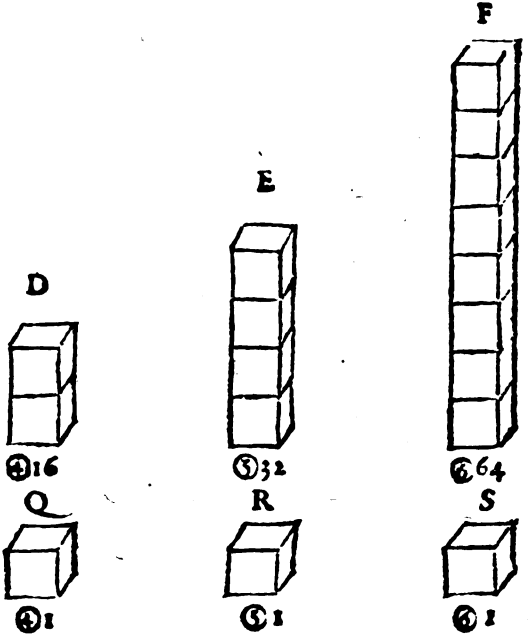
Et de meſme ſorte ſoit deſcript le reng T. V. X. Y. Z. A A. B B. C C. D D. deſquelles Y ſoit ligne reſpondante à la A, & ſa quantité ſoit moindre que vnité, comme $\frac{1}{2}$, & Z ſoit quarré, quantité reſpondante à la B, & ainſi des autres, & les quantitez B B. C C. D D. ſeront proportionels plinthides, c'eſt à dire tuilles ou ſolides rectangles, qui ont le coſté entre deux quarrez oppoſites plus court que le coſté du quarré, & leurs quarrez ſont egaux au quarré Z. Et les quantitez des grandeurs ſeront telles Y $\frac{1}{2}$. Z $\frac{1}{4}$. A A $\frac{1}{8}$. B B $\frac{1}{16}$. C C $\frac{1}{32}$. D D $\frac{1}{64}$. X racine quarrée de racine quarrée de $\frac{1}{4}$, à ſçauoir du quarré Z, & V racine cubique de racine cubique de $\frac{1}{8}$, à ſçauoir du cube A A, & T vaudra 1. Et ſera parfaict le troiſieſme reng procedant de la ligne Y moindre que vnité.

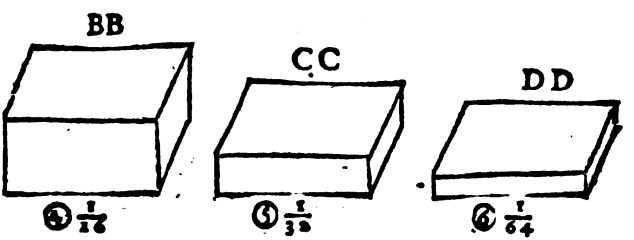
G. I.

Digitized by Google



Digitized by Google





Digitized by Google

Voila acheuée la deſcription du fondement des nombres Geometriques, par lequel nous eſperons facilement demonſtrer leurs vraies proprietez, & refuter legitimement quelques abſurditez en vſe.

Premierement faut conſiderer, que au lieu de noſtre ſexte quantité F qui eſt docide, & de la ſexte quantité D D qui eſt plinthide, il eſt vulgaire d'en faire vn cube qu'ils appellent cube de quarré, ou quarré de cube. Et ſemblable difference y a il en toutes les figures ſuiuantes la quarte quantité: mais que ces formes ci ſont les vraies & naturelles & pas celles la, appert entre beaucoup d'autres par la racine, ou le coſté des meſmes quantitez. Par exemple l'on requiert la racine ou le coſté de ladicte ſixieſme quantité F 64, nous diſons tous qu'il eſt 2, Or voions quelle des figures eſt propre, vraiement c'eſt le docide, & point le cube: car il appert en noſtre figure F, que chaſque coſté des baſes eſt egal à A, qui faict 2 par l'Hypotheſe: mais quand au lieu de F docide, ſera faict vn cube; ſon coſté ſera 4: on dira doncques que le coſté de 4 eſt 2, qui eſt abſurd. Et de meſme ſorte quand le coſté de tel cube ſera 100, tu le diras eſtre 10. Item quand pour la ſixieſme quantité D D $\frac{1}{64}$ qui eſt plinthide, on met vn cube, nous dirons tous que ſon coſté ſera $\frac{1}{2}$, ce qui eſt vrai au plinthide, mais au cube il ſera manifeſte qu'en tout ſon corps n'y a aucune ligne ſi longue, car ſon coſté ſera ſeulement de $\frac{1}{4}$, ergo abſurd. Et ſemblable improprieté ſe pourra demonſtrer aux autres quantitez. Telles figures doncques ne nous expliquent pas les vrais fondemens.

Au ſecond; veu que la proportion des quantitez eſt continue, c'eſt equitable & vtile, que la meſme continuité

Digitized by Google

nuité appert auſſi à l'œil aux figures, comme au precedent fondement. La reſte dependant de ceſte matiere ſera declairée au ſuiuant chaſcun en ſon lieu, la ou il viendra à poinct.

DEFINITION XIIII.

Commencement de quantité, eſt tout nombre Arithmetique ou radical quelconque, ſon charactere eſt tel ⊙.

EXPLICATION.

Comme (par exemple) c'eſt autre choſe au zodiaque le commencement du Bellier, autre le premier degré du Bellier: car l'vn eſt poinct, l'autre ligne : à ſçauoir la $\frac{1}{360}$ de ſon circle. Ainſi voulons nous ici par cõmencement de quantité ſignifier autre choſe que par premiere quantité de laquelle la definition ſenſuit. Doncques tout nombre Arithmetique ou radical quelconque, qu'on vſe en computation algebraique comme 6 ou $\sqrt{3}$ ou $2+\sqrt{3}$, &c. nous l'appellons commencement des quantitez, le charactere le ſignifiant eſt tel ⊙: mais ſera ſeulement vſé quand les nombres Arithmetiques ou radicaux ne ſeront pas abſolutement deſcripts.

DEFINITION XV.

Prime quantité, eſt vne ligne droicte nombre expliquée, ſon charactere eſt tel ①.

EXPLICATION.

COMME la ligne A, nombre expliquée à ſçauoir

ſçauoir 2 ſ'appelle prime quantité, & de meſme ſorte eſt prime quantité la ligne N, de laquelle le nombre l'explicant eſt 1. Item la ligne Y de laquelle le nombre l'explicant eſt $\frac{1}{2}$.

DEFINITION XVI.

Seconde quantitè, eſt vn quarré deſcript d'vne ligne egale à la prime quantité, ſon charactere eſt tel ②.

EXPLICATION.

Comme le quarré B, ſ'appelle ſeconde quantité, & de meſme ſorte ſont ſecondes quantitez les quarrez O & Z.

DEFINITION XVII.

Tierce quantité, eſt vn cube duquel le coſté eſt egal à la prime quantité, ſon charactere eſt tel ③.

EXPLICATION.

Comme le cube C, ſ'appelle tierce quantité, & de meſme ſorte ſont tierces quantitez les cubes P & A A.

DEFINITION XVIII.

Quarte quantité, eſt vn ſolide rectangle, duquel deux baſes oppoſites ſont quarrez egaux à la ſeconde quantité, & en telle raiſon à la tierce quan-

Digitized by Google

quantité, comme le nombre de la seconde quantité au nombre de la prime quantité: son charactere est tel ④. Quinte quantité est vn solide rectangle duquel deux baſes oppoſites ſont quarrez egaux à la ſeconde quantité, & en telle raiſon a la quarte quantité, comme la quarte à la tierce: ſon charactere eſt tel ⑤. Et la meſme raiſon a toute autre quantité conſequente à ſon antecedente.

EXPLICATION.

Comme les ſolides rectangles D. Q. B B. ſ'appellent quartes quantitez. Item les ſolides rectangles E & R & C C ſ'appellent quintes quantitez, & F. S. D D. ſextes quantitez & ainſi des autres ſemblables.

NOTA.

Il eſt à noter que les trois premieres qnantitez deſquelles auons dict ci deſſus (à ſçauoir prime, ſeconde, & tierce quantité) ne changent point de forme, comme faict la quatrieſme & autres enſuiuantes: c'eſt à dire ① eſt touſiours quelque ligne droicte, & ② touſiours quarré. Et la troiſieſme quantité touſiours cube, mais la quarte quantité & autres ſuiuantes ne ſont pas touſiours figures de meſme forme: car quand le nombre de la ① eſt maieur que vnité, ſeront tous docides, & eſtant vnité ſeront tous cubes: mais eſtant moindre que vnité ſeront tous plinthides.

Digitized by Google

QVE LES DIGNITEZ OV DENOMINATEVRS DES QVANTI-

ne ſont pas neceſſairement nombres entiers, mais potentiellement nombres rompuz & nombres radicaux quelconques.

Il eſt aſſez notoire à ceux qui ſ'exercent en computations algebraiques (car c'eſt à eux que nous parlons ici) que quand il y a à extraire racine quarrée de ①, ou de ③, ou bien racine cubique de ② & de ſemblables, qu'il faut dire, que c'eſt racine d'autant. Par exemple racine quarrée de 4 ① ſe dict ✓ 4 ①, la raiſon eſt, qu'il n'y a en vſe aucunes algebraiques quantitez qui pourroient autrement ſignifier telles racines. Toutesfois le $\frac{1}{2}$ en circle ſeroit le charactere de racine de ①, parce que le meſme (ſuiuant la reigle de multiplication des autres quantitez) multiplié en ſoy donne produict ①, & par conſequent $\frac{1}{2}$ en vn circle ſeroit le charactere de racine quarrée de ③, par ce que telle $\frac{1}{2}$ en circle multipliée en ſoi donne produict ③, & ainſi des autres; de ſorte que par tel moien on pourroit de toutes ſimples quantitez extraire eſpeces de racines quelconques, comme racine cubique, de ② ſeroit $\frac{1}{3}$ en circle, &c.

Or par la conſideration de ces choſes nous eſt deuenu manifeſte ce qui au parauant nous eſtoit plus obſcur, à ſçauoir que la prime quantité, laquelle les algebraiciens vſent pour l'inferieure ne l'eſt pas, conſideré ce qui conſiſte potentiellement en eux: mais comme il y a vn infini maieur progres des quantitez depuis l'vnité, ou de la prime quantité en aſcendant, comme ① ② ③, &c. ainſi y a il ſemblable infini moindre progres de la prime

la prime quantité en descendant, qui se pourroit signifier par $\frac{1}{1}$. $\frac{1}{①}$ en circles, & si pourroit on par les mesmes proceder comme par denominateurs entiers.

Or si l'vsage de telles quantitez pouuoit auancer en la reigle de trois algebraique (vulgairement dicte equation) à sçauoir que par icelles vn sceust venir au dessus des quantitez ④ ③ ② ① ⓪ de Lois de Ferrare (ce qu'auons tenté, mais cõbien qu'ainsi ie pouuois extraire racines de toutes quantitez; toutesfois n'y auons peu auenir, comme à son lieu en dirons plus amplement) certes leur vsage seroit par raison à conceder. Mais n'estant cela pour l'heure pas ainsi, vserons seulement les vulgaires entieres, d'autant plus que toutes computations algebraiques se peuuent acheuer sans icelles. Car à la fin autant faisons par racine de 4 ①, comme par 2 mis deuant $\frac{1}{②}$ en circle. Tellement que par ce discours auons seulement voulu manifester ce qui consiste potentiellement en la matiere, à fin que par ainsi rendissions le subiect plus notoire. Il pourroit aussi auenir que ceste souuenance causeroit à vn autre quelque auancement.

DEFINITION XIX.

Nombre algebraique entier, est quantité ou composée multitude de quantitez.

EXPLICATION.

Il est à considerer qu'integrité ou fraction de nombre algebraique, ne se refere point au nombre de multitude, ou valeur de la quantité; mais seulement â la denomination ou dignité d'icelle, car $\frac{1}{4}$ ① ou $\sqrt{2}$ ③ & semblables, sont autant nombres algebraiques entiers cõme 3 ①, par ce que cõme nous auons dict nous

Digitized by Google

prenons ſeulement regard à la denomination de la quantité, qui eſt ici entiere: mais fraction algebraique eſt telle comme la definition en ſuict.

DEFINITION XX.

Nombre algebraique rompu, eſt partie ou parties de nombre algebraique entier.

EXPLICATION.

Comme $\frac{2①}{3②}$ eſt nombre algebraique rompu, qui ſ'explique ainſi; deux primes diuiſées par trois ſecondes.

DEFINITION XXI.

Quantitez entre elles premieres, ſont celles qui n'ont point de diuerſes eſpeces de quantitez pour commune meſure.

DEFINITION XXII.

Quantitez entre elles compoſees ſont celles, qui ont diuerſes eſpeces de quantitez pour commune meſure.

DEFINITION XXIII.

Rompu algebraique premier eſt celui duquel le numerateur & nominateur ſont nombres entre eux premiers.

DEFINITION XXIIII.

Quantitez continues en l'ordre, ſont celles entre

Digitized by Google

entre leſquelles ne defaut aucune quantité de leur naturelle progreſſion.

EXPLICATION.

Comme ⊙ & ①. Item ② & ③. Item ① ② ③ ④ &c. ſ'appellent quantitez continues. Et par le contraire eſt manifeſte qu'elles quantitez ſont diſcontinues, à ſçauoir comme ① & ③, ou ② & ⑤, &c.

DEFINITION XXV.

Superieure quantité eſt celle, de laquelle le nominateur l'explicant eſt maieur.

EXPLICATION

Comme ④ appellons ſuperieure ou plus haulte quantitè que ② ou ③, & par le contraire eſt manifeſte qu'elle eſt quantité inferieure. Nous appellons telle quantité, quantité ſuperieure; à fin d'oſter l'ambiguité qui ſe rencontre en les appellans quantitez maieures: par exemple ſoient 6 ① & 3 ②, Or ſi l'on parle ici de maieure quantité ſera choſe ambigue quel des deux ſera la maieure: à ſçauoir ſi le vocable maieure ſe deura referer au nõbre de la multitude des quantitez: en quel reſpect ſeront maieures les 6 ①; ou en reſpect des nominateurs des quantitez, ſelon lequel ſont maieures, les 3 ②. Ou en reſpect de leurs valeurs, ſelon lequel chaſcun pourra eſtre le maieur. Par exemple ſi la valeur de 1 ④ fuſt 2, les trois ② ſeront maieures, car vauldront 24; & les 6 ① ſeulement 12: mais ſi la valeur de 1 ① fuſt 1, alors au contraire les 6 ① ſeront maieures: car elles vauldront 6, & les 3 ② ſeulement 3: mais quand nous diſons de la ſuperieure quantité, ce ſera ſans doubte parlé des 3 ②.

Digitized by Google

DEFINITION XXVI.

Multinomie algebraique eſt vn nombre conſiſtent de pluſieurs diuerſes quantitez.

EXPLICATION.

Comme $3③+5②-4①+6$ ſ'appelle multinomie algebraique. Et quand il aura deux quantitez comme $2①+4②$ ſ'appellent binomie, & de trois quantitez ſ'appellera trinomie, &c.

DEFINITION XXVII.

① applicquée a ⊙ nous nõmons quantitez primitiues. Et quantité quelconque ſuperieure que ① applicquée a ⊙ leurs deriuatiues, & toutes quantitez appliquees a ⊙ auſquels n'exiſtent autres inferieurs denominateurs de quantitez à leurs denominateurs proportionels nous nommons primitiues, & icelles proportionelles leurs deriuatiues.

EXPLICATION.

Comme ① & ⊙ nous nõmons quantitez primitiues, & leurs deriuatiues comme ②⊙, ou ③⊙, ou ④⊙, &c. Mais quand il y a plus d'vne quantité appliquée a ⊙ comme ②①⊙, ou ③①⊙, ou ③②⊙, ou ③②①⊙, ou ④②①⊙, ou ④③②①⊙, &c. auſquels n'exiſtent autres inferieurs denominateurs à leurs denominateurs proportionels & de meſme multitude, nous les nommons primitiues, & quand autres appliquez

Digitized by Google

pliquez nominateurs sont à iceux appliquez denominateurs proportionels nommons iceux autres leurs deriuatifs, cõme ④.② ⊙ sont deriuatifs desdicts ② ① ⊙ parce que comme 2 a 1 (denominateurs) ainsi 4 a 2, & pareillement dirons ⑥ ③ ⊙ estre deriuatifs desdicts ② ① ⊙, par ce que cõme 2 a 1 ainsi 6 a 3. Et de mesme sorte dirons ⑥ ② ⊙ estre deriuatifs de ③ ① ⊙. Et semblablement ⑧ ⑥ ④ ② ⊙, ou (11) ⑨ ⑥ ③ ⊙ estre deriuatifs de ④ ③ ② ① ⊙, & ainsi desautres.

Mais pour dire de l'vtilité de ceste definition faut sçauoir qu'en la regle de proportion des quantitez, la ou par trois termes donnez, nous cherchons vn quatriesme proportionel, les deriuatifs ont la mesme maniere d'operation que leurs primitifs. Comme si les deux premiers termes furent deriuatifs, tels ② ⊙, ou ③ ⊙ ils auront vne operation semblable à celle de leurs primitifs ① & ⊙. Item si les deux premiers termes furent ④ & ②, ⊙, ou ⑥ & ③ ⊙, &c. ils auront vne operation semblableble à icelle de leurs primitifs ② & ① ⊙. Et ainsi de tous autres: d'ou s'ensuiura qu'en vn seul probleme, à sçauoir le 78. comprehendrons tous les deriuatifs (qui sont en infini) des antecedens primitifs; Pourtant celui qui voudra bien entendre ledict 78 prob. il sera necessaire de bien entendre ceste definition.

DEFINITION XXVIII.

Quantitez postposees sont celles qui en l'algebre se posent aucunefois apres les positiues.

EXPLICATION

Toutes les quantitez d'vne algebraique operation,

Digitized by Google

qui ne ſont pas notees du ſigne des poſtpoſees quantitez ſont touſiours poſitiues ou premieres poſees, & d'vne meſme progreſſion, mais par ce que en aucunes operations eſt neceſſaire de poſer quantitez d'vne autre progreſſion que n'eſt la premiere, appellons les meſmes poſtpoſees quantitez, & leurs ſignes ſont tels, 1 ſec ① ſignifie vne ſeconde ①, c'eſt à dire 1 ① ſecondement poſée, car toutes quantitez qui n'ont point tel vocable comme 1 ① ou 3 ②, &c. ſont poſitiues ou premierement poſees. Item 1 ter ① ſignifie vne tierce ①; c'eſt à dire 1 ① tiercement poſée. Item 2 ſec ③ ſignifie 2 ſecondes ③, à ſçauoir 2 ③ procedans de la 1 ſec ①. Item 3 ① M ſec ① ſignifie 3 ① multipliees par 1 ſec ①, ou le produict de 3 ① multipliees par 1 ſec ①. Item 3 ① M ſec ① M ter ② ſignifie 3 ① multipliees par 1 ſec ① & le meſme multiplié par 1 ter ②.

Item 5 ② D ſec ① M ter ② ſignifie 5 ② diuiſees par 1 ſec ①, & le meſme multiplie par 1 ter ②, &c.

DEFINITION XXIX.

La prime quantité qui eſt egale au coſté de chaſque quantité, ſ'appelle auſſi racine, la marque de coſté ou racine eſt telle ✓.

EXPLICATION.

La prime quantité de la 15 definition ſ'appelle auſſi metaphoriquement racine; & cela à cauſe que comme la racine eſt ſource de tout ce qui croiſt ſur lui, ainſi reſemble la prime quantité la ſource ou racine de toutes les quantitez de ſon reng, & eſt touſiours egal à chaſque coſté du meſme, comme A au fondement eſt egale au coſté

Digitized by Google

au costé de B, de C, de D (à sçauoir au moindre costé de D.) La marque signifiant racine ou costé est telle ✓, laquelle mise deuant ③ comme ✓ ③ denote racine de cube, ou racine de tierce quantité: & semblablement ✓ ⊕ signifie racine de quarte quantité. Et de mesme sorte pourrions dire ✓ ② signifier racine de quarré, ou de seconde quantité, mais pour la signifier il est en vse (a cause de brieueté) de delaisser le signe ②, & mettre seulement ✓, par lequel on entend racine ou costé de quarré.

QVE RACINE EST VOCABLE CONVENABLE A L'ART.

Il y a des aucuns qui reiectans le vocable racine, disent, costé de quarré ou de cube, ne se pouuoir nommer racine sinon ineptement, mais à mon auis ils n'exhibét pas conuenable distinction. Car combien que racine est tousiours egale à costé; toutesfois autre quantité, est racine comme A, que costé de B ou de C: pourtant quand nous disons racine de B, c'est à dire A: car A est sa racine ou source: mais quand nous disons costé de B, qui est a la A egal, adonc nous parlons du costé essentiel de B. Nous vserons donc à bon droict auec les anciens le vocable racine là ou il viendra à poinct.

DEFINITION XXX.

Racine de quarré de racine de quarré, est vne ligne moyenne proportionelle entre la prime quantité, & vne ligne respondante à l'vnité de la mesme: sa marque est telle ✓. Et racine cubique de racine cubique, est l'antecedente ligne

Digitized by Google

de deux lignes moiennes proportionnelles entre la prime quantité & vne ligne respondante à l'vnité de la mesme, sa marque est telle ww ③. & ainsi des autres semblables.

EXPLICATION.

Comme la ligne H s'appelle racine quarrée de racine quarrée, à sçauoir du quarré B, car par la construction du fondement elle est moienne proportionelle entre A & G, laquelle G respond à l'vnité de la A, Semblablement dirons la M. & X estre racines quarrées de racines quarrées. Et de mesme sorte entendra on la racine quarrée de racine quarrée de racine quarrée de B estre la moienne ligne proportionelle entre G & H, de laquelle la marque est telle ww. & semblablement procedera on en infini pour les racines quarrées de racines quarres quelconques.

Item la ligne I s'appelle racine cubique de racine cubique (à sçauoir du cube C) car par la construction du fondament elle est antecedente ligne de deux moiennes lignes proportionelles entre la prime quantité, & vne ligne respondante à l'vnité de la mesme. qui est entre G & A. Et semblablement dirons les lignes L & V estre racines de racines cubiques.

De mesme sorte entendra on la racine cubique de racine cubique de racine cubique de C estre l'antecedente ligne de deux moiennes proportionelles entre G & I, sa marque sera telle ww ③. & ainsi procedera on en infini pour racines de racines cubiques de racines cubiques quelconques.

Et ainsi procedera on en toutes les autres quantitez, car

Digitized by Google

car la racine de racine de quarte quantité, eſt l'antecedente ligne de trois lignes moiennes proportionelles entre G & A, de laquelle la marque ſera telle ✓ ⊕.

NOTA 1.

Nous auons dict à la 29. definition que racine de quarré à marque telle ✓. Item à la 30. definition, que racine de quarré, de racine de quarré a marque telle ✓✓, mais faut bien noter ceſte ſyllabe *de*, car ✓, ne ſignifie pas ſimplement racine, mais il y faut encore adiouſter ledict *de*, veu qu'il y a grande difference entre racine, & racine de. Comme par exemple ✓ 4 ſignifie racine de quarré 4, laquelle vaut 2, mais racine quarrée 4, vaut 4, comme le quarré 16, à ſa racine 4, & point ✓ 4. Ledict auertiſſement du vocable *de*, appliquera on auſſi à toutes autres racines comme ✓ ③, ✓ ⊕, &c.

NOTA 2.

Ceſte marque ſignifiant racine de quarré telle ✓, & de racine de racine de quarré telle ✓✓, eſt par pluſieurs en vſe, eſt auſſi fort commode pour telle ſignification, & continuant telle progreſſion enſuit que ✓✓ doibt ſignifier racine de racine, de racine de quarré. Ils font donques improprement ceux qui par ✓✓ veullent ſignifier racine de cube, veu qu'autre choſe eſt racine de cube, que racine de racine, de racine de quarré. Car la ligne A au fondament eſt (comme auſſi de toutes les quantitez ſuiuantes) egale à la racine du cube C. Mais racine de racine, de racine de quarré, eſt la ligne moitienne proportionelle entre G & H. laquelle eſt bien d'autre quantité (excepté quand la racine eſt 1, comme au ſecond reng des figures du fondement) Et pour en donner exemple en nombres, il eſt notoire que ✓✓ 256. eſt 2, mais ✓ ③ 256, eſt plus que 6.

Con-

Digitized by Google

Concluons doncques que ww ne peult distinctement signifier racine cubique.

Quant aux figures comme ℭ ℨ &c. qu'aucuns suiuans les anciens vsent au lieu de noz marques ① ② ③ (qu'aussi a vsé Raphael Bombelle, excepté ⊙) peut estre que les mesmes ont vulgairement (comme aupres de nous L cinquante, C cent, M mille, &c.) aupres les Arabes inuenteurs de l'algebre signifie les meſme que 1.2.3. &c. ou ① ② ③. Mais quoi qu'il en soit i'entens la signification de telles characteres necessaires à l'Arithmeticien pour entendre les autheurs qui les vsent: mais en nostre Arithmeticque ne les vserons pas, ny aussi ceux qui feront selon nostre conseil: car l'vtilité des marques ⊙ ① ② ③ ⊕, &c. est telle, que l'operation qui par iceux characteres est obscure, laborieuse, & ennuieuse, (par ce que telles figures ne nous signifient pas vulgairement ce qu'ils denotoient d'auenture aux Arabes) sera par ces marques claire, legiere, & plaisante. Car comme les characteres 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. (en respect de plusieurs autres marques signifians nombres) ne sont seulemẽt brieues, mais necessaires: voire il semble que sans leur conuenable & naturel ordre, il eust esté impossible à l'homme de paruenir aux secrets d'Arithmeticque qu'il a acquis; Et de meſme sorte entendra on que ceci sont les characteres qui au naturel ordre sont requis; lesquels aux quatre numerations generales, & principalement aux rompuz des meſmes qui souuentesfois se rencontrent, voire par toutes computations algebraiques, donnent telle facilité, que ce qu'a plusieurs seront autrement impossible de comprendre, leur sera facile, mettant le tout au iugement de ceux qui entendent la chose.

Or

Digitized by Google

Or eſtant ainſi definies les grandeurs du fondement, faut maintenant venir à leurs nombres.

DEFINITION XXXI.

Nombre expliquant la valeur de quantité geometrique, ſ'appelle nombre geometrique, & obtient le nom conforme à l'eſpece de la quantité qu'il explique.

EXPLICATION.

Comme le nombre 2. explicant la valeur de la prime quantité A, ou le nombre 1. la valeur de la prime quantité N, ou le nombre $\frac{1}{2}$ la valeur de la prime quantité Y, ſ'appellent (par ce que les meſmes ptimes quantes ſont racines) nombres radicaux.

Item le nombre 4, explicant la valeur de la ſeconde quantité B, & ſemblablement 1 de O, & $\frac{1}{4}$ de Z, ſe nomment (par ce que les meſmes ſecondes quantitez ſont quarrez) nombres quarrez.

Item le nombre 8, explicant la valeur de la tierce quantité C, & ſemblablement 1 de P, & $\frac{1}{8}$ de A A, ſ'appellent (parce que les meſmes tierces quantitez ſont cubes) nombres cubiques.

Item le nombre 16 explicant la valeur de la quarte quantité D, & ſemblablement 1. de Q, & $\frac{1}{16}$ de B B, ſ'appellent (par ce que les meſmes ſont quartes quantitez) nombres de quarte quantité; & ainſi des autres ſemblables.

Item le nombre 2 explicant la valeur du coſté de B, & ſemblablement 1 du coſté de O, & $\frac{1}{2}$ du coſté de Z, ſe nomment (parce que ſe ſont coſtez de quarrez) coſtez de quarrez. Et 2 explicant la valeur

Digitized by Google

valeur du costé de C, s'appelle costé cubique, & de D, costé de quarte quantité, &c.

Item le nombre ✓ 4 explicant la valeur de H, & semblablement ✓ 1 de M, & ✓ $\frac{1}{4}$ de X, se nomment racines quarrees de racines quarrees, parce que telles lignes par la 30 definition sont racines quarrees de racines quarrees.

Item le nombre ✓③ 8 explicant la valeur de I, & semblablement ✓③ 1 de L, & ✓③ $\frac{1}{8}$ de V, s'appellent racines cubiques de racines cubiques; parce que telles lignes par la 30 definition sont racines cubiques de racines cubiques. NOTA.

Il est vrai que ✓⊕ vaut le mesme que ✓, comme ✓⊕ 81 vaut 3, comme faict aussi ✓ 81. Mais entant que l'vne est ligne comme H, & l'autre costé de quantité comme D, elles sont par raison à distinguer.

QVE NOMBRES QVELCONQVES PEVVENT ESTRE NOMBRES QVARREZ, *cubiques, etc. Auſsi que racine quelconque eſt nombre.*

Puis que les nombres explicans les valeurs des quantitez geometriques, reçoiuent vn nom conforme à la mesme quantité (comme 4 ou 9 & semblables explicans les valeurs des quarrez, s'appellent pourtant nombres quarrés. Item 8 & 27, &c. explicans les valeurs de cubes, s'appellent pourtant nombres cubiques) s'ensuit que 6 ou 7 ou 8, & semblables explicans les valeurs des quarrez, se nommeront pourtant aussi nombres quarrez. Et 9 ou 10, etc. explicans les valeurs des cubes s'appelleront pourtant aussi nombres cubiques. Ce que estant apertement ainsi, s'ensuit que ceux la s'abusent qui

Digitized by Google

qui veulent le contraire. Mais quelle eſt leur raiſon? 8 me dira quelque aduerſaire ne peut eſtre nombre quarré, par ce qu'il n'y a nul nombre qui multiplie en ſoi, produiſe 8. Il eſt vrai (dira il) que racine de 8 en ſoi les produict, mais elle n'eſt pas nombre: Or ie luy pourrois nier qu'aucun nombre ſoit pourtant nombre quarré, par ce qu'il ſe trouue nombre qui multiplié en ſoi produict le meſme nombre, conſideré qu'il obtient ſeulement le nom de quarré, pource qu'il explique ſa valeur, & point pour quelque autre accident: de ſorte que 4 ou 9, ou ſemblables conſiderez ſimplement, & abſtraicts de quarrez, ne ſont pas nombres quarrez: Mais paſſant tout ceci, nous reſpondrons à ſon propos, prouuants que la ✓8, eſt nombre en ceſte ſorte: La partie eſt de la meſme matiere qu'eſt ſon entier; Racine de 8 eſt partie de ſon quarré 8: Doncques ✓8 eſt de la meſme matiere qu'eſt 8: Mais la matiere de 8 eſt nombre; Doncques la matiere de ✓8 eſt nombre: Et par conſequent ✓8, eſt nombre. Auſſi que ſeroit ce de dire, le quarré de ✓8 eſt 8, mais 8 n'eſt point quarré? vraiement c'eſt abſurd, & ne ſe peut par diſtinction tant faire, que tel fondement ne demeure confus. Doncques ✓8 eſt nombre, & par conſequent 8, voire & nombre quelconque, comme ✓6, ou ✓(3) 3 & ſemblables expliquant la quantité d'vn quarré, ou en effect, ou ſeulement par l'hypotheſe, eſt nombre quarré. Il eſt vrai que 4 & 9, & ſemblables ſont quarrez de quelque autre proprieté que n'eſt nombre quarré 8, & requierent diſtinction; mais pas faulſe, n'y cauſant confuſion, mais pluſtoſt facilité, laquelle ſera; que ceux la ſont nombres quarrez à leurs racines commenſurables, ceux ci incommenſurables.

Nous

Digitized by Google

Nous pourrions faire plus long diſcours ſur ceſte matiere; mais tranſportant le different entre noz theſes mathematiques; Concluons ici pour les raiſons ſuſdictes, que tous nombres quels qu'ils ſoient peuuent eſtre nombres quarrez, cubiques, &c. Auſſi que racine quelconque eſt nombre.

QVE LA QVINTE QVANTITE NE SE DOIBT POINT NOMMER *ſurſolidum, ou plus long d'vn coſté.*

Les aucuns nomment la quinte quantité ſurſolidum; les autres plus long d'vn coſté: par ſurſolidum denotent ilz vne ſourde quantité ſolide; Sourde (diſent ilz) par ce qu'elle n'a ny racine quarrée, ny racine cubique diſcrete; enquoi ils ſ'abuſent: car combien que tel accident auient à aucunes, il n'auiendra point à infinies autres, car racine de quinte quantité 1024, eſt 4, & la racine quarrée du meſme nombre 1024, eſt 32. Item la racine de quinte quantité 32768, eſt 8, & racine cubique du meſme nombre eſt 32. Auſſi la potence de quinte quantité de 64, aura (par la 9 proportion du 9 liure d'Eucl.) racine de quinte quantité, & racine quarrée, & racine cubique; Et encore que cela ne fuſt pas ainſi, ce ſeroit mauuaiſe conſequence de dire; la quinte quantité n'a point de racine quarrée, ou cubique diſcrete; ergo elle eſt abſurde; car comme le quarré tient ſa racine quarrée, & le cube ſa racine cubique, ainſi tient la quinte quantité, ſa racine de quinte quantité. Doncques la quinte quantité n'eſt point ſourde, ny ſurſolidum.

Quant à l'appellation de plus long d'vn coſté, elle eſt auſſi

Digitized by Google

eſt auſſi mal propre; veu que la quinte quantité R, eſt vn cube; auſſi que pluſieurs autres quantitez comme les quartes D, & B B, qui ſont auſſi plus longues d'vn coſté, toutesfois ne ſont pas quintes quantitez. A fin doncques d'oſter d'vne part toutes ambiguitez, & impropriétez, & que d'aultre part aurions vocables ſeruans à la facilité de la doctrine, nous les appellons quarte, quinte, ſexte quantité, &c.

QV'IL NY A AVCVNS NOMBRES ABSVRDES, IRRATIONELS, IRreguliers, inexplicables, ou ſourds.

C'eſt choſe treſvulgaire entre les Autheurs d'Arith. de traicter de nombres comme √ 8, & ſemblables, qu'ils appellent abſurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ſourds, &c. Ce que nous nions, à quelque nombre auenir: Mais par quelle raiſon l'aduerſaire le prouuera il le ſprouuer? Il me dict premieremẽt, que racine de huict eſt à nombre Arithmeticque (cõme 4 ou 4) incõmenſurable, ergo √ 8, eſt abſurde irrationelle, &c. Mais la concluſion eſt abſurde, veu que l'incommenſurance ne cauſe pas abſurdité des termes incommenſurables, ce que ſ'eſprouue par la ligne & ſuperficie qui ſont grandeurs incommenſurables; c'eſt à dire, qu'ils ne reçoiuent point de commune meſure, toutesfois ny ligne, ny ſuperfice n'eſt quantité abſurde ny inexplicable car diſant que celle la eſt ligne, & ceſte ci ſuperficie, nous les expliquons. Et encore que ceſte incommenſurance procreaſt (ce que toutesfois ne peut eſtre; mais poſons les cas) abſurdité à l'vne des quãtitez cõparées, nous trouuerons le nombre Arithmeticque

Digitized by Google

autant coulpable, que le radical, car comme la Sphere autant que le cube, & le cube autant comme la Sphere, eſt cauſe de leur diſſimilitude; ainſi de ces nombres. Mais pour faire encore autre preuue par deux quãtitez d'vn meſme genre de grandeur, prenons le coſté & diagonale d'vn quarré, qui ſont lignes entre eux (par la derniere propoſition du 10. liure d'Euclide) incommenſurables, toutesfois ny diagonale, ny coſté (abſtraict de nombre) n'eſt ligne abſurde ou irrationelle, l'incommẽſurance doncques des quantitez, n'eſt pas l'abſurdité d'icelles, mais c'eſt pluſtoſt leur naturelle mutuelle habitude. L'aduerſaire me replique qu'il y a lignes rationelles, & irrationelles (deſquelles traicte Euclide en ſon dixieſme liure) les definitions deſquelles (ſelon Campane defi. 5 & 7. que Zambert met la 7 & 8) ſont telles: *Toute ligne droicte propoſée ſ'appelle rationelle. Et les lignes à icelle incommenſurables, ſe nomment irrationelles*: Dont il conclud que les nombres explicans ces lignes irrationelles, ſont nombres irrationelz. Ie reſpons qu'il eſt notoire que ceſt argument ſoit inartificiel conſiſtant en ſeule authorité, à laquelle il faut preferer l'irrefutable raiſon, qui eſt; Premierement que demonſtrerons contradiction en ceſte ſorte: Soit ligne propoſée la diagonale (car la definition dict de toute ligne) d'vn quarré duquel le coſté eſt 2: Or ceſte ligne propoſée (dict il) eſt rationelle, & le nombre l'explicant ſera de meſme qualité; parquoi le nombre explicant ceſte ligne qui eſt ✓8. ſera rationel: & d'aultre part dict que ✓8, eſt irrationelle; ce qui eſt contradiction. Au ſecond nous pouuons demonſtrer (meſmes ſelon le dire de l'aduerſaire) que nulle ligne n'eſt par ſoi irrationelle: car ſ'il dict que c'eſt celle la (à ſçauoir diagonale ou coſté de quarré) qu'on

Digitized by Google

qu'on explique par nombre Arithmetique; & l'autre irrationelle, ſenſuit que ſelon l'attribution du nombre Arithmeticque, le coſté pourra l'vne fois eſtre rationel, autrefois irrationel; doncques il ne l'eſt pas par ſoi, mais en reſpect d'vn nombre dont il y a ici queſtion: Tel argument doncques n'eſt pas pour lui; ains pluſtoſt vne declaration de la confuſion conſiſtante en ſon opinion. Qu'eſt ce qu'il a encore?

Il me mande que ie lui explique quelle choſe ſoit $\sqrt{}$ 8. Ie luy reſpons qu'il m'explique quelle choſe ſoient $\frac{1}{4}$ (qui ſelon ſon dire ſont rationels) & puis ie la lui expliquerai. Il me dira d'aduenture que $\frac{1}{4}$ (pour changer de voix) ſont $\frac{4}{16}$. Et ie lui reſpons que $\sqrt{}$ 8 eſt $\sqrt{}\frac{16}{2}$. Il dict que $\frac{1}{4}$ ſont à tout nombre Arithmeticque commeſurble, & $\sqrt{}$ 8 à nul d'iceux; Ie lui reſpons que $\sqrt{}$ 8, eſt a infiniz nombres comme $\sqrt{}$ 2. $\sqrt{}$ 32. commenſurable, & $\frac{1}{4}$ à nul d'iceux. Il me dict, que ſi on partiſt vne choſe en 4 parties egales, que $\frac{1}{4}$ eſt cela qui denote la quantité de trois d'icelles parties; & ie lui reſpons que ſi la grandeur d'vn quarré fuſt 8, que $\sqrt{}$ 8 eſt le nombre qui denote la quantité de ſon coſté. Item ſi on luy demande combien ſoit le quotient de la diuiſion de 3, par 4, il reſpondra que c'eſt le quotient de la diuiſion de 3 par 4: Et tout par meſme elegance dit-ie qu'en extrahant racine quarrée de 8, ce qui en ſort eſt racine quarrée de 8. Ou ſ'il penſe de ſatisfaire par quelque changement de voix, qui en effect eſt le meſme, diſant que tel quotient ſont trois quarts, ie lui ferai le ſemblable ſur la racine, diſant que c'eſt le coſté de quarré 8. Il veult que nous appliquons les nombres comme $\frac{1}{4}$, & $\sqrt{}$ 8, à quelque matiere, comme à vne aulne, & dict qu'il me pourra monſtrer legitimement les $\frac{1}{4}$ d'vne

Digitized by Google

aulne par la 9 propoſition du 6 liure d'Euclide; Et moi ie lui monſtrerai legitimement la racine quatrée de 8, d'vne aulne par la 13 propoſition du 6 liure du meſme Euclide. Car la ligne moienne proportionelle entre toute l'aulne & vne huictieſme partie d'icelle, eſt $\sqrt{8}$, de la meſme aulne.

Les qualitez doncques de $\sqrt{8}$ & $\frac{1}{4}$ (en tant que touche ceſte queſtion) ſont ſemblables. Or de choſes ſemblables ſe faict meſme iugement; par quoi ſi $\sqrt{8}$, eſt nombre abſurd, irrationel, irregulier, inexplicable, & ſourd: les $\frac{1}{4}$ le ſeront auſſi; Mais l'aduerſaire ne concede cela aucunement; ains veut tout au contraire, il faut donc de neceſſité qu'il confeſſe que $\sqrt{8}$ eſt excellente, rationelle, reguliere, explicable, & bien oyante. Ce que nous auons demonſtré de $\sqrt{8}$, ſera auſſi entendu de $\sqrt{3}$, & autres racines quelconques: car cõbien que de toute ligne ne pouuons legitimemet couper racine cubique (à cauſe que les deux lignes moiennes proportionelles entre deux lignes donnees, ne ſont encore geometriquement inuentees) comme faiſons racine quarrée, cela n'eſt pas la coulpe des nombres; car ce qu'en lignes ne ſçauons faire, nous l'acheuons par nombres facilement.

Mais a fin que parlions auſſi de l'vtilité de ceſte matiere, & que l'on n'eſtime que ce ſoit diſpute de l'ombre de l'aſne, faut ſçauoir que ceſte abſurde opinion de nombres abſurds, que ce ne ſeroient pas nombres, &c. a tellement obſcurci la doctrine des incommenſurables grandeurs, que la difficulté du dixieſme liure d'Euclide (qui traicte de ceſte matiere) eſt à pluſieurs deuenu en horreur, voire iuſques a l'appeller la croix des mathematiciens, matiere trop dure à digerer,

& en

Digitized by Google

& en laquelle n'apperçoiuent aucune vtilité: C'eſt auſſi ce ferme fondament, qui nous à auancé en la deſcription d'icelles qui ſ'enſuiuera en vn traicté particulier, la ou ſont rendu faciles & claires (à mon auis) en 3 problemes ſeulement, lez difficiles & obſcures propoſitions dudict Dixieſme, qui en contient ſelon Zambert 118. Voire non pas ſeulement ce qui eſt contenu audict dixieſme mais encore vn facile infini progres des choſes y commencees, lequel (infini progres diſ-ie) ſemble incomprehenſible par tel fondament. Et celui qui donnera plus de lieu à la raiſon, qu'a vaine opinion, plus de credit aux defenſeurs des parfaictes & diuines Mathematiques, qu'a ceux qui l'accuſent d'imparfection & d'abſurdité, ne trouuera pas moindre facilité, en pluſieurs operations Mathematiques, qui ſemblent autrement fort difficiles.

Nous concluons doncques qu'il n'y a aucuns nõbres abſurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou ſourds mais qu'il y a en eux telle excellence, & concordance, que nous auons matiere de mediter nuict & iour en leur admirable parfection: Et ſ'il falloit dire d'abſurdité, ie la concederois pluſtoſt en noſtre entendement, lequel ne peut autant comprendre des ſecrets qui conſiſtent en la nature, qu'il ſoit digne de comparaiſon à ce qu'il ignore. Finalement ce que nous n'auons ſatisfaict en ceſte matiere par les argumens precedens, nous l'accomplirons contre tous aduerſaires, par la 4e theſe de noz theſes Mathematiques.

NOTA.

Aucuns au lieu de la quarte quantité diſent quarré

Digitized by Google

de quarré; Et de la sexte quantité, quarré de cube, ou cube de quarré; Et de la huictiesme, quarré de quarré de quarré; Et de la neufiesme, cube de cube, &c. ce qui sont des noms de ce qui ne consiste point en grandeur, vrai est qu'ils ont quelque similitude à leur subiect en tant qu'il est nombre, mais trop obscure: Nous n'vserons doncques pas de ces noms, d'vne part pour les incommoditez qui en procedent, d'autre part pour la facilité des autres, comme apparoistra aux computations qui s'en feront ci apres.

DEFINITION XXXII.

Racine quarrée algebraique de quantité, est celle qui multipliée en soi, produict la mesme quantité. Racine cubique algebraique de quantité, est celle qui multipliée cubiquement, produict la mesme quantité; Et ainsi de la quarte quantité & autres suiuantes.

EXPLICATION.

Comme 3 ① s'appellent la racine quarrée algebraique de 9 ②, parce que multipliees en elles produisent 9 ②; Et pour mesme raison 4 ② se disent la racine quarrée de 16 ④; Et 2 ② + 3 ①, la racine quarrée de 4 ④ + 12 ③ + 9 ②; Et 2 ① la racine cubique de 8 ③; Et 3 ② + 2 ① la racine cubique de 27 ⑥ + 54 ⑤ +

Digitized by Google

⑤+36④+8③. Et √3 ②, la racine de 3 ②, & ainsi d'autres semblables.

DEFINITION XXXIII.

Le nombre Arithmetique deuant la marque de quantité, s'appelle nombre de multitude des quantitez; & dedans la marque, denominateur, ou dignité de quantité: mais derriere la marque, valeur de quantité.

EXPLICATION.

En toute quantité qu'on vse en operation algebraique, il y a à considerer trois nombres differens; comme de multitude, denominateur, & valeur de quantité. Par exemple 3 ② 12, c'est à dire trois secondes quantitez vallans douze, de sorte que le 3 est nombre de multitude des quantitez, & 2 denominateur de quantité, mais 12 valeur des quantitez.

Considéré bien ceste definition, à fin que au suiuant la dispositiõ des characteres ne vous abuse: car comme 19 sont les mesmes cyfres que 91, toutesfois l'vne est maieure quantité que l'autre. Tout ainsi ③ 8, sont les mesmes characteres que 8 ③, mais c'estui ci est bien vn autre que cestui la: car ③ 8 signifie cube, duquel la valeur est 8. Mais 8 ③, denote huict cubes desquels la valeur est ici encore incognue.

DEFINITION XXXIV.

Le nombre radical mis deuant la marque de quantité est separé par signe tel ℵ, sera nombre de multitude des quantitez: mais sans

Digitized by Google

icelui ſigne de ſeparation, alors √ denote la racine du nombre de multitude, enſemble la racine de la quantité.

EXPLICATION.

Comme √ 9 ✕ ②, c'eſt à dire racine de 9 ſecondes, mais conſideré que la √ ſe refere ſeulement au 9, & point à ②, ce que denote la marque de ſeparation ✕: de ſorte que √ 9 ✕ ②, vaut autant (veu que √ 9, faict 3) comme 3 ②; Mais quand le nombre radical ſera a nombre Arithmeticque incommenſurable, comme √ 5 ✕ ②, il faut qu'il demeure ainſi; Mais ſans icelle ſeparation de la marque ✕, comme √ 9 ②, Ce ſera auſſi à dire racine de 9 ſecondes, mais conſideré (par ce qu'il n'y a point de marque de ſeparation) que la √ ſe refere & a 9, & a ②, de ſorte que √ 9 ② vaut autant comme 3 ①. Item √ ③ 8 ③ autant comme 2 ①.

DEFINITION XXXV.

Toute quantité ſ'appelle la potence de ſa racine.

EXPLICATION.

Comme quarré 9 ſ'appelle la potence quarrée de ſa racine 3; Et 8, potence quarrée de √ 8; & 27, potence cubique de ſa racine 3; & 81, potence de quarte quantité de ſa racine 3. & ainſi des autres en infini.

DEFINITION XXXVI.

+ Signifie plus & — ſignifie moins.

EXPLICATION.

Il auient à cauſe de l'incommenſurance des nombres,

Digitized by Google

bres qu'il les faut coniondre ou disioindre, par les motz de plus & moins. Mais par ce que les mesmes se rencontrent souuent aux operations arithmetiques, tant des nombres algebraiques ou quantitez, que des nombres radicaux, l'on vse pour briefueté des signes sont commodes, à sçauoir + signifiant plus, & — denotant moins.

DEFINITION XXXVII.

Nombres commensurables sont ceux ausquels existe quelque nombre qui leur soit commune mesure.

EXPLICATION.

Tous nombres Arithmetiques comme 7 & 9 (ausquels l'vnité est la commune mesure) s'appellent nombres commensurables. Semblablement beaucoup des nombres geometriques comme $\sqrt{27}$, & $\sqrt{3}$, lesquels ont pour commune mesure $\sqrt{3}$, comme apparoistera par le 20 probleme.

DEFINITION XXXVIII.

Nombres incommensurables sont ceux ausquels n'existe quelque nombre qui leur soit commune mesure.

EXPLICATION.

Comme 4 & $\sqrt{6}$, & autres semblables, par ce qu'il n'y a aucun nombre qui leur soit commune mesure, s'appellent nombres incommensurables.

NOTA.

Les commensurances & incommensurances des nombres qui se rencontrent aux binomies (car cest des

Digitized by Google

binomies que traicterons d'oreſenauant) ſe diſtinguent communement en trois eſpeces, deſquelles la premiere ſelon noſtre maniere eſt telle:

Quelques deux nombres ſont de telle condition, qu'ils ſont commenſurables, comme 5 & 6, ou √ 3 & √ 12 & ſemblables.

DEVXIESME ESPECE.

Autres deux nombres y a il de telle qualité, qu'ils ſont incommenſurables, mais leurs quarrez ſont commenſurables. Comme 4 & √ 7, ſont incommenſurables: Mais leurs quarrez comme 16 & 7, ſont commenſurables.

TROISIESME ESPECE.

Il y a autres deux nombres de telle condition, qu'ils ſont incõmenſurables, & leurs quarrez ſont auſſi incõmenſurables; comme 4 & √ 7 ſont incõmenſurables & leurs quarrez 16 & √ 7 ſont auſſi incõmenſurables.

Or pour diſtinction de ces trois differences, les autres nomment la premiere vulgairement (par ſimilitude des lignes deſquelles traicte Euclide es definitions de ſon dixieſme liure) commenſurables en longitude; La ſeconde incommenſurables en longitude; mais commenſurables en potence. Et la troiſieſme incommenſurables en potence & longitude.

Mais ſelon mon opinion nous nommons ces differences plus clairement, diſans abſolutement que tous deux nombres propoſez ſont commenſurables, ou incommenſurables. Quant à la commenſurance ou incommenſurance qu'il y a entre leurs potences ou quarrez, celle la ne faut il pas attribuer aux propoſez, mais abſolutement à leurs potences. Et pour en parler par exemple, qu'eſt ce ſi quelcun dict que la peripherie

Digitized by Google

pherie d'vn circle eſt droicte en ſon diametre? Vraiement veu que toutes peripheries ſont obliques, il n'y a point de ſens, mais ſi l'on dict que les peripheries ſont obliques, & que leur diametres ſont droicts, on explique la vraie qualité de l'vn & l'autre: Ainſi de dire que 4 & $\sqrt{7}$ ſont commenſurables en leurs quarrez ou potences (veu qu'ils ſont incommenſurables) il n'y a point de ſens. Mais ſi l'on dict, que 4 & $\sqrt{7}$, ſont incommenſurables & que leurs potences ſont commenſurables les plus rudes le pourront entendre.

Definition xxxix.

Multinomie radical, eſt vn nombre conſiſtant de pluſieurs nombres incommenſurables.

Explication.

Comme $\sqrt{3}+\sqrt{5}$, parce qu'il conſiſte de pluſieurs nombres incommenſurables, ſ'appelle multinomie radical: Radical, pour diſtinction du multinomie algebraique de la 26 definition.

Definition xl.

Binomie radical, eſt multinomie conſiſtant de deux nombres incommenſurables: Trinomie radical, de trois; & ainſi des autres le multinomie ſ'appelle ſelon la multitude des nombres incommenſurables deſquels il exiſte.

Explication.

Comme $2+\sqrt{3}$ eſt binomie, par ce que 2 & $\sqrt{3}$ ſont

Digitized by Google

ſont deux nombres incommenſurables, & pour meſme raiſon ſ'appelle $2 - \sqrt{3}$ auſſi binomie. Et $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 5$ (par ce qu'il a trois nombres incommenſurables) trinomie.

COROLLAIRE.

D'ou ſ'enſuit que $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ & ſemblables ne ſont pas binomies, par ce qu'ils ſont commenſurables, & qu'on les peut expliquer par vn nombre, comme ſera demonſtré au 24 probleme. Toutesfois il auiendra d'auenture que nous metterons quelque fois en vn multinomie quelques nombres commenſurables; mais ce ſera pour exemple & briefueté, & on les vſera par hypotheſe, comme ſ'ils fuſſent incommenſurables, comme le ſemblable ſe rencontre ſouuentesfois en la Geometrie, la ou quelque figure ſera d'auenture trapeze, qui doibt eſtre quarré. Mais pour en parler proprement, deux noms commenſurables ne ſont pas deux noms en vne multinomie, veu (comme nous auons dict) que l'on en peut faire vn.

DEFINITION XLI.

Chaſcun nombre d'vn multinomie ſ'appelle nom, deſquels le maieur ſe dict maieur nom, & le moindre, moindre.

EXPLICATION.

Comme de binomie $\sqrt{3} + \sqrt{2}$, la $\sqrt{3}$, ſ'appelle maieur nom, & la $\sqrt{2}$ moindre nom.

DEFINITION XLII.

Multinomie conioinct, eſt celui duquel les noms ſont conioincts par plus.

EXPLI-

Digitized by Google

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, est binomie conioinct, & ainsi $\sqrt{5}+\sqrt{7}+\sqrt{3}$ trinomie conioinct.

DEFINITION XLIII.

Multinomie disioinct, est celui duquel les noms sont disioincts par moins.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ est binomie disioinct, qu'autres appellent aussi apotome, residu, ou reste. Item $8-\sqrt{2}-\sqrt{3}$ est trinomie disioinct.

NOTA.

La binomie disioinct, est par Euclide appellé apotome ou reste, & semble qu'il ne l'a voulu nommer binomie, par ce que l'apotome est vne ligne, qui ne contient point en soy l'vn des noms qu'on explique. Mais veu que l'appellation de multinomie n'est point en respect de quantité, selon laquelle tout multinomie est aussi bien vne seule ligne comme celle d'vn nom; Mais en respect de qualité: Sensuit que l'apotome sera aussi bien binomie; à sçauoir disioninct (veu qu'en l'explicant, il faut vser de deux noms) comme le conioinct. Doncques par binomie disioinct (qui par plusieurs autres, est aussi en vsage, & à mon auis il est plus propre) entendra on le mesme; ce que Euclide signifie par apotome.

DEFINITION XLIIII.

Multinomie en partie conioinct & en partie disioinct, est celuy qui a noms conioincts par plus, & autres disioincts par moins.

EXPLI-

Digitized by Google

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{7} + \sqrt{2} - \sqrt{5}$, eſt multinomie en partie conioinct & en partie diſioinct. Ceſte definition ne compete point au binomie qui eſt ſeulement ou conioinct ou diſioinct.

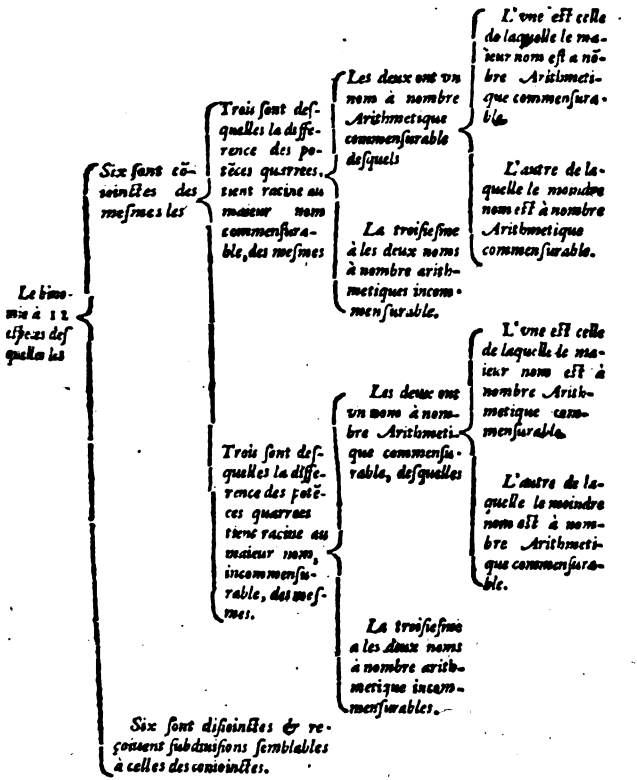
NOTA.

Entre les multinomies les binomies ſont de la plus grande conſideration, à cauſe que toutes leurs eſpeces ſont plus notoires, les meſmes à Euclide diligemment defini & diſtiſtingué es lignes en ſon 10 liure; leſquelles appliquerons aux nombres comme ſenſuit:

Il y a douze eſpeces de binomies, deſquelles les 6 ſont conioinctes, & 6 diſioinctes, & chaſcune ſixaine a deux ſortes; deſquelles les trois ſont telles, que la difference des potences quarrées de leurs noms, tient racine quarrée à ſon maieur nom commenſurable. Les autres trois binomies ſont telles, que la difference des potences quarrées de leurs noms tient racine à ſon maieur nom incommenſurable; Et de chaſcun de ces trois binomies, les deux ont chaſcun vn nom à nombre Arithmeticque commenſurable; mais le troiſieſme à ſes deux noms, à nombre Arithmeticque incommenſurables. Et pour plus grand eſclariſſement diſtinguons leurs differences par telle table.

La bino-

Digitized by Google



Leurs definitions sont telles:

DEFINITION XLV.

Quand le maieur nom d'vn binomie conioinct, est à nombre Arithmeticque commensurable, & que

Digitized by Google

& que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom commensurable, il s'appelle binomie premier.

EXPLICATION.

Soit binomie conioinct $3+\sqrt{5}$.

Quarrez des noms $\begin{cases} 9 \\ 5 \end{cases}$

Leur difference. 4

Sa racine. 2

Par ce que le maieur nom 3 du binomie conioinct, est au nombre Arithmeticque commensurable, & que la difference 4 des quarrez des deux noms tient racine quarrée 2, au maieur nom 3 commensurable, le binomie donné $3+\sqrt{5}$, s'appelle le premier.

DEFINITION XLVI.

Quand le moindre nom d'vn binomie conioinct, est au nombre Arithmeticque commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom commensurable, il s'appelle binomie second.

EXPLICATION.

Soit binomie conioinct $\sqrt{18}+4$

Quarrez des noms $\begin{cases} 18 \\ 16 \end{cases}$

Leur difference 2

Sa racine $\sqrt{2}$

Parce que le moindre nom 4 du binomie conioinct, est aux

Digitized by Google

est au nombre Arithmeticque commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée (à sçauoir √ 2) au maieur nom commensurable par le 20 probleme, le binomie donné √ 18 + 4 s'appelle le second.

DEFINITION XLVII.

Quand les deux noms d'vn binomie conioinct, sont à nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom commensurable, il s'appelle binomie troisiesme.

EXPLICATION.

Soit binomie conioinct √ 50 + √ 32.

Quarrez des noms { 50. 32.

Leur difference 18.

Sa racine √ 18.

Par ce que les deux noms du binomie conioinct √ 50 + √ 32 sont à nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez 18, tient racine au maieur nom √ 50. commensurable par le 20 probleme, le binomie donné √ 50 + √ 32. s'appelle le troisiesme.

DEFINITION XLVIII.

Quand le maieur nom d'vn binomie conioinct, est à nombre Arithmeticque commensurable, & que la difference de leurs

Digitized by Google

quarrez tient racine quarrée au maieur nom incommensurable, il s'appelle binomie quatriesme.

EXPLICATION

Soit binomie conioinct $5+\sqrt{12}$.

Quarrez des noms $\begin{cases}25.\\12.\end{cases}$

Leur difference 13.

Sa racine $\sqrt{13}$.

Par ce que le maieur nom 5, du binomie conioinct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference 13 des quarrez des deux noms tient racine quarrée (à sçauoir $\sqrt{13}$) au maieur nom 5 incommensurable par le 20 probleme, le binomie donné $5+\sqrt{12}$, s'appelle le quatriesme.

DEFINITION XLIX.

Quand le moindre nom d'vn binomie conioinct est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom incommensurable, il s'appelle binomie cinquiesme.

EXPLICATION.

Soit binomie conioinct $\sqrt{6}+2$.

Quarrez des noms $\begin{cases}6.\\4.\end{cases}$

Leur difference 2.

Sa racine. $\sqrt{2}$.

Parce

Digitized by Google

Parce que le moindre nom 2 eſt à nombre Arithmetique commenſurable, & que la difference 2 des quarrez des noms tient racine quarrée (à ſçauoir $\sqrt{2}$) au maieur nom $\sqrt{6}$ incommenſurable par le 20 probleme, le binomie donné $\sqrt{6}+2$. ſ'appelle le cinquieſme.

DEFINITION L.

Quand les deux noms d'vn binomie conioinct, ſont a nombre Arithmetique incommenſurables, & que la difference de leurs quarrez tient racine au maieur nom incommenſurable, il ſ'appelle binomie ſixieſme.

EXPLICATION.

Soit binomie conioinct $\sqrt{5}+\sqrt{3}$.

Quarrez des noms $\begin{cases} 5. \\ 3. \end{cases}$

Leur difference 2.

Sa racine $\sqrt{2}$.

Parce que les deux noms du binomie conioinct, $\sqrt{5}+\sqrt{3}$. ſont à nombre Arithmetique incommenſurables, & que la difference de leurs quarrez 2, tient racine quarrée au maieur nom $\sqrt{5}$ incommenſurable par le 20 probleme, le binomie donné $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ ſ'appelle le ſixieſme.

DEFINITION LI.

Quand le maieur nom d'vn binomie diſioinct eſt à nombre Arithmetique commenſurable, & que la difference de leurs quarrez,

Digitized by Google

tient racine quarrée au maieur nom commensurable, il s'appelle binomie septiesme.

EXPLICATION.

Comme $3 - \sqrt{5}$ est binomie disioinct, aiant les conditions de ceste definition, comme il appert en l'explication de la 45 definition, il s'appelle donc binomie septiesme.

DEFINITION LII.

Quand le moindre nom d'vn binomie disioinct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom commensurable, il s'appelle binomie huictiesme.

EXPLICATION

Comme $\sqrt{18} - 4$, est binomie disioinct, aiant les conditions de ceste definition, comme il appert en l'explication de la 46 definition, il s'appelle doncques binomie huictiesme.

DEFINITION LIII.

Quand les deux noms d'vn binomie disioinct, sont à nombre Arithmeticque incommensurables, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom commensurdble, il s'appelle binomie neufiesme.

EXPLI-

Digitized by Google

EXPLICATION.

Comme √ 50 — √ 32, eſt binomie diſioinct, aiant les conditions de ceſte definition, comme il appert en l'explication de la 47 definition, il ſ'appelle doncques binomie neufieſme.

DEFINITION LIIII.

Quand le maieur nom d'vn binomie diſioinct, eſt à nombre Arithmetique commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom incommenſurable, il ſ'appelle binomie dixieſme.

EXPLICATION.

Comme 5 — √ 12 eſt binomie diſioinct, aiant les conditions de ceſte definition, comme appert en l'explication de la 48 definition, il ſ'appelle doncques binomie dixieſme.

DEFINITION LV.

Quand le moindre nom d'vn binomie diſioinct, eſt à nombre Arithmetique commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom incommenſurable, il ſ'appelle binomie onzieſme.

EXPLICATION.

Comme √ 6 — 2 eſt binomie diſioinct, aiant les conditions de ceſte definition; comme appert en l'explication de la 49 definition, il ſ'appelle doncques binomie onzieſme.

Digitized by Google

DEFINITION LVI.

Quand les deux noms d'vn binomie disioinct, sont a nombre Arithmetique incommensurables & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom incommensurable, il s'appelle binomie douziesme.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ est binomie disioinct, aiant les conditions de ceste definition, comme appert en l'explication de la 50 definition, il s'appelle donc binomie douziesme.

DEFINITION LVII.

Binomie conioinct, & binomie disioinct respondans, sont ceux qui ont les noms egaux.

EXPLICATION.

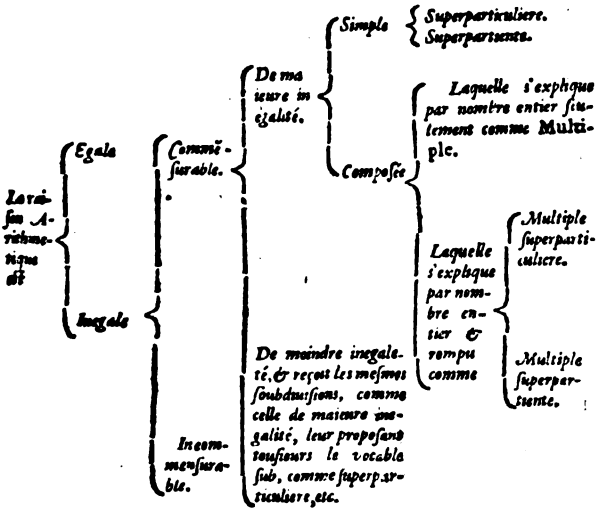
Comme binomie conioinct $4 + \sqrt{3}$, & binomie disioinct $4 - \sqrt{3}$, par ce que leurs noms sont egaux, ils s'appellent respondans.

TROI-

Digitized by Google

TROISIESME PARTIE DES DEFINITIONS DE LA RAISON ET PROPORTION *Arithmetique, & de leurs dependances.*

Table demonſtrant l'ordre de la raiſon Arithmetique des definitions ſuiuantes.



QVE 2.4.8. OV 2. 3. 4. 6. ET SEMBLABLES, NE FONT PAS PROPORtion geometrique. *Auſſi que nombres comme 1. 2. 3. ou 12. 10. 6. 4. & pareils, ne font pas proportion Arithmetique. Item que 153. 144. 136. & ſemblables, ne font pas proportion harmonique.*

Digitized by Google

La proportion pour en parler vn peu en general, auant que paruenir au particulier, eſt la ſimilitude de deux raiſons egales. Raiſon eſt comparaiſon de deux termes d'vne meſme eſpece de quantité. Et ſi tous les termes d'vne proportion fuſſent grandeurs, ce ſera proportion geometrique. Mais ſ'ils eſtoient tous nombres, ſera proportiou Arithmetique. Eſt eſtant tous ſons harmonieux, c'eſt proportion harmonique. Semblablement quand les termes ſont parties de predication ou de propoſition, c'eſt proportion dialectique. De ſorte que toute proportion obtient le nom conforme à la matiere de ſes termes. Ce qui eſtant ainſi, ſenſuit que ceux la ſ'abuſent, diſans que nombres comme 2. 4. 8. ou 2. 3. 4. 6. ſont proportion geometrique, l'vne continue l'autre diſcontinue, veu qu'il n'y a ici nulles grandeurs, qui toutesfois pour la raiſon que deſſus & par la 3 & 4 definition du 5 liure d'Eucl. ſont en toute proportion geometrique requiſes, veu auſſi que c'eſt vne manifeſte proportion Arithmetique. Item, que nombres comme 153. 144. 136. ſeroient poportion harmonique, puis que les ſons entre eux en telle raiſon, ne font qu'vne abſurde reſonance. Item que 1. 2. 3. & 12. 10. 6. 4. ſoit proportion Arithmetique, l'vne continue l'autre diſcontinue, conſideré que c'eſt contre la 21 definition du 7 liure d'Euclide, approuuée de tous ſonnant ainſi: *Nombres ſont proportionels, quand le premier eſt telle multiplicité partie ou parties du ſecond, comme le troiſieſme du quatrieſme.* Nous pourrions argumenter de ceſte matiere plus amplement, eſprouuant en beaucoup des manieres, noſtre propos, & que le concedé du contraire eſt vne confuſion en la diſcipline mathematique, laquelle n'enſeigne pas que c'eſt

Digitized by Google

c'eſt proportion: mais pluſtoſt empeſche à pluſieurs de pouuoir ſuffiſamment comprendre ſi grand myſtere. Ce qui eſt auſſi l'occaſion pourquoi la theorie de muſique eſt (au reſpect de ce qui conſiſte potentiellement en la nature) ſi obſcure & de ſi peu de perſonnes exercée, dont entre les compoſiteurs d'icelle (pour le default de vrai & ferme fondement) naiſſent pluſieurs diſſentions, comme en ſon lieu en traicterons quelque fois plus amplement. Mais veu que ce different ſera tranſporté entre noz theſes mathematiques, nous en ferons ici vne fin; Concluans, que proportion geometrique eſt celle, de laquelle les termes ſont grandeurs proportionelles, les definitions deſquelles nous auons deſcript autrepart: Item que proportion harmonique eſt celle, de laquelle les termes ſont ſons harmonieux, deſquels deſcriprons les definitions ailleurs: Auſſi que la proportion Arithmetique eſt celle, de laquelle les termes ſont nombres proportionels, deſquels declareróns les definitions en ceſte ſorte.

DEFINITION LVIII.

Terme Arithmetique eſt vn nombre.

EXPLICATION.

Comme 1 ou 2 ou $\frac{1}{2}$ ou $\sqrt{3}$, &c. ſ'appelle terme Arithmetique.

DEFINITION LIX.

Raiſon Arithmetique eſt la mutuelle habitude ſelon la quantité entre deux ou pluſieurs termes.

EXPLICATION.

Soient termes quelconques comme 3. 1. 6. Or leur

Digitized by Google

mutelle habitude selon la quantité, comme le premier triple au second, & le second subsextuple au troisiesme, & le troisiesme double au premier, &c. s'appelle raison.

NOTA 1.

Raison consiste au moins en deux termes.

NOTA 2.

La raison qui des autres se limite seulement en deux termes, nous la disons consister en tous termes quelconques, dont il y a trois occasions principales; La premiere que ceci est plus conforme à la maniere qu'on vse en la pratique. Par exemple, quand on dict comme 2 a 5, & 5 a 3, ainsi 4 a 10, & 10 a 6; l'on appelle ceci aussi bien vne proportion, comme celle de laquelle chascune raison contient deux termes: mais toute proportion consiste en deux raisons. doncques lesdicts 2. 5. 3. font vne raison. Il est aussi manifeste par la 19, definition du 5. liure d'Euclide que la raison de la perturbée proportion consiste en trois termes. L'autre occasion est, qu'il est plus conforme à la nature: car trois ou plusieurs termes ont entre eux en vn mesme moment, aussi bien la mutuelle habitude comme les deux: La troisiesme & principale, que ceste maniere est plus commode pour les demonstrations mathematiques: car de prouuer par diuers argumens la proportionalité des derniers termes, laquelle est manifeste par les principes, il est inutile. Nous concluons doncques la raison pouuoir consister en termes quelconques.

DEFINITION LX.

Raison binaire est celle de deux termes: la ternaire

Digitized by Google

naire de trois, & ainſi des aultres ſelon la multitude des termes.

EXPLICATION.

Comme 5. 6 ſ'appelle raiſon binaire, & 5. 7. 3. ternaire, &c.

DEFINITION LXI.

Raiſon d'egaleté eſt celle de laquelle les termes ſont ègaux.

EXPLICATION.

Comme 3 a 3, ou 5 a 5, ſ'appelle raiſon d'egaleté, ou raiſon egale.

DEFINITION LXII.

Raiſon d'inegaleté eſt celle de laquelle les termes ſont inegaux.

EXPLICATION.

Comme 5 a 2 ou 3 a 7, ſ'appelle raiſon d'inegaleté, ou raiſon inegale.

DEFINITION LXIII.

Raiſon commenſurable eſt celle de laquelle exiſte aux termes commune meſure.

EXPLICATION.

Comme 4 a 6, ſ'appelle raiſon commenſurable, car 2 eſt leur commune meſure. Et de meſme ſorte ſe dira $\frac{2}{3}$ a $\frac{4}{5}$ raiſon commenſurable, parce que $\frac{1}{15}$ eſt leur commune meſure. En ſomme toute raiſon de nombres Arithmetiques eſt commenſurable.

DEFINITION LXIIII.

Raiſon d'inegalité maieure eſt, quand on compare

Digitized by Google

pare le maieur terme au moindre.

EXPLICATION.

Comme comparaiſon de 7 a 3, ſ'appelle raiſon d'inegaleté maieure.

DEFINITION LXV.

Raiſon ſuperparticuliere eſt, quand le maieur terme contient le moindre vne fois, & d'auantage vne partie.

EXPLICATION.

Comme 3 a 2, eſt raiſon ſuperparticuliere nommée ſeſquialtere, & 4 a 3, ſeſquitierce, & 7 a 6, ſeſquiſexte, &c.

DEFINITION LXVI.

Raiſon ſuperpatiente eſt quand le maieur terme contient le moindre vne fois, & d'auantage pluſieurs parties.

EXPLICATION.

Comme 5 a 3, eſt raiſon ſuperpartiente, nommée ſuperbipartiente tierces, & 7 a 4. raiſon ſupertripartiente quartes, &c.

DEFINITION LXVII.

Raiſon multiple eſt, quand le maieur terme contient le moindre pluſieurs fois preciſement.

EXPLICATION.

Comme 4 a 2, eſt raiſon multiple, nommée duple, & 9 a 3, raiſon triple, &c.

DEFI-

Digitized by Google

DEFINITION LXVIII.

Raiſon multiple ſuperparticuliere eſt, quand le maieur terme contient le moindre pluſieurs fois, & d'auantage vne partie.

EXPLICATION.

Comme 5 a 2, eſt raiſon multiple ſuperparticuliere, nommée duple ſeſquialtere, & 17 a 4, eſt raiſon quadruple ſeſquiquarte, &c.

DEFINITION LXIX.

Raiſon multiple ſuperpartiente eſt, quand le maieur terme contient le moindre pluſieurs fois & d'auantage pluſieurs parties.

EXPLICATION.

Comme 8 a 3, eſt raiſon multiple ſuperpartiente, nommée double ſuperbipartiente tierces, & 24 a 5, quadruple ſuperquadripartiente quintes, &c.

DEFINITION LXX.

Raiſon de moindre inegalité eſt, quand on compare le moindre terme au maieur.

EXPLICATION.

Comme la comparaiſon de 2 a 5, ſ'appelle raiſon de moindre inegaleté.

NOTA.

La raiſon de moindre inegaleté reçoit les meſmes eſpeces que la maieure y mettãt touſiours deuant ceſte ſyllabe *ſub*, comme 2 a 3, eſt raiſon ſubſeſquialtere, & 3 a 5, ſubſuperbipartiente tierces, & 2 a 4, ſubduple, & 2 a 5, ſubduple ſeſquialtere, & 3 a 8, ſubduple ſuperbi-

partiente

Digitized by Google

partiente tierces, de sorte que maieure & moindre raison d'inegaleté sont tousiours relates. Comme si 4 a 2, est raison duple, ergo 2 a 4, est raison subduple.

DEFINITION LXXI.

Raison incommensurable, est celle de laquelle n'existe aux termes aucune comme mesure.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{3}$ a 2, s'appelle raison incommensurable, par ce que les termes ne reçoiuent aucune commune mesure.

DEFINITION LXXII.

Raison transformée, est celle en laquelle par resomption auient transformation des termes.

EXPLICATION.

Soit raison 8. 6. 3. si doncques on prend 8. & 6 & 3, tous ensemble font 17, & qu'on compare les mesmes 17 a 6, telle reprinse de 17 a 6, (a cause de la transformation des termes) s'appelle raison transformée. Ou autrement prenant desdicts 17, quelque nombre comme 12, & le comparant ausdicts 17, ou a quelque partie d'iceux, nous appellons telle comparaison raison transformée. Ou autrement si quelque terme des trois termes ou partie d'iceux se multiplie ou diuise par quelque nombre, & que tel produict ou quotient soit comparé à quelque quantité desdicts 17, nous appellons semblablement telle comparaison raison transformée. Tellement que nous comprehendons soubs ceste definition, la raison conioincte & disioincte, ensemble toutes autres ausquelles auint telle mutation.

DEFI-

Digitized by Google

DEFINITION LXXIII.

Raiſon renuerſe, eſt celle en laquelle on compare le terme conſequent, a l'antecedent.

EXPLICATION.

Soit raiſon de 3 a 6, Si donques on compare le terme conſequent 6, à l'antecedent 3, telle comparaiſon ſ'appelle raiſon renuerſée.

DEFINITION LXXIIII.

Raiſon perturbée, eſt la comparaiſon du ſecond terme au troiſieſme, & du premier au ſecond, mais ſi la raiſon fut de plus de termes que de trois; Alors du ſecond au troiſieſme, & du troiſieſme au quatrieſme, & ainſi enſuiuant tant qu'il y aura des termes, & finalement du premier au ſecond.

EXPLICATION.

Soient termes 2. 6. 8. ſi doncques on compare 6 a 8, puis 2 a 6, ceſte comparaiſon ſ'appelle raiſon perturbée. Soient maintenant quatre termes 3. 5. 7. 2, ſi donèques on compare 5 a 7, puis 7 a 2, & finalement 3 a 5, telle comparaiſon comme deſſus, ſ'appellé raſon perturbée.

NOTA.

Raiſon perturbée conſiſte au moins en trois termes.

DEFINITION LXXV.

Raiſons egales ſont celles qui ont egale multitude de termes, & comme le premier terme au ſecond de l'vne raiſon, ainſi le premier au ſecond

Digitized by Google

ſecond de l'autre: Mais ſi la raiſon fuſt ternaire; alors comme le premier terme au ſecond, & le ſecond au troiſieſme de l'vne raiſon, ainſi le premier au ſecond, & le ſecond au troiſieſme de l'autre; & ainſi de toute autre raiſon ſelon la multitude des termes.

EXPLICATION.

Soit l'vne raiſon 4 a 2, de laquelle le premier terme eſt double au ſecond, & l'autre 6 a 3, de laquelle le premier terme 6 eſt auſſi double au ſecond 3: nous diſons donc que la raiſon de 4 a 2, eſt egale à celle de 6 a 3; mais ſi l'vne raiſon fuſt ternaire comme 3. 2. 4, de laquelle le premier terme obtient au ſecond raiſon ſeſquialtere, & le ſecond au troiſieſme raiſon ſubduple; Et que l'autre fuſt 6. 4. 8, de laquelle le premier terme au ſecond, obtient auſſi raiſon ſeſquialtere, & le ſecond au troiſieſme auſſi raiſon ſubduple; Telles deux raiſons ternaires ſ'appellent auſſi egales. Et ainſi de la quaternaire raiſon & autres quelconques.

DEFINITION LXXVI.

Proportion Arithmetique, eſt la comparaiſon de deux raiſons egales.

EXPLICATION.

Soient deux raiſons egales 2 a 3, & 4 a 6, leur comparaiſon (diſant comme 2 a 3, ainſi 4 a 6.) ſ'appelle proportion, ou nous diſons que les termes 2. 3 ſont proportionels aux termes 4. 6. Et le meſme ſ'entendra des autres

Digitized by Google

autres raisons quelconques, comme ternaire, quaternaire.

DEFINITION LXXVII.

Proportion binaire, est celle de deux egales raisons binaires : Mais la ternaire celle de deux egales raisons ternaires, & ainsi des autres selon l'espece des raisons s'appellera la proportion.

EXPLICATION.

Comme deux egales raisons binaires 2. 3—4. 6. font proportion binaire. Semblablement deux egales raisons ternaires comme 3. 2. 5 — 9. 6. 15, font proportion ternaire; Et ainsi de la quaternaire & autres semblables.

DEFINITION LXXVIII.

Proportion continue est, quand les termes moiens se peuuent prendre comme antecedens & consequens.

EXPLICATION.

Soient termes 8. 4. 2. 1, desquels les extremes sont 8 & 1, & les moiens comprins entre les extremes 4 & 2. Parce donc que 4 & 2 se peuuent prendre pour termes antecedens & consequens (car 4 est terme consequent par l'hypothese; & est aussi antecedent, quand nous disons comme 4 a 2, ainsi 2 a 1; Et de mesme sorte se demonstrera que le 2 se pourra prendre pour terme antecedent & consequent) la proportion 8. 4. 2. 1, s'appelle continue qui s'explique ainsi: comme 8 a 4, ainsi 4 a 2, & 2 a 1.

Digitized by Google

NOTA.

La proportion continue consiſte au moins en trois termes: Soit par exemple proportion 3. 6. 12. en laquelle on dict comme 3 a 6, ainſi 6 a 12, & appert qu'elle ne peut (veu que toute proportion à deux raiſons) cõsiſter en moindre multitude de termes.

DEFINITION LXXIX.

Proportion diſcontinue eſt, quand les termes moyens ne ſe peuuent prendre comme antecedens & conſequens.

EXPLICATION.

Soit proportion 6. 3. — 4. 2. parce dõcques que 3 & 4, ne ſe peuuent prendre comme antecedens & conſequens (car comme 6 a 3, ainſi n'eſt pas 3 a 4) telle proportion ſe dict diſcontinue.

NOTA.

La proportion diſcontinue conſiſte au moins en quatre termes. Soit par exemple proportion 6. 3 — 4. 2. en laquelle on dict comme 6 a 3, ainſi 4 a 2, & appert (veu que toute proportion à deux raiſons) qu'elle ne peut conſiſter en moindre multitude.

DEFINITION LXXX.

Termes homologues ſont le premier de chaſcune raiſon. Semblablement ſont homologues le deuxieſme, & ainſi des autres.

EXPLICATION.

Soit proportion quelconque comme ternaire 3. 2. 6 — 9. 6. 15. Doncques 3 & 6 (qui ſont le premier terme de chaſcune raiſon) ſ'appellent termes homologues.

gues. Semblablement ſont termes homologues 2 & 6, auſſi 5 & 15.

DEFINITION LXXXI.

Proportion transformée, eſt celle qui conſiſte en deux raiſons egales transformées.

EXPLICATION.

Soient deux raiſons 5. 1. 4. 7 — 15. 3. 12. 21. & la transformée raiſon de la premier raiſon, ſoit 9. 6. à ſçauoir 9 procedant de l'aiouſtement de 5 & 4, & les 6 pour reſte de la ſoubſtraction de 1, de 7: Soit auſſi la transformée raiſon de la ſeconde raiſon 27, 18 aſçauoir 27, procedant auſſi de l'aiouſtement de 15 & 12, & les 18 auſſi pour reſte de la ſoubſtractiō de 3 & 21; Doncques 9. 6 — 27. 18. ſont deux transformées raiſons par la 72 definition, & auſſi egales par la 75 definition, deſquelles la comparaiſon ſ'appelle transformée proportion. Or que ce ſont termes proportionels apert en cela qu'il y a telle raiſon de 9 & 6, comme de 27 a 18.

NOTA.

Ceſte transformée proportion ſe peut rencontrer en infinies diuerſes manieres, de laquelle l'vtilité apparoiſtra en ſon lieu.

DEFINITION LXXXII.

Proportion renuerſée, eſt celle qui conſiſte en deux raiſons egales renuerſees.

EXPLICATION.

Soit proportion 5. 3 — 10. 6. Si dōncques nous diſons, comme 3 a 5. (ce qui eſt renuerſée raiſon de 5 a 3, par la 73 definition) ainſi 6 a 10, ou autrement comme

Digitized by Google

6 a 10, ainsi 3 a 5, telle argumentation se dict par proportion renuerse.

DEFINITION LXXXIII.

Proportion alterne, est semblable somption de termes homologues, à termes homologues.

EXPLICATION.

Soit quelque proportion, cõme ceste ternaire 2. 4. 3 — 6. 12. 9. & prennons semblablement termes homologues comme 2. 6. & 3. 9, (qui sont homologues par la 80 definition.) Doncques telle proportion 2. 6 — 3. 9. s'appelle alterne de la proportion donnée. Telle somption se peut rencontrer en diuerses manieres, car nous pouuons aussi dire; comme 9 a 3, ainsi 12 a 4. Item comme 6 a 2, ainsi 12 a 4, &c. Il y a en la definition *semblable somption*, c'est à dire, si l'antecedent terme de la premiere raison alterne, fust hors de la premiere raison donnée, qu'il sera necessaire de prendre l'antecedent terme de la seconde raison alterne, aussi hors de la premiere raison donnée. Il faut doncques necessairement obseruer ceste semblable somption, car combien que 6 & 2, puis 3 & 9, de la proportion donnée, sont termes homologues toutesfois comme 6 a 2, ainsi n'est pas 3 a 9.

DEFINITION LXXXIIII.

Proportion perturbée, est la comparaison de deux egales raisons, desquelles l'vne est raison perturbée.

EXPLICATION.

Soit raison reguliere 6. 4. 2. & perturbée pat la 74 definition, & egale à la premiere 18. 9. 6. c'est à dire comme

Digitized by Google

comme 6 a 4, & 4 a 2, ainsi 9 a 6, & 18 a 9, doncques telle proportion, à sçauoir 6. 4. 2 — 18. 9. 6. s'appelle perturbée. Le mesme s'entend de la proportion perturbée consistant en plus de termes que six; comme 12. 8. 4. 2 — 6. 3. 2. 1. L'vtilité de ceste definition apparoist aux demonstrations d'aucunes propositions, à cause de la proportion reguliere, tousiours contenue aux extremes; c'est à dire, s'il y a telle raison de 12 a 8, & de 8 a 4, & de 4 a 2, comme de 3 a 2, & de 2 a 1, & de 6 a 3. Ergo conclud on, comme 12 a 2, ainsi 6 a 1.

NOTA.

La proportion perturbée consiste au moins en six termes.

DEFINITION LXXXV.

Si trois termes fussent proportionaux, le premier se dict au troisiesme auoir la raison qu'il a au second, doublée. Mais si quatre termes fussent en continue proportion, le premier se dict au quatriesme auoir la raison qu'il a au second, triplée. Et ainsi tousiours vn d'auange, iusques à la fin de la proportion.

EXPLICATION.

Soient termes en continue proportion tels 3. 9. 27. 81. 243. or le 3 au 27, se dict auoir la raison de 3 a 9, doublée. Item le 3 a 81, se dict auoir le raison de 3 a 9, triplée. Ainsi la raison de 3 a 243, se dict auoir la raison de 3 a 9, quadruplée. La cause de ceste appellation est manifeste (comme en son lieu apparoistra) par la multiplication des raisons. Car si l'on multiplie la raison de

Digitized by Google

ſon de 3 à 9, par 2, le produict, eſt raiſon de 9 a 81, qui eſt la meſme que 3 a 27, doncques (ſelon la definition) 3 a 27 contient la raiſon de 3 a 9, doublée. Semblablement ſi on multiplie la raiſon de 3 a 9, par 3, le produict ſera raiſon de 27 a 7 29, qui eſt la meſme que 3 a 81, doncques 3 a 81, contient la raiſon de 3 a 9, triplée, &c.

QVATRIESME PARTIE DES DEFINITIONS DE COMPVTATIONS RATIONELLES, *comme Aiouſter, Subſtraire, Multiplier, Diuiſer & leurs dependances.*

DEFINITION LXXXVI.

Aiouſter eſt trouuer vn nombre egal à deux, ou pluſieurs nombres donnez.

EXPLICATION.

Comme quand on dict 2.
& 3.
faict 5.

L'on trouue vn nombre 5 egal à deux nombres donnez 2 & 3. telle inuention donc de 5 ſ'appelle Aiouſter.

DEFINITION LXXXVII.

Iceux deux ou pluſieurs nombres donnez, ſ'appellent nombres à aiouſter.

EXPLI-

Digitized by Google

EXPLICATION.

Comme le 2 & 3, à la 86 definition s'appellent nombres à Aiouſter.

DEFINITION. LXXXVIII.

Et le nombre egal aux nombres à adiouſter ſ'appelle ſomme.

EXPLICATION.

Comme le 5 à la 86 definition s'appelle ſomme.

DEFINITION LXXXIX.

Soubſtraire eſt trouuer la difference de deux nombres donnez.

EXPLICATION.

Comme quand on dict de 3.
ſoubſtraict 2.
reſte 1.

L'on trouue 1 difference de 3 & 2, telle inuention donc de 1 s'appelle ſoubſtraite.

DEFINITION XC.

L'vn des nombres donnez ſ'appelle nombre duquel on ſoubſtraict.

EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le trois s'appelle nombre duquel on ſoubſtraict.

DEFINITION CXI.

Et l'autre des nombres donnez ſ'appelle nombre à ſoubſtraire.

EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le 2 s'appelle nombre à ſoubſtraire.

Digitized by Google

DEFINITION XCII.

Et leur difference s'appelle Reste.

EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le 1 s'appelle Reste.

DEFINITION XCIII.

Multiplier est trouuer vn nombre contenant autant de fois le premier donné, qu'il y a des vnitez au second donné.

EXPLICATION.

Comme quand on dict 3.
fois 2.
faict 6

L'on trouue vn nombre 6 contenant autant de fois le premier donné 3, qu'il y a d'vnitez au second donné 2, car 6 contient le 3 deux fois, aussi y a il deux vnitez au 2 donné: telle inuention donc de 6 s'appelle multiplier.

DEFINITION XCIIII.

L'vne d'iceux nombres donnez s'appelle nombre a multiplier.

EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 3 s'appelle nombre à multiplier.

DEFINITION XCV.

Et l'autre nombre s'appelle multiplicateur.

EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 2 s'appelle multiplicateur.

DEFI-

Digitized by Google

DEFINITION XCVI.

Et le nombre contenant autant de fois le nombre à multiplier, qu'il y a des vnitez au multiplicateur, s'appelle Produict.

EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 6 s'appelle produict.

DEFINITION CXVI.

Diuiser est trouuer vn nombre contenant autant de fois l'vnité, qu'vn nombre donné contient vn autre nombre donné.

EXPLICATION.

Comme quand on dict 6. combien de fois contient il 2? faict 3 fois.

L'on trouue vn nombre 3 contenant autant de fois l'vnité, que le 6 donné contient le 2 donné: car 3 contient l'vnité, trois fois aussi contient le 6 trois fois le 2. Telle inuention donc de 3 s'appelle diuiser.

DEFINITION XCVIII.

L'vn des nombres donnez s'appelle nombre à diuiser.

EXPLICATION.

Comme à la 97 definition le 6 s'appelle nombre à diuiser.

DEFINITION XCIX.

L'autre des nombres donnez s'appelle diuiseur.

EXPLICATION.

Comme à la 97 definition le 2 s'appelle diuiseur.

Digitized by Google

DEFINITION C.

Et le nombre contenant autant de fois l'vnité, que le nombre à diuiſer contient le diuiſeur, ſ'appelle quotient.

EXPLICATION.

Comme à la 97 definition, le 3 ſ'appelle quotient.

CINCQVIESME PARTIE DES DEFINITIONS DES COMPVtations proportionelles.

DEFINITION CI.

Regle de trois eſt celle par laquelle à trois termes donnez, on trouue vn quatrieſme terme proportionel.

EXPLICATION.

Comme ſi les trois termes donnez fuſſent 4. 2. 6. & que l'on trouue leur quatrieſme proportionel 3, (car comme 4 eſt le double de 2, ainſi eſt 6 le double de 3) telle inuention ſ'appelle regle de trois.

DEFINITION CII.

Regle de proportionelle partition, eſt celle par laquelle on partiſt vn nombre donne en parties proportionelles à nombres donnez.

EXPLICATION

Soit par exemple 9 parti en 6, & 3, à ſçauoir en parties proportionelles à quelques nombres dõnez 4 & 2, telle operation ſ'appelle regle de proportionelle partition,

Digitized by Google

tion,& a en l'Arithmetique telle ſimilitude à la regle de trois, comme en la Geometrie la 10 propoſit. du 6 liure d'Euclid. à la 12 prop. du meſme. Elle eſt auſſi le fondement de pluſieurs reigles comme de compaignie, d'alligation, &c. comme apparoiſtra en ſon lieu.

DEFINITION CIII.

Reigle des faux eſt celle par laquelle on trouue le requis par poſition faulſe.

NOTA.

Ceſte reigle de faux ſe rencontre par ſemblables manieres d'operations autant en nombre radicaux & Algebraiques, qu'en Arithmetiques. D'ou non improprement l'Algebre (qu'on appelle auſſi *Almucabale, Ars magna, Regula de coſa*) ſe peut nommer reigle de faux des quantitez.

DE LA SIGNIFICATION DES VOCABLES, PROBLEME, THEOREME, ET HYPOTHESE.

IL y a quelques trois vocables Grecqs, comme Probleme, Theoreme,& Hypotheſe, qui autant en langue Françoiſe & Latine, que en la Grecque, ſont par les Mathematiciens en vſage, & par ce qu'on les cite ſouuentesfois, il m'a ſemblé bon d'expliquer (pour ceux qui ne les entendront pas) leur ſignification. Il faut doncques ſçauoir que la propoſition mathematique a deux eſpeces, comme Probleme, & Theoreme. Par Probleme on entend celle en laquelle eſt requi; quelque action ou conſtruction, & apres la meſme encore ſa de-

Digitized by Google

ſa demonſtration, par laquelle on eſprouue la conſtruction eſtre bonne. Theoreme eſt vne propoſition en laquelle eſt ſeulement requis demõſtration de quelque queſtion propoſée. Et ont ces deux propoſitions certains membres, auſquels en chaſcun eſt diſtinctement traicté vne certaine partie de la meſme propoſition. ceux du Probleme ſont tels :

Le premier membre eſt vne generale propoſition, par laquelle on requiert auoir faict quelque choſe. Pour exemple le premier probleme ſuiuant (par lequel on veut enſeigner l'addition de nombres entiers) a ſon premier membre tel : *Eſtant donnez nombres à adiouſter entiers : Trouuer leur ſomme.*

Le ſecond membre eſt du *donné*. Par le vocable donné (qui eſt en vſe tant par Grecqs & Latins que François) entend on la choſe propoſée conforme à la petition du premier membre.

Le troiſieſme membre eſt du *Requis*, auquel on explique ce que du donné du ſecond membre l'on veut auoir effectué.

Le quatrieſme membre eſt de la *Conſtruction*, en laquelle faict par le donné quelque operation conforme au requis.

Le cincquieſme membre eſt *Preparation de la demonſtration* : mais tous problemes ne l'ont pas neceſſairement à faire, par ce qu'il auient ſouuentesfois que les choſes ſont ſuffiſantes par eux meſmes pour eſtre demonſtrees, ſans faire ceſte preparation.

Le ſixieſme membre eſt de la *Demonſtration* en laquelle on eſprouue que la conſtruction eſt vraie, & conforme au requis. Laquelle demonſtration quand elle ſemble difficile ou longue, nous la diſtinguons en articles,

Digitized by Google

cles, à fin que quand l'on repete les choſes qui ſont deuant demonſtrees, qu'on ne die pas ſeulement; *Comme nous auons demõſtré deſſus*, mais que l'on y peut encore aiouſter l'article, là ou telle choſe a eſté demonſtrée.

Le ſeptieſme membre eſt de la *Concluſion*, en laquelle on conclud (repetant quaſi tous les motz du premier nombre) que tout ce qui au probleme eſtoit requis eſt accompli.

Et ſemblables mẽbres reçoit le theoreme, excepté le quatrieſme qui eſt de la cõſtruction. Vrai eſt qu'aucuns le lui attribuẽt: mais pour en parler propremẽt, ce n'eſt point cõſtruction: mais preparation de demonſtration.

Or à fin que traictions de tout clairement, nous auons diſtingué ces membres (comme auſſi à faict Daſipodius commentateur en Euclide) par leurs capitales lettres. Et n'eſt l'vtilité de telles diſtinctions pas petite, par ce que quand conſtruction, preparation de demonſtration, & demonſtrarion, ſont meſlees l'vn en l'autre, que le meſme cauſe ſouuentesfois grande obſcurité.

Hypotheſe ſe interprete matiere, argument, cauſe ou propoſition. Mais pour declarer ſa propre ſignification en doctrine mathematique. il faut ſçauoir que quand nous affermons quelque choſe par l'hypotheſe, c'eſt autant comme affermer par le cas, qui au parauant à eſté ainſi poſé. Par exemple eſtant quelque queſtion à demonſtrer par vn cube, on le deſcript comme A. Et diſons, Soit vn cube. A (il eſt vrai qu'en verité ce n'eſt pas cube, veu que ceſt figure plaine, mais nous poſons le cas qu'il le ſoit; par ce que cela

A



Digitized by Google

cela ſuffit à noſtre intention) Or ſ'il y euſt (par exemple) à eſprouuer que toutes les ſuperfices du corps A, ſont quarrez, l'on pourroit dire; le corps A eſt cube par l'hypotheſe (ceſt à dire par le cas au parauant ainſi poſé) Ergo toutes ſes ſuperfices ſont quarrez. Doncques comme nous auons dict deſſus: Affermer par l'hypotheſe, c'eſt autant comme affermer par le cas qui au parauant à eſté ainſi poſé.

BRIEFVE COLLECTION DES CHARACTERES QV'ON VSERA EN CESTE ARITH.

VEV que la cognoiſſance des characteres eſt de grande conſequence, par ce qu'on les vſe en l'Arithmetique au lieu de motz, nous les aiouſterons ici, (combien qu'au precedent chaſcun à eſté amplement declairé en ſa definition) par ordre tous enſemble comme ſenſuit.

Les characteres ſignifians quantitez, deſquels l'explication ſe trouue es 14. 15. 16. 17. 18. defin. ſont tels.

⊙ Commencement de quantité qui eſt nombre Arith. ou radical quelconque.

① prime quantité.

② ſeconde quantité.

③ tierce quantité.

④ quarte quantité, &c.

Les characteres ſignifians poſtpoſees quantitez, deſquels l'explication ſe trouue à la 28 definition, ſont tels:

1 ſec

Digitized by Google

1 sec ① Vne prime quantité secondement posée.

4 ter ② Quatre secondes quantitez tiercement posées, ou procedans de la prime quantité tiercement posée.

1 ① sec ① Produict d'vne prime quantité par vne prime quantité secondement posée.

5 ① ter ② Produict de cinq quartes quantitez par vne seconde quantité tiercement posée.

Les characteres signifians racines desquels l'explication se trouue à la 29 & 30 definition sont tels:

✓ Racine de quarré.

✓✓ Racine de racine de quarré.

✓✓✓ Racine de racine de racine de quarré.

✓✓✓✓ Racine de racine de racine de racine de quarré.

✓ ③ Racine de cube.

✓✓ ③ Racine de racine de cube.

✓ ① Racine de quarte quantité.

✓✓ ① Racine de racine de quarte quantité, &c.

Le charactere signifiant la separation entre le signe de la racine, & la quantité, duquel l'explication se trouue à la 34 definition, est tel.

✓ 3 ✕ ② Comme ✓ 3 ✕ ② n'est pas le mesme que ✓ 3 ②, comme dict est à ladicte 34. definition.

Les characteres signifians plus & moins, comme à la 36 definition, sont tels:

+ Plus.

— Moins.

Et pour expliquer la racine d'vn multinomie (qu'aucuns appellent racine vniuerselle) nous vserons le vocable du multinomie comme:

✓ bino 2 + ✓ 3, c'est à dire racine quarrée de binomie, ou de la somme de 2 & ✓ 3.

✓ trino

√ trino √ 3 + √ 2 — √ 5, c'eſt à dire racine quarrée de trinomie, ou de la ſomme de √ 3 & √ 2 & — √ 5.

√ ③ bino √ 2 + √ 3, c'eſt à dire racine cubique de binomie √ 2 + √ 3.

√ bino 2 ② + 1 ①, c'eſt à dire racine quarrée de binomie 2 ② + 1 ①.

√ ③ bino 2 ② + 1 ①, c'eſt à dire racine cubique de binomie 2 ②, + 1 ①, &c.

FIN DV I. LIVRE.

Digitized by Google

LE SECOND LIVRE D'ARITHMETIQVE DE L'OPERATION.

Premiere partie de l'operation des nombres Arithmetiques.

Premiere distinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques entiers.

De l'addition des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME I.

ESTANT *donnez nombres Arithmetiques entiers a aiouſter: Trouuer leur ſomme.*

Explication du donné. Soient les nombres donnez à aiouſter telz 379, & 7692, & 4545. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur ſomme. *Conſtruction.* On diſpoſera les nombres donnez comme ci deſſoubz; de ſorte que leurs premieres characteres vers la dextre, correſpondent l'vn ſoubs l'autre, & que pareillement correſpondent leurs deuxieſmes characteres, & autres enſuiuans, tirant au deſſoubs vne ligne; Puis en aiouſtera tous les characteres du premier reng vers la dextre, diſant 9 & 2 font 11, & 5 font 16, deſquels on mettera le

Digitized by Google

tera le 6 ſoubs le premier reng, & le 1 deſdicts 16 aiouſtera on au ſecond reng, diſant, 1 & 7 font 8, & 9 font 17, & 4 font 21, deſquels on mettera le 1 ſoubs le ſecond reng, & le 2 adiouſtera on au troiſieſme reng, diſant 2 & 3 font 5, & 6 font 11, & 5 font 16, deſquels on mettera le 6 ſoubs le troiſieſme reng, & le 1 ſ'aiouſtera au quatrieſme, diſant 1 & 7 font 8, & 4 font 12, leſquels on mettera entierement ſoubs leur reng en ceſte ſorte.

Nombres	3 7 9	Ie di que 1 2 6 1 6 eſt la ſomme
donnez	7 6 9 2	requiſe. *Demonſtration.* Si des
	4 5 4 5	trois nombres donnez on ſoubſtraict les deux premiers don-
Somme	1 2 6 1 6	nez, reſtera le dernier nombre donné 4 5 4 5, & ſi de la ſomme trouuée 1 2 6 1 6 on ſoubſtraict auſſi les deux premiers nombres donnez, reſte auſſi 4 5 4 5. Mais par le cõmun axiome; ſi de choſes egales on ſoubſtraict choſes egales les reſtes ſeront egales, & au reuers ſi les reſtes ſont egales aux reſtes, & choſes ſoubſtraictes aux choſes ſoubſtraictes, leurs tous ſont egaux; Doncques 1 2 6 1 6 eſt egal aux trois nombres donnez, c'eſt doncques par la 8 6 definition leur ſomme; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez nombres Arithmetiques entiers à aiouſter, nous auons trouué leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME II.

ESTANT *donné nombre Arithmetique entier duquel on ſoubſtraict, & nombre Arithme-*

Digitized by Google

Arithmetique entier à ſoubſtraire: Trouuer leur reſte.

Explication du donné. Soit donné nombre duquel on ſoubſtraict 2 3 8 7 5 4 2 0 7 & nombre à ſoubſtraire 7 1 5 7 2 6 0 4. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur reſte. *Conſtruction.* On mettera le nombre à ſoubſtraire ſoubs le nombre duquel il faut ſoubſtraire, ainſi que le 4 correſponde au 7, & le 0 au 0, & ainſi des autres, tirant vne ligne entre les nombres donnez, & encore vne autre ſoubs le nombre à ſoubſtraire, cõme cy deſſoubs: Puis commençant à dextre, on ſoubſtraira 4 de 7, reſte 3, lequel on mettera ſoubs le 4; Puis on dira 0 de 0 reſte 0, le mettant ſoubs le 0, puis 6 de 2 qui eſtant impoſſible, on dira 6 de 12, reſte 6, le mettant ſoubs le 6, puis 2 de 3 (il eſt vrai que l'on diroit 2 de 4, n'euſt eſté que de 4 on euſt 1 emprunté, pour le precedent 2 faire valoir 12) reſte 1, le mettant ſoubs le 2, & ainſi des autres, dont la diſpoſition des characteres eſt telle.

Nombre duquel	2 3 8 7 5 4 2 0 7
Nombre à ſoubſtraire	7 1 5 7 2 6 0 4
Reſte	1 6 7 1 8 1 6 0 3

Ie di que 167181603 eſt la reſte requiſe *Demonſtration.* Aioustant les reſte 167 181 603 au nombre à ſoubſtraire 7 1 5 7 2 6 0 4, leur ſomme ſera egale au nombre duquel on ſoubſtraict, parquoi 167 181 603, eſt la difference entre le nombre duquel on ſoubſtraict, & le nombre à ſoubſtraire: doncques par la 89 definition elle eſt auſſi leur reſte; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre Arithmetique entier duquel on ſoubſtraict, & nombre Arithmetique

Digitized by Google

entier à soubstraire, nous auons trouué leur reste; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME III.

ESTANT *donné nombre Arithmetique entier à multiplier, & nombre Arithmetique entier multiplicateur : Trouuer leur produict.*

Explication du donné: Soit dõné nombre à multiplier 546, & multiplicateur 37. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer leur produict. NOTA. Pour facilement soluer ceste proposition, il conuient de sçauoir par memoire, la multiplication des neuf simples characteres 1.2.3.4.5.6.7.8.9. entre eux: comme, que 5 fois 7 font 35, & que 9 fois 6 font 54, & ainsi des autres: Or pour facilité du mesme on prepare communement vne table comme ci dessoubs, vulgairement dicte la table Pytagorique, son vsage est tel: voulant sçauoir le produict de deux characteres proposez, on cherche l'vn en la premiere colomne à la senestre, & l'autre en la superieure ligne, & le nombre en l'angle commun demonstre le produict. Par exemple voulant sçauoir

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Digitized by Google

ſçauoir combien ſoit 8 fois 3, on cherche 8 en la premiere colomne à ſeneſtre, & 3 en la ſuperieure ligne, & en l'angle commun y a 24, qui denote 8 fois 3 faire 24, & ainſi des autres. *Conſtruction.* On mettera les nombres l'vn ſoubs l'autre, tirãt vn tret comme ci deſſoubs; Puis on dira 7 fois 6 font 42, mettant 2 ſoubs le 7, & retenant (à cauſe des quatre dixaines) 4 à la memoire; puis 7 fois 4 font 28, & 4 qu'on tient à la memoire, font 32, deſquels on mettera le 2 ſoubs le 3, retenant 3; puis 7 fois 5 font 35, & 3 qu'on a retenu font 38; leſquels on mettera pareillement deſſoubs le tret: De meſme ſorte multipliera on les 546 par le 3 du multiplicateur, diſant 3 fois 6 font 18, mettant le 8 ſoubs le 3, & ainſi des autres: puis on tirera vn tret aiouſtant par le 1 probleme tout ce qui eſt entre les deux lignes en ceſte ſorte.

Nombre à multiplier	546
Multiplicateur	37
	3822
	1638
Produict	20202

Ie di que 20202 eſt le produict requis. *Demonſtration.* Le 20202 contient le 37 autant de fois, qu'il y a vnitez en 546; Doncques par la 93 definition c'eſt multiplication legitime, & 20202 eſt leur produict; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre Arithmetique entier à multiplier, & nombre Arithmetique entier multiplicateur, nous auons trouué leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la diuiſion de nombres Arithmetiques entiers.

Digitized by Google

PROBLEME IIII.

ESTANT *donné nombre Arithmetique entier à diuiſer, & nombre Arithmetique entier diuiſeur : Trouuer leur quotient.*

Explication du donné. Soit donné nombre à diuiſer 99 5, & diuiſeur 28. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quotient. *Conſtruction.* On mettera le nombre à diuiſer & diuiſeur en ordre, tirant vne ligne oblique comme ci deſſoubs: diſant combien de fois 2 en 9? faict 3 fois (il eſt vrai qu'il en y a 4 fois reſtant 1, mais nous dirons ci deſſoubs la raiſon pourquoi il faut dire ſeulement 3 fois) qui denote 3 pour premier charactere du quotient, lequel 3 on mettera derriere la ligne oblique, & le 3 reſtant ſur le 9, trenchant le 2 & 9. Puis on multipliera le 8 du diuiſeur, par le 3 du quotient, faict 24 lequels ſoubſtraict de 39 (ici appert l'occaſion pourquoi nous auons dict ci deſſus, que le 2 eſt en 9 ſeullement 3 fois, car ſi nous euſſions dict 4 fois reſtant 1 ſur le 9, & que nous euſſions alors multiplié le 8 par tel 4, ce ſeroit 32, leſquel ſeroit à ſoubſtraire de 19 reſtant par deſſus le diuiſeur, ce qui ſeroit impoſſible, pourtant il faut touſiours mettre tel nombre à la ligne oblique, qu'on puiſſe ſubſtraire tel produict d'icelle reſte) reſte 15, lequels on mettera deſſus le 39, trenchant & le 39, & le 8, & ſera alors la diſpoſition des characteres telle.

```
1
2 5
9 9 5 (3
2 8
```

Or pour trouuer le ſecond charactere du quotient, il faut mettre autrefois le diuiſeur ſoubs le nombre a diuiſer, mettant le 8 du diuiſeur ſoubs le 5, & le 2 ſoubs le 8 du premier diuiſeur, diſant combien de fois 2 en 15? faict 5 fois (lequel

(lequel 5 on mettera à la ligne oblique aupres le 3 pour second charactere du quotient) reste 5, lequel on mettera sur le 5 desdicts 15 trenchant les mesmes 15 & 2, puis on multipliera le 8 diuiseur, par le 5 du quotient, faict 40, qui soubstraict de 55 reste 15, lesquels on mettera dessus le 55, trechant & le 55 le 8, & distinguant le 15 restant par vne ligne oblique; Puis on tirera vne ligne aupres les 35 du quotient, mettant sur icelle lesdict restant 15, & dessoubs la mesme le 28, qui est le diuiseur, dont la disposition des characteres est telle.

(1 / 1 5 / 2 8 / 3 5 / 9 9 5 / 2 8 / 9 7

Ie di que $35\frac{15}{28}$ est le quotient requis. *Demonstration.* Les $35\frac{15}{28}$ cõtiennent autant de fois l'vnité, quantesfois le nombre à diuiser 995 contient le diuiseur 28; Dõcques $35\frac{15}{28}$ est par la 97 definition leur quotient requis; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmetique entier à diuiser, & nombre Arithmetique entier diuiseur, nous auons trouué leur quotient; ce qu'il falloit faire.

Deuxiesme distinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques rompus, & d'autres computations à icelles appartenantes.

PROBLEME V.

ESTANT *donnez nombres Arithmetiques entiers: Trouuer leur plus grande commune mesure.*

Explication du donné. Soient donnez nombres

Digitized by Google

Arithmetiques entiers 91 & 117. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur plus grande commune meſure. *Conſtruction.* On diuiſera le maieur nombre 117 par le moindre 91 donne reſte (car du quotient ne prenons icí cure) 26. par les meſmes diuiſera on autrefois les 91, donne reſte 13. par les meſmes diuiſera on autrefois les 26, & ne reſte rien. Ie di que 13, parce qu'en la derniere diuiſion il n'y reſtoit rien (car pour regle generale, le nombre qui en telle derniere diuiſion eſt diuiſeur, ſera touſiours la pluſgrande commune meſure) eſt la pluſgrande commune meſure requiſe. *Demonſtration.* Si l'on meſure combien de fois il y a 13 en 91 (c'eſt à dire, ſi on diuiſe 91 par 13) ſe trouue preciſement 7 fois; Semblablement combien de fois leſdicts 13 ſont en 117, ſe trouue preciſement 9 fois. Doncques 13 (puis qu'il meſure & l'vn & l'autre) eſt leur commune meſure. Auſſi que c'eſt la plus grande, eſt manifeſte, par ce que 7 & 9 ſont nombres entre eux premiers; ce qu'il falloit demonſtrer. NOTA. Mais eſtant à trouuer la plus grande commune meſure de plus que de deux nombres, comme (par exemple) de 18. 12. 4. On trouuera premierement la plus grande commune meſure de quelques deux, comme de 18 & 12, qui eſt 6, puis de 6 & 4, qui eſt 2 pour le requis; & ainſi d'aultres nombres quelconques. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez nombres Arithmetiques entiers, nous auons trouué leur plus grande commune meſure; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME. VI.

ESTANT *donné nombre Arithmetique rompu: Trouuer ſon premier rompu.*

Expli-

Digitized by Google

Explication du donné. Soit donné rompu $\frac{91}{117}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer ſon premier rompu. *Conſtruction.* On trouuera la plus grande commune meſure de 91 & 117, laquelle par le 5 probleme ſera 13, par les meſmes diuiſera on 91, donné quotient 7; lequel ſe mettera ſur vne ligne, puis on diuiſera les 117 par leſdicts 13, donne quotient 9, lequel on mettera deſſoubs ladicte ligne en ceſte ſorte $\frac{7}{9}$. Ie di que $\frac{7}{9}$ eſt le premier rompu requis. *Demonſtration.* Eſtant numerateur & nominateur de $\frac{7}{9}$ nõbres entre eux premiers, par la 8 definition, ils ſeront le premier rompu, du rompu donné $\frac{91}{117}$, par la 13 definition; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre Arithmetique rompu, nous auons trouué ſon premier rompu; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME VII.

ESTANT donné nombre Arithmetique entier & rompu: Trouuer vn rompu qui leur ſoit egal.

Explication du donné. Soient donnez $4\frac{2}{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer vn rompu qui leur ſoit egal. *Conſtruction.* On multipliera les 4 par 3, font 12, auſquels ſ'aiouſtera le 2 numerateur du rompu dõné; font 14 ſoubs les meſmes mettera on le 3 nominateur du rõpu donné en ceſte ſorte $\frac{14}{3}$ Ie di que $\frac{14}{3}$ eſt le rompu requis egal aux $4\frac{2}{3}$. *Demonſtration.* Il eſt manifeſte par le ſuiuant 8 probleme, que $\frac{14}{3}$ vallent $4\frac{2}{3}$; ce quil falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre Arithmetique entier & rompu, nous auons trouué vn rompu qui leur eſt egal; ce qu'il falloit faire.

Digitized by Google

PROBLEME VIII.

ESTANT *donné fraction Arithmetique maieure que vnité: Trouuer combien des vnitez, & plus quelle fraction moindre que vnité, la fraction donnée contienne.*

Explication du donné. Soit fraction donnée maieure que vnité $\frac{14}{3}$. *Explication du requis.* Il fault trouuer combien des vnitez, & plus quelle fraction moindre que vnité, ladicte fraction $\frac{14}{3}$ contienne. *Conſtruction.* On diuiſera le numerateur 14, par le nominateur 3, donne quotient $4\frac{2}{3}$. Ie di que $4\frac{2}{3}$ eſt le nõbre requis. *Demonſtration.* Premierement que $4\frac{2}{3}$ ſont quatre vnitez, & plus fraction $\frac{2}{3}$ moindre que vnité, eſt par ſoi manifeſte: Au ſecond, que les $4\frac{2}{3}$ ſont egaux à $\frac{14}{3}$, appert par le 7 probleme; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée fraction Arithmetique, &c. ce qu'il falloit faire.

PROBLEME IX.

ESTANT *donnez nombres Arithmetiques rompuz d'inegaux nominateurs: Les reduire en rompuz de commun nominateur.*

Explication du donné. Soient les rompuz donnez $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$. *Explication du requis.* Il les faut reduire en nombres rompuz de commun nominateur, c'eſt à dire qu'il faut trouuer deux autres rompuz egaux aux donnez, & aians egaux nominateurs. *Conſtruction.* On multipliera le 4 par 3 faict 12, lequel ſe mettera ſur le 4, ſemblablemẽt on multipliera 2 par 5, faict 10, les meſmes mettera on ſur le 2, puis 3 par 5 faict 15, lequel on mettera deſſoubs

Digitized by Google

dessoubs en ceste sorte. Ie di que $\frac{10}{15}$ & $\frac{12}{15}$ sont les nombres requis, à sçauoir aians vn commun nominateur 15. *Demonstration.* Que ces nombres trouuez ont 15 pour commun nominateur est manifeste, & que les $\frac{10}{15}$ sont egales a $\frac{2}{3}$, apert en cela, que $\frac{2}{3}$ sont le premier rompu de $\frac{10}{15}$ par le 6 probleme; Semblablement sont les $\frac{12}{15}$ egales à les $\frac{4}{5}$; ce qu'il falloit demonstrer.

10 12
$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$

Autre exemple. Si les nombres donnez fussent plus que deus, comme par exemple ces trois $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$. On multipliera 3 par 5 faict 15, lesquels autrefois multipliez par 7 font pour commun nominateur requis 105; puis pour trouuer le numerateur respondant aux $\frac{2}{3}$ donnez, on multipliera les 105 par les 2 des $\frac{2}{3}$ faict 210: les mesmes diuisez par le 3 des mesmes $\frac{2}{3}$, donné quotient 70, pour numerateur respondant à les $\frac{2}{3}$ donnez. Et par mesme moien on trouuera que aux $\frac{4}{5}$ respondent 84 & aux $\frac{6}{7}$. 90; Doncques $\frac{70}{105}$ $\frac{84}{105}$ $\frac{90}{105}$ sont les trois nombres aiant vn cõmun nominateur 105, cõme il estoit requis, dont la demonstration depend de la precedente. Et la disposition des characteres de l'operation est telle. *Conclusion.* Estant doncques donnez nombres rompuz d'inegaux nominateurs, nous les auons reduict en rompuz de commun nominateur; ce qu'il falloit faire.

70 84 90
$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$
105

De laddition des nombres Arithmetiques rompuz.

PROBLEME X.

ESTANT *donnés nombres Arithmetiques rompuz à aiouster: Trouuer leur somme.*

Expli-

Digitized by Google

Explication du donné. Soient les nombres donnez à aiouſter tels $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur ſomme. *Conſtruction.* On mettera les deux rompuz donnez l'vn chez l'autre, appliquant tel rompu des deux à dextre ou ſeneſtre comme il auiendra, les diſtinguãt par vne croix (laquelle denote qu'il faudra multiplier par croix) comme ci deſſoubs; puis on multipliera 3 par 4, font 12: leſquels on mettera ioignant le 4; Semblablement ſe multipliera 2 par 5 font 10; puis on aiouſtera 12 & 10. font 22, ſoubs les meſmes tirera on vne ligne, puis on multipliera 3 par 5 font 15 lequel on mettera ſoubs ladicte ligne en ceſte ſorte. Ie di que $\frac{22}{15}$ (qui vallent par le 8 probleme $1\frac{7}{15}$) eſt la ſomme requiſe. *Demonſtration.* Parce que le 3 multiplié par 4 faict 12, & le meſme 3 multiplié par 5 faict 15, il y aura par la 18 propoſition du 7 liure d'Euclide, telle raiſon de 12 a 15, comme de 4 a 5; Doncques nous auons trouué deux termes 12 & 15, leſquels diſpoſez ainſi $\frac{12}{15}$. donnent vn rompu egal a $\frac{4}{5}$. Semblablement par ce que ledict 5 multiplié par 2 faict 10; & le meſme 5 par 3 faict 15. il y aura telle raiſon (par ledicte 18 propoſition du 7 Euclid.) de 10 a 15, comme de 2 a 3, nous auons doncques trouué deux termes 10 & 15, leſquels diſpoſez ainſi $\frac{10}{15}$, font vn rompu egal a $\frac{2}{3}$: parquoi la ſomme de $\frac{12}{15}$ & $\frac{10}{15}$ eſt auſſi la ſomme de $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$: Mais douze quinzieſmes, & dix quinzieſmes font vingt & deux quinzieſmes, doncques la ſomme de $\frac{12}{15}$ & $\frac{10}{15}$, eſt $\frac{22}{15}$, & par conſequent $\frac{22}{15}$ eſt auſſi la ſomme de $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$; ce qu'il falloit demonſtrer.

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \quad \begin{matrix} 12 \\ 10 \\ \hline 22 \\ 15 \end{matrix}$$

NOTA. Si les rompuz donnez euſſent egaux nominateurs, on pourra à cauſe de breueté aiouſter les numerateurs, y ſuppoſant le nominateur.

Digitized by Google

nateur. Cõme par exemple estant à aiouster $\frac{2}{7}$ & $\frac{3}{7}$ on conioindra 2 & 3 font 5, y mettant dessoubs le nominateur 7, faict pour solution $\frac{5}{7}$. Mais s'il y eust à aiouster entiers & rompus, a entiers & rompus on aiousteta les entiers à part par le 1 probleme, & les rompuz par ce 10 probleme. *Conclusion.* Estant doncques donnez nombres Arithmetiques rompuz, nous auons trouué leur somme; ce qu'il falloit faire.

De la soubstraction des nombres Arithmetiques rompuz.

PROBLEME XI.

ESTANT *donné nombre Arithmetique rompu, duquel on soubstraict, & nombre Arithmetique rompu à soubstraire: Trouuer leur reste.*

Explication du donné. Soit donné nombre duquel on soubstraict $\frac{1}{6}$, & nombre à soubstraire $\frac{2}{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur reste. *Construction.* On mettera le nombre à soubstraire $\frac{2}{3}$, à la senestre, & le nombre duquel on soubstraict $\frac{1}{6}$, à la dextre, les distinguant par vne croix, puis on multipliera 3 par 5 faict 15, le mettant chez le 5, semblablement 2 par 6 faict 12, lequel on mettera chez le 6, & tirant vne ligne entre 15 & 12, on leuera les 12 des 15, reste 3. puis on multipliera 3 (à sçauoir 3 nominateur des $\frac{2}{3}$) par 6. font 18, les mettant soubs le 3 en ceste sorte. Ie dis que $\frac{3}{18}$ (desquels le premier rompu par le 6 probleme est $\frac{1}{6}$) est la reste requise. *Demonstration.* Pource que le 3 multiplié par 5, faict 15 &

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} \quad \begin{matrix} 15 \\ 12 \\ \hline 3 \\ 18 \end{matrix}$$

Digitized by Google

faict 15,& le meſme 3 par 6 faict 18:il y aura, par la 18, propoſition du 7 liure d'Euclide,telle raiſon de 15 a 18, comme de 5 a 6; Doncques nous auons trouué deux termes 15 & 18,leſquels diſpoſez ainſi $\frac{15}{18}$, font rompu egal a $\frac{5}{6}$;Semblablement parce que ledict 6 multiplié par 2 faict 12, & le meſme 6 par 3 faict 18, il y aura telle raiſon par ladicte 18 propoſition du 7 liure d'Euclide, de 12 a 18, comme de 2 a 3 : Nous auons doncques trouué deux termes 12 & 18, leſquels diſpoſez ainſi $\frac{12}{18}$, font vn rompu egal a $\frac{2}{3}$; parquoi la reſte de la ſoubraction de $\frac{12}{18}$ de $\frac{15}{18}$, eſt auſſi la reſte de la ſoubſtraction de $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$; mais ſoubſtrahant douze dixethuictieſmes,de quinze dixethuictieſmes, reſteut trois dixethuictieſmes:doncques la reſte de $\frac{12}{18}$ de $\frac{15}{18}$, eſt $\frac{3}{18}$, & par conſequent $\frac{3}{18}$ eſt auſſi la reſte de $\frac{2}{3}$ ſoubſtraicts de $\frac{5}{6}$; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Si les rompus donnés euſſent egaux nominateurs, on pourroit à cauſe de brieueté ſoubſtraire le moindre du maieur, mettant ſoubs la reſte leur commun nominateur. Comme eſtant à ſoubſtraire $\frac{2}{7}$ de $\frac{5}{7}$, on leuera 2 de 5 reſte 3, ſoubs le meſme mis le 7, faict pour ſolution $\frac{3}{7}$. Mais ſ'il y euſt à ſoubſtraire entiers & rompus, d'entiers & rompus, & que le rompu à ſoubſtraire fuſt moindre que celui duquel on ſoubraict; Alors on ſoubſtraira le nombre entier, du nombre entier, par le 2 probleme, puis rompu de rompu, par ceſt 11 probleme.

Mais pour ſoubſtraire rompu d'entier, on emprunteta 1 de l'entier, lequel on partira en tant des parties que contient vnitez le nominateur du rompu à ſoubſtraire. Comme ſi de 4,on veult ſoubſtraire $\frac{2}{3}$, on emprunte 1 de 4,lequel 1 ſe dict eſtre $\frac{3}{3}$ (parce que le nominateur

Digitized by Google

minateur du rompu à soubstraire est 3) puis de $\frac{3}{3}$, leuant $\frac{2}{3}$ reste $\frac{1}{3}$, & sera toute la reste $3\ \frac{1}{3}$.

Mais si d'entiers & rompuz, on veult soubstraire entiers & rompuz, & que le rompu à soubstraire fust maieur que le rompu duquel il fault soubstraire, on empruntera 1 de l'entier, lequel 1 il fault partir en tant de parties, que contient vnitez le nominateur du rompu duquel on soubstraict, & l'aiouster au mesme rompu, & d'icelui aiouſtement leuer le rompu à soubstraire. Cõme par exemple: voulãt soubstraire $3\ \frac{2}{3}$, de $7\ \frac{2}{5}$, on emprunte 1 du 7 l'appellant $\frac{5}{5}$, lesquels aiouſtez aux $\frac{2}{5}$, font $\frac{7}{5}$, desquels soubstraicts $\frac{2}{3}$, reste (par ceſt 11 probleme) $\frac{11}{15}$, dont toute la reste sera $3\ \frac{11}{15}$. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmetique rompu duquel on soubstraict, & nombre Arithmetique rompu a soubstraire, nous auons trouué leur reste; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres Arithmetiques rompuz.

PROBLEME XII.

Estant donné nombre Arithmetique rompu à multiplier & nombre Arithmetique rompu multiplicateur: Trouuer leur produict.

Explication du donné. Soit donné nombre à multiplier $\frac{2}{3}$, & multiplicateur $\frac{7}{9}$. *Explication du requis.* Il fault trouuer leur produict. *Construction.* On mettera les deux nombres l'vn chez l'aultre, & tel rompu des deux à dextre ou seneſtre comme il auiendra; Puis on multipliera 2 par 7, faict 14, les mettant

Digitized by Google

ioignant le 7; semblablement 3 par 9, faict 27, les mettant chez le 9 en ceste sorte. Ie di que $\frac{4}{27}$ est le produict requis. *Demonstration.* Les $\frac{2}{3}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{14}{27}$ $\frac{14}{27}$ contiennent les $\frac{2}{3}$ autant des fois qu'il y a des vnitez en $\frac{7}{9}$ (car l'vnité est en $\frac{7}{9}$ cõtenu septneufiesme fois, aussi est $\frac{2}{3}$ cõtenu en $\frac{14}{27}$ septneufiesmefois) doncques par la 97 definition, cest legitime multiplication, & par cõsequent $\frac{14}{27}$ est le vrai produict: ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Si les nombres donnez fussent entiers & rompuz, cõme $2\frac{1}{2}$ & $4\frac{2}{3}$, on trouuera deux rompuz egaux aux entiers & rompus donnez, par le 7 probleme à sçauoir $\frac{5}{2}$ egaux à $2\frac{1}{2}$, & $\frac{14}{3}$ a $4\frac{2}{3}$, lesquels $\frac{5}{2}$ & $\frac{14}{3}$ multipliez comme en ce 12 probleme, font pour solution $\frac{70}{6}$, qui vallent par le 8 probleme $11\frac{4}{6}$, qui est par le 6 probleme $11\frac{2}{3}$.

Mais si l'vn nombre donné fust entier, & l'autre rompu, on mettera soubs l'entier touſiours 1, l'vsant apres comme s'il fust rompu. Soient par exemple $\frac{2}{7}$ à multiplier par 3, l'on mettera 1 soubs le 3, en ceste maniere $\frac{3}{1}$; puis multipliant $\frac{2}{7}$ par $\frac{3}{1}$, faict par ce probleme $\frac{6}{7}$ *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmetique rompu à multiplier, & nombre Arithmetique rompu multiplicateur, nous auons trouué leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la diuision des nombres Arithmetiques rompuz.

PROBLEME XIII.

ESTANT *donné nombre Arithmetique rompu à diuiser, & nombre Arithmetique rompu diuiseur: Trouuer leur quotient.*

Explication

Digitized by Google

Explication du donné. Soit donné nombre à diuiſer $\frac{5}{7}$, & diuiſeur $\frac{2}{3}$. *Explication du requis.* Il fault trouuer leur quotient. *Conſtruction.* On mettera le nombre à diuiſer $\frac{5}{7}$ à la dextre, & le diuiſeur à ſeneſtre, les diſtinguant par vne croix, puis on multipliera 3 par 5, font 15, les mettant chez le 5, ſemblablement 2 par 7 font 14, les mettant ioignant le 7 en ceſte ſorte. Ie di que $\frac{15}{14}$ (qui par le 8 probleme valent $1\frac{1}{14}$) eſt le quotient requis.

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \cdot \frac{15}{14}$$

Demonſtration. Les $\frac{15}{14}$ contiennent autant des fois l'vnité, quantesfois le nombre à diuiſer $\frac{5}{7}$ contient le diuiſeur $\frac{2}{3}$ (car $\frac{15}{14}$ cõtiennent l'vnité vne & vne quatorzieſme fois, & autant de fois contiennent auſſi les $\frac{5}{7}$ le diuiſeur $\frac{2}{3}$) doncques $\frac{15}{14}$ par la 97 definition, ſont leur quotient, ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Si les nombres donnez fuſſent entiers & rompuz, comme nombre à diuiſer $2\frac{2}{3}$ & diuiſeur $3\frac{1}{2}$, on trouuera deux rompuz egaux aux entiers & rompuz donnez par le 7 probleme, à ſçauoir $\frac{8}{3}$ egales aux $3\frac{2}{3}$, & $\frac{7}{2}$ egales aux $3\frac{1}{2}$, leſquels $\frac{8}{3}$ diuiſés par $\frac{7}{2}$, donnent quotient & ſolution par ce probleme $\frac{16}{21}$.

Mais ſi l'vn nombre donné fuſt entier, & l'autre rompu, on mettera touſiours ſoubs l'entier 1, l'vſant apres comme ſ'il fuſt rompu. Soit par exemple nombre à diuiſer $\frac{3}{4}$, & diuiſeur 5; On mettera 1 ſoubs 5 en ceſte ſorte $\frac{5}{1}$, puis diuiſant par $\frac{5}{1}$ les $\frac{3}{4}$ donne quotient & ſolution $\frac{3}{20}$. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre Arithmetique rompu à diuiſer, & nombre Arithmetique rompu diuiſeur, nous auons trouué leur quotient, ce qu'il falloit faire.

Digitized by Google

NOTA.

Nous auons declaré iuſques ici, les quatre computations des nombres Arithmetiques rompuz, la ou la diſpoſition des characteres, a en chaſcun probleme eſté telle, comme nous entendons que celuy doit faire, qui ſuiuera noſtre conſeil; non ſeulement pour la facilité de ces rompuz Arithmetiques (combien que c'eſt choſe aſſez importante) mais auſſi des rompuz radicaux, & algebraiques, la ou nous tiendrons le meſme ordre que deſſus. Quelle facilité il cauſera, ie le mets au iugement de ceux qui l'auront bien experimenté. Mais à fin de declairer vn peu, en quoi conſiſte ceſte ſingulíereté, c'eſt principalement en cela, que de l'operation de la ſoubſtraction & diuiſion, (parce que nous voulons que nombre à ſoubſtraire & diuiſeur ſoit touſiours mis à ſeneſtre) ſorte touſiours neceſſairement le requis par vne meſme maniere, ſans inutilement deſcripre quelques lettres pluſieurs fois, comme il auient les mettant autrement: Et ceci ne conſiſte pas en opinion, mais on en peut donner bonne raiſon par les nombres entiers: car comme l'on y met touſiours le nombre à ſoubſtraire & diuiſeur en certaine diſpoſition, qui eſt deſſoubs leurs nombres reſpondans (ce que la nature ſemble ainſi requerir, veu que le contraire cauſeroit confuſion) ſemblablement comme il ne faut pas neceſſairement obſeruer ceci en l'addition, & multiplication, car on met tel des nombres donnez, deſſus ou deſſoubs comme il auient: Tout ainſi en les quatre computations de tous autres nombres de qualité quelconque.

Troiſieſme

Digitized by Google

Troisiesme distinction de la regle de trois des nombres Arithmetiques.

PROBLEME XIIII.

Estant donnés trois termes de nombres Arithmetiques: Trouuer leur quatriesme terme proportionel.

Explication du donné. Soient trois termes donnez 2. 3. 4. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme terme proportionel; c'est à dire en telle raison au troisiesme terme 4, comme le second 3, au premier 2. *Construction.* On multipliera le deuxiesme terme 3 par le troisiesme 4, donne produict 12, lequel diuisé par le premier terme 2, donne quotient 6. Ie di que 6 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Il y a de 6 a 4 raison sesquialtere, & la mesme raison y a il aussi de 3 a 2, ou bien il y a de 2 a 3 raison subsesquialtere, & la mesme y a il aussi de 4 a 6, doncques 6 est leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit demonstrer. NOTA. Si les trois termes donnez fussent nombres rompuz, ou en partie rompuz, l'operation sera semblable à la precedente. Soient par exemple les trois termes donnez tels 3. $3\frac{1}{2}$. $2\frac{2}{3}$. On multipliera $3\frac{1}{2}$ par $2\frac{2}{3}$, faict par le 12 probleme $\frac{56}{6}$, lesquelles diuisees par 3 premier terme, donnent quotient & solution $3\frac{1}{9}$. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes de nombres Arithmetiques, nous auons trouué le quatriesme terme proportionel; ce quil falloit faire.

Digitized by Google

Quatrieſme diſtinction de la reigle de proportionelle partition des nombres Arithmetiques.

PROBLEME XV.

P*artir le nombre Arithmetique donné en parties proportionelles à nombres donnez.*

Explication du donné. Soit le nombre donné 18, & les nombres donnez 4. 2. 3. ***Explication du requis.*** Il faut partir le 18 en trois parties proportionelles aux trois nombres donnez 4. 2. 3. ***Conſtruction.*** On aiouſtera les nombres donnez, à ſçauoir 4. 2. 3. font 9, puis on dira 9 donnent 4, combien 18 ? faict (par le 14 probleme) 8, pour le premier nombre requis; de meſme ſorte on dira 9 donnent 2 combien 18 ? faict 4 pour le ſecond nombre requis; Et finalement 9 donnent 3 combien 18 ? faict 6 pour le troiſieſme nombre requis. La diſpoſition des characteres de l'operation acheuée eſt telle. Ie di que 18 eſt parti en trois nombres 8. 4. 6 proportionels (à ſçauoir en ternaire proportion) aux trois nombres donnez 4. 2. 3. comme il eſtoit requis. ***Demonſtration.*** Comme 4 a 2, & 2 a 3, ainſi 8 a 4, & 4 a 6; Et la ſomme de 8. 4. 6 eſt 18, doncques ce ſont les nombres requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

4.	8.	
2.	4.	
3.	6.	
9.	18	

Semblable ſera auſſi le progres par nombres rompuz, & de multitude de nombres donnez quelconque. ***Concluſion.*** Nous auons doncques parti le nombre donné, en parties proportionelles à nombres donnez, ce qu'il falloit faire.

NOTA

Digitized by Google

Nota.

Comme le precedent 14 probleme eſt tel en nombres, comme la 12 propoſition du 6 liure d'Euclide en lignes; Ainſi eſt ce 15 probleme tel en nombres, comme la 10 propoſition dudict 6 d'Euclide en lignes. Auſſi comme ceſtui la eſt de grande conſideration en la geometrie, ſeruant pour reigle generale à pluſieurs operations geometriques; Ainſi eſt ceſtui ci le ſemblable en l'Arithmetique, commode à beaucoup des operations qui ſ'y rencontrent, comme en la reigle de faux, de compaignie, d'Alligation, & de pluſieurs autres, comme apparoiſtra en la pratique d'Arithmetique chaſcun en ſon lieu.

Cincquieſme diſtinction de la reigle de faux des nombres Arithmetiques.

D'vne faulſe poſition.

PROBLEME XVI.

Eſtant propoſée queſtion qui ſe ſolue par vne faulſe poſition en nombres Arithmetiques: La ſoluer par vne faulſe poſition.

Explication du donné & requis. On veult ſçauoir quel nombre auec ſa moitie fera 18. *Conſtruction.* On poſera quelque nombre ainſi qu'il auiendra, comme ſ'il fuſt le vrai nombre requis, ſoit 2: le meſme auec ſa moitie qui eſt 1, faict 3: Or ce n'eſt pas 3 ce que nous voulons, mais 18; Donc la poſition de 2 eſtoit faulſe, parquoi a fin d'auoir le vrai requis, on dira 3 viennent de 2, d'ou viendront 18? faict pour ſolution 12.

Mais a fin que demonſtrons auſſi la diſpoſition, &

Digitized by Google

ordre que nous tiendrons en la reigle des faux de quantitez, qui est en l'operation algebraique, nous donnerons ici semblable construction en ces nombres Arithmetiques.

AVLTRE CONSTRVCTION EN FORME ALGEBRAIQVE.

Soit le nombre requis nombre Arithmetique quelconque comme . . .	4	12
Sa moitie. . . .	2	6
Leur somme . . .	6	18
Egal en valeur a . . .	18	

Or 6 vallant 18, ergo l'vnité vault 3 (car disant 6 vault ou donne 18, combien 1 ? faict 3) C'est à dire que chascune vnité des nombres 4. 2. 6. vault 3; D'ou s'ensuit que le 4 vauldra 12 (car disant 1 vaut 3, combien 4 ? faict 12) Et pour mesme raison 2 vaudra 6, & le 6 vauldra 18, lesquels 12. 6. 18 on mettera derriere la ligne ioignant leurs membres respondans, comme ci dessus. Or comme l'on cherchoit ici la valeur de l'vnité, par lequel on vint à la cognoissance des nombres requis; Ainsi cherchera on tousiours en l'algebre la valeur de 1 ①, par laquelle on viendra de mesme sorte à la cognoissance des autres nombres requis, & ne differera l'algebraique disposition en rien de ceste ci: car la ou nous auons ici nombres Arithmetiques, 4. 2. 6. 18, nous aurons en l'algebre des quantitez algebraiques, comme le tout sera plus clair en son lieu par les exemples. Laquelle leurs affinité auions propose de declairer. Ie di doncques que 12 est le nombre requis. *Demonstration.* 12, auec sa moitie 6, faict 18, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques

doncques proposé queſtion, qui ſe ſolue par vne fauſſe poſition en nombres Arithmetiques, nous l'auons ſoluée par vne fauſſe poſition; ce qu'il falloit faire.

De deux fauſſes poſitions.

PROBLEME XVII.

Eſtant propoſée queſtion qui ſe ſolue par deux fauſſes poſitions en nombres Arithmetiques: La ſoluer par deux fauſſes poſitions.

Explication du donné & requis. On veut ſçauoir quel nombre auec ſa moitie fera 9. ***Conſtruction.*** On poſera pour premiere poſition quelque nombre ainſi qu'il auiendra, comme ſ'il fuſt le nombre requis ſoit 2, le meſme auec ſa moitie qui eſt 1, faict 3: Or ce n'eſt pas 3 que nous voulons, mais 9; Doncques la premiere poſition de 2 eſt fauſſe, & vient trop peu, ou moins 6, ce que ſe notera en ceſte ſorte:

2 moins 6.

Puis on poſera pour ſeconde poſition quelque autre nombre que n'eſt le 2 de la premiere poſition; comme ſ'il fuſt le nombre requis, ſoit 4, le meſme auec ſa moitie qui eſt 2, faict 6. or ce n'eſt pas 6 que nous voulons, mais 9; Doncques la ſecõde poſition de 4 eſt auſſi fauſſe & vient trop peu ou moins 3, ce que ſe metteta ſoubs la premiere poſition, & ſera leur diſpoſition telle:

2 moins 6.
4 moins 3.

Puis on multipliera par croix, c'eſt à dire 4 par 6, faict 24, le meſmeſme mettera on chez le 6, puis 2 par 3 faict 6, lequel mis chez le 3, leur diſpoſition ſera alors telle:

Digitized by Google

2 moins 6. 24.
4 moins 3. 6.

Puis il faut considerer si les deux vocables comme plus & moins sont semblables: c'est à dire tous deux plus, ou tous deux moins, ou s'ils sont dissemblables, c'est à dire l'vn plus, & l'autre moins: car pour reigle generale.

Semblables requierent soubstraction, Et dissemblables addition.

Or les vocables de ceste exemple sont semblables: à sçauoir tous deux moins: il faut donc soubstraire le moindre du maieur; à sçauoir 6 de 24, reste 18, & 3 de 6 reste 3; puis il faut diuiser le 18, par le 3, donne quotient & solution 6. La dispositio des characteres de l'operation acheuée est telle: Ie di que 6 est le nombre requis. *Demonstration.* 6 auec sa moitie 3 faict 9 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

2	moins	6.	24	
4	moins	3.	6	
		3.	18	faict 6

NOTA Si les deux vocables lesquels ci dessus sont moins, eussent esté tous deux plus, l'operation eust esté semblable à la precedente; mais si l'vn eust esté plus, & l'autre moins, on eust fallu aiouster comme appert en ceste disposition de characteres d'operation acheuée telle: Toutes Questions que l'on solue par vne fause position, se peuuent soluer par deux, mais pas au contraire. Il faut aussi sçauoir, que les exemples que l'on propo-

2	moins	6.	60	
10	plus	6.	12	
		12.	72	faict 6.

Digitized by Google

propose à soluer par reigle de faux, semblent aucunesfois fort differens; toutesfois si l'on y prend bien regard, l'operation est en tous d'vne mesme methode, comme apparoistra par les exemples que nous en donnerons en la pratique d'Arithmetique suiuante; la ou les nombres seront appliquez à quelques matieres. *Conclusion.* Estant doncques proposée question qui se solue par deux fausses positions en nombres Arithmetiques, Nous l'auons soluée par deux fausses positions; ce qu'il falloit faire.

SECONDE PARTIE DE L'OPERATION DES NOMBRES RADICAVX.

Premiere distinction des extractions des racines de nombres simples.

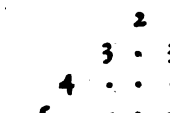
PROBLEME XVIII.

Estant donné nombre geometrique simple: Trouuer sa racine requise.

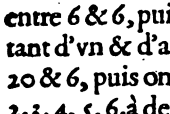
NOTA.

Il faut premierement trouuer, pour la generale construction de ce probleme quelques nombres propres, en ceste sorte: On escripuera 2 puis 3. 4. 5. 6. d'vn & d'autre costé dudict 2, & poincts entre deux par forme de triangle en ceste sorte. Puis on adiousteta 3 & 3 font 6, le mesme, se mettera au poinct du milieu entre 4 & 4, puis on adiousteta ledict 6 & 4 font 10, les

Digitized by Google



mesmes mettera on deux fois entre le 5 & 5, laissant vn poinct entre chasques deux nombres; puis on aioustera 10 & 10 font 20, le mettant au milieu entre 6 & 6, puis s'adioustera 10 & 5 font 15, le mettant d'vn & d'autre costé aux poincts du milieu entre 20 & 6, puis on mettera chez chascun des characteres, 2. 3. 4. 5. 6. à dextre 0, & alors sera leur dispositiõ telle.



Or pour choisir les propres characteres seruans à l'operation de l'extraction de chascune racine, il faut sçauoir que la premiere ligne comme 20, sert pour l'extraction de racine quarrée, & la seconde ligne 3. 30, pour l'extraction de racine cubique; & la troisiesme ligne 4. 6. 40, pour l'extraction de la racine de quarte quantité, & ainsi des autres. Mais lesdicts nombres requirent encore autre distinction telle:

Pour les racines quarrees seruira 20.

Pour les racines cubiques, il faut mettre les 3. 30 en deux parties telles:

300
30

Pour les racines de quarte quantité, il faut mettre les 4. 6. 40 en trois parties telles:

4000
600
40

Pour

Digitized by Google

Pour les racines de quinte quantité, il faut mettre les 5. 10. 10. 50. en quatre parties telles:

50000
10000
1000
50

Pour les racines de sexte quantité, il faut mettre les 6. 15. 20. 15. 6 o en cinc parties telles:

600000
150000
20000
1500
60

Et de mesme sorte pourra on proceder en infini, pour trouuer nombres seruans à l'extraction de racine quelconque, comme de septiesme, octaue quantité, &c.

Premier exemple de l'extraction de racine quarree de nombre entier à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre quarré 186624. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer sa racine quarrée. ***Construction.*** On tirera soubs le nombre donné deux lignes, & entre les mesmes mettera on vn poinct soubs le premier charactere à dextre, à sçauoir soubs le 4; semblablement vn poinct soubs le 6, laissant vn charactere entre deux, puis vn poinct soubs le 8, laissant pareillement vn charactere entre deux; Et semblablement metteroit on d'auantage des poincts, s'il y eust plus de characteres. Et signifient ces trois poincts, les trois lieux des trois characteres, qui sortiront

Digitized by Google

ront pour la racine requise, desquelles la disposition est telle. Puis il faut prendre la racine quarrée en nombres entiers de 18, au plus pres qu'on peult, & moindre, qui sera 4, le mettant au premier poinct soubs le 8, puis on soubstraira le quarré de 4 qui est 16, de 18, reste 2, le mettant sur le 8, & trenchant 16 & 18, & leur disposition sera alors telle.

1 8 6 6 2 4
. . .

Or pour trouuer le second charactere de la racine, il faut mettre apart 20 (qui est le nombre seruant generalement pour l'extraction de toute racine quarrée, comme nous auons dict ci dessus à la note de ce probleme) & au deuant des mesmes 20, il faut mettre ce qu'il y a venu pour racine; à sçauoir 4, multipliant les 20 par 4, font 80: par les mesmes fault il diuiser les 266, & se trouue pour quotient 3, le mesme se metterá au second poinct entre les lignes, & aussi ioignant les 20, qui sont mis apart: Aussi on mettera soubs le 3, son quarré 9. & sera alors leur disposition telle. Puis il faut multiplier les 20 par les 4, font 18, & les mesmes par 3, font 240, lesquels on mettera chez le 3, y aiouſtant encore le 9, & la somme sera 249, laquelle se mettera aussi dessoubs les 266, les soubstrahant d'icelles, & resteront encore 17, & leur disposition sera alors telle. Or pour trouuer le troisiesme charactere de la racine, il faut proceder

. 2
x 8 6 6 2 4
4 . .
x 6

4. 20. 3. 2
9. x 8 6 6 2 4
4 3 .
x 6

Digitized by Google

proceder de mesme sorte comme l'on a faict pour l'inuëtion du second charactere. On mettera dõcques autrefois apart le 20 (à sçauoir le 20 seruant generalement pour toute extraction de racine quarrée) & au deuant des mesmes 20, on mettera ce qu'il y a venu pour racine; à sçauoir 43, multipliant le 20 par le 43, font 860, par les mesmes se diuisera le 1724, & se trouue 2 pour quotiét, le mesme mettera on au troisiesme poinct entre les lignes, & aussi ioignant le 20, qui sont mis apart, aussi on mettera dessoubs lesdicts 2, son quarré 4, & sera alors la disposition telle.

4. 20. 3. 240. 9. 9. 249.
z 17 | 18664 | 432 | 1645 | z

Puis on multipliera le 20 par 43 faict 860, & les mesmes par 2, faict 1720, lesquels on mettera chez le 2, y aioustant encore le 4, & la somme sera 1724, laquelle on mettera aussi soubs les 1724 de l'extraction, les soubstrahant d'icelles & ne restera rien, & sera alors la disposition acheuée telle. Ie dy que 432 est la racine requise.

4. 20. 3. 240. 9. 9. 249. 43. 20. 2. 1720. 4. 4. 1724.
z 17 | 18664 | 432 | 1645z4 | z17

Demonstration.

Multi-

Digitized by Google

Troiſieſme exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre entier à ſa racine incommenſurable.

Explication du donné. Soit le nombre entier à ſa racine incommenſurable 227. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer ſa racine quarrée. ***Conſtruction.*** On dira pour ſolution que c'eſt $\sqrt{227}$; Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Quatrieſme exemple de l'exſtraction de racine quarrée bien pres, laquelle ſoit à nombre Arithmetique commenſurable: De nombre entier à ſa racine incommenſurable.

Explication du donné. Soit donné nombre quarré entier à ſa racine incommenſurable 227. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer ſa racine quarrée bien pres, & à nombre Arithmetique commenſurable. ***Conſtruction.*** On extraira racine quarrée par le precedent 2 exemple & ſera 15, reſtant 2, lequel on mettera ſur vne ligne, & deſſoubs la meſme touſiours le double de la racine plus 1, qui faict 31. Et la diſpoſition des characteres de l'operation acheuée ſera telle. Ie di que $15\frac{2}{31}$ eſt la racine requiſe, à ſçauoir bien pres de la vraie; & à nombre Arithmetique commenſurable. ***Demonſtration.*** Multipliant $15\frac{2}{31}$ par ſoi faict $226\frac{905}{961}$, qui faudroit eſtre pour l'auoir parfaictement 227; c'eſt doncques bien pres. Mais quelle eſt à ſon quarré commenſurable, eſt manifeſte; ce qu'il faloit demonſtrer.

2 2 7 (	
2 2 5	
1 5	$\frac{2}{31}$
2	

Autre

Digitized by Google

Aultre maniere d'approcher infiniment plus pres.

Mais si on vouloit la racine de 227 encore plus pres, que par le precedent quatriesme exemple, on multipliera 100 par soi, faict 10000, par les mesmes se multipliera 227 faict 2270000, duquel on extraira racine quarrée par le 4 exẽple, & sera $1506\frac{1964}{3013}$, les mesmes diuisez par 100 (parce que par 100 à esté multiplié) donne quotient bien pres du requis $15\frac{10021}{150650}$.

Mais si on vouluſt approcher encore beaucoup plus pres, on multipliera 1000, ou 10000, &c. en soi, & l'on sera par icelles, comme nous auons faict ci dessus par 100. De sorte que nous pouuons ainsi infiniment approcher à la vraie racine, mais iamais n'y pouuons auenir par telle maniere; la raison est, que l'incommensurable ne peut estre commensurable.

Cinquiesme exemple de l'extraction de racine quarée de nombre rompu à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre quarré rompu à sa racine commensurable $\frac{4}{9}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine quarrée. *Construction.* On extraira racine quarrée du numerateur 4, qui est 2, lequel on mettera sur vne ligne, semblablement racine du nominateur 9, qui est 3, le mettant dessoubs ladicte ligne en ceste sorte $\frac{2}{3}$. Ie di que $\frac{2}{3}$ est la racine quarrée requise. *Demonstration.* Multipliant $\frac{2}{3}$ par soi faict $\frac{4}{9}$, egal au nombre quarré donné; Doncques $\frac{2}{3}$ est la vraie racine requise; ce qu'il falloit demonstrer.

Digitized by Google

Sixieſme exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre rompu à ſa racine incommenſurable.

Explication du donné. Soit donné nombre quarré rompu, à ſa racine incommenſurable $\frac{3}{7}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer ſa racine. *Conſtruction.* On dira pour ſolution que c'eſt $\sqrt{\frac{3}{7}}$; Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Septieſme exemple de l'extraction de racine quarrée bien pres, laquelle ſoit à nombre Arithmetique commenſurable: De nombre quarré rompu à ſa racine incommenſurable.

Explication du donné. Soit donné le nombre quarré rompu à ſa racine incommenſurable $\frac{3}{7}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer ſa racine quarrée bien pres, & à nombre Arithmetique commenſurable. *Conſtruction.* On extraira racine quarrée bien pres de 3 par le 4 exemple, qui ſoit $1\frac{2}{3}$, les mettant ſur vne ligne; Et ſemblablement racine quarrée bien pres de 7, laquelle ſoit $2\frac{3}{5}$, les mettant deſſoubs ladicte ligne en ceſte ſorte. qui vallent $\frac{25}{39}$. Ie di que $\frac{25}{39}$ eſt la racine requiſe, à ſçauoir bien pres de la vraie racine, & à nombre Arithmetique commenſurable.

$1\frac{2}{3}$
$2\frac{3}{5}$

Demonſtration. Multipliant $\frac{25}{39}$ par ſoi, faict $\frac{625}{1521}$ & fauldroit eſtre pour l'auoir parfaictement $\frac{3}{7}$ parquoi il differe ſeulement en $\frac{188}{10647}$, c'eſt doncques bien pres. Mais qu'elle ſoit à nombre Arithmetique commenſurable, eſt manifeſte; ce qu'il falloit demonſtrer.

Autre

Digitized by Google

Autre maniere sur ce septiesme exemple.

Mais nous pouuons faire plus proprement, trouuant racine quarrée parfaicte respondante au numerateur ou nominateur en ceste sorte: On mettera le 3 sur vne ligne & la racine du produict de 3 par 7 (c'est à dire racine de 21, qui est assez pres $4\frac{5}{9}$) dessoubs ladicte ligne, qui sera rompu tel* vallant pour solution $\frac{27}{41}$ son quarré est $\frac{729}{1681}$ qui differe du vrai seulement en $\frac{60}{11767}$.

* $\frac{3}{4\frac{5}{9}}$

Ou autrement on pourra mettre 7 soubs la ligne, & les $4\frac{5}{9}$ trouuez ci deuant dessus la ligne, & sera rompu tel* qui vaut pour solution $\frac{31}{63}$, son quarré est $\frac{1681}{3969}$, qui differe du vrai (à sçauoir des $\frac{1}{7}$) seulement en $\frac{140}{27783}$.

* $\frac{4\frac{5}{9}}{7}$

Nota 1.

Si le rompu donné ne fust pas rompu premier, on le trouuera par le 6 probleme; car il auint aucunesfois, que de cestui la on ne pourra extraire racine à son quarré commensurable, mais bien de cestui ci. Par exemple en $\frac{8}{15}$, chascun terme contient racine à son quarré incommensurable, mais son premier rompu $\frac{4}{9}$, tient en chasque terme la racine commensurable à sçauoir $\frac{2}{3}$. On peut aussi en toutes ces extractions approcher infiniment au requis, par la doctrine du 4 exemple.

Nota. 11.

Tout nombre entier n'aiant racine entiere, sera à sa racine incommensurable; la raison est que tout nombre rompu ne vallant nombre entier precisement, & multiplié en soi, ne peut donner produict qui soit en valleur nombre entier, le mesme s'entendra de racine d'espece quelconque.

Digitized by Google

Huictiesme exemple de l'extraction de racine cubique de nombre entier à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre cubique à sa racine commensurable 3401 2224. *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine cubique. *Construction.* On se preparera vne table des potences des neuf characteres d'Arithmetique seruant pour commencer l'extraction des racines de tous nombres cubiques, qui sera telle. Puis on tirera soubs le nombre dõné deux lignes, mettãt vn poinct entre icelles soubs le premier charactere à dextre, puis vn autre poinct soubs le 2 quatriesme charactere vers la seneſtre, laiſſant deux characteres entre deux poincts, & au dernier vn poinct soubs le 4, laiſſant autre fois deux characteres entre deux poincts: Et semblablement procederoit on en la posizion des autres poincts, s'il ouſt plus des characteres, laiſſant touſiours deux characteres entre deux poincts. Ces trois poincts ſignifient les lieux des trois characteres qui ſortiront pour racine requiſe. La diſpoſition du ſuſdict eſt telle. Puis il faut prẽdre la racine cubique en nombres entiers de 34, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui ſera (par la table ci deſſus) 3, le mettant au premier poinct; Puis on ſoubſtraira 27 (qui eſt le cube de 3) de 34, reſte 7, le mettant ſur le 4, & trenchant 27 & 34; Dont la diſpoſition ſera alors telle. Or pour trouuer le ſecond charactere de la racine il faut

Racines.	Cubes.
1.	1
2.	8
3.	27
4.	64
5.	125
6.	216
7.	343
8.	512
9.	729

3 4 0 1 2 2 2 4

Digitized by Google

7
ʒ40122224
3 . .
ʒ7

il faut mettre à part 30 soubs 300 (qui sont les nombres seruans generalemẽt à l'extraction de toute racine cubique, comme nous auons dict à la note cideuant) & au deuant de 30 il faut mettre ce qu'il y a venu pour racine, à sçauoir 3, & le quarré de 3 qui est 9, sur le 3 chez le 300; Puis on multipliera 300 par 9 faict 2700, par le mesme diuisẽ le 7012, se trouue 2 pour quotient, le mesme se mettera au second poinct entre les lignes, & aussi ioignant les 300 qui sont mis à part; Puis on mettera soubs 2 son quarré qui est 4, & soubs le mesme, le cube dudict 2, qui est 8, & leur disposition sera alors telle.

9.300.2.
3. 30.4.
8.

7
ʒ40122224
. 3 2 .
ʒ7

Puis il faut multiplier les 300 par le 9, font 2700, & le mesme par 2, faict 5400, le mettant chez le 2; Semblablement se multipliera le 30 par le 3, font 90, les mesmes par le 4, faict 360, qui se mettera chez le 30; Puis on mettera autre fois le 8 soubs le 360, & la somme de ces trois parties sera 5768, laquelle on mettera aussi soubs les 7012, la soubstrahant d'icelles, & restera encore 1244; dont leur disposition sera alors telle. Or pour trouuer le troisiesme charactere de la racine, il faut proceder de mesme sorte comme nous auons

9.300.2.5400
3. 30.4. 360.
8. 8
5768

1
1244
ʒ40122224
3 2 .
ʒ7768
8

Digitized by Google

faict pour l'inuention du second, mettant autrefois a part en ordre le 300 & 30 (à sçauoir 300 & 30 seruans generalement pour toute extraction de racine cubique) & au deuant dudict 30, ce qu'il y a venu pour racine, à sçauoir 32, & son quarré qui est 1024, sur les mesmes 32, ioignãt les 300; Puis on multipliera les 300 par 1024, font 307200, par les mesmes se diuisera le 1244224, & se trouue 4 pour quotient, le mettant au troisiesme poinct entre les lignes, & aussi ioignant le 300 qui est mis apart; Puis soubs 4, son quarré 16, & soubs le mesme le cube dudict 4, qui est 64, & leur disposition sera alors telle. Puis il faut multiplier le 300 par le 1024, faict 307200, le mesme par 4 faict 1228800, les mettant ioignant le 4; Semblablement se multipliera le 30 par le 32, faict 960, qui par 16 faict 15360, le mettant ioignant le 16; Puis on mettera autre fois le 64 soubs le 15360, & la somme de ces trois parties sera 1244224, laquelle aussi mise soubs le 1244224 de l'extraction, les soubstrahant d'icelle, ne restera rien, & la disposition des characteres de la construction acheuée sera alors comme s'ensuit. Ie die que 324 est la racine requise.

9. 300. 2. 5400. 1
3. 30. 4. 360. 7 2 4 4
8. 8. 7 4 9 2 2 2 4
5768. 3 2 4
2 7 7 6 8
8

1024. 300. 4.
32. 30. 16.
64.

Demon-

Demonſtration.

9. 300. 2. 5400 | 1
3. 30. 4. 360 | 7 z 44
8. 8 | z 44 ϕ z z z 4
5768 | 3 2 4
z 7 7 ϕ 8 z z 4
ϛ z 44
1024. 300. 4. 1228800
32. 30. 16 | 15360
64. | 64
1244224

Le cube de 324 eſt 34012224 egal au nombre cubique donné; Doncques 324 eſt la vraie racine requiſe; ce qu'il falloit demonſtrer.

Neufieſme exemple de l'extraction de racine cubique, de nombre entier à ſa racine commenſurable, d'aultre maniere que par le precedent 8 exemple.

Nota l'extraction de racine cubique, que nous auons deſcript au precedent 8 exemple, declarerons autrefois en ce neufieſme, mais par autre maniere d'operation, à ſçauoir comme nous l'vſons en la practique, & à mon aduis plus facile que n'eſt la precedente, laquelle nous auons ſeulement deſcript, pour demonſtrer par icelle, la generale methode des extractions de toutes racines. *Explication du donné.* Soit donné autre fois le nombre cubique à ſa racine commenſurable, 34012224. *Explication du requis.* Il faut trouuer ſa racine cubique. *Conſtruction.* On tirera ſoubs le nombre donné deux lignes, entre les meſmes mettera on trois poincts comme au precedent huictieſme exẽple en la ſorte ſuiuãte. Puis pour auoir le premier caracte-

Digitized by Google

re de la racine, il faut prendre la racine cubique de 34, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui sera (ce qu'on trouue dans la table du huictiesme exemple) 3, le mettant au premier poinct entre les lignes vers la seneſtre; puis disant 3 en soi faict 9, on le mettera soubs ledict 3; puis 3 fois 9 faict 27, de 34 reste 7, le mettant sur le 4, & trenchant 9 & 34; & leur disposition sera telle.

7 .
3 4 0 1 2 2 2 4
3 . .
9 . .

Or pour trouuer le second charactere de la racine, il faut multiplier ce qu'il y a venu pour premier charactere, à sçauoir 3, tousiours par 3, faict 9, lequel autrefois multiplié par 3, premier charactere de la racine, faict 27; soubs lequel on mettera autrefois le 9 du produict precedent, & la disposition sera alors telle.

Du premier poinct	3.		
Tousiours . .	3.		
Produict . .	9.	7	
Du premier poinct	3.	3 4 0 1 2 2 2 4	
Produict	27.	3 . .	
Produict anteced	9.	9	
Du second poict	.		
Produict . . .	.		

Puis il faut mettre le 27 soubs le 70 disant; cõbiẽ de fois 2 (trenchãt le 2) en 7? se trouue 2 fois, reste 3, lequel 2 on mettera au second poinct, & le reste 3 (trẽchant le 7) sur le 7; Puis 7 fois 2 faict 14, de 30, reste 16, le mettant sur le 30, & trenchant 7 & 30; Puis on multipliera le 9 (auquel est escrit, Produict antecedent) par le 2 second poinct, faict 18; Et la disposition sera alors telle.

Digitized by Google

Du premier poinct	3.	1
Tousiours . .	3.	3
Produict . .	9.	16
Du premier poinct	3.	3 4 6 1 2 2 2 4
Produict	27.	3 2 .
Produict antecedent	9.	
Du second poinct	2.	6 7
Produict	18.	2

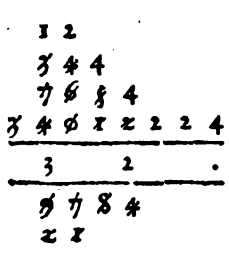
telle. Puis il faut mettre ces 18 soubs le 61, disant 1 fois 2 (2 du second poinct) faict 2, de 6, reste 4, le mettant sur le 6, & trenchant 1 & 6; Puis 8 fois 2 font 16, de 141, reste 125, trenchant 8 & 141; Puis 2 du second poinct en soi faict 4, le mettant soubs le 2; puis 4 fois 2 faict 8, de 1252, reste 1244, trenchant 4, &c. Et la disposition sera alors telle.

Du premier poinct	3.	1 2
Tousiours . .	3.	3 4 4
Produict . .	9.	7 6 8 4
Du premier poinct	3.	3 4 6 1 2 2 2 4
Produict . .	27	3 2 .
Produict antecedent	9.	
Second poinct	2.	6 7 8 4
Produict	18.	2 1

Or pour trouuer le troisiesme charactere de la racine, il faut proceder tout ainsi cõme on a fait ci dessus pour trouuer le second, & ne se trouuera en l'operation aucune difference. Il faut doncques multiplier ce qu'il y a venu pour les deux premiers characteres de la racine: à sçauoir 32, tousiours par 3, faict 96, lequel autrefois multiplié par 32, donne produict 3072, soubs le mesme se mettera autrefois le 96 du produict antecedent; Dont la disposition sera alors telle.

Digitized by Google

Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Touſiours	3.	Touſiours	3.
Produict	9.	Produict	96.
Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Produict	27	Produict	3072.
Produict antecedent	9.	Produict antecedent	96.
Second poinct	2.	Troiſieſme poinct	.
Produict	18.	Produict	.

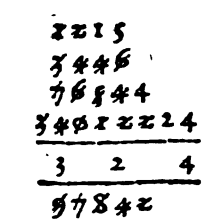


Puis il faut mettre 3072 ſoubs le 12442, diſant, combien de fois 3 en 12? faict 4 fois, lequel ſe mettera au troiſieſme poinct entre les lignes, trenchant le 12; Puis on dira 0 fois 4 trenchant 0) faict 0, de 4 reſte 4, puis 7 fois 4 faict 28, de 44 (trenchant 7 & 44) reſte 16, le mettant ſur le 44, puis 2 fois 4 font 8 de 162 (trenchant 2 & 6) reſte 154; Puis on multipliera les 96 (96 auquel eſt eſcript, Produict antecedent) par le 4 du troiſieſme poinct, faict 384. Et la diſpoſition ſera alors telle.

Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32
Touſiours	3.	Touſiours	3.
Produict	9.	Produict	96
Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Produict	27	Produict	3072.
Produict antecedent	9.	Produict antecedent	96.
Second poinct	2.	Du troiſieſme poinct	4.
Produict	18	Produict	384.

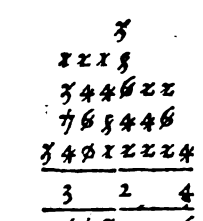
Puis

Digitized by Google



Puis on mettera ce 384 ſoubs le 1542, diſant 3 fois 4 faict 12, de 15 (trẽchant le 3 & 15) reſte 3: puis 8 fois 4 faict 32 de 34 reſte 2, trenchant le 8 & 34. Puis 4 fois 4 faict 16 de 22 (trenchant 4 & 22) reſte 6, puis 4 du troiſieſme poinct en ſoi faict 16, le mettãt ſoubs 64, & diſant 1 fois 4 faict 4, de 6 (trenchant 1 & 6) reſte 2, on le mettera ſur le 6, puis multiplié 6 par 4, faict 24, qui ſoubſtraict de 24 (trenchant 6 & 24) n'y reſte rien; Et la diſpoſition acheuée ſera alors telle.

Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Touſiours	3.	Touſiours	3.
Produict	9.	Produict	96.
Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Produict	27.	Produict	3072.
Produict antecedent	9.	Produict antecedent	96.
Du ſecond poinct	2.	Du troiſieſme poinct	4.
Produict	18.	Produict	384



Et ſemblable ſeroit le progres de l'operation, ſ'il y euſt d'auantaige des poincts entre les lignes. Ie di que 324 eſt la racine requiſe; Dont la demonſtration eſt faicte au precedent huictieſme exemple.

Dixieſme

Digitized by Google

Dieximesme exemple de l'extraction de racine cubique, de nombre entier à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit le nombre cubique entier à sa racine incommensurable 600. *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine cubique. *Construction.* On dira pour solution que c'est ✓ ③ 600; Dont la demonstration est manifeste.

Onziesme exemple de l'extraction de racine cubique bien pres, laquelle soit à nombre Arithmetique commensurable: De nombre cubique entier à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit donné le nombre cubique entier à sa racine incommensurable 600. *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine cubique bien pres, & a nombre Arithmetique commensurable. *Construction.* On extraira racine cubique de 600 par le 9 exemple, & sera 8, restant 88, le mesme se mettera pour numerateur sur vne ligne; Et pour trouuer le nominateur il faut faire ainsi

Racine trouuée	8
A la quelle aiousté tousiours	1
Faict en Somme	9
Le triple de la racine trouuée	24
Qui multiplié par ladicte somme faict	216
Auquel aiousté tousiours	1
Faict	217

Le mesme 217 se mettera soubs le susdict 88 en ceste

Digitized by Google

ceſte ſorte $2\frac{88}{217}$. Ie di que $8\frac{88}{217}$ eſt la racine cubique requiſe, à ſçauoir bien pres de la vraie racine, & a nombre Arithmetique commenſurable.

Nota Nicolas Tartalia traictant curieuſement de ceſte reſte, n'aiouſte poinct ce dernier 1, comme nous (auec Iuan Peris de Moya) auons faict, & à mon auis, voulant donner reigle generale, il y a plus de raiſon de l'aiouſter, que de le laiſſer. Il eſt vrai qu'il y a aucuns exemples, auſquels nous approchons plus pres en le laiſſant, mais il y à auſſi des autres eſquels au contraire nous approchons plus pres en l'aiouſtant. Comme la racine cubique de 9, omettant ce dernier 1, eſt $2\frac{1}{18}$, & ſera plus pres au requis, qu'en l'aiouſtant, cõme $2\frac{1}{19}$, car le cube de $2\frac{1}{18}$, eſt $8\frac{3997}{5832}$, qui eſt plus pres au 9, que le cube de $2\frac{1}{19}$: Mais prenons maintenant la racine cubique de 7, ſelon l'vne & l'autre maniere, & ſe trouuera qu'en aiouſtant ledict 1, la racine ſera $1\frac{6}{7}$, qui ſera plus pres, qu'en l'omettant, laquelle alors ſera 1: Car le cube de $1\frac{6}{7}$, qui eſt $6\frac{139}{343}$, eſt plus pres au 7, que n'eſt le cube de 2, qui eſt 8. Or l'argument (tel qu'il eſt, car c'eſt d'vn different de peu d'importance) par lequel ie prefere ceſte maniere à celle là, eſt, qu'il ſemble plus equitable, que la portée de racine trouuée, n'excede iamais au nombre donné: Comme nous voions le ſemblable en extractions de racines quarrees, là ou le quarré de la racine, n'excede iamais au nombre donné; vn autre en pourra faire à ſa fantaſie. *Demonſtration.* Le cube de $8\frac{88}{217}$ eſt $593\frac{8944615}{10218313}$, & faudroit eſtre, pour l'auoir preciſement, 600, c'eſt doncques bien pres; il appert auſſi que c'eſt racine a nombre Arithmetique commenſurable; ce qu'il falloit demonſtrer.

Autre

Digitized by Google

Autre maniere d'approcher infiniment plus pres.

Mais si on vouluſt la racine cubique de 600, encore plus pres, on pourra proceder comme nous auons faict au 4 exemple en ceſte ſorte: On prendra le cube de 100. qui eſt 1000000. par le meſme ſe multipliera 600, faict 600000000, du meſme extraira on racine cubique par ceſt 11 exemple, & ſera 843 $\frac{922893}{2134477}$, les meſmes diuiſera on par 100 (par ce que par 100 a eſté multiplié) & donné quotient 8 $\frac{92705404}{213447700}$, qui eſt plus pres du requis que n'eſt la precedente premiere ſolution.

Mais ſi on vouluſt approcher encore beaucoup plus pres, on prendra le cube de 1000, ou de 10000, &c. & on fera par iceluy, comme nous auons faict ci deſſus par le cube de 100. De ſorte qu'on peult ainſi infiniment approcher au vrai, mais iamais n'y peult on auenir par telle maniere: dont la raiſon eſt (comme nous auons auſſi dict de la racine quarrée au 4 exemple) que l'incommenſurable ne peult eſtre commenſurable.

Douziesme exemple de l'extraction de racine cubique, de nombre rompu à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soit donné nombre cubique rompu à ſa racine commenſurable $\frac{8}{27}$. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer ſa racine cubique. ***Conſtruction.*** On extraira racine cubique du numerateur 8, qui eſt 2, le mettant ſur vne ligne: Puis racine cubique du nominateur 27, qui eſt 3, le mettant ſoubs ladicte ligne, en ceſte ſorte $\frac{2}{3}$. Ie di que $\frac{2}{3}$ eſt la racine cubique requiſe.

Digitized by Google

quise. *Demonstration.* Le cube de $\frac{2}{3}$, est $\frac{8}{27}$, qui sont egales au nombre cubique donné; Doncques $\frac{2}{3}$ est la vraie racine requise; ce qu'il falloit demonstrer.

Trezjesme exemple de l'extraction de racine cubique de nombre rompu à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre rompu à sa racine incommensurable $\frac{9}{28}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine cubique. *Construction.* On dira pour solution que c'est $\sqrt[3]{\frac{9}{28}}$; Dont la demonstration est manifeste.

Quatuorsiesme exemple de l'extraction de racine cubique bien pres, laquelle soit à nombre Arithmetique commensurable: De nombre cubique rompu à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit donné nõbre cubique rompu à sa racine incommẽsurable $\frac{9}{28}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine cubique bien pres, & à nombre Arithmetique commensurable. *Construction.* On extraira racine cubique bien pres de 9, par le 11 exemple, qui soit $2\frac{1}{19}$, les mettant sur vne ligne; Et puis racine cubique bien pres de 28, qui soit $3\frac{1}{37}$, les mettant soubs ladicte ligne en ceste sorte. qui vallent $\frac{1443}{2128}$. Ie di que $\frac{1443}{2128}$ est la racine cubique requise, à sçauoir bien pres; dont la demonstration sera semblables aux precedentes.

$$\begin{array}{r} 2\frac{1}{19} \\ \hline 3\frac{1}{37} \end{array}$$

Autre

Digitized by Google

Autre maniere sur ce quatorzieſme exemple.

Mais nous ferons plus proprement, trouuant racine cubique parfaicte, reſpondant au numerateur ou nominateur, ainſi : On mettera le 9 ſur vne ligne, puis ſe multipliera le 28 par 9, faict 252, le meſme autre fois par 9, faict 2268, duquel la racine cubique aſſez pres $13\frac{71}{547}$, leſquels on mettera ſoubs ladicte ligne, & ſera rompu tel: qui vault $\frac{147}{798}$.

9
$13\frac{71}{547}$

Ou autrement, on pourra mettre le 28 ſoubs la ligne, multipliant le 28 par 9, faict 252, le meſme autrefois par 28, faict 7056, duquel la racine cubique, par le 11 exemple aſſez pres eſt $19\frac{197}{1141}$ leſquels on mettera deſſus la ligne en ceſte ſorte. qui vaillent $\frac{1469}{7984}$.

$19\frac{197}{1141}$
28

NOTA, Si le rompu donné, ne fuſt pas rompu premier, on le trouuera par le 6 probleme: car il auient aucunteſois que de ceſtui la on ne pourra extraire racine à ſon quarré commenſurable, mais bien de ceſtui ci; par exemple de $\frac{24}{81}$, chaſcun terme tient racine cubique à ſon cube incommenſurable. Mais ſon premier rompu $\frac{8}{27}$, tient chaſcun terme à ſa racine commenſurable, comme $\frac{2}{3}$.

Quinzieſme exemple de l'extraction de racine de quarte quantité, de nombre entier à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soit donné nombre de quarte quantité à ſa racine commenſurable 1101990576;
Explication du requis. Il faut trouuer ſa racine de quarte quantité. NOTA. Nous pourrions pour ſolution de ceſte propoſition, extraire racine quarrée du nombre donné

Digitized by Google

bre donné, qui eſt 104976, & de la meſme autre fois racine quarré, qui eſt pour ſolution 324, & eſt ceſte operation plus facile que la ſuiuante: Mais à fin que nous demonſtrions ceſte generale regle, de l'extraction de toutes eſpeces de racines, nous le ferons par icelle.

Conſtruction. On ſe preparera premierement vne table des potences de quarte quantité, des neuf characteres de l'Arithmetique telle:

Racines	Potences
1.	1
2.	16
3.	81
4.	256
5.	625
6.	1296
7.	2401
8.	4096
9.	6561

Puis on tirera ſoubs le nombre donné deux lignes, & entre les meſmes ſe mettront des poincts, de quatrieſme en quatrieſme character, commençant à la dextre, comme ſont les trois poincts ſoubs les characteres 0. 6. 6. en ceſte ſorte:

1 1 0 1 9 9 6 0 5 7 6

. . .

Puis il faut prendre la racine de quarte quantité en nombres entiers de 110 au plus pres qu'on peut, & moindre, qui ſera par la ſuſdicte table 3, le mettant au premier poinct: Puis ſe ſoubſtraira 81 (qui eſt la potence de quarte quantité de 3) de 110, reſte 29, les mettant ſur le 10, & trenchant 110, & 81, dont la diſpoſition ſera telle:

29

1 1 8 1 9 9 6 0 5 7 6

3 . . .

81

Or pour trouuer le ſecond character de la racine, il faut mettre à part, & en ordre 4000, & 600, & 40 (qui ſont les nombres ſeruans generalement à toute extraction de racine de quarte quantite, comme nous auons dict ci deſſus) & au deuant de 40, ſe mettera ce

Digitized by Google

tera ce qu'il y a venu pour racine, à ſçauoir 3, & ſa potence quarrée 9, ſur le meſme 3 ioignant 600 : Puis le cube de 3 qui eſt 27, ioignant 4000, puis ſe multipliera le 4000, par le 27, faict 108000, par le meſme ſe diuiſera 291996, & ſe trouue 2 pour quotient, le meſme ſe mettera au ſecond poinct, entre les lignes, & auſſi pres 4000, qui ſont mis à part : Puis on mettera ſoubs 2 ſon quarré 4, & ſoubs le meſme le cube dudict 2, qui eſt 8, & ſoubs le meſme la potence de quarte quantité de 2 qui eſt 16, dont leur diſpoſition ſera alors telle:

27.	4000.	2.	29	
9.	600.	4.	xxø19960576	
3.	40.	8.	3 2 .	
		16.	8x	

Puis il faut multiplier le 4000, par 27 donne produict 108000 & le meſme par 2, donne produict 216000 lequel ſe mettera pres le 2: Semblablement ſe multipliera 600 par 9, faict 5400, le meſme par 4, faict 21600, lequel ſe mettera pres le 4: Semblablement ſe multipliera 40, par 3, faict 120, le meſme par 2, faict 960, lequel ſe mettera ioignant 8: Puis on mettera autre fois le 16, ſoubs le 960, & la ſomme de ces quatre parties ſera 238576, laquelle ſe mettera auſſi ſoubs le 291996, la ſoubſtrahant d'icelle, & reſtera encore 53420; Dont la diſpoſition ſera alors telle:

27.	4000.	2.	216000.	5	
9.	600.	4.	21600.	xø3420	
3.	40.	8.	960.	xxøxøø60576	
		16.	16.	3 2 .	
			238576.	8x8576	
				x5	

Or pour

Digitized by Google

Or pour trouuer le troiſieſme charactere de la racine, il faut proceder tout de meſme ſorte, comme nous auons faict pour l'inuention du ſecond charactere; On mettera doncques autrefois apart & en ordre le 4000, & 600, & 40 (qui ſont les nombres ſeruant generalement pour toute extraction de racine de quarte quantité) & au deuant dudict 40, ſe mettera ce qu'il y a venu pour racine, à ſçauoir 32. & ſon quarré 1024, ſur le meſme 32, ioignant 600, puis le cube dudict 32, qui eſt 32768, ſe mettera ſur le 1024, ioignant 4000; Puis on multipliera le 4000, par le 32768, faict 131072000, par le meſme faut il diuiſer le 7 2 8 6 0 0 5 7 6, & ſe trouue pour quotient 4, le meſme ſe mettera au troiſieſme poinct entre les lignes, & auſſi ioignant 4000, qui ſont mis apart; Puis on mettera ſoubs 4, ſon quarré 16, & ſoubs le meſme, le cube dudict 4, qui eſt 64, & ſoubs le meſme la quarte quantité dudict 4, qui eſt 256. Et leur diſpoſition ſera alors telle:

27. 4000. 2. 216000.
9. 600. 4. 21600.
3. 40. 8. 960.
16. 16.
238576.

32768. 4000. 4.
1024. 600. 16.
32. 40. 64.
256.

5
7 3 4 2 0
7 2 8 6 0 0 5 7 6
3 2 4
8 2 8 5 7 6
2 5

Puis il faut multiplier le 4000, par le 32768 faict 131072000, le meſme par 4, faict 524288000, lequel ſe mettera ioignant 4; Semblablement ſe multipliera 600, par 1024, faict 9830400, lequel ſe mettera preſt

le 16; Semblablement 40, par 32, faict 1280, & le mesme par 64, faict 81920, puis on mettera autrefois le 256 soubs le 81920, & la somme de ces quatre parties, sera 534200576, laquelle se mettera aussi soubs le 534200576 de l'extraction, les soubstrahant d'icelle & ne restera rien. Et la disposition acheuée sera alors telle:

27.	4000.	2.	216000.	⸭
9.	600.	4.	21600.	⸭
3.	48.	8.	960.	⸭
	16.		16.	⸭
			238576.	⸭

			⸭
			⸭
			⸭
	3	2	4
			⸭
			⸭
			⸭

32768.	4000.	4.	524288000.
1024.	600.	16.	9830400.
32.	40.	60.	81920.
	256.		256.
			534200576.

Ie di que 324 est la racine de quarte quantité requise. *Demonstration.* La potence de quarte quantité de 324, est 1101996057⁶, laquelle est egale au nombre donné, doncques 324 est la vraie racine requise; ce qu'il falloit demonstrer.

Seiziesme exemple de l'extraction de racine de quinte quantité, de nombre entier à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre de quinte quantité *à sa racine commensurable* 3570467226624.

Explica-

Digitized by Google

Explication du requis. Il faut trouuer ſa racine de quinte quantité. *Conſtruction.* Premierement on ſe preparera vne table, de potences de quinte quantité des neuf characteres des cyffres telle:

Racines	Potences
1.	1.
2.	32.
3.	243.
4.	1024.
5.	3125.
6.	7776.
7.	16807.
8.	32768.
9.	59049.

Quant au reſte veu que nous auons aſſez amplement demonſtré aux precedens exemples, l'ordre qu'il faut tenir en les extractions de toutes eſpeces de racines, nous ne ferons de ceſte conſtruction aucune explication verbale, mais ſeulement la diſpoſition des characteres de l'operation acheuée en telle ſorte:

81. 50000. 2. 8100000.
27. 10000. 4. 1080000.
9. 1000. 8. 72000.
3 50. 16. 2400.
32. 32.
9254432.

zz
zz4ȝ0z40
ȝȝ70460ȝzz66z4
3 2 4
z4ȝȝ4403zz66z4
ȝzȝ0z40
zz

1048576. 50000. 4. 209715200000.
32768. 10000. 16. 5242880000.
1024. 1000. 64. 65536000.
32. 50. 256. 409600.
1024. 1024.
215024026624.

Ie di

Digitized by Google

Ie di que le 324 eſt la racine de quinte quantité requiſe. *Demonſtration.* La potence de quinte quantité de 324 eſt 3570467226624, qui eſt egale au nombre donné; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA 1. Il appert aſſez aux precedens exemples, qu'el ſera l'infini progres de toutes les autres extractions de racines, comme de ſexte, ſeptieſme quantitez, &c. Les auertiſſemens des exemples precedens, ſe peuuent auſſi appliquer à ces deux derniers; à ſçauoir de l'extraction de racines à leurs quarrez incommenſurables; Et de l'infini approchement au requis; Et de l'extraction de racines de nombres rompuz.

NOTA 11. Quant aux extractions des racines de racines, les meſmes ſont par les precedentes aſſez manifeſtes: car la voulant extraire de 16, ſa premiere racine quarrée ſera 4, & autrefois racine quarrée de 4, eſt 2; Doncques 2 eſt racine quarrée de racine quarrée de 16. Et de meſme ſorte nous dirons que racine quarrée de racine quarrée de 9, eſt ✓ 3, mais de 7 eſt ✓✓ 7. Auſſi que la racine cubique de racine cubique de 512, eſt 2, & de 8 eſt ✓ ③ 2, & de 10. eſt ✓✓ ③ 10. Semblablement que la racine quarrée de la racine cubique de 729 eſt 3, &c. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre geometrique ſimple, nous auons trouué ſa racine requiſe ce qu'il falloit faire.

Deuxieſme diſtinction des quatre numerations de racines entieres ſimples, & d'autres computations à icelles appartenantes.

PRO-

Digitized by Google

PROBLEME XIX.

Estant donnees deux racines d'especes differentes: les reduire en racines d'vne mesme espece.

Explication du donné. Soient donnees deux racines d'especes differentes telles ✓ ② 5, & ✓ ③ 6. ***Explication du requis.*** Il les faut reduire en racines d'vne mesme espece, c'est à dire, qu'il faut trouuer deux autres racines d'vne mesme espece, & egales à les donnees.

Nota ceste construction se trouue semblable à celle du 9 probleme de la reduction des nôbres Arithmetiques rompuz, à vn commun nominateur. ***Construction.*** On prendra la potence de seconde quantité (de seconde quantité, par ce que l'vne racine donnée est de seconde quantité) ou quarrée de 6 (6 de la ✓ ③ 6 donnée) qui est 36: Semblablement la potence de tierce quantité (de tierce quantité, par ce que l'autre racine donnée est de tierce quantité) ou cubique de 5 (de 5 de la ✓ ③ 5 donnée) qui est 125: Or pour trouuer leur commune quantité, on multipliera les nominateurs des racines donnees, qui sont ②, & ③, l'vn par l'autre, disant ② fois ③ faict ⑥, doncques la sexte quantité est aux 36 & 125 la commune quantité: c'est à dire que ✓ ⑥ 125, & ✓ ⑥ 36, sont les racines requises, à sçauoir d'vne mesme espece, & egales à les racines donnees; Dont la disposition des characteres de l'operation acheuée est telle:

$$\sqrt[⑥]{125} \quad \sqrt[⑥]{36}$$
$$\sqrt[⑥]{\frac{5}{②}} \times \sqrt[⑥]{\frac{6}{③}}$$

Demonstration. Que les racines trouuees sont d'vne mesme espece de ⑥. Aussi que ✓ ⑥ 125 est (par le 18 pro-

Digitized by Google

bleme) ✓ ② 5. Item que ✓ ⑥ 36 vault ✓ ③ 6, eſt manifeſte; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnees deux racines d'eſpeces differentes, nous les auons reduict en racines d'vne meſme eſpece; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XX.

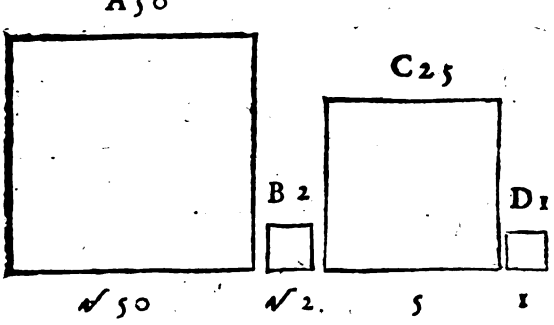
Eſtant donnees deux racines: Trouuer ſ'ils ſont commenſurables ou incommenſurables.

Exemple I. *de racines quarrees.*

Explication du doné. Soient dõnées deux racines quarrees telles, ✓ 50, & ✓ 2. *Explication du requis.* Il faut trouuer ſ'ils ſont commẽſurables, ou incõmenſurables. *Conſtruction.* La generale reigle en toutes racines eſt, que l'on diuiſera la potence de la maieure racine, par la potence de la moindre, & ſi le quotient contient racine (à ſçauoir telle eſpece de racine qu'elle ſont les racines donnees) à lui commenſurable, on dira que les racines donnees ſont commenſurables; Mais ſi tel quotient ne tient point racine à lui commenſurable, on dira que les racines donnees, ſont incommenſurables: Suiuant donc ceſte reigle, il faut diuiſer 50 (qui eſt la potence quarrée de ✓ 50) par 2 (qui eſt la potence quarrée de ✓ 2) & donnent quotient 25, duquel la racine quarrée (racine quarrée, parce que les donnees ſont racines quarrees, car ſ'elles fuſſent racines cubiques, il faudroit extraire racine cubique, &c.) eſt 5, qui eſt au 25, commenſurable; Dont ſe conclud, que les racines donnees ſont commenſurables: Et le contraire ſe concluroit, ſi le contraire auenoit. *Preparation de la demon-*

Digitized by Google

demonstration. Soit le quarré A de 50, & le quarrée B de 2, puis diuisons le quarré A, par le quarré B, & se trouuera pour quotient 25, desquels soit descript le quarré C; Soit aussi descript le quarré D, duquel la quantité soit 1.



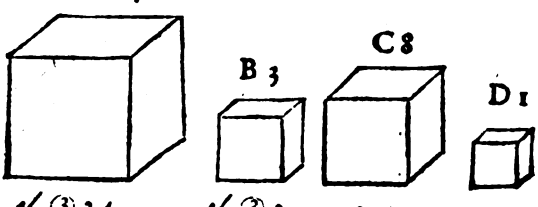
Demonstration. Puis que A B C sont termes de diuision, & D vnité, s'ensuit que comme le quarré de C, au quarré de D, ainsi le quarré A, au quarré B, & par la 22 proposition du 6 liure d'Euclide, comme le costé de C 5, au costé de D 1, ainsi le costé de A √ 50, au costé de B √ 2; Mais 5, est a 1 quincuple; Doncques √ 50, est a √ 2 quincuple; Mais les quantitez en raison quincuple, sont entre eux commensurables; Doncques √ 50 est a √ 2 commensurable; ce qu'il falloit demonstrer. Semblable sera aussi la demonstration des racines incommensurables, laquelle nous passons oultre à cause de brieueté.

Exemple 11. *de racines cubiques.*

Explication du donné. Soient donnees deux racines cubiques telles, √ ③ 24, & √ ③ 3. *Explication du requis:*

Digitized by Google

quis. Il faut trouuer s'ils sont commensurables, ou incommensurables. *Construction.* Il faut diuiser (suiuant la regle du precedent premier exemple) 24 (qui est potence cubique de ✓③ 24) par 3 (qui est potence cubique de ✓③ 3) donne quotient 8, à sa racine cubique 2 commensurable; Dont se conclud que les racines donnees sont commensurables, & le contraire se concluroit, si le cõtraire fust auenu, & semblable sera l'operation en toute autre espece de racine quelconque. *Preparation de la demonstration.* Soit le cube A de 24, & le cube B de 3, puis diuisons le cube A, par le cube B, & selon le quotient 8, soit descript le cube C, puis vn autre cube D, duquel la quantité soit 1.



Demonstration. Comme le cube C, au cube D, ainsi le cube A, au cube B, & par la 37 proposition de 11 liure d'Euclide, comme le costé de C 2, au costé de D 1, ainsi le costé de A ✓③ 24, au costé de B, ✓③ 3; Mais 2 est a 1 en raison duple, doncques ✓③ 24 est a ✓③ 3 en raison duple, & les quantitez qui sont en raison duple, sont entre eux commensurables; Ergo ✓③ 24 est a ✓③ 3 commensurable; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnees deux racines, nous auons trouuée s'ilz sont commensurables, ou incommensurables; ce qu'il falloit faire.

PRO-

Digitized by Google

PROBLEME XXI.

Estant donnees deux racines: Trouuer leur raison.

Explication du donné. Soient quelques deux racines donnees telles, $\surd 50$, & $\surd 2$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur raison. *Construction.* On verra par le precedent 20 probleme, si les racines donnees sont commensurables, ou incommensurables; S'elles fussent incommensurables, on diroit que leur raison est comme de $\surd 50$ à $\surd 2$: Mais il se trouue qu'elles sont commensurables, il faut donc proceder en ceste sorte; l'inuention de leur commensurance, nous à demonstré que la racine du quotient de leurs potences quarrees, est 5, d'ou on conclura, comme 5 a l'vnité, ainsi $\surd 50$ a $\surd 2$, mais 5 est a 1 en raison quincuple, ergo disie $\surd 50$, est a $\surd 2$ en raison quincuple, ce qui estoit requis, dont la demonstration est notoire par celle du 20 probleme.

Nota. Mais si de deux raisons incommensurables, on vouluſt cognoistre la maieure, on disposera les raisons en forme de rompu, les multipliant par croix, selon la maniere du 9 probleme. Par exemple il y a deux raisons, l'vne de 2 a $\surd 7$ l'autre de $\surd 5$ a 3, desquelles on veut cognoistre la maieure; Ie les dispose comme ci dessoubs, multipliant par croix, & mettant sur chascun son produict, mais $\surd 36$ est maieure que $\surd 35$, ie concluz doncques, que la raison de 2 a $\surd 7$ est maieure que de $\surd 5$ a 3.

$$\frac{2}{\surd 7} \times \frac{\surd 5}{3} \qquad \surd 36. \quad \surd 35$$

Mais si ces produicts fussent egaux, ie les conclurois estre egales, comme en ceste exemple.

Conclusion

Digitized by Google

$\frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{4}{\frac{\sqrt{8}}{1}}$

Conclusion. Estant doncques donnees deux racines, nous auons trouué leur raison.

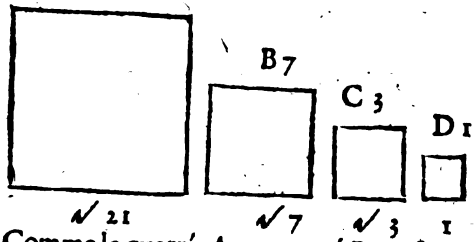
De la multiplication de racines simples.

PROBLEME XXII.

Estant donnée racine simple à multiplier, & racine simple multiplicateur : Trouuer leur produict.

Exemple I.

Explication du donné. Soit donnée racine à multiplier $\sqrt{7}$, & racine multiplicateur $\sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur produict. *Construction.* On multipliera 7 (qui est la potence de $\sqrt{7}$) par 3 (qui est la potence de $\sqrt{3}$) faict 21, sa racine quarrée (racine quarrée parce que les racines donnees sont quarrees) est $\sqrt{21}$. Ie di que $\sqrt{21}$, est le produict requis. *Preparation de la demonstration.* Soient descripts quatre quarrez, à sçauoir A 21, & B 7, & C 3, & D 1, & leurs costez seront $\sqrt{21}$, & $\sqrt{7}$, & $\sqrt{3}$, & 1. *Demonstration.*

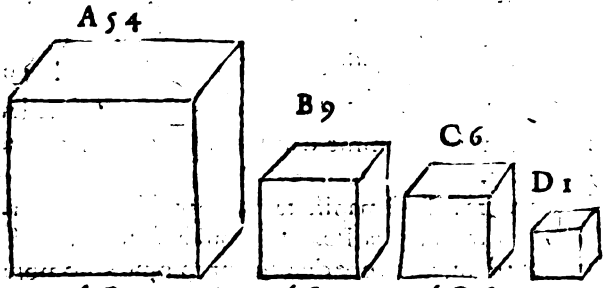


Comme le quarré A, au quarré B, ainsi le quarré C, au quarré

quarré D; Doncques par la 22 proposition du 6 liure d'Euclide, comme le costé de A, au costé de B, ainsi le costé de C, au costé de D, c'est à dire comme ✓ 21, a ✓ 7, ainsi ✓ 3, a 1: Nous auons donc trouué le nombre ✓ 21, contenant autant de fois le premier donné ✓ 7, qu'il y a des vnitez au nombre second donné ✓ 3 c'est doncques par la 93 definition, legitime multiplication, & par consequent le produict ✓ 21, est le vrai produict requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Exemple 11.

Explication du donné. Soit donnée racine à multiplier ✓ ③ 9, & racine multiplicateur ✓ ③ 6. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer leur produict. ***Construction.*** On multipliera 9 (qui est le cube de ✓ ③ 9) par 6 (qui est le cube de ✓ ③ 6) faict 54, duquel la racine cubique est ✓ ③ 54. Ie di qu'elle est le produict requis. ***Preparation de la demonstration.*** Soient descripts quatre cubes, à sçauoir A de 54, & B de 9. & C de 6, & D de 1, & leurs costez seront ✓ ③ 54, & ✓ ③ 9, & ✓ ③ 6,



& 1. ***Demonstration.*** Comme le cube A, au cube B, ainsi le cube C, au cube D, doncques par la 37 propo-

sition

Digitized by Google

sinon de 11 liure d'Euclide, comme le costé de A, au costé de B, ainsi le costé de C, au costé de D, c'est à dire comme la ✓ ③ 54, a ✓ ③ 9, ainsi ✓ ③ 6, a 1; nous auons donc trouué le nombre ✓ ③ 54, contenant autant de fois le premier donné ✓ ③ 9, qu'il y a d'vnitez au nombre second donné ✓ ③ 6; c'est donc par la 93 definition legitime multiplication, & par consequent ✓ ③ 54, est le vrai produict requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA 1. De mesme sorte nous dirons que ✓ ⊕ 2, multiplié par ✓ ⊕ 3, donne produict ✓ ⊕ 6, & ainsi de quinte, sexte quantité, &c.

Item que 2, multiplié par ✓ 3, donne produict ✓ 12.

Item que ✓ 3, multiplié par ✓ 12, donne produict 6.

Et ✓ $\frac{3}{5}$, multiplié par ✓ $\frac{7}{8}$, donne produict ✓ $\frac{21}{40}$.

Item que ✓ ③ 32, mult. par ✓ ③ 2, donne produict 4.

Item que ✓ ③ $\frac{2}{3}$, multipliée par ✓ ③ $\frac{2}{5}$, donne produict ✓ ③ $\frac{4}{15}$.

Item que ✓ 3, multiplié par ✓ 2, donne prod. ✓ 6.

Item que ✓ ③ 2, multiplié par ✓ ⊕ 3, donne produict ✓ (12) 432. car les differentes especes de racines, conuerties à vne mesme espece de racine, par le 19 probleme, sont ✓ (12) 16, & ✓ (12) 27, lesquelles multipliées font comme dessus ✓ (12) 432: Et ainsi des autres.

NOTA 11. Il est manifeste par ce probleme, comment on trouuera la Potence requise à tout simple nombre donné, veu que c'est autant comme si nombre à multiplier, & multiplicateur, fussent donnez egaux. Par exemple, pour trouuer le quarré de 2, on multipliera 2 en soi, faict 4; Et pour auoir le cube de 2, on multipliera

Digitized by Google

tipliera ledict 4 autrefois par 2, faict pour solution 8. Et pour la potence de ④ de 2 on multipliera ledict 8 par 2, faict pour solution 16. Et semblablement le quarré de ✓ 3 est 3, & son cube ✓ 27. Aussi le quarré de ✓ 5 est ✓ 5, & son cube ✓ 125; & ainsi des autres. Mais si l'on requeroit la potence de quantité bien haulte, par exemple potence de ⑧ de 3, parce qu'il seroit ennuieus, de multiplier tant de fois, il y a compendie (que les autres appellent improprement reigle de progression geometrique) tel: On multipliera ① 3 en soi (il est vrai qu'il n'y a point de ① au 3 donné, mais nous posons cõme par reigle, que 3 soit la valeur de 1①) faict ② 9 (la raison pourquoi ① multiplié par ① faict ②, & ②, par ② faict ④, & ④ par ③ faict ⑦, &c. sera demonstré au theoreme deuant le 49 probleme: Nous le demonstrerions ici, mais estant ceci seulement comme appendice de ce probleme, ce ne sera pas son lieu) le mesme en soi faict ④ 81, le mesme en soi faict pour la potence de ⑧ requise 6561. Et si on eust requis la potence de ⑨ dudict 3 on multiplieroit les ⑧ 6561, par ledict ① 3 faict pour solution ⑨ 19683; Ou autrement pour trouuer ladicte potence de ⑨ de 3, on pourroit multiplier ① 3 en soi, faict ② 9, le mesme par ① 3, faict ③ 27, le mesme en soi, faict ⑥ 729, le mesme par ledict ③ 27, faict pour solution, comme dessus ⑨ 19683. & ainsi d'autres semblables. *Conclusion.* Estant doncques donnée racine simple à multiplier, & racine simple multiplicateur, nous auons trouué leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la

Digitized by Google

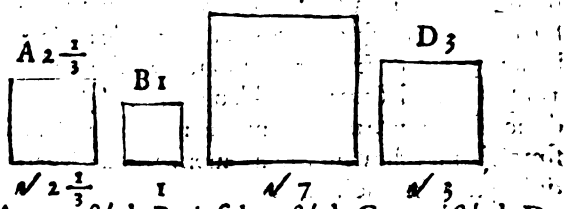
De la diuiſion de racines ſimples.

PROBLEME XXIII.

Eſtant donnée racine ſimple à diuiſer, & racine ſimple diuiſeur: Trouuer leur quotient.

Exemple I. *de racines quarrees.*

Explication du donné. Soit donné racine à diuiſer $\sqrt{7}$, & racine diuiſeur $\sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quotient. *Conſtruction.* On diuiſera 7 (qui eſt le quarré de $\sqrt{7}$) par 3 (qui eſt le quarré de $\sqrt{3}$) donne quotient $2\frac{1}{3}$, deſquelles la racine quarrée (racine quarrée par ce que les racines données ſont quarrees) eſt $\sqrt{2\frac{1}{3}}$: Ie di que $\sqrt{2\frac{1}{3}}$, eſt le quotient requis. *Preparation de la demonſtration.* Soient deſcripts quatre quarrez, à ſçauoir A de $2\frac{1}{3}$, & B de 1, & C de 7, & D de 3, & leurs coſtez ſeront $\sqrt{2\frac{1}{3}}$, & 1, & $\sqrt{7}$, & $\sqrt{3}$. *Demonſtration.* Comme le quarré A, au quarré B, ainſi le quarré C, au quarré D, doncques par la 22 propoſition du 6 liure d'Euclide, comme le coſté



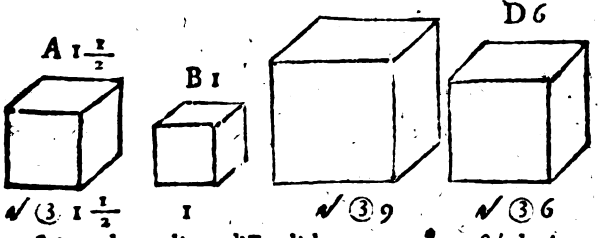
de A, au coſté de B, ainſi le coſté de C, au coſté de D, c'eſt à dire comme $\sqrt{2\frac{1}{3}}$, a 1, ainſi $\sqrt{7}$, a $\sqrt{3}$; nous auons doncques trouué le nombre $\sqrt{2\frac{1}{3}}$, contenant autant

Digitized by Google

autant de fois l'vnité, quantesfois le nombre à diuiser, contient le diuiseur; c'est doncques par la 97 definition legitime diuision, & par consequét le quotient $\surd 2\frac{1}{3}$, est le vrai quotient requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Exemple 11. *de racines cubiques.*

Explication du donné. Soit donné racine à diuiser $\surd③ 9$, & diuiseur $\surd③ 6$. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer leur quotient. ***Construction.*** On diuisera 9 (qui est le cube de $\surd③ 9$) par 6 (qui est le cube de $\surd③ 6$) donne quotient $1\frac{1}{2}$, sa racine cubique est $\surd③ 1\frac{1}{2}$: Ie di que $\surd③ 1\frac{1}{2}$, est le quotient requis. ***Preparation de la demonstration.*** Soient descripts quatre cubes, à sçauoir A de $1\frac{1}{2}$, & B de 1, & C de 9, & D de 6, & leurs costez seront $\surd③ 1\frac{1}{2}$, & 1, & $\surd③ 9$, & $\surd③ 6$. ***Demonstration*** Comme le cube A, au cube B, ainsi le cube C, au cube D, doncques par la 37 pro-



position du 11 liure d'Euclide, comme le costé de A, au costé de B, ainsi le costé de C, au costé de D, c'est à dire comme $\surd③ 1\frac{1}{2}$, a 1, ainsi $\surd③ 9$, à $\surd③ 6$; nous auons doncques trouué le nombre $\surd③ 1\frac{1}{2}$, contenant autant de fois l'vnité, quantesfois le nombre à diuiser, contient le diuiseur; doncques par la 97 defini-

Digitized by Google

tion, c'eſt legitime diuiſion, & par conſequent, le quotient $\surd$ ③ 1 $\frac{1}{2}$, eſt le vrai quotient requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Nous dirons par meſme raiſon, que $\surd$ ⊕ 10, diuiſée par $\surd$ ⊕ 2, donne quotient $\surd$ ⊕ 5, & ainſi de quinte, ſexte quantité, &c.

Item que $\surd$ 12, diuiſée par 2, donne quotient $\surd$ 3.

Item que $\surd$ 12, diuiſée par $\surd$ 3, donne quotient 2

Ité que $\surd$ $\frac{2}{3}$, diuiſée par $\surd$ $\frac{3}{4}$, donne quotient $\surd$ $\frac{8}{9}$.

Item que $\surd$ ③ 54, diuiſée par $\surd$ ③ 2, donne quo. 3.

Item que $\surd$ ③ $\frac{3}{4}$, diuiſée par $\surd$ ③ $\frac{2}{3}$, donne quotient $\surd$ ③ $\frac{9}{8}$.

Item que w 18, diuiſée par w 3, donne quot. w 6.

Item que $\surd$ ⊕ 3, diuiſée par $\surd$ ③ 2, donne quotient $\surd$ (12) 1 $\frac{11}{16}$: car les differentes eſpeces conuerties, &c.

Concluſion. Eſtant doncques donnée racine ſimple à diuiſer, & racine ſimple diuiſeur; nous auons trouué leur quotient; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Tout quotient plus vn, multiplié par ſon diuiſeur, donne produict egal à la ſomme du nombre à diuiſer, & diuiſeur.

Explication. Soit 10 diuiſé par 2, le quotient eſt 5, au meſme aiouſté 1, faict 6, qui multiplié par le diuiſeur 2 faict 12, egal à la ſomme de 10 & 2, ſelon le theoreme.

Autre explication geometrique. Soit la ligne à diuiſer A B, triple au diuiſeur A C, & diuiſons A B, par A C, le quotient B ſera 3, auquel aiouſté 1, par regle

Digitized by Google

regle faict 4, multiplions par le mesme C A, & sera quatrefois C A, qui est C B, somme des deux quantitez donnees. *Conclusion.* Tout quotient donc plus vn, multiplié par son diuiseur, donne produict egal à la somme du nombre à diuiser, & diuiseur; ce qu'il falloit demonstrer.

De l'addition des racines simples.

PROBLEME XXIIII.

Estant donnees racines simples à aiouster: Trouuer leur somme.

Exemple 1. *de racines quarrees.*

Explication du donné. Soient les racines à aiouster donnees telles, $\surd 8$, & $\surd 2$, *Explication du requis.* Il faut trouuer leur somme.

Nota. Auant que nous venons à la construction, il faut noter pour regle generale, que tous nombres à aiouster incommensurables, se soluent par $+$ comme la somme de $\surd 3$ & $\surd 2$, est $\surd 3 + \surd 2$. Mais les commensurables comme sont ces nombres donnez (laquelle commensurance se cognoit par le 20 probleme) se solueront par les manieres suiuantes.

Premiere construction du premier exemple.

La maieure racine donnée. $\surd 8$.
La moindre $\surd 2$.
Leur quotient est 2, auquel adiousté 1, par regle, faict 3, qui vault $\surd 9$.
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée $\surd 2$, faict $\surd 18$.
Ie di que $\surd 18$, est la somme requise.

Digitized by Google

NOTA. Nous pourrions auſſi mettre en la conſtruction la maieure racine deſſoubs la moindre (combien qu'il eſt plus commode la mettant deſſus pour euiter fraction) & nous aurions la meſme ſomme. par exemple.

La moindre racine donnée $\surd 2$.
La maieure $\surd 8$.
Leur quotient eſt $\frac{1}{2}$, auquel aiouſté 1 par regle, faict $1\frac{1}{2}$, qui vaut $\surd \frac{9}{4}$.
Laquelle multipliée par la $\surd 8$ donnée faict comme deſſus $\surd 18$.

Premiere demonſtration.

Tout quotient plus vn, multiplié par ſon diuiſeur, donne produict egal à la ſomme du nombre à diuiſer, & du diuiſeur, par le precedent theoreme.

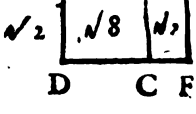
Noſtre quotient plus vn (qui eſt $\surd 9$) eſt multiplié par le diuiſeur qui eſt $\surd 2$, donnant produict $\surd 18$.

Ergo $\surd 18$, eſt egale à la ſomme du nombre à diuiſer $\surd 8$, & du diuiſeur qui eſt $\surd 2$.

C'eſt à dire que $\surd 18$, eſt la ſomme de $\surd 8$, & $\surd 2$, ce qu'il faloit demonſtrer.

Preparation d'aultre ſeconde demonſtration.

Soit deſcript le rectangle A B C D, duquel la quantité ſoit $\surd 8$. puis le rectangle B E F C, duquel la quantité ſoit $\surd 2$. Il nous faut demonſtrer, que tout le rectangle A F faict $\surd 18$.



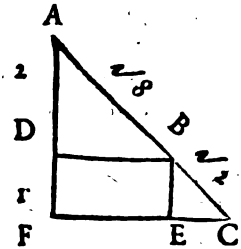
Seconde demonſtration. Comme le rectangle A C, au rectangle B F, ainſi la ligne A B, à la B E, par la 1 propoſition du 6 liure d'Euclide: Mais A C $\surd 8$, eſt à B F $\surd 2$ duple, par le 21 probleme. Doncques A B, eſt à B E duple;

Digitized by Google

duple; Soit donc A B quelque nombre comme 2, double à B E 1, puis diuisons A C √8, par A B 2, donne quotient pour la ligne A D √2, le mesme multiplié par A E 3, donne produict pour tout le rectangle A F √18; Doncques √8 & √2 font ensemble √18; ce qu'il falloit demonstrer.

Preparation d'autre troisiesme demonstration.

Soit descript la ligne A B √8, & B C √2; Et de la ligne A B, soit descript le triangle rectangle, isoscele A B D, tel que A B soit l'hypothenuse; Soit semblablement descript de la ligne B C, le triangle rectangle isoscele B E C, tel que B C soit l'hypothenuse, puis soient produictes A D & C E, s'entrecoupans en F. Il nous faut demonstrer que toute la ligne A C √18. *Troisiesme demonstration.* Le quarré de la ligne A B, est 8, & par la 47 proposition du premier liure d'Euclide, le quarré de D A, sera la moitie de 8, à sçauoir 4. duquel la racine pour A D, est 2, & de mesme sorte se demonstrera que B E est 1, & par consequent que D F, egale à B E, est aussi 1; Doncques A F est 3, & par consequent F C aussi 3, parquoi le quarré de A F sera 9, & semblablement sera le quarré de F C 9, lesquels quarrez ensemble font 18, le quarré doncques de A C, par ladicte 47 proposition du 1 liure d'Euclide est 18, & par consequent son costé A C, sera √18; ce qu'il falloit demonstrer.



Digitized by Google

Seconde construction du premier exemple, d'autre maniere.

Racines donnees $\left\{\begin{matrix}\sqrt{8}\\ \sqrt{2}\end{matrix}\right\}$ leur raison par le 21 prob. $\left\{\begin{matrix}2\\ 1\end{matrix}\right.$

Leur somme 3

Puis 2 donne 3, combien $\sqrt{8}$, fait par le 44 prob. pour solution $\sqrt{18}$

Ou autrement.

1 donne 3, combien $\sqrt{2}$, faict comme dessus $\sqrt{18}$

Dont la demonstration est faicte ci deuant, toutesfois pour plus grande euidence, nous y aiousterons encore ceste ci, conforme à sa construction. *Demonstration. Article* 1. Comme $\sqrt{8}$, a $\sqrt{2}$, ainsi 2, a 1, par le 21 probleme, car l'vne & l'autre est raison duple. *Article* 11. Doncques par transformée ou composée proportion, comme $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, à $\sqrt{2}$, ainsi 2+1, a 1, c'est à dire ainsi 3 a 1. *Article* 111. Comme $\sqrt{18}$ a $\sqrt{2}$, ainsi 3, a 1, par le 21 probleme, car l'vne & l'autre est raison triple; Doncques $\sqrt{8}+\sqrt{2}$ & $\sqrt{18}$, ont à vn mesme la mesme raison, (car il est aussi demonstré au second article, que comme $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, à $\sqrt{2}$, ainsi 3, a 1). parquoi $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, est egale a $\sqrt{18}$: mais $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, est la somme des nombres donnez, doncques $\sqrt{18}$ est aussi la somme des nombres donnez; ce qu'il falloit demonstrer.

Troisiesme construction du premier exemple d'autre maniere.

L'ordre de ceste construction ensemble de la quatriesme construction suiuante, n'est pas vniuerselle en les additions de toutes autres especes de racines, comme sont les deux ordres precedens.

Les

Digitized by Google

Les potences des racines donnees ſont { 8 / 2

Leur produict eſt 16
Sa racine quarrée eſt 4
Son double par reigle generale eſt 8
Qui aiouſté à la ſomme des potences des racines donnees faict 18
Sa racine pour ſolution eſt √18

Quatrieſme conſtruction du premier exemple d'aultre maniere.

Les potences des racines donnees ſont { 8 / 2

Leur produict eſt 16
Son quadruple pour regle generale eſt 64
Sa racine quarrée eſt 8
Qui aiouſté à la ſomme des potences des racines donnees faict 18
Sa racine pour ſolution eſt √18
Dont la demonſtration eſt amplement faicte ci deſſus.

Exemple II. *de racines cubiques.*

Explication du donné. Soient donnees racines cubiques à aiouſter √③56, & √③7. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer leur ſomme.

Premiere conſtruction du ſecond exemple, ſemblable à la premiere conſtruction du premier exemple.

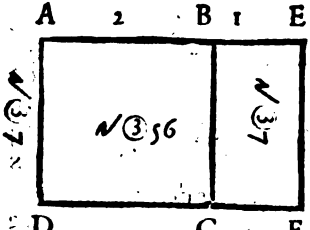
La maieure racine donnée √③56
La moindre √③7

Digitized by Google

Leur quotient eſt 2, auquel aiouſté 1 par la regle faict 3, qui vaut $\surd③$ 27

Laquelle multipliée par la moindre racine donnée $\surd③$ 7 faict $\surd③$ 189

Ie di que $\surd③$ 189, eſt la ſomme requiſe. *Preparation de la demonſtration.* Soit deſcript le rectangle A B C D, duquel la quantité ſoit $\surd③$ 56, puis le rectangle B E F C, duquel la quantité ſoit $\surd③$ 7. Il nous faut demonſtrer que tout le rectangle A F, faict $\surd③$ 189.



Demonſtration. Comme le rectangle A C, au rectangle B F, ainſi la ligne A B, à la B E, par la 1. propoſition du 6. liure d'Euclide : Mais A C $\surd③$ 56, eſt à B F $\surd③$ 7, en raiſon double par le 21 probleme, doncques A B eſt à B E double; Soit A B quelque nombre comme 2, double à B E 1, puis diuiſons A C $\surd③$ 56, par A B 2, donne quotient pour A D $\surd③$ 7, le meſme multiplié par A E 3, donne produict pour tout le rectangle A F $\surd③$ 189. Doncques $\surd③$ 56, & $\surd③$ 7, ſont $\surd③$ 189; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. La maniere de la premiere & troiſieſme demonſtration du precedent premier exemple, ſe peut auſſi appliquer à ce ſecond.

Seconde conſtruction du ſecond exemple ſemblable à la ſeconde conſtruction du 1. exemple.

Racines dõnees $\left\{\begin{matrix}\surd③ 56\\ \surd③ 7\end{matrix}\right\}$ leur raiſon par le 21 pro. $\left\{\begin{matrix}2\\1\end{matrix}\right.$

Leur

Digitized by Google

Leur somme 3

Puis 2 donne 3, combien √③56, faict par le 44. probleme pour solution √③189

Ou autrement.

1. donne 3, combien √③7, faict comme dessus √③189

Dont la demonstration est faicte ci dessus; toutesfois pour plus grande euidence nous y aiousterons encore ceste ci conforme à sa construction. *Demonstration. Article* 1. Comme √③56, a √③7, ainsi 2, a 1, par le 21 probleme, car l'vne & l'autre est raison duple. *Article* 11 Doncques par composée ou transformée proportion, comme √③56+√③7, a √③7, ainsi 2+1, a 1, c'est à dire ainsi 3, a 1. *Article* 111. Comme √③189, a √③7, ainsi 3, a 1, par le 21 probleme, car l'vne & l'autre est raison triple. Doncques √③56+√③7, & √③189, ont à vn mesme la mesme raison (car il est aussi demonstré au second article, que comme √③56+√③7, a √③7, ainsi 3 a 1) parquoi √③56+√③7, est egale à √③189; Mais √③56+√③7, est la somme des nombres donnez, doncques √③189 est la somme des nombres donnez; ce qu'il falloit demonstrer.

Exemple 111. *de racines de racines.*

Explication du donné. Soient donnees racines de racines telles, ₩32, & ₩2. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur somme.

Digitized by Google

Premiere construction du troisiesme exemple, semblable à la premiere construction du premier exemple.

La maieure racine donnée $\surd 32$
La moindre $\surd 2$
Leur quotient est 2, auquel aiousté 1 par regle, faict 3, qui vaut $\surd 81$
Laquelle multipliée par la moindre racine donnee $\surd 2$, faict $\surd 162$
Ie di que $\surd 162$ est la somme requise.

Seconde construction du troisiesme exemple, semblable à la seconde construction du premier exemple.

Racines dõnees $\left\{\begin{matrix}\surd 32\\ \surd 2\end{matrix}\right\}$ leur raison par le 21 prob. $\left\{\begin{matrix}2\\1\end{matrix}\right.$
Leur somme 3
Puis 2 donne 3, combien $\surd 32$, faict par le 44 probleme pour solution $\surd 162$

Ou autrement.

1 donne 3 combien $\surd 2$ faict cõme dessus $\surd 162$

Ie die que $\surd 162$, est la somme requise, dont la demonstration sera semblable aux precedentes.

NOTA. S'il y eust à aiouster des racines rompues, on procederoit en l'operation des rompuz par les doctrines de la 2 distinction, & au reste comme dessus. Soient par exemple à aiouster $\surd \frac{2}{3}$, & $\surd \frac{1}{6}$, leur operation & disposition selon la precedente premiere, sera telle:

La maieure racine donnée $\surd \frac{2}{3}$
La moindre $\surd \frac{1}{6}$

Leur

Digitized by Google

Leur quotient eſt 2, auquel aiouſté 1 par regle, faict 3, qui vaut $\surd 9$

Laquelle multiphée par la moindre racine donneé $\surd \frac{1}{6}$, faict pour ſolution $\surd 1\frac{1}{2}$

Et ſemblablement pourra on ſoluer ceſte queſtion, par les autres manieres citees ci deſſus.

Mais ſ'il y euſt à aiouſter deux racines egales, il ſera plus bref de multiplier l'vne par 2, par le 22 probl. & ſ'il y euſt trois racines egales, alors multiplier par 3, &c.

Concluſion. Eſtant doncques donnees racines ſimples à aiouſter, nous auons trouué leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

Nota. Les aucuns deſcriuent exemples de l'addition de racines incommenſurables, deſquelles la ſomme eſt racine de quelque binomie, qu'ils appellent racine vniuerſelle: Soit par exemple à aiouſter $\surd 3$ a $\surd 2$, & ſelon la troiſieſme conſtruction du precedent premier exemple, l'operation ſera telle:

Les potences des racines donnees ſont $\begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$

Leur produict eſt 6

Sa racine quarrée eſt $\surd 6$

Son double pour regle generale eſt $\surd 24$

Qui aiouſté à la ſomme des potences des racines donnees, faict $\surd 24+5$

Sa racine pour ſolution eſt *$\surd$ bino.* $\surd 24+5$

Or il eſt certain que ceſte ſolution eſt veritable, nous aſſeurant de la generalité des regles de ces cõſtructions; Mais quant au reſte, telle addition eſt inutile, par ce que la ſolution ſera plus claire; & commode, diſant que c'eſt $\surd 3+\surd 2$. Car ſi l'on dict que la ſolution eſt *$\surd$ bino* $\surd 24+5$, c'eſt à dire qu'on doibt tirer racine de tel binomie

Digitized by Google

binomie, & que alors l'on aura le requis : Mais en extrahant la racine par le 39 probleme, on la trouuera de $\sqrt{3}+\sqrt{2}$; Il eſt donc plus conuenable de dire au premier coup, ſans faire tant de peine perdue; que c'eſt $\sqrt{3}+\sqrt{2}$. Auſſi on ne trouue pas ſeulement tel binomie par icelle addition, mais auſſi par la multiplication de $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ en ſoi, qui faict $\sqrt{24}+5$, duquel la racine eſt cõme deſſus *$\sqrt{bino.}$* $\sqrt{24}+5$. Mais à fin de demonſtrer plus apertement telle inutile addition par quelque exemple, poſons le cas comme ſi 9 & 8 fuſſent incommenſurables, & que pour expliquer leur ſomme, quelcun diſt, que c'eſt *$\sqrt{bino.}$* $145+144$, vn autre que c'eſt $9+8$, à ſçauoir mon quelle explication de ces deux eſt la plus claire & commode; vraiement c'eſt la derniere: Et tout ainſi nous expliquons plus clairement la ſomme de $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$, diſant que c'eſt $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, que de dire que c'eſt la racine de leur potence. C'eſt auertiſſement ſe pourra auſſi appliquer à la ſoubſtraction du probleme ſuiuant.

THEOREME.

Tout quotient moins vn, multiplié par ſon diuiſeur, donne produict egal à la reſte de la ſoubſtraction du diuiſeur, de nombre à diuiſer.

EXPLICATION.

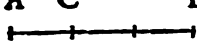
Soit 8 diuiſé par 2, le quotient eſt 4, du meſme ſoubſtraict 1, reſte 3, qui muliplié par le diuiſeur 2, faict 6, egal à la reſte de la ſoubſtraction de 2 de 8, ſelon le theoreme.

Autre

Digitized by Google

Autre explication geometrique.

Soit la ligne à diuiſer A B, triple au diuiſeur A C, & diuiſons A B, par A C, le quotient ſera 3, duquel ſoubſtraict 1 par regle, reſte 2, par le meſme multiplié C A, ſera deux fois C A, qui eſt C B, reſte de la ſoubſtraction des donnez, à ſçauoir C A, de A B.



Concluſion. Tout quotient doncques moins vn, multiplié par ſon diuiſeur, donne produict egal à la reſte de la ſoubſtraction du diuiſeur de nombre à diuiſer; ce qu'il falloit demonſtrer.

De la ſoubſtraction des racines ſimples.

PROBLEME XXV.

Eſtant donnée racine ſimple de laquelle on ſoubſtraict, & racine ſimple à ſoubſtraire: Trouuer leur reſte.

Exemple 1. des racines quarrees.

Explication du donné. Soit donnée racine de laquelle on ſoubſtraict $\surd 32$, & racine à ſoubſtraire $\surd 2$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur reſte.

Nota. Auant que nous venons à la conſtruction, il faut noter pour regle generale, que tous nombres à ſoubſtraire incommenſurables, ſe ſolueront par —; comme eſtant à ſoubſtraire $\surd 4$, de $\surd 7$, la reſte ſera $\surd 7 - \surd 4$. Mais les commenſurables, comme ſont ces nombres donnez (laquelle commenſurance ſe cognoit par le 20 probleme) ſe ſolueront par les manieres ſuiuantes.

Premier

Digitized by Google

Premiere conſtruction du premier exemple.

La maieure racine donnée $\surd 32$
La moindre $\surd 2$
Leur quotient eſt 4, duquel ſoubſtraict 1 par regle, reſte 3, qui vaut $\surd 9$
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée $\surd 2$, faict $\surd 18$
Ie di que $\surd 18$ eſt la reſte requiſe.

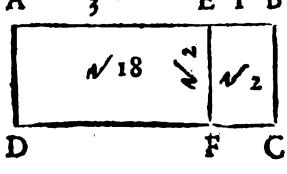
Premiere demonſtration.

Tout quotient moins vn, multiplié par ſon diuiſeur, donne produict egal à la reſte de la ſoubſtraction du diuiſeur, de nombre à diuiſer, par le precedent theoreme.

Noſtre quotient moins vn (qui eſt $\surd 9$) eſt multiplié par le diuiſeur $\surd 2$, donnant produict $\surd 18$.

Ergo $\surd 18$, eſt egale à la reſte de la ſoubſtraction du diuiſeur $\surd 2$, de nombre à diuiſer $\surd 32$.

C'eſt à dire, que $\surd 18$, eſt la reſte requiſe; ce qu'il falloit demonſtrer. *Preparation d'autre ſecond demonſtration.* Soit deſcript le rectangle A B C D, duquel la quantité ſoit $\surd 32$, & du meſme ſoit coupé le rectangle E B C F, duquel la quantité ſoit $\surd 2$. Il faut demonſtrer que le rectangle reſtant A F, fera $\surd 18$.

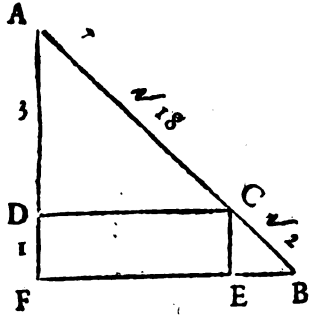


Demonſtration. Comme le rectangle A C, au rectangle E C, ainſi la ligne A B, à la ligne E B, par la 1. propoſition du 6 liure d'Euclide; Mais A C $\surd 32$ eſt a E C $\surd 2$, en raiſon quadruple,

Digitized by Google

quadruple, par le 21 probleme, doncques A B, est a E B, quadruple & par consequent A E, est a E B triple; Soit doncques A E quelque nombre cõme 3, triple a E B 1, puis diuisons E C √2, par E B 1, donne quotient pour la ligne E F √2, le mesme multiplié par A E 3, faict pour le rectangle A F √18; Doncques de A C √32, soubstraict E C √2, reste A F √18; ce qu'il falloit demonstrer.

Preparation d'autre troisiesme demonstration.



Soit descript la ligne A B √32, & de la mesme soit coupée la ligne C B √2, & de la ligne A C soit descript le triangle rectãgle isoscele A C D, tel que A C soit l'hypothenuse semblablement soit descript de la ligne C B, le triangle rectangle isoscele C B E, tel que C B soit l'hypotheneuse, puis soient produictes A D, & B E, s'entrecoupans en F: Il faut demonstrer que la ligne A C, faict √18. *Troisiesme demonstration.* Le quarré de la ligne A B est 32, & par la 47 proposition du 1. liure d'Euclide, le quarré de A F sera la moitie de 32, à sçauoir 16, desquelles la racine pour A F est 4; Et de mesme sorte se demonstrera que C E est 1, & par consequent D F egale à la C E, est aussi 1, doncques A D est 3, D C aussi 3, parquoi le quarré de A D sera 9, & semblablement

Digitized by Google

ment sera le quarré de D C 9, lesquels quarrez ensemble font 18, le quarré donc de A C (par ladicte 47 proposition du 1 liure d'Euclide) est 18, & par consequent son costé A C ✓18. Doncques de A B ✓32, coupée C B ✓2, reste A C ✓18; ce qu'il falloit demonstrer.

Seconde construction du premier exemple d'autre maniere.

Racines dõnees {✓32, ✓2} leur raison par le 21 prob. {4, 1}

Desquels la reste 3

Puis 4 donne 3, combien ✓32, faict par le 44 probleme pour solution ✓18

Ou autrement.

1 donne 3, combien ✓2, faict comme dessus ✓18

Demonstration conforme à ceste construction. Article 1. Comme ✓32, a ✓2, ainsi 4, a 1, par le 21 probleme, car l'vne & l'autre est raison quadruple. *Article* 11. Doncques par transformée ou disiointe proportion, comme ✓32—✓2, a ✓2, ainsi 4—1, a 1, c'est à dire ainsi 3 a 1. *Article* 111. Comme ✓18, a ✓2 ainsi 3, a 1, par le 21 probleme: car l'vne & l'autre est raison triple; doncques ✓32—✓2, & ✓18, ont à vn mesme la mesme raison (car il est aussi demonstré au second article, que comme ✓32—✓2, a ✓2, ainsi 3 a 1) parquoi ✓32—✓2, est egale à ✓18. Mais ✓32—✓2 est la reste requise, doncques ✓18 est aussi la reste requise; ce qu'il falloit demonstrer.

Troisiesme construction du premier exemple d'autre maniere.

L'ordre de ceste construction, ensemble de la quatriesme

Digitized by Google

trieſme conſtruction ſuiuante, n'eſt pas vniuerſelle en ſoubſtractions de toutes autres eſpeces de racines comme ſont les deux ordres precedens.

Les potences des racines donnees ſont { 32 / 2
Leur produict 64
Sa racine quarrée eſt 8
Son double par reigle eſt 16
Qui ſoubſtraict de la ſomme des potences des racines donnees reſte 18
Sa racine pour ſolution eſt √18

Quatrieſme conſtruction du premier exemple d'autre maniere.

Les potences des racinqs donnees ſont. { 32 / 2
Leur produict 64
Son quadruple par reigle eſt 256
Sa racine quarrée eſt 16
Qui ſoubſtraict de la ſomme des potences des racines donnees reſte 18
Sa racine pour ſolution √18
Dont la demonſtration eſt amplement faicte ci deſſus.

Exemple 11. *de racines cubiques.*

Explication du donné. Soit donnée racine de laquelle on ſoubſtraict, √③375, & racine à ſoubſtraire √③5.
Explication du requis. Il faut trouuer leur reſte.

Premiere conſtruction du ſecond exemple, ſemblable à la premiere conſtruction du premier exemple.

La maieure racine donnée √③375

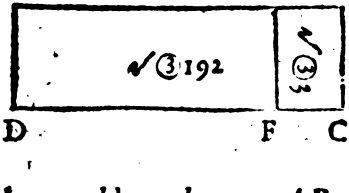
Digitized by Google

La moindre $\surd③3$

Leur quotient eſt 5, duquel ſoubſtraict 1 par regle, reſte 4, qui vaut $\surd③64$

Laquelle multipliée par la moindre racine donnée $\surd③3$, faict $\surd③192$

Ie dy que $\surd③192$, eſt la reſte requiſe. *Preparation de la demonſtration.* Soit deſcript le rectangle A B C D, duquel la quantité ſoit $\surd③375$. & du meſme ſoit coupé le rectangle E B C F, duquel la quantité ſoit $\surd③3$. Il faut demonſtrer que le rectangle reſtant A F, faict $\surd③192$, *Demonſtration.* Comme le rectangle A C, au rectangle E C, ainſi la ligne A B, à la ligne E B, par la 1 propoſition du 6 liure d'Euclide ; mais A C $\surd③375$, eſt a E C $\surd③3$ en raiſon quincuple, par le 21 probleme: doncques A B, eſt a E B quincuple, & par conſequent A E, à E B, quadruple. Soit donc A E quelque quantité comme 4, quadruple à E B 1, puis diuiſons E C $\surd③3$, par E B 1, donne quotient pour la ligne E F $\surd③3$, la meſme multipliée par A E 4, donne produict pour le rectangle A F $\surd③192$; Doncques de A C $\surd③375$, ſoubſtraict E C $\surd③3$, reſte A F $\surd③192$; ce qu'il falloit demonſtrer.



NOTA. La maniere de la premiere & troiſieſme demonſtration, du precedent premier exemple, ſe peut auſſi appliquer à ce ſecond.

Seconde

Digitized by Google

Seconde construction du second exemple, semblable à la seconde construction du premier exemple.

Racines dõnees $\begin{cases} \sqrt{③}\,375 \\ \sqrt{③}\,3 \end{cases}$ leur raison par le 21 pr. $\begin{cases} 5 \\ 1 \end{cases}$

Desquels la reste 4

Puis 5 donne 4, combien $\sqrt{③}\,375$, faict par le 44 probleme pour solution $\sqrt{③}\,192$

Ou autrement.

1 donne 4, combien $\sqrt{③}\,3$ faict comme dessus $\sqrt{③}\,192$

Dont la demonstration est faicte ci dessus, toutesfois en plus grande euidẽce nous y aiousterons encore ceste ci, conforme à la construction. *Demonstration. Article* I. Comme $\sqrt{③}\,375$, a $\sqrt{③}\,3$, ainsi 5 a 1, par le 21 probleme, car l'vne & l'autre est raison quineuple. *Article* II Ergo par transformée ou disioincte proportion, comme $\sqrt{③}\,375 - \sqrt{③}\,3$, a $\sqrt{③}\,3$, ainsi 5 — 1, a 1, c'est à dire ainsi 4, a 1. *Article* III. Comme $\sqrt{③}\,192$, a $\sqrt{③}\,3$, ainsi 4 a 1, par le 21 probleme; car l'vne & l'autre est raison quadruple; Doncques $\sqrt{③}\,375 - \sqrt{③}\,3$, & $\sqrt{③}\,192$, ont à vn mesme la mesme raison (car il est aussi demonstré au second article que comme $\sqrt{③}\,375 - \sqrt{③}\,3$, a $\sqrt{③}\,3$ ainsi 4 a 1) parquoi $\sqrt{③}\,375 - \sqrt{③}\,3$, est egale a $\sqrt{③}\,192$; Mais $\sqrt{③}\,375 - \sqrt{③}\,3$, est la reste requise; Doncques $\sqrt{③}\,192$, est aussi la reste requise; ce qu'il falloit demonstrer.

Exemple III. *de racines de racines.*

Explication du donné. Soit donnée racine de laquelle on soubstraict $\sqrt{3888}$, & racine à soubstraire $\sqrt{3}$.

Explication du requis. Il faut trouuer leur reste.

Digitized by Google

Premiere conſtruction de ce troiſieſme exemple, ſemblable á la premiere conſtruction du premier exemple.

La maieure racine donnée ✓3888
La moindre ✓ 3
Leur quotient eſt 6, duquel ſoubſtraict 1 par regle, reſte 5, qui vaut ✓ 625
Laquelle multipliée par le moindre racine donnée ✓3, faict ✓1875
Ie di que ✓1875 eſt la reſte requiſe.

Seconde conſtruction du troiſieſme exemple, ſemblable à la ſeconde conſtruction du premier exemple.

Racin.don. {✓3888 ✓3} leur raiſon par le 21 prob. {6 1}
Deſquels la reſte 5
Puis 1 donne 5, combien ✓3888, faict par le 44 probleme pour ſolution ✓1875

Ou autrement.

1 donne 5, combien ✓3 faict comme deſſus; ✓1875

Ie di que ✓1875, eſt la reſte requiſe, dont la demonſtration ſera ſemblable aux precedentes.

NOTA. S'il y euſt à ſoubſtraire par quelques racines rompues, on procederoit en l'operation des rompuz, par les doctrines de la 2 diſtinction, & au reſte comme deſſus. Soit par exemple racine de laquelle il faut ſoubſtraire ✓ $\frac{50}{63}$, & racine à ſoubſtraire ✓ $\frac{2}{7}$, leur operation & diſpoſition ſelon la precedente premiere conſtruction ſera telle:

La maieure

Digitized by Google

La maieure racine donnée $\surd \frac{50}{63}$

La moindre $\surd \frac{63}{7}$

Leur quotient $\frac{3}{3}$, duquel soubstraict 1 par regle reste $\frac{2}{3}$, qui vaut $\surd \frac{4}{9}$

Laquelle multipliée par la moindre racine donnée $\surd \frac{2}{7}$, faict pour solution $\surd \frac{8}{63}$

Et semblablement on pourra soluer ceste question par les autres manieres declairees ci dessus. *Conclusion.* Estant donc donnée racine simple de laquelle on soubstraict, & racine simple à soubstraire, nous auons trouué leur reste; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Nous auons descript diuerses manieres des constructions, aux deux problemes precedens, à fin de rendre bien notoire le subiect: mais pour dire de la plus commode, nous vsons en la practique la premiere de chascun exemple, comme estant generale, & aussi la plus facile. Car aiant seulement à la memoire les theoremes qui sont descripts deuant lesdicts problemes, l'on aura vne generale regle pour toutes additions & soubstractions quelconques, tant de racines de multinomies radicaux, & de racines de multinomies algebraiques (comme en son lieu donnerons leurs exemples) que pour les precedentes racines simples. Veu doncques que l'vtilité desdicts theoremes est si grande, nous les comprendrons succinctement ensamble, à fin qu'elles demeurent plus facilement à la memoire, en ceste sorte.

Quotient { plus / moins } vn, multiplié par diuiseur, donné { somme / reste } des donnez.

Digitized by Google

Troiſieſme diſtinction des quatre numerations de multinomies radicaux entiers.

THEOREME.

Plus multiplié par plus, donner produict plus, & moins multiplié par moins, donner produict plus, & plus multiplié par moins, ou moins multiplié par plus, donner produict moins.

Explication du donné. Soit 8—5 multiplié par 9—7, en ceſte ſorte; —7 fois —5, font + 35 (+35, par ce que comme dict le theoreme, — par —, faict +) Puis — 7 fois 8, faict —56 (— 56, par ce que comme dict eſt au theoreme, — par +, faict —) Et ſemblablement ſoit 8 — 5, multiplié par le 9, & donneront produicts 72 —45; Puis aiouſtez +72+35 font 107. Puis aiouſtez les — 56 —45, font —101; Et ſoubſtraict le 101 de 107 reſte 6, pour produict de telle multiplicatiõ. De laquelle la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

8 — 5
9 — 7
—56+35
72—45
6

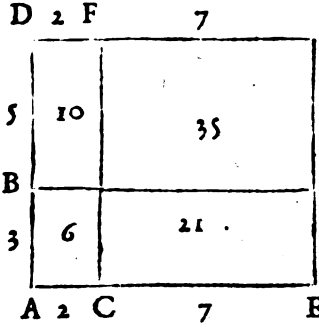
Explication du requis. Il faut demonſtrer par ledict donné, que + multiplié par +, faict +, & que — par —, faict +, & que + par —, ou — par +, faict —. *Demonſtration.* Le nombre à multiplier 8—5, vaut 3, & le multiplicateur 9 — 7 vaut 2; Mais multipliant 2 par 3, le produict eſt 6; Doncques le produict ci deſſus auſſi 6, eſt le vrai produict: Mais le meſme eſt trouué par multiplication, la ou nous auons dict que + multiplié par +, donne produict +, & — par — donne produict + & + par

ou par

Digitized by Google

— ou — par + donne produict — doncques le theoreme est veritable.

Autre demonstration geometrique.



Soit A B 8 — 5 (à sçauoir A D 8 — D B 5) Puis A C 9 — 7 (à sçauoir A E 9 — E C 7) leur produict sera C B: ou bien selon la multiplication precedente E D 72 — E F 56 — D G 45 + G F 35, Lesquelles nous demonstrerons estre egales a C B en ceste sorte. De tout le E D + G F, soubstraict E F, & D G, reste C B. *Conclusion.* Plus doncques multiplié par plus, donne produict plus. & moins multiplié par moins, donne produict plus, & plus multiplié par moins, ou moins multiplié par plus, donne produict moins; ce qu'il falloit demonstrer.

De la multiplication des multinomies radicaux entiers.

PROBLEME XXVI.

Estant donné multinomie radical entier à multiplier, & multinomie entier multiplicateur: Trouuer leur produict.

Explication du donné. Soit donné multinomie à multiplier $\sqrt{7} + \sqrt{5} - \sqrt{6}$, & multinomie multiplicateur $\sqrt{4} - \sqrt{8} + \sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut

Digitized by Google

trouuer leur produict. *Construction.* On disposera les données en ordre, comme dessous, disant, $+\sqrt{}3$ fois $-\sqrt{}6$, faict $-\sqrt{}18$; car $+$ multiplié par $-$, donne produict $-$, par le precedent theoreme. Et ainsi des autres. La disposition des characteres de l'operation acheuée est telle.

$$\begin{array}{r}
\sqrt{}7+\sqrt{}5-\sqrt{}6 \\
\sqrt{}4-\sqrt{}8+\sqrt{}3 \\
\hline
+\sqrt{}21+\sqrt{}15-\sqrt{}18 \\
-\sqrt{}56-\sqrt{}40+\sqrt{}48 \\
\sqrt{}28+\sqrt{}20-\sqrt{}24 \\
\hline
\sqrt{}28+\sqrt{}20-\sqrt{}24-\sqrt{}56-\sqrt{}40+48+\sqrt{}21+ \\
\sqrt{}15-\sqrt{}18
\end{array}$$

Ie di que ledict produict, est le produict requis; & s'il y eust quelques noms commensurables, on les pourroit aiouster, par le 24 probleme. Doncques la demonstration sera semblable à celle du 22 probleme.

NOTA. Semblable sera l'operation de racine d'espece quelconque. car si tous les noms donnez fussent racines cubiques, le produict seroit de racines cubiques & ainsi des autres: Mais s'il y eust à multiplier multinomies de diuerses especes de racines, on les conuertira à vne mesme espece, par le 19 probleme, & puis comme dessus. on pourra aussi appliquer ceste auertissement aux trois problemes suiuans. *Conclusion.* Estant doncques donné multinomie radical entier à multiplier, & multinomie entier multiplicateur; nous auons trouué leur produict; ce qu'il falloit faire.

Digitized by Google

THEOREME.

Plus diuisé par plus, donner quotient plus, & moins diuisé par moins, donner quotient plus, & plus diuisé par moins, ou moins diuisé par plus, donner quotient moins.

Explication du donné. Soient 72—101+35, diuisez par 9—7, en ceste sorte: Combien de fois 9 en 72? faict +8 fois (+8 parce que comme dict le theoreme, + diuisé par + donne quotient +) Puis —7 fois 8, font —56, de —101, reste —45. Puis mettant autrefois le diuiseur, & disant; combien de fois 9 en —45? faict —5 fois (— 5 par ce que comme dict le theoreme, — diuisé par +, donne quotient —) Puis —7 fois —5, faict +35, de + 35, ne reste rien; Doncques le quotient de telle diuision sera 8—5. Dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

```
      4 5
7x — x ø x + 7 5 (8 — 5
5 —    7 —   7
       5
```

Explication du requis. Il faut demonstrer par ledict donné, que + diuisé par +, donne quotient +, & que — par — donne +, & que + par —, ou — par +, donne —. *Demonstration.* Le nombre à diuiser 72 — 101 + 35, vaut 6. Et le diuiseur 9—7, vaut 2; Mais diuisant 6 par 2, le quotient est 3; Doncques le quotient ci dessus 8—5, qui vault aussi 3, est le vrai quotient: Mais le mesme est trouué par diuision, la ou + diuisé par +, se dict donner quotient +, & — par — donner +, & + par — ou — par +, donner —, doncques le theoreme est veritable.

Digitized by Google

Autre demonſtration Geometrique.

Soit au theoreme precedent E D 72 — E F, auec — D G 101 + G F 35, à diuiſer par A E 9 — C E 7 (qui eſt autant à dire, comme ſoit C B à diuiſer par A C) & le quotient, ſelon la diuiſion precedente, ſera A D 8 — D B 5, le meſme eſt egal à B A 3. Doncques (car B A, eſt le quotient de C B, diuiſé par A C) c'eſt le vrai quotient requis. *Concluſion.* Plus doncques diuiſé par plus, donne quotient plus, & moins diuiſé par moins, donne quotient plus, & plus diuiſé par moins, ou moins diuiſé par plus, donne quotient moins; ce qu'il falloit demonſtrer.

De la diuiſion des multinomies radicaux entiers.

PROBLEME XXVII.

Eſtant donné multinomie radical entier à diuiſer, & diuiſeur: Trouuer leur quotient.

Premier exemple, la ou le diuiſeur eſt d'vn nom.

Explication du donné. Soit donné multinomie à diuiſer $\sqrt{15} + \sqrt{18} - \sqrt{12}$ & diuiſeur $\sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quotient. *Conſtruction.* On diuiſera la $\sqrt{15}$ par $\sqrt{3}$, faict par le 23 probleme, $\sqrt{5}$; Item la $\sqrt{18}$, par la meſme $\sqrt{3}$, faict $\sqrt{6}$, & la $-\sqrt{12}$, par la meſme $\sqrt{3}$, faict $-\sqrt{4}$. Ie di que le trinomie $\sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{4}$ eſt le quotient requis.

Second exemple la ou le diuiſeur eſt multinomie.

Pour diuiſer par diuiſeur qui ſoit multinomie, il faut conſiderer

Digitized by Google

conſiderer deux poincts; Le premier eſt, que multinomie ſe peut conuertir en ſimple nom, par multiplication de ſon reſpondant contraire; comme binomie $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, multiplié par ſon reſpondent contraire $\sqrt{3}-\sqrt{2}$, ou $-\sqrt{3}+\sqrt{2}$, donne produict ſimple nom 1, ou -1. Item trinomie $\sqrt{3}+\sqrt{2}+1$, multiplié par ſon reſpondant contraire $\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$, donne produict $4+\sqrt{24}$, qui autrefois multiplié par ſon reſpondant contraire $-4+\sqrt{24}$, donne produict ſimple nom 8. L'on pourroit auſſi multiplier trinomie $\sqrt{3}+\sqrt{2}+1$, par autre reſpondant contraire quelconque. comme par $\sqrt{3}-\sqrt{2}+1$, ou par $-\sqrt{3}-\sqrt{2}+1$, &c. & nous paruiendrons à vne meſme fin. Item le quadrinomie comme $\sqrt{5}+\sqrt{4}+\sqrt{3}+\sqrt{2}$, multiplié par ſon reſpondant contraire $\sqrt{5}+\sqrt{4}-\sqrt{3}-\sqrt{2}$. donne produict trinomie, & puis comme deſſus.

Le ſecond poinct eſt, que ſi nombre à diuiſer & diuiſeur, ſont multipliez par nombres egaux, les produicts diuiſez l'vn par l'autre, donnent le meſme quotient, que les nombres donnez. Soit par exemple nombre à diuiſer 6, & diuiſeur 2; Puis multiplions l'vn & l'autre par 4, les produicts ſeront 24, & 8, deſquels le quotient 3, eſt egal au quotient de 6 & 2 donné. Et ſi autrefois nous multiplions 24 & 8, par nombres egaux, ſoit par 5, les produicts ſeront 120, & 40, deſquels le quotient eſt autrefois 3.

Leſquels deux poincts entenduz, ne reſte que de conuertir le multinomie donné en ſimple nom, par multiplication, comme nous auons dict ci deſſus au premier poinct. Puis par les meſmes nombres, par leſquels en la conuerſion le diuiſeur a eſté multiplié, auſſi multiplier le nombre à diuiſer; Et ainſi on aura le nombre

Digitized by Google

nombre à diuiſer multinomie, & le diuiſeur ſimple nom, deſquels le quotient ſe trouue par le precedent premier exemple, qui pour les raiſons que deſſus, ſera auſſi le quotient des nombres donnez.

Soit par exemple $\sqrt{8}+\sqrt{6}$, a diuiſer par $\sqrt{4}+\sqrt{2}$: On multipliera premierement le diuiſeur $\sqrt{4}+\sqrt{2}$, par ſon reſpondant contraire $\sqrt{4}-\sqrt{2}$, donne produict 2; puis multiplié auſſi $\sqrt{8}+\sqrt{6}$, par $\sqrt{4}-\sqrt{2}$, donne produict $\sqrt{32}+\sqrt{24}-\sqrt{16}-\sqrt{12}$, qui diuiſé par 2, ou par $\sqrt{4}$, dõne par le premier exemple pour quotient requis $\sqrt{8}+\sqrt{6}-2-\sqrt{3}$.

Semblable ſera auſſi l'operation par diuiſeur trinomie; Soit par exemple nombre à diuiſer $\sqrt{8}$, & diuiſeur $\sqrt{3}+\sqrt{2}+1$; On multipliera premierement le diuiſeur par ſon reſpondant contraire, ſoit par $\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$, donne produict $4+\sqrt{24}$; Qui autrefois multiplié par ſon reſpondant contraire $-4+\sqrt{24}$, donne produict 8: Or veu qu'on a multiplié le diuiſeur premierement par $\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$, & le produict autrefois par $-4+\sqrt{4}$, faudra pour les raiſons que deſſus multiplier le nombre à diuiſer $\sqrt{8}$, premierement par $\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$, donne produict $\sqrt{24}+4-\sqrt{8}$, puis le meſme par $-4+\sqrt{24}$, donne produict $8+\sqrt{128}-\sqrt{192}$; De ſorte qu'au lieu des nombres donnez $\sqrt{8}$, & $\sqrt{3}+\sqrt{2}+1$, nous auons autres nombres entre eux en la meſme raiſon; à ſçauoir nombre à diuiſer $8+\sqrt{128}-\sqrt{192}$, & diuiſeur 8, deſquels le quotient requis par le premier exemple, eſt $1+\sqrt{2}-\sqrt{3}$, & ainſi d'autres ſemblables.

NOTA. Lon pourroit auſſi donner ſolution, par fraction de multinomie, mettant le nombre à diuiſer $\sqrt{8}$ ſur vne ligne, & le diuiſeur deſſoubs, en ceſte ſorte lequel

Digitized by Google

$\frac{v8}{v3+v2+1}$ lequel se dict aussi le quotient requis, & est egal à l'autre quotient $1+\sqrt{2}-\sqrt{3}$. *Demonstration.* Chascun des precedens quotiens, contient autant de fois l'vnité, quantesfois le nombre à diuiser contient le diuiseur; Car comme le quotient à l'vnité, ainsi le nombre à diuiser, au diuiseur; c'est doncques legitime diuision, par la 97 definition, & les quotient sont les vrais quotiens requis. Ou autrement on pourroit multiplier le diuiseur par le quotient. Et par ce que le produit est egal au nombre à diuiser donné, nous concluons comme deuãt, que les solutions sont vraies; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné, multinomie entier à diuiser, & multinomie entier diuiseur, nous auons trouué leur quotient; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Plus aiousté à plus, donner somme plus, & moins aiousté à moins, donner somme moins, & moins aiousté à plus, alors la difference des nombres, auec le signe du maieur nombre, estre la somme.

Explication du donné. Soient $15-3-4-5$, & $6-2+8+3$, aioustez en ceste sorte; $+15$ & $+6$, font $+21$ (car le theoreme dict, que $+$ aiousté à $+$, donne somme $+$) Puis -3 & -2, font -5 (car le theoreme dict, que $-$ aiousté a $-$, donne somme $-$) Puis -4 & $+8$, font 4 (car le theoreme dict que $-$ aiousté à $+$ alors leur difference auec le signe du maieur nombre, donner la somme) Et de mesme sorte -5 auec $+3$, fera -2.

Nombres

Digitized by Google

Nombres à aiouſter { 15 — 3 — 4 — 5
                   { 6 — 2 + 8 + 3

Somme 21 — 5 + 4 — 2

Explication du requis. Il faut demonſtrer par ledict donné, que + aiouſté à +, donne ſomme + & le reſte du theoreme. *Demonſtration.* Les 15 — 3 — 4 — 5 vallent 3; Et les 6 — 2 + 8 + 3 vallent 15, deſquels 3 & 15, la ſomme eſt 18, pour la ſomme des donnez; Auſſi vaut 18 la ſomme de 21 — 5 + 4 — 2; Doncques 21 — 5 + 4 — 2 eſt la vraie ſomme; Mais elle eſt trouuée par operation conforme au theoreme; parquoi le theoreme eſt veritable. *Concluſion.* Donques plus aiouſté à plus, donne ſomme plus, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

De l'addition des multinomies radicaux entiers.

PROBLEME XXVIII.

Eſtant donnez multinomies radicaux entiers: Trouuer leur ſomme.

Explication du donné. Soient multinomies radicaux entiers à aiouſter $\sqrt{8} - \sqrt{3} + \sqrt{20} - \sqrt{3} + \sqrt{2}$; Et $\sqrt{2} - \sqrt{12} - \sqrt{5} + \sqrt{27} - \sqrt{18}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur ſomme. *Conſtruction.* On aiouſtera les nombres, obſeruant les regles de + & —, contenues au theoreme ci deuant. Or doncques aiouſtez $\sqrt{8}$ a $\sqrt{2}$, faict par le 24 probleme, $+\sqrt{18}$ ($+\sqrt{18}$ par ce que + auec + ſelon le theoreme faict +) & ainſi des autres: la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

Nombres

Digitized by Google

Nomb. à aiouſter $\begin{cases} \sqrt{8} - \sqrt{3} + \sqrt{20} - \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ \sqrt{2} - \sqrt{12} - \sqrt{5} + \sqrt{27} - \sqrt{18} \end{cases}$

Somme $\sqrt{18} - \sqrt{27} + \sqrt{5} + \sqrt{12} - \sqrt{8}$

Ie di que ladicte ſomme, eſt la ſomme requiſe; Dont la demonſtration eſt manifeſte, par celle du theoreme precedent. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez multinomies radicaux entiers à aiouſter, nous auons trouué leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Plus auec moindre nombre, ſoubſtraict de plus auec maieur nombre, donner reſte plus; & moins auec moindre nombre, ſoubſtraict de moins auec maieur nombre, donner reſte moins; & plus auec maieur nombre, ſoubſtraict de plus auec moindre nombre, doncq la difference des nombres, auec moins eſtre la reſte; & moins auec maieur nombre, ſoubſtraict de moins auec moindre nombre, adonc leur difference auec plus, eſtre la reſte; & plus de moins, ou moins de plus, adonc la ſomme des nombres, auec le ſigne du nombre à ſoubſtraire, eſtre la reſte.

Explication du donné. Soient $12 - 2 + 5 - 8 + 4 - 8$ ſoubſtraicts, de $20 - 6 + 2 - 3 - 2 + 3$, en ceſte ſorte: $+ 12$ de $+ 20$ donne reſte $+ 8$ (car le theoreme dict, que $+$ auec moindre nombre, ſoubſtraict

Digitized by Google

ſtraict de + auec maieur nombre; donne reſte +) & le ſuiuant ſelon le theoreme.

Nombre duquel	20 — 6 + 2 — 3 — 2 + 3
Nombre à ſoubſtraire	12 — 2 + 5 — 8 + 4 — 8
Reſte	8 — 4 — 3 + 5 — 6 + 11

Explication du requis. Il faut demonſtrer par ledict donné, que + auec moindre nombre, ſoubſtraict de + auec maieur nombre, donne reſte +, & le ſuiuant du theoreme. *Demonſtration.* Le nombre donné duquel il faut ſoubſtraire. vaut 14, & le nombre à ſoubſtraire vaut 3, & ſoubſtraict 3 de 14 reſte 11; Auſſi vaut 11 la reſte 8 — 4 — 3 + 5 — 6 + 11; Doncques c'eſt la vraie reſte; mais elle eſt trouuée par operation conforme au theoreme, comme il appert en l'explication du donné; parquoi le theoreme eſt veritable. *Concluſion.* Doncques plus auec moindre nombre, ſoubſtraict de + auec maieur nombre, donne reſte +, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

De la ſoubſtraction des multinomies radicaux entiers.

PROBLEME XXIX.

Eſtant donné multinomie radical entier duquel on ſoubſtraict, & multinomie radical entier à ſoubſtraire: Trouuer leur reſte.

Explication du donné. Soit donné multinomie radical duquel on ſoubſtraict $\sqrt{18} - \sqrt{20} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{8} - \sqrt{2}$; Et à ſouhſtraire $\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{2} + \sqrt{8}$. *Explication du requis.* Il faut

Digitized by Google

Il faut trouuer leur reſte. *Conſtruction.* On ſoubſtraira les donnez, obſeruant les regles de + & — contenues au precedent theoreme: Or doncques ſoubſtraict + √2, de + √18, reſte par le 25 probleme, + √8 (+ √8, parce qu'au theoreme eſt dict, que + auec moindre nombre, ſoubſtraict de + auec maieur nombre, donne reſte +) & ainſi des autres; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle.

Multi. duq. √18 — √20 + √3 — √5 + √8 — √2

Mult. à ſoub. √2 — √5 + √12 — √27 — √2 + √8

Reſte √8 — √5 — √3 — √12 + √18 — √18

Dont la demonſtration eſt manifeſte, par celle du 25 probleme, & par le precedent theoreme. *Concluſion.* Eſtant doncques donné multinomie radical entier duquel on ſouſtraict, & multinomie radiçal entier à ſoubſtraire, nous auõs trouué leur reſte, ce qu'il falloit faire.

Quatrieſme diſtinction des quatre numerations des multinomiès radicaũx rompuz.

De la multiplication des multinomies radicaux rompuz.

PROBLEME XXXI.

Eſtant donné multinomie radical rompu à multiplier, & multinomie rompu multiplicateur: Trouuer leur produict.

Explication du donné. Soit donné multinomie rompu à multiplier $\frac{\nu 2+\nu 6}{\nu 2+\nu 4}$ & multiplicateur $\frac{\nu 3+\nu 4}{\nu 8+\nu 2}$.

Digitized by Google

Explication du requis. Il faut trouuer leur produict.

NOTA Celui qui aura bien entendu, les quatre numerations des multinomies entiers, & la disposition des characteres des quatre numerations des nombres Arithmetiques rompuz, comme sont celles du 10. 11. 12 & 13. probleme; il pourra facilement entendre, ces quatre numerations de multinomies rompuz; veu que cest la mesme methode. *Construction.* On multipliera les numerateurs $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, & $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, l'vn par l'autre, font par le 26 probleme $\sqrt{6}+\sqrt{18}+\sqrt{8}+\sqrt{24}$, lequel abbreuié, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$ (car $\sqrt{6}$ & $\sqrt{24}$ font $\sqrt{54}$, & $\sqrt{18}$ auec $\sqrt{8}$ font $\sqrt{50}$) Puis on multipliera les nominateurs $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, & $\sqrt{2}+\sqrt{4}$ l'vn par l'autre font par ledict 26 probleme $\sqrt{16}+\sqrt{32}+\sqrt{4}+\sqrt{8}$, lequel abbreuié, faict $6+\sqrt{72}$ (car $\sqrt{16}$, & $\sqrt{4}$, font 6, & $\sqrt{32}$ auec $\sqrt{8}$ font $\sqrt{72}$) Et la disposition des characteres de l'operation acheuée sera telle:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} \cdot \frac{\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{8}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{54}+\sqrt{50}}{6+\sqrt{72}}$$

Ie di que $\frac{\sqrt{54}+\sqrt{50}}{6+\sqrt{72}}$ est le quotient requis dont la demonstration est manifeste par icelle du 22 probleme, & par le theoreme deuant le 26 probleme. *Conclusion.* Estant doncques donné multinomie rompu à multiplier, & multinomie rompu multiplicateur, nous auons trouué leur produict, ce qu'il falloit faire.

De la

Digitized by Google

De la diuiſion des multinomies radicaux rompuz.

PROBLEME XXXI.

Eſtant donné multinomie radical rompu à diuiſer, & multinomie rompu diuiſeur: Trouuer leur quotient.

Explication du donné. Soit donné multinomie à diuiſer $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$ & diuiſeur $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quotient. *Conſtruction.* On multipliera par croix, à ſçauoir $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, faict (eſtant abbreuié) $6+\sqrt{72}$. Puis $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$; Et la diſpoſition des characteres de l'operation acheuée ſera telle:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} \cdot \frac{6+\sqrt{72}}{\sqrt{54}+\sqrt{50}}$$

Ie di que $\frac{6+\sqrt{72}}{\sqrt{54}+\sqrt{50}}$ eſt le quotient requis dont la demonſtration eſt manifeſté par celle du 25 probleme, & par le theoreme deuant le 27 probleme. *Concluſion.* Eſtant donques donné multinomie radical rompu à diuiſer, & multinomie rompu diuiſeur, nous auons trouué leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des multinomies radicaux rõpuz.

PROBLEME XXXII.

Eſtant donnez multinomies rompuz à ajouſter: Trouuer leur ſomme.

Explication du donné. Soient donnez multinomies

Digitized by Google

rompuz à aiouſter $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$, & $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur ſomme. *Conſtruction.* On ſuiuera la methode de la conſtruction du 10 probleme en ceſte ſorte: On multipliera en croix, à ſçauoir $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, faict $6+\sqrt{72}$: Puis $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$: Puis on aiouſtera ces deux produicts, à ſçauoir $6+\sqrt{72}$, auec $\sqrt{54}+\sqrt{50}$, font par le 26 probleme $6+\sqrt{54}+\sqrt{242}$: Puis on multipliera $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4$, Et la diſpoſition des caracteres de l'operation acheuée ſera telle.

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$$

$$\begin{array}{r} 6+\sqrt{72}. \\ \sqrt{54}+\sqrt{50}. \\ \hline 6+\sqrt{54}+\sqrt{242}. \\ \hline \sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4. \end{array}$$

Ie di que $\frac{6+\sqrt{54}+\sqrt{242}}{\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4}$, eſt la ſomme requiſe; Donc la demonſtration eſt manifeſte par celle du 22 & 24 probleme, & par les theoremes deuant le 26 & 28 probleme. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez multinomies rompuz à aiouſter, nous auons trouué leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des multinomies radicaux rompuz.

PROBLEME XXXIII.

Eſtant donné multinomie radical rompu duquel on ſoubſtraict, & multinomie radical rompu à ſoubſtraire: Trouuer leur reſte.

Explication du donné. Soit donné multinomie rompu

rompu duquel on soubstraict $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$. Et multinomie à soubstraire $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur reste. *Construction.* On suiuera la methode de la construction de 11 probleme en ceste sorte: On multipliera par croix à sçauoir $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{8}+\sqrt{2}$ faict $6+\sqrt{72}$: Puis $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$: Puis on soubstraira $\sqrt{54}+\sqrt{50}$ de $6+\sqrt{72}$ & reste (par le 29 probleme) $6+\sqrt{2}-\sqrt{54}$: Puis on multipliera $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$ faict $\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4$. Et la disposition des characteres de l'operation acheuée sera telle.

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} \quad \begin{array}{l} \cdot \quad 6+\sqrt{72} \\ \cdot \quad \sqrt{54}+\sqrt{50} \\ \hline 6+\sqrt{2}-\sqrt{54} \\ \hline \sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4 \end{array}$$

Ie di que $\frac{6+\sqrt{2}-\sqrt{54}}{\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4}$ est la reste requise dont la demonstration est manifeste par celle du 22 & 25 probleme, & par les theoremes deuant le 26 & 29 probleme. *Conclusion.* Estant doncques donné multinomie radical rompu duquel on soubstraict, & multinomie radical rompu a soustraire; Nous auons trouué leur reste; ce qu'il falloit faire.

Nota 1. Semblable sera l'operation des quatre numerations des multinomies d'aultres especes de racines quelconques. Et s'il y eust a multiplier, diuiser, aiouster, ou soubstraire, par differentes especes de racines, on les conuertira à vne mesme espece, par le 19 probleme, & puis comme dessus.

Nota 11. Il auient aucunefois que de deux multinomies radicaux, l'on veult cognoistre le maieur;

Digitized by Google

Il est vrai que la soubstraction des incommensurables par —, donne la reste, mais nous ne cognoissons pas encore le maieur, nous en ferons doncques prob. tel:

PROBLEME XXXIIII.

Estant donnez deux multinomies radicaux: Trouuer qu'el est le maieur.

Explication du donné. Soient donnez deux multinomies radicaux tels, le premier $3+\sqrt{8}$, le second $8-\sqrt{5}$ *Explication du requis.* Il faut trouuer qu'el des deux est le maieur. *Construction.*

Soubstraict de chascune partie 3 restera
du premier $\sqrt{8}$ du second $5-\sqrt{5}$
Puis prins le quarré de chasque nombre
le premier sera 8 le second $30-\sqrt{500}$
Puis soubstraict de chasque partie 8 restera
du premier 0 du second $22-\sqrt{500}$
Puis aiousté à chasque partie $\sqrt{500}$
le premier sera $\sqrt{500}$ le second 22 qui vaut $\sqrt{484}$.

Doncques le premier nombre donné $3+\sqrt{8}$ est maieur que le second nombre donné $8-\sqrt{5}$.

Demonstration. La demonstration est manifeste par commune sentence; Si à inegaux, on aiouste ou soubstraict egaux, le maieur demeure le maieur. *Conclusion.* Estant doncques donnez deux multinomies radicaux, nous auons trouué qu'el est le maieur ce qu'il falloit faire.

Cinc-

Digitized by Google

Cincquieſme diſtinction de l'inuention des douze eſpeces de binomies, & autres computations y appartenantes.

PROBLEME XXXV.

Trouuer deux nombres quarrez, à leurs racines commenſurables, & deſquels la ſomme ſoit auſſi à ſa racine commenſurable.

Conſtruction. On prendra quelques deux produicts inegaux; de deux termes de nombres Arithmetiques, de deux raiſons egales. Comme 4. 2 & 2. 1 ſont deux raiſons egales, & le produict des termes de l'vne raiſon, eſt 8, & de l'autre 2; Les meſmes ſoient diſpoſez en ceſte ſorte:

Produicts inegaux deſdictes raiſons egales	8
	2
Leur reſte	6
Sa moitie	3
Sa potence quarrée	9
Le produict de 8 & 2 eſt	16

Ie di que le cincquieſme & ſixieſme en l'ordre, à ſçauoir 9, & 16, ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* 9 & 16. ſont deux nombres quarrez, à leurs racines commenſurables, car la racine de l'vn eſt 3, & de l'autre eſt 4; Auſſi leur ſomme 25, eſt quarré, à ſa racine 5 commenſurable; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Nous auons doncques trouuez deux nombres, à leurs racines commenſurables, & deſquels la ſomme, eſt auſſi à ſa racine commenſurable; ce qu'il falloit faire.

Digitized by Google

PROBLEME XXXVI.

Trouuer deux nombres quarrez, à leurs racines commensurables, & desquels la somme, soit à sa racine quarrée incommensurable.

Construction. Les produicts inegaux, de deux raisons egales, par la doctrine de la construction du precedent

15 probleme, sont	8
	2
Leur reste	6
Sa moitie	3
De laquelle soubstraict 1 par reigle, reste	2
Son quarré	4
Le produict du 8 & 2 est	16

Ie di que 4 & 16, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 4 & 16, sont deux quarrez, à leurs racines commensurables, car la racine de l'vn, est 2, & de l'autre 4: Aussi leur somme à sçauoir 20, est nombre quarré, à sa racine $\sqrt{20}$ incommensurable; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous auons donc trouué deux nombres quarrez, à leurs racines commensurables, & desquels la somme, est à sa racine incommensurable; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XXXVII.

Trouuer deux nombres, desquels la somme diuisée par chascun d'iceux, le quotient soit quarré, à sa racine incommensurable.

Construction.

On prendra quelque nombre à sa racine commensurable,

Digitized by Google

ſurable, comme 9, le meſme ſe diuiſera en quelque deux parties, comme 6 & 3, chaſcune à ſa racine quarrée incommenſurable: Ie di que 6 & 3 ſont les nombres requiz. *Demonſtration.* La ſomme de 6 & 3 eſt 9, laquelle diuiſée par 3, donne quotient 3, qui eſt à ſa racine quarrée incommenſurable: Semblablement le meſme 9 diuiſé par 6, donne quotient $1\frac{1}{2}$, qui eſt auſſi à ſa racine incommenſurable ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Nous auons donc trouué deux nombres, deſquels la ſomme diuiſé par chaſcun d'iceux, le quotient eſt quarré, à ſa racine incommenſurable; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XXXVIII.

Trouuer les douze eſpeces de binomies.

Conſtruction du premier binomie.

Quelque deux nombres de la quantité du 35 prob. $\begin{cases} 8 \\ 2 \end{cases}$

Leur reſte 6

Quelque nombre Arithmetique 3

Son quarré 9

Puis ledict 8 donne ledict 6, cõbien ledict 9? faict $6\frac{3}{4}$

Sa racine quarrée eſt $\sqrt{6\frac{3}{4}}$

Ie di que le quatrieſme & dernier en l'ordre à ſçauoir $3+\sqrt{6\frac{3}{4}}$ ſont le premier binomie requis

Conſtruction du ſecond binomie.

Quelque deux nombres de la qualité du 35 prob. $\begin{cases} 8 \\ 2 \end{cases}$

Leur reſte 6

Digitized by Google

Quelque nombre Arithmetique 3
Puis ledict 6, donne ledict 8, combien ledict 9? faict 12
Sa racine quarrée est $\sqrt{12}$

Ie di que le quatrieſme & dernier en l'ordre, à ſçauoir $3+\sqrt{12}$, font le ſecond binomie requis.

Conſtruction du troiſieſme binomie.

Quelque deux nombres de la qualité du 35 prob. $\begin{cases} 8 \\ 2 \end{cases}$
Leur reſte 6
Auquel aiouſté par reigle 1
Leur ſomme (laquelle doibt eſtre à ſa racine incommenſurable) eſt 7
Quelque nombre Arithmetique comme 3
Son quarré 9
Puis ledict 7, donne ledict 8, combien ledict 9? faict $10\frac{2}{7}$
Sa racine eſt $\sqrt{10\frac{2}{7}}$
Puis ledict 8. donne ledict 6, combien ledict $10\frac{2}{7}$? faict $7\frac{5}{7}$
Sa racine eſt $\sqrt{7\frac{5}{7}}$

Ie di que le neufieſme & dernier en l'ordre, à ſçauoir $\sqrt{10\frac{2}{7}}+\sqrt{7\frac{5}{7}}$, font le troiſieſme binomie requis.

Conſtruction du quatrieſme binomie.

Quelque deux nombres de la qualité du 37 prob. $\begin{cases} 6 \\ 3 \end{cases}$
Leur ſomme 9
Quelque nombre Arithmetique 2
Son quarré 4
Puis ledict 9, donne ledict 6, ledict cõbien ledict 4? faict $2\frac{2}{3}$
Sa racine eſt $\sqrt{2\frac{2}{3}}$

Ie di

Ie di que le quatrieſme & dernier en l'ordre, à ſçauoir $2+\sqrt{2\frac{2}{3}}$, ſont le quatrieſme binomie requis.

Conſtruction du cincquieſme binomie.

Quelque deux nombres de la qualité du 37 prob. $\begin{cases}6\\3\end{cases}$

Leur ſomme 9
Quelque nombre Arithmetique 2
Son quarré 4
Puis ledict 6, donne ledict 9, combien ledict 4? faict 6
Sa racine $\sqrt{6}$

Ie di que le quatrieſme & dernier en l'ordre, à ſçauoir $2+\sqrt{6}$, ſont le cincquieſme binomie requis.

Conſtruction du ſiexieſme binomie.

On prendra quelque nombre Arithmetique, à ſa racine incommenſurable, ſoit 12, le meſme partirons en deux parties entre eux premieres, comme $\begin{cases}7\\5\end{cases}$

Leur ſomme 12
Le quarré de quelque nombre Arithmetique 9
Quelque nombre Arithmetique 6
Son quarré 36
Puis ledict 9, donne ledict 12, combien ledict 36? faict 48
Sa racine eſt $\sqrt{48}$
Puis ledict 12, donne ledict 7, combien ledict 48? faict 28
Sa racine eſt $\sqrt{28}$

Ie di que le huictieſme & dernier en l'ordre à ſçauoir $\sqrt{48}+\sqrt{28}$ ſont le ſixieſme binomie requis.

Conſtru-

Digitized by Google

Conſtruction du ſeptieſme binomie.

On trouuera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction du premier binomie, les diſioignant par —: Soient $3 - \sqrt{6\frac{3}{4}}$. Ie di qu'il eſt le ſeptieſme binomie requis.

Conſtruction du huictieſme binomie.

On trouuera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction du ſecond binomie, les diſioignant par —: Soient $\sqrt{12} - 3$. Ie di qu'il eſt le huictieſme binomie requis.

Conſtruction du neufieſme binomie.

On trouuera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction, du troiſieſme binomie, les diſioignant par —; Soient $\sqrt{10\frac{2}{7}} - \sqrt{7\frac{1}{7}}$. Ie di qu'il eſt le neufieſme binomie requis.

Conſtruction du dixieſme binomie.

On trouuera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction, du quatrieſme binomie, les diſioignant par —: Soient $2 - \sqrt{2\frac{2}{3}}$. Ie di qu'il eſt le dixieſme binomie requis.

Conſtruction de l'onzieſme binomie.

On trouuera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction, du cincquieſme binomie, les diſioignant par —: Soient $\sqrt{6} - 2$. Ie di qu'il eſt l'onzieſme binomie requis.

Conſtruction du douzieſme binomie.

On trouuera deux noms, par la doctrine de la precedente

Digitized by Google

cedente construction du sixiesme binomie, les disioignant par —: Soient $\surd 48 - \surd 28$. Ie di qu'il est le douziesme binomie requis. *Demonstration.* La demonstration de la premiere construction, à sçauoir que $3 + \surd 6\frac{3}{4}$, soit vn premier binomie, est manifeste, parce qu'il a les conditions de la 45 definition : & du second binomie par la 46 definition : & ainsi des autres chascun par sa respondante definition ; Dont l'origine se peut colliger des 35. 36. 37. problemes precedens; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous auons donc trouué les douze especes de binomies; ce qu'il falloit faire.

Sixiesme distinction, des extractions des racines des multinomies radicaux.

PROBLEME XXXIX.

Estant donné multinomie radical: Trouuer sa racine requise.

Exemple 1. *de l'exstraction de racine quarrée de binomie premier.*

Explication du donné. Soit donné binomie premier $7 + \surd 48$. *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine quarrée.

Construction.

Le quarré du maieur nom donné est	49
Duquel soubstraict le quarré du moindre nom donné	48
Reste	1
Son quart par regle est	$\frac{1}{4}$
Sa racine quarrée	$\frac{1}{2}$

A laquelle

Digitized by Google

A laquelle aiouſté la moitie du maieur nom dõné $3\frac{1}{2}$
Faict 4
Sa racine quarrée 2
La moitie du maieur nom donné $3\frac{1}{2}$
Du meſme ſoubſtraict le cinquieſme en l'ordre $\frac{1}{2}$
Reſte 3
Sa racine eſt $\sqrt{3}$

Ie di que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçauoir $\sqrt{3}+2$, eſt la racine requiſe.

NOTA 1. La ligne reſpondante à ceſte racine de premier binomie, ſ'appelle par Euclide propoſition 36 liure 10. ſelon le commentateur Zambertus, *linea ex binis nominibus.*

NOTA 11. Il eſt vrai que l'ordre des extractions des racines quarrees, des onze eſpeces de binomies ſuivantes, eſt en chaſcune ſemblable, à l'ordre precedent, toutesfois en plus grande euidence nous mettrons leurs conſtructions au long, comme la precedente, à fin de demonſtrer plus clairement, quelle eſpece de racine, tient chaſcun binomie, & à quelle ligne elle ſe refere au dixieſme liure d'Euclide.

Exemple 11. de l'extraction de racine quarrée, de binomie ſecond.

Explication du donné. Soit donné binomie ſecond $\sqrt{18}+4$. *Explication du requis.* Il faut trouuer ſa racine quarrée.

Conſtruction.

Le quarré du maieur nom donné eſt 18
Duquel ſoubſtraict le quarré du moindre nom donné 16
Reſte 2

Son

Son quart par regle $\frac{1}{2}$
Sa racine quarrée est $\sqrt{\frac{1}{2}}$
A laquelle aiousté la moitie du maieur nom donné $\sqrt{4\frac{1}{2}}$
Faict $\sqrt{8}$
Sa racine $\sqrt{\sqrt{8}}$
La moitie du maieur nom donné $\sqrt{4\frac{1}{2}}$
Du mesme soubstraict le cinquiesme en l'ordre $\sqrt{\frac{1}{2}}$
Reste $\sqrt{2}$
Sa racine est $\sqrt{\sqrt{2}}$

Ie di que le huictiesme & dernier en l'ordre, à sçauoir $\sqrt{\sqrt{8}}+\sqrt{\sqrt{2}}$, est la racine requise.

Nota. La ligne respondante à ceste racine de second binomie, s'appelle par Euclide proposition 37 liure 10. *linea ex binis mediis prima* & est telle que le rectangle contenu soubs ses noms (qu'Euclide appelle *rationale*) s'explique par nombre Arithmetique, car le produict de $\sqrt{\sqrt{8}}$ par $\sqrt{\sqrt{2}}$ est 2.

Exemple 111. *de l'extraction de racine quarrée, de binomie traisiesme.*

Explication du donné. Soit donné binomie troisiesme $\sqrt{20}+\sqrt{15}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine quarré.

Construction.

Le quarré du maieur nom donné est 20
Duquel soubstraict le quarré du moindre nom donné 15
Reste 5
Son quart par regle $1\frac{1}{4}$
Sa racine quarree est $\sqrt{1\frac{1}{4}}$

A laquelle

A laquelle aiousté la moitie du maieur nom donné $\sqrt{5}$
Faict $\sqrt{11\frac{1}{4}}$
Sa racine quarrée est $\sqrt{11\frac{1}{4}}$
La moitie du maieur nom donné $\sqrt{5}$
Du mesme soubstraict le cinquiesme en l'ordre $\sqrt{1\frac{1}{4}}$
Reste $\sqrt{\frac{1}{4}}$
Sa racine est $\sqrt{\frac{1}{4}}$

Ie di que le huictiesme & dernier en l'ordre, à sçauoir $\sqrt{11\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{4}}$, est la racine requise.

NOTA. La ligne respondãte à ceste racine de troisiesme binomie, s'appelle par Euclide propos. 38 liure 10. *Linea ex binis mediis secundum*, & est telle, que le rectangle contenu soubs ces noms (lequel rectangle Euclide appellé *medium*) s'explique par racine à son quarré incommensurable, car le produict de $\sqrt{11\frac{1}{4}}$ par $\sqrt{\frac{5}{4}}$ est $\sqrt{\frac{15}{4}}$.

Exemple IIII. *de l'extraction de racine quarrée, de binomie quatriesme.*

Explication du donné. Soit donné binomie quatriesme $3 + \sqrt{12}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine quarrée.

Construction.

Le quarré du maieur nom donné 9
Duquel soubstraict le quarré du moindre nom donné 12
Reste $\frac{1}{3}$
Son quart par regle $\frac{1}{12}$
Sa racine quarrée $\sqrt{\frac{1}{12}}$
A laquelle aiousté la moitie du maieur nom dõné $\frac{1}{2}$
Faict $\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{12}}$
Sa racine est $\sqrt{bino.\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{12}}}$

La moitie

La moitie du maieur nom donné $2\frac{1}{2}$

Du meſme ſoubſtraict le cincquieſme en l'ordre $\sqrt{3\frac{1}{4}}$

Reſte $2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$

Sa racine eſt $\sqrt{bino.}\ 2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$

Ie di que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçauoir $\sqrt{bino.}\ 2\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}} + \sqrt{bino.}\ 2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$ eſt la racine requiſe.

Nota. La ligne reſpondante à ceſte racine de quattieſme binomie, ſ'appelle par Euclide propoſi. 39 liure 10. *linea maior*, & a deux proprietez; la premiere, que le rectangle contenu ſoubs les deux parties de laquelle la ligne eſt compoſée, ſera *medium*; c'eſt à dire, que ce ſera vne ſuperfice, de laquelle la quantité ſ'expliquera, par quelque racine à ſon quarré incommenſurable, qui eſt en ceſt exemple $\sqrt{3}$, lequel ſe prouue en multipliant $\sqrt{bino.}\ 2\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}}$ (qui ſe refere à l'vne partie de ladicte ligne) par $\sqrt{bino.}\ 2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$ (qui ſe refere à l'autre partie de ladicte ligne) deſquels le produict par le 40 probleme, eſt $\sqrt{3}$ comme deſſus. La ſeconde proprieté de ceſte *linea maior*, eſt que le rectangle compoſé des deux quarrez, deſcripts deſdictes ſes deux parties, faict vne ſuperfice, qu'Euclide appelle *rationale*; c'eſt à dire que le nombre l'explicant, ſera nombre Arithmetique, car il eſt en ceſt exemple 5, lequel ſe prouue ainſi: Le quarré de l'vne partie $\sqrt{bino.}\ 2\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}}$, eſt $2\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}}$, & le quarré de l'autre partie $\sqrt{bino.}\ 2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$, eſt $2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$, leſquels deux quarrez enſemble, par le ſuiuant 42 probleme, ſont 5 comme deſſus.

Digitized by Google

Exemple v. *de l'extraction de racine quarrée de binomie cincquiesme.*

Explication du donné. Soit donné binomie cincquiesme $\sqrt{6+2}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine quarrée.

Construction.

Le quarré du maieur nom donné 6
Duquel soub. le quarré du moindre nom donné 4
Reste 2
Son quart par reigle est $\frac{1}{2}$
Sa racine quarrée est $\sqrt{\frac{1}{2}}$
A laquelle aiousté la moitie du maieur nom donné $\sqrt{1\frac{1}{2}}$
Faict $\sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$
Sa racine est *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$
La moitie du maieur nom donné $\sqrt{1\frac{1}{2}}$
Du mesme soubstraict le cincquiesme en l'ordre $\sqrt{\frac{1}{2}}$
Reste $\sqrt{1\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}$
Sa racine *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}$

Ie di que le huictiesme & dernier en l'ordre, à sçauoir *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$ + *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}$, est la racine requise.

NOTA. La ligne respondante à ceste racine de cincquiesme binomie, l'appelle par Euclide proposition 40 liure 10, *linea rationale mediumq; potens*, & a deux proprietez conformes au nom d'icelle : desquelles la premiere est, que le rectangle contenu soubs les deux parties, de laquelle elle est composée, sera *rationale*; c'est à dire, que le nombre l'explicant, sera nombre Arithmetique; car il est en ceste exemple 1, lequel se prouue, en multipliant *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$ (qui se refere à l'vne

Digitized by Google

l'vne partie de ladicte ligne) par $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}\,1\frac{1}{2} - \sqrt{}\frac{1}{2}$ (qui se refere à l'autre partie de ladicte ligne) desquels le produict par le 40 probleme suiuant, est 1, comme dessus : La seconde proprieté est, que le rectangle composé des deux quarrez, descripts desdictes deux parties desquelles elle est composée, est vne superfice, laquelle Euclide appelle *medium*, c'est à dire qu'elle s'expliquera, par quelque nombre qui sera racine à son quarré incommensurable, car il est en ceste exemple $\sqrt{}6$, lequel se prouue ainsi : Le quarré de l'vne partie $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}\,1\frac{1}{2} + \sqrt{}\frac{1}{2}$, est $\sqrt{}\,1\frac{1}{2} + \sqrt{}\frac{1}{2}$, & le quarré de l'autre partie $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}\,1\frac{1}{2}, - \sqrt{}\frac{1}{2}$, est $\sqrt{}\,1\frac{1}{2} - \sqrt{}\frac{1}{2}$, lesquels deux quarrez ensemble (par le 4e probleme) font $\sqrt{}6$, comme dessus.

Exemple VI. *de l'extraction de racine quarrée de binomie sixiesme.*

Explication du donné. Soit donné binomie sixiesme $\sqrt{}5 + \sqrt{}3$. *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine quarée.

Construction.

Le quarré du maieur nom donné	5
Duquel soubst. le quarré du moindre nom donné	3
Reste	2
Son quart par regle est	$\frac{1}{2}$
Sa racine quarrée est	$\sqrt{}\frac{1}{2}$
A laquelle aiousté la moitie du maieur nom donné	$\sqrt{}\,1\frac{1}{4}$
Faict	$\sqrt{}\,1\frac{1}{4} + \sqrt{}\frac{1}{2}$
Sa racine quarrée est	$\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}\,1\frac{1}{4} + \sqrt{}\frac{1}{2}$
La moitie du maieur nom donné	$\sqrt{}\,1\frac{1}{4}$

Digitized by Google

Du meſme ſoubſtraict le cincquieſme en l'ordre $\sqrt{\frac{3}{4}}$

Reſte $\sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{4}}$

Sa racine eſt $\sqrt{bino.}\sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$

Ie di que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçauoir $\sqrt{bino.}\sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{bino.}\sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$, eſt la racine requiſe.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de ſixieſme binomie, l'appelle par Euclide propoſition 41 liure 10 *Linea bina media potens*, & a deux proprietez, conformes au nom d'icelle, deſquels eſt la premiere, que le rectangle contenu ſoubs les deux parties, de laquelle elle eſt compoſée, ſera *medium*, c'eſt à dire que le nombre l'explicant, ſera racine à ſon quarré incommenſurable, car il eſt en ceſt exemple $\sqrt{\frac{3}{4}}$ lequel ſeprouue en multipliant $\sqrt{bino.}\sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ (qui ſe refere à l'vne partie de ladicte ligne) par $\sqrt{bino.}\sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$ (qui ſe refere à l'autre partie de ladicte ligne) deſquels le produict par le 40 probleme ſuiuant, eſt $\sqrt{\frac{3}{4}}$ comme deſſus : La ſecoude proprieté eſt, que le rectangle compoſé des deux quarrez, deſcripts deſdictes deux parties, de laquelle elle eſt compoſée, eſt auſſi *medium*, car il eſt en ceſt exemple $\sqrt{5}$, lequel ſe proune ainſi : Le quarré de l'vne partie, qui eſt $\sqrt{bino.}\sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$, eſt $\sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{4}}$, eſt le quarré de l'autre partie, qui eſt $\sqrt{bino.}\sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$, eſt $\sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$, leſquels deux quarrez enſemble (par le 42 probleme ſuiuant) font $\sqrt{5}$ comme deſſus.

Exemple VII. *de l'extraction de racine quarrée de binomie ſeptieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie ſeptieſme $3 - \sqrt{5}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer ſa racine quarrée.

Digitized by Google

quarrée. *Construction.* La construction sera semblable à celle du premier exemple, excepté que ceste racine sera binomie disioinct tel $\sqrt{2\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$, lequel ie di estre la racine requise.

Nota. La ligne respondante à ceste racine de septiesme binomie, s'appelle par Euclide proposition 73 liure 10 *Apotome.*

Exemple VIII. *de l'extraction de racine quarrée de binomie huictiesme.*

Explication du donné. Soit donné binomie huictiesme $\sqrt{18} - 4$. *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine quarrée. *Construction.* La construction sera semblable à celle du second exemple, excepté que ceste racine sera binomie disioinct tel $\sqrt{8} - \sqrt{2}$.

Nota. La ligne respondante à ceste racine de huictiesme binomie, s'appelle par Euclide proposit. 74. liure 10 *media Apotome prima,* & ses noms reçoiuent aussi la proprieté de la note du second exemple.

Exemple IX. *de l'extraction de racine quarrée de binomie neufiesme.*

Explication du donné. Soit dõné binomie neufiesme $\sqrt{20} - \sqrt{15}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine quarrée. *Construction.* La construction sera semblable à celle du troisiesme exemple, excepté que ceste racine sera binomie disioinct tel, $\sqrt{11\frac{1}{4}} - \sqrt{1\frac{1}{4}}$.

Nota. La ligne respondante à ceste racine de neufiesme binomie, s'appelle par Euclide proposit. 75 liure 10. *media Apotome secunda* & ses noms reçoiuent aussi la proprieté, de la note du troisiesme exemple.

Digitized by Google

Exemple X. *del'extraction de racine quarrée de binomie dixieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie dixieſme $5 - \sqrt{12}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer ſa racine quarré. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du quatrieſme exemple, excepté que ceſte racine ſera de deux racines de binomies entre eux diſioinctes telle, $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}} - \sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de dixieſme binomie, l'appelle par Euclide propoſition 76 liure 10. *linea minor*, & ſes noms reçoiuent auſſi les proprietez de la note du quatrieſme exemple.

Exemple X I. *de l'extraction de racine quarrée de binomie onzieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie onzieſme $\sqrt{6} - 2$. *Explication du requis.* Il faut trouuer ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du cincquieſme exemple, excepté que ceſte racine ſera de deux racines de binomies entre eux diſioinctes telle, $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de onzieſme binomie, l'appelle par Euclide propoſition 77 liure 10. *linea cum rationali medium totum efficiens*, & ſes noms reçoiuent auſſi les proprietez de la note du cincquieſme exemple.

Exemple X II. *de l'extraction de racine quarrée de binomie douzieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie douzieſme $\sqrt{}$

Digitized by Google

me $\sqrt{5} - \sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine quarrée. *Construction.* La construction sera semblable à celle du sixiesme exemple, excepté que ceste racine sera de deux racines de binomies entre eux disioinctes telle, $\sqrt{bino.}\ \sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{bino.}\ \sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$.

NOTA. La ligne respondante à ceste racine de douziesme binomie, s'appelle par Euclide proposition 78. liure 10. *Linea cum medio medium totum efficiens*, & ses noms reçoiuent aussi les proprietez de la note du sixiesme exemple.

DE L'ORIGINE DES PRECEDENTES DOVZE CONSTRVCTIONS.

Pour declarer l'origine de l'inuention des precedentes operations, il faut sçauoir, qu'estant donné vn binomie, son quarré à tousiours le maieur nom, composé de la somme des quarrez des noms du binomie donné, & son moindre nom, est tel que son quarré, a telle difference au quarré du maieur nom, comme il y a, entre les quarrez des noms du quarré du binomie donné. Soit par exemple binomie donné $2 + \sqrt{3}$, son quarré est $7 + \sqrt{48}$: Il appert donc que le maieur nom 7 est composé, ou egal, aux deux quarrez de 2 & $\sqrt{3}$, dont l'occasion est notoire, par les characteres procedans de la multiplication de $2 + \sqrt{3}$ en soi. Item la difference des quarrez de 2 & $\sqrt{3}$, qui est 1, est egale à la difference des quarrez de 7 & $\sqrt{48}$: Lequel estant regle generale, & voulant trouuer la racine de $7 + \sqrt{48}$ l'on se propose question telle: *Trouuons deux nombres tels, que leurs quarrez facent* 7. (7 pour le maieur nom donné) *& que l'vn quarré soubstraict de l'autre il y en*

Digitized by Google

reſte 1, à ſçauoir vn, pour la difference des quarrez de 7 & $\sqrt{48}$: Et de l'algebraique operation de ceſte queſtion, eſt colligée ladicte conſtruction du precedent probleme; laquelle origine nous auions propoſé de declairer. Mais comment ladicte queſtion ſe ſolue, ce n'eſt pas ici le lieu pour le declarer, parce que les antecedens neceſſaires à telle operation, ne ſont encore deſcriptes, auſſi ne ſont telles cauſes point neceſſaires ſceues, aux apprentifs qui ſeront venuz iuſques ici, mais on trouuera telle operation au 81 probleme, la ou elle eſt la 3 queſtion: Et de meſme ſorte nous deſcriprons les naiſſances, de diuerſes conſtructions ſuiuantes, la ou il viendra à poinct.

Autre maniere de conſtruction.

Il y a des autres manieres de conſtruction que la precedente, deſquelles nous deſcriprons celle, qui nous à conduict à l'inuention de l'extraction de racine des autres multinomies, comme quadrinomies ſinomies, ſeptinomies, &c. en ceſte ſorte: Soit (comme au precedent premier exemple) à trouuer la racine quarrée de $7+\sqrt{48}$.

Conſtruction.

Moitie du maieur nom donné	$\frac{7}{2}$
Son quarré	$12\frac{1}{4}$
Du meſme ſoubſtraict le quarré de la moitie du moindre nom donné, qui eſt 12 reſte	$\frac{1}{4}$
Sa racine	$\frac{1}{2}$
Qui aiouſté au premier en l'ordre, faict 4 ſa racine	2
Et ledict $\frac{1}{2}$ ſoubſtraict du premier en l'ordre reſte 3 ſa racine	$\sqrt{3}$

Et ſont

Digitized by Google

Et sont lesdictes $2+\sqrt{3}$ la racine requise, comme au premier exemple.

Soit autrefois (comme au precedent second exemple) a trouuer la racine quarrée de $\sqrt{18+4}$.

Construction.

Moitie du maieur nom donné - $\sqrt{\frac{18}{4}}$

Son quarré $4\frac{1}{2}$

Du mesme soubstraict le quarré de la moitie du moindre nom donné, qui est 4 reste $\frac{1}{2}$

Sa racine $\sqrt{\frac{1}{2}}$

Laquelle aioustée au premier en l'ordre, faict $\sqrt{8}$ sa racine est $\mathcal{W}8$

Et ladicte $\sqrt{\frac{1}{2}}$ soubstraict du premier en l'ordre, reste $\sqrt{2}$ sa racine. $\mathcal{W}2$

Et sont lesdictes $\mathcal{W}8+\mathcal{W}2$ la racine requise comme au precedent second exemple. Et le semblable se pourroit faire de tous les autres binomies.

DE L'ORIGINE DE CESTE SECONDE MANIERE DE CONSTRVCTION.

Il y a autre proprieté entre le binomie & sa racine, de laquelle le theoreme est tel: *Le moindre nom de binomie, est le double du produict des deux parties, desquelles se compose sa racine: Et le maieur nom, est egal aux deux quarrez, desdictes deux parties.* Par exemple du binomie ci dessus $7+\sqrt{48}$, le moindre nom $\sqrt{48}$, est le double du produict des deux parties de sa racine; c'est à dire le double du produict de 2 par $\sqrt{3}$. Item le maieur nom 7, est egal aux deux quarrez des deux parties de la racine, car les quarrez de 2 & $\sqrt{3}$, font 7. Dont l'occasion est manifeste, en les characteres procedans de la

Digitized by Google

multiplication, de $2+\sqrt{3}$ en soi: Or à cause de tel theoreme, l'on se peut proposer question telle: *Trouuons deux nombres tels, que le double de leur produict soit* $\sqrt{48}$, *& la somme de leurs quarrez* 7. Et ceste question est la 4 du 81 probleme: Par l'operation de laquelle est colligée ceste seconde maniere de construction; Laquelle origine nous auions proposé de declarer.

NOTA. Nous auons declaré aux precedens exemples, l'extraction de racine quarrée de binomies, s'ensuit maintenant à demonstrer nostre inuention, de l'extraction de racine quarrée de multinomies, de plus de noms que de deux' qui sera seulement des multinomies, qui sont potences quarrees de quelques multinomies. Quant aux racines des autres multinomies, on dira pour solution, que c'est la racine du dõné: laquelle solution est plus claire & commode, qu'aucune autre, qu'on pourroit trouuuer en son lieu, comme aussi en les binomies. Par exẽple, estant question de trouuer la racine de binomie quatriesme (du premier, second, & troisiesme binomie il y a d'aultre raison) cõme de $5+\sqrt{12}$ il est notoire, que $\sqrt{bino.}\ 5+\sqrt{12}$ est plus cõmode, pour en faire quelque Arithmetique operation (cõme pour les multiplier, ou diuiser, par quelques autres nõbres) que de dire selon le precedent quatriesme exẽple, que c'est $\sqrt{bino.}\ 2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}+\sqrt{bino.}\ 2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$: Tellement que ceste extraction, sert plus pour demonstrer, les proprietez des lignes du dixiesme liure d'Euclide, qu'a autre commodité qui en sorte; Lequel estant ainsi, & n'estant les proprietez des trinomies & quadrinomies, encore par quelqu'vn descriptes, & distinguees, comme des binomies, telle extraction seroit de peu de consequence. Nous demonstrerons doncques, les ex-

Digitized by Google

les extractions d'iceux multinomies, qui sont potence quarrée de quelque autre multinomie, & qui seroient (si leurs differences fussent distinguees, comme des binomies) multinomies premiers, & seconds. Or le premier multinomie, aiant racine seruant à nostre propos, qui se peut rencontrer apres le binomie, c'est le quadrinomie; Car le trinomie ne l'a point, parce qu'il ne peut estre potence quarrée de trinomie, ou binomie: Nous commencerons doncques au quadrinomie, duquel la racine peut estre trinomie, ou quadrinomie.

Exemple XIII. *de l'extraction de racine quarrée, de quadrinomie, de laquelle la racine est trinomie.*

Explication du donné. Soit donné quadrinomie tel: $10 - \sqrt{60} + \sqrt{40} - \sqrt{24}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine quarrée.

NOTA Si les termes donnez ne fussent pas disposez, ainsi que le maieur fust tousiours deuant, on les disposera ainsi; car autrement on ne se pourroit seruir, de nostre generale regle.

Construction.

Moitie du second nom donné. $-\sqrt{15}$

Moitie du troisiesme nom donné $\sqrt{10}$

Le double de leur produict (à sçauoir de $-\sqrt{15}$ par $\sqrt{10}$) est $-\sqrt{600}$.

Qui diuisé par le dernier nom donné $-\sqrt{24}$, donné quotient 5, sa racine pour le premier nom de la racine requise. $\sqrt{5}$

Par le mesme se diuisera $-\sqrt{15}$ premier en l'ordre, donne quotient pour le second nom de la racine requise $-\sqrt{3}$

Et par

Et par ladicte $\sqrt{5}$, diuisé $\sqrt{10}$ second en l'ordre, donne quotient pour le troisiesme nom de la racine requise $\sqrt{2}$

Puis on verra si les trois quarrez de ces trois noms trouuez, comme $\sqrt{5}$, & $-\sqrt{3}$, & $\sqrt{2}$, font ensemble le premier nom donné, à sçauoir 10, & se trouue que ouy, on conclura doncques, que $\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2}$, est la racine requise: Mais si ces trois quarrez, ne fussent pas egaux audict premier nom, alors ledict trinomie ne seroit pas la racine desirée: Parquoi l'on pourroit encore veoir, par la 1 note à la fin de ce probleme, si on la pourroit extraire; Mais s'il ne se pouuoit faire ainsi, nous conclurons absolutement, que le quadrinomie donné, n'a point de racine selon nostre intention.

DE L'ORIGINE DE CESTE CONSTRVCTION, DE CELLE DV XIIII. EXEMPLE SVIVANT.

Pour declarer l'origine de ceste construction, il faut sçauoir que nous auons multiplié en soi $\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2}$, laquelle multiplication nous descriprons, pour plus grande euidence, en ceste sorte: Or nous auons veu, que le second nom du produict $-\sqrt{60}$, est le double du produict, du premier nom donné $\sqrt{5}$, par le second nom $-\sqrt{3}$; Item que $\sqrt{40}$, est le double du produict, de $\sqrt{5}$, par $\sqrt{2}$; Item que $-\sqrt{24}$, est le double

$$\begin{array}{r}
\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2} \\
\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2} \\
\hline
+\sqrt{10}-\sqrt{6}+2 \\
-\sqrt{15}+3-\sqrt{6} \\
5-\sqrt{15}+\sqrt{10} \\
\hline
10-\sqrt{60}+\sqrt{40}-\sqrt{24}
\end{array}$$

Digitized by Google

double du produict de — √3, par √2, parquoi ie propose question algebraique telle : *Trouuons trois nombres tels, que le double du produict du premier & second, soit* — √60. *Et le double du produict, du premier par le troisiesme, soit* √40; *Et le double du produict, du second par le premier, soit* — √24. Qui est la cincquiesme question, du 81 probleme, par la construction de laquelle, il est notoire, estre colligée la reigle de ceste construction. Laquelle origine nous auions proposé à declairer.

Exemple XIIII. *de l'extraction de racine quarrée de quadrinomie, de laquelle la racine est trinomie, duquel les noms sont racines de racines.*

Explication du donné. Soit donné quadrinomie tel √72 — √48 + √24 — 4. *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine quarrée.

Construction semblable à la precedente.

Moitie du second nom donné — √12
Moitie du troisiesme nom donné √6
Le double de leur produict (à sçauoir de — √12 & √6) est — √288
Qui diuisé par le dernier nom donné — 4 donne quotient √18, sa racine pour le premier nom de la racine requise √18
Par le mesme se diuisera — √12 premier en l'ordre, donne quotient, pour le second nom de la racine requise — √8
Et par ladicte √18, diuisé le second en l'ordre √6, donne quotient pour le troisiesme nom de la racine requise √2

Puis

Digitized by Google

Puis on verra si les trois quarrez de ces trois noms trouués, comme $\mathscr{w}$ 18, & — $\mathscr{w}$ 8, & $\mathscr{w}$ 2 font ensemble le premier nom donné, à sçauoir $\mathscr{v}$ 72, & se trouue que ouy: Ie conclus doncques, que $\mathscr{w}$ 18 — $\mathscr{w}$ 8 + $\mathscr{w}$ 2, est la racine requise.

Exemple XV. de l'extraction de racine quarrée de septinomie, de laquelle le produict des deux noms moiens de la racine, est moindre que le produict des extremes.

NOTA. Quand le septinomie tient racine selon nostre intention, le produict des moiens noms de la racine pourra aucunefois estre moindre, que le produict des extremes; autrefois maieur, qui ont quelque petite difference en l'operation: pourtant nous en descriprons de chascune maniere vn exemple; à fin que si la racine ne se trouue par la maniere du premier, on la puisse chercher par celle du second.

Explication du donné. Soit donné septinomie tel: 13 + $\mathscr{v}$ 84 + $\mathscr{v}$ 56 — $\mathscr{v}$ 28 + $\mathscr{v}$ 24 — $\mathscr{v}$ 12 — $\mathscr{v}$ 28.

Explication du requis. Il faut trouuer sa racine quarrée.

Construction.

Moitie du second nom donné	$\mathscr{v}$ 21
Moitie du troisiesme nom donné	$\mathscr{v}$ 14
Moitie du quatriesme nom donné	— $\mathscr{v}$ 7
Le produict du premier & second en l'ordre, $\mathscr{v}$ 294, son double	$\mathscr{v}$ 1176
Le mesme diuisé par le cincquiesme nom donné $\mathscr{v}$ 24, donne quotient 7, sa racine pour le premier nom de la racine requise.	$\mathscr{v}$ 7

Par

Digitized by Google

Par la meſme √7, diuiſé √21, premier en l'ordre, donne quotient pour le ſecond nom de la racine requiſe √3

Et par ladicte √7, diuiſé √14 ſecond en l'ordre, donne quotient, pour le troiſieſme nom de la racine requiſe √2

Et par ladicte √7, diuiſé —√7 troiſieſme en l'ordre, donne quotient pour le quatrieſme nom de la racine requiſe —1

Puis on verra, ſi les quatre quarrez de ces quatre noms trouuez, comme de √7, & √3, & √2, & —1, font enſemble le premier nom donné; à ſçauoir 13: & ſe trouue que ouy: le concluz doncques que √7+√3+√2—1, eſt la racine requiſe.

Exemple XVI. *de l'extraction de racine quarrée de ſeptimonie, de laquelle le produict des deux noms moiens de la racine eſt maieur que le produict des extremes.*

Explication du donné. Soit donné ſeptinomie tel: 17+√140+√84+√60—√56—√40—√24.

Explication du requis. Il faut trouuer ſa racine quarrée.

Conſtruction.

Moitie du ſecond nom donné √35

Moitie du troiſieſme nom donné √21

Moitie du cincquieſme nom donné —√14

Le produict du premier & ſecond en l'ordre eſt, √735 ſon double √2940

Le meſme diuiſé par le quatrieſme nom donné √60, donne quotient 7, ſa racine pour le premier nom de la racine requiſe. √7

Par

Digitized by Google

Par le meſme √7 diuiſé √35 premier en l'ordre, donne quotient pour le ſecond nom de la racine requiſe √5

Et par ladicte √7, diuiſé √21 ſecond en l'ordre, donne quotient pour le troiſieſme nom de la racine requiſe √3

Et par ladicte √7, diuiſé —√14 troiſieſme en l'ordre, donne quotient pour le quatrieſme nom de la racine requiſe —√2

Puis on verra, ſi les quatre quarrez de ces quatre noms trouuez, comme de √7, & √5, & √3, & —√2, font enſemble le premier nom donné, à ſçauoir 17, & ſe trouue que ouy: Ie conclus doncques, que √7 + √5 + √3 — √2, eſt la racine requiſe.

DE L'ORIGINE DE CESTE CONSTRVCTION.

Mettons la multiplication en ſoi de √7 + √5 + √3 — √2, en ceſte ſorte:

√7 + √5 + √3 — √2
√7 + √5 + √3 — √2

— √14 — √10 — √6 + 2
+ √21 + √15 + 3 — √6
+ √35 + 5 + √15 — √10
7 + √35 + √21 — √14

17 + √140 + √84 + √60 — √56 — √40 — √24

Il appert que le ſecond nom du produict, eſt le double du produict du premier & ſecond nom de la racine; c'eſt à dire, que √140, eſt le double du produict de √7, & √5: Item que √84, eſt le double du produict de √7, & √3; Item que √60, eſt le double du produict

duict de ✓5, & ✓3; Item que — ✓56, eſt le double du produict, de ✓7, & — ✓2; Item que — ✓40, eſt le double du produict, de ✓5, & — ✓2; Item que — ✓24, eſt le double du produict, de ✓3, & — ✓2, parquoi ie propoſe queſtion telle: *Trouuons quatre nombres tels, que le double du produict du premier & ſecond, ſoit* ✓140 *Et du premier & troiſieſme* ✓84, *& du ſecond & troiſieſme* ✓60; *Et du premier & quatrieſme* — ✓56, *Et du ſecond & quatrieſme* — ✓40; *Et du troiſieſme & quatrieſme* — ✓24. Laquelle queſtion eſt la ſixieſme du 81 probleme, & de la conſtruction d'icelle eſt colligée la regle de ceſte precedente conſtruction. Laquelle origine nous auions propoſé à declairer.

NOTA 1. Il ſe peut rencontrer quelque quadrinomie, qui aura racine auſſi quadrinomie, mais ſa legitime extraction n'auons nous point trouué pour l'heure; Nous metterons la choſe ſi claire comme pourrons, pour accommoder à ceux, auſquels il plaira ſ'en occuper. Or il eſt notoire, que quand on multiplie en ſoi vn quadrinomie radical, duquel les noms ſont en diſcontinue proportion (ils ne peuuent eſtre en continue proportion, parce que le premier & troiſieſme, item le ſecond & quatrieſme ſeroient commenſurables, & par conſequent, ne ſeroit en effect que binomie) que leur produict ou quarré, ſera auſſi quadrinomie, duquel les quatre noms ſeront auſſi en diſcontinue proportion; D'ou ſe conclura, que quadrinomie n'aiant point ſes noms en diſcontinue proportion, n'auoir point ſa racine quadrinomie. Prennons pour exemple le quarré de quadrinomie, duquel les noms ſont en diſcontinue proportion tel, ✓6 + ✓4 + ✓3 + ✓2, la multiplication du meſme en ſoi eſt telle:

Digitized by Google

$$
\begin{array}{r}
\sqrt{6}+\sqrt{4}+\sqrt{3}+\sqrt{2} \\
\sqrt{6}+\sqrt{4}+\sqrt{3}+\sqrt{2} \\
\hline
+\sqrt{12}+\sqrt{8}+\sqrt{6}+2 \\
+\sqrt{18}+\sqrt{12}+3+\sqrt{6} \\
+\sqrt{24}+4+\sqrt{12}+\sqrt{8} \\
6+\sqrt{24}+\sqrt{18}+\sqrt{12} \\
\hline
15+\sqrt{96}+\sqrt{72}+\sqrt{192}+\sqrt{32}+\sqrt{24}
\end{array}
$$

Or ledict produict (aioustant $\sqrt{96}$, & $\sqrt{24}$; Aussi $\sqrt{72}$, & $\sqrt{24}$) vaut $15+\sqrt{216}+\sqrt{200}+\sqrt{192}$. Nous sçauons doncques que $\sqrt{6}+\sqrt{4}+\sqrt{3}+\sqrt{2}$, est racine quarrée, de $15+\sqrt{216}+\sqrt{200}+\sqrt{192}$. Nous voions aussi que le second nom $\sqrt{216}$; est la somme du double du produict, de $\sqrt{6}$, & $\sqrt{4}$, & du double du produict de $\sqrt{3}$,& $\sqrt{2}$; Item que $\sqrt{200}$,est la somme du double du produict de $\sqrt{6}$,& $\sqrt{3}$,& du double du produict de $\sqrt{4}$,& $\sqrt{2}$; Item que $\sqrt{192}$,est le quadruple du produict,de $\sqrt{6}$, & $\sqrt{2}$, ou bien de $\sqrt{4}$, & $\sqrt{3}$,parquoi ie propose question telle: *Trouuons quatre nombres tels, que le double du produict du premier & second aioustè au double du produict du troisiesme & quatriesme, face* $\sqrt{216}$. *Item que le double du produict, du premier & troisiesme aioustè au double du produict, du second & quatriesme, face* $\sqrt{200}$; *Item que le quadruple, du produict du premier & quatriesme, face* $\sqrt{192}$. Or posons, que nous auons trouué par algebraique operation, que ces quatre nombres sont $\sqrt{6}$,& $\sqrt{4}$,& $\sqrt{3}$,& $\sqrt{2}$, & parce que la somme de leurs quarrez 15, est egale au maieur nom donné, on concluroit les nombres trouuez;estre la racine requise:& de telle operation,se pourroit

Digitized by Google

roit faire reigle, comme nous auons faict des precedentes.

Il y a encore d'aultres proprietez aux nombres donnez (par lesquels on pourroit faire autre operation algebraique que dessus) telles:

Le second nom comme $\sqrt{216}$, est tousiours racine du quadruple du produict de la somme des deux quarrez, de $\sqrt{6}$, & $\sqrt{3}$, par la somme des deux quarrez, de $\sqrt{4}$, & $\sqrt{2}$, qui est en cest exemple racine du quadruple du produict de 9 par 6; Item le troisiesme nom, comme $\sqrt{200}$, est tousiours racine quarrée, du quadruple du produict de la somme des deux quarrez, des deux premiers noms, $\sqrt{6}$, & $\sqrt{4}$, par la somme des deux quarrez des deux derniers noms, $\sqrt{3}$, & $\sqrt{2}$, qui est en cest exemple racine du quadruple du product de 10. par 5.

Quant à l'extraction des racines quarrees d'autres multinomies, i'estime que celui qui entendra les origines precedentes, facilement verra l'infini progres des autres.

Nota 11. L'extraction de la racine cubique de binomie, selon l'intention susdicte, n'est encore legitimemẽt inuentée, que ie sache. Quant à ce que quelqu'vn pour expliquer la racine cubique de $\sqrt{243}+\sqrt{242}$, qui est $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, nommera plusieurs racines de multinomies, il semble inutile: & se pourroit plus conuenablement dire $\sqrt{3}$ *bino.* $\sqrt{243}+\sqrt{242}$; Le mesme s'entendra de racine de quinte, & sexte quantité, & d'autres semblables. Quant à la racine de quarte quantité, la mesme se peult trouuer, extrahant deux fois racine quarrée, & de huictiesme quantité extrahant trois fois racine quarrée, &c.

Digitized by Google

Demonſtration.

Multipliant par ſoi la racine quarrée trouuée au premier exemple, qui eſt $\sqrt{2\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$, donne produict (par le 26 probleme) $3 + \sqrt{5}$, qui eſt le binomie donné, doncques $\sqrt{2\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$, eſt la vraie racine requiſe : Et ſemblable ſera la demonſtration de tous les autres exemples, moiennant qu'on multiplie les racines du 4^e. 5^e. 6^e. 10^e. 11^e. & 12^e. binomie en ſoi, par le 40. probleme; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné multinomie radical, nous auons troué ſa racine requiſe; ce qu'il falloit faire.

Septieſme diſtinction des quatre numerations, des racines de multinomies radicaux.

De la multiplication des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XL.

Eſtant donné racine de multinomie radical à multiplier, & racine de multinomie radical multiplicateur: Trouuer leur produict.

Premier exemple.

Explication du donné. Soit donnée racine de multinomie à multiplier telle $\sqrt{\ bino.\ } 5 + \sqrt{3}$, & racine de multinomie multiplicateur telle, $\sqrt{\ bino.\ } 5 - \sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur produict. *Conſtruction.* La conſtruction eſt ſemblable à celle du 26 probleme, excepté que du produict 22 trouué par icelle maniere, il faut encore (par ce que les donnez ſont racines

racines quarrees) prendre la racine quarrée, qui est pour solution $\sqrt{22}$.

Second exemple.

Explication du donné. Soit donné racine de multinomie à multiplier telle; $\sqrt{\ bino.\ } 5 + \sqrt{3} + \sqrt{\ bino.\ } 5 - \sqrt{3}$ & multiplicateur $\sqrt{\ bino.\ } 5 + \sqrt{3} + \sqrt{\ bino.\ } 5 - \sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur produict. *Construction.* On disposera les donnez selon l'ordre vulgaire, comme ci dessoubz, puis on multipliera (non pas simple nom, par simple nom, mais $\sqrt{\ bino.\ }$ par $\sqrt{\ bino.\ }$) $\sqrt{\ bino.\ } 5 - \sqrt{3}$, par $\sqrt{\ bino.\ } 5 - \sqrt{3}$, faict $5 - \sqrt{3}$ (Car delaissant le signe $\sqrt{\ bino.\ }$ les restans $5 - \sqrt{3}$ sont le produict, comme le semblable est vulgaire en multipliant $\sqrt{3}$ par $\sqrt{3}$ qui faict 3) Puis on multipliera $\sqrt{\ bino.\ } 5 - \sqrt{3}$, par $\sqrt{\ bino.\ } 5 + \sqrt{3}$, faict par le precedent premier exemple $\sqrt{22}$; puis on multipliera l'autre $\sqrt{\ bino.\ } 5 + \sqrt{3}$ par l'autre $\sqrt{\ bino.\ } 5 - \sqrt{3}$, faict $\sqrt{22}$; puis se multipliera l'vne $\sqrt{\ bino.\ } 5 + \sqrt{3}$, par l'autre $\sqrt{\ bino.\ } 5 + \sqrt{3}$, faict $5 + \sqrt{3}$; puis aiouſtez ces quatre produicts, il est manifeste qu'ils font $10 + \sqrt{88}$. La dispositions des characteres de l'operation acheuée est telle:

$$\begin{array}{l} \sqrt{\ bino.\ } 5 + \sqrt{3} + \sqrt{\ bino.\ } 5 - \sqrt{3} \\ \sqrt{\ bino.\ } 5 + \sqrt{3} + \sqrt{\ bino.\ } 5 - \sqrt{3} \\ \hline \qquad\qquad + \sqrt{22} \qquad + 5 - \sqrt{3} \\ 5 + \sqrt{3} \quad + \sqrt{22} \\ \hline \end{array}$$

Produict & solution $10 + \sqrt{88}$.

NOTA. On fera par la maniere de ces precedens exemples, la preuue des extractions de racine quarrée de quatrieſme, cinequieſme, ſixieſme, dixieſme, onzieſme, &

Digitized by Google

me, & douzieſme binomie du 38 probleme.

Et multipliant *√ bino.* 1 + √ 2, par *√ bino.* √ 3 + √ 5, le produict ſera *√ quadrino.* √ 3 + √ 6 + √ 5 + √ 10. Item ſi l'vn des donnez fuſt *√ multinomie*, & que l'autre ne le fuſt pas, on prendra la racine de la potence de celui qui ne l'eſt pas, puis comme deſſus. Et la demonſtration des exemples ci deſſus eſt manifeſte par les demõſtrations des multiplications precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donné racine de multinomie radical à multiplier, & racine de multinomie radical multiplicateur, nous auons trouué leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la diuiſion des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XLI.

Eſtant donné racine de multinomie radical à diuiſer, & diuiſeur: Trouuer leur quotient.

Explication du donné. Soit donnée *√ quadrinomie* √ 35 + √ 30 + √ 14 + √ 12, à diuiſer, & diuiſeur *√ bino.* √ 5 + √ 2. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quotient. *Conſtruction.* On delaiſſera leur ſigne de *√ multinomie*, & demeurera à diuiſer √ 35 + √ 30 + √ 14 + √ 12, par √ 5 + √ 2, leſquels diuiſez par le 27 probleme, donnent quotient √ 7 + √ 6 auquel applicant autrefois le ſigne de *√ multinomie*, le quotient ſera *√ bino.* √ 7 + √ 6. Ie di que *√ bino.* √ 7 + √ 6. eſt le quotient requis, dont la demonſtration eſt manifeſte, par les demonſtrations des diuiſions precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donné racine de mul-

Digitized by Google

de multinomie radical à diuiſer,& diuiſeur,nous auons trouué leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XLII.

Estant donnees racines de multinomies radicaux à aiouſter: Trouuer leur ſomme.

Explication du donné. Soient donnees racines de multinomies telles; ✓ *bino.* ✓ 48 + ✓ 32, & ✓ *bino.* ✓ 3 + ✓ 2. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer leur ſomme. ***Conſtruction.*** On diuiſera le maieur nombre donné ✓ *bino.* ✓ 48 + ✓ 32, par ✓ *bino.* ✓ 3 + ✓ 2, donne quotient 2, par le 41 probleme: (s'ilz fuſſent incommenſurables, on les ſolueroit par +) au meſme aiouſté 1 par reigle generale, faict 3, qui vaut ✓ 81, par la meſme multiplié le diuiſeur ✓ *bino* ✓ 3 + ✓ 2, faict ✓ *bino.* ✓ 243 + ✓ 162, laquelle ie di eſtre la ſomme requiſe. ***Demonſtration.*** Tout quotient plus vn, multiplié par ſon diuiſeur, donne produict egal à la ſomme du nombre à diuiſer, & diuiſeur, par le theoreme deuant le 24 probleme.

Noſtre quotient plus vn (qui eſt ✓ 81) eſt multiplié par le diuiſeur qui eſt ✓ *bino.* ✓ 3 + ✓ 2, donnant produict ✓ *bino.* ✓ 243 + ✓ 162. Ergo ✓ *bino.* ✓ 243 + ✓ 162, eſt egale à la ſomme du nombre à diuiſer, ✓ *bino.* ✓ 48 + ✓ 32, & du diuiſeur, qui eſt ✓ *bino.* ✓ 3 + ✓ 2. C'eſt à dire, que ✓ *bino.* ✓ 243 + ✓ 162, eſt la ſomme des donnez; ce qu'il falloit demonſtrer. ***Concluſion.*** Eſtant doncques donnees racines de multino-

Digitized by Google

mies radicaux à aiouſter; Nous auons trouué leur ſomme; ce qu'il falloit faire:

NOTA. Il y a quelques racines de binomies, qui ſont entre eux incommenſurables, toutesfois ils ſe peuuent aiouſter par autre maniere, ainſi que leur ſomme ſoit racine de binomie ou de ſimple nom, & ceci ſont les deux parties, deſquelles ſe cõpoſe la racine quarrée du quatrieſme, cinquieſme, ſixieſme, dixieſme, onzieſme, & douzieſme binomie; à ſçauoir la racine de binomie conioinct aiouſtée à la racine de ſon reſpondant diſioinct, les meſmes (pour ladicte incommenſurance) ne ſe peuuent aiouſter comme les commenſurables. Mais la racine de leur potence quarrée, ſera la ſomme requiſe. Par exemple; l'on requiert la ſomme de $\surd$ *bino.* $2+\surd 3$, & $\surd$ *bino.* $2-\surd 3$: On multipliera $\surd$ *bino.* $2+\surd 3+\surd$ *bino.* $2-\surd 3$ en ſoi, faict, par le 40 probleme, 6, ſa racine pour la ſomme requiſe, eſt $\surd 6$. Et pour meſme raiſon, la ſomme de $\surd$ *bino.* $5+\surd 3$, & $\surd$ *bino.* $5-\surd 3$ ſera $\surd$ *bino* $10+\surd 88$. Ceſte note ſe peut auſſi appliquer à la ſoubſtraction ſuiuante.

De la ſoubſtraction des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XLIII.

ESTant donnée racine de multinomie radical de laquelle on ſoubſtraict, & racine de multinomie radical à ſoubſtraire: Trouuer leur reſte.

Explication du donné. Soit donné racine de multinomie de laquelle on ſoubſtraict telle: $\surd$ *bino.* $\surd 243 + \surd$

$+\sqrt{162}$, & $\sqrt{bino.}$ à soubstraire telle: $\sqrt{bino.}\ \sqrt{3}+\sqrt{2}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur reste. *Construction.* On diuisera la $\sqrt{bino.}\ \sqrt{243}+\sqrt{162}$, par $\sqrt{bino.}\ \sqrt{3}+\sqrt{2}$, donne (par le 41 probleme) quotient 3 (s'ils fussent incommensurables, on les solueroit par —) du mesme, pour regle generale, soubstraict 1, reste 2, qui vaut $\sqrt{16}$, & par la mesme diuisé le diuiseur $\sqrt{bino.}\ \sqrt{3}+\sqrt{2}$, faict $\sqrt{bino.}\ \sqrt{48}+\sqrt{32}$ laquelle ie di estre la racine requise. *Demonstration.* Tout quotient moins vn multiplié par son diuiseur, donne produict egal au reste de la soubstraction du diuiseur de nombre à diuiser, par le theoreme deuant le 25 probleme.

Nostre quotient moins vn (qui est $\sqrt{16}$) est multiplié par diuiseur $\sqrt{bino.}\ \sqrt{3}+\sqrt{2}$. donnant produict $\sqrt{48}+\sqrt{32}$. Ergo $\sqrt{bino.}\ \sqrt{48}+\sqrt{32}$ est egale au reste du soubstraction de le diuiseur $\sqrt{bino.}\ \sqrt{3}+\sqrt{2}$, du nombre à diuiser $\sqrt{bino.}\ \sqrt{243}+\sqrt{162}$, c'est à dire que $\sqrt{bino.}\ \sqrt{48}+\sqrt{32}$, est la reste requis; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnée racine de multinomie radical, de laquelle on soubstraict, & racine de multinomie radical à soubstraire; Nous auons trouué leur reste; ce qu'il falloit faire.

THEOREME I.

Le multinomie ne se peut diuiser en autres noms de mesme multitude.

Nota. Il faut entendre que nous parlons ici de propre multinomie, c'est duquel tous les noms sont entre eux incommensurables, car $\sqrt{2}+\sqrt{8}$, n'est pas

Digitized by Google

binomie, comme nous auons dict au corollaire de la 4o definition. *Explication du donné.* Soit donné binomie tel: $4 + \sqrt{32}$. *Explication du requis.* Il nous faut demonstrer que le binomie donné $4 + \sqrt{32}$, ne se peut diuiser en autres deux noms: C'est à dire, qu'on ne peut trouuer deux autres noms, lesquels ensemble soient egaux, audicts $4 + \sqrt{32}$; Et pour encore expliquer plus clairement le sens de ce theoreme, posons $6 + 4$, comme s'il fust binomie, le mesme se peut diuiser en autres deux parties, comme $7 + 3$, qui vallent aussi 10: Or il nous faut demonstrer, que le semblable est impossible en vrai binomie. *Demonstration.*

Soubstrahons premierement du nom $\sqrt{32}$ quelque partie comme 2, commensurable au 4, & restera $\sqrt{32} - 2$, puis aioustons le 2 premierement soubstraict, à 4 font 6, & nous aurons alors $6 + \sqrt{32} - 2$, qui est egal a $4 + \sqrt{32}$, mais ce n'est pas binomie.

Soubstrahons au second, de $\sqrt{32}$, quelque partie telle, que le reste soit simple nom comme $\sqrt{2}$, & restera $\sqrt{18}$; Puis aioustant la $\sqrt{2}$, à 4 sera $4 + \sqrt{2}$, & le tout ensemble sera $4 + \sqrt{2} + \sqrt{18}$, lequel combien qu'il est egal à $4 + \sqrt{32}$, toutesfois ce n'est pas binomie.

Soubstrahons au troisiesme, de $\sqrt{32}$, quelque partie incommensurable, à chascun nom du binomie donné, comme $\sqrt{7}$, l'aioustant à 4, & demeurera alors $4 + \sqrt{7} + \sqrt{32} - \sqrt{7}$, qui est aussi egal à $4 + \sqrt{32}$, toutesfois ce n'est pas binomie. Le mesme se demonstrera en tous autres semblables. *Conclusion.* Le multinomie doncques, ne se peut diuiser en autres noms de mesme multitude; ce qu'il falloit demonstrer.

THEO-

Digitized by Google

THEOREME II.

Si on multiplie ou diuise multinomie radical, par nombre Arithmetique: Le produict ou quotient sera multinomie, de mesme multitude de noms, & de mesme ordre, comme le multinomie multiplié, ou diuisé. Il sera aussi commensurable audict multinomie multiplié ou diuisé.

Explication du donné. Soit donné binomie à multiplier ou diuiser tel $\sqrt{12} - \sqrt{24}$; Et nombre Arithmetique multiplicateur ou diuiseur 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer que le produict, ou quotient, sera binomie de mesme multitude de noms, & de mesme ordre, comme $\sqrt{12} - \sqrt{24}$: Item que tel produict ou quotient sera commensurable audict binomie $\sqrt{12} - \sqrt{24}$. *Preparation de la demonstration.* Multiplions $\sqrt{12} - \sqrt{24}$, par 2, & donne produict par le 26 probleme $\sqrt{48} - \sqrt{96}$; Puis diuisons le mesme binomie $\sqrt{12} - \sqrt{24}$, par 2, & donne quotient par le 27 probleme $\sqrt{3} - \sqrt{6}$. *Demonstration.* Que le produict $\sqrt{48} - \sqrt{96}$; Item le quotient $\sqrt{3} - \sqrt{6}$ sont binomie comme le donné, est manifeste. Il appert aussi par la 56 definition qu'ils sont de mesme ordre: à sçauoir toutes trois le douziesme en l'ordre: Item que ledict produict & quotient, sont commensurable au binomie donné, est aussi manifeste; car par la preparation de la demonstration, le produict est le duple du donné & le quotient son subduple. *Conclusion.* Si doncques on multiplie ou diuise multinomie nombre, par nombre Arithme-

Digitized by Google

Arithmetique; Le produict ou quotient, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

COROLLAIRE I.

S'ensuit par le reuers de ce 2 theoreme, que si deux multinomies sont commensurables, qu'ils seront de mesme multitude de noms, & de mesme ordre.

COROLLAIRE II.

Il est aussi notoire par le precedent theoreme, que si on multiplie, ou diuise quelque simple racine, par nõbre Arithmetique, que le produict ou quotient, sera racine de mesme qualité comme la racine multipliée, ou diuisée. Par exemple $\sqrt{3}$ (qui est à nombre Arithmetique incõmensurable) multipliée par 2 donne produict $\sqrt{4}$ qui est aussi racine de racine, & à nombre Arithmetique incommensurable.

NOTA. Les precedens deux theoremes, nous seruiront entre autres, pour quelques demonstrations en nostre traicté des incommensurables grandeurs.

Huictiesme distinction de la reigle de trois des nombres radicaux, & de l'inuention des moiens proportionels.

PROBLEME XLIIII.

Estant donnez trois termes de nombres radicaux : Trouuer leur quatriesme proportionel.

Explication du donné. Soient donnez trois termes tels $\sqrt{7}$. $\sqrt{5}$. $\sqrt{6}$, *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme proportionel. *Construction.* On multipliera le deuxiesme terme $\sqrt{5}$, par le troisiesme $\sqrt{6}$, donne

Digitized by Google

donne produict (par le 22 probleme) ✓30, laquelle on diuisera par le premier terme ✓7, donne quotient par le 23 probleme ✓$4\frac{2}{7}$. Ie di que ✓$4\frac{2}{7}$ est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Il y a par le 21 probleme, telle raison de ✓$4\frac{2}{7}$, à ✓6, comme de ✓5, a ✓7; Ergo ✓$4\frac{2}{7}$ est leur quatriesme proportionel: ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes de nombres radicaux, nous auons trouué leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XLV.

E*stant donnez deux nombres quelconques: Trouuer leurs moiens proportionels requis.*

Exemple 1.

Explication du douné. Soient donnez deux nombres 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur moien proportionel. *Construction.* On multipliera 2 par 10, font 20, des mesmes la racine quarrée est ✓20. Ie di que ✓20 est le moien proportionel requis.

Exemple 11.

Explication du donné Soient donnez deux nombres 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouuer leurs deux moiens proportionels. *Construction.* Le quarré de 2 donné, est 4, par le mesme se multipliera le 10 donné, faict 40, des mesmes la racine cubique est ✓③40, pour le premier des deux moiens proportionels requis; Et pour trouuer le second, on dira, 2 donnent ✓③40 combien ✓③40? faict par le 44 probleme, ✓③200, pour le second moien proportionel requis.

Ie di

Ie di que √③ 40,& √③ 200,ſont les deux moiens proportionels requis.

Exemple III.

Explication du donné. Soient donnez deux nombres tels: 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouuer leurs trois moiens proportionels. *Conſtruction.* Leur moien proportionel par le premier exemple, eſt √ 20; Et le moien proportionel entre 2 & √ 20, eſt (par ledict 1. exemple) ẅ 80; Item le moien proportionel entre √ 20 & 10, eſt ẅ 2000. Ie di que ẅ 80,& √ 20,& ẅ 2000, ſont les trois moiens proportionels requis.

Exemple IIII.

Explication du donné. Soient donnez deux nombres tels 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouuer leurs quatre moiens proportionels. *Conſtruction.* On prendra la potence de quarte quantité de 2, faict 16, par les meſmes multipliez les 10, font 160, deſquels la racine de quinte quantité eſt √⑤ 160. Puis on trouuera entre √③ 160, & 10, trois moiens proportionels, par le precedent 3 exemple, qui ſeront √③ 800, √⑤ 4000, √⑤ 20000. Ie di que √⑤ 160,& √⑤ 800,& √⑤ 4000, & √⑤ 20000, ſont les quatre moiens proportionels requis.

Exemple V.

Explication du donné. Soient donnez deux nombres tels 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouuer leurs cincq moiens proportionels. *Conſtruction.* On trouuera leur moien proportionel, par le premier exemple, qui eſt √ 20; Puis on trouuera par le ſecond exemple, deux moiens proportionels, entre 2,& √ 20, qui ſeront √⑥ 320, & √③ 40; Et ſemblablement deux moiens propor-

propor-

Digitized by Google

proportionels entre √ 20, & 10, qui seront √ ③ 200, & √ ⑥ 200000. Ie di que √ ⑥ 320, & √ ③ 40, & √ ② 20, & √ ③ 200, & √ ⑥ 200000, sont les cinq moiens proportionels requis. Et semblable sera l'operation des autres moiens proportionels quelconques. *Demonstration.* Comme au premier exemple 2, a √ 20, ainsi √ 20, a 10, par le 21 probleme, doncques √ 20 est le moien proportionel requis au premier exemple. Item comme au second exemple 2, a √ ③ 40, ainsi √ ③ 40, a √ ③ 200, & ainsi √ ③ 200, a 10; doncques √ ③ 40, & √ ③ 200, sont les deux moiés proportionels requis. Et semblable sera la demonstration des aultres exemples; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez deux nombres quelconques, nous auons trouuez leurs moiens proportionels requis; ce qu'il falloit faire.

Neufiesme distinction, de la regle de proportionelle partition des nombres radicaux.

PROBLEME XLVI.

Partir vn nombre geometrique donné en parties proportionelles, à nombres geometriques donnez.

Explication du donné. Soit nombre geometrique donne √ 7, & nombres geometriques donnez √ 2 & √ 5. *Explication du requis.* Il faut partir la √ 7 en deux parties proportionelles, aux deux nombres √ 2 & √ 5 donnez. *Construction.* On aioustera les nombres donnez, à sçauoir √ 2 & √ 5, font √ 2 + √ 5; Puis on dira par le precedent 45 probleme, √ 2 + √ 5 donnent √ 2,

Digitized by Google

$\surd 2$, combien $\surd 7$? faict $\surd 23\frac{1}{3} - \surd 9\frac{1}{3}$ pour premier nombre requis ; Et de meſme ſorte on dira $\surd 2 + \surd 5$ donnent $\surd 5$, combien $\surd 7$? faict $\surd 58\frac{2}{3} - \surd 23\frac{1}{3}$ pour le ſecond nombre requis. La diſpoſition des characteres de l'operation ſemblable à celle du 15 probleme, eſt telle :

$$\begin{array}{l} \surd 2 \\ \surd 5 \\ \hline \surd 2 + \surd 5 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \surd 23\frac{1}{3} - \surd 9\frac{1}{3} \\ \surd 58\frac{2}{3} - \surd 23\frac{1}{3} \\ \hline \surd 7 \end{array}$$

Ie di que $\surd 7$ eſt diuiſée en deux parties (à ſçauoir deux binomies diſioinctes tels $\surd 23\frac{1}{3} - \surd 9\frac{1}{3}$, & $\surd 58\frac{4}{3} - \surd 23\frac{1}{3}$) proportionels aux deux nombres $\surd 2$ & $\surd 5$, comme il eſtoit requis. *Demonſtration.* Cõme $\surd 2$ a $\surd 5$, ainſi $\surd 23\frac{1}{3} - \surd 9\frac{1}{3}$, a $\surd 58\frac{2}{3} - \surd 23\frac{2}{3}$, par le 21 probleme, & la ſomme de $23\frac{1}{3} - \surd 9\frac{1}{3}$, & $\surd 58\frac{2}{3} - \surd 23\frac{1}{3}$, eſt $\surd 7$, par le 28 probleme ; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Nous auons doncques parti vn nombre geometrique donné, en parties proportionelles, à nombres geometriques donnez ; ce qu'il falloit faire.

Dixieſme diſtinction, de la regle de faux des nombres radicaux.

D'vne faulſe poſition.

PROBLEME XLVII.

Eſtant propoſée queſtion qui ſe ſolue par vne faulſe poſition en nombres radicaux : La ſoluer par vne faulſe poſition.

Explication du donné & requis. On veult ſçauoir quel nombre

nombre auec ſa moitie ſera $\sqrt{5}$. *Conſtruction.* On poſera quelque nombre ainſi qu'il auiendra, comme ſ'il fuſt le nombre requis, ſoit 2, le meſme auec ſa moitie, qui eſt 1, faict 3: Or ce n'eſt pas 3 que nous voulons, mais $\sqrt{5}$, doncques la poſition de 2 eſtoit faulſe, parquoi pour auoir le vrai requis on dira, 3 vient de 2, d'ou viendra $\sqrt{5}$? faict par le 44 probleme $\sqrt{2\frac{2}{9}}$. Ie di que $\sqrt{2\frac{2}{9}}$ eſt le nombre requis, qui auec ſa moitie ſera $\sqrt{5}$. *Demonſtration.* La $\sqrt{2\frac{2}{9}}$ auec ſa moitie $\sqrt{-\frac{5}{9}}$ donne ſomme par le 24 probleme $\sqrt{5}$, ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques propoſée queſtion qui ſe ſolue par vne faulſe poſition en nombres radicaux, Nous l'auons ſolué par vne faulſe poſition; ce qu'il falloit faire.

De deux faulſes poſitions.

PROBLEME XLVIII.

Eſtant propoſée queſtion qui ſe ſolue par deux faulſes poſitions, en nombres radicaux: La ſoluer par deux faulſes poſitions.

Explication du donné & requis. On veult ſçauoir quel nombre auec ſa moitie ſera $\sqrt{5}$. *Conſtruction.* On poſera pour premiere poſition quelque nombre ainſi qu'il auiendra, comme ſ'il fuſt le nombre requis, ſoit 2 le meſme auec ſa moitie qui eſt 1, faict 3. Or ce n'eſt pas 3 que nous voulons, mais $\sqrt{5}$, donc la premiere poſition de 2, eſt faulſe, & pour eſtre $\sqrt{5}$, vient trop, ou plus $\sqrt{9} - \sqrt{5}$, leſquelles on mettera en ceſte ſorte:

2 Plus $\sqrt{9} - \sqrt{5}$

Puis on poſera pour ſeconde poſition, quelque au-

Digitized by Google

tre nombre que n'eſt le nombre 2 de la premiere poſition, comme ſ'il fuſt le nombre requis; ſoit 4 le meſme auec ſa motie qui eſt 2, faict 6: Or ce n'eſt pas 6 que nous voulons, mais $\sqrt{}$ 5, doncques la ſeconde poſition de 4, eſt auſſi faulſe & pour eſtre $\sqrt{}$ 5, vient trop ou plus $\sqrt{}$ 36 — $\sqrt{}$ 5, leſquelles on mettera ſoubs la premiere poſition, & leur diſpoſition ſera telle.

2 Plus $\sqrt{}$ 9 — $\sqrt{}$ 5;
4 Plus $\sqrt{}$ 36 — $\sqrt{}$ 5.

Puis il faut multiplier par croix, c'eſt à dire 4 par $\sqrt{}$ 9 — $\sqrt{}$ 5, faict $\sqrt{}$ 144 — $\sqrt{}$ 80, leſquels on mettera ioignant la $\sqrt{}$ 9 — 5; Puis on multipliera 2 par $\sqrt{}$ 36 — $\sqrt{}$ 5, font $\sqrt{}$ 144 + $\sqrt{}$ 20, leſquelles on mettera pres la $\sqrt{}$ 36 — $\sqrt{}$ 5, & leur diſpoſition ſera alors telle:

2 Plus $\sqrt{}$ 9 — $\sqrt{}$ 5 . $\sqrt{}$ 144 — $\sqrt{}$ 80.
4 Plus $\sqrt{}$ 36 — $\sqrt{}$ 5 . $\sqrt{}$ 144 — $\sqrt{}$ 20.

Puis il faut conſiderer ſi les deux vocables (comme ſont plus & moins) ſont ſemblables, c'eſt à dire tous deux plus, ou tous deux moins, ou ſ'ils ſont diſſemblables comme l'vn plus, & l'autre moins, car pour generale regle comme nous auons auſſi dict au 17. probleme.

Semblables requierent ſoubſtraction,
Et diſſemblables addition.

Or les vocables de c'eſt exemple ſont ſemblables, à ſçauoir tous deux plus, il fault doncques ſoubſtraire le moindre du maieur; à ſçauoir $\sqrt{}$ 144 — $\sqrt{}$ 80, de

$\sqrt{}$ 144

Digitized by Google

$\sqrt{144} - \sqrt{20}$, reste (par le 33 probleme) $\sqrt{20}$; Puis $\sqrt{9} - \sqrt{5}$, de $\sqrt{36} - \sqrt{5}$, reste $\sqrt{9}$; Puis il fault diuiser $\sqrt{20}$ par $\sqrt{9}$. dõne quotient & solution $\sqrt{2\frac{2}{9}}$. La disposition des characteres de l'operation acheuée est telle:

2 Plus $\sqrt{9} - \sqrt{5}$. $\sqrt{144} - \sqrt{80}$.

4 Plus $\sqrt{36} - \sqrt{5}$. $\sqrt{144} - \sqrt{20}$.

$\sqrt{9}$ $\sqrt{20}$. faict $\sqrt{2\frac{2}{9}}$.

Ie di que $\sqrt{2\frac{2}{9}}$ est le nombre requis, qui auec sa moitie faict $\sqrt{5}$. *Demonstration.* La $\sqrt{2\frac{2}{9}}$ auec sa moitie qui est $\sqrt{\frac{1}{9}}$, faict (par le 24 probleme) $\sqrt{5}$; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques proposée question qui se solue par deux faulses positions en nombres radicaux, nous l'auons soluë par deux faulses positions; ce qu'il falloit faire.

Fin de la second partie de l'operation.

Digitized by Google

TROISIESME PARTIE DE L'OPERATION, DES NOMBRES ALGEBRAIQVES.

Premiere distinction, des quatre numerations des nombres algebraiques entiers.

THEOREME.

QVantité algebraique multipliée par quantité algebraique, donner produict quantité, de laquelle le nominateur est egal, à la somme des nominateurs de la quantité à multiplier, & du multiplicateur.

Exemple I.

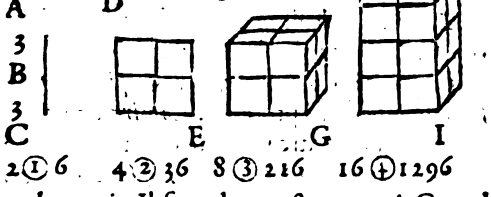
Explication du donné. Soient au fondement des nombres geometriques deuant la 14 definition, la seconde quantité B 4, & la tierce quantité C 8. *Explication du requis.* Il faut demonstrer que B, multiplié par C, donnent produict quinte quantité, à sçauoir la somme de leurs nominateurs qui sont 2 & 3, faisans ensemble 5, nominateur de la quinte quantité. *Demonstration,* Multiplions 4 de B, par 8 de C, font 32, qui est la quinte quantité E.

Exemple II.

Nous auons demonstré ci dessus que simple quantité, multipliée par simple quantité, donne produict certaine simple quantité; Il nous faut demonstrer le mesme, en quantités composees. A laquelle fin soit

Digitized by Google

fin, soit descript la ligne A B, qui soit 1 ① vallant 3, & B C egale à la A B, soit aultre 1 ①, de sorte que toute la A C sera 2 ①; Puis soit descript le quarré D E, duquel le costé soit egal à la AC, le mesme sera de 4 ②, ou 4 quarrez, descripts de A B; Puis soit descript le cube F G, duquel le costé soit egal à A C, le mesme sera de 8 ③, ou 8 cubes descripts de 1 ① A B; Puis soit descript le solide rectangle H I, de 16 ④, & ainsi pourroit on proceder es aultres quantitez en infini. Doncques 1 ① A B vallant 3, les 2 ① A C vauldront 6, & les 4 ② D E 36, & les 8 ③ F G 216, & les 16 ④ H I 1296. *Explication du donné.* Soient donnez aux figures ci dessus 2 ① A C 6, & 8 ③ F G 216,



Explication du requis. Il faut demonstrer que A C, multiplié par F G, donnent produict quartes quantitez HI, à sçauoir la somme de leurs nominateurs, qui sont 1 & 3, faisans ensemble 4, nominateur de la quarte quantité. *Demonstration.* Multiplions 6 de A C, par 216 de F G, font 1296, qui est la quarte quantité H I. *Conclusion.* Quantité doncques algebraique multipliée par quantité algebraique donne produict quantité, de la-

Digitized by Google

quelle le nominateur est egal à la somme des nominateurs de la quantité à multiplier, & du multiplicateur; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA.

On entendra par ce theoreme, que ② multiplié par ④, donne produict ⑥, comme 3 ②, multipliés par 7 ④, font 21 ⑥; Et 2 ③, par 4 ①, faict 8 ④; Et 5 ③, par 2, (qui est par 2 ⓪) faire 10 ③, &c.

De la multiplication des nombres algebraiques entiers.

PROBLEME XLIX.

Estant donné nombre algebraique entier à multiplier, & nombre algebraique entier multiplicateur: Trouuer leur produict.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique entier à multiplier tel: 2 ③ — 4 ② + 3 ①; Et multiplicateur 2 ④ + 3 ③. *Explication du requis.* Il fault trouuer leur produict. *Construction.* On disposera les donnez en ordre vulgaire comme dessoubz, disant + 3 ① fois + 3 ③, font + 9 ④ (car tel produict estre + appert par le theoreme deuant le 26 probleme. Aussi que c'est ④, appert par ce precedent theoreme, la ou il est demonstré, que ① multiplié par ③, donne produict ④) & ainsi des autres; Puis aiouste ce qu'il y a entre les deux lignes; il y aura produict 4 ⑦ — 2 ⑥ — 6 ⑤ + 9 ④; La disposition des characteres de l'operation est telle.

Nombre

Digitized by Google

Nombre à multiplier $2③ - 4② + 3①$
Multiplicateur $+2④ + 3③$

$+6⑥ - 12⑤ + 9④$
$4⑦ - 8⑥ + 6⑤$

Produict $4⑦ - 2⑥ - 6⑤ + 9④$

Ie di que ledict produict, eſt le produict requis. Et de meſme ſorte multipliant $\surd 3①$, par $\surd 2②$, faict $\surd 6③$.

Item multipliant $\surd 3 \times ①$, par $\surd 2 \times ②$, faict $\surd 6 \times ③$.

Item pour multiplier $\surd 3 \times ①$ par $\surd 2②$, on conuertira la prime quantité, auſſi en racine, qui eſt $\surd 3②$, & leur produict ſera $\surd 6④$.

Item multipliant $\surd$ *bino.* $3② + 2①$, par $\surd$ *bino.* $5② + 4①$ font $\surd$ *trino.* $15④ + 22③ + 8②$.

Item multipliant $\surd$ *bino.* $\surd 3② + \surd 2①$, par $\surd$ *bino.* $\surd 5② + \surd 4①$, font $\surd$ *quadrino.* $\surd 15④ + \surd 12③ + 10③ + 8②$.

Demonſtration.

La demonſtration des ces exemples, des multiplications precedentes eſt manifeſte par les demonſtrations des problemes; Ou autrement par la diuiſion du ſuiuant probleme. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique entier à multiplier, & nombre algebraique entier multiplicateur; nous auons trouué leur produict; ce qu'il falloit faire.

Digitized by Google

THEOREME.

QVantité algebraique diuisée par quantité algebraique, donner quotient quantité, de laquelle le nominateur est egal à la reste de nominateur du diuiseur, soubstraict du nominateur de la quantité à diuiser.

Exemple I.

Explication du donné. Soient au fondement des nombres geometriques deuant la 14 definition la sexte quantité F 64, & la seconde quantité B 4. ***Explication du requis.*** Il faut demonstrer que F, diuisée par B, donne quotient quarte quantité D, qui est quantité de laquelle le nominateur est egal à la reste de 2, soubstraict de 6, nominateurs des donnez. ***Demonstration.*** Diuisons 64 de F, par 4 de B, donne quotient 16, qui est la quarte quantité D.

Exemple II.

Explication du donné. Et pour demonstrer le mesme en quantitez composees; Soient aux figures deuant le 49 probleme 16 ① H I 1296, & 8 ③ F G 216. ***Explication du requis.*** Il faut demonstrer que H I, diuisé par F G, dounent quotient primes quantitez A C; qui sont quantitez de laquelle le nominateur est egal à la reste de 3 soubstraict de 4, nominateurs des donnez. ***Demonstration.*** Diuisons 1296 de H I, par 216 de F G, donne quotient 6, qui sont les 2 ① A C. ***Conclusion.*** Quantité doncques algebraique, diuisée par quantité algebraique, donne quotient quantité de laquelle, &c. ce qu'il falloit demonstter.

NOTA

Digitized by Google

NOTA On entendra par ce theoreme que ⑤ diuisée, par ②, donner quotient ③, comme 6 ⑤, diuisees par 3 ②, donnent quotient 2 ③; Et 8 ③, diuisees par 2, (qui est 2 ◎) donner quotient 4 ③, &c.

De la diuision des nombres algebraiques entiers.

PROBLEME L.

ESTant donné nombre algebraique entier à diuiser, & nombre algebraique entier diuiseur: Trouuer leur quotient.

Exemple 1.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique entier à diuiser tel: 9 ④ — 14 ③ + 6 ① — 5; Et diuiseur 3 ②. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quotient. *Construction.* On disposera les nombres donnez comme ci dessoubs, disant combien de fois 3 ②, en 9 ④? faict + 3 ② (+ par le theoreme deuant le 27 probleme & ② par le theoreme deuant ce 50 probleme) lesquels 3 ②, on mettera au vulgaire lieu du quotient, & alors leur disposition sera telle.

9 ④ — 14 ③ + 6 ① — 5 (3 ②
3 ②

Puis on mettera autrefois le diuiseur 3 ②, soubz — 14 ③, & on dira; combien de fois + 3 ②, en — 14 ③? faict — 4 $\frac{2}{3}$ ①; Puis mettãt autrefois le diuiseur soubs + 6 ①, on dira combien de fois + 3 ② en + 6 ①? faict + $\frac{6①}{3②}$ (ce que deuint tousiours telle fraction algebraique, quand le nominateur du diuiseur est maieur que le nombre à diuiser) Puis on mettera autre fois le

Digitized by Google

diuiſeur ſoubz — 5, diſant; combien de fois 3 ②, en — 5 ? faict $-\frac{5}{3①}$. Et la diſpoſition des characteres de l'operation acheuée ſera telle:

$$\begin{array}{llll} 9④ - 14③ + 6① - 5 & (3② - 4\tfrac{2}{3}① + \tfrac{6①}{3②} - \tfrac{5}{3②} \\ 3② & 3② & 3② & 3② \end{array}$$

Ie di que $3② - 4\frac{2}{3}① + \frac{6①}{3②} - \frac{5}{3②}$ eſt le quotient requis.

Lon pourroit auſſi pour ſolution mettre le nombre à diuiſer ſur vne ligne, & le diuiſeur deſſoubs, & le quotient requis ſeroit fraction telle.

$$\frac{9④ - 14③ + 6① - 5}{3②}$$

Exemple II.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique entier à diuiſer $4⑦ - 2⑥ - 6⑤ + 9④$. Et diuiſeur $2④ + 3③$. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer leur quotient. ***Conſtruction.*** La conſtruction ſera par la conſtruction du precedent premier exemple aſſez notoire, parquoi nous metterons ſeulement la diſpoſition des characteres de l'operation acheuée telle:

$$\begin{array}{llll} & 8⑥ & 6⑤ & \\ 4⑦ - 2⑥ & - 6⑤ + 9④ & (2③ - 4② + 3① & \\ 2④ + 3③ & + 3③ + 3③ & & \\ & 2④ + 2④ & & \end{array}$$

Ie di que $2③ - 4② + 3①$, eſt le quotient requis.

Exemple III.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique

braique entier à diuiſer 32 ③ + 4, & diuiſeur 4 ① + 2. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quotient. *Conſtruction.* On diſpoſera les donnez en ceſte ſorte:

32 ③ + 4
4 ① + 2

Puis on dira, combien de fois 4 ① en 32 ③? faict 8 ② fois, les mettant au lieu du quotient, puis on multipliera le 2 par 8 ②, font 16 ②, qui ſoubſtraictes de ce qu'il y a deſſus, reſtera — 16 ② + 4 & leur diſpoſition ſera alors telle:

— 16 ②
32 ③ + 4 (8 ②
4 ① + 2

Puis on mettera autrefois le diuiſeur, diſant, combien de fois 4 ① en — 16 ②? faict — 4 ① fois, les mettant au lieu du quotient; puis on multipliera le 2 par — 4 ① faict — 8 ①, qui ſoubſtraict de ce qu'il y a deſſus, reſtera 8 ① + 4, & leur diſpoſition ſera alors telle:

8 ①
— 16 ②
32 ③ + 4 (8 ② — 4 ①
4 ① + 2
4 ① + 2

Puis on mettera autrefois le diuiſeur, diſant, combien de fois 4 ① en 8 ①? faict 2 fois, le mettant au lieu du quotient, puis on multipliera le 2 du diuiſeur, par 2 du quotient font 4, qui ſoubſtraict de ce qu'il y a deſſus, ne reſtera rien; & leur diſpoſition acheuée ſera alors telle:

8 ①
— 16 ②
32 ③ + 4 (8 ② — 4 ① + 2
4 ① + 2
4 ① + 2
4 ① + 2

Ie di que 8 ② — 4 ① + 2, eſt le quotiét requis. Et de meſme ſorte, eſtant à diuiſer 6 ③ + 12, par 2 ① + 2

Digitized by Google

① + 2 on trouuera (suiuant le precedent exemple) pour quotient, 3 ② — 3 ① + 3 + $\frac{6}{①+2}$.

Item diuisant ✓ 6 ③, par ✓ 3 ①, donne quotient ✓ 2 ②.

Item diuisant ✓ 6 X ③, par ✓ 3 X ①, donne quotient ✓ 2 X ②.

Item pour diuiser ✓ 6 ④, par ✓ 3 X ①, on conuertira la prime quantité aussi en racine, qui est ✓ 3 ②, & leur quotient sera ✓ 2 ②.

Item diuisant ✓ *trino.* 15 ④ + 22 ③ + 8 ②, par ✓ *bino.* 3 ② + 2 ①, donne quotient ✓ *bino.* 5 ② + 4 ①.

Item diuisant ✓ *quadrino.* ✓ 15 ④ + ✓ 12 ③ + ✓ 10 ③ + ✓ 8 ②, par ✓ *bino.* ✓ 3 ② + ✓ 2 ①, donne quotient ✓ *bino.* ✓ 5 ② + ✓ 4 ①.

La demonstration des susdicts exemples, est manifeste par les demonstrations des problemes des diuisions precedentes. Ou autrement par la multiplication du precedent probleme. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique entier à diuiser, & nombre algebraique entier diuiseur, nous auons trouué leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des nombres algebraiques entiers.

PROBLEME LI.

Estant donnez nombres algebraiques entiers à aiouster: Trouuer leur somme.

Explication du donné. Soient dõnez nõbres algebraiques à aiouster tels: 3 ⑤ — 4 ④ — 2 ③ + 5 ② + 7 ① + 8. Et 2 ⑤ — 3 ④ + 6 ③ — 5 ① — 5. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur somme. *Construction.* On aiouſtera

Digitized by Google

aiouſtera les nombres de multitude, obſeruant les reigles de + & —. contenues au theoreme deuant le 28 probleme. Or doncques aiouſtez 3 ⑤ a 2 ⑤, font 5 ⑤ & ainſi des aultres; La diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle :

Nombres à aiouſt. { 3⑤—4①—2③+5②+7①+8
2⑤—3①+6③ —5①—5

Somme 5⑤—7①+4③+5②+2①+3

Ie di que ladicte ſomme eſt la ſomme requiſe.

Item pour aiouſter √2 ①, a √8 ①, on aiouſtera √2 & √8 font par le 24 probleme √18; doncques √18 ① eſt la ſomme requiſe. Et de meſme ſorte dirons, que √2)(① ; aiouſtée a √8)(①, faict √18)(①.

Item pour aiouſter racines de multinomies algebraiques commenſurables, comme √ *bino.* 3 ② + 2 ① a √ *bino.* 27 ② + 18 ① on ſe ſouuiendra de la note à la fin du 25 probleme; à ſçauoir que quotient des donnez, plus vn, multiplié par diuiſer, donne ſomme des donnez; Diuiſant doncques √ *bino.* 27 ② + 18 ①, par √ *bino.* 3 ② + 2 ①, donne quotient (par le 50 probleme) 3, auquel par reigle aiouſté 1, faict 4, par le meſme multiplié le diuiſeur √ *bino.* 3 ② + 2 ①, donne ſomme requiſe √ *bino.* 48 ② + 32 ①.

Et par meſme maniere ſ'entendra que √ *bino.* √48)(① + √32)(① aiouſtée a √ *bino.* √3)(② + √2)(① faict √ *bino.* √243)(② + √162)(①.

L'vtilité de ces additions, & de ſemblables ſoubſtractions au probleme ſuiuant, eſt, que par icelles nous pouuons reduire (comme apparoiſtra es reductions) deux egales quantitez algebraiques, ainſi que nous

Digitized by Google

nous en pourrons trouuer le valeur de 1 ①, qui autrement nous seroit impossible.

Item comme l'on aiouste les nombres incommensurables par + & —, ainsi on aioustera diuerses especes de quantitez par + & —, comme 2 ① & 3 ②, font 2 ① + 3 ②.

Item 2 ① & — 3 ③, font 2 ① — 3 ②, &c.

La demonstration des susdicts exemples est manifeste, par les demonstrations des problemes des additions precedentes. Ou autrement par la soubstraction du probleme suiuant. *Conclusion.* Estant doncques donnés nombres algebraiques entiers à aiouster, nous auons trouué leur somme, ce qu'il falloit faire.

De la soubstraction des nombres algebraiques entiers.

PROBLEME LII.

ESTant donné nombre algebraique entier duquel on soubstraict, & nombre algebraique entier à soubstraire: Trouuer leur reste.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique duquel on soubstraict tel: 4 ⑧ — 6 ⑦ + 7 ⑥ — 6 ⑤ + 3 ④ — 4 ③ + 8 ② + 6 ① — 7, & nombre à soubstraire tel: 4 ⑧ — 6 ⑦ + 4 ⑥ — 5 ⑤ + 5 ④ — 7 ③ — 5 ② — 8 ① + 2. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur reste. *Construction.* On soubstraira les donnez, obseruant les reigles de + & — contenues au theoreme deuant le 29 probleme. Or doncques soubstraict 4 ⑧, de 4 ⑧, ne reste rien; Et — 6 ⑦, de — 6 ⑦, ne reste rien, & + 4 ⑥ de + 7 ⑥ reste + 3 ⑥, & ainsi

ainſi des autres; La diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

48	—	6 7	+	7 6	—	6 5	+	3 4	—	4 3	+	8 2	—	6 1	— 7
48	—	6 7	+	4 6	—	5 5	+	5 4	—	7 3	—	5 2	+	8 1	+ 2
Reſte		36	—	15	—	24	+	33	+	13 2	—	14 1	—	9	

Ie di que ladicte reſte eſt la reſte requiſe.

Item pour ſoubſtraire $\surd 2\,(1)$, de $\surd 8\,(1)$, on ſoubſtraira $\surd 2$ de $\surd 8$ reſte par le 25 probleme $\surd 2$, doncques $\surd 2\,(1)$, eſt la reſte requiſe.

Et de meſme ſorte nous dirons que $\surd 2 \times (1)$, ſoubſtraict de $\surd 8 \times (1)$, donne reſte $\surd 2 \times (1)$.

Item pour ſoubſtraire par racines de multinomies algebraiques entre eux commenſurables, comme eſtãt $\surd$ *bino.* $3\,(2) + 2\,(1)$ a ſoubſtraire de $\surd$ *bino.* $27\,(2) + 18\,(1)$ on ſe ſouuiendra de la note du 25 probleme, à ſçauoir que quotient des donnez moins vn, multiplié par diuiſeur, donne reſte des donnez; diuiſant doncques $\surd$ *bino.* $27\,(2) + 18\,(1)$ par $\surd$ *bino.* $3\,(2) + 2\,(1)$ donne quotient (par le 50 probleme) 3, duquel ſoubſtraict par reigle, 1, reſte 2, par le meſme multiplié le diuiſeur $\surd$ *bino.* $3\,(2) + 2\,(1)$, donne reſte requiſe $\surd$ *bino.* $12\,(2) + 8\,(1)$.

Et par meſme moien ſ'entendra que $\surd$ *bino.* $\surd 3 \times (2) + \surd 2 \times (1)$, ſoubſtraict de $\surd$ *bino.* $\surd 48 \times (2) + \surd 32 \times (1)$, reſte $\surd$ *bino.* $\surd 3 \times (2) + \surd 2 \times (1)$.

Item comme on ſoubſtraict les racines incommenſurables par + & — ainſi on ſoubſtraira diuerſes eſpeces de quantitez par + & —, comme $2\,(1)$, ſoubſtraictes de $3\,(2)$, reſte $3\,(2) - 2\,(1)$. Item $-2\,(1)$, ſoubſtraictes de $3\,(2)$, reſte $3\,(2) + 2\,(1)$, &c.

La de-

Digitized by Google

La demonſtration des ſuſdicts exemples, eſt manifeſte par les demonſtrations des problemes des ſoubſtractions precedentes; ou autrement par l'addition du 51 probleme. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique entier duquel on ſoubſtraict, & nombre algebraique entier à ſoubſtraire, nous auons trouué leur reſte; ce qu'il falloit faire.

Seconde diſtinction des quatre numerations des nombres algebraiques rompuz, & d'autres computations à icelles apartenantes.

PROBLEME LIII.

ESTant donnez deux multinomies algebraiques : Trouuer leur plus grande commune meſure.

NOTA. Petrus Nonius au commencement de la troiſieſme partie de ſon Algebre, eſtimoit qu'alors ce probleme n'eſtoit par generale reigle inuenté, parquoi il en deſcripuoit quelque maniere a taſtons. Nous deſcriprons ſa legitime conſtruction, qui ſera ſemblable à l'operation de l'inuention, de la plus grande commune meſure des nombres Arithmetiques entiers du 5 probleme: à ſçauoir on diuiſera premierement le maieur par le moindre, & puis le diuiſeur autrefois par la reſte, iuſques, à ce qu'il n'y reſte rien, &c. comme le tout ſera plus clair par exemple.

Explication du donné. Soient donnez deux multinomies algebraiques tels: l'vn 1 ③ + 1 ②, l'aultre 1 ② +

Digitized by Google

1 ②+7 ①+6. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur plus grande commune mesure. *Construction.* On diuisera le multinomie auquel est la superieure quantité, comme est ici le premier donné 1 ③+1 ②, par l'autre (du quotient qui est 1 ① comme audict 5 probleme, ne prenons ici cure) en ceste sorte:

	−6 ②−6 ①	Et restera −6 ②−6 ①,
1 ③+1 ②.	ϕ (1 ①	par les mesmes on diuisera autre fois le precedent
1 ②+7 ①+6		diuiseur en ceste sorte:
	6 ①	Et restera 6 ①+6, par
1 ②+7 ①+6	($\frac{1}{6}$	les mesmes se diuisera autre fois le precedent diuiseur en ceste sorte:
6 ②−6 ①		
−6 ②−6 ①	(−1 ①	Et n'y reste rien, parquoi
6 ①+6		ie di que 6 ①+6, est la plus grande commune mesure requise.

Demonstration. Si l'on mesure combien de fois il y a 6 ①+6, en 1 ③+1 ②, (c'est à dire si on diuise 1 ③+1 ② par 6 ①+6) se trouue (par le 50 probleme) $\frac{1}{6}$ ② fois: Semblablement combien de fois les mesmes 6 ①+6, sont en 1 ②+7 ①+6, se trouue $\frac{1}{6}$ ①+1 fois: Mais que c'est aussi la plus grande commune mesure, est manifeste par ce que $\frac{1}{6}$ ② & $\frac{1}{6}$ ①+1, sont quantitez (par la 21 definition) entre elles premieres; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez deux multinomies algebraiques, nous auons trouué leur plus grande commune mesure; ce qu'il falloit faire.

Digitized by Google

PROBLEME. LIIII.

ESTant donné nombre algebraique rompu: Trouuer ſon premier rompu.

Explication du donné. Soit donné rompu algebraique tel $\frac{1③+1②}{1③+7①+6}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer ſon premier rompu. *Conſtruction.* On trouuera la plus grande commune meſure, de 1③+1②, & 1②+7①+6, qui par le 53 probleme ſera 6①+6: par les meſmes ſe diuiſera 1③+1②, donne quotient (par le 50 probleme) $\frac{1}{6}$②, lequel on mettera ſur vne ligne; puis on diuiſera les 1②+7①+6, par leſdicts 6①+6, donne quotient $\frac{1}{6}$①+1, leſquels on mettera ſoubz ladicte ligne en ceſte ſorte:

$$\frac{\frac{1}{6}②}{\frac{1}{6}①+1}$$

$$*\ \frac{\frac{1}{6}②}{\frac{1}{6}①+1}$$

Ie di que le meſme eſt le premier rompu requis. *Demonſtration.* Eſtant numerateur & nominateur de* nombres entre eux premiers par la 21 definition ils ſeront le premier rompu, du rompu $\frac{1③+1②}{1③+7①+6}$, par la 23 defin. ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique rompu, Nous auons trouué ſon premier rompu; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LV.

ESTant donné nombre algebraique d'entier & rompu: Trouuer vn rompu qui leur ſoit egal.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique d'entier & rompu tel $2③+\frac{3②}{5②}$.

Explica-

Digitized by Google

Explication du requis. Il faut trouuer vn rompu qui leur ſoit egal. *Conſtruction.* Ceſte conſtruction eſt ſemblable à celle du 7 probleme; On dira doncques, 5 ④ fois 2 ③, font 10 ⑦, auſquels aiouſtez les 3 ②, font 10 ⑦ + 3 ②, leſquels on mettera ſur vne ligne, & les 5 ④ ſoubz la ligne, en ceſte ſorte $\frac{10⑦+3②}{5④}$. Ie di que le meſme eſt le rompu requis, egal à l'entier & rompu donné. *Demonſtration.* La demonſtration eſt par diuiſion manifeſte; Car diuiſant 10 ⑦ + 3 ②, par 5 ④, donne quotient 2 ③ + $\frac{3②}{5④}$, comme deſſus; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique d'entier & rompu, nous auons trouué vn rompu qui leur eſt egal; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LVI.

ESTant donnez nombres algebraiques rompuz, aians inegaux nominateurs; les reduire en rompuz aians commun denominateur.

Explication du donné. Soient les rompuz donnez aians inegaux nominateurs tels $\frac{2①}{3②}$ & $\frac{4②}{5③}$. *Explication du requis.* Il les faut reduire en rompuz aians vn commun nominateur: c'eſt à dire qu'il faut trouuer deux autres rompuz egaux aux donnez, & aians egaux nominateurs. *Conſtruction.* Ceſte conſtruction eſt ſemblable à celle du 9 probleme. On diſpoſera doncques les donnez comme ci deſſoubs; Puis on dira 3 ② fois 4 ④, font 12 ⑥, les mettant ſur les $\frac{4②}{5③}$. Puis 5 ③ fois, 2 ① font 10 ④, les mettant ſur les $\frac{2①}{3②}$, Puis on multipliera 3 ②, par 5 ③, font 15 ⑤, leſquels on mettera deſſoubs. Et la diſpoſition des characteres de l'operation ſera telle:

Digitized by Google

$$\frac{10\textcircled{4}}{2\textcircled{1}\ 3\textcircled{2}} \times \frac{12\textcircled{6}}{4\textcircled{4}\ 5\textcircled{3}} \quad 15\textcircled{5}$$

Ie di que $\frac{10\textcircled{4}}{15\textcircled{5}}$ & $\frac{12\textcircled{6}}{15\textcircled{5}}$ sont les rompuz requis. *Demonstration.* Les rompuz auoit 15 ⑤ pour commun nominateur, est manifeste. Et les $\frac{10\textcircled{4}}{15\textcircled{5}}$ estre egales à $\frac{2\textcircled{1}}{3\textcircled{2}}$, apert en cela, que $\frac{2}{3\textcircled{2}}$ est premier rompu des $\frac{10\textcircled{4}}{15\textcircled{5}}$ aussi sont les mesmes $\frac{2}{3\textcircled{2}}$ premiet rompu de $\frac{2\textcircled{1}}{3\textcircled{2}}$ par le 54 probleme. Et semblablement se demonstrera que $\frac{12\textcircled{6}}{15\textcircled{5}}$ sont egales à les $\frac{4\textcircled{4}}{5\textcircled{3}}$ ce qu'il falloit demonstrer.

COROLLAIRE.

Il est manifeste par ce probleme, comment la raison donnée en nombres rompuz se conuertira en nombres entiers, car les rompuz donnez, sont en telle raison comme 10 ④ à 12 ⑥.

Conclusion. Estant doncques donnez nombres algebraiques rompuz aians inegaux nominateurs, nous les auons reduict en rompus aians commun nominateur; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres algebraiques rompuz.

PROBLEME LVII.

ESTant donné nombre algebraique rompu à multiplier, & multiplicateur: Trouuer leur produict.

Explication du donné. Soit donné le rompu à multiplier $\frac{3\textcircled{1}}{2\textcircled{3}}$ & multiplicateur $\frac{1\textcircled{2}}{3\textcircled{2}}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur produict. *Construction.* Ceste construction est semblable à celle du 12 probleme. On multipliera

Digitized by Google

multipliera doncques 3 ①, par 5 ②, font 15 ③; Puis 2 ③, par 3 ①, font 6 ④. Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

$$\frac{3\,①\,.\,5\,②\,.\,15\,③}{2\,③\,.\,3\,①\,.\,6\,④}$$

Ie di que $\frac{15\,③}{6\,④}$ est le produict requis; dont la demonstration sera semblable aux precedentes demonstrations des multiplications, ou bien par la diuision suiuante.

Nota. Et semblable sera aussi l'operation en multinomies rompuz; car il fauldroit alors multiplier les multinomies l'vn par l'autre, comme nous auons faict ici par les simples noms, desquels (à cause de brieueté & aussi que la chose est notoire) ne donnerons aucuns exemples. Et ceste note seruira aussi pour semblable auertissement aux trois problemes suiuans. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique rompu à multiplier, & multiplicateur; Nous auons trouué leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la diuision des nombres algebraiques rompuz.

PROBLEME LVIII.

Estant donné nombre algebraique rompu à diuiser, & diuiseur: Trouuer leur quotient.

Explication du donné. Soit donné le nombre à diuiser $\frac{2\,①}{5\,②}$ & diuiseur $\frac{2\,③}{6\,④}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quotient. *Construction.* Ceste construction est semblable à celle du 13 probleme: On multipliera doncques par croix, à sçauoir 6 ④, par 2 ①, font 12 ⑤; Puis 2 ②, par 5 ②, font 10 ④. Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

Digitized by Google

$\frac{2\,②}{6\,⊕} \times \frac{2\,①}{5\,②} \cdot \frac{12\,⑤}{10\,⊕}$

Ie di que $\frac{12⑤}{10⊕}$ est le quotient requis; Dont la demonstration sera semblable à celles des precedentes diuisions, ou bien par la multiplication precedente. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique rompu à diuiser, & diuiseur; Nous auons trouué leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des nombres algebraiques rompuz.

PROBLEME LIX.

ESTant donnez nombres algebraiques rompuz à aiouster: Trouuer leur somme.

Explication du donné. Soient donnez nombres algebraiques rompuz à aiouster tels $\frac{2①}{4⊕}$ & $\frac{2①}{5⑤}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur somme. *Construction.* Ceste construction sera semblable à celle du 10 probleme. On multipliera doncques 4 ⊕, par 2 ①, font 8 ⑤; Puis 2 ③, par 5 ⑤, font 10 ⑧; Puis aioustant 10 ⑧, & 8 ⑤, font 10 ⑧ + 8 ⑤; Puis on dira 4 ⊕, fois 5 ⑤, font 20 ⑨. Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

$\frac{2\,③}{4\,⊕} \times \frac{2\,①}{5\,⑤} \cdot \frac{8\,⑤}{10\,⑧} \cdot \frac{10\,⑧ + 8\,⑤}{20\,⑨}$

Ie di que $\frac{10⑧+8⑤}{20⑨}$ est la somme requise; Dont la demonstration sera semblable aux demonstrations des additions precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnez nombres

nombres algebraiques rompuz à aiouſter, Nous auons trouué leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des nombres algebraiques rompuz.

PROBLEME LX.

Estant donné nombre algebraique duquel on ſoubſtraict, & à ſoubſtraire: Trouuer leur reſte.

Explication du donné. Soit donné nombre duquel on ſoubſtraict $\frac{2\,②}{3\,①}$ & nombre à ſoubſtraire $\frac{4\,①}{2\,②}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur reſte. *Conſtruction.* Ceſte conſtruction ſera ſemblable à celle de 11 probleme. On multipliera doncques $2\,②$, par $9\,③$, faict $18\,⑤$; Puis $4\,①$, par $3\,⊕$, faict $12\,⑤$; Puis ſoubſtrahant $12\,⑤$; de $18\,⑤$; reſte $6\,⑤$; Puis on multipliera $2\,②$, par $3\,⊕$ faict $6\,⑥$. Et la diſpoſition des characteres de l'operation ſera telle:

$$\frac{4\,①}{2\,②} \times \frac{9\,③}{3\,⊕} \;\cdot\; \frac{18\,⑤}{12\,⑤} \;\cdot\; \frac{6\,⑤}{6\,⑥}$$

Ie di que $\frac{6\,⑤}{6\,⑥}$ eſt la reſte requiſe dont la demonſtration ſera ſemblable aux demonſtrations des ſoubſtractions precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique duquel on ſoubſtraict, & à ſoubſtraire, nous auons trouué leur reſte; ce qu'il falloit faire.

Digitized by Google

Troiſieſme diſtinction, des extractions de racines de nombres algebraiques.

PROBLEME LXI.

ESTant donné nombre algebraique : Trouuer ſa racine requiſe.

DE L'ORIGINE DE L'EXTRACTION DES RACINES DES NOMBRES *Algebraiques.*

L'origine de l'extraction des nombres algebraiques ſe collige par ſumption de leurs potences, deſquelles nous dirons diſtinctement de chaſchun en particulier. Au premier pour demonſtrer l'origine d'extraction de racine quarrée, qui ſoit ſimple nom, nous multiplierons quelque ſimple nom en ſoi, cõme 3 ①, ſon quarre ſera 9 ②, doncques 3 ①, ſont racine quarrée deſdictes 9 ②; Mais il appert que 9 eſt le quarré de 3 & que le denominateur ②, eſt double au denominateur ①, dont par le reuers ſe collige reigle telle:

REIGLE I.

POur extraire racine quarrée qui ſoit ſimple nom, il faut prendre la racine quarrée du nombre de multitude, lui applicant quantité, de laquelle le denominateur ſoit la moitie du denominateur donné.

Quant aux origines des extractions des racines quarrees

rees des multinomies, il faut premierement soigner, que les superieures quantitez tant donnees, que requises, soient tousiours mises deuant, comme nous obseruons le mesme par tout en nostre Arithmetique. Il faut aussi noter que 2 ⊕, est plus haute quantité que √4 ⑦ car le quarré de celle la, est 4 ⑧, & de ceste ci seulement 4 ⑦, & ainsi des autres semblables.

Or pour declairer l'origine de l'extraction de racine quarrée qui sera binomie, nous multiplierons quelque binomie en soi; comme 2 ② + 3 ①, son quarré sera trinomie tel: 4 ⊕ + 12 ③ + 9 ②; Doncques 2 ② + 3 ①, sont racine quarrée dudict trinomie: mais il appert que 4 ⊕, sont le quarré des 2 ②, & que 9 ②, sont le quarré des 3 ①, dont par le reuers se collige reigle telle:

Reigle II.

Pour extraire racine quarrée qui soit binomie, on prendra les racines quarrees des extremes.

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui sera trinomie, nous multiplierons quelque trinomie en soi, comme 2 ② + 3 ① + 4, son quarré sera quinomie tel: 4 ⊕ + 12 ③ + 25 ② + 24 ① + 16; Doncques 2 ② + 3 ① + 4, sont racine quarrée dudict quinomie; Mais il appert que 4 ⊕, sont le quarré des 2 ②, & que les 12 ③, sont le double du produict de 2 ② par 3 ①, & que 16 sont le quarré de 4; Dont par le reuers se collige reigle telle:

Digitized by Google

REIGLE III.

POur extraire racine quarrée qui ſoit trinomie, on prendra les racines quarrees des extremes, puis la moitie du quotient de la diuiſion du ſecond nom donné, par la racine quarrée du premier nom donné.

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée qui ſera quadrinomie, nous multiplierons quelque quadrinomie en ſoi comme 2 ③ + 3 ② + 4 ① + 5, ſon quarré ſera ſeptinomie tel 4 ⑥ + 12 ⑤ + 25 ④ + 44 ③ + 46 ② + 40 ① + 25; Doncques 2 ③ + 3 ② + 4 ① + 5, ſont racine quarrée dudict ſeptinomie; Mais il appert que les 4 ⑥ ſont le quarré des 2 ③, & que les 12 ⑤, ſont le double du produict de 2 ③, par 3 ②, & que 40 ①, ſont le double du produict de 4 ①, par 5, & que 25 ſont le quarré de 5; dont par le reuers ſe collige reigle telle:

REIGLE IIII.

POur extraire racine quarrée qui ſoit quadrinomie, on extraira les racines quarrées des extremes, puis on prendra la moitie du quotient de la diuiſion du ſecond nom donné, par la racine quarrée du premier nom donné, puis la moitie du quotient de la diuiſion du penultieſme nom donné, par la racine quarrée du dernier nom donné.

Et pour

Digitized by Google

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui sera quinomie, on multipliera quelque quinomie en soi, comme dessus, & se trouuera alors reigle telle:

Reigle v.

Pour extraire racine quarrée qui soit quinomie alors le premier, second, quatriesme, & cinquiesme nom de la racine requise, se trouuent comme le quadrinomie, de la quatriesme reigle, mais le troisiesme nom de la racine requise, se trouuera en soubstrahant de l'antepenultiesme nom donné, le quarré du quatriesme de la racine requise, & diuisant la moitie du resté par la racine du dernier nom donné.

Car le quotient sera le troisiesme nom du quinomie de la racine requise. La raison est, que l'antepenultiesme nom donné, se compose du double du produict, du troisiesme nom de la racine requise, par le dernier nom de la racine requise, auec le quarré du quatriesme nom de la racine requise. Et semblablement pourroit on proceder en infini pour reigles des extractions des racines quarrées quelconques. Nous viendrons donc aux racines cubiques.

Et premierement pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui soit simple nom, nous prendrons la potence cubique de quelque simple nom, comme de 3 ②, son cube est 27 ⑥. Doncques 3 ②, sont racine cubique des 27 ⑥; Mais il appert que 27 sont le cube de 3, & que le denominateur ⑥ est triple au denominateur ②; Dont par le reuers se collige reigle telle:

Reigle

REIGLE VI.

POur extraire racine cubique qui ſoit ſimple nom, il faut prendre la racine cubique du nombre de multitude, lui applicant quantité, de laquelle le denominateur ſoit le tiers du denominateur de la quantité donnée.

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui ſera binomie, nous prendrons la potence cubique de quelque binomie, comme de 5 ① + 2, ſon cube ſera quadrinomie tel, 125 ③ + 150 ② + 60 ① + 8; Doncques 5 ① + 2, ſont racine cubique dudict quadrinomie: Mais il appert que 125 ③, ſont le cube des 5 ①, & que 8 ſont le cube de 2; Dont par le reuers ſe collige reigle telle:

REIGLE VII.

POur extraire racine cubique qui ſoit binomie, on prendra les racines cubiques des extremes.

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui ſera trinomie, nous prendrons la potence cubique de quelque trinomie, comme de 3 ② + 2 ① + 4, ſon cube 27 ⑥ + 54 ⑤ + 144 ④ + 152 ③ + 192 ② + 96 ① + 64; Doncques 3 ② + 2 ① + 4 eſt racine cubique dudict ſeptinomie; Mais il appert que 27 ⑥, ſont le cube de 3 ②, & que 54 ⑤, ſont le triple du produict, du quarré des 3 ②, par les 2 ①, & que 64 ſont le cube de 4; Dont par le reuers ſe collige reigle telle:

REIGLE

Digitized by Google

Reigle viii.

Pour extraire racine cubique qui ſoit trinomie, on prendra les racines cubiques des extremes, puis le quotient de la diuiſion du tiers du ſecond nom donné, par le quarré de la racine cubique du premier nom donné.

Il eſt vrai que l'on pourroit faire des autres reigles que ceſte cy, mais elle eſt la plus briefue que pour l'heure ie voiois, & la collige ai des deux quantitez, deſquels ſe compoſe le ſecond nom donné, à ſçauoir touſiours en double raiſon, ce que ie vi proceder de theoreme tel:

Le double du produict du premier & ſecond nombre, multiplié par le premier, eſt double au quarré du premier, multiplié par le ſecond.

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique, qui ſera quadrinomie, nous prendrons la potence cubique de quelque quadrinomie, & ſe trouuera alors reigle telle:

Reigle ix.

Pour extraire racine cubique qui ſoit quadrinomie, alors le premier, ſecond, & dernier nom de la racine requiſe, ſe trouueront comme le trinomie de la huictieſme reigle; mais le troiſieſme nom de la racine, ſe trouuera tout ainſi par les deux derniers noms donnez, comme le

Digitized by Google

me le ſecond nom de la racine ſe trouua par les deux premiers noms donnez.

Et ainſi l'on pourroit proceder en infini pour la deſcription de ces reigles, mais eſtant ainſi les origines aſſes manifeſtes, nous viendrons aux exemples de noſtre probleme.

Exemple I. *de ſimple nom.*

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique ſimple 9 ②. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer ſa racine quarrée. ***Conſtruction.*** Si le ſimple nom donné, tient racine comme nous cherchons, elle ſera ſeulement ſimple nom, il nous faut doncques par la precedente 1 reigle, extraire racine quarrée qui ſoit ſimple nom, ainſi: On prendra la racine quarrée du 9, qui eſt 3 & la moitie du denominateur ② qui eſt ①, lequel appliqué à 3, font 3 ①, leſquelles ie di eſtre la racine requiſe.

Item de 8 ① la racine quarrée ſera ✓ 8 ✕ ②, &c.

Mais parce que toute quantité multipliée en ſoi, donne produit vne quantité, de laquelle le nominateur eſt nombre per, l'enſuit que denominateur imper, comme ① ou ③, ou ⑤, &c. n'aura autre ſolution, ſinon diſant que c'eſt racine d'autant: par exemple, racine quarrée de 9 ③, eſt ✓ 9 ③.

Multinomie aiant extreme quantité —, ne ſe ſolue que par racine quarrée d'autant. Item de binomie ne ſ'extraict autrement racine quarrée, ſinon en diſant que c'eſt racine d'autant; la raiſon eſt, qu'il n'y a aucunes quantitez, qui multipliées en eux, peuuent produire binomie, nous commencerons doncques au trinomie.

Exemple

Digitized by Google

Exemple 11. *de trinomie.*

Explication du donné. Soit donné trinomie algebraique 4 ⊕ + 12 ③ + 9 ②. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer ſa racine quarrée. ***Conſtruction.*** Si le trinomie donné tient racine comme nous cherchons, elle ſera ſeulement binomie: il fault doncques par la precedente 2 reigle, extraire racine quarrée, qui ſoit binomie, ainſi: On prendra des extremes quantitez données, les racines quarrées qui ſont 2 ② & 3 ①; Puis on verra ſi le quarré de 2 ② + 3 ①, eſt egal au trinomie donné; & ſe trouue qu'ouy; nous dirons doncques que 2 ② + 3 ①, eſt la racine requiſe; Mais quand ledict quarré eſt inegal au trinomie donné, alors ſe ſoluera par racine d'autant.

Item de 2 ② + 12 ① + 18, la racine ſera √ 2 ✕ ① + √ 18; car les multipliant en eux, donnent produict le trinomie donné.

NOTA.

L'on peut auſſi autrement que par la multiplication en eux, cognoiſtre ſi la ſomme des racines des extremes, eſt la racine requiſe, à ſçauoir par le produict des extremes noms donnez: car eſtant tel produict egal au quarré de la moitie du moien nom donné, alors le ſeront. Comme le produict des ſuſdictes 2 ②, par 18, faict 36 ②, auſſi faict 36 ②, le quarré de la moitie des 12 ① (dont la raiſon apparoiſt en multipliant vn binomie algebraique en ſoi) doncques ie concluz que la ſomme des racines des extremes, eſt le requis. Item de 4 ⊕ — 12 ③ + 9 ② la racine quarrée ſera autant 2 ② — 3 ① comme — 2 ② + 3 ①.

Exemple

Digitized by Google

Exemple III. de quadrinomie.

Explication du donné. Soit donné quadrinomie algebraique 64 ④ + 64 ③ — 8 ① + 1. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer ſa racine quarrée. ***Conſtruction.*** Si le quadrinomie donné, tient racine comme nous cherchons, elle ſera ſeulement trinomie; il faut doncques par la precedente troiſieſme reigle, extraire racine quarrée qui ſoit trinomie, ainſi: On extraira la racine quarrée de 64 ④ & ſera 8 ②

Puis ſe diuiſera le ſecond nom donné, 64 ③, par 8 ② premier en l'ordre, donne quotient 8 ① ſa moitie 4 ①

Racine quarrée du dernier nom donné 1

Puis il faut conſiderer ſi le ſecond, ou troiſieſme nom donné, eſt — (car tout quadrinomie aiant racine quarrée trinomie, aura neceſſairement ſecond ou troiſieſme nom —) & appert que ceſt le troiſieſme, nous dirons doncques que le premier & ſecond en l'ordre eſt —, & que le troiſieſme en l'ordre eſt +, à ſçauoir — 8 ② — 4 ① + 1. Ou autrement nous dirons que le premier & ſecond en l'ordre eſt +, & le troiſieſme en l'ordre —, à ſçauoir 8 ② + 4 ① — 1, & ſera autant l'vn trinomie, comme l'autre la racine requiſe.

Mais ſi le ſecond nom donné euſt eſté —, comme 64 ④ — 64 ③ + 8 ① + 1, nous dirons que le ſecond & troiſieſme en l'ordre eſt —, & le premier +, à ſçauoir 8 ② — 4 ① — 1. Ou autrement, que le ſecond & troiſieſme en l'ordre eſt +, & le premier —; à ſçauoir — 8 ② + 4 ① + 1, & ſera autant l'vn trinomie comme l'autre la racine requiſe.

Quant au quinomie, ſa racine quarrée peut eſtre ou trinomie,

Digitized by Google

trinomie, ou quadrinomie, ou quinomie, à sçauoir trinomie, si tous les noms fussent +, quadrinomie, ou quinomie, s'il y eust vn ou deux noms auec —, & si la racine fust quadrinomie, elle se pourra rencontrer (Il est vrai que l'operation, est selon la precedente 4 reigle, en toutes la mesme, mais au respect de la disposition du + ou —) en 12 differences: car quinomie donné comme + — + + + pourra auoir racines — + — —, ou + — — — —, ou + — + + —, ou — + + + +, toutes lesquelles differences nous pourrions descripre, mais celui qui entendra les antecedens, facilement verra l'infini progrés d'icelles: nous dirons doncques des racines cubiques.

Exemple 1111. *de simple nom.*

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique simple 27 ⑥. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer sa racine cubique. ***Construction.*** Si le simple nom donné, tient racine comme nous cherchons, elle sera seulement simple nom, il faut doncques par la precedente 6 reigle, extraire racine cubique qui soit simple nom, ainsi, On prendra la racine cubique de 27, qui est 3, & le tiers du denominateur ⑥, qui est ②, appliqué à 3, seront 3 ②, lesquelles ie di estre la racine requise.

Item de 6 ③, la racine cubique sera ✓ ③ 6 ✕ ①, &c.

Mais parce que toute potence cubique de quantité, tient son denominateur triple au denominateur de la quantité, s'ensuit que denominateur qui ne se mesure point par 3, comme ⑤, & ⑦, &c. n'aura autre solution, sinon disant, que cest racine d'autant. Par exemple racine cubique de 8 ⑤, est ✓ ③ 8 ⑤.

De binomie, & trinomie, ne s'extraict autrement

Digitized by Google

racine cubique, ſinon en diſant, que c'eſt racine d'autant, dont la raiſon eſt, qu'il n'y a aucunes quantitez, deſquelles les potences cubiques ſont binomie ou trinomie. Nous commencerons doncques au quadrinomie.

Exemple v. *de quadrinomie.*

Explication du donné. Soit donné quadrinomie algebraique 8 ③ + 36 ② + 54 ① + 27. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer ſa racine cubique. ***Conſtruction.*** Si le quadrinomie donné a racine comme nous cherchons, elle ſera ſeulement binomie, il faut doncques par la precedente 7 reigle, extraire racine cubique qui ſoit binomie, ainſi: On prendra des extremes noms donnez les racines cubiques, qui ſont 2 ①, & 3; puis on verra ſi le cube de 2 ① + 3, eſt egal au quadrinomie donné, & ſe trouue qu'ouy; Nous dirons doncques que 2 ① + 3, eſt la racine requiſe, mais quand ledict cube eſt inegal au quadrinomie donné, alors ſe ſoluera par racine d'autant.

Item quand les donnez ſont quadrinomie + — + — la racine cubique pourra eſtre + —, mais de quadrinomie — + — + pourra eſtre — +. Et ſemblablement pourra on proceder en infini par racines d'eſpeces quelconques.

Demonſtration.

La demonſtration eſt manifeſte en chaſcune conſtruction auant que nous affermames d'auoir trouué la racine requiſe. ***Concluſion.*** Eſtant doncques donné nombre algebraique, nous auons trouué ſa racine requiſe; ce qu'il falloit faire.

Quatrieſme

Quatrieſme diſtinction, des quatre numerations, des poſtpoſees quantitez.

De la multiplication des poſtpoſees quantitez.

PROBLEME LXII.

Estant donnée poſtpoſee quantité à multiplier, & multiplicateur: Trouuer leur produict.

Explication du donné. Soit donné nombre à multiplier 3 *ſec.* ① & multiplicateur 2 *ter.* ②. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur produict. *Conſtruction.* On multipliera 3 par 2, font 6, auſquels appliqué la *ſec.* ① ſeront 6 *ſec.* ①; puis on mettera M auec l'autre denominateur donné en ceſte ſorte 6 *ſec.* ① M *ter.* ②, qui (pour produit requis) ſignifie par la 28 definition 6 *ſec.* ① multipliees par 1 *ter.* ②. Ou autrement aiant multiplié 3 par 2, l'on peut au produicts 6 appliquer la *ter.* ②, & ſeront 6 *ter.* ②; Puis on mettera M auec l'autre denominateur de quantité, en ceſte ſorte: 6 *ter.* ② M *ſec.* ①, & ſera autant le produict requis, comme le premier. *Demonſtration.* Poſons que 1 *ſec.* ① valle 4, doncques 3 *ſec.* ①, nombre à multiplier vaudront 12; puis poſons que 1 *ter.* ② valle 5, doncques 2 *ter.* ②, multiplicateur vaudront 10, parquoi le produict du nombre à multiplier 12, par multiplicateur 10, faict 120, Mais le produict 6 *ſec.* ① M *ter.* ② vaut auſſi 120; Car par l'hypotheſe 1 *ſec.* ① vaut 4, parquoi le 6 *ſec.* ① vaudront 24, qui multipliez par 5, valeur de 1 *ter.* ②, faict comme deſſus 120. Ou autrement 6 *ter.* ②, vallent 30 (car 1 *ter.* ② vaut 5 par l'hypotheſe) qui multiplié

Digitized by Google

tiplié par 4, valeur de 1 *sec.* ①, faict aussi 1 20. Le mesme se prouuera de position de valeur quelconque; c'est doncques le vrai produict requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. De mesme sorte nous dirons que 2 *sec.* ①, multipliées par 3 ①, font 6 ① M *sec.* ①. Mais postposees quantitez d'vne mesme progression, comme toutes de seconde position, ou toutes de tierce position, se multiplient comme les precedentes de premiere position, comme 3 *sec.* ①, par 2 *sec.* ①, font 6 *sec.* ③, &c.

Mais si multinomie fust à multiplier, par multinomie, comme 4 *sec.* ② + 5 ①, par 3 *sec.* ② + 2 ①; On multipliera selon l'ordre vulgaire, comme demonstre ceste disposition de characteres de l'operation acheuée.

	4 *sec.* ② + 5 ①
	3 *sec.* ② + 2 ①
	+ 8 ① M *sec.* ② + 10 ②
12 *sec.* ④ + 15 ① M *sec.* ②	
12 *sec.* ④ + 23 ① M *sec.* ② + 10 ②	

Mais s'il y eust à multiplier par quantitez multipliees, ou diuisees; comme 2 ① + 4 *sec.* ③, par 2 ① M *sec.* ①, on les disposera en ordre comme dessoubs, disant 4 *sec.* ③ fois 2 ① *sec.* ②, font 8 ① M *sec.* ⑤ (car multipliant *sec.* ③ par *sec.* ② faict *sec.* ⑤) Puis 3 ② fois 2 ① *sec.* ②, faict 6 ③ *sec.* ②, & le produict requis & disposition de characteres sera comme ci dessoubs:

	2 ① *sec.* ②
	3 ② + 4 *sec.* ③
Produict 6 ③ M *sec.* ② + 8 ① M *sec.* ⑤	

Et pour

Digitized by Google

Et pour demonstrer que ledict produict est le vrai produict requis, posons pour 1 ① quelque valeur, comme 3, & pour 1 *sec.* ① posons 2, doncques le nombre à multiplier vaudra 24, & multiplicateur vaudra 59, leur produict est 1416; aussi vaut 1416 le produict de la solution.

Item 3 ① M *sec.* ②, par 3 ② M *ter.* ①, font 9 ③ M *sec.* ② M *ter.* ①, le mesme se prouue posant quelques valeurs des quantitez; par exemple 1 ① valoir 3, & 1 *sec.* ① valoir 2, & 1 *ter.* ① valoir 4: car nombre à multiplier vaudra 36, & multiplicateur 108, desquels le produict est 3888; aussi vault 3888 ledict produict: car 9 ③ vallent 243, qui multipliez par valeur de 1 *sec.* ②, qui est par 4, faict 972, qui multiplié par valeur de 1 *ter.* ①, qui est par 4, faict comme dessus 3888.

Item 2 ① D *sec.* ②, multipliées par 3 ② D *ter.* ③, donnent produict 6 ③ D *sec.* ② D *ter.* ③.

Item 3 ② + 2 *sec.* ③, multipliées par ② 1 D *sec.* ②, donnent produict 6 ③ D *sec.* ② + 4 ① D *sec.* ② M *sec.* ③, desquels les demonstrations sont semblables aux precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnée postposée quantité à multiplier, & multiplicateur; nous auons trouué leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la diuision des postposees quantitez.

PROBLEME LXIII.

Estant donnée postposée quantité à diuiser, & diuiseur: Trouuer leur quotient.

Explication du donné. Soit donné nombre à diuiser 6 *ter.* ③, & diuiseur 2 *sec.* ①. *Explication du requis.* Il faut

Digitized by Google

faut trouuer leur quotient. *Construction.* On diuisera le 6 par 2, donne quotient 3, auquel appliqué la *ter.* ③, seront 3 *ter.* ③, puis on mettera D auec l'autre denominateur donné, en ceſt ſorte: 3 *ter.* ③ D *ſec.* ①, qui (pour quotient requis) ſignifie par la 28 definition 3 *ter.* ③ diuiſees par 1 *ſec.* ①. *Demonſtration.* Poſons que 1 *ter.* ③ valle 2, doncques 6 *ter.* ③ à diuiſer vaudront 12, puis poſons que 1 *ſec.* ① valle ③, doncques 2 ſec ① diuiſeur vaudront 6, ergo le quotient de nombre à diuiſer 12, par diuiſeur 6, eſt 2; Mais le quotient de la ſolution ci deſſus vaut auſſi 2, car 1 *ter.* ③ (vaut par l'hypotheſe) 2, parquoi les 3 *ter.* ③, vallét 6, qui diuiſé par 3 valeur de 1 *ſec.* ①, donne quotient comme deſſus 2. Le meſme ſe prouuera par poſition de valeur quelconque, c'eſt doncques le vrai produict requis, ce quil falloit demonſtrer.

NOTA. Poſtpoſees quantitez d'vne meſme progreſſion, ſe diuiſent comme les precedentes premierement poſees, comme 8 *ter.* ④, diuiſees par 4 *ter.* ① donnent quotient 2 *ter.* ②, &c.

Item diuiſant 6 ③ M *ſec.* ①, par 1 ① M *ter.* ③, donnent quotient 3 ② M *ſec.* ① D *ter.* ②.

Item diuiſant 6 ③ D *ſec.* ①, par 2 ① D *ter.* ②, donne quotient 3 ② D *ſec.* ① M *ter.* ②.

Item diuiſant 6 ③ D *ſec.* ①, par 2 ① M *ter.* ②, donne quotient 3 ② D *ſec.* ① D *ter.* ②.

Item diuiſant 6 ③ M *ſec.* ①, par 2 ① D *ter.* ②, donne quotient 3 ② M *ſec.* ① M *ter.* ②. Deſquelles les demonſtrations ſeront ſemblables à les precedentes. Nous pourrions de ces diuiſions donner autres exemples plus difficiles, mais celui qui entendra bien les precedens, facilement procedera plus auant. *Concluſion.*

Eſtant

Digitized by Google

Estant doncques donnée postposée quantité à diuiser, & diuiseur, nous auons trouué leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition dès postposees quantitez.

PROBLEME LXIIII.

Estant donnees postposees quantitez à aiouster: Trouuer leur somme.

Explication du donné. Soient donnees postposees quantitez à aiouster 2 *sec.*① & 3 *ter.*①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur somme. *Construction.* On les aiouſtera par +, disant que c'est 2 *sec.* ① + 3 *ter.* ①; dont la demonstration est manifeste.

Quant au + & — qui se rencontrent en additions des multinomies, on ensuiuera les reigles des additions precedentes, mais quantitez d'vne mesme progression, s'adioustent comme les premierement posees; par exemple 3 *sec.*③, auec 5 *sec.*③, font 8 *sec.*③, &c. Et semblable auertissement seruira au probleme suiuant. *Conclusion.* Estant doncquez donnees postposees quantitez à aiouster, nous auons trouué leur somme, ce qu'il falloit faire.

De la soubstraction des postposees quantitez.

PROBLEME LXV.

Estant donnée postposee quantité de laquelle on soubstraict, & à soubstraire: Trouuer leur reste.

Explication du donné. Soit donné postposée quantité

Digitized by Google

de laquelle on ſoubſtraict ④ *ter.* ①, & à ſoubſtraire 2 *ſec.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur reſte. *Conſtruction.* On les ſoubſtraira par —, diſant que c'eſt 4 *ter.* ① — 2 *ſec.* ①; dont la demõſtration eſt manifeſte. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée poſtpoſée quantité de laquelle on ſoubſtraict & à ſoubſtraire, Nous auons trouué leur reſte; ce quil falloit faire.

Cincquieſme diſtinction, de la reigle de trois des quantitez.

VEV que les nombres Arithmetiques, & radicaux, à la precedẽte 1e. & 2e. partie de ce ſecond liure, ont eu apres leurs computations rationelles, auſſi leurs cõputations proportionelles; Senſuit (ſelon qu'il a eſté promis en l'argument) qu'en ceſte troiſieſme partie, apres les precedentes computations rationelles des quantitez, il nous faut auſſi deſcripre leurs computations proportionelles, & premierement leur reigle de trois. Mais auant que d'y venir nous annoterons quelques articles neceſſaires, deſquels le premier eſt tel:

LA RAISON POVRQVOI NOVS APPELLONS REIGLE DE *trois, ou inuention de quatrieſme proportionel des quantitez; ce que vulgairement ſe dict equation des quantitez.*

VEV que les noms conuenables, ſont en les ſciences de grande importance, & principalement es difficiles, ce n'eſt point a tort, que nous les choiſiſſons, au lieu

Digitized by Google

au lieu des inconuenables: ce qui sera ici, de l'inuention de quatriesme proportionel des quantitez, qui se dict vulgairement equation; Nous le nommons ainsi, parce qu'il est plus commode à la doctrine; Car puis qu'il y a tousiours donnez trois termes, ausquels on cherche vn quatriesme proportionel (comme apparoistra en son lieu) pourquoi ne s'appelleroit ceci pas aussi bien inuention de quatriesme proportionel, comme en tous autres? Quant à ce que l'on me dira, que c'est aussi equation, certes ie le concede, & non pas seulement en quantitez algebraiques, mais en tous autres. Par exemple 6 aulnes coustent 4 ℔, combien 3 aulnes? l'on trouue son quatriesme proportionel 2 ℔, ce qui est aussi equation, car on egale à la valeur des 3 aulnes, la valeur de 2 ℔: toutesfois il n'est point en vse, de le nommer equation; mais on l'appelle (& à bon droict, puis qu'il est plus propre) inuention de quatriesme proportionel: Et pour la mesme raison le nommons nous ici ainsi, à fin que le grand mistere de proportion en quantitez, ensemble les causes des choses, soient plus faciles & notoires, que oncques au parauant. Car ce mot d'equation à faict penser aux apprentifs, que c'estoit quelque matiere singuliere, laquelle toutesfois est commune en la vulgaire arithmetique, car nous cherchons à trois termes donnez, vn quatriesme proportionel. Mais comme cela qu'ils nomment equation, ne consiste point en egaleté des quantitez absolues, ains en egaleté de leurs valeurs; Ainsi consiste ceste proportion en la valeur des quantitez, comme le semblable est vulgaire, aux communes choses corporelles. Par exemple vn beuf vaut 2 moutõs auec 8 ℔, ergo 1 mouton vaut 4 ℔, lesquels sont quatre termes pro-

Digitized by Google

portionaux, non pas selon la quantité, en respect de laquelle, le produict des extremes, n'est point egal au produict des moiens, mais selon la valeur: car comme 16 ℔ valeur du beuf, a 16 ℔ valeur de 2 moutons auec 8 ℔, ainsi 4 ℔ valeur de 1 mouton, a 4 ℔ valeur du quatriesme terme, lesquels termes proportionels, nous metterons en ordre, pour plus grande euidence, en ceste sorte:

1 beuf.	2 moutons + 8 ℔.	1 mouton.	4 ℔
16 ℔.	16 ℔.	4 ℔.	4 ℔

Le mesme s'entend aussi des quantitez: car quand nous disons, 1 ② est egale, ou vaut 2 ① + 8, ergo 1 ① vaut 4, ce sont quatre termes proportionaux; mais au respect de leurs valeurs, desquelles le produict des extremes, est seulement egal au produict des moiens. Leur disposition conforme à la precedente est telle:

1 ②.	2 ① + 8.	1 ①.	4.
16.	16.	4.	4.

DES TROIS TERMES DONNEZ, AVSQVELS POVR LE *temps present, on scait legitimement trouuer vn quatriesme proportionel.*

COMME tous problemes en la geometrie, ne sont encore inuentez; Car l'on y desire la quadrature du circle, aussi l'inuention de deux lignes moiennes proportionelles entre deux lignes donnees, &c. lesquelles toutesfois nous sentons par la raison, se pouuoir trouuer.

Digitized by Google

trouuer: Ainſi nous auient le ſemblable en l'Arithmetique à l'inuention du quatrieſme terme proportionel des quantitez; Car quand le premier & ſecond, ſont compoſez de ces cincq quantitez ⊕ ③ ② ① ⊙, ou de partie d'icelles, ou de leurs deriuatifs, ou qu'il nous ſoit poſſible de conuertir les donnez à telles eſpeces, par la reduction (laquelle reduction ſe declairera ci deſſoubs) alors l'on en peut trouuer (ſoit le troiſieſme terme de quantitez quelconque) le quatrieſme proportionel: excepté quelque difficulté qui ſe rencontre aucunefois en ③ egale a ① + ⊙, comme nous en dirons plus amplement, à la fin de la premiere difference du 69 probleme. De tous les autres n'eſt pour l'heure (combien qu'il eſt poſſible) trouuée legitime generale reigle. Les differences qui ſe rencontrent deſdictes cinc quantitez (deſquelles nous deſcriprons onze problemes) ſont telles:

①	⊙	
②	① ⊙	
③	① ⊙	
③	② ⊙	
③	② ① ⊙	
⊕	① ⊙	Egale a
⊕	② ① ⊙	
⊕	③ ⊙	
⊕	③ ① ⊙	
⊕	③ ② ⊙	
⊕	③ ② ① ⊙	

Il eſt vrai qu'il y auroit des differences beaucoup d'auantaige, prenant ② egale à ⊙, pour vne & ⊕ egale à ② ⊙, pour autre, &c. Mais veu que ceci ſont deriuatifs des autres par la 27 definition, deſquels l'operation ſera ſemblable à celle de leurs primitifs nous les comprendrons tous ſoubs vn probleme, qui ſera le 78. Et apres le meſme, ſuiueront encore deux problemes, de l'inention de quatrieſme terme proportionel des poſtpoſées quantitez.

Des

Digitized by Google

DES INVENTEVRS DE CES REIGLES DE TROIS DES QVANTITEZ.

LES inuenteurs de ces reigles de trois des quantitez ont esté.

Mahomet filz de Mose Arabien de { ① egale à ⓪. Leurs deriuatifs. ② egale à ① ⓪.

Et quelque autheur incognu Leurs deriuatifs.

Quelque autre autheur incognu { ③ egale à ① ⓪. ③ egale à ② ⓪.

Louys de Ferrare ④ ega. à ③ ② ① ⓪.

Quant à Diophante, il semble qu'en son temps les inuentions de Mahomet aient seulement esté cognues, comme se peult colliger de ses six premiers liures; Il est vrai qu'il solue de merueilleuses questions, comme nous declarerons en son lieu, mais il conduict communement ses operations par vne admirable subtilité, ainsi, que le premier & second terme, deuiennent ① egale à ⓪, ou leurs deriuatifs, & aucunefois, mais rarement, a ② egale a ① ⓪.

Les deriuatifs de ② egale a ① ⓪, inuentez par le susdict premier autheur incognu, sont descripts par Lucas Pacciolo.

Quant aux inuentions du second autheur incognu, Cardane se dict les auoir trouué par escript; mais qu'elles n'estoient point diuulgees; Aussi que Scipio Ferreus de Boloigne, aie trouué la premiere sorte, qui est de ③ egale a ① ⓪; Auquel suiuoit Nicolas Tartalia

Digitized by Google

talia Breſſian, mais par occaſion de quelque diſpute qu'il euſt de ceſte matiere, auec Antonio Maria Florido Venetien, diſciple dudict Scipio, en laquelle il diſcouura quelque choſe, par laquelle Nicolas le coniectura, & trouua; Lequel apres beaucoup de prieres de Cardane: le lui à declairé, ce que luy Cardane eſtoit fondement, par lequel il eſt venu au bout de pluſieurs demonſtrations geometriques, de ③ egale à ②·①·◎, & leurs dependances, dont il à deſcript vn liure intitulé *Ars magna*.

Mais l'inuention de Louys de Ferrare eſt n'agueres diuulguée en langue Italienne par Raphael Bombelle grand Arithmeticien de noſtre temps.

DE LA REDVCTION.

AVANT que venir à ces problemes de la reigle de trois des quantitez, il nous faut conſiderer, que ſouuentesfois leſdicts premier & ſecond, ou egaux termes donnez, ne ſemblent au premier regard point de ceux dont nous auons dict ci deſſus, à ſçauoir deſquels on ſçait trouuer le quatrieſme proportionel; toutesfois eſtant reduicts, on trouuera qu'ils le ſeront. Il nous faut doncques declairer apertement ceſte reduction. & pour l'expliquer premierement par quelque exemple vulgaire; Poſons le cas qu'il y a propoſéz trois termes deſquels on requiert le quatrieſme proportionel, tels: *8 aulnes de drap, plus 2 liures de poiure, moins 3 liures de canelle, vallent 2 liures de poiure, plus 24 eſcuz., moins 3 liures de canelle, combien vaudront 2 aulnes de drap?* Or par ce que le premier & ſecond terme, ont des aioincts de plus & moins, il y a propoſé quelque queſtion, qui ſemble

Digitized by Google

semble confuse, car de multiplier le troisiesme par le second, & diuiser le produict par le premier, comme ilz sont proposez (pour en trouuer le quatriesme proportionel) ce seroit chose tresfacheuse, & obscure, parquoi il faut remedier à ce plus & moins (lequel remede l'appelle ici reduction) en ceste sorte: Puis que le premier & second terme donnez, sont par l'hypothese d'egale valeur, s'ensuit que si d'vn & d'aultre costé, nous aioustons, & soubstrahons, choses egales; que sommes & restes seront egales, lesquelles nous seruent au lieu des premiers donnez (comme le semblable est chose vulgaire en autres computations communes. Par exemple si l'on dict, 4 aulnes vallent 6 ℔, cõbien 5 aulnes? ou autremẽt 2 aulnes vallent 3 ℔, cõbien 5 aulnes? l'vn & l'autre dõne vn mesme quatriesme) Soubstrahons doncques de chascun terme, à sçauoir du premier & second 2 liures de poiure, & demeurerõt 8 aul. de drap, moins 3 liures de canelle; equiuallãs à 24 escuz, moins 3 liures de canelle: Puis aioustons (par ce qu'il y a moins) à chascun desdicts termes 3 liures de canelle, & la somme de l'vn sera 8 aulnes de drap, & de l'autre 24 escuz, lesquels seront autrefois d'egale valeur & ceci sont les termes reduicts, par lesquels on pourra facilement venir au requis; Car disant 8 aulnes de drap vallent 24 escuz, combien 2 aulnes? le requis sera par vulgaire solution 6 escuz. Tout de mesme sorte faut il entendre, qu'en la reigle de trois des quantitez (pour le plus & moins & autres semblables occurrences qui se rencontrent en icelle) est aucunefois necessaire telle reduction, aucunefois n'est il pas besoing, comme apparoistra en son lieu par les exemples. Et l'appelle ceci reduction, parce qu'on reduict les termes donnez, en autres

Digitized by Google

autres termes, qui ſont de maieure ou moindre valeur, que les premiers, combien qu'ilz demeurent entre eux en la meſme egale raiſon.

Or aiant declairé quelle choſe eſt reduction, nous viendrons à la pratique de reduire, & la comprendrons en 10 reigles, deſquelles la premiere eſt telle:

REIGLE 1.

SI les deux termes egaux donnez n'euſſent pas l'inferieure quantité ⊙, on poſera qu'il le ſoit, delaiſſant ſon ſigne de plus haulte quantité, & chaſcune des autres quantitez, deſcendra par egale diſtance.

EXPLICATION.

Soient trouuez 2 ⊕, egales à 6 ③, Or les 6 ③, ſont d'inferieure quantité, il faut doncques delaiſſer le ſigne de quantite, & au lieu de 6 ③ poſer ſeulement 6, mais les 2 ⊕ eſtoient vn degré plus haut que les 6 ③, il faudra doncques au lieu de 2 ⊕, prendre 2 ①, qui ſont d'vn degre plus haut que 6 ⊙; Car ainſi (comme veult la reigle) ils deſcendront tous par egale diſtance, à ſçauoir & l'vne & l'autre quantité par trois degrez. De ſorte que au lieu de 2 ⊕, egales 6 ③ nous dirons pour termes reduictes 2 ①, egales à 6.

Et de meſme ſorte ſ'entendra, que 5 ⑥, egales à 8 ②, ſeront reduictes 5 ⊕ egales a 8.

Item 1 ⑦ egale à 3 ⑥ + 4 ⑤, ſeront reduictes, 1 ② egale à 3 ① + 4.

Item 1 ⑨ egale à 3 ⑥ + 5 ③, ſeront reduictes, 1 ⑥ egale à 3 ③ + 5. Et ainſi de tous autres ſemblables.

REIGLE

Digitized by Google

REIGLE II.

POur reduire le nombre de multitude de la ſuperieure quantité en vnité, on diuiſera par lui toutes les quantitez propoſées.

EXPLICATION.

Soient 3 ③, egales à 9 ② + 12; Or parce que le nombre de la ſuperieure quantité n'eſt pas 1 (car il eſt 3) on diuiſera toutes les quantitez par 3, & alors 1 ③ ſera egale à 3 ② + 4. Et de meſme ſorte, $\frac{1}{3}$ ② egale à 2 ① + 3, & diuiſée chaſcune quantité par $\frac{1}{3}$ ſera reduict, 1 ② egale à 6 ① + 9.

REIGLE III.

SI les deux termes egaux euſſent quantitez de meſme hauteur, on les oſtera toutes deux, ou l'vne, par le moien d'egale addition, ou d'egale ſoubſtraction.

EXPLICATION.

Soient 3 ② + 4 egales à 2 ① + 4; Or parce qu'en l'vn & l'autre terme, il y a des quantitez d'egale hauteur, à ſçauoir 4 en l'vn & 4 en l'autre, qui ſont toutes deux ⓪, on ſoubſtraira d'vn & d'autre coſté 4, & reſteront 3 ② egales à 2 ①. Et de meſme ſorte quand 3 ② — 4, ſont egales a 2 ② — 4, on aiouſtera à chaſcune partie 4, & les ſommes à ſçauoir 3 ② & 2 ① ſeront egales.

Item eſtant 4 ③ + 7 ①, egales à 2 ② + 3 ①, on ſoubſtraira d'vn & d'autre coſté 3 ①, & reſteront 4 ③ + 4 ①, egales à 2 ②.

Item

Item estant 4 ③ — 7 ①, egales à 2 ② — 3 ①, on aiouſtera à chaſcun terme 3 ①, & 4 ③ — 4 ① ſeront egales à 2 ②. Ou autrement, on aiouſtera à chaſcun terme 7 ①, & 4 ③ ſeront egales à 2 ② + 4 ①.

Item estant 4 ③ — 7 ①, egales à 2 ② + 3 ①, on aiouſtera à chaſcune partie 7 ①, & 4 ③ ſeront egales à 2 ② + 10 ①. Ou autrement, on ſoubſtraira de chaſcune partie 3 ① & 4 ③ — 10 ① ſeront egales à 2 ②.

Item eſtant *N bino.* 27 ② + 8 ①, egale à 3 + *N bino.* 3 ② + 2 ①, on ſoubſtraira par le 43 probleme de chaſcune partie *N bino.* 3 ② + 2 ①, & reſtera *N bino.* 12 ② + 8 ①, egale à 3, & par la 6 reigle 12 ② + 8 ① ſeront egales à 9.

Item eſtant 5 ③ + 7 ② — 4 ① + 2, egales à 4 ④ — 4 ③ + 2 ② + 3 ① + 2.

On aiouſtera à chaſcune partie 4 ③ (parce qu'a chaſcune partie y a des ③) & ſeront,

9 ③ + 7 ② — 4 ① + 2, egales à 4 ④ + 2 ② + 3 ① + 2.

Puis on ſoubſtraira de chaſcune partie 2 ②, & ſeront

9 ③ + 5 ② — 4 ① + 2, egales à 4 ④ + 3 ① + 2.

Puis on aiouſtera à chaſcune partie 4 ④ & ſeront

9 ③ + 5 ② + 2, egales à 4 ④ + 7 ① + 2.

Puis on ſoubſtraira de chaſcune partie 2, & ſeront

9 ③ + 5 ②, egales à 4 ④ + 7 ①.

La reſte qui leur eſt neceſſaire, pour eſtre finalement reduictes, à ſçauoir que le ſuperieur nom doibt eſtre mis ſeul, ſera demonſtré à la 4 reigle ſuiuante.

Reigle iiii.

Si la ſuperieure quantité ne fuſt pas ſeule, on la mettera ſeule & premiere, par la prece-

Digitized by Google

dente 3^e reigle, & les ſuperieures quantitez ſuiuantes par ordre touſiours deuant.

EXPLICATION.

Comme à la fin de la precedente explication, ſe trouua 9 ③ + 5 ②, egale à 4 ④ + 7 ①, mais la ſuperieure quantité, à ſçauoir 4 ④, ne ſe trouue point ſeule, ny deuant ny les autres en ordre, il faut doncques ſoubſtraire de chaſcune partie 7 ①, & reſteront 4 ④ egales (mettant la ſuperieure quantité ③ deuant, puis ②, puis ①) a 9 ③ + 5 ② — 7 ①, deſquelles (les conuertiſſant par la 1 reigle en 4 ③, egales a 9 ② + 5 ① — 7; Et par la 2 reigle en 1 ③, egale a $\frac{9}{4}$ ② + $\frac{5}{4}$ ① — $\frac{7}{4}$) on pourra trouuer le quatrieſme terme proportionel, par le 71 probleme.

REIGLE V.

SI aux egaux termes, il y euſt fraction algebraique, on les conuertira en termes de quantitez entieres.

EXPLICATION.

Soient $\frac{3①}{4②}$, egales a 2, on les conuertira en nombres entiers de la meſme raiſon par le corollaire du 56 probleme qui ſeront 8 ②, egales a 3 ①.

Et de meſme ſorte nous dirons que $\frac{4②}{5②+6}$, egales a $\frac{2}{3}$, ſeront conuertiz par ceſte reigle, 10 ② + 12, egales a 12 ①.

Item $\frac{2①}{3②+5}$, egales a $2\frac{4}{5}$ ①, ſeront conuertiz par ceſte reigle, 10 ②, egales a 12 ③ + 20 ①; & ainſi des autres ſemblables.

REIGLE

Reigle vi.

Si l'vn des termes egaux fust racine, on peut comparer à la potence du mesme, semblable potence de l'autre terme.

Explication.

Soient 3 ① egales a ✓ 2: Parce doncques que l'vn terme est racine quarrée, on peut comparer (combien qu'en ceste & semblables exemples il n'est point necessaire comme apparoistra en son lieu) la potence quarrée de 3 ①, qui est 9 ②, à la potence quarrée de ✓ 2, qui est 2, de sorte que pour reduction acheuée, 9 ② seront egales à 2.

Item estant 1 ① + 3, egales a ✓ *bino*. 11 + ✓ 3, l'on pourra dire, que la potence quarrée de l'vn 1 ② + 6 ① + 9, est egale à la potence quarrée de l'autre, qui est 11 + ✓ 3.

Ou autrement sans ceste reigle, soubstraire 3 de chascun terme donné, & restera 1 ①, egale a — 3 + ✓ *bino*. 11 + ✓ 3.

Item estant 2 ①, egales a ✓ *bino*. 3 ③ + 4 ①, on dira que la potence quarrée de 2 ①, qui est 4 ②, est egale à la potence quarrée de l'autre qui est 3 ③ + 4 ①; Et semblablement procedera on aux autres.

Mais si 2 ③ + ✓ 3 ②, fussent egales à 5 ②, la vulgaire maniere est de mettre la ✓ 3 ② seule, soubstrahant de chascun terme 2 ③, & demeureront ✓ 3 ② egales a — 2 ③ + 5 ②; Puis de prendre le quarré de l'vne & l'autre partie, & seront 3 ②, egales à 4 ⑥ — 20 ⑤ + 25 ④, qui reduicts par les precedentes reigles (à sçauoir mettant la superieure quantité seule, par la 4

Digitized by Google

reigle, & les rabaiſſant ainſi que l'inferieure quantité ſoit ⓪, par la 1 reigle, & reduiſant le nombre de multitude du ſuperieur nom en vnité, par la 2 reigle) ſera finalement 1 ⊕ egale à $5\ ③ - \frac{25}{4}\ ② + \frac{3}{4}$.

Mais ſur ceſte & ſemblables queſtions, nous auons veu autre maniere de reduction plus briefue, & commode, par laquelle nous pourrons rendre les termes reduicts tels, qu'on en pourra trouuer ſon quatrieſme proportionel, qui ſouuentesfois ſeroit impoſſible par la maniere comme deſſus; nous declarerons la meſme en reigle telle.

REIGLE VII.

QVand quelque racine de quantitez contient nominateur de quantité entier, on en extraira ſa racine.

EXPLICATION.

Soient (comme au dernier exemple ci deſſus) $2\ ③ + \sqrt{}\ 3\ ②$ egales à $5\ ②$. Or parce que il y a vne racine, à ſçauoir $\sqrt{}\ 3\ ②$, conforme à ceſte reigle (car la racine quarrée de ② eſt ①, qui à nominateur entier, & de meſme ſorte dirons que $\sqrt{}\ ③\ 6\ ③$; Item $\sqrt{}\ 5$ ⊕. Item $\sqrt{}\ ③\ 2\ ⓪$, &c. ſont des racines de la qualité requiſe en ceſte reigle; Mais racines comme $\sqrt{}\ ③\ 3\ ②$, ne les ſont pas, parce que la racine cubique de ② obtient nominateur rompu, à ſçauoir $\frac{2}{3}$ en circle, on extraira la racine des 3 ②, qui eſt par le 61 probleme, $\sqrt{}\ 3 \times ①$, lequel nous metterons au lieu de $\sqrt{}\ 3$ ②, & $2\ ③ + \sqrt{}\ 3 \times ①$, ſeront egales à $5\ ②$, leſquels autrefois reduicts par les precedens, $2\ ②$ ſeront egales à $5\ ① - \sqrt{}\ 3$, qui ſont beaucoup plus commodes pour en trouuer

Digitized by Google

en trouuer le quatrieſme terme proportionel, que par la reduction de lautre maniere ci deſſus; la ou ie trouuois 1 ⊕, egale à 5 ③ — $\frac{25}{4}$ ② + $\frac{3}{4}$.

Mais ſi de ceci on en vouluſt prendre quelque facile preuue, l'on ſe pourroit propoſer 2 ③ + √ 9 ②, egales à 7 ② (qui eſt autant à dire, veu que √ 9 ②, ſont 3 ①, comme 2 ③ + 3 ①, egales à 7 ②) deſquels il eſt notoire par le 68 probleme, que le quatrieſme terme proportionel (reduiſant les donnez, & poſant pour le troiſieſme 1 ①) ſera 3; Et ſuiuant l'operation comme deſſus à la 6 reigle ſe trouuera à la fin 1 ⊕, egale à 7 ③ — 12 $\frac{1}{4}$ ② + $\frac{2}{4}$, deſquels il appert par le 76 probleme que 3 comme deſſus, eſt auſſi leur quatrieſme terme proportionel; Ce que nous voulions ainſi prouuer.

Et celui qui aura bien entendu les choſes ſuſdictes, facilement entendra, qu'eſtant 2 ③ + √ 12 ② egales a 8 ①, qu'alors reduictes 1 ②, ſera egale à 4 — √ 3.

Item eſtant 2 ② egales a √ ⑤ 2 ⑤ — √ ⊕ 3 ⊕ + √ ③ 6 ③ + √ 6 ② — 2 ①, qu'alors 2 ①, ſeront egales a √ ⑤ 2 — √ ⊕ 3 + √ ③ 6 + √ 6 — 2, deſquels on peut facilement trouuer le quatrieſme terme, proportionel, car (poſant le troiſieſme terme 1 ①) ſera par le 67 probleme.

$$\frac{\sqrt{⑤}\,2 - \sqrt{⊕}\,3 + \sqrt{③}\,6 + \sqrt{6} - 2}{2}$$

De ſorte que par ceſte reduction (laquelle n'a eſté animaduertie par ci deuant, que ie ſache) l'on pourra ſoluer queſtions, que ſans la meſme on n'a ſceu acheuer, non ſeulement de termes, auſquels ſe rencontre binomie, trinomie, quadrinomie algebraique, mais (ſe rencontrans en telle ſorte) de millenomies.

Digitized by Google

REIGLE VIII.

ON peut abbreger les termes egaux, par extraction de racine de chasque terme.

EXPLICATION.

Quand l'vn & l'autre des termes egaux, tient racine qui soit de moindre multitude de quantitez, on peut extraire telles racines & seront egales. Mais il faut bien noter ces motz *de moindre multitude de quantitez*; Car par exemple, 2 ③ + 5 ① est binomie, qui a racine ✓ *bino.* 2 ③ + 5 ①; mais elle n'est pas de moindre multitude de quantitez que sa potence, doncques telle racine ne nous duict point à ce propos, mais celles qui s'ensuiuent:

Soient 16 ④ + 24 ③ + 9 ② egales à 25. On extraira racine quarrée du premier terme, laquelle par le 2 exemple du 61 probleme se trouue de 4 ② + 3 ①. Et semblable racine, s'extraira de 25, qui est 5, & les termes reduicts par ceste reigle seront 4 ② + 3 ①, egales à 5.

Item soient 27 ⑨ + 54 ⑦ + 36 ⑤ + 8 ③ egales a 125. ⑥ + 150 ⑤ + 200 ④ — 216 ③; On extraira s'il est possible, racine cubique seruante à nostre propos (car la quarrée n'y est point) du premier terme, & sera par le 5 exemple du 61 probleme 3 ③ + 2 ①: Semblablement on extraira racine cubique de l'autre terme, & sera 5 ② — 6 ①, Doncques 3 ③ + 2 ①, seront egales à 5 ② + 6 ①, lesquels autrefois reduicts par les precedens (à sçauoir mettant la superieure quantité seule, & les rabaissant ainsi que l'inferieure soit ⊙, & reduisant le nõbre de multitude de la superieure à vnité. par la 2 reigle) finalemẽt 1 ② sera egale à $\frac{1}{3}$ ① — $\frac{8}{3}$.

REIGLE

Reigle ix.

Si tous les nombres de multitude des quantitez des deux termes egaux euſſent commune meſure, on les peut conuertir par la meſme en moindres nombres.

Explication.

Soient 20 ③, egales à 60 ①: Or parce que la plus grande commune meſure des nombres eſt 20, on pourra diuiſer & l'vne & l'autre partie par 20, & ſe trouuera 1 ③, egale à 3 ①. Et de meſme ſorte eſtant 200 ②, egales à 300 ① + 400; parce que leur plus grande commune meſure eſt 100, on peut diuiſer toutes les quantitez par 100, & demeureront 2 ②, egales à 3 ① + 4. Ceci ce faict aucunefois, à fin que les operations algebraiques ſeroient par moindres nombres plus faciles.

Reigle x.

Si les deux termes egaux, euſſent commune meſure algebraique, on les peut conuertir par la meſme, en moindre multitude de quantitez.

Explication.

Soient 8 ⑤ + 6 ③, egales a 12 ④ + 20 ③ + 9 ② + 15 ①; On verra ſ'ilz ont commune meſure par le 53 probleme, & ſe trouue qu'ouy, & que la maieure eſt 4 ③ + 3 ①, on diuiſera doncques & l'vn & l'autre terme par 4 ③ + 3 ①, & l'on aura 2 ②, egales a 3 ① + 5.

Digitized by Google

NOTA.

Les reductions (qui ſont en l'algebre choſe de grande conſequence) ſe pourroient encore rencontrer, en beaucoup d'autres ſortes, qui ſont impoſſibles de ſe pouuoir par menu toutes deſcripre: mais ie m'eſtime auoir ici declairé les principales, & à la choſe plus neceſſaires, par leſquelles celuy les entendant, pourra facilement paruenir, à l'inuention de pluſieurs autres, Quant aux reductions comme

② egale a ① ◎ en ① egale a ◎
③ egale a ② ◎
③ egale a ② ① ◎ } en ③ egale a ① ◎

⊕ egale a ① ◎
⊕ egale a ② ① ◎
⊕ egale a ③ ◎
⊕ egale a ③ ① ◎
⊕ egale a ③ ② ◎
⊕ egale a ③ ② ① ◎ } en ② egale a ① ◎

Leur lieu ne ſera pas ici, parce que icelles reductions ſont les origines de leurs problemes, & ſont appliquées chaſcun au ſien.

Eſtant doncques ainſi acheuée la reduction, il faut maintenant venir à la proportion des nombres algebraiques, en laquelle ne propoſerons autres termes egaux (qui ſont le premier & ſecond) que ceux, qui ſont reduicts, par les reigles precedentes, ſ'ils l'euſſent eu beſoing.

PRO-

Digitized by Google

PROBLEME LXVI.

Estant donnez trois termes, desquels le premier 1 ①, le second ◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouuer leur quatriesme terme proportionel.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ①, le second 4, le troisiesme 5 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme terme proportionel. *Construction.* On multipliera le troisiesme terme donné 5 ①, par le second 4, faict 20 ①; Puis on diuisera les mesmes par le premier terme donné, qui est 1 ①, & donne quotient (par le 50 probleme) 20: Ie di que 20 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Puis que nous disons par ce probleme, que 5 ① vallent 20 la 1 ① vaudra 4. Mettons doncques soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ①.	4.	5 ①.	20.
4.	4.	20.	20.

Et appert que 20 est leur quatriesme terme proportionel, car comme 4 à 4, ainsi 20 à 20; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Et de mesme sorte s'entendra, que 1 ① vallant 4, les 5 ① + 3, vauldront 23, car les 5 ① vallent par ce probleme 20, & plus 3 font 23.

Item 1 ① vallant 4, les 5 ① — 3, vauldront 17, car 5 ① vallent 20, par ce probleme, desquels soubstraict 3 reste 17.

Digitized by Google

Item 1 ① vallant 3, alors 1 ② (veu que 1 ② eſt la potence quarrée de 1 ①) vauldra 9.

Item 1 ① vallant 3, les 4 ② vauldront 4 fois 9, qui eſt 36.

Item 1 ① vallant 3, la 1 ③ (veu que 1 ③ eſt la potence cubique de 1 ①) vaudra 27.

Item 1 ① vallant 3, les 4 ③ vaudront 4 fois 27 qui eſt 108.

Item 1 ① vallant 5, les 2 ② + 6 ① vaudront 80; car 2 ② vallent 50, & 6 ① vallent 30, font enſemble 80.

Item 1 ① vallant 2, les 3 ③ + 4 ② — 5 ① + 7 vaudront 37, car les 3 ③ vallent 24, & 4 ② vallent 16, & 7 vaut 7, deſquels la ſomme (à ſçauoir de 24. 16. 7) eſt 47, des meſmes ſoubſtraict 10 pour les — 5 ①, reſte pour ſolution comme deſſus 37.

Item 1 ① vallant 3, les $\frac{2②+3①-7}{3③-4②+6}$ vaudront $\frac{20}{51}$, car les 2 ② + 3 ① — 7 vallent 20, & les 3 ③ — 4 ② + 6 vallent 51.

Item 1 ① vallant $\surd$ 2, alors 3 ① vaudront trois fois $\surd$ 2, qui eſt par le 22 probleme $\surd$ 18.

Item 1 ① vallant $\surd$ 2, alors 1 ② (veu que 1 ② eſt potence quarrée de 1 ①) vaudra 2, & 3 ② vaudront 6.

Item 1 ① vallant $\surd$ 2 + $\surd$ 3, les 3 ① vaudront trois fois autant, qui eſt $\surd$ 18 + $\surd$ 27.

Item 1 ① vallant $\surd$ 2 + $\surd$ 3, la 1 ② vaudra le quarré de $\surd$ 2 + $\surd$ 3 qui eſt 5 + $\surd$ 24. Et ainſi d'autres ſemblables. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes deſquels le premier 1 ①, le ſecond ⓒ, le troiſieſme nombre algebraique quelconque, nous auons trouué leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Ce 66 probleme differe du ſuiuant ſeulement

Digitized by Google

ment en cela, que ſon premier terme donné eſt d'vne prime quantité; mais le ſuiuant de multitude de primes quantitez quelconque, auſſi que les exemples du probleme precedent ont le troiſieſme terme donné de pluſieurs quantitez mais le ſuiuant touſiours de 1 ①.

Et pour dire de ſon vtilité & proprieté, faut ſçauoir, qu'aux problemes ſuiuans de trois termes donnez, le troiſieſme ſera touſiours nombre algebraique quelconque. toutesfois nous ne donnerons en les exemples des meſmes pour troiſieſme terme, autre que 1 ①. Comment doncques (pourroit quelcun dire) ſera on quant le troiſieſme terme ſera quelque multinomie algebraique, ſelon la propoſition? Ie reſpons que par double operation; Premierement on trouuera la valeur de 1 ①, par ſon probleme, qui eſtant cognu, on trouuera alors par ce 66 probleme la valeur du multinomie propoſé pour troiſieſme terme donné, diſant 1 ① donne autant, combien tel multinomie? Par exemple, ſi les trois termes donnez fuſſent tels: le premier 1 ③, le ſecond 3 ① + 2, le troiſieſme 3 ② + 4 ①: On diroit premierement, 1 ③ vaut 3 ① + 2, combien 1 ①? faict par le 69 probleme 2. Puis pour ſeconde operation, on diroit autrefois 1 ① vaut 2, combien 3 ② + 4 ①, faict par ce 66 probleme pour le quatrieſme terme proportionel requis, 20. Et ainſi d'aultres ſemblables. Ce probleme ſeruira auſſi, pour les demonſtrations Arithmetiques, des problemes ſuiuans, comme le tout apparoiſtra par les exemples, chaſcun en ſon lieu.

Pro-

Digitized by Google

PROBLEME. LXVII.

ESTant donnez trois termes, desquels le premier ①, le second ◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouuer leur quatriesme terme proportionel.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 2 ①, le second 6, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme terme proportionel. *Constructiõ.* On diuisera le 6 du second terme, par 2 du premier terme (car puis que le nombre du troisiesme terme est 1, il ne sera besoing de faire la vulgaire multiplication du troisiesme & second terme, qui seroit 6 ①) donne quotient 3. Ie di que 3 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Puis que nous disons par ce probleme, 1 ① valoir 3, doncques par le 66 probleme, 2 ① vaudront 6, mettons doncques soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

2 ①.	6.	1 ①.	3.
6.	6.	3.	3.

Et appert que 3 est leur quatriesme terme proportionel, car comme 6 a 6, ainsi 3 a 3; ce qu'il falloit demonstrer. Quant à la demonstration geometrique, la chose est si notoire, que il ne semble point de mestier.

NOTA. Si les trois termes donnez fussent tels: le premier 5 ①, le second $\surd 3$. le troisiesme 1 ①, on diuisera (comme dessus) $\surd 3$, par 5, donne solution $\surd \frac{3}{25}$. Autrement on pourroit soluer ceste question reduisant les

Digitized by Google

les termes egaux par la 6 reigle de la reduction, à sçauoir prenant la potence quarrée, de chasque terme, & seront 5 ②, egales à 3, & seroit alors question, requirant l'operation du 78 probleme.

Item si les trois termes donnez fussent tels: ie premier 3 ①, le second $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, le troisiesme 1 ①, On diuisera (comme dessus) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ par les 3 (des 3 ①) donne solution $\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{\frac{2}{9}}$. Et ainsi d'autres semblables. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes desquels le premier ①, le second ◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque; Nous auons trouué leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXVIII.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ②, le second ① ◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouuer leur quatriesme terme proportionel.

NOTA. Le binomie du second terme donné de ce probleme se peut rencontrer en trois differences à sçauoir:

① + ◎.
— ① + ◎.
① — ◎.

Desquelles les autres en donnent trois diuerses operations, ausquels Michel Stiffle à accommodé ce mot *Amasias.* & Cardane liure 10 chap. 5 ce carme,

Querna, dabis. Nuquer, admi. Requan, Minue dami.

Mais nous demonstrerons vne seule maniere, par laquelle sans varier d'vne syllabe, l'operation sera en toutes trois la mesme: Parquoi faut sçauoir que nous ne les appellons

Digitized by Google

appellons pas Differences, en respect des operations; car comme nous disons, l'operation est en toutes la mesme, mais en respect des diuersitez, de la disposition des quantitez, du second terme donné.

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ①+◎.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ②, le second 4 ① + 12, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

La moitie de 4 (des 4 ①) est	2
Son quarré	4
Au mesme aiousté le ◎ donné qui est	12
Donne somme	16
Sa racine quarrée	4
A la mesme aiousté 2 premier en l'ordre faict	6

Ie di que 6 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Puis que nous disons 1 ① valoir 6, doncques par le 66 probleme, 1 ② vaudra 36, & 4 ① + 12 vaudront aussi 36; Parquoi mettons soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ②.	4 ① + 12.	1 ①.	6.
36.	36.	6.	6.

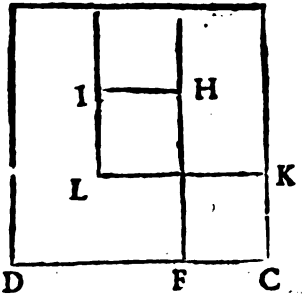
Et appert que 6 est leur quatriesme terme proportionel.

Autre

Digitized by Google

Autre demonstration geometrique.

Soit descript le quarré A B C D, denotant 1 ②; doncques son costé B C (lequel prouuerons valoir 6, à la fin de la demonstration) sera 1 ①, car multipliant 1 ① en soi, faict 1 ②. Puis soit menée la ligne E F, parallele auec A D, & soit A E 4; Ergo le rectangle A F (veu que A D est 1 ①) sera 4 ①. Or puis que tout le quarré A B C D, qui est 1 ②, est egal à 4 ① + 12, & que le rectangle A F faict 4 ①, le rectangle E C sera 12. Doncques les trois termes donnez en nombres, nous les auons ici en grandeurs, à sçauoir A B C D 1 ②, egale à A F 4 ① + E C 12; Et B C est la 1 ①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres est ceste sorte:



La moitie de A E 4, qui est G E est	2
Son quarré G E H I	4
Au mesme aiouste le ⊙ donné c'est à dire E C	12
Dõne somme, pour le gnomon HIGBCF, ou pour le quarré G B K L (qui est egal audict gnomon)	16
Sa racine B K	4
A la mesme aiousté G E 2 premier en l'ordre, ou en son lieu K C (car K C est egal à G E) faict pour B C	6

Ce qu'il falloit demonstrer.

Nota

Digitized by Google

NOTA. Le quatrieſme terme proportionel vient aucunefois à nombre Arithmetique incommenſurable, duquel nous mettrons deux exemples.

Soient premierement les trois termes, deſquels on requiert le quatrieſme proportionel, tels: le premier 1 ②, le ſecond 6 ① + 3, le troiſieſme 1 ①.

Conſtruction.

La moitie de 6 (des 6 ①) eſt 3
Son quarré 9
Au meſme aiouſte le ◎ donné qui eſt 3
Donne ſomme 12
Sa racine quarrée √ 12
A la meſme aiouſte 3 premier en l'ordre, faict pour ſolution √ 12 + 3

Soient au ſecond les trois termes deſquels on requiert le quatrieſme proportionel tels: le premier 1 ②, le ſecond √ 8 ✕ ① le troiſieſme √ 3.

Conſtruction.

La moitie de √ 8 (de √ 8 ✕ ①) eſt √ 2
Son quarré 2
Au meſme aiouſte le ◎ donné, qui eſt √ 3
Donne ſomme 2 + √ 3
Sa racine quarrée √ *bino.* 2 + √ 3
A la meſme aiouſte √ 2 premier en l'ordre, faict pour ſolution 2 + √ *bino.* 2 + √ 3

Seconde maniere de conſtruction.

Autre maniere d'operation y a il, laquelle demonſtrerons en toutes les trois differences, auſſi la meſme; par laquelle il ne ſera meſtier de conuertir par la 2 reigle de reduction le nombre de multitude de ②, en vnité.

Digitized by Google

vnité. Et celui qui voudra ſuiure ceſte reigle euitera aucunefois les rompuz, qui procedent de telle reduction.

Soient par exemple les trois termes, deſquels on requiert le quatrieſme proportionel, tels: le premier 3 ②, le ſecond 8 ① + 16, le troiſieſme 1 ①.

Conſtruction.

La moitie de 8 (des 8 ①) eſt	4
Son quarré	16
Au meſme aiouſte le produict de 3 (des 3 ②) par le ◎ donné, qui eſt	48
Donne ſomme	64
Sa racine quarrée	8
A la meſme aiouſte 4 premier en l'ordre, faict	12
Qui diuiſé par 3 (des 3 ②) donne quotient & ſolution	4

DEVXIESME DIFFERENCE, DE SEGOND TERME — ① + ◎.

Explication du domé. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ②, le ſecond — 6 ① + 16, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

La moitié de — 6 (des — 6 ①) eſt	— 3
Son quarté (car — 3 par — 3 faict + 9) eſt	9
Au meſme aiouſte le ◎ donné, qui eſt	16
Donne ſomme	25
Sa racine quarrée	5
A la meſme aiouſte — 3 premier en l'ordre, faict	2

Digitized by Google

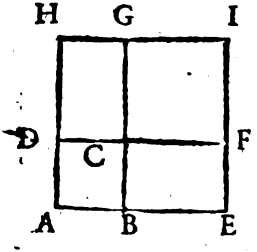
le di que 2 eſt le quatrieſme terme proportionel requis.

Demonſtration Arithmetique. Puis que nous diſons 1 ① valoir 2, ergo par le 66 probleme 1 ② vaudra 4, & — 6 ① + 16 vaudront auſſi 4, Mettons doncques ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte :

1 ②.	— 6 ① + 16.	1 ①.	2.
4.	4.	2.	2.

Et appert que 2 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis.

Autre demonſtration Geometrique.



Soit deſcript le quarré A B C D, denotant 1 ②, ergo ſon coſté A B (lequel prouuerons valoir 2 à la fin de la demonſtration) ſera 1 ①. Puis ſoit produicte la ligne A B, en E, qui ſoit B E, & de B E, & B C, ſoit deſcript le rectangle B E F C, & ſemblablement ſoit produict B C. en G, & ſoit C G 3, & de C G, & C D, ſoit deſcript le rectangle D C G H, Ergo le rectangle B E F C, (veu que E B eſt 3, & B C 1 ①) ſera 3 ①. Et ſemblablement ſera le rectangle C D G H 3 ①. Or puis que le quarré A B C D 1 ②, eſt egal a — 6 ① + 16, & que les deux rectangles C E, C H ſont 6 ①. ſenſuit que le gnomon C F E A H G, ſera 16. Doncques les trois termes donnez en nombres nous les auõs ici en grandeurs; à ſçauoir A B C D 1 ②, egale a + C E C H 6 ① + C F E A H G 16; Et

A B eſt

A B est la 1 ①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres en ceste sorte:

La moitie des deux lignes F C, & C G, qui soit F C est	— 3
Son quarré C F I G	9
Au mesme aiousté le ◎ donné, c'est à dire le gnomon C F E A H G	16
Donne somme pour le quarré A E I H	25
Sa racine A E	5
A la mesme aiousté — F C 3 premier en l'ordre, ou en son lieu — B E 3, faict pour A B	2

Ce qu'il faloit demonstrer.

Seconde maniere de construction, qui est sans conuertir le nombre de multitude de ② en vnité.

Soient les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier 4 ②, le second — 4 ① + 24, le troisieme 1 ①.

Construction.

La moitie de — 4 (des — 4 ①) est	— 2
Son quarré	4
Au mesme aiousté le produict de 4 (des 4 ②) par le ◎ donné, qui est	96
Donne somme	100
Sa racine quarré	10
A la mesme aiousté — 2 premier en l'ordre, faict	8
Qui diuisé par 4 (des 4 ②) donne quotient & solution	2

Et encore pourroit on par l'origine des constructions de ce probleme (laquelle origine nous descriprons der-

Digitized by Google

riere ce probleme) former beaucoup d'autres reigles, des mesmes constructions, & viendroient toutes à vne mesme solution. Nous en donnerons deux sur la question precedente (qui se pourroit aussi appliquer tant à la difference precedente, qu'a la suiuante) en ceste sorte:

La moitie de — 4 (des — 4 ①) est — 2
Son quarré 4, qui diuisé par 4 (des 4 ②) donne quotient 1
Au mesme aioustе le ◎ donné, qui est 24, donne somme 25
Sa racine quarrée 5
De la mesme soubstraict la racine de 1, second en l'ordre, qui est 1, reste 4
Qui diuisé par la racine de 4 (des 4 ②) qui est par 2, donne quotient & solution comme dessus 2

Autrement.

Racine de 4 (des 4 ②) est 2; son double 4, par le mesme diuisé 4 (des 4 ②) donne quotient 1
Au mesme aioustе le ◎ donné, qui est 24, donne somme 25
Sa racine quarrée 5
De la mesme soubstraict la racine de 1, second en l'ordre, qui est 1, reste 4
Qui diuisé par la racine de 4 (des 4 ②) qui est par 2, donne quotient & solution comme dessus 2

Mais la premiere de ces trois constructions est la plus commode pour euiter computations radicales, qui se rencontrent souuentesfois en la deuxiesme & troisiesme maniere, lesquelles nous mettons, plus pour rendre notoire les causes (qui par l'origine apparoistеront) qu'autrement.

TROI-

Digitized by Google

TROISIESME DIFFERENCE

DE SECOND TERME ①—◎.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels : le premier 1 ②, le second 6 ① — 5, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

La moitie de 6 (des 6 ①) est	3
Son quarré	9
Au mesme aiousté le ◎ donné, qui est	5
Donne somme	4
Sa racine quarrée	2
A la mesme aiouste 3 premier en l'ordre, faict pour maieure solution	5
Ou autrement soubstraict ledict 2 de 3 premier en l'ordre (ce qui est le propre de ceste troisiesme difference, dont la raison sera manifeste, par l'origine de ces constructions suiuantes) reste pour moindre solution	1

Ie di que & 5 & 1 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Puis que nous disons 1 ① valoir 5; ergo par le 66 probleme, 1 ② vaudra 25, & les 6 ① — 5 vaudront aussi 25; Mettõs doncques soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ②.	6 ① — 5.	1 ①.	5.
25.	25.	5.	15.

Et appert que 5 est leur quatriesme terme proportionel requis.

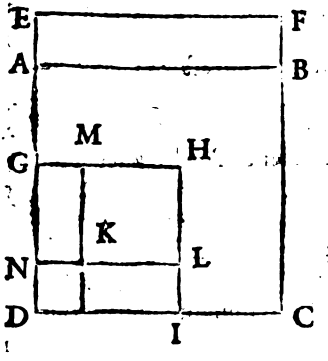
Digitized by Google

Mais que la solution 1 est aussi veritable, se demonstre par mesme maniere. Mettons soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte :

1 ②.	6 ① — 5.	1 ①.	1.
1.	1.	1.	1.

Et appert que 1 est leur quatriesme terme proportionel requis.

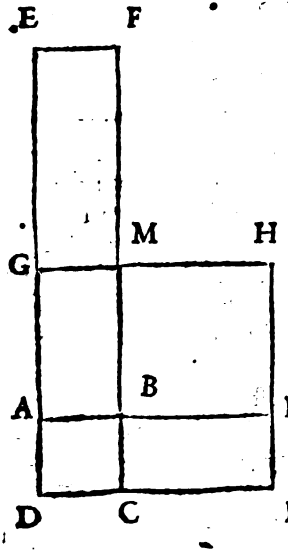
Autre demonstration Geometrique.



Soit descript le quarré A B C D, denotant 1 ②, ergo son costé A D (lequel prouuerons valoir 5 à la fin de la demonstration) sera 1 ①. Puis soit produict la ligne D A, en E, & soit toute la D E 6, & de A E, & A B, soit descript le rectangle A E F B, ergo le rectangle D E F C (veu que D E est 6, & D C 1 ①) sera 6 ① : Or puis que le quarré A B C D, qui est 1 ②, est egal à 6 ① — 5, & que le rectangle D E F C faict 6 ①, ergo le rectangle A F sera 5. Doncques les trois termes donnez en nombres nous les auons ici en grandeurs, à sçauoir A B C D 1 ②, egale à D F 6 ① — A F 5; Et A D est la 1 ①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres en ceste sorte:

La moitie

La moitie de E D 6, qui soit G D, sera 3
Son quarré G H I D 9
Au mesme aiousté le — 5 donné, c'est à dire moins le gnomon K L I D G M, qui soit egal au rectangle A F — 5
Donne somme pour le quarré M H L K 4
Sa racine M K ou G N est 2.
A la mesme aiousté G D 3 premier en l'ordre, ou en son lieu G E 3, faict pour N E 5. Mais A D est egale à N E (lequel se prouue, soubstrahant A D 5 de E D 6, reste A E 1, qui multiplié par A B 5, donne son vrai produict 5) faict doncques pour A D 5
Ce qu'il falloit demonstrer.



Mais que la solution 1 est aussi veritable se demõstre geometriquement ainsi: Soit descript le quarré A B C D, denotant 1 ②, ergo son costé A D, (lequel nous prouuerons valoir 1 à la fin de la demonstration) sera 1 ①. Puis soit produict D A en E, & soit toute la D E 6, & de A E, & A B, soit descript le rectangle A E F B; Ergo le rectangle D E F C (veu que D E est 6 & D C 1 ①) sera 6 ①. Or puis que le quarré A B C D, qui est 1 ②, est egal à

Digitized by Google

6 ① — 5, & que le rectangle D E F C faict 6 ①, ergo le rectangle A F sera 5. Doncques les trois termes donnez en nombres, nous les auons ici en grandeurs, à sçauoir A B C D 1 ②, egale à D E F C 6 ① — A F 5; Et A D est la 1 ①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres en ceste sorte:

La moitie de E D 6, qui soit G D sera	3
Son quarré G H I D	9
Au mesme aiouste le — 5 donné, c'est à dire moins le gnomon B K I D G M, qui soit egal au rectangle A F	— 5
Somme pour le quarré M H K B	4
Sa racine M B ou G A est	2
La mesme soubstraict de G D 3, premier en l'ordre reste pour A D	1

Ce qu'il falloit demonstrer

NOTA 1. Quant à l'exception qu'aucuns font en ceste troisiesme difference ce ne doibt (à mon auis) point estre d'exception; veu que nous venons au vrai requis par generale reigle, & par vne mesme maniere. Prenons pour exemple, que les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel soient tels: le premier 1 ②, le second 12 ① — 36, le troisiesme 1 ①, & faisons en operation, semblable à la precedente en ceste sorte:

La moitie de 12 (des 12 ①) est	6
Son quarré	36
Au mesme aiousté le ⊙ donné, qui est	— 36
Donne somme	0
Sa racine quarrée	0

A la

Digitized by Google

A la mesme aiousté 6 premier en l'ordre, faict pour premiere solution 6

Ou autrement o cinquiesme en l'ordre soubstraict de 6 premier en l'ordre, restera pour seconde solution 6

Et appert que celui qui suiuera la generale reigle, ne sera en rien deceu.

Nota 2. Quelqu'vn pourroit doubter, que veult signifier la double solution de ceste troisiesme difference (qui se peuuent rencontrer, comme en aucuns exemples suiuans en six diuerses sortes) & comment l'vne & l'autre pourra estre bonne. Or combien que ceci apparoistra assez en diuerses exemples d'algebre suiuans; Toutesfois pour ceux qui ce pendant pouroient estre en doubte, nous en dirons ici quelque chose. Posons le cas, qu'il y a proposé de partir 6 en deux parties telles, que leur produict soit 8. On trouuera par la premiere maniere que l'vne nombre requis sera 4, & par l'autre maniere, se trouuera 2. Mais que l'vn & l'autre solution soit bonne, & manifeste. Car si on dict que l'vn nombre est 4, doncques soubstraict 4 de 6, reste 2 pour l'autre nombre, lesquels 4 & 2 donnent produict selon le requis 8, Ou si on dict par la seconde maniere que l'vn nombre est 2, ergo soubstraict 2 de 6 reste 4 pour l'autre nombre, lesquels 2 & 4 donnent le mesme produict requis 8. En ceste question doncques & semblables voit on l'vsage de ceste double solution.

Nota 3. Nous pourrions donner exemples en la seconde & troisiesme difference, la ou se rencontrent nombres radicaux, comme nous auons faict à la precedente premiere difference; Mais veu que l'operation est en toutes trois la mesme, comme il appert, &

Digitized by Google

comme nous auons promis d'exhiber au commencement de ce probleme, il ne sera point de mestier.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT LXVIII. PROBLEME.

Nous auons amplement faict aux constructions precedentes leurs demonstrations tant Geometriques, qu'Arithmetiques; Mais encore n'est pas notoire, par icelles l'occasion qui a faict inuenter à Mahomet telle reigle. A fin doncques que la chose soit entendue parfaictement nous la declarerons par ses causes comme s'ensuit.

Quand ② est egale à ① ○, nous la pouuons reduire, en ①, egale à ○, & alors est la valeur de 1 ①, notoire par le precedent 67 probleme, & de telle reduction, est colligée la maniere de ladicte construction comme apparoistra. Soit par exemple:

1 ② egale a — 6 ① + 16.

Qui sont le premier & second terme, de la premiere construction, de la seconde difference; Et aiouſtons à chasque partie 6 ①, & seront

1 ② + 6 ① egales à 16.

Reste maintenant de trouuer quelque ○, qui aiouſté à 1 ② + 6 ①, que tel trinomie aie racine, qui soit 1 ① + quelque ○. Or pour trouuer tel nombre, il ne faut que multiplier la moitie de 6 (des 6 ①) qui est 3, en soi faict 9, & on l'aura (la raison pourquoi le quarré de la moitie du nombre de ①, est touſiours le ○, qu'il faut aiouſter à tel binomie, est par cela manifeste, que le produict du nombre de ②, qui est ici vnité, multiplié

tiplié par le ⊙, eſt touſiours egal au quarré de la moitié du nombre de ①; Et qui encore veut ſçauoir pourquoi tel produict eſt touſiours egal au quarré, de la moitie du nombre de ①; Qu'il multiplie 1 ① + quelque ⊙, en ſoi, & facilement verra la cauſe, es nombres procedans de l'operation de telle multiplication) Aiouſtõs doncques 9, à chaſcune des egales parties, & ſeront

1 ② + 6 ① + 9, egales à 25.

Puis extrahons de chaſque partie racine quarrée, & ſeront:

1 ① + 3, egales à 5.

Puis ſoubſtrahons de chaſcune partie 3, & ſera

1 ① egale, ou vaudra pour ſolution 2.

Et par ceſte maniere, nous pourrions ſoluer tous ſemblables exemples; Mais à fin que telle inuention de valeur de 1 ①, ſoit plus commode on l'a redige en ordre, & on en a faict vne reigle; conſiderant d'ou nous procede tel 2, valeur de 1 ①, & nous voions apertement, qu'on aiouſte touſiours le quarré du nombre de ①, au ⊙, & que nous extrahons de la ſomme racine quarrée, & que de telle racine, on ſoubſtraict encore la moitie du nombre de ①, & pourtant eſtce, qu'on à appliqué ces choſes ainſi en reigle de ladicte conſtruction.

Quant à l'origine de la ſeconde conſtruction, qu'il y a en chaſcune difference, elle eſt ſemblable à la precedente. Soient par exemple 4 ②, egales à — 4 ① + 24, qui ſont le premier & ſecond terme de la ſeconde conſtruction, de la ſeconde difference; Et aiouſtons à chaſcune partie 4 ①, & ſeront

4 ② + 4 ①, egales à 24.

Reſte maintenant de trouuer quelque ⊙, qui aiouſté

à 4 ②

Digitized by Google

à 4 ② + 4 ①, le trinomie aie racine, qui ſoit ① + quelque ◎.

Or pour le trouuer, il ne faut que multiplier la moitie de 4 (des 4 ①) qui eſt 2, en ſoi, faict 4, & diuiſer le meſme par 4 (des 4 ②) donne quotient 1, pour tel nombre requis: la raiſon pourquoi l'on trouue tel nombre touſiours ainſi, eſt notoire par ce que nous en auons dict ci deſſus. Aiouſtons doncques à chaſcune partie 1 & ſeront

4 ② + 4 ① + 1, egales à 25.

Puis extrahons de chaſque partie racine quarrée, & ſeront

2 ① + 1, egales à 5.

Puis ſoubſtrahons de chaſque partie 1, & ſeront

2 ①, egales à 4.

Diuiſant doncques 4 par 2 (des 2 ①) on aura la valeur de 1 ①, qui ſera 2; Et appert que de ceſte operation eſt colligée la reigle de l'un des exemples de ladicte deuxieſme difference.

Item ſi l'on conſidere, que nombre de multitude de ① diuiſé par le double de la racine du nombre de multitude de ②, donne touſiours quotient ◎, duquel le quarré aiouſté au binomie, lui faict trinomie, aiant racine compoſée de ① & ◎, on en colligera encore vne autre maniere.

Et par les choſes deſſus dictes eſt aſſes notoire l'origine des autres deux differences, toutesfois parce que nous auons dict, qu'en l'origine appert pourquoi la troiſieſme difference a deux ſolutions, nous la declairerons. Soit 1 ②, egale à 6 ① — 5, qui ſont le premier & ſecond terme de l'exemple de la troiſieſme difference, & ſoubſtrahons de chaſcune partie 6 ①, & ſera

1 ② —

Digitized by Google

1 ② — 6 ①, egale à — 5

Reſte maintenant de trouuer quelque ◎, qui aiouſté à 1 ② — 6 ①, le trinomie aie racine qui ſoit 1 ① & quelque ◎, le meſme pour les raiſons que deſſus ſera 9 (à ſçauoir le quarré de — 3 moitié de — 6 des — 6 ①) Aiouſtons doncques à chaſcune partie 9, & ſeront

1 ② — 6 ① + 9, egales à 4.

Puis extrahons de chaſcune partie racine quarrée, & ſera

1 ① — 3, egale à 2.

ou autrement

— 1 ① + 3, egale à 2.

Car autant 1 ① — 3, comme — 1 ① + 3, eſt racine de 1 ② — 6 ① + 9; quand doncques nous poſons pour racine 1 ① — 3 egale à 2, il faut aiouſter à chaſcune partie 3 & 1 ① ſera egale, ou vaudra 5. Mais ſi nous poſons pour racine — 1 ① + 3, egale à 2, il faudra ſoubſtraire de chaſque partie 2, & reſtera — 1 ① + 1, egale à 0; Et aiouſtant à chaſcune partie 1 ①, alors ſera 1 ① egale ou vallant 1. Et eſt la cauſe de la double ſolution, à ladicte troiſieſme difference par ces choſes ſi manifeſte, qu'il n'eſt meſtier d'en ſonner plus mot; Laquelle origine il faloit declairer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes deſquels le premier ② le ſecond ① ◎ le troiſieſme nombre algebraique quelconque nous auons trouué leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

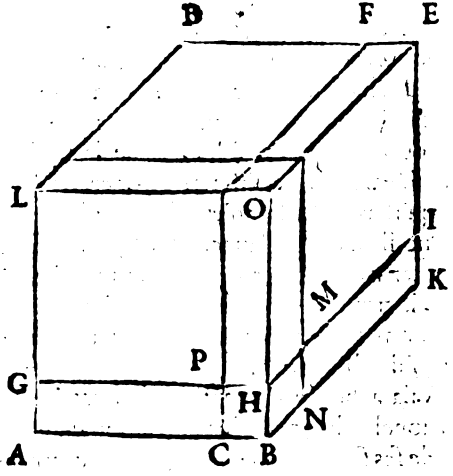
Nota. Voila acheuée l'inuention du quatrieſme terme proportionel iadis practiſée par Mahomet. S'enſuiuent celles de ſes ſucceſſeurs; Mais auant que y venir nous deſcriptons quelque theoreme neceſſaire à leurs operations & demonſtrations, que nous auons colligé

colligé du theoreme de Tartalia, descript par Cardane chap. 6 liure ALGEB. & formé selon nostre guise, à noz demonstrations plus commode, comme s'ensuit.

THEOREME.

SI on coupe vne ligne droicte en lieu quelconque, le cube de toute la ligne, sera egal aux deux cubes, des parties, & troisfois le solide rectangle, contenu soubz les deux parties, & toute la ligne.

Explication du donné. Soit la ligne droicte A B coupée ou que ce soit en C. *Explication du requis.* Il faut demonstrer que le cube, de la A B, est egal, aux deux cubes de A C, & C B, & troisfois le solide rectangle, contenu soubs A C, & C B & A B.



Preparation de la demonstration.

Descriuons de la ligne A B, le cube A D E B, qui soit

Digitized by Google

soit coupé par le plain C F, parallele au quarré B E, & puis par le plain G H I, parallele à la base A K, & ainsi que H B soit egale à C B, puis par le plain L N, parallele au quarré A O, & ainsi que H M soit egale à la H B *Demonstration.*

Toutes les parties sont egales à leur tout,

Deux cubes de A C, & C B, & les trois rectangles contenuz soubs A C, & C B, & A B, ou soubs leurs egales sont tout le cube de A B,

Ergo lesdictes parties sont egales au cube de A B.

L'assomption se prouue ainsi, le cube de A C est celui duquel le quarré est L F, & le cube de C B est C H N, & les trois solides rectangles sont L H, & N F, & G C, (nous denotons par G C, le solide rectangle consistant soubs la superfice G C) lesquelles sont les parties integrantes du cube A E. Mais que lesdicts trois solides rectangles, sont contenuz soubz trois lignes egales à A C, C B, & A B, se demonstre ainsi: du solide L H la H O est egale à la A C. & H M, à la B C, & G H, à la A B, & semblable sera la demonstration des deux autres solides N F, & G C.

Lon pourroit encore prendre les trois solides rectangles d'aultre sorte que dessus; à sçauoir L C, & H F, & N I. Nous denotons par N I, le solide rectangle consistant soubs la superfice N I.

Application des nombres aux grandeurs ci dessus.

Soit toute la A B quelque nombre comme 10, & A C soit 8, & B C 2, ergo le cube de A C 512

Et le cube de C B 8

Et le solide rectangle L H 160, son triple pour les trois

Digitized by Google

trois solides rectangles	480
Leur somme	1000
Egale au cube de A B 10 qui est aussi	1000

Conclusion. Si doncques on coupe vne ligne droicte en lieu quelconque, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

COROLLAIRE I.

Il appert, que le quarré A B, est egal au quarré de A C, auec le gnomon P O B A.

COROLLAIRE II.

Il est notoire que le gnomon P O B A, est egal au quarré de C B, & le double du produict de A C, & C B.

COROLLAIRE III.

Il est manifeste, que le nombre des trois solides rectangles L H, N F, G C, est egal au nombre de 6 quarrez de A C, & 12 lignes de A C. Par exemple les 6 quarrez de A C (veu que nous posons A C 8) font 384, & 12 fois A C faict 96, qui auec 384 faict 480: Et aussi font 480 lesdicts trois solides rectangles.

COROLLAIRE IIII.

Il est euident, que le nombre du cube de la ligne A B, est egal au nombre du cube de A C, & de 6 quarrez de A C, & de 12 lignes A C, & du cube de C B.

Car, le nombre du cube de A B (posant pour A B 10, & pour C B 2, comme dessus) est 1000

Qui sera egal au nombre du cube de A C	512
Et de 6 quarrez, de A C	384
Et de 12 lignes A C	96
Et du cube, de C B	8

Desquels

Digitized by Google

Desquels la somme est aussi 1000

Corollaire v.

Il appert, que le quarré de A B, excede au quarré de A C, ou P G, au gnomon P O B A, d'ou s'ensuit que six quarrez de A B, excedent à six quarez de A C, en six gnomons P O B A, &c.

PROBLEME LXIX.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ① ⊙, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouuer leur quatriesme terme proportionel.

① + ⊙
— ① + ⊙
① — ⊙

Nota. Le binomie du second terme donné de ce probleme, se peut rencontrer en trois differences, à sçauoir:

Lesquelles trois differences nous declairerons separeement.

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ① + ⊙.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ③, le second 6 ① + 40, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

Le quarré de la moitie de 40 donné, est 400
Du mesme soubstraict le cube de 2 (tiers de 6 de 6 ①) qui est 8 reste 392, sa racine √ 392, qui

Digitized by Google

aiouſtée à 20, moitie des 40 donnez
faict $20+\sqrt{392}$

Sa racine cubique eſt $\sqrt{③\ bino.\ 20+\sqrt{392}}$

A laquelle aiouſté ſon reſpondant binomie
diſioinct comme $\sqrt{③\ bino.\ 20-\sqrt{392}}$

Donne ſomme $\sqrt{③\ bino.\ 20+\sqrt{392}}+\sqrt{③\ bino.\ 20-\sqrt{392}}$

Laquelle ie di eſtre le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Si la conuerſion du multinomie de ceſte ſolution en nombre Arih. fuſt legitimemẽt inuentée (quand il ſera poſſible cõme ici) ce ſeroit ſinguliere inuention, ſeruant autant aux problemes ſuiuans, comme à ceſtui ci; & le trouuerions valoir 4, par lequel nous pouuons faire demonſtration, mettant ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ③.	6 ① + 40.	1 ①.	4.
64.	64.	4.	4.

Et appert que 4 eſt leur quatrieſme terme proportionel.

Quant à l'addition, que nous auons dict generale, par le moien du theoreme du 24 probleme; à ſçauoir que multipliant le quotient des deux racines cubiques plus vn, par le diuiſeur; Elle ne nous faille en rien, mais parce que les parties ſont incommenſurables, à la fin nous reuiennent les meſmes deux racines cubiques des binomies donnez.

Preparation d'autre demonſtration Geometrique.

Soient à la figure du theoreme deuant ce 69 probleme ſelon la precedente operation, deux cubes L F 20 $+\sqrt{323}$

Digitized by Google

+ ✓ 392, & C H N 20 — ✓ 392, leur somme est 40, & leur produict 8; Doncques le costé D F, ou A C, faict ✓ ③ *bino.* 20 + ✓ 392, & le costé C B, faict ✓ ③ *bino.* 20 — ✓ 392, lesquels deux costez A C, & C B, aioustez, font pour le costé A B, du cube A E, ✓ ③ *bino.* 20 + ✓ 392 + ✓ ③ *bino.* 20 — ✓ 392. Il faut demonstrer, que tout le cube A E vaudra 6 ① + 40, qui estant faict nous aurons le requis; car si on demonstre que le cube qui est A E, de 1 ① A B ✓ ③ *bino.* 20 + ✓ 392 + ✓ ③ *bino.* 20 — ✓ 392, vaut 6 ① + 40; Doncques on conclura par la renuerse raison que du cube A E 6 ① + 40, la 1 ① A B vaudra ✓ ③ *bino.* 20 + ✓ 392 + ✓ ③ *bino.* 20 — ✓ 392, & par consequent 1 ③ vallant 6 ① + 40, qu'alors 1 ① vaudra ✓ ③ *bino.* 20 + ✓ 392 + ✓ ③ *bino.* 20 — ✓ 392.

Demonstration. Le produict de A C ✓ ③ *bino.* 20 + ✓ 392, par C B ✓ ③ *bino.* 20 — ✓ 392. est (par le 40 probleme) 2, pour la superfice G C, parquoi la superfice M O sera aussi 2 qui multipliée par 1 ① G H (car G H est egale à 1 ① A B) donne produict pour le solide rectangle L H 2 ①, & semblablement seront les deux solides rectangles N F, & G C, aussi chascun 2 ①, & tous trois ensemble feront 6 ①. Item les deux cubes L F, & C H N (veu que leurs costez sont comme dessus) sont ensemble 40; doncques tout le cube A E, faict 6 ① + 40; Ergo, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Nota. Il auient aucunefois que les racines cubiques de l'operation vallent nombre Arithmetique, desquels l'operation peut estre la mesme comme dessus. Par exemple 1 ③ vaut 12 ① + 16, & on requiert la valeur de 1 ①.

Digitized by Google

Construction.

Le quarré de la moitie de 16 donné, est 64; du mesme soubstraict le cube de 4 (tiers de 12 des 12 (1) qui est 64, reste o, sa racine √o, qui aioustée à 8, moitie de 16 donné, faict 8 + √o sa racine cubique est √③ *bino.* 8 + √o

A laquelle aiousté son respondant binomie disioinct comme √③ *bino.* 8 — √o

Donne somme pour solution √③ *bino.* 8 + √o + √③ *bino.* 8 + √o.

Qui vaut 4. Et ainsi d'autres semblables. Nous appellons ceci racine cubique de binomie, non pas que veritablement il le soit; Mais à fin de demonstrer la generalité de l'ordre de la construction. Ceste note soit aussi pour auertissement aux problemes suiuans la ou le semblable pourroit auenir; Car de descripre diuerses reigles (comme font aucuns) de ce qui se peut faire par vne reigle generale, il semble inutile.

DE L'IMPERFECTION QV'IL Y A EN CESTE PREMIERE DIFFERENCE.

Il auient en aucuns exemples de ceste difference, que le quarré de la moitie du ⊙ donné, sera moindre que le cube du tiers du nombre de multitude de ① donnée; D'ou s'ensuit que le mesme cube, ne se pourra soubstraire d'iceluy quarré, comme veut la reigle de la precedente construction; de sorte que ceste premiere difference (ensemble aucuns exemples des problemes suiuans, qui se conuertissent en icelle) est encore imparfaicte. Rafael Bombelle la solue par diction de *plus de moins* & *moins de moins* en ceste sorte: Soient les trois

trois termes donnez, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier 1 ③, le second 30 ① + 36, le troisiesme 1 ①.

Construction semblable à la precedente.

Le quarré de la moitie de 36 donné est 324
Du mesme soubstraict le cube de 10 (tiers de 30 des 30 ① données) qui est 1000, reste — 676, sa racine + de — 26, qui aiousté à 18, moitie des 36 faict 18 + de — 26
Sa racine cubique $\sqrt{③}$ *bino.* 18 + de — 26
A laquelle aiousté son respondant binomie disioinct, comme $\sqrt{③}$ *bino.* 18 — de — 26
Donne somme & solution $\sqrt{③}$ *bino.* 18 + de — 26 + $\sqrt{③}$ *bino.* 18 — de — 26.

Or si par les nombres de ceste solution, l'on sceust approcher infinement à 6 (car ils vallent precisement autant) comme on faict par les nombres de la solution, du precedent premier exemple, certes ceste difference seroit en sa desirée parfection.

Cardane met aussi en son *Alizæ* quelques exemples, seruans à ceste matiere, mais pas generaux, ains à raisons, par lesquels apres grand trauail, on ne peut souuentesfois rien effectuer. Quant à moi, i'estime inutile d'en escripre ici de semblables; La raison est, que ce qui ne se peut trouuer par certaine reigle, semble indigne d'auoir lieu entre les propositions legitimes. D'autre part, que de ce qui se solue en telle maniere, la Fortune en merite autant d'honneur, comme l'efficient. Au tiers, qu'il y a assez de matiere legitime, voire en infini, pour s'en exercer, sans s'occuper, & perdre le temps, en les incertaines: pourtant nous les passerons

Digitized by Google

outre. Ceux auſquels plairont tels exemples, ils en pourront faire à leur plaiſir.

DE L'ORIGINE DE CESTE PREMIERE DIFFERENCE.

L'origine de la precedente conſtruction apparoiſt à la figure du theoreme deuant ce 69 probleme en ceſte ſorte: Veu qu'il y a propoſé, que 1 ③ qui ſoit A E, eſt egale à 6 ① + 40, & que l'on deſire ſçauoir la valeur de 1 ① A B, nous diſtribuons ces deux parties, comme 6 ①, & 40, à les parties integrantes du cube A E, & poſons que les deux cubes comme L F, & C H N, ſont 40, & que les trois ſolides rectangles comme L H N F. G C ſont les 6 ①; Doncques chaſque ſolide rectangle ſera 2 ①; à ſçauoir la tierce part des 6 ①; Mais la longeur de chaſque ſolide rectangle eſt 1 ①, à ſçauoir le coſté du cube A E: Diuiſé doncques le ſolide 2 ①, par ſon coſté 1 ②, donne quotient 2, pour vne ſuperfice comme A P. Eſtant doncques la ſuperfice A P 2, il faut que A C, multiplié par P C, face 2; Mais A C, & P C, ſont les deux coſtez des cubes L F, & C H N, qui ſont enſemble 40 par l'hypotheſe: Ergo les nombres de A C, & P C, ſont tels que leur produict eſt 2, & la ſomme de leurs cubes eſt 40, Mais C B, eſt egale à P C, ergo les nombres de A C & C B, ſont tels leur produict eſt 2, & la ſomme de leurs cubes eſt 40.

Quand doncques nous aurons trouuez tels deux nombres, la ſomme des meſmes (veu que A B, eſt la ſomme de A C & C B) ſera la requiſe valeur de 1 ① A B. Et pourtant diſons nous en ceſte premiere difference par reigle generale, que quand deux nombres multipliez, donnent pour produict le tiers du nombre de mul-

Digitized by Google

de multitude de la ① donnée, & que la somme de leurs cubes est egale au ◎ donné, que la somme d'iceux deux nombres sera la valeur de 1 ①. Qui estant ainsi nous metterons vne question telle: *Trouuons deux nombres tels que leur produict soit 2* (qui est le tiers de 6 des 6 ① donnez) *& la somme de leurs cubes 40* (qui est le 40 donné) Et est ceste la 7 question du 81 probleme, par l'operation de laquelle il appert estre colligée la reigle de la construction precedente. Laquelle origine il nous falloit declarer.

SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME — ① + ◎.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 1 ③, le second — 6 ① + 20, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

Le quarré de la moitie de 20 donné est 100

Au mesme aiousté le cube de 2 (tiers de 6 des 6 ①) qui est 8, faict 108, sa racine quarrée est ✓ 108, qui aiousté à 10, moitie des 20 donnez, faict ✓ 108 + 10,

Sa racine cubique est ✓③ *bino.* ✓ 108 + 10

De laquelle soubstraict son respondant binomie disioinct comme ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10.

La reste sera ✓③ *bino.* ✓ 108 + 10 — ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10.

Laquelle ie di estre le quatriesme terme proportionel requis, *Demonstration Arithmetique.* La solution ci dessus pour valeur de 1 ① vaut 2, mettons doncques par le moien du 66 probleme, soubz chascun terme sa valeur en ceste sorte:

Digitized by Google

1 ③.	— 6 ② + 20.	1 ①.	2.
8.	8.	2.	2.

Et appert que 2 est leur quatriesme terme proportionel.

Preparation d'autre demonstratiou Geometrique.

Soient à la figure du theoreme deuant ce 69 probl. selon la precedente operation, deux cubes A E $\surd$ 108 + 10, & C H N $\surd$ 108 — 10, leut difference (qui est le cube L F, auec les trois solides rectangles L H, N F, G C) est 20, & leur produict 8; Doncques le costé A B, faict $\surd$ ③ *bino.* $\surd$ 108 + 10, & le costé C B $\surd$ ③ *bino.* $\surd$ 108 — 10; Puis soubstraict le costé C B, du costé A B, reste pour A C, costé du cube L F, $\surd$ ③ *bino.* $\surd$ 108 + 10 — $\surd$ ③ *bino.* $\surd$ 108 — 10. Il nous faut demonstrer que le cube L F, vaudra — 6 ① + 20, qui estant faict, nous aurons le requis, car si on demonstre que le cube (qui est L F) de 1 ① D F. ou A C $\surd$ ③ *bino.* $\surd$ 108 + 10 — $\surd$ ③ *bino.* $\surd$ 108 — 10, vaut — 6 ① + 20: Doncques on conclura par la renuerse raison, que du cube L F — 6 ① + 20, la 1 ① D F ou AC, vaudra $\surd$ ③ *bino.* $\surd$ 108 + 10 — $\surd$ ③ *bino.* $\surd$ 108 — 10. Et par consequent 1 ③ vallant — 6 ① + 20, qu'alors 1 ① vaudra $\surd$ ③ *bino.* $\surd$ 108 + 10 — $\surd$ ③ *bino.* $\surd$ 108 — 10. *Demonstration.* Le produict de A B $\surd$ ③ *bino.* $\surd$ 108 + 10, par C B $\surd$ ③ *bino.* $\surd$ 108 — 10 est 2 (par le 40 probleme) pour la superfice G B, parquoi la superfice L O sera aussi 2, qui multipliée par 1 ① H O (car H O est egale à 1 ① A C) donne produict pour le solide rectangle L H 2 ①, & semblablement

Digitized by Google

ment seront les deux solides rectangles N F & G C chascun 2 ①, & tous trois ensemble seront 6 ①, aux mesmes aioustè le cube L F, font par la preparation 20, des mesmes autrefois soubstraict les trois solides rectangles vallans 6 ① restera le cube L F vallant — 6 ① + 20. Ergo, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

DE L'ORIGINE DE CESTE SECONDE DIFFERENCE.

L'origine de la precedente construction, procede (comme celle de la premiere difference) de la figure, du theoreme deuant ce 69 probleme, en ceste sorte: Veu qu'il y a proposé, que 1 ③, qui soit le cube L F, est egale à — 6 ① + 20, & que l'on desire sçauoir la valeur de 1 ① D E, ou A C, nous distribuerons ces deux parties, comme — 6 ① + 20, ainsi: Posons que le cube L F, auec les trois solides rectangles L H. N F. G C, soit 20, & que les trois solides rectangles soient 6 ①, & demeurera, selon l'hypothese, 1 ③ L F vallant — 6 ① + 20. Or puis que les trois solides rectangles font 6 ①, doncques chasque solide rectangle fera 2 ①; Mais la largeur de chasque solide rectangle est 1 ①, à sçauoir le costé du cube L F, ou bien la ligne H O, Diuise doncques le solide L H 2 ①, par son costé H O 1 ①, donne quotient 2, pour vne superfice comme L O, ou A H; Or estant la superfice A H 2, il faut que A B, multiplié par B H, face aussi 2; Mais A B, & B H, sont les deux costez des cubes A E, & C H N, desquels la difference est 20; car leur difference est le cube L E, auec les trois solides rectangles, qui tous ensemble font 20 par l'hypothese: Ergo les nombres de A B, & B H, sont tels,

Digitized by Google

que leur produict est 2, & la difference de leurs cubes, est 20; Mais C B est egale à B H; ergo les nombres de A B. & C B, sont tels, que leur produict est 2, & la difference de leurs cubes est 20; Quand doncques nous aurons trouué tels deux nombres, la difference des mesmes (veu que A C est la difference entre A B & C B) sera la requise valeur de 1 ① A C: Et pourtant nous disons en ceste seconde difference par reigle generale, que quand deux nombres multipliez, donnent pour produict le tiers du nombre de multitude de la ① donnée, & que la difference de leurs cubes, est egale au ◎ donné, qu'alors la difference d'iceux deux nombres, sera la valeur de 1 ①. Qui estant ainsi nous mettrons question telle: *Trouuons deux nombres tels, que leur produict soit 2.* (qui est le tiers de 6 des 6 ① donnez) *& la difference de leurs cubes 20* (qui est le 20 donné) Et est ceste la 8 question du 81 probleme. Et appert que par l'operation de la mesme, est colligée la reigle de la construction precedente. Laquelle origine il nous falloit declarer.

DIFFERENCE TROISIESME DE SECOND TERME ① — ◎.

Explication du donné. Soient donez trois termes selon le probleme, tels: Le premier 1 ③, le second 7 ① — 6, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

On mettera (par reigle) + au lieu du — donné, de sorte que 1 ③, se posera egale à 7 ① + 6, desquels la valeur de 1 ①, par la precedente premiere difference, est 3, auquel appliqué ① sera 3 ①

Et le

Digitized by Google

Et le quarré dudict 3, est 9, qui soubstraict du 7 (des 7 ① donnez) reste — 2

Puis 1 ② (par reigle) donne 3 ① (premier en l'ordre) — 2 (second en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme 2 ou 1

Ie di que autant 2 comme 1 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur, en ceste sorte:

Premiere solution.

1 ③.	7 ① — 6.	1 ①.	2.
8.	8.	2.	2.

Seconde solution.

1 ③.	7 ① — 6.	1 ①.	1.
1.	1.	1.	1.

Et appert que 2 ou 1 est leur quatriesme terme proportionel requis.

DE L'ORIGINE DE CESTE TROISIESME DIFFERENCE.

A fin de declairer premierement en general ceste origine, faut sçauoir, que nous tachons d'aiouster à chasque partie des egales parties donnees, vn mesme nombre, tel, qu'alors diuisée chasque partie par quelque commun diuiseur, que les quotiens soient ② egale à ① ⊙, desquels la valeur de 1 ①, sera notoire par le 68 probleme, dont nous dirons maintenant plus particulierement en ceste sorte:

Quand

Digitized by Google

Quand nous diuiſons 1 ③ + quelque ◎, par 1 ① + quelque ◎, eſtant ce diuiſeur commenſurable au nombre à diuiſer, il eſt notoire, qu'il en ſortira neceſſairement 1 ② — quelque ① + quelque ◎. Il appert auſſi par la meſme diuiſion, que le ◎ du nombre à diuiſer, ſera touſiours le cube du ◎ du diuiſeur, pourtant il faut que le nombre que nous aiouſterons à chaſcune partie, ſoit le cube du ◎, qu'il nous faut trouuer, pour appliquer à la 1 ①. Au ſecond il eſt manifeſte, que pour diuiſer les 7 ① — 6 donnez & + quelque ◎, par 1 ① + quelque ◎, ainſi que le quotient ſoit ◎, il ſera neceſſaire (comme vn chaſcun pourra facilement veoir par l'experience, en toutes telles diuiſions) que le quotient multiplié par le ◎ du diuiſeur, le produict ſoit egal au ◎ du nombre à diuiſer, dont il appert, qu'il nous faut auoir quelque nombre de ceſte qualité: *Trouuons vn nombre cubique qui auec* — 6 (pour le — 6 donné) *face autant, comme le coſte dudict cube, multiplié par* 7 (7 des 7 ① donnés) Qui eſt la 9e. queſtion du 81 probleme, & appert par la meſme, que le nombre requis, qu'il nous faudra aiouſter à chaſque partie donnée, ſera 27, duquel la racine cubique 3, eſt le nombre, qui faudra eſtre aiouſté à ladicte 1 ①, pour auoir ledict commun diuiſeur, qui ſera 1 ① + 3. Aiouſtons doncques 27 à chaſque partie des egales parties données (qui eſt à 1 ③, & à 7 ① — 6) &

1 ③ + 27, ſeront egales à 7 ① + 21.

Puis diuiſons chaſque partie par ledict commun diuiſeur 1 ① + 3, & par le 50 probleme,

1 ② — 3 ① + 9, ſeront egales à 7.

Leſquels reduictes, 1 ② ſera egale à 3 ① — 2, deſquels

(par

(par le 68 probleme) 1 ① vaudra 2, pour solution comme dessus.

Mais pour demonstrer que ces choses sont l'origine de ladicte construction, auise que le — 6 donné deuiēt au susdict 9 exemple du 81 probleme, apres la reduction faicte, à estre + 6; pourtant nous auons dict en la precedente construction, qu'on mettera par reigle +, au lieu du — donné, & que selon tels termes (parce que audict 9 exemple, l'on trouuoit la valeur de 1 ①, estant 1 ③ egale à 7 ① + 6) l'on prendra la valeur de 1 ①, qui est 3.

Mais pour clairement demonstrer la reste, nous metterons ici les characteres de la diuision, qui se faisoit de 1 ③ + 27, par 1 ① + 3, parce que le suiuant en depend: en ceste sorte: Or nous voions que le susdict 3, valeur de 1 ① se trouue deuāt la ①, de ce quotient. & le dernier nombre du mesme quotient (cōme ici 9) est touſiours le quarré de ladicte valeur de 1 ① (comme icide 3) Puis il appert aussi en la reduction ci dessus, de 1 ② — 3 ① + 9 egales à 7; en 1 ② egale à 3 ① — 2, que l'exces — 2 dudict 7 (qui est le 7 de 7 ①, donnés) pardessus le 9, est touſiours le ◎ des derniers termes egaux. Et parce que ceci est ainsi perpetuel en tous exemples, nous delaissons ces laborieuses computations, & le comprenons en vne reigle plus briefue, comme ladicte construction demonstre. Laquelle origine il nous falloit declarer

9 ①	
— 6 ②	
1 ③ + 27	(1 ② — 3 ① + 9
1 ① + 3	
1 ① + 3	
1 ① + 3	

Digitized by Google

declairer. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ①⊙, le troisiesme nombre algebraique quelconque, nous auons trouué leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXX.

ESTant donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ②⊙, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouuer leur quatriesme terme proportionel.

NOTA Le binomie du second terme donné de ce probleme, se peult rencontrer en trois differences à sçauoir:

②+⊙
—②+⊙
②—⊙

Lesquelles trois differences nous auons reduict à vne mesme maniere d'operation, lesquelles nous descriprons separement pour plus grande euidence, en ceste sorte:

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ②+⊙.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ③, le second 6 ② + 400, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il nous faut trouuer leur quatriesme terme proportionel.

NOTA. Ceste construction se peut faire en deux sortes; L'vne procedant d'origine à laquelle se faict conuersion des termes donnez, en ③ egale à ①+⊙; L'autre

Digitized by Google

L'autre en ③ egale à — ① + ⓪. Or quand ③ est egale à ① + ⓪, alors la valeur de 1 ① se trouue par la premiere difference du 69 probleme : Mais quand telle solution ne se pourra faire par icelle, pour les raisons que nous en auons dict à la mesme differéce, alors ne se pourra aussi faire, par telle maniere, en ceste premiere difference ; Pourtant on la pourra soluer par ladicte deuxiesme maniere, à sçauoir, procedant de reduction en ③ egale à — ① + ⓪; Laquelle est generale. Parquoi nous descriprons les manieres toutes deux; Et premierement la construction procedente de conuersion en ③ egale à ① + ⓪ comme s'ensuit.

Construction.

Le tiers de 6 (des 6 ②) est 2

Qui multiplié par son double 4 faict 8, au mesme aiousté le quarré de 2 premier en l'ordre, faict 12 auquel appliqué ① sera 12①

Puis de 400 donnez soubstraict le cube de 2 premier en l'ordre, qui est 8, reste 392

Au mesme aiousté le produict de 2 premier en l'ordre, par 12 du second en l'ordre, qui est 24, faict 416

Puis on dira 1 ③ (par reigle) vaut 12① (second en l'ordre) + 416 (quatriesme en l'ordre) combien 1 ①? faict (par la 1 difference du 69 probleme) $\sqrt{}$ ③ *bino.* 208 + $\sqrt{}$ 43200 + $\sqrt{}$ ③ *bino.* 208 — $\sqrt{}$ 43200

Au mesme aiousté 2 premier en l'ordre, faict $\sqrt{}$ ③ *bino.* 208 + $\sqrt{}$ 43200 + $\sqrt{}$ ③ *bino.* 208 — $\sqrt{}$ 42200 + 2.

Ie di que le mesme est le quatriesme terme proportionel requis.

Demon-

Digitized by Google

Demonſtration Arithmetique. La ſolution ci deſſus, pour valeur de 1 ① eſt egale à 10; mettons doncques par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ③.	6 ② + 400.	1 ①.	10.
1000.	1000.	10.	10.

Et appert que 10 eſt leur quatrieſme terme proportionel.

Preparation d'autre demonſtration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme deuant le 69 probleme, 1 ③ A B, egale ou vallant 6 ② A B + 400; Et ſoit C B 2, à ſçauoir le tiers de 6 des 6 ③ donnez.

Il faut demonſtrer que ſon coſté ou 1 ① A B vaudra $\sqrt{③}$ *bino*, 208 + $\sqrt{}$ 43200 + $\sqrt{③}$ *bino*. 208 — $\sqrt{}$ 43200 + 2. *Demonſtration.* 1 ③ A B eſt par l'hypotheſe, egale à 6 ② A B + 400

Mais 1 ② A B, eſt egale à 1 ② A C + le gnomon P O B A, par le 1 Corollaire deuant le 69 probleme; parquoi 6 ② A B, ſont egales à 6 ② A C + 6 gnomons P O B A;

Ergo 1 ③ A B, eſt egale à 6 ② A C + 6 gnomons P O B A + 400.

Mais le gnomon P O B A, eſt egal à 1 ② C B + le double du produict de 1 ① A C par C B 2 par le 2 Corollaire deuant le 69 probleme parquoi 6 gnomons P O B A, ſont egaux à 6 ② C B + 24 ① A C.

Ergo 1 ③ A B, eſt egale à 6 ② A C + 6 ② C B + 24 ① A C + 400.

Mais 6 ② C B, ſont egales à 24 (car C B eſt 2) parquoi

quoi 6 ② C B (veu que chasque cube de C B vaut 8) sont egales à 3 ③ B C;

Ergo 1 ③ A B, est egale à 6 ② A C + 3 ③ C B + 24 ① A C + 400.

Mais 1 ③ A B, est egale à 1 ③ A C + 1 ③ C B + 3 solides rectangles L H.N F. G C. par le mesme theoreme deuant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ A C + 1 ③ C B + 3 solides rectangles L H. N F. G C, sont egales à 6 ② A C + 3 ③ C B + 24 ① A C + 400.

Mais les trois solides rectangles L H.N F. GC, sont egaux à 6 ② A C + 12 ① A C, par le 3 corollaire deuant le 69 probleme;

Ergo 1 ③ A C + 1 ③ C B + 6 ② A C + 12 ① AC, sont egales à 6 ② A C + 3 ③ C B + 24 ① A C + 400.

Puis soubstrahons de chasque partie 1 ③ C B + 6 ② A C + 12 ① A C;

Ergo restera 1 ③ A C, egale à 2 ③ C B + 12 ① A C + 400.

Mais 2 ③ C B (parce que C B faict 2) vallent 16;

Ergo 1 ③ A C, sera egale à 12 ① A C + 416.

Mais estant 1 ③ A C egale ou vallant 12 ① A C + 416, alors par le 69 probleme 1 ① A C vaudra √ ③ *bino.* 208 + √ 43200 + √ ③ *bino.* 208 — √ 43200. A la mesme A C, aiousté C B 2, faict pour 1 ① A B √ ③ *bino.* 208 + √ 43200 + √ ③ *bino.* 208 — √ 43200 + 2; ce qu'il falloit demonstrer.

Digitized by Google

SECONDE MANIERE DE CONSTRVCTION, QVI EST GENERALE, procedante de conuersion des termes donnez, en ③ egale à — ① + ⓪.

Explication du donné. Soient donnez les mesmes termes de la precedente premiere maniere, tels: le premier 1 ③, le second 6 ② + 400, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme proportionel.

Construction.

Le produict des 400 donnez par le 6 des 6 ② donnez, faict 2400, auquel appliqué — & ① faict — 2400 ①

Le quarré de 400 donné est 1600

Puis 1 ③ (par reigle) donne — 2400 ① + 1600 (premier & second en l'ordre) combien 1 ①? faict par la 2 difference du 69 probleme 40

Par le mesme diuisé le 400 donné donne quotient 10

Ie di que 10 est le quatriesme terme proportionel requis, dont l'Arithmetique & geometrique demonstrations sont faictes ci deuant, mais l'origine s'ensuiuera à la fin de ce probleme.

SECONDE DIFFERENCE DE SEGOND TERME — ② + ⓪.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ③, le second — 6 ② + 32, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme terme proportionel.

Constru-

Digitized by Google

Construction semblable à la premiere construction, de la premiere difference.

Le tiers de — 6 (des 6 ②) est — 2
Qui multiplié par son double — 4, faict 8, au mesme aiousté le quarré de — 2 premier en l'ordre, faict 12, auquel appliqué ① sera 12 ①
Puis des 32 donnez, soubstraict le cube de — 2 premier en l'ordre, qui est — 8 reste 40
Au mesme aiousté le produict de — 2 premier en l'ordre, par 12 second en l'ordre, qui est — 24, faict 16
Puis on dira 1 ③ (par reigle) vaut 12 ① (second en l'ordre) + 16 (quatriesme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 69 probleme 4
Au mesme aiousté — 2 premier en l'ordre faict 2.

Ie di que 2 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme soubz chascun terme son valeur en ceste sorte:

1 ③.	— 6 ② + 32.	1 ①.	2.
8.	8.	2.	2.

Et appert que 2 est leur quatriesme terme proportionel.

Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme deuant le 69 probleme, 1 ③ A C, egale ou vallant — 6 ② + 32; Et soit C B 2, à sçauoir le tiers de 6, des 6 ② donnez. Il faut demonstrer que son costé, ou 1 ① A C vaudra 2.

Digitized by Google

Demonstration. 1 ③ A C, est par l'hypothese egale à — 6 ② A C + 32.

Aioustons doncques à chascune partie 6 ② A C;

Ergo 1 ③ A C + 6 ② A C, seront egales à 32.

Puis aioustons à chascune partie 1 ③ C B + 3 solides rectangles L H. N F. G C;

Ergo 1 ③ A C + 6 ② A C + 1 ③ C B + 3 solides rectangles L H. N F. G C. seront egales à 1 ③ C B + 3 solides rectangles L H. N F. G C + 32.

Mais 1 ③ A C + 1 ③ C B + 3 solides rectangles L H. N F. G C, sont egales à 1 ③ A B par le mesme theoreme deuant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ A B + 6 ② A C, sont egales à 1 ③ C B + 3 solides rectangles L H. N F. G C + 32.

Mais les 3 solides rectangles L H. N F. G C. sont egales à 6 ② A C + 12 ① A C, par le troisiesme corol. deuant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ A B + 6 ② A C, sont egales à 1 ③ C B + 6 ② A C + 12 ① A C + 32.

Puis soubstrahons de chasque partie 6 ② A C;

Ergo 1 ③ A B, demeurera egale à 1 ③ C B + 12 ① A C + 32.

Mais 12 ① A C, sont moindres que 12 ① A B, en 12 ① C B; Parquoi aioustons à chascune partie 12 ① C B;

Ergo 1 ③ A B + 12 ① C B, seront egales à 1 ③ C B + 12 ① A B + 32.

Mais 12 ① C B, sont egales à 3 ③ C B; car estant chasque C B 4, s'ensuit que 12 ① C B sont 24. Item que 3 ③ C B seront aussi 24;

Ergo 1 ③ A B + 3 ③ C B, sont egales à 1 ③ C B + 12 ① A B + 32.

Puis soustrahons de chasque partie 1 ③ C B;

Ergo

Ergo 1 ③ A B + 2 ③ C B demeurera egale à 12 ① A B + 32.

Mais 2 ② C B (veu que chasque C B faict 2) sont egales à 16;

Ergo 1 ③ A B + 16, sont egales à 12 ① A B + 32, Puis soubstrahons de chascune partie 16;

Ergo 1 ③ A B, demeurera egale à 12 ① A B + 32.

Mais estant 1 ③ A B, egale on vallant 12 ① A B + 16, alors par le 69 probleme 1 ① A B vaudra 4. Puis de ladicte A B soubstraict C B 2, restera 1 ① A C 2; ce qu'il falloit demonstrer.

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ② — ⓪.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ③, le second 6 ② — 32, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leu quatriesme terme proportionel.

Construction.

Le tiers de 6 (des 6 ②) est 2

Qui multiplié par son double 4 faict 8 au mesme aiouste le quarré de 2 premier en l'ordre, faict 12, auquel appliqué ① sera 12 ①

Puis des — 32 donnez, soubstraict le cube de 2 premier en l'ordre qui est 8, reste 40

Au mesme aiousté le produict de 2 premier en l'ordre, par 12 second en l'ordre qui est 24, faict — 16

Puis on dira 1 ③ (par reigle) vaut 12 ① (second en l'ordre) — 16 (quatriesme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 69 probleme 2

Digitized by Google

Au meſme aiouſté 2, premier en l'ordre faict 4

Ie di que 4 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ③.	6 ② — 32.	1 ①.	4.
64.	64.	4.	4.

Et appert que 4 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis.

Preparation d'autre demonſtration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme deuant le 69 probleme 1 ③ A B, egale ou vallant 6 ② A B — 32; Et ſoit C B 2 à ſçauoir le tiers de 6 des 6 ② donnez; Il faut demonſtrer que ſon coſté ou 1 ① A B vaudra 4. *Demonſtration.* 1 ③ A B, eſt par l'hypotheſe egale à 6 ② A B — 32.

Mais 1 ② A B, eſt egale à 1 ② A C + le gnomon P O B A, par le 1 Corollaire deuant le 69 probleme, parquoi 6 ② A B, ſont egales à 6 ② A C + 6 gnomons P O B A;

Ergo 1 ③ A B, eſt egale à 6 ② AC + 6 gnomons P O B A — 32.

Mais le gnomon P O B A, eſt egal à 1 ② C B + le double du produict de 1 ① A C par C B 2, par le 2 corollaire deuant le 69 probleme, parquoi 6 gnomons P O B A, ſont egaux à 6 ② C B + 24 ① A C;

Ergo 1 ③ A B, eſt egale à 6 ② A C + 6 ② C B + 24 ① A C — 32.

Mais 6 ② C B, ſont egales à 24 (car C B eſt 2) parquoi

Digitized by Google

quoi 6 ② CB (veu que chaſque cube de CB vaut 8) ſont egales à 3 ③ CB;

Ergo 1 ③ AB, eſt egale à 6 ② AC + 3 ③ CB + 24 ① AC — 32.

Mais 1 ③ AB, eſt egale à 1 ③ AC + 1 ③ CB + 3 ſolides rectangles LH. NF. GC par le meſme theoreme deuant le 69 probleme;

Ergo 1 ③ AC + 1 ③ CB + 3 ſolides rectangles LH. NF. GC, ſont egales à 6 ② AC + 3 ③ CB + 24 ① AC — 32.

Mais les trois ſolides rectangles LH. NF. GC. ſont egaux à 6 ② AC + 12 ① AC par le 3 corollaire deuant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ AC + 1 ③ CB + 6 ② AC + 12 ① AC ſont egales à 6 ② AC + 3 ③ CB + 24 ① AC — 32.

Puis ſoubſtrahons de chaſque partie 1 ③ CB + 6 ② AC + 12 ① AC;

Ergo reſtera 1 ③ AC egale à 2 ③ CB + 12 ① AC — 32;

Mais 2 ③ CB (parce que CB faict 2) vallent 16;

Ergo 1 ③ AC ſera egale à 12 ① AC — 16;

Mais eſtant 1 ③ AC egale ou vallant 12 ① AC — 16, alors par le 69 probleme 1 ① AC vaudra 2, à la meſme AC aiouſte CB 2, faict pour 1 ① AB 4; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier ③, le ſecond ② ⊙, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Nous auons trouué leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

Digitized by Google

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRUCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand ③ est egale à ② & ⊙, nous les pouuons reduire, en ③ egale à ①, & ⊙, ou en ② egale à ⊙, & alors deuient la valeur de 1 ① notoire par le precedent 69 probleme, & de telle reduction est colligée la maniere de ladicte construction comme il apparoistra. Soit par exemple:

1 ③ egale a 6 ② + 400.

Qui sont le premier & second terme de la premiere difference; Et soubstrahons de chasque partie 6 ②;

Ergo 1 ③ — 6 ②, demeurera egale à 400.

Puis aiouſtons à chasque partie quelque ①, & ⊙, telles que la premiere partie aie racine cubique de 1 ① + quelque ⊙. Or pour trouuer telles quantitez, ne faut que multiplier en soi cubiquement 1 ① — le tiers de 6, des 6 ②, qui est 1 ① — 2 (la raison pourquoi il faut prendre le tiers de 6 des 6 ②, est, que la potence cubique de 1 ① — ⊙, a touſiours le nombre de ses ②, triple au ⊙ de la racine, dont la raison appert, es nombres procedans de l'operation de telle cubique multiplication) Et donne produict 1 ③ — 6 ② + 12 ① — 8; du meſme soubstraict la premiere des egales parties 1 ① — 6 ②, reste 12 ① — 8 qui aiouſtez à chasque partie, fera que la premiere partie aura racine cubique de ① & ⊙; aiouſtons les doncques à chasque partie;

Ergo 1 ③ — 6 ② + 12 ① — 8, seront egales à 12 ① + 392.

Puis extrahons de chasque partie racine cubique.

Ergo

Digitized by Google

Ergo 1 ① — 2, seront egales à √ ③ *bino.* 12 ① + 392.

Or parce que la seconde partie n'a point de racine seruant à nostre popos, il nous faudra acheuer la reste par l'aide de la figure du theoreme deuant le 69 probleme en ceste sorte: Soit chascune ① de noz egales parties la ligne A B;

Ergo 1 ① A B — 2, sera egale à √ ③ *bino.* 12 ① A B + 392.

Puis posons que C B soit 2;

Ergo 1 ① A C, sera egale, à √ ③ *bino.* 12 ① A B + 392.

Puis prenons la potence cubique de chasque partie;

Ergo 1 ③ A C. sera egale à 12 ① A B + 392.

Mais 12 ① A B, valent 12 ① A C + 24 (car 12 fois C B 2, faict 24) ostons doncques les 12 ① A B, & en son lieu posons 12 ① A C + 24;

Ergo 1 ③ A C, sera egale a 12 ① A C + 416.

Et ainsi au lieu de 1 donnez 1 ③ A B, egale à 6 ② A B + 400, nous auons 1 ③ A C, egale à 12 ① A C + 416. Desquelles estant trouué la valeur de 1 ① A C, qui par le 69 probleme est √ ③ *bino.* 208 + √ 43200 + √ ③ *bino.* 208 — √ 43200; s'ensuit que pour auoir la valeur de toute la A B requise, qu'il y faut encore aiouster la C B, qui par l'hypothese est 2, & sera pour solution comme dessus √ ③ *bino.* 208 + √ 43200 + √ ③ *bino.* 208 — √ 43200 + 2.

Or que ceci est l'origine de ladicte construction, est manifeste; toutesfois pour plus grande euidence nous repeterons en brief le susdict en ceste sorte:

Premierement il appert (par les nombres faisans la cubique multiplication de 1 ① — 2) que le tiers de 6

Digitized by Google

des 6 ② qui eſt 2, multiplié par ſon double faict 8, & au meſme aiouſté le quarré dudict 2 faict (touſiours pour nombre des ① reduictes) 12 & les applicant ① ſont 12 ①

Il appert auſſi que des 400 donnez, on à ſoubſtraict le cube du ſuſdict 2, qui eſt 8, & reſtoit 392, aux meſmes ſ'aiouſta le produict dudict 2, par ledict 12, qui eſt 24, faict (touſiours pour le ◎ reduict) 416

Puis il appert, qu'eſtant 1 ③ egale à 12 ① A C + 416, qu'on en cherche la valeur de 1 ① par le 69 probleme qui eſt √ ③ *bino.* 208 + √ 43200 + √ ③ *bino.* 208 — √ 43200

Puis qu'au meſme on aiouſte encore ledict tiers de 6 des 6 ②, qui eſt 2, faict pour ſolution √ ③ *bino.* 208 + √ 43200 + √ ③ *bino.* 208 — √ 43200 + 2.

De ſorte qu'il appert de point en point, que ceci eſt la vraie origine de la conſtruction de la premiere difference; Et celui qui entendra bien ceſte ci, entendra auſſi celles des deux autres differences. Laquelle origine il nous falloit declarer.

DE L'ORIGINE DE DE LA SECONDE CONSTRVCTION DE LA *precedente premiere difference.*

Quand ③ eſt egale à ② + ◎, nous la pouuons reduire en ③ egale a — ① + ◎, & alors deuiẽt la valeur de 1 ① notoire par la ſeconde difference du 69 probleme, & de telle reduction eſt colligée la maniere de la ſeconde conſtruction de la precedente premiere difference, comme il apparoiſtra. Soit par exemple 1 ③, egale a 6 ② + 400, qui ſont le premier & ſecond terme de

Digitized by Google

me de ladicte difference. Mais pour clairement expliquer le propoſé, nous metterons deſſoubs noz quatre termes leurs valeurs, en ceſte ſorte:

1 ③.	6 ② + 400.	1 ①.	10.
1000.	1000.	10.	10.

Or il eſt notoire par les meſmes, que le cube de la valeur de 1 ①, eſt egal à ſix quarrez du meſme valeur + 400: Pourtant ſi nous auions nombre tel, que de ſon cube ſoubſtraict les ſix quarrez du meſme nombre, & que la reſte fuſt 400, il eſt manifeſte, que tel nombre ſeroit la valeur de 1 ① requiſe. Pourtant mettons ceci en queſtion telle: *Trouuons vn nombre tel, que de ſon cube ſoubſtraict les ſix quarrez dudict nombre, la reſte ſoit 400.* Or ſi nous commençames à beſoigner ſelon la vulgaire maniere, qui ſera enſeignée au 81 probleme, nous trouuerions à la fin, egaleté de termes, qui ſeroient les meſmes que les termes donnez; de ſorte que ne prouffiterions ainſi rien; Parquoi il nous faut mettre autre queſtion que la precedente, laquelle eſt inuentée en ceſte ſorte: Ie voi aux ſuſdicts quatre termes, que ſi ie diuiſois le 400 donnez, par le 10 valeur de 1 ①, le quotient ſeroit 40: Doncques 40 & 10 ſont deux nombres tels, que leur produict eſt 400, & du cube de l'vn (à ſçauoir du 10) ſoubſtraict les 6 quarrez du meſme nombre, reſte 400, parquoi ie propoſe ceci en queſtion telle: *Trouuons deux nombres tels, que leur produict ſoit 400. & du cube de l'vn, ſoubſtraict les ſix quarrez du meſme nombre, la reſte ſoit 400.* Et eſt notoire qu'eſtant trouuez tels deux nombres, l'vn ſera celui que nous cherchons: Or ceſte queſtion eſt la 10 du 81 probleme, par l'operation de laquelle, il eſt notoire eſtre colligée ladicte conſtruction

Digitized by Google

construction ; Car apres la reduction, 1 ③ se trouua egale a — 2400 ① + 160000, mais ce 2400, est le produict de 6 & 400 donnez, auquel precede —, & leur quantité est ① : Et le 160000 est le quarré du 400 donné, ce qui auient ainsi en tous exemples semblables; & pourtant est ce, que l'on à mis tout ceci en reigle plus briefue. Quant au 400 qui se diuise finalement par le 40 trouué; La raison en est notoire audict 10 exemple du 81 probleme. Laquelle origine il nous falloit declarer.

DES SOLVTIONS QVE L'ON PEVT FAIRE PAR — SVR LES PRECEDENS PROBLEMES.

Aucuns des precedens problemes, de la proportion des nombres algebraiques, reçoiuent par dessus les solutions ci deuant données, encore d'autre solution par —; Et combien les mesmes ne semblent que solutions songées, toutesfois elles sont vtiles, pour venir par les mesmes aux vraies solutions des problemes suiuãs par +; La cause est, qu'au valeur de 1 ① trouué par quelque des problemes precedens, il faudra aucunefois encore aiouster quelque certain nombre, comme apparoistra; d'ou s'ensuit, que quand le nombre à aiouster, sera maieur que ladicte solution par —, que leur difference sera vraie solution par +. Or lesdictes solutions par — (lesquelles nous expliquerons par articles selon l'ordre des problemes, & leurs differentes precedentes sont telles:

ARTICLE 1. Estant 1 ① egale à ◎, la valeur de 1 ①, ne peut estre —, la raison est, que la valeur du premier

Digitized by Google

premier terme seroit tousiours —, & du second terme tousiours +, lesquels ne peuuent estre egaux.

Article ii. Estant ② egale a ① + ⓪, la solution ce peut faire par —; Par exemple 1 ② vaut 4 ① + 21, combien 1 ①? On changera le second terme donné ainsi: 1 ② vaut — 4 ① + 21, combien 1 ①? faict par le 68 probleme 3, lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est — 3. l'Arithmetique demonstration en est telle:

1 ②.	4 ① + 21.	1 ①.	— 3.
9.	— 12 + 21.	— 3.	— 3.

Article iii. Estant ② egale a — ① + ⓪, la solution se peut faire par —. Par exemple 1 ② vaut — 4 ① + 21, combien 1 ①? On changera le second terme donné ainsi: 1 ② vaut 4 ① + 21 combien, 1 ①? faict par le 68 probleme 7, lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est — 7; l'Arithmetique demonstration en est telle:

1 ②.	— 4 ① + 21.	1 ①.	— 7.
49.	28 + 21.	— 7.	— 7.

Article iiii. Estant ② egale à ① — ⓪, la valeur de 1 ① ne peut estre —: la raison est, que la valeur du second terme: seroit tousiours +, & du second terme tousiours —, lesquels ne peuuent estre egaux.

Article v. Estant ③ egale à ① + ⓪, on verra si le produict des $\frac{2}{3}$ du nombre de ①, par la racine quarrée de $\frac{1}{3}$ du mesme nõbre, est Egal, Majeur, ou Moindre, que ⓪ donné. Car quand tel produict est egal, ou maieur, ils auront chascune vne solution par

Digitized by Google

par —, mais estant moindre il ne l'aura pas. Et premierement nous donnerons exemple, auquel se rencontre egaleté, ainsi: 1 ③ vaut 12 ① + 16, combien 1 ①? Car le produict de 8 (pour les $\frac{2}{3}$ de 12 des 12 ①) par 2 (pour la racine de $\frac{1}{3}$ desdicts 12) faict 16, qui est egal au ⊙ donné, ils auront doncques vne solution par —, laquelle on trouue en ceste sorte: On changera le second terme donné ainsi: 1 ③ vaut 12 ① — 16, combien 1 ①? faict par le 69 probleme 2, lequel appliqué à nostre question nous dirons, que la solution sera —2. l'Arithmetique demonstration en est telle:

1 ③.	12 ① + 16.	1 ①.	— 2.
— 8.	— 24 + 16.	— 2.	— 2.

Et estant ledict produict Maieur, les donnez auront aussi (comme nous auons dict) solution par —. Par exemple, 1 ③ vaut 12 ① + 9, combien 1 ①? On changera le second terme donné ainsi: 1 ③ vaut 12 ① — 9, combien 1 ①? faict par le 69 probleme, pour maieure solution 3, lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est — 3. L'arithmetique demonstration en est telle:

1 ③.	12 ① + 9.	1 ①.	— 3.
— 27.	— 36 + 9.	— 3.	— 3.

Mais estant ledict produict moindre, ils ne peuuent (comme nous auons dict dessus) auoir solution par —, la raison est que la valeur du deuxiesme terme donné seroit touſiours neceſſairement maieur, que celui du premier.

ARTICLE VI. Estant ③ egale à — ① + ⊙, la valeur

Digitized by Google

valeur de 1 ① ne peut estre —, la raison est, que la valeur du premier terme seroit tousiours —, & du second terme tousiours +, lesquels ne peuuent estre egaux.

Article vii. Estant ③ egale à ① — ⊙, la solution se peut faire par —. Par exemple 1 ③ vaut 2 ① — 21; combien 1 ①? On changera le second terme ainsi: 1 ③ vaut 2 ① + 21, combien 1 ①? faict par le 69 probleme 3. lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est — 3. L'arithmetique demonstration en est telle:

1 ③.	2 ① — 21.	1 ①.	— 3.
— 27.	— 6 — 21.	— 3.	— 3.

Article viii. Et si l'on posoit 1 ③ egale a — 3 ① — 4, la solution se pourroit aussi faire par — changeant le second terme cõme dessus, en ceste sorte: 1 ③ vaut — 3 ① + 4, combien 1 ①? faict par le 69 probleme 1; Lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est — 1. L'arithmetique demonstration en est telle:

1 ③.	— 3 ① — 4.	1 ①.	— 1.
— 1.	+ 3 — 4.	— 1.	— 1.

Article ix. Estant ③ egale à ② + ⊙, la valeur de 1 ① ne peut estre —, la raison est, que la valeur du premier terme, seroit tousiours —, & du second terme tousiours +, lesquels ne peuuent estre egaux.

Article x. Estant ③ egale à — ② + ⊙; On verra si le produict de $\frac{1}{3}$ du nombre de ②, par le quarré des $\frac{2}{3}$, du mesme nombre, est Egal, ou Maieur, ou Moindre, que ⊙ donné. Car quand tel produict est egal,

Digitized by Google

egal, ils auront vne solution par —. Et estant maieur, ils auront deux solutions par —: mais estant moindres, ils n'auront point de solution par —. Et premierement nous donnerons exemple, auquel se rencontre egaleté, ainsi 1 ③ vaut — 3 ② + 4, combien 1 ①? Car le produict 1 (pour $\frac{1}{3}$ de 3 des 3 ②) par 4 (pour le quarré des $\frac{2}{3}$ desdicts 3) faict 4, qui est egal au ◎ donné. Ils auront dõcques vne solution par —, laquelle on trouue en ceste sorte: On changera le second terme donné ainsi 1 ③ vaut 3 ② — 4 combien 1 ①? faict par le 70. probleme 2, lequel applique à nostre question, nous dirons que la solution est — 2. l'Arithmetique demonstration en sera telle:

1 ③.	— 3 ② + 4.	1 ①.	— 2.
— 8.	— 12 + 4.	— 2.	— 2.

Et estant ledict produict maieur, nous aurons alors deux solutions par —. Par exemple 1 ③ vaut — 11 ② + 72, combien 1 ①? On changera comme dessus, le second terme ainsi: 1 ③ vaut 11 ② — 72, combien 1 ①? faict par le 70 probleme, pour maieure solution 3, & pour moindre solution $\sqrt{40} - 4$, lesquels applicquez à nostre question, nous dirons que la solution est & — 3, & — $\sqrt{40} - 4$. l'Arithmetique demonstration en est telle:

1 ③.	— 11 ② + 72.	1 ①.	— 3.
— 27.	— 99 + 72.	— 3.	— 3.

Item.

1 ③. — 11 ② + 72. 1 ①. — $\sqrt{40} - 4$.

$-\sqrt{309760-544}.-\sqrt{309760-616}+72.-\sqrt{40}-4.-\sqrt{40}-4$

Mais estant ledict produict moindre, alors ne se pourra

Digitized by Google

pourra (comme nous auons dict dessus) auoir solution par —: la raison est que la valeur du deuxiesme terme, deuient tousiours necessairement maieure, que celui du premier.

ARTICLE XI. Estant ③ egale à ② — ⓪, la solution se peut faire par —. Par exemple 1 ③ vaut 6 ② — 400, combien 1 ①? On changera le second terme ainsi, 1 ③ vaut 6 ② + 400, combien 1 ①? faict par le 70 probleme 10. lequel appliqué à nostre question nous dirons que la solution est — 10. L'arithmetique demonstration en est telle:

1 ③.	6 ② — 400.	1 ①.	— 1c.
— 1000.	— 600 — 400.	— 10.	— 10.

PROBLEME LXXI.

ESTant donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ② ① ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouuer leur quatriesme terme proportionel.

NOTA Le trinomie du second terme donné de ce probl. se peut rencontrer en sept differences, à sçauoir:

② + ① + ⓪
— ② + ① + ⓪
② + ① — ⓪
— ② + ① — ⓪
② — ① + ⓪
— ② — ① + ⓪
② — ① — ⓪

Lesquelles sept differences selon les autres autheurs, reçoiuent bien 25 diuerses manieres d'operations: Mais nous l'auons conuertie en vne simple, facile & generale en ceste sorte;

Digitized by Google

egal, ils auront vne solution par —. Et estant maieur, ils auront deux solutions par —: mais estant moindres, ils n'auront point de solution par —. Et premierement nous donnerons exemple, auquel se rencontre egaleté, ainsi 1 ③ vaut — 3 ② + 4, combien 1 ①? Car le produict 1 (pour $\frac{1}{3}$ de 3 des 3 ②) par 4 (pour le quarré des $\frac{2}{3}$ desdicts 3) faict 4, qui est egal au ◎ donné. Ils auront dõcques vne solution par —, laquelle on trouue en ceste sorte: On changera le second terme donné ainsi 1 ③ vaut 3 ② — 4 combien 1 ①? faict par le 70. probleme 2, lequel applique à nostre question, nous dirons que la solution est — 2. l'Arithmetique demonstration en sera telle:

1 ③.	— 3 ② + 4.	1 ①.	— 2.
— 8.	— 12 + 4.	— 2.	— 2.

Et estant ledict produict maieur, nous aurons alors deux solutions par —. Par exemple 1 ③ vaut — 11 ② + 72, combien 1 ①? On changera comme dessus, le second terme ainsi: 1 ③ vaut 11 ② — 72, combien 1 ①? faict par le 70 probleme, pour maieure solution 3, & pour moindre solution $\sqrt{40} - 4$, lesquels applicquez à nostre question, nous dirons que la solution est & — 3, & — $\sqrt{40} - 4$. l'Arithmetique demonstration en est telle:

1 ③.	— 11 ② + 72.	1 ①.	— 3.
— 27.	— 99 + 72.	— 3.	— 3.

Item.

1 ③. — 11 ② + 72. 1 ①. — $\sqrt{40} - 4$.

$-\sqrt{3097600} - 544. -\sqrt{3097600} - 616 + 72. -\sqrt{40} - 4. -\sqrt{40} - 4$

Mais estant ledict produict moindre, alors ne se pourra

Digitized by Google

pourra (comme nous auons dict dessus) auoir solution par —: la raison est que la valeur du deuxiesme terme, deuient tousiours necessairement maieure, que celui du premier.

Article xi. Estant ③ egale à ② — ⓪, la solution se peut faire par —. Par exemple 1 ③ vaut 6 ② — 400, combien 1 ①? On changera le second terme ainsi, 1 ③ vaut 6 ② + 400, combien 1 ①? faict par le 70 probleme 10. lequel appliqué à nostre question nous dirons que la solution est — 10. L'arithmetique demonstration en est telle:

1 ③.	6 ② — 400.	1 ①.	— 10.
— 1000.	— 600 — 400.	— 10.	— 10.

PROBLEME LXXI.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ② ① ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouuer leur quatriesme terme proportionel.

Nota Le trinomie du second terme donné de ce probl. se peut rencontrer en sept differences, à sçauoir:

② + ① + ⓪
— ② + ① + ⓪
② + ① — ⓪
— ② + ① — ⓪
② — ① + ⓪
— ② — ① + ⓪
② — ① — ⓪

Lesquelles sept differences selon les autres autheurs, reçoiuent bien 25 diuerses manieres d'operations: Mais nous l'auons conuertie en vne simple, facile & generale en ceste sorte;

Digitized by Google

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ②+①+◎.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ③, le ſecond 6 ② + 10 ① + 300, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

Le tiers de 6 (des 6 ②) eſt 2

Qui multiplié par ſon double 4, faict 8, au meſme aiouſté le quarré dudict 2, faict 12, au meſme aiouſté 10 (des 10 ①) faict 22, auquel appliqué ①, ſeront 22 ①

Puis du nombre ◎ donné 300

Soubſtraict le cube de 2 premier en l'ordre qui eſt 8, reſte 292

Au meſme aiouſté le produict de 2 premier en l'ordre, par 22 ſecond en l'ordre, qui eſt 24, faict 336

Puis on dira 1 ③ (par reigle) vaut 22 ① (ſecond en l'ordre) + 336 cinquieſme en l'ordre, combien 1 ①? faict par le 69 probleme 8

Au meſme aiouſté 2, premier en l'ordre faict 10

Ie di que 10 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur, en ceſte ſorte:

1 ③.	6 ② + 10 ① + 300.	1 ①.	10.
1000.	1000.	10.	10.

Et appert que 10, eſt leur quatrieſme terme proportionel.

Prepara-

Digitized by Google

Preparation d'autre demonſtration Geometrique.

Soient à la figure du theoreme deuant le 69 probleme 1 ③ A B, egale au vallant 6 ② A B + 10 ① A B + 300; Et ſoit C B 2, à ſçauoir le tiers de 6 des 6 ② dõnez. Il nous faut demonſtrer que ſon coſté, ou 1 ① A B, vaudra 10. *Demonſtration.* 1 ③ A B, eſt par l'hypotheſe, egale à 6 ② A B + 10 ① A B + 300.

Mais 1 ③ A B, eſt auſſi egal à 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C + 1 ③ C B, par le 4 corollaire deuant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C + 1 ③ C B, ſont egales à 6 ② A B + 10 ① A B + 300.

Mais 1 ③ C B (veu que C B eſt 2) eſt egale à 8, parquoi ſoubſtrahons de l'vne partie 1 ③ C B, & de l'autre partie 8;

Ergo 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C, ſont egales à 6 ② A B + 10 ① A B + 292.

Mais 6 ② A B, excedent aux 6 ② A C, en 6 gnomons P O B A, par le 5 corollaire deuant le 69 probleme. Et les 6 gnomons P O B A, font 24 ① A B — 6 ② C B (car eſtant A B 1 ①, & H B 2, alors ſera A H 2 ①, & C O 2 ①, parquoi chaſque gnomon ſera 4 ① — 1 ② C B, à ſçauoir 4 ① A B — 1 ② C B, parce que le produict de H B 2, par A B, faict auſſi bien le double de A B, comme la ſuperfice A H; doncques, les 6 gnomons comme nous auons dict, font 24 ① A B — 6 ② C B) parquoi 6 ② A B, excedent à 6 ② A C, en 24 ① A B — 6 ② C B. Mais 6 ② C B font 24, parquoi 6 ② A B, excedent à 6 ② A C, en 24 ① A B — 24. Parquoi 6 ② A B, ſont egales à 6 ② A C + 24 ① A B, —

Digitized by Google

— 24. Soubſtrahons doncques de la ſuſdicte ſeconde partie des egales parties 6 ② A B, & aiouſtons en ſon lieu 6 ② A C + 24 ① A B — 24;

Ergo 1 ③ A C + 6 ② AC + 12 ① A C, ſont egales à 6 ② A C + 34 ① A B + 268.

Puis ſoubſtrahons de chaſque partie 6 ② A C;

Ergo 1 ③ A C + 12 ① A C, ſont egales à 34 ① A B + 268.

Mais 34 ① A B, ſont egales à 34 ① A C + 34 ① C B, & 34 ① C B (parce que B C eſt 2) ſont 68, parquoi 34 ① AB ſont egales à 27 ① AC + 68. Soubſtrahons doncques de la premiere partie des egales parties 34 ① A B, & en ſon lieu aiouſtons 34 ① A C + 68;

Ergo 1 ③ A C + 12 ① A C, ſont egales à 34 ① A C + 336.

Puis ſoubſtrahons de chaſque partie 12 ① A C.

Ergo 1 ③ A C, eſt egale à 22 ① A C + 336.

Mais eſtant 1 ③ A C, egale ou vallant 22 ① A C + 336, alors par le 69 prob. 1 ① A C, vaudra 8; Au meſme aiouſté C B 2, donne ſomme, pour 1 ① A C 10; ce qu'il falloit demonſtrer.

SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME — ② + ① + ◎.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier 1 ③, le ſecond — 6 ② + 3 ① + 26. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

Le tiers de — 6 (des — 6 ②) eſt — 2
Qui multiplié par ſon double — 4, faict 8, au meſme

Digitized by Google

meſme aiouſté le quarré dudict — 2, faict 12, au meſme aiouſté 3 (des 3 ①) faict 15, auquel appliqué ① ſeront 15 ①
Puis du ◎ donné qui eſt 26
Soubſtraict le cube de — 2 premier en l'ordre, qui eſt — 8, reſte 34
Au meſme aiouſté le produict de — 2 premier en l'ordre, par 15 du ſecond en l'ordre, qui eſt — 30, faict 4
Puis on dira 1 ③ (par reigle) vaut 15 ① (ſecond en l'ordre) + 4 (cinquieſme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 69 probleme 4
Au meſme aiouſté — 2 premier en l'ordre, faict 2.

Ie di que 2 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte :

1 ③.	— 6 ② + 3 ① + 26.	1 ①.	2.
8.	8.	2.	2.

Et appert que 2 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis.

Preparation d'autre demonſtration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme deuant le 69 probleme 1 ③ A C, egale ou vallãt — 6 ② A C + ③ ① A C + 26; Et ſoit C B 2, à ſçauoir le tiers de 6, des 6 ② donnez. Il faut demonſtrer que ſon coſté, ou 1 ① A C vaudra 2. *Demonſtration.* A B faict 1 ① A C + 2, mais le cube de 1 ① A C + 2 faict (par le 49 probleme, &

Digitized by Google

par le 4 Corollaire deuant le 69 probleme) 1 ③ AC + 6 ② AC + 12 ① AC + 1 ③ CB 8;

Ergo 1 ③ AB, eſt egale à 1 ③ AC + 6 ② AC + 12 ① AC + 1 ③ CB 8.

Mais puis que par l'hypotheſe 1 ③ AC, eſt egale à — 6 ② AC + 3 ① AC + 26. Doncques ſi nous aiouſtons à chaſcune partie 6 ②, alors 1 ③ AC + 6 ② AC ſeront egales à 3 ① AC + 26; ſoubſtrahons doncques de la ſeconde des egales parties 1 ③ AC + 6 ② AC, & en ſon lieu poſons 3 ① AC + 26;

Ergo 1 ③ AB, eſt egale à 15 ① AC + 34.

Mais 15 ① CB; ſont egales à 30, parquoi aiouſtons à l'vne partie 30, & à l'autre 15 ① CB,

Ergo 1 ③ AB + 30, ſera egal à 15 ① AB + 34.

Puis ſoubſtrahons de chaſque partie 30;

Ergo 1 ③ AB, eſt egale à 15 ① AB + 4.

Mais eſtant 1 ③ AB, egale ou vallant 15 ① AB + 4; alors par le 69 probleme 1 ① AB vaudra 4, de la meſme ſoubſtraict CB 2 reſte 1 ① AC 2; ce qu'il falloit demonſtrer.

Le general ordre que nous auons promis ſur les queſtions qui ſe peuuent rencontrer en ce probleme, apparoiſt aſſez es conſtructions des deux exemples precedens, car il n'y a en l'vne pas vne ſyllabe autrement qu'en l'autre, & pourroient ſatisfaire à ce probleme, toutesfois pour les moins exercés, nous deſcriprons leurs diuerſitez. Mais (à fin de ne meſuſer le temps, & gaſter papier) ſeulement les nombres de l'ordre, auſquels on entendra ſe referer les motz des conſtructions precedentes, en ceſte ſorte:

1 ③ egale.

Digitized by Google

1 ③ egale a	2 ③ egale a
$-②+3①+22$	$-6②+3①+4$
-2	-2
$15①$	$15①$
22	4
30	12
0	-18
$\surd 15$	3
$\surd 15-2$	1

On entendra par ces constructions, que 1 ③ vallant $-6②+3①+22$, alors 1 ③ vaudra $\surd 15-2$. Auſſi 1 ③ vallant $-6②+3①+4$, alors 1 ① vaudra 1. Et ainſi des autres ſuiuans.

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME $②+①-⊙$.

1 ③ egale a	1 ③ egale a	1 ③ egale a
$6②+4①-24$	$6②+3①-18$	$6②+3①-44$
2	2	2
$16①$	$15①$	$15①$
-24	-18	-44
-32	-26	-52
0	4	-22
4	4	2
6	6	4

Digitized by Google

QVATRIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME —②+①—⓪.

1 ③ egale a
— 6 ② + 18 ① — 4
— 2
30 ①
— 4
4
— 56
4
2

CINCQVIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②—①+⓪.

1 ③ egale a	1 ③ egale a	1 ③ egale a
6②—12①+8	6②—12①+9	6②—12①+7
2	2	2
0 ①	0 ①	0 ①
8	9	7
0	1	— 1
0	1	— 1
0	1	— 1
2	3	1
1 ③ egale a	1 ③ egale a	1 ③ egale a
6②—10①+3	6②—14①+15	6②—15①+10
2	2	2
2 ①	— 2 ①	— 3 ①
3	15	10
— 5	7	2
— 1	3	— 4
1	1	— 1
3	3	1

Faict par le 8 art. deuant ce 71 prob.

Digitized by Google

1 ③ egale a	1 ③ egale a
6 ② — 9 ① + 4.	6 ② — 10 ① + 4.
2 —	2
3 ①	2 ①
4	4
— 4	— 4
2 —	0
4	

Faict par la note du 69 probleme { & ✓ 2 / & 0

Faict aussi par le 7 article deuant ce 71 prob. — ✓ 2

Et à chascun de ces trois aiousté 2 premier en l'ordre, faict pour premiere solution 2 + ✓ 2

Et pour seconde solution 2

Et pour troisiesme solution 2 — ✓ 2

SIXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME — ② — ① + ⓪.

1 ③ egale a	1 ③ egale a	1 ③ egale a
— 6 ② — 12 ① + 56.	— 6 ② — 3 ① + 10.	— 6 ② — 3 ① + 38
— 2	— 2	— 2
0 ①	9 ①	9 ①
56	10	38
64	18	46
64	0	28
4	5	4
2	1	2

Digitized by Google

1 ③ egale a
−6 ② −15 ① +62
−2
−3 ①
62
70
76
4
2

1 ③ egale a
−6 ② −1 ① +8
−2
11 ①
8
16
−6
3
Par le 69 & prob. & ✓ $\frac{17}{4} - \frac{2}{2}$
Maieure solution 1
Moindre solution ✓ $\frac{17}{4} - \frac{7}{2}$ si vous plaist la solution par moins.

SEPTIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ② — ① — ⓪.

1 ③ egale à
6 ② −3 ① −10
2
9 ①
−10
−18
0
3
5

1 ③ egale a
6 ② −4 ① −5
2
8 ①
−5
−13
3
3
5
Par le 69 & prob. & ✓ 5 −1
Maieur solution 4
Moindre solution ✓ 5 +1

1 ③ egale a
6 ③ −4 ① −16
2
8 ①
−16
−24
−8
2
2

Conclusion. Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ② ① ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque. Nous auons trouué leur quatriesme proportionel; ce qu'il falloit faire.

Digitized by Google

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT,

LXXI. PROBLEME.

Quand ③ est egale à ② ① ◎, nous les pouuons reduire, en ③ egale à ① ◎, ou en ③ egale à vne quantité, & alors deuiét la valeur de 1 ① notoire par le probleme conformé aux termes reduicts, & de telle reduction est colligée la maniere de ladicte construction, comme apparoistra. Soit par exemple 1 ③ egale à 6 ② + 10 ① + 300. Qui sont le premier & second terme, de la premiere difference; Et soubstrahons de chasque partie 6 ②.

Ergo 1 ③ — 6 ②, demeurera egale à 10 ① + 300

Puis aioustons à chasque partie quelque ① & ◎ telles que la premiere partie aie racine cubique de ① + quelque ◎; Et est demonstré en l'origine du 70 probleme que ce seront 12 ① — 8; Aioustons les doncques à chasque partie;

Ergo 1 ③ — 6 ② + 12 ① — 8, seront egales à 22 ① + 292.

Puis extrahons de chasque partie racine cubique.

Ergo 1 ① — 2, seront egales à ✓ ③ *bino*. 21 ① + 292.

Or parce que la seconde partie n'a point de racine seruant à nostre propos, il faudra acheuer la reste par l'aide de la figure du theoreme deuant le 69 probleme, en ceste sorte: Soit chascune ① de noz egales parties la ligne A B.

Ergo 1 ① A B — 2 sera egale à ✓ ③ *bino*. 22 ① A B + 292.

Puis posons que B C soit 2.

Ergo

Ergo 1 ① A C, ſera egale à ✓ ③ *bino.* 22 ① A B + 292.

Puis prenons la potence cubique de chaſque partie;

Ergo 1 ③ A C, ſera egale à 22 ① A B + 292.

Mais 22 ① A B, vallent 22 ① A C + 44 (car 22 fois C B 2 ſont 44) oſtons doncques les 22 ① A B, & en ſon lieu poſons 22 ① A C + 44;

Ergo 1 ③ AC, ſera egale à 22 ① A C + 336.

Et ainſi au lieu des donnez 1 ③ A B, egale à 6 ③ A B + 10 ① A B + 300, nous auons 1 ③ A C, egale à 22 ① A C + 336; Deſquels eſtant trouué la valeur de 1 ① A C, qui par le 69 probleme eſt 8. S'enſuit que pour auoir la valeur de toute la A B requiſe, qu'il y faut encore aiouſter la C B, qui par l'hypotheſe eſt 2, & ſera pour ſolution comme deſſus 10.

Or que ceci eſt l'origine de ladicte conſtruction (cõme nous auons demonſtré le ſemblable, plus amplement à la fin de l'origine du 70 probleme, ſemblable à ceſte ci) eſt manifeſte. Laquelle origine il falloit declarer.

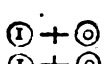
PROBLEME LXXII.

ESTant donnez trois termes, deſquels le premier ④, le ſecond ① ◎, le troiſieſme, nombre algebraique quelconque : Trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

NOTA Le binomie du ſecond terme donné, de ce probleme, ſe peult rencontrer en trois differences à ſçauoir:

① +

Digitized by Google



Desquelles trois differences les autres en donnent trois diuerſes manieres d'operations, mais nous en donnerons vne ſimple & generale en ceſte ſorte:

PREMIERE DIFFERENCE
DE SECOND TERME ① + ◎.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ④, le ſecond 12 ① + 5, le troiſieſme 1 ①. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

$\frac{1}{4}$ ③ (par reigle) + 5 ① (pour le 5 donné, ſuy applicant ①) vallent 36 (quarré de 6, moitie de 12 des 12 ① donnez) combien 1 ①? faict par le 69 probleme 4

Le quarré de ſa moitie 2 eſt 4

Au meſme aiouſté 5 donné, faict 9

Sa racine quarrée 3

De la meſme ſoubſtraict 2 moitie de 4 premier en l'ordre, reſte 1

La racine quarrée de 4 premier en l'ordre, eſt 2, laquelle quand au + ou — ſera par reigle comme les 12 ① donnez, qui ſont +, ſera doncques + 2, à laquelle appliqué ① par reigle ſeront 2 ①

Puis on dira 1 ② (par reigle) vaut 2 ① (ſixieſme en l'ordre) + 1 (cinquieſme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme $\sqrt{2} + 1$

Ie di que $\sqrt{2} + 1$ eſt le quatrieſme terme proportionel requis. ***Demonſtration Arithmetique.*** Mettons par le moien

Digitized by Google

le moien du 66 probleme, soubs chascune terme sa valeur en ceste sorte:

1 ④. 12 ① + 5. 1 ①. $\sqrt{2}$ + 1.
17 + $\sqrt{288}$. 17 + $\sqrt{288}$. $\sqrt{2}$ + 1. $\sqrt{2}$ + 1.

Et appert que $\sqrt{2}$ + 1, est leur quatriesme terme proportionel.

DEVXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME — ① + ⓪.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ④, le seconde — 32 ① + 60, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

$\frac{1}{4}$ ③ (par reigle) + 60 ① (pour le + 60 donné, lui applicant ①) vallent 256 (quarté de — 16, moitie de — 32 des — 22 ① données) combien 1 ①? faict par le 69 probleme. 4
Le quarté de sa moitie 2 est 4
Au mesme aiousté 60 donné, faict 64
Sa racine quarrée 8
De la mesme soubstraict 2, moitie de 4 premier en l'ordre, reste 6
La racine quarrée de 4 premier en l'ordre est 2, laquelle quant au + ou —, sera par reigle comme les — 32 ① donnez, qui sont —, sera donc — 2, à laquelle appliqué ① (par reigle) sera — 2 ①
Puis on dira — 1 ② (par reigle) vaut — 2 ① (sixiesme en l'ordre) + 6 (cinquiesme en l'ordre) combien

Digitized by Google

combien 1 ①, faict par le 68 probleme $\sqrt{7}-1$

Ie dis que $\sqrt{7}-1$ est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme soubz chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ④.	-32 ① $+60$.	1 ①. $\sqrt{7}-1$
$92-\sqrt{7168}$.	$92-\sqrt{7168}$.	$\sqrt{7}-1$. $\sqrt{7}-1$

Et appert que $\sqrt{7}-1$ est leur quatriesme terme proportionel.

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ①—⓪.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ④, le second 4 ① -3, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

$\frac{1}{4}$ ③ (par reigle) -3 ① (pour le -3 donné, lui applicant ①) vallent 4 (quarré de 2 moitié de 4 des 4 ①) combien 1 ①? faict par le 66 probleme 4

Le quarré de sa moitie 2 est 4

Au mesme aiousté -3 donné faict 1

Sa racine quarrée 1

De la mesme soubstraict 2, moitié de 4 premier en l'ordre, reste -1

La racine quarrée de 4 premier en l'ordre, est 2, laquelle quand au $+$ ou $-$, sera par reigle comme les 4 ① donnez, qui sont $+$, sera donc $+2$

à laquelle appliqué ① (par reigle) sera 2 ①

Puis

Puis on dira 1 ② (par reiglé) vaut 2 ① (sixiesme en l'ordre — 1 cincquiesme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme 1

Ie di que 1 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ④.	4 ① — 3.	1 ①.	1.
1.	1.	1.	1.

Et appert que 1 est leur quatriesme terme proportionel requis. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ④, le second ① ◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque; Nous auons trouué leur quatriesme proportionel; ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand ④ est egale à ① ◎, nous les pouuons reduire, en ②, egale à ① ◎, & alors deuient la valeur de 1 ① notoire par le 68 probleme, comme apparoistra. Soit 1 ④, egale à 12 ① + 5; Qui sont le premier & second terme de la premiere differéce. Il faut doncques trouuer quelque ② & ◎ telles, que aioustées à la 1 ④ la somme soit trinomie, duquel la racine soit 1 ② + quelque ◎. Puis lesdictes ② ◎ aioustez aux 12 ① + 5, que la somme soit trinomie, duquel la racine soit ① & ◎. Or pour les trouuer, il sera premierement necessaire, que le quarré de la moitie du nombre de multitude des ②, soit

ſoit egal au ⊙, car autres ② & ⊙ aiouſtez a 1 ④, ne peuuent faire que la ſomme aie racine ſeruant à noſtre propos. Au ſecond, que le produict du nombre des ②, par la ſomme de tel ⊙ trouué & le 5 dõné ſoit egal à 36, à ſçauoir au quarré de 6, moitie de 12 des 12 ①, car autres ② & ⊙ aiouſtez à 12 ① + 5 ne peuuent faire, que la ſomme aie racine ſeruante à noſtre propos. *Il nous faut doncques trouuer deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier ſoit egal au ſecond, & que le produict du premier par le ſecond + 5 ſoit 36*, & eſt ceſte queſtion la 11 du 8 1 probleme, par laquelle il appert, que le premier eſt 4, & le ſecond auſſi 4, le premier doncques ſera le nombre des ②, & le ſecond le ⊙. De ſorte que les deux quantitez requiſes, ſeront 4 ② + 4. Aiouſtons les meſmes à chaſcune de noz egales parties données;

Ergo 1 ④ + 4 ② + 4, ſeront egales à 4 ② + 12 ① + 9.

Puis extrahons de chaſcune partie racine quarrée;

Ergo 1 ② + 2, ſeront egales à 2 ① + 3.

Puis ſouſtrahons de chaſque partie 2;

Ergo 1 ②, demeurera egale à 2 ① + 1.

Et ainſi au lieu de 1 ④, egale à 12 ① + 5, nous auons 1 ②, egale à 2 ① + 1. Et la valeur de 1 ①, par le 68 probleme eſt √2 + 1. Et eſt manifeſte que ceci eſt l'origine de noſtre conſtruction du precedent probleme. Laquelle il nous falloit declarer.

PROBLEME. LXXIII.

Estant donnez trois termes deſquels le premier ④, le ſecond ② ① ⊙, le troiſieſme

Digitized by Google

nombre algebraique quelconque : Trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

NOTA. Le trinomie du ſecond terme de ce probleme ſe peut rencontrer en ſept differences à ſçauoir:

② + ① + ◎
— ② + ① + ◎
② + ① — ◎
— ② + ① — ◎
② — ① + ◎
— ② — ① + ◎
② — ① — ◎

Leſquelles ſept differences reçoiuent pluſieurs diuerſes manieres d'operations ſelon les autres autres autheurs, mais nous en auons faict vne ſeule & generale, comme ſ'enſuit.

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ② + ① + ◎.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ④, le ſecond 3 ② + 30 ① + 16, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

$\frac{3}{4}$ ② (par reigle) + $\frac{3}{4}$ ② (pour le $\frac{1}{4}$ par reigle des 3 ② donnez) + 16 (pour le 16 donné lui applicant ①) vallent 177 (excés de 225 quarré de la moitie de 30 des 30, ① donnez, ſur 48 produict de 16 donné par 3 (des 3 ② donnez) combien 1 ① ? faict par le 70 probleme 6
Auquel aiouſté 3, des 3 ② donnez, faict 9
Le quarré de 3, moitie de 6, premier en l'ordre eſt 9
Au meſme aiouſté 16 donné, faict 25

Sa racine

Sa racine quarrée
De la meſme ſoubſtraict 3, moitie de 6 premier en l'ordre, reſte
La racine quarrée de 9 ſecond en l'ordre eſt 3, à laquelle appliqué ① par reigle ſeront 3 ①
Puis on dira 1 ② par reigle, vaut 3 ① (ſeptieſme en l'ordre) + 2 (ſixieſme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme $\sqrt{4\frac{1}{4}}+1\frac{1}{2}$
Ie di que les meſmes ſont le quatrieſme terme proportionel requis.

Demonſtration Arithmetique. Mettons par le moien du 66 probleme ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte :

1④. 3②+30①+16. 1①. $\sqrt{4\frac{1}{4}}+1\frac{1}{2}$.
$80\frac{1}{2}+\nu 6464\frac{1}{4}.80\frac{1}{2}+\nu 6464\frac{1}{4}.\nu 4\frac{1}{4}+1\frac{11}{2}.\nu 4\frac{1}{4}+1\frac{1}{2}$

Et appert que $\sqrt{4\frac{1}{4}}+1\frac{1}{2}$ eſt leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer.

Veu que la reigle de ceſte conſtruction eſt generale, nous n'appliquerons pas (comme nous auons auſſi faict au 71 probleme) les eſcriptures aux nombres des ordres, pour la multitude des differences.

1④ egale a
15②+36①+27
−6
9
9
36
6
9
3①
$\sqrt{11\frac{1}{4}}+1\frac{1}{2}$

NOTA. Quant le ſecond terme donné tient racine qui ſoit binomie, l'on extraira pour plus grãde facilité (combien que la reigle ci deſſus eſt generale) de chaſque partie racine. Soit par exemple 1④, egale à 4②+12①+9. Or parce que le ſecond terme, tient telle racine, on l'extraira

Digitized by Google

de chasque terme & 1 ② sera egale à 2 ① + 3, & par le 68 probleme 1 ① vaudra 3.

DEVXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME — ② + ① + ⓪.

1 ④ egale a
en 1 ② + 4 ① + 3
2
1
1
4
2
1
1 ①
$\sqrt{\frac{3}{4}} + \frac{1}{2}$

QVATRIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME — ② + ① — ⓪.

1 ④ egale a
— 2 ② + 8 ① — 5
6
4
9
4
2
— 1
2 ①
1

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ② + ① — ⓪.

1 ④ egale a.
8 ② + 16 ① — 12
8.
16.
16.
4.
2.
— 2.
4 ①
Soluti- $\left\{\begin{matrix} 2 + \sqrt{2} \\ 2 - \sqrt{2} \end{matrix}\right.$
on ou

Voila les quatre premieres differences acheuées, & sons celles qui ont toutes euës au second terme, la moienne quantité +, à sçauoir + ① ; s'ensuiuent maintenant les trois autres, qui ont ladicte moienne quantité —; Et receuront en la cõstruction quelque petite mutation; La raison est, que leurs origines mesmes, les reçoiuent; qui procede (cõme

me apparoistra plus amplement en son lieu) de cela, que ② — ① + ⓪, ont autant — ① + ⓪, pour racine, comme ① — ⓪, desquelles ne sçauons en l'origine mesme qu'elle sera la vraie, par ce que la valeur des quantitez que nous cherchons, nous est incognue. D'ou s'ensuit que desdictes differentes suiuantes on pourra faire deux constructions, qui seront aucunefois toutes deux bonnes; aucunefois seulement l'vne, desquelles nous pourrons choisir la vraie.

Or la premiere de ces deux constructions, differe de la precedente seulement en cela, qu'il faut, que le septisme nombre en l'ordre (lequel ci dessus s'a tousiours esté dict +) soit par reigle —.

Et la deuxiesme de ces deux constructions, differe de la precedente seulement en cela, qu'il faut que le cinquiesme nombre en l'ordre (lequel ci dessus s'a tousiours dict +) soit par reigle —.

Lesquelles choses estant fort euidentes, nous en donnerons seulement les exemples par les characteres des nombres de l'ordre.

CINCQVIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ② — ① + ⓪.

1④ egale a	1④ egale a	1④ egale a
14②—16①+3.	11②—18①+8.	10②—40①+16
2	2 — 1	— 2
16	16	9
1	1	1
4	4	9
2	— 2	3
1	— 3	4
— 4①	4①. — 3①	3①. — 4①
√5 — 2 ou { 3 / 1	ou { 2 / 1	√6 — 2

6 / 16 / 9 / 25 / — 5 / — 8 / 4①. Cestui n'a point de vraie sol.

Z 3 NOTA

Digitized by Google

NOTA. Quand le second terme donné, aura racine qui soit binomie, on en pourra faire comme nous auons dict soubs la premiere sorte.

SIXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME — ⑤ — ① + ⓓ.

1 ④ egalé a
— 3 ② — 6 ① + 5
4
1
4
9
3
1
— 1 ①
$\sqrt{1\frac{1}{4}} - \frac{1}{2}$

SEPTIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ② — ① — ⓞ.

1 ④ egale a
19 ② — 20 ① — 5
6
25.
9
4
— 2
— 5
3 ①
ou $\begin{cases} 2\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}} \\ 2\frac{1}{2} - \sqrt{1\frac{1}{4}} \end{cases}$

La demonstration de chascune difference sera semblable à celle de la premiere difference. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes desquels le premier 4, le second ② ① ⓞ, le troisiesme nombre algebraique quelconque: nous auons trouué leur quatriesme terme proportionel ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRYCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand ④ est egale a ② ① ⓞ, nous les pouuons reduire

Digitized by Google

duire en ②, egale a ①⑨, & alors deuient la valeur de 1 ① notoire par le 68 probleme, comme il apparoistra. Soit 1 ④, egale à 3 ② + 30 ① + 16, qui sont le premier & second terme de la premiere difference. Il faut doncques trouuer quelques ② & ⊙, tels que aioustez à la 1 ④, la somme soit trinomie, duquel la racine soit 1 ② + quelque ⊙; Puis lesdictes 2 ⊙, aioustez aux 3 ② + 30 ① + 16, la somme soit trinomie, duquel la racine soit 1 ① & ⊙; Or pour les trouuer, il sera premierement necessaire, que le quarré de la moitie du nombre de multitude des ② soit egal au ⊙, car autres ② & ⊙ aioustez à 1 ④, ne peuuent faire que la somme aie racine seruante à nostre propos, par la note du 2 exemple du 61 probleme. Au second, que le produict de la somme de 3 (des 3 ② donnez) & le nombre des ② trouué, par la somme de 16 donné, & du ⊙ trouué, soit egal à 225, à sçauoir au quarré de 15, moitie de 30 des 30 ① donnez, car autres ② & ⊙, aioustez à 3 ② + 30 ① + 16 ne peuuent faire que la somme aie racine seruante à nostre propos, par ladicte note du 61 probleme. *Il nous faut doncques trouuer deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier soit egal au second, & que le produict du premier + 3 par le second + 16 soit 225.* Et est ceste question la 12 du 81 probleme; par laquelle appert, que le premier est 6, & le second 9; le premier doncques sera le nombre des ②, & le second sera le ⊙. De sorte que les deux quantitez requises seront 6 ② + 9: Aioustons les mesmes à chascune de noz egales parties donnees;

Ergo 1 ④ + 6 ② + 9, seront egales à 9 ② + 30 ① + 25.

Puis extrahons de chascune partie racine quarrée;

Digitized by Google

Ergo 1 ② + 3, ſeront egales à 3 ① + 5.

Puis ſouſtrahons de chaſque partie 3;

Ergo 1 ②, demeurera egale à 3 ① + 2.

Et ainſi au lieu de 1 ④ egale à 3 ② + 30 ① + 16, nous auons 1 ② egale à 3 ① + 2; Dont la valeur de 1 ① par le 68 probleme eſt $\sqrt{4\frac{1}{4}} + 1\frac{1}{2}$.

Et eſt manifeſte, que ceci eſt l'origine de noſtre conſtruction du probleme precedent; Laquelle il nous falloit declairer.

PROBLEME LXXIIII.

Estant donnez trois termes, deſquels le premier ④, le ſecond ③ ◎, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

NOTA Le binomie du ſecond terme donné de ce probleme ſe peut rencontrer en trois telles differences:

③ + ◎

— ③ + ◎

③ — ◎

Deſquelles nous donnerons trois conſtructions, toutes d'vne meſme maniere d'operation.

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ③ + ◎.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ④, le ſecond 2 ③ + 27, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

Con-

Digitized by Google

Construction.

1 ④ (par reigle) + 2 ① (pour 2 des 2 ③ donnez les applicant ①) vaut 3 (racine cubique des 27 donnez) combien 1 ①? faict par le 72 probleme 1, par le meſme diuiſé ledict 3 racine de 27 donne quotient 3

Ie di que 3 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Mettons par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ④.	2 ③ + 27.	1 ①.	3.
81.	81.	3.	3.

Et appert que 3 eſt leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer.

SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME — ③ + ⊙.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier 1 ④, le ſecond — 2 ③ + 32, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

Construction.

1 ④ (par reigle) — 2 ① (pour — 2 des — 2 ③ donnés, les applicant ①) vaut √ ③ 32 (à ſçauoir racine cubique des 32 donnez) combien 1 ①? faict par le 72 probleme √ ③ 4, par la meſme diuiſé ladicte √ ③ 32 donne quotient 2

Ie di que 2 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Mettons par le moien du 66 probleme ſoubz chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

Digitized by Google

1 ④.	— 2 ③ + 3 2.	1 ①.	2.
16.	16.	2.	2.

Et appert que 2 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ③—⓪.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ④, le ſecond 3 ③ —8, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

1 ④ (par regle) + 3 ① (pour 3 des 3 ③ donnez, les applicant a ①) vaut — 2 (à ſçauoir racine cubique de — 8 donnez) combien 1 ①? faict par le 72 probleme — 1. par le meſme diuiſé ledict — 2 racine de — 8 donne quotient 2

Ie di que 2 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Mettons par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ④.	3 ③ — 8.	1 ①.	2.
16.	16.	2.	2.

Et appert que 2 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DE CE LXXIIII. PROBLEME.

Poſons que 1 ④ ſoit egale à — 2 ① + 3; Ou bien (ce qui

Digitized by Google

(ce qui vaut le meſme) 1 ④ + 2 ①, egales à 3, deſquels nous cherchons la valeur de 1 ①, que nous ſçauons eſtre 1; Diuiſons par le meſme le 3 donné, donne quotient 3; doncques 1 & 3, ſont deux nombres, deſquels le produict faict le 3 donné, & le produict dudict nombre 1 par — 2 (des — 2 ① donnees) qui eſt — 2, aiouſté à la potence de quarte quantité dudict nombre 1, reſte ledict nombre donné 3. Quand doncques nous aurons trouué tels deux nombres comme ſont leſdicts 1 & 3, il eſt notoire que l'vn ſera la valeur de 1 ① requiſe. Pourtant mettons le ſuſdict en forme de queſtion ainſi: *Trouuons deux nombres tels que leur produict ſoit 3, & que le produict de l'vn nombre par 2 aiouſté à la potence de quarte quantité dudict vn nombre, la ſomme ſoit auſſi 3.* Qui eſt la 113 queſtion du 81 probleme; Et appert aux termes reduicts, que 1 ④ ſe trouua egale à 2 ③ + 27 (lequel 27 eſt le cube du 3 donné, deſquels la valeur de 1 ① eſt 3; Par le meſme (pour trouuer l'autre nombre requis) ſe diuiſa le 3 (qui eſt le 3 du ſecond terme poſé ci deſſus, Quand doncques 1 ④, eſt egale à — 2 ① + 3, alors pour trouuer la valeur de 1 ①, nous pouuons (comme par reigle generale) mettre en leur lieu, 1 ④ egale à 2 ③ (à ſçauoir + 2 au lieu du — 2 donné & ③ au lieu de ① donnée) + 27 (pour le cube de 3 donné) diuiſant la racine cubique de 27, par ladicte valeur de 1 ①, lequel quotient ſera le requis. Et par le reuers de ces choſes, Quand 1 ④ eſt egale à 2 ③ + 27, alors pour trouuer la valeur de 1 ① nous pouuons mettre en leur lieu 1 ④, egale à — 2 ① + 3, diuiſant par la valeur de 1 ① la racine cubique du 27 donné, qui eſt l'operation de la ſuſdicte premiere difference ſemblable aux deux autres. Laquelle origine il nous falloit declarer.

Nota

NOTA 1. L'on pourroit encore descripre autre maniere de construction que n'est la precedente; à sçauoir par l'operation du 14 exemple du 81 probleme; Mais nous le passons outre à cause de briefueté.

NOTA 11. Considerant d'vne part que l'origine des constructions des trois problemes suiuans, est en tous assez la mesme; Et d'autre part la multitude des diuersités des differences que reçoiuent aucuns d'iceux problemes, nous descriprons leurs origines mesmes, au lieu de construction, commençant à ce 74 probleme, duquel nous donnerons (outre les constructions precedentes) autre maniere de construction, comme s'ensuit.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ④, le second 6 ③ + 3 $\frac{1}{5}$, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme terme proportionel.

NOTA Afin de declarer le sens, autant de ceste construction, comme des trois problemes suiuans, faut sçauoir, que nous tachons d'aiouster à chasque partie, quelques quantitez egales, telles, que chasque somme aie racine de moindre multitude de quantitez que les quantitez donnees; & deuiennent ainsi finalement conuertiz en ② egale à ① ⊙, desquelles la valeur de 1 ① est alors notoire, par le 68 probleme.

Construction.

On appliquera les ③ données, ou par egale addition, ou par egale soubstraction, tousiours à la 1 ④, il faut doncques ici soubstraire de chasque partie 6 ③;

Ergo 1 ④ — 6 ③, demeureront egales à 3 $\frac{1}{5}$.

Puis il faut aiouster à chascune partie quelques ② ⓜ ⊙, ainsi que l'vne aie pour racine quarrée, trino-

mie, &

Digitized by Google

mie, & l'autre binomie. Or puis que les deux premiers characteres de la premiere partie, ſont 1 ④ — 6 ③, il eſt notoire que les deux premiers characteres de la racine (apres l'addition deſdictes ② ① ⊙) ſeront 1 ② — 3 ① (comme il appert par la multiplication de quantitez en eux) à ſçauoir — 3 (des — 3 ①) pour moitie de — 6 (des — 6 ③ donnés) Il reſte maintenant d'appliquer à iceux 1 ② — 3 ①, quelque ⊙ tel, que le quarré de tel trinomie aie les quantitez comme ② ① ⊙, telles, que les meſmes aiouſtez à la ſeconde partie, qui eſt $3\frac{1}{5}$ la ſomme aie racine qui ſoit ① ⓠ, qui ſera (par la note au 2 exemple du 61 probleme) quand le quarré de la moitie du nombre de multitude des ①, ſoit egal au produict du ⊙, par le nombre de multitude des ②; Mais veu qu'en l'inuention de ce ⊙, qui doibt eſtre appliqué à 1 ② — 3 ①, nous n'auons que faire des ſignes des quantitez, nous les delaiſſerons, à fin qu'elles ne nous cauſent confuſion, & que ne ſoions cõtraincts de beſoigner par poſtpoſees quantitez diſant ainſi: *Trouuons vn* — ⊙ (car ceſt notoire que + ⊙ ne le pourra eſtre) *qui appliqué a 1 — 3. Et puis tels trois nombres multipliez par eux meſmes diſtinctemẽt, ſelon la maniere de multiplication des quãtitez algebraiques, Et au dernier nombre du produict aiouſté* $3\frac{1}{5}$, *qu'alors le quarré de la moitie du cinquieſme, ſoit egal au produict du quatrieſme par le ſixieſme.* Et eſt ceſte queſtion la 15 du 8e probleme, par laquelle il appert que le nombre requis eſt — 2, qui appliqué auſdicts 1 ② — 3 ①, fera 1 ② — 3 ① — 2, ſon quarré 1 ④ — 6 ③ + 5 ② + 12 ① + 4. du meſme ſoubſtraict la premiere de noz egales parties, reſte 5 ② + 12 ① + 4, aiouſtons les meſmes à chaſcune de noz egales parties;

Ergo

Digitized by Google

Ergo 1 ④ — 6 ③ + 5 ② + 12 ① + 4, seront egales à 5 ② + 12 ① + 7 $\frac{1}{5}$.
Puis extrahons de chasque partie racine quarrée.

Ergo 1 ② — 3 ① + 2 seront egales à $\sqrt{5} \times$ ① + $\sqrt{7\frac{1}{5}}$.
Lesquels reduicts 1 ② sera egale à 3 ① + $\sqrt{5} \times$ ① + $\sqrt{7\frac{1}{5}}$ + 2.
Et par le 68 probleme, 1 ① vaudra $1\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\text{bino. } 5\frac{1}{2} + \sqrt{36\frac{9}{20}}}$.
La disposition des characteres de l'operation des choses susdictes est telle :

Quantitez donnees	1 ④ — 6 ③	0.	0.	0.
Quant. à chascune parties ajou.		+ 5 ②	+ 12 ①	+ 4.
Sommes	1 ④ — 6 ③	+ 5 ②	+ 12 ①	+ 4.
Leurs racines quarrees	1 ② —	3 ①	— 2.	
Reduictes			1 ②.	

egales à

	0.	0.	$3\frac{1}{5}$
	5 ②	+ 12 ①	+ 4
	5 ②	+ 12 ①	+ $7\frac{1}{5}$
	$\sqrt{5} \times$ ②		+ $\sqrt{7\frac{1}{5}}$
	3 ①	+ $\sqrt{5} \times$ ①	+ $\sqrt{7\frac{1}{5}}$ + 2

Et 1 ① vaut par le 68 probleme $1\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\text{bino. } 5\frac{1}{2} + \sqrt{36\frac{9}{20}}}$.
Et par semblable disposition de characteres, despescherons nous les constructions des trois problemes suiuans.

NOTA. Le — 2, ci dessus trouué par la 15 question du 81 probleme se peut encore trouuer par la 16 question du mesme probleme.

Digitized by Google

Item ſi 1 ④, fuſt donnée egale à — 8 ③ + 1 $\frac{1}{3}$, l'operation & diſpoſition des characteres ſemblable à la precedente, ſera telle:

Quantitez donnees.	1④ + 8③	.0. 0. 0.	
Quant. à chaſcune part. aiouſt.	12② — 16① + 4.		
Sommes	1④ + 8③ + 12② — 16① + 4.	egales à	0. 0. 1 $\frac{1}{3}$ / 12② — 16① + 4 / 12② — 16① + 5 $\frac{1}{3}$ / — ✓ 12 ⟨① + ✓ 5 $\frac{1}{3}$ / — 4① — ✓ 12 ⟨① + ✓ 5 $\frac{1}{3}$ + 2
Leurs racines quarrees	1② + 4① — 2.		
Reduictes	1②.		

Et 1 ① par le 68 probleme vaut — 2 — ✓ 3 + ✓ *bino.* 9 + ✓ 85 $\frac{1}{3}$.

Item ſi 1 ④ fuſt donnée egale à 8 ③ — $\frac{4}{5}$, l'operation & diſpoſition de characteres ſemblable à la precedente ſera telle:

Quantitez donnees.	1④ — 8③	0. 0. 0.	
Quant. à chaſcune partie aiouſt.	20② — 16① + 4.		
Sommes	1④ — 8③ + 20② — 16① + 4.	egales à	0. 0. — $\frac{4}{5}$ / 20② — 16① + 4 / 20② — 16① + 3 $\frac{1}{5}$ / — ✓ 20 ⟨① + ✓ 3 $\frac{1}{5}$ / 4① — ✓ 20 ⟨① + ✓ 3 $\frac{1}{5}$ — 2
Leurs racines	1② — 4① + 2.		
Reduictes	1②.		

Et 1 ① par le 68 probleme vaut 2 — ✓ 5 + ✓ *bino.* 7 — ✓ 51 $\frac{1}{5}$.

Digitized by Google

Dont les demonſtrations ſeront ſemblables aux precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes deſquels le premier ④, le ſecond ③ ⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque; nous auons trouué leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXXV.

ESTant donnez trois termes, deſquels le premier ④, le ſecond ③①⓪, le troiſieſme, nombre algebraique quelconque : Trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels : le premier 1 ④, le ſecond 4 ③ + 8 ① — 32, le troiſieſme 1 ①.

Explication du requis. Il faut trouuer leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction. La conſtruction ſera ſemblable à celle du precedent probleme. Et le 6 (derniere quantité de 1 ② — 2 ① + 6) eſt trouué par la 17^e^ ou 18^e^ queſtion du 81 probleme; la diſpoſition des characteres de l'operation, ſemblable aux precedentes eſt telle :

Quantitez

Quantitez donnees	1 ④ — 4 ③.	0.	0.	0.		
Quantitez à chascune partie aioustees	16 ② — 24 ① + 36.					
Sommes	1 ④ — 4 ③ + 16 ② — 24 ① + 36.				egal. à	8 ① — 32
Leurs racines quarrees	1 ② — 2 ① + 6.					16 ② — 24 ① + 36
Reduictes	1 ②.					16 ② — 16 ① + 4
						4 ① — 2
						6 ① — 8

Et 1 ① par le 68 probleme vaudra 4 ou 2.

Item si 1 ④ fust donné egale à — 8 ③ + 40 ① — 32, l'operation & disposition des characteres semblable à la precedente sera telle :

Quantitez donnees	1 ④ + 8 ③.	0.	0.	0.		
Quantitez à chascune partie aioustees	4 ② — 48 ① + 36.					
Sommes	1 ④ + 8 ③ + 4 ② — 48 ① + 36.				egales à	40 ① — 32
Leurs racines quarrees	1 ② + 4 ① — 6.					4 ② — 48 ① + 36
Reduictes	1 ②.					4 ② — 8 ① + 4
						2 ① — 2
						— 2 ① + 4

Et 1 ① par le 68 probleme, vaudra $\sqrt{5} - 1$.

Item si 1 ④ fust doriné egale à 8 ③ + 1 ① + 589, l'operation & disposition des characteres semblable à la precedente sera telle :

Digitized by Google

Quantitez donnees. 1④—8③. 0. 0. ●.
Quantitez à chaſcune partie aiouſtees +4②+48①+36.

Sommes 1④—8③+4②+48①+36. egales à 2①+58 / 4②+48①+36
Leurs racines quarrees 1②— 4①—6. 4②+50①+625
Reduictes 1②. 2①+25
6①+31

Et 1① par le 68 probleme vaut 3 + √ 40.

Et ſemblable ſera l'operation en toutes les autres differences. *Demonſtration.* Mettons par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme du precedent premier exemple ſa valeur, en ceſte ſorte :

1④.	4③+8①—32.	1①.	4.
256.	256.	4.	4.

Item.

1④.	4③+8①—32.	1①.	4.
16.	16.	2.	2.

Et appert qu'autant 4 comme 2, eſt leur quatrieſme proportionel ; ce qu'il falloit demonſtrer.

Conſtruction.

Conclusion. Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ④, le second ③ ① ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque, nous auons trouué leur quatriesme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXXVI.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ④, le second ③ ② ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque : Trouuer leur 4e terme proportionel.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ④, le second 4 ③ + 4 ② — 12, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme terme proportionel. *Construction.*

La construction sera semblable à celle du precedent probleme. Et le 4 (derniere quantité de 1 ② — 2 ① + 4) est trouué par la 19 ou 20 question du 81 probleme. La disposition des characteres de l'operation semblable aux precedentes est telle:

| | | |

Et 1 ① par le 68 probleme, vaut $3 + \sqrt{3}$, ou $3 - \sqrt{3}$.

Item si 1 ④ fuſt donnée egale à 4 ③ — 1 ② — 5, l'operation & diſpoſition des characteres ſemblable à la precedente, ſera telle:

Quantitez donnees	1 ④ — 4 ③.	0.	0.	0.		— 1 ②. 0 — 5
Quantitez à chaſcune partie aiouſtees		10 ② — 12 ① + 9.				10 ② — 12 ① + 9
Sommes	1 ④ — 4 ③ + 10 ② — 12 ① + 9.				egales à	9 ② — 12 ① + 4
Leur racines quarrees		1 ② — 2 ① + 3.				3 ① — 2
Reduictes				1 ②.		5 ① — 5

Et 1 ① par le 68 probleme vaut $\frac{5}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$, ou $\frac{5}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}}$.

Et ſemblable ſera l'operation en toutes les autres ſortes. *Demonſtration.* Mettons par le moien du 66 probleme ſoubs chaſcun terme du precedent premier exemple ſa valeur, en ceſte ſorte.

1 ④.	4 ③ + 4 ② — 12.	1 ①.	$3 + \sqrt{3}$.
$252 + \sqrt{62208}$.	$252 + \sqrt{62208}$.	$3 + \sqrt{3}$.	$3 + \sqrt{3}$.

Item.

1 ④.	4 ③ + 4 ② — 12.	1 ①.	$3 - \sqrt{3}$.
$252 - \sqrt{62208}$.	$252 - \sqrt{62208}$.	$3 - \sqrt{3}$.	$3 - \sqrt{3}$.

Etapar

Digitized by Google

Et appert que autant $3+\sqrt{3}$, comme $3-\sqrt{3}$, est leur quatriesme proportionel; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnés trois termes desquels le premier ④, le second ③ ② ◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque. Nous auons trouué leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXXVII.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ④, le second ③ ② ① ◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouuer leur quatriesme terme proportionel.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ④, le second -4 ③ $+4$ ② $+40$ ① $+33$, le troisiesme 1 ①.

Explication du requis. Il faut trouuer leur quatriesme terme proportionel.

Construction:

La construction sera semblable à celle du precedent probleme. Et le 4 (derniere quantité de 1 ② $+2$ ① $+4$) est trouué par la 21^{e} ou 22^{e} question du 81 probleme. La disposition des characteres de l'operation semblable aux precedentes est telle:

Digitized by Google

Quantitez donnees	1④ + 4③.	0.	0.	0.
Quantitez à chaſcune partie aiouſtees.	12② + 16① + 16.			
Sommes	1④ + 4③ + 12② + 16① + 16.	egales à	4② + 40① + 33.	
Leurs racines quarrees.	1② + 2① + 4.		12② + 16① + 16	
Reduictes	1②.		16② + 56① + 49	
			4① + 7	
			2① + 3	

Et 1① par le 68 probleme vaudra 3, lequel ie di eſtre le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Mettons par le moien du 66 probleme ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte :

1④.	— 4③ + 4② + 40① + 33.	1①.	3.
8 L.	8 1.	3.	3.

Et appert que 3, eſt leur quatrieſme terme proportionel, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

Et ſemblable ſera l'operation en toutes les autres ſortes. *Concluſion.* Eſtant donceques donnez trois termes, deſquels le premier ④, le ſecond ③ ② ① ⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque. Nous auons trouué leur quatrieſme proportionel; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Nous demonſtrerons encore, comment l'on trouuera aux problemes precedens, le quatrieſme proportionel, n'eſtant le nombre de multitude de la ſuperieure quantité, pas

Digitized by Google

vnité, comme a eſté aux exemples precedens; D'ou il ne ſera pas meſtier de conuertir (par la 2 reigle de reduction) ledict nombre de multitude en vnité, & ſera pour euiter aucunefois les rompuz, qui procedent de telle reduction.

Soient par exemple les trois termes donnez, deſquels il faut trouuer le quatrieſme proportionel, tels: le premier 9 ④, le ſecond — 12 ③ + 30 ② + 204 ① + 171, le troiſieſme 1 ①. *Conſtruction.* L'on prendra (par reigle) la racine quarrée des 9 ④, qui eſt — 3 ②. Puis on diuiſera la moitie de 12 ③, par iceux 3 ②. donne quotient 2 ①; Doncques 3 ② + 2 ①, ſont les deux premiers characteres, auſquels il nous faudra trouuer quelque ⓪, comme l'on trouue, par la 22 queſtion du 81 probleme, & ſera 5. Et puis la reſte comme deſſus. La diſpoſition des characteres de l'operation, ſemblable aux precedentes, eſt telle:

Quantitez donnees	9 ④ + 12 ③.	0.	0.	0.	} egales à	30 ② + 204 ① + 171
Quantitez à chaſque partie aiouſtees.		34 ② + 20 ① + 25.				34 ② + 20 ① + 25
Sommes	9 ④ + 12 ③ + 34 ② + 20 ① + 25.					64 ② + 224 ① + 196
Leurs racines quarrees	3 ② + 2 ① + 5.					8 ① + 14
Reduictes	1 ②.					2 ① + 3

Et 1 ① par le 68 probleme, vaudra 3, dont la demonſtration ſera ſemblable aux precedentes.

Digitized by Google

PROBLEME LXXVIII.

ESTant donnez trois termes, desquels le premier & second soient quantitez deriuatiues des primitiues, composées de ④③②①⓪, Le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouuer leur quatriesme terme proportionel.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 2 ②, le second 32 (qui sont deriuatifs de 2 ① & 32 par la 27 definition) le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme terme proportionel. *Construction.* On trouuera la valeur de 1 ① des primitiues quantitez des donnees, qui est de 2 ①, vallans 32, & sera par le 67 probleme 16. Puis on verra quelle racine algebraique est la superieure quantité des primitiues de la superieure quantité des deriuatiues: c'est à dire, quelle racine soit ① de ②, & se trouue quarrée, il faut doncques des susdictes 16 encore prendre racine quarrée, qui est pour solution 4. *Demonstration.* Mettons par le moien du 66 probl. soubs chascune terme, sa valeur en ceste sorte:

2 ②.	32.	1 ①.	4.
32.	32.	4.	4.

Et appert que 4 est leur quatriesme terme proportionel.

NOTA. Et par mesme raison, quand 3 ③ seront egales a 81, on trouuera la valeur de 1 ①. des primitiues quantitez des termes donnez, qui est de 3 ① egales à 81, & sera par le 67 probleme 27. Puis on verra quelle racine

Digitized by Google

racine algebraique soit la superieure quantité des primitiues, de la superieure quantité des deriuatiues; C'est à dire, quelle racine soit ①, de ③, & appert que cest cubique, il faut doncques des susdictes 27 encore prendre racine cubique, qui est pour solution 3.

Mais pour l'inuention de la valeur de 1 ① des deriuatiues quantitez composees, il faut premierement trouuer leurs primitiues, ainsi: On trouuera la maieure commune mesure des denominateurs donnez, & par icelle se diuiseront lesdicts denominateurs, & leurs quotiens seront denominateurs des primitiues quantitez requises. Soient par exemple les deriuatiues quantitez ④ & ②, leurs denominateurs soit 4 & 2, desquels la maieure cõmune mesure, par le 5 probleme est 2, par lequel diuisé 4 & 2 donnent quotient 2 & 1: Doncques 2 & 1 sont les primitiues quantitez requises. Et de mesme sorte, des deriuatiues ⑫ ⑨ ③, la commune mesure, par ledict 5 probleme, sera 3; par le mesme diuisez les denominateurs donnez, se trouuera pour primitiues requises ④ ③ ①, & ainsi d'autres quelconques.

Qui estant entendu, soit 1 ④ egale à 2 ② + 8, leurs deriuatiues sont 1 ②, egale à 2 ① + 8, desquelles la valeur de 1 ① par le 68 probleme, est 4; sa racine quarré (par ce que superieure quantité ② est racine algebraique quarrée de superieure quantité ④) est pour solution 2.

Item estant 1 ⑨ egale à 2 ③ + 496, leurs primitiues sont 1 ③, egale a 2 ① + 496, desquels la valeur de 1 ① par le 69 probleme est 8, sa racine cubique (par ce que ③ estoit racine algebraique cubique de ⑨) est pour solution 2.

Digitized by Google

Item eſtant 2 (12), egale à 2 (9) + 3 (6) + 4 (3) + 2848, leurs deriuatiues ſont 1 (4), egale à 2 (3) + 3 (2) + 4 (1) + 2848, deſquels la valeur de 1 (1) par le 77 probleme eſt 8, ſa racine cubique (par ce que (4) eſt racine algebraique cubique de (12)) eſt pour ſolution 2.

Et eſt ceſte reigle generale, non ſeulement des deriuatiues de primitiues compoſees de (4), & ſes quantites inferieures, mais de quantitez quelconques. Par exẽple eſtãt 1 (15) egale à 2 (12) + 3 (9) + 2 (6) + 22912, leurs primitiues ſeront 1 (5), egale à 2 (4) + 3 (3) + 2 (2) + 22912, deſquels la valeur de 1 (1) eſt 8, ſa racine cubique (par ce que (5) eſt racine algebraique cubique de (15)) eſt pour ſolution 2. Et ainſi de tous les autres.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand au lieu de 1 (15) egale a 2 (12) + 3 (9) + 2 (6) + 22912 nous poſames 1 (5) egale à 2 (4) + 3 (3) + 2 (2) + 22912 il faut ſçauoir, que ceſte derniere poſition, eſt de poſtpoſees quãtitez d'vne autre progreſſiõ (leſquelles ne ſe diſtinguent pas en la conſtruction par leur ſigne de poſtpoſition, par ce que ſon abſence ne cauſe aucune cõfuſion) à ſçauoir 1 *ſec.* (5), egale à 2 *ſec.* (4) + 3 *ſec.* (3) + 2 *ſec.* (2) + 22912. Deſorte que 1 (15) eſt par l'hypotheſe egale a 1 *ſec.* (5), & 2 (12) egales a 2 *ſec.* (4), & ainſi des autres chaſcun à ſon homologue. Prennons doncques deſdicts termes quelques deux homologues comme.

1 (15) egale a 1 *ſec.* (5).

Puis

Digitized by Google

Puis extrahons de chascune partie racine de quinte quantité.

Ergo 1 ③ est egale a 1 *sec.* ①.

Mais 1 *sec.* ① est egale ou vaut 8, par la construction ci dessus.

Ergo 1 ③ est egale à 8.

Il appert doncques que quand 1 (15), est egale a 1 *sec.*, ⑤ de laquelle la valeur de sa a 1 *sec.* ① est cognu, cõme ici 8, que la mesme valeur sera aussi la valeur de 1 ③ des positiues; Mais 1 ③ vallant 8, alors par le 78 probleme pour auoir la valeur de 1 ①, il faut prendre la racine cubique de 8: il appert doncques pourquoi l'on extraict encore quelque racine de la valeur de 1 ① des primitiues pour auoir la valeur de 1 ① des deriuatiues.

Or ce que nous auons faict ci dessus par 1 (15) & 1 *sec.* ⑤, se pourra faire semblablement, par les autres quantitez homologues, comme par les 2 (12) & 2 ④, ou par les 3 ⑨ & 3 ③, ou par les 2 ⑥ & 2 ②:

Mais pour encore demonstrer, que lesdicts homologues termes sont d'egale valeur, nous metterõs soubs chascun terme sa valeur, à sçauoir la 1 ① vallant 2, & la 1 *sec.* ① vallant 8, en ceste sorte:

1 (15).		2 (12) +	3 ⑨. +	2 ⑥.
32768.		8192.	1536.	128.
1 *sec.* ⑤.	2 *sec.* ④. +	3 *sec.* ③. +	2 *sec.* ②.	
32768	8192.	1536.	128.	

Laquelle origine il nous falloit declarer.

Nous auons demonstré aux precedens l'inuention du quatriesme terme proportionel, de trois termes donnez

nez, eſtant toutes les quantitez poſitiues, c'eſt à dire toutes d'vne progreſſion, & procedans d'vne meſme poſitiue, ou premiere poſée prime quantité; Mais il avient en l'operation algebraique (comme il apparoiſtra aux exemples du 81 probleme) quand la proportion donnée, par laquelle on vient au requis, s'offre treſocculte, que ioignant les poſitiues quantitez on met encore d'autres quantitez d'vne autre progreſſion, & procedans d'vne autre prime quantité que la poſitiue; leſquelles nous appellons poſtpoſees quantitez, comme la 28 definition l'explique plus amplement.

Or comme aux precedens problemes de poſitiues quantitez, l'on cherche touſiours la valeur en nombre arithmetique ou radical de 1 (I), ainſi eſt il ici neceſſaire, de trouuer la valeur en poſitiues quantites, de la prime quantité des poſtpoſees quantitez; dont la cauſe ſera plus notoire par leurs exemples au 81 probleme.

PROBLEME LXXIX.

ESTant donnez trois termes, deſquels la premiere poſtpoſée quantité de ſimple nom point multipliée ou diuiſée, le ſecond de poſitiues quantez quelconques, le troiſieſme, de poſtpoſees quantitez quelconques, mais de la meſme progreſſion que celle du premier terme: Trouuer leur quatrieſme terme proportionel, en poſitiues quantitez.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon

Digitized by Google

selon le probleme, tels: le premier 4 *sec.* ①, le second 8 ③ — 4 ①, le troisiesme 1 *sec.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatriesme terme proportionel. *Construction.* Parce que le troisiesme terme est le quart du premier, on prendra aussi le quart du second, c'est à dire qu'on diuisera le second terme par 4 (des 4 *sec.* ①) donne quotient pour le quatriesme terme proportionel requis 2 ③ — 1 ①.

Corollaire.

Il est manifeste par la precedente construction, que encore que le premier & troisiesme terme fussent multinomies quelconque, mais que le quotient de la diuision du premier terme par le troisiesme, fust nombre Arithmetique ou radical, qu'on en pourra trouuer le quatriesme proportionel. *Demonstration.* Mettons soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

4 *sec.* ①. 8 ③ — 4 ①. 1 *sec.* ①. 2 ③ — 1 ①.
8 ③ — 4 ①. 8 ③ — 4 ①. 2 ③ — 1 ①. 2 ③ — 1 ①.

Et appert que 2 ③ — 1 ①, est leur quatriesme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Nota 1. Si la quantité du premier terme eust esté postposée quantité plus haute que *sec.* ①, par exemple 4 *sec.* ②, on conuertiroit les mesmes en quantité de l'espece du troisiesme terme donné, prenant sa racine quarrée qui est 2 *sec.* ①, & semblablement la racine quarrée du second terme, qui est ✓ *bino.* 8 ③ — 4 ①, & seront 2 *sec.* ① egales à ✓ *bino.* 8 ③ — 4 ①: Puis diuisant ✓ *bino.* 8 ③ — 4 ①, par 2 (des 2 *sec.* ①) viendra pour la valeur de 1 *sec.* ①, ou pour le quatriesme terme proportionel requis ✓ *bi.* 2 ③ — 1 ①.

Et de

Digitized by Google

Et de mesme sorte si 3 *sec.* ② valoient —6 ② +9 ①, & qu'on cherchast la valeur de 1 *sec.* ①, on extraira racine de chasque des egales parties, & ✓ 3 ✕ *sec.* ①, seront egales à ✓ *bino.* —6 ② +9 ①; Puis diuisant ✓ *bino.* —6 ② +9 ① par ✓ 3, viendra (pour valeur de 1 *sec.* ①) ✓ *bino.* —2 ② +3 ①.

NOTA II. Mais si le troisiesme terme fust quelque multinomie de postposées quantitez d'vne mesme progression, on trouuera (comme le semblable se faict aux positiues quantitez) premierement la valeur de 1 telle, postposée ①, laquelle cognue, le troisiesme terme se trouuera comme nous dirons: Soient par exemple les trois termes donnez, tels: le premier 4 *sec.* ①, le second 8 ③ —4 ①, le troisiesme 2 *sec.* ② +3 *sec.* ①. Or la valeur de 1 *sec.* ①, est comme dessus 2 ③ —1 ①; Ergo les 3 *sec.* ①, vaudront trois fois autant, qui est 6 ③ —6 ①, & 1 *sec.* ② vaudra le quarré de 2 ③ —1 ①, qui est 4 ⑥ —4 ④ +1 ②; ergo les 2 *sec.* ②, vaudront deux fois autant, qui est 8 ⑥ —8 ④ +2 ②, ausquels aioustez les 6 ③ —3 ①, font pour quatriesme terme proport. requis 4 ⑥ —4 ④ +6 ③ +2 ② —3 ①.

NOTA III. Si (par quelque operation algebraique) la postposée quantité se rencontrast auec quelque positiue, egale à quelques positiues quantitez, on mettera la postposée quantité seule, par le moien d'egale addition, ou soubstraction de parties egales. Par exemple, si le premier terme donné fust 3 *sec.* ① +9 ②, & le second terme à lui egal 6 ①, on soubstraira de chascune partie 9 ②, & resteront 3 *sec.* ①, egales à —9 ② +6 ①, desquels on trouuera par la reigle ci dessus la valeur de 1 *sec.* ①, qui sera —3 ② +2 ①.

Ceſt

Cet auertissement seruira aussi pour le probleme ſuiuant. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier poſtpoſee quantité de ſimple nom, &c. ce qu'il falloit faire.

PROBLEME. LXXX.

Estant donnez trois termes, deſquels le premier poſitiue quantité multipliée ou diuiſée par poſtpoſee, le ſecond de poſitiues quantitez quelconques, le troiſieſme de poſtpoſees quantitez quelconques, mais de la meſme progreſſion que celle du premier terme: Trouuer leur quatrieſme terme proportionel en poſitiues quantitez.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier 1 ① M *ſec.* ① le ſecond 5 ③ — 2 ①, le troiſieſme 1 *ſec.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quatrieſme terme proportionel. *Conſtruction.* On diuiſera le ſecond terme donné par la 1 ①, de la 1 ① M *ſec.* ① donnée, donne quotient pour le quatrieſme terme proportionel requis, 5 ② — 2. *Demonſtration.* Mettons ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ① M *ſec.* ①. 5 ③ — 2 ①. 1 *ſec.* ①. 5 ② — 2.
5 ③ — 2 ①. 5 ③ — 2 ①. 5 ② — 2. 5 ② — 2

Que la valeur de 1 ① M *ſec.* ①, ſera 5 ③ — 2 ①, eſt manifeſte par ce que ① multiplié par la valeur de 1 *ſec.* ①, qui eſt 5 ② — 2, monte 5 ③ — 2 ①. Et appert

que

Digitized by Google

que 3 ② — 2 est leur quatriesme terme proportionel, ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA 10. Il est manifeste par les choses susdictes, que 3 ① M *sec.* ① vallans 3 6 ②, la 1 *sec.* ① vaudra 12 ①, car diuisant 3 6 ② par les 3 ①, donne quotient 12 ②.

Item 3 ① M *sec.* ②, vallans 6 ② + 3 ①, la 1 *sec.* ② vaudra 2 ① + 1, & la 1 *sec.* ① vaudra sa racine, qui est ✓ *bino.* 2 ① + 1.

Item 2 ② M *sec.* ③ vallans 6 ④, la 1 *sec.* ③ vaudra 3 ②, & la 1 *sec.* ① vaudra sa racine cubique qui est ✓ ③ 3 ②. Et ainsi en infini des autres semblables.

Mais si le premier terme se presentast (par exemple) 3 ② M 4 *sec.* ①, c'est à dire 3 ②, multipliees par 4 *sec.* ①, il sera notoire que la requise multiplication n'est poinct faicte; parquoi les multipliãt selon le 62 probleme: donnent produict 12 ②, M *sec.* ①, de sorte que le nombre de multitude des postposees quantitez est ici touiours vnité: qui est aussi la raison pourquoi l'on ne descript point expressement ceste 1 deuant la *sec.* ①.

NOTA 11. Mais si la positiue quantité du premier terme, fust diuisee par postposee quantité, alors au lieu ou l'on a ci dessus diuisé le second terme, par la positiue quantité du premier terme. on diuisera ici au contraire la positiue quantité du premier terme, par le second terme. Soient par exemple trois termes donnez tels: le premier 6 ③ *sec.* ①, le deuxiesme 3 ②, le troisiesme 1 *sec.* ①. On diuisera les 6 ③, par 3 ②, donne quotient, & solution 2 ①; dont la demonstration par la valeur des termes est telle:

6 ③ D *sec.* ①.	3 ②.	1 *sec.* ①.	2 ①.
3 ②.	3 ②.	— 2 ①.	2 ①.

Mais

Digitized by Google

Mais si la postposée quantité fust diuisée par positiue, on multipliera alors la positiue du premier terme, par le second terme, & le produict sera la valeur des postposées quantitez. Soient par exemple trois termes donnez tels: le premier 3 *sec.* ① D ①, le second 6 ①, le troisiesme 1 *sec.* ①: On multipliera le second terme 6 ①, par la 1 ① du premier terme; faict 6 ② pour valeur des 3 *sec.* ①: Mais 3 *sec.* ① vallans 6 ②, ergo 1 *sec.* ① (pour quatriesme proportionel requis) vaudra 2 ②. Dont la demonstration par la valeur des termes, est telle:

3 *sec.* ① D ①.	6 ①.	1 *sec.* ①.	2 ②.
6 ①.	6 ①.	1 ②.	2 ②.

Que la valeur de 3 *sec.* ① D ①, soit 6 ①, est manifeste, par ce que 1 *sec.* ① vallant 2 ②, la 1 *sec.* ① D ①, vaudra 2 ①, & par consequent les 3 *sec.* ① D ①, vaudront 6 ①. Et appert que 2 ② sont leur quatriesme proportionel; ce qu'il falloit demonstrer.

Et semblablement pourrions nous donner autres exemples de quantitez diuisées, comme nous auons faict ci dessus des multipliees, ne fust que ces diuisees, fussent par icelles multipliees assez manifestes.

Conclusion. Estant doncques donnez trois termes desquels le premier positiue quantité multipliée ou diuisée, &c. cè qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Puis que le produict ci dessus de 1 ①, multiplié par

Digitized by Google

1 *sec.* ①, est egal par l'hypothese, à 5 ③ — 2 ①, c'est chose claire, que 1 *sec.* ① sera egal au quotient de la diuision de 5 ③ — 2 ①, par 1 ①, comme le semblable est vulgaire en computations communes. Par exemple si le produict de 3 par 2, est egal à 6, ergo le 2 est egal au quotient de la diuision de 6 par 3.

Et le mesme se demonstre de la positiue quantité du premier terme, diuisée par postpolée. Par exemple: Puis que le le quotient de 6 ③, diuisees par 1 *sec.* ①, est egal par l'hypothese, a 3 ②, c'est chose claire, que 1 *sec.* ①, sera egale, au quotient de la diuision des 6 ③, par les 3 ②, comme le semblable est vulgaire, en computations communes. Par exemple si le quotient de 6 par 3, est egal à 2, ergo 3 est egal au quotient de la diuision de 6 par 2. Et le mesme se demonstre de la postpolée quantité du premier terme diuisée par positiue quantité. Par exemple: Puis que le quotient de 3 *sec.* ① diuisees par 1 ①, sont egales par l'hypothese à 6 ①, c'est chose claire que 3 *sec.* ①, seront egales au produict de 6 ① par la 1 ①, comme le semblable est vulgaire en computations communes. Par exemple si le quotient de 6 par 3 est egal à 2, ergo 6 est egal au produict de 2 par 3. donc 3 *sec.* ① D ① vallans 6 ①, les 3 *sec.* ① vaudront 6 ②, & par consequent la 1 *sec.* ① vaudra 2 ②. Laquelle origine il nous falloit declarer.

NOTA. Nous auons demonstré au 79 & 80 probleme, l'inuention du quatriesme terme, quand il y a vn nom aux egaux termes donnez, qui soit postpolée quantité point multipliée ou point diuisée: Puis de multipliée ou diuisée. Mais quand il y a multinomie de postpolees quantitez, l'inuention de la postpolée prime, n'est point encore legitimement trouuée: Toutesfois

Digitized by Google

tesfois l'on peut en les operations Algebraiques aucunesfois venir au requis par quelque cognue proportion, qu'il y a entre les termes donnez, & leur incognu valeur, comme la 23 queſtion du 81 probleme le demonſtre. Nous deſcriprons donc 6 theoremes explicans telles proportions que nous auons colligez du liure de Cardane intitulé *Ars Magna cap.* 10. & formé à noſtre maniere: Dont le premier, ſecond, & troiſieſme theoreme, ſeront des trois ſortes des comparaiſons, qui ſe rencontrent de 1 ① M *ſec.* ① à quelques *ſec.* ①, & quelques ①. Mais le quatrieſme, cincquieſme, & ſixieſme theoreme, ſeront des trois ſortes de comparaiſons, qui ſe rencontrent de quelques ① M *ſec.* ①, à quelques *ſec.* ① & 1 ②.

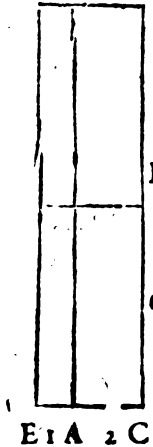
THEOREME I.

Quand 1 ① M ſec. ① + *quelques* ſec. ①, *ſont egales à quelques* ①: *Alors comme la valeur de* 1 ①, *à la valeur de* 1 ſec. ①, *ainſi la ſomme de la valeur de* 1 ① *& le nombre de multitude* ſec. ①, *au nombre de multitude de* ①.

Explication du donné. Soient 1 ① M *ſec.* ① + 6 *ſec.* ①, egales à 3 ①; Et la valeur de 1 ①, ſoit 12; Et de 1 *ſec.* ① ſera neceſſairement 2. ***Explication du requis.*** Il faut demonſtrer le requis du theoreme. ***Demonſtration Arithmetique.*** Comme 12 (valeur de 1 ①) a 2 (valeur de 1 *ſec.* ①) ainſi 18 (la ſomme de 12 valeur de 1 ① & 6 nombre de multitude de *ſec.* ①) a 3, nombre de multitude de ①. ***Autre demonſtration Geometrique.*** Soit A B

Digitized by Google

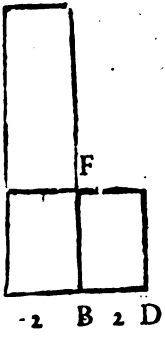
1 ① M *sec.* ①, contenu soubs C B 1 ①, de laquelle la valeur soit 12, & soubs C A 1 *sec.* ①, de laquelle la valeur soit 2, desquels le produict pour A B (comme dict est) sera 1 ① M *sec.* ①, qui vaudra 24. Puis soit A D 6 *sec.* ①, contenu soubs C A 1 *sec.* ①, & soubs C D 6, desquels le produict ou valeur est 12. Puis soit le rectangle E B 3 ①, contenu soubs C B 1 ①. & C E 3, & soit ledict rectangle E B, egal au rectangle A B auec A D.



Nous auons doncques en ceste figure les egales quantitez proposees, à sçauoir 1 ① M *sec.* ① A B + 6 *sec.* ① A D, egales a 3 ① E B.

Or que la raison de C B 12 valeur de 1 ①, à A C 2 valeur de 1 *sec.* ①, est comme de C B 12 valeur de 1 ① auec C D 6 nombre de multitude de *sec.* ①, à E C 3 nombre de multitude de ①, est par leurs nombres manifeste: Et pour demonstrer le mesme geometriquement, il faut sçauoir que le rectangle E B, est egal au rectangle A B auec A D par l'hypothese, Soustrahons doncques d'vne & d'autre partie le rectangle A B, ergo restera E F egale à A D, doncques par la 16 proposition du 6 d'Euclide. comme C B à AC, ainsi C D à A E, & par composée proportion, comme C B, à A C, ainsi C B auec C D, à A C auec A E qui est C E.

NOTA



NOTA. Quand la valeur de 1 ① sera moindre que le nombre de multitude de *sec.* ①, la figure se representera d'autre forme. Par exemple: Soit 1 ① M *sec.* ① + 4 *sec.* ①, egale à 9 ①, & la valeur de 1 ① soit 2, & de 1 *sec.* ① sera 3. Et la figure (sur laquelle accordera aussi la precedente geometrique demonstration) sera telle:

Et encore seroit ce autre figure, si la valeur de 1 ①, fust egale au nombre des *sec.* ①. Ceſt auertissement seruira aussi aux theoremes suiuans. *Conclusion.* Quand doncques 1 ① M *sec.* ① + quelques *sec.* ①, &c; ce qu'il falloit demonstrer.

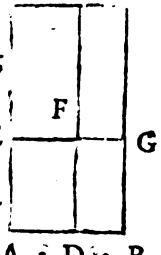
THEOREME II.

QVand 1 ① M sec. ①, est egale à quelques sec. ① + quelques ①: Alors comme le nombre de muititude des sec. ①, à l'exces de la valeur de 1 ①, sur le nombre de multitude de sec. ①, ainsi l'exces de la valeur de 1 sec. ①, sur le nombre de multitude de ①, au nombre de multitude de ①.

Explication du donné. Soit 1 ① M *sec.* ①, egale à 3 *sec.* ① + 4 ①, & la valeur de 1 ① soit 5, & de 1 *sec.* ① sera necessairement 10. *Explication du requis.* Il faut

Digitized by Google

demonſtrer le requis du theoreme. *Demonſtration Arithmetique.* Comme 3 (nombre des *ſec.* ①) à 2 (excés de 5 valeur de 1 ①, ſur 3 nõbre de multitude de *ſec.* ①) Ainſi 6 (excés de 10 valeur de 1 *ſec.* ①, ſur 4 nombre de multitude de ①) à 4, nombre de multitude de ①. *Autre demonſtration Geometrique.* Soit A B 1 ① 5, & A C 1 *ſec.* ① 10, leur produict C B ſera 1 ① M *ſec.* ①; Puis ſoit A D 3, nombre de multitude des *ſec.* ①, doncques C D ſera 3 *ſec.* ①. Puis ſoit menée la ligne E F G, ainſi que E D ſoit egal à F H, & ſoit A E 4, nõbre de multitude de ①, ergo E B ſera 4 ①. Nous auons doncques en ceſte figure, les egales quantitez propoſées, à ſçauoir 1 ① M *ſec.* ① en C B, egales à 3 *ſec.* ① en C D + 4 ① en E B.



Or que la raiſon de A D 3 (nombre de multitude de *ſec.* ①) à D B 2 (excés de A B 5, valeur de 1 ①. ſur A D 3, nombre de multitude de *ſec.* ①) eſt comme de E C 6 (excés de A C 10, valeur de 1 *ſec.* ①, ſur A E 4, nombre de multitude de ①) à A E 4 (nombre de multitude de ①) eſt par leurs nombres manifeſte. Mais pour demonſtrer le meſme geometriquement, il faut ſçauoir que F H, eſt egale à E D, par l'hypotheſe; Ergo par la 16 propoſition du 6 liure d'Euclide, comme A D, à F G, ou à D B, ainſi G H, ou C E, à E A. *Concluſion.* Quand doncques 1 ① M *ſec.* ① eſt egal, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Cardane audict liure *Ars Magna cap.* 10. à la quatrieſme demonſtration dict ainſi: *Quod ſi productum, ex re in quantitatem, quantitatibus & rebus comparetur, conſurgent*

Digitized by Google

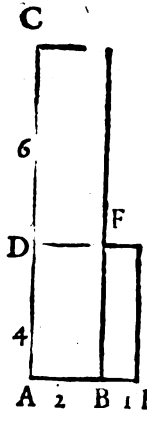
surgent duo modi tantum. le sens est, que de la comparaison de 1 ① M *sec.* ① à quelques *sec.* ①, & quelques ① procedét seulement deux manieres, à sçauoir celles des deux theoremes precedens: Mais nous y auons aperceu la troisiesme que nous descriprons en ceste sorte:

THEOREME III.

QVant quelques sec. ①, *sont egales: à* 1 ① M sec. ① + *quelques* ①: *Alors comme l'exces du nombre de multitude des* sec. ①, *sur la valeur de* 1 ①, *à la valeur de* 1 ①, *ainsi le nombre de multitude de* ①, *à la valeur de* 1 sec. ①.

Explication du donné. Soient 10 *sec.* ①, egales à 1 ① M *sec.* ① + 3 ①; Et la valeur de 1 ① soit 4, & de 1 *sec.* ① sera necessairement 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstration Arithmetique.* Comme 6 (exces du nombre de multitude des 10 *sec.* ①, sur la valeur de 1 ① 4) à 4 (valeur de 1 ①) ainsi 3 (nombre de multitude des 3 ①) à 2, valeur de 1 *sec.* ①. *Autre demonstration Geometrique.* Soit A B 1 *sec.* ① 2, & A C 10, nombre de multitude de *sec.* ①, leur produict sera C B 10 *sec.* ①. Puis soit faict le rectangle D E egal à C F, & soit D A 1 ①. de laquelle la valeur 4, & A E, soit 3. Nous auons doncques en ceste figure les egales quantitez proposees; Car D B est 1 ① M *sec.* ①, & D E 3 ①, lesquelles ensemble sont egales à C B 10 *sec.* ①. Or que la raison de C D 6 (exces de A C 10 nombre de multitude de *sec.* ①, sur D A 4, valeur de

Digitized by Google



1 ① à D A 4 (valeur de 1 ①) est cõme A E 3 (nombre de multitude de ①) à A B 2 (valeur de 1 *sec.* ①) est par leurs nombres manifeste. Mais pour demonstrer le mesme geometriquement, faut sçauoir que C F est egale à la D E par l'hypothese. Ergo par la 16 proposition du 6 liure d'Euclide, comme C D à D A, ainsi A E à D F ou à A B. *Conclusion.* Quand doncques quelque *sec.* ① sont egales à, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

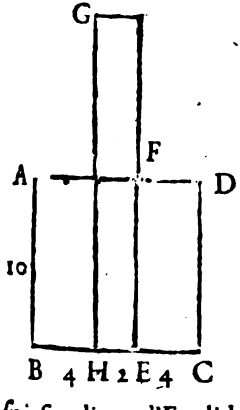
THEOREME IIII.

QVand 1 ②, est egale à quelques ① M sec. ① + quelques sec. ① : Alors comme la valeur de 1 ①, à la valeur de 1 sec. ①, ainsi le nombre de multitude de sec. ①, à l'exces de la valeur de 1 ①, sur le produict du nombre de multitude des ①, par la valeur de 1 sec. ①. Item la valeur de 1 ①, est moien proportionel, entre la valeur de 1 sec. ①, & la somme du nombre de multitude des sec. ①, & la valeur des ①.

Explication du donné. Soit 1 ② egale à 3 ① M *sec.* ① + 2 *sec.* ①; Et la valeur de 1 ① soit 10, & de 1 *sec.* ① sera neceſſairement 2. *Explication du requis.* Il faut de mon-

Digitized by Google

demonſtrer le requis du theoreme. *Demonſtration Arithmetique.* Comme 10 (valeur de 1 ①) à 2 (valeur de 1 *ſec.* ①) Ainſi 20 (nombre de multitude des *ſec.* ①) à 4 (exces de 10 valeur de 1 ①, ſur 6 produict de 3 nombre de multitude des ①, par 2 valeur de 1 *ſec.* ①) Item 10 (valeur de 1 ①) eſt moien proportionel entre 2 (valeur de 1 *ſec.* ①) & 50 ſomme de 20 nombre des *ſec.* ① & de 30 valeur des 3 ①. *Autre demonſtration Geometrique.* Soit A B 1 ① 10, & A B C D, ſera 1 ②. Puis ſoit menée la ligne E F, ainſi que A E ſoit 3 ① M *ſec.* ①. Puis ſoit deſcript le rectangle G E, egal au rectangle F C, & ſoit E H, 1 *ſec.* ① 2, & H G 20: Ergo G E faict 20 *ſec.* ①. Nous auons doncques en ceſte figure les egales quantitez donnees. Or que la raiſon de A B 10 (valeur de 1 ①) à H E 2 (valeur de 1 *ſec.* ①) eſt comme G H 20 (nombre de multitude des *ſec.* ①) à E C 4 (exces de C B 10 valeur de 1 ① ſur E B 6) eſt par leurs nombres manifeſte.



Mais pour demonſtrer ceci geometriquement, il faut ſçauoir que F C, eſt egal à G E par l'hypotheſe; Ergo par la 16 propoſition du ſixieſme liure d'Euclide comme D C ou A B, à H E, ainſi G H, à E C.

Concluſion. Quand doncques 1 ② eſt egale à quelques, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Digitized by Google

THEOREME V.

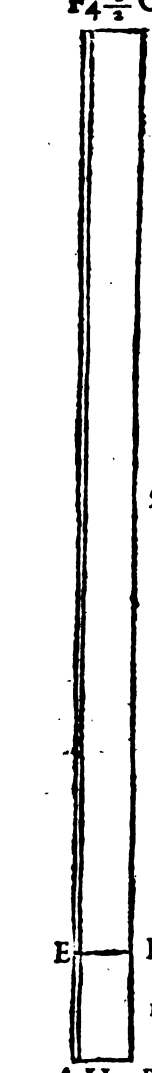
QVand 1 ① M sec. ①, est egale à quelques ② + quelques sec. ①: Alors comme la valeur de 1 sec. ①, à la valeur de 1 ①, ainsi l'exces de la valeur de 1 sec. ①, sur le product de la valeur de 1 ①, par le nombre de multitude des ②, au nombre de multitude des sec. ①. Item la valeur de 1 ① est moien proportionel, entre le quotient procedant de la diuision de la valeur de la sec. ①, par le nombre de multitude des ②, & la reste procedante de la soubstraction du nombre des sec. ①, de la valeur de 1 ①.

Explication du donné. Soit 1 ① M *sec.* ① egale a 2 ② + 4 $\frac{1}{2}$ *sec.* ①; Et la valeur de 1 ① soit 5, & de 1 *sec.* ① sera necessairement 100. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstration Arithmetique.* Comme 100 (valeur de 1 *sec.* ①) à 5 (valeur de 1 ①) Ainsi 90 (exces de 100 valeur de 1 *sec.* ①, sur 10 produict de 5 valeur de 1 ①, par 2 nombre des ②) à 4 $\frac{1}{2}$ (nombre de multitude des *sec.* ①.)

Item 5 (valeur de 1 ①) est moien proportionel entre 50 (quotient procedant de la diuision de 100 valeur de la *sec.* ①, par le nombre des ②,) & $\frac{1}{2}$ (reste procedant de la soubstraction de 4 $\frac{1}{2}$ nombre de multitude des *sec.* ① de 5 valeur de 1 ①.) *Autre demonstration Geometrique.* Soit A B 1 ① 5, & B C 1 *sec.* ① 10, doncques

A C est

Digitized by Google



A C, est 1 ① M *sec.* ①, la mesme soit egale à 3 ② + 4 1/2 *sec.* ①. Puis soit la ligne B D, double à la A B (double par ce que le nombre de multitude de ② est 2) Doncques (veu que A B est 1 ①, & B D 2 ①) le rectangle A D, sera 2 ②, & la reste E C sera 4 1/2 *sec.* ①. Puis soit menée la ligne F H, ainsi que F B soit egale à E C, donc E C sera 4 1/2 *sec.* ①, à sçauoir F C 4 1/2, par C B 1 *sec.* ①.

Nous auons doncques en ceste figure les egales quantitez donnees. Or que la raison de B C 100 (valeur de 1 *sec.* ①) à A B 5 (valeur de 1 ①) est comme D C 90 (exces de C B 100 valeur de 1 *sec.* ①, sur D B 10 produict de 5, valeur de A B 1 ①, par 2, nombre des ②) à F C 4 1/2 (nombre de multitude des *sec.* ①) est par leurs nombres manifeste: Mais pour demonstrer le mesme geometriquement, faut sçauoir que F B, est egal à E C, par l'hypothese: Ergo par la 16 proposition du 6 liure d'Euclide, comme B C, à E D, ou A B, ainsi D C, à F C.

Conclusion.

Quand doncques 1 ① M *sec.* ①, est egale à quelques ②, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Theo-

Digitized by Google

THEOREME VI.

QVand quelques sec.①, *ſont egales à* 1 ① M sec. ① + *quelques* ②: *Alors comme le nombre de multitude des* sec. ①, *à la ſomme de la valeur de* 1 sec.①, *& le produict du nombre de multitude des* ②, *par la valeur de* 1 ①, *ainſi la valeur de* 1 ①, *à la valeur de* 1 sec. ①. *Item la valeur de* 1 ① *eſt moien proportionel entre la valeur de* 1 sec. ①, *& le quotient procedant de la diuiſion de l'exces du nombre de multitude des* sec. ①, *ſur la valeur de* 1 ①, *par le nombre des* ②.

Explication du donné. Soient 4 *ſec.* ① egales à 1 ① M *ſec.* ① + 6 ②. Et la valeur de 1 ① ſoit 2, & de 1 *ſec.* ① ſera neceſſairement 12. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer le requis du theoreme. *Demonſtration Arithmetique.* Comme 4 (nombre de *ſec.* ①) à 24 (ſomme de 12 valeur de 1 *ſec.* ①, & 12 produict de 6 nombre de multitude des ② par 2 valeur de 1 ①) ainſi 2 (valeur de 1 ①) à 12 (valeur de 1 *ſec.* ①.)

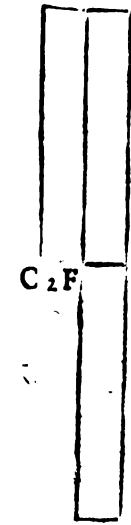
Item 2 (valeur de 1 ①) eſt moien proportionel entre 12 (valeur de 1 *ſec.* ①) & $\frac{1}{3}$ (quotient procedant de la diuiſion de 2 exces de 4 nombre de multitude des *ſec.* ①, ſur 2 valeur de 1 ①, par 6 nombre des ②.)

Autre demonſtration Geometrique. Soit A B 1 *ſec.* ① 12, & B C 4; Doncques C A ſeront 4 *ſec.* ① egales par l'hypotheſe, à 1 ① M *ſec.* ① + 6 ②, les meſmes ſoient

DE à

Digitized by Google

DE à ſçauoir D A 1 ① 2, parquoi D B 1 ① M *ſec.* ①, & B E, ſera ſextuple à F B 1 ①, c'eſt à dire que B E ſera 6 ①, ergo F E 6 ②.



Nous auons doncques en ceſte figure les egales quantitez donnees. Or que la raiſon de C B 4 (nombre de multitude des *ſec.* ①) à A E 24 (ſomme de A B 12 valeur de 1 *ſec.* ①, & B E 12 produict de 6 nombre de multitude des ② par 2 valeur de 1 ①) eſt comme D A 2 (valeur de 1 ①) à A B 12 (valeur de 1 *ſec.* ①) eſt par leurs nombres manifeſte. Mais pour demonſtrer le meſme geometriquement faut ſçauoir que C A eſt egal à D E par l'hypotheſe: Ergo par la 16 propoſition du 6 liure d'Euclide comme C B, à A E, ainſi DA, à A B. *Concluſion.* Quand doncques quelques *ſec.* ① ſont egales à &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Eſtant doncques ainſi acheuée la reigle de proportion des quantitez, nous viendrõs à leur reigle de faux. Il eſt bien vrai que ſuiuant l'ordre des nombres Arithmetiques & Radicaux precedens, qu'il nous fauldroit premierement deſcripre la reigle de proportionelle partition des quantitez, qui ſeroit choſe aſſez facile, mais ne voiant pour le preſent leur vtilité nous la paſſerons oultre.

Sixieſme

Digitized by Google

Sixieſme diſtinction, de la reigle des faux des nombres algebraiques, dicte reigle de

ALGEBRE.

PROBLEME LXXXI.

ESTant propoſé queſtion qui ſe ſolue par Algebre: La ſoluer par Algebre.

Or nous ſommes venuz au dernier probleme de ce liure, qui eſt de la treſſinguliere, & admirable Reigle d'Algebre, l'Inexhauſte fontaine d'infiniz Theoremes Arithmetiques, Reuelatrice des myſteres cachez en nombres: De laquelle nous auons declairé la methode par ſimilitude, en nombres Arithmetiques, au 16 probleme, nous la demonſtrerons maintenant par effect en la choſe meſme. Mais auant que nous y venons, il faut encore dire vn mot, à ſçauoir: Comme il eſt meſtier à l'apprentif, auant qu'il vienne à la reigle de faux des nombres Arithmetiques (que nous auons deſcript audict 16 probleme) qu'il cognoiſſe les lettres des cyffres, qu'il ſcache les quatre generales numerations, & la reigle de trois des nombres Arithmetiques, qui au parauant auoient eſté deſcriptes, ſans lequel il commenceroit deſordonneement, & à peu de prouffit, à icelle Reigle des faux, parce qu'elles ſont matiere & inſtrumens, par leſquelles il faut operer: Tout ainſi eſt il neceſſaire, auant que venir à ceſte Reigle de Faux, ou Algebre, que l'on cognoiſſe ſes propres chárácteres, ſes quatre numerations generales, Reduction, & Reigle de proportion de ſes nombres Algebraiques. Leſquelles

ſont

Digitized by Google

ſont copieuſement deſcriptes aux precedens, & ſans la cognoiſſances d'icelles, on commencera deſordonneement, & à peu d'vtilité, parce qu'elles ſont auſſi matiere & inſtrumens, neceſſaires à l'operation d'icelle.

Item comme il n'eſtoit pas la le lieu, d'enſengner ou repeter la maniere de Aiouſter, Soubſtraire, Multiplier, Diuiſer, &c. des nombres Arithmetiques, Mais cela ſe faiſoit au parauant en ſon propre lieu : Ainſi ne ſera ce pas ici le lieu de repeter en ceſte operation la maniere d'Aiouſter, Soubſtraire, Multiplier, Diuiſer, Reduire, trouuer quatrieſme proportionel, des nombres Algebraiques; Car cela confondroit & noſtre diſtinct ordre, & meſme l'appretif; mais il faut que tout ceci ſ'apprenne aux precedens; Ce que nous conſeillons de faire à ceux qui en requirent facilement paruenir à chef.

QVESTION I.

TRouuons vn nombre, qui auec ſa moitie, face 18.

Construction.

Soit le nombre requis	1 ①
Sa moitie	$\frac{1}{2}$ ①
Lẽur ſomme	$1\frac{1}{2}$ ①
Egale à	18

Puis on mettera vne ligne, ioignant les nombres algebraiques, & alors leur diſpoſition ſera comme ci deſſus.

Puis on dira $1\frac{1}{2}$ ① eſt egale, ou vaut 18, combien 1 ①? faict par le 67 probl. 12. Doncques 1 ① premier en l'ordre vaut 12, & la $\frac{1}{2}$ ① ſecond en l'ordre vaudra (par ledict 67 probleme) 6, & la $1\frac{1}{2}$ ① troiſieſme en l'ordre

Digitized by Google

l'ordre vaudra 18; Lesquelles valeurs se mettront chascune ioignãt sa quantité, & sera alors la disposition des characteres de la construction (lesquelles nous descriprons autre fois en ceste premiere question pour plus grande euidence) comme ci dessous:

Soit le nombre requis	1 ①	12
Sa moitie	$\frac{1}{2}$ ①	6
Leur somme	$1\frac{1}{2}$ ①	18
Egale à	18	18

Ie di que 12 est le nombre requis, *Demonstration.* 12 auec sa moitie 6, faict selon le requis 18; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Semblable sera la methode, en toutes les questions suiuantes; à sçauoir apres que (par operation conforme à la petition) on aura trouué deux quantitez egales, on trouuera par icelles la valeur de 1 ①, par quelque probleme des problemes 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. à lui respondant; qui estant cognu, on trouuera par la mesme valeur de 1 ①, la valeur de toutes les quantitez en l'ordre, par le 66 probl. & l'on aura les nombres requis à la proposition.

L'on peut aussi souuentesfois trouuer les autres nombres requis par le premier nombre trouué, sans trouuer par les 66 probleme la valeur des quantitez de l'ordre. Par exemple, scachant ci dessus que le nombre requis est 12, nous pourrions prendre sa moitie, qui est 6, & l'aiouster à 12, faict selon le requis 18: de sorte que par l'vne & l'autre maniere l'on vient à la desirée solution; Mais par ce qu'il auient souuentesfois, que la raison du nombre premier trouué est aux autres nombres requis trop obscure, voire aucunefois pas determinée,

Digitized by Google

terminée, comme il apparoistra en plusieurs questions du second liure de Diophante, & autres suiuans; l'on trouuera alors la valeur des quantitez en l'ordre, comme dessus, par le moien du 66 probleme.

Item la ou (au commencement de la construction) nous auons posé pour le nombre requis 1 ①. On peut poser nombre algebraique quelconque, & tel qui en l'operation nous semblera le plus commode, selon la qualité de la question. Par exemple, si à cause d'euiter fraction, nous eussions voulu poser pour le nombre requis, 2 ①, sa moitie sera 1 ①, font ensemble 3 ①. egales à 18, & par le 67 probleme 1 ① vaudroit 6: Ergo les proposées 2 ① (par le 66 probleme) vaudroient 12, qui est le mesme, ce que dessus valoit la posée 1 ①, & nous vient la mesme solution.

Prennons autrefois pour nombre requis 4 ②, sa moitie sera 2 ② font ensemble 6 ② egales à 18 & par le 78 probleme 1 ① vaudra ✓ 3; Ergo les 4 ② par le 66 probleme vaudront comme dessus 12. Et ainsi d'autres quantitez quelconques.

QVESTION II.

Partons 5 en deux parties telles, que leur produict soit 6.

Nota.

Nous dirons ici encore vne fois pour tout, que les nombres derriere la ligne, sont les nombres de la solution; à sçauoir les valeurs des nombres algebraiques, ausquels ilz correspondent, & se mettent apres que la valeur de 1 ① est trouuée.

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

Soit l'vne partie	1 ①	3
Et l'autre sera necessairement	— 1 ① + 5	2
Leur produict	— 1 ② + 5 ①	6
Egales à	6	

Lesquels termes reduicts, par la 4 reigle deuant le 66 probleme, à sçauoir mettant la superieure quantité seule, &c. 1 ② sera egale à 5 ① — 6, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra 3 ou 2 soit 3.

Ie di que 3 & 2 sont les nombres requis. *Demonstration.* Que 3 & 2 sont les parties de 5 est notoire, & leur produict est 6 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION III. QVI ENSEMBLE LES IIII^e. V^e. VI^e. QVESTIONS, SVIVANTES, seruent à l'origine des extractions des racines quarrees, des multinomies radicaux du 39 probleme.

TRouuons deux nombres tels, que leurs quarrez facent 7, & que l'vn quarré soubstraict de l'autre, reste 1.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	2
Son quatré pour premier quarré	1 ②	4
Ergo le second quarré (puis qu'auec le premier quarré il doit faire 7) sera necessairement	— 1 ② + 7	3

Sa ra-

Digitized by Google

Sa racine quarrée, pour le second nombre requis.	✓ *bino.* — 1 ② + 7 | ✓ 3
Difference des quarrez	2 ② — 7 | 1
Egale à	1 |

Lesquels termes reduicts, 2 ② seront egales à 8; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra 2.

Ie di que 2 & ✓ 3, sont les deux nombres requis.

Demonstration. Les deux quarrez de 2 & de ✓ 3, qui sont 4 & 3, font ensemble 7. Item soubstraict 3 de 4 reste 1, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Nota. Lon pourroit encore faire ceste construction ainsi:

Soit le premier nombre requis	1 ① | ✓ 3
Son quarré pour le premier quarré	1 ② | 3
Ergo le second quarré (puis que du premier il doibt differer en 1) sera + 1 ou — 1, soit	1 ② + 1 | 4
Sa racine quarrée pour le second nombre requis	✓ *bino.* 1 ② + 1 | 2
Somme des quarrez	2 ② + 1 | 7
Egale à	7 |

Lesquels termes reduicts 2 ② seront egales à 6; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra ✓ 3. & les deux nombres requis seront comme dessus 2 & ✓ 3.

QVESTION IIII.

Trouuons deux nombres tels, que le double de leur produict soit ✓ 48, & la somme de leurs quarrez 7.

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ① | 2
Ergo le second nombre (puis qu'il faut que le double du produict du premier & second soit ✓ 48) sera	$\frac{\sqrt{12}}{1\,①}$ | ✓3
Le quarré du premier nombre est	1 ② | 4
Le quarré du second nombre est	$\frac{12}{1\,②}$ | 3
La somme des quarrez	$\frac{1\,②+12}{1\,②}$ | 7
Egale à	7

Lesquels termes reduicts 1 ④ sera egale à 7 ② — 12
Et par le 78 probleme 1 ① vaudra 2.

Ie dy que 2 & ✓3, sont les deux nombres requis.

Demonstration. Le produict de 2 & ✓3, est ✓12, son double ✓48; Item la somme des quarrez de 2 & ✓3, est 7, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Lon pourroit encore faire ceste construction ainsi:

Soit le premier nombre requis	1 ① | 2
Son quarré pour le premier quarré	1 ② | 4
Ergo le second quarré (puis qu'auec le premier quarré il doibt faire 7) sera necessairement	— 1 ② + 7 | 3
Sa racine quarrée pour le second nombre requis	✓*bino.* — 1 ② + 7 | ✓3
Produict du premier & second nombre, est ✓ *bino.* — 1 ④ + 7 ②, son double	✓*bino.* — 4 ④ + 28 ② | ✓48
Egales à	✓48

Lesquels termes reduicts 1 ④ sera egale a 7 ② — 12
Et par le 78 probleme. 1 ① vaudra 2, & les deux nombres requis seront comme dessus 2 & ✓3.

QVESTION

Digitized by Google

QVESTION V.

TRouuons trois nombres tels, que le double du produict du premier & second, soit — √60; Et le double du produict du premier par le troisiesme, soit √40; Et le double du produict du second par le premier, soit — √24.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	√5
Ergo le second (puis qu'il faut que le double du produict du premier & second soit — √60) sera	$\frac{-\sqrt{15}}{1\ ②}$	—√3
Et le troisiesme (puis qu'il faut que le double du produict du premier & troisiesme soit √40) sera	$\frac{\sqrt{10}}{1\ ③}$	√2
Le produict du second $\frac{-\sqrt{15}}{1\ ②}$ & troisiesme $\frac{\sqrt{10}}{1\ ③}$ est	$\frac{-\sqrt{600}}{1.②}$	—√24
Egal à	— √24	

Lesquels termes reduicts — √24 X ② seront egales à — √600; Et par le 78 probleme, 1 ① vaudra √5.

Ie di que √5 & — √3 & √2 sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de √5 & — √3, est — √15, son double — √60; Item le produict de √5 & √2, est √10, son double √40; Item le produict de — √3 & √2, est — √6, son double — √24, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VI.

TRouuons quatre nombres tels, que le double du produict du premier & second, soit √140; Et du premier & troisiesme √84; Et du second

Digitized by Google

du second & troisiesme √ 60; Et du premier & quatriesme — √ 56; Et du second & quatriesme — √ 40; Et du troisiesme & quatriesme — √ 24.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①	√ 7
Ergo le second √35 / 1 ①	√ 5
Ergo le troisiesme 421 / 1 ①	√ 3
Ergo le quatriesme —√14 / 1 ①	— √ 2.
Double du produit du seconde & troisiesme √2940 / 1 ②	√ 60
Double du produict du second & quatriesme —√1960 / 1 ②	— √ 40
Double du produict du troisiesme & quatriesme —√1176 / 1 ③	— √ 24
Somme de ces trois produicts (quand aux autres produicts requis les mesmes se trouuẽt selon la question) est √2940—√1960—√1176 / 1 ②	√ 60 — √ 40 — √ 24
Egale à √ 60 — √ 40 — √ 24	

Lesquels termes reduicts √ 60) ② — √ 40) ② —24) ② seront egales à √ 2940 — √ 1960 — √ 1176; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra √ 7.

Ie di que √ 7, & √ 5, & √ 3, & — √ 2, sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* Le double du produict de √ 7 & √ 5, est √ 140; Et de √ 7 & √ 3, est √ 84; Et de √ 5 & √ 3, est √ 60; Et de √ 7 & — √ 2 est —

Digitized by Google

est — ✓56; Et de ✓5 & — ✓2 est — ✓40; Et de ✓3 & — ✓2, est — ✓24, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VII, LAQVELLE ENSEMBLE LES QVESTIONS SVIVANtes iusques à la 18 seruent aux origines des constructions des problemes 69. 71. 72. 73. 75. 76. 77.

Trouuer deux nombres tels, que leur produict soit 2, & la somme de leurs cubes 40.

Construction.

Soit le premier nombre requis	1 ①	✓③ *bino.* 20 + ✓392
Ergo le second nombre, à fin que le produict du premier & second soit 2 (qui se trouue diuisant 2 par 1 ①) sera	$\frac{2}{1①}$	$\sqrt{3}\ \frac{8}{20+\sqrt{392}}$
Le cube du premier nombre	1 ③	20 + ✓392
Le cube du second nombre	$\frac{8}{1③}$	$\frac{8}{20+\sqrt{392}}$
Somme des cubes	1 ③ + $\frac{8}{1③}$	40
Egale à	40	

Lesquels reduicts 1 ⑥ sera egale à 40 ③ — 8; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra ✓3 *bino.* 20 + ✓392.

Ie di que ✓③ *bino.* 20 + ✓392 & ✓③ $\frac{8}{20+\sqrt{392}}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Leur

Digitized by Google

produict par le 40 probleme eſt 2,& la ſomme de leurs cubes par le 28 probleme eſt 40,ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Ceſte queſtion (comme nous auons dict à l'origine du 69 probleme) ſert pour declaration de la conſtruction du meſme 69 probleme; Mais il faut ſçauoir qu'icelle conſtruction eſt colligée des nombres procedans de l'inuention du valeur de 1 ①,quand 1 ⑥ vaut 40 ③ — 8.

Quant à ce que l'on prent la pour le deuxieſme nombre $\sqrt{③}$ *bino.* $20 - \sqrt{392}$,& que nous trouuons ici $\sqrt{③}\ \frac{8}{20+\sqrt{392}}$ il faut ſcauoir,que c'eſt tout le meſme par le 27 probleme,car diuiſant le numerateur 8 par le nominateur $20+\sqrt{392}$, &c. Doncques pour euiter fraction, on prent la touſiours le binomie diſioinct, reſpondant au premier conioinct. Et le ſemblable ſentendra ſur la 8^e^ queſtion ſuiuante.

QVESTION VIII.

TRouuons deux nombres tels, que leur produict ſoit 2, & la difference de leurs cubes 20.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①	$\sqrt{③}$ *bino.* $\sqrt{108}+10$
Ergo le ſecond nombre à fin que le produict du premier & ſecond ſoit 2 ſera $\frac{2}{1①}$	$\sqrt{③}\ \frac{8}{\sqrt{108}+10}$
Le cube du premier nombre 1 ③	$\sqrt{108}+10$

Le cube

Digitized by Google

Le cube du second nombre	$\frac{8}{1\,③}$
Difference des cubes est $1\,③ - \frac{8}{1\,③}$	$\frac{8}{\sqrt{108}+10}$
ou bien $-1\,③ + \frac{8}{1\,③}$ soit $1\,③ - \frac{8}{1\,③}$	20
Egale à	20

Lesquels reduicts $1\,⑥$ sera egale à $20\,③ + 8$; Et par le 78 probleme $1\,①$ vaudra $\sqrt{}\,③$ *bino.* $\sqrt{}\,108 + 10$.

Ie di que $\sqrt{}\,③$ *bino.* $\sqrt{}\,108 + 10$ & $\sqrt{}\,③\ \frac{8}{\sqrt{108}+10}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Leur produict (par le 40 probleme) est 2, & la difference de leurs cubes (par le 29 probleme) est 20, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION IX.

TRouuons vn nombre cubique, qui auec — 6, face autant comme le costé dudict cube, multiplié par 7.

Construction.

Soit le nombre cubique $1\,③$	27
Auquel aiousté -6 faict $1\,③ - 6$	21
Egal à $1\,①$ (costé cubique du premier en l'ordre) multiplié par 7 qui est a $7\,①$	21

Lesquels reduicts, $1\,③$ sera egale a $7\,① + 6$; Et par le 69 probleme $1\,①$ vaudra 3.

Ie di que 27 est le nombre requis. *Demonstration.* 27 est le nombre cubique qui auec -6 faict 21. Aussi faict 21, le costé 3 dudict cube multiplié par 7; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION X.

TRouuons deux nombres tels, que leur produict soit 400, & du cube de l'vn, soub-

Digitized by Google

straicts les six quarrez du mesme nombre, la reste soit 400.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①	40
Le second doncques sera necessairement $\frac{400}{1①}$	10
Son cube $\frac{64000000}{1③}$	1000
Duquel soubstraict les six quarrez du second en l'ordre, qui sont $\frac{9600000}{1②}$	600
Reste $\frac{-9600000①+64000000}{1③}$	400
Egal à 400	

Lesquels reduicts, 1 ③ sera egale a — 2400 ① + 160000 & par la 2 differ. du 69 prob. la 1 ① vaudra 40.

Ie di que 40 & 10, sont les deux nombres requis.

Demonstration. Le produict de 40 & 10, est 400, & du cube du 10, qui est 1000, soubstraict 600, pour les six quarrez de 10, reste 400; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XI.

TRouuons deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier soit egal au second, & que le produict du premier par le second + 5, soit 36.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①	4
Sa moitie est $\frac{1}{2}$ ①, son quarré $\frac{1}{4}$ ②; ergo le second nombre $\frac{1}{4}$ ②	4
Produict du premier 1 ①, par le second $\frac{1}{4}$ ② + 5 est $\frac{1}{4}$ ③ + 5 ①	36
Egale à 36	

Lesquels reduicts 1 ③ sera egale à — 20 ① + 144;

Et par

Digitized by Google

Et par le 69 probleme 1 ① vaudra 4.

Ie di que 4 & 4 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le quarré de la moitie du premier nombre eſt 4, & eſt egal au ſecond nombre 4; Item le produict de 4 par 4 + 5 (qui eſt le premier nombre par le ſecond + 5) eſt 36, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XII.

Trouuons deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier ſoit egal au ſecond, & que le produict du premier + 3 par le ſecond + 16, ſoit 225.

Construction.

Soit le premier nombre requis 1 ①	6
Sa moitie eſt $\frac{1}{2}$ ①, ſon quarré $\frac{1}{4}$ ②; Ergo le ſecond nombre $\frac{1}{4}$ ②	9
Produict du premier 1 ① + 3, par le ſecond $\frac{1}{4}$ ② + 16, eſt $\frac{1}{4}$ ③ + $\frac{3}{4}$ ② + 16 ① + 48	225
Egales à 225	

Leſquels reduicts 1 ③ ſera egale a — 3 ② — 64 ① + 708; Et par le 71 probleme 1 ① vaudra 6.

Ie di que 6 & 9, ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le quarré de la moitie du premier nombre 6 eſt 9, & eſt egal au ſecond nombre 9; Item le produict du premier 6 + 3, par le ſecond 9 + 16, eſt 225, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIII.

Trouuons deux nombres tels, que leur produict ſoit 3, & que le produict de l'vn nombre par

bre par 2, aioufté à la potence de quarte quantité dudict vn nombre, la ſomme ſoit auſſi 3.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①	3
Ergo le ſecond nombre ſera $\frac{3}{1}$	1
Qui multiplie par 2 faict $\frac{6}{1②}$	3
Le meſme aioufté à la potence de quarte quantité du ſecond nombre ſecond en l'ordre, qui eſt $\frac{8\,1}{1④}$	1
Faict $\frac{6②+81}{1②}$	3
Egales à	3

Leſquels reduicts, 1 ④ ſera egale à 2 ③ + 27; Et par le 74 probleme, 1 ① vaudra 3.

Ie di que 3 & 1 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de 3 & 1, eſt 3; Et le product de 1 par 2 eſt 2, qui aioufté à la potence de quarte quantité dudict 1, la ſomme eſt auſſi 3; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIIII.

TRouuons deux nombres tels, que leur produict ſoit 27, & de la potence de quarte quãtité de l'vn, ſoubſtraict ſes deux cubes, la reſte ſoit auſſi 27.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①	9
Ergo le ſecond nombre ſera $\frac{27}{1①}$	3
Sa potence de quarte quantité $\frac{531441}{1④}$	81
De laquelle ſoubſtraicts les deux cubes du ſecond nõbre ſecond en l'ordre, qui ſont $\frac{30766}{1③}$	54
Reſte $\frac{-39366③+531441}{1④}$	27
Egales à	27

Leſquels

Digitized by Google

Lesquels reduicts, 1 ④ sera egale a — 1458 ① + 19683; Et par le 72 probleme 1 ① vaudra 9.

Ie di que 9 & 3 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 9 & 3 est 27; Puis de la potence de quarte quantité de 3 qui est 81, soubstraict les deux cubes dudict 3, qui sont 54, la reste est aussi 27, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XV.

TRouuons vn — ②, qui appliqué à 1 — 3 & puis tels trois nombres multipliez par eux mesmes distinctemẽt, selon la maniere de multiplication de quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict aiousté $3\frac{1}{5}$: qu'alors le quarré de la moitie du quatrieſme, soit egal au produict du troisieſme par le cincquieſme.

Constrvction.

Soit le nombre requis — 1 ① | — 2

Qui appliqué a 1 — 3 faict 1 — 3 — 1 ①

multiplions les par eux mesmes distinctemẽt, selon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques en ceste sorte:

	1	— 3	— 1 ①
	1	— 3	— 1 ①
	— 1 ②.	+ 3 ①.	+ 1 ②
	— 3.	+ 9.	+ 3 ①.
1.	— 3.	— 1 ①.	
1.	— 3.	— 2 ① + 9.	+ 6 ①. + 1 ②

Doncques

Digitized by Google

Doncques le troisiesme nombre du produict est	— 2 ① + 9	5
Et le quatriesme	6 ①	12
Et le dernier est 1 ②, auquel selon la question aiousté $3\frac{1}{5}$ le dernier sera	1 ② + $3\frac{1}{5}$	$7\frac{1}{5}$
Reste maintenant que le quarré de 3 ① (moitie du quatriesme) qui est	9 ②	36
Soit egal au produict du troisiesme, par le dernier qui est	— 2 ③ + 9 ② — $6\frac{2}{5}$ ① + $28\frac{4}{5}$	36

Lesquels reduicts 1 ③ sera egale a — $3\frac{1}{5}$ ① + $14\frac{2}{5}$; Et 1 ① par le 69 probleme vaudra 2, & par consequent la posée — 1 ① vaudra — 2.

Ie di que — 2 est le nombre requis. *Demonstration.* Multipliant 1 — 3 — 2, par eux mesmes dinstinctement, selon la maniere de multiplication algebraique, le produict sera 1 — 6 + 5 + 12 + 4; Doncques le troisiesme nombre du produict, est 5, & le quatriesme 12, & le dernier 4: auquel dernier aiousté $3\frac{1}{5}$, sera $7\frac{1}{5}$ qui multiplié par le troisiesme 5, faict 36 egal au quarré de 6, moitie du quatriesme, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVI.

Trouuons vn — ⓞ tel, que son quarré + $3\frac{2}{3}$, multiplié par la somme du double d'icelui — ⓞ, & le quarré de — 3, le produict soit egal au quarré du produict de — 3, par icelui — ⓞ requis.

Construction.

Soit le nombre requis	— 1 ①	— 2
Son quarré est 1 ②, auquel aiousté $3\frac{1}{5}$ faict	1 ② + $3\frac{1}{5}$	$7\frac{1}{5}$

Qui

Qui multiplié par la ſomme du double du nombre requis, & le quarré de — 3 qui eſt par — 2 ① + 9 faict
— 2 ③ + 9 ② — 6 $\frac{2}{5}$ ① + 28 $\frac{4}{5}$ | 36
Egal au quarré du produict de — 3 par — 1 ① premier en l'ordre, qui eſt a 9 ② | 36

Leſquels reduicts 1 ③ ſera egale a — 3 $\frac{1}{5}$ ① + 28 $\frac{4}{5}$; Et par le 69 probleme 1 ① vaudra 2.

Ie di que — 2 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Le quarré de — 2 eſt 4, auquel aiouſté 3 $\frac{1}{5}$, faict 7 $\frac{1}{5}$, qui multiplié par 5 (5 pour la ſomme du double de — 2 & le quarré de — 3) faict 36, qui ſont egales au quarré du produict de — 3 par icelui — 2; ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVII.

TRouuons vn ⊙, qui appliqué à 1 — 2, & puis tels trois nombres multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict aiouſté — 32, & au quatrieſme nombre du produict aiouſté 8: Qu'alors le quarré de la moitie du quatrieſme, ſoit egal au produict du troiſieſme par le dernier.

Construction.

Soit le nombre requis 1 ① | 6.
Qui appliqué a 1 — 2, faict 1 — 2 + 1 ①, qui multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplica-

tion des

tion des quantitez algebraiques comme nous les auons multiplié à la 15 queſtion, donnent produict 1.—4. 2 ① + 4. —4①.1 ②. doncques le troiſieſme nombre eſt 2 ① + 4	16
Et le quatrieſme —4 ①, auquel aiouſté 8 ſera —4 ① + 8	—16
Et le dernier eſt 1 ②, à laquelle aiouſté —32 ſera 1 ② — 32	4
Reſte maintenant que le quarré de —2 + 4 (moitie du quatrieſme) qui eſt 4 ② — 16 ① + 16	64
Soit egal au produict du troiſieſme nombre, par le dernier, qui eſt 2 ③ + 4 ② — 64 ① — 128	64

Leſquels reduicts, 1 ③ ſera egale à 24 ① + 72; Et par le 69 probleme 1 ① vaudra 6.

Ie di que 6 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Multipliant 1 — 2 + 6 par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication algebraique, le produict ſera 1 — 4 + 16 — 24 + 36. Doncques le troiſieſme nombre du produict eſt 16, le quatrieſme — 24, le dernier 36, puis au dernier aiouſté — 32, & au quatrieſme 8, alors ſera le troiſieſme 16, le quatrieſme — 16, & le dernier 4; Et le quarré de — 8, moitie du quatrieſme, eſt 64, & eſt egal au produict du troiſieſme 16, par le dernier 4, ſelon le requis; ce qu'il falloit demoſtrer.

QVESTION XVIII.

TRouuons vn ⊙ tel, que ſon quarré — 32 multiplié par la ſomme du double d'icelui ⊙, & le quarré de — 2, le produict ſoit egal au quarré de la moitie

Digitized by Google

la moitie de la ſomme de 8 & du double du produict d'icelui ◎ par — 2.

Construction.

Soit le nombre requis 1 ①	6
Son quarré 1 ②, auquel aiouſté — 32 faict 1 ② — 32	4
Qui multiplié par la ſomme du double du nombre requis, & le quarré de — 2, qui eſt par 2 ① + 4, faict 2 ③ + 4 ② — 64 ① — 128	64
Egal au quarré de la moitie de la ſomme de 8, & du double du produict de 1 ① premier en l'ordre, par — 2. c'eſt a dire, egal au quarré de — 2 ① + 4 qui eſt 4 ② — 16 ① + 16	64

Leſquels reduicts 1 ③ ſera egale à 24 ① + 72; Et par le 69 probleme 1 ① vaudra 6.

Ie di, que 6 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Le quarré de 6 eſt 36, qui auec — 32 font 4, qui multiplié par 16 (16 pour la ſomme du double d'icelui 6 auec le quarré de — 2) faict 64, qui ſont egales au quarré de la moitie de la ſomme de 8, & du double du produict dudict 6 par — 2, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIX.

Trouuons vn ◎, qui appliqué à 1 — 2, & puis tels trois nombres multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict aiouſté — 12, & au troiſieſme nom-

Digitized by Google

me nombre du produict aiousté 4: Qu'alors le quarré de la moitie du quatrieſme, ſoit egal au produict du troiſieſme par le dernier.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	4
Laquelle appliquée a 1 — 2 faict 1 — 2 + 1 ①, qui multipliez par eux meſmes diſtinctemẽt, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, comme nous les auons multiplié à la 11 queſtion, donnent produict:		
1. — 4. 2 ① + 4. — 4 ①. 1 ②.		
Doncques le dernier nombre eſt 1 ②, à laquelle aiouſté — 12 faict	1 ② — 12	4
Et le quatrieſme eſt	— 4 ①	— 16
Et le troiſieſme eſt 2 ① + 4, auquel aiouſté 4, faict	2 ① + 8	16
Reſte maintenant que le quarré de — 2 ① (moitie du quatrieſme) qui eſt	4 ②	64
Soit egal au produict du troiſieſme 2 ① + 8, par le dernier 1 ② — 12, qui eſt	2 ③ + 8 ② — 24 ① — 96	64

Leſquels reduicts 1 ③ ſera egale à — 2 ② + 12 ① + 48; Et 1 ① par le 71 probleme vaudra 4.

Ie di que 4 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Multipliant 1 — 2 + 4 par eux meſmes diſtinctement ſelon la maniere de multiplication algebraique, le produict ſera 1 — 4 + 12 — 16 + 16: Doncques le dernier nombre du produict eſt 16, & le quatrieſme — 16, & le

Digitized by Google

& le troisiesme 12: puis au dernier aiousté — 12, & au troisiesme 4, alors sera le dernier 4, le quatriesme — 16, & le troisiesme 16, & le quarré de — 8, moitie du quatriesme est 64, & est egal au produict du troisiesme 16, par le dernier 4, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XX.

Trouuons vn ⊙ tel, que son quarré — 12 multiplié par la somme du double d'icelui ⊙, & le quarré de — 2 & 4, le produict soit egal au quarré du produict de — 2 par icelui ⊙ requis.

Construction.

Soit le nombre requis	1 ①	4
Son quarré 1 ②, auquel aiousté — 12 faict	1 ② — 12	4
Qui multiplié par la somme du double du nõbre requis, & le quarré de — 2 & 4, qui est par 2 ① + 8, faict	2 ③ + 8 ② — 24 ① — 96	64
Egal au quarré du produict de — 2, par 1 ① premier en l'ordre, qui est a	+ 4 ②	

Lesquels reduicts, 1 ③ sera egale a — 2 ③ + 12 ① + 48; Et 1 ① par le 71 probleme, voudra 4.

Ie di que 4 est le nombre requis. *Demonstration.* Le quarré de 4 est 16, qui auec — 12 faict 4, qui multiplié par 16 (16 pour la somme du double d'icelui 4, & le quarré de — 2 & encore 4) faict 64, qui sont egales au quarré du produict de — 2, par le 4 trouué, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

Digitized by Google

QVESTION XXI.

TRouuons vn ⊙ qui appliqué à 1 + 2, & puis tels trois nombres multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict aiousté 33, & au quatrieſme 40, & au troiſieſme 4. Qu'alors le quarré de la moitie du quatrieſme, ſoit egal au produict du troiſieſme, par le dernier.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis 1 ① 4

Qui appliqué à 1 + 2, faict 1 + 2 + 1 ①, qui multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, comme nous les auons multiplié à la 11 queſtion donnent produict

1 + 4. 2 ① + 4. 4 ①. 1 ②.

Doncques le dernier nombre eſt 1 ②, auquel aiouſté 33, faict 1 ② + 33 49

Et le quatrieſme nombre 4 ①, auquel aiouſté 40, faict. 4 ① + 40 56

Et le troiſieſme nombre 2 ① + 4, auquel aiouſté 4, faict 2 ① + 8 14

Reſte maintenant que le quarré de 2 ① + 20 (moitié du quatrieſme), qui eſt 4 ② + 80 ① + 400 784

Soit egal au produict du troisiesme 2 ① + 8, par le dernier 1 ② + 33, qui est	
— 2 ③ + 8 ② + 66 ① + 264	784

Lesquels reduicts 1 ③ sera egale à — 2 ② + 7 ① + 68; Et 1 ① par le 71 probleme, vaudra 4.

Ie di que 4 est le nombre requis. *Demonstration.* Multipliant 1 + 2 + 4 par eux mesmes distinctement selon la maniere de multiplication algebraique, le produict sera 1. 4. 12. 16. 16. Doncques le dernier nombre du produict est 16, auquel aiousté 33, faict 49; Et le quatriesme nombre du produict est aussi 16, auquel aiousté 40, faict 56; Et le troisiesme nombre est 12, auquel aiousté 4, faict 16.

Or le quarré de la moitie du quatriesme 56. est 784 egal au produict du troisiesme 16, par le dernier 49, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXII.

Trouuons vn ◎ tel, que son quarré + 33 multiplié par la somme du double d'icelui ◎, & le quarré de 2, & encore 4, le produict soit egal au quarré de la moitie de la somme de 40, & du double du produict de 2 par icelui ◎.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis 1 ①	4
Son quarré 1 ②, auquel aiousté 33 faict 1 ② + 33	49
Qui multiplié par la somme du double du nombre requis & le quarré de 2 & encore 4, qui est par 2 ① + 8, faict 2 ③ + 8 ② + 66 ① + 264	784

Digitized by Google

Egal au quarré de 2 ① +20(pour la moitie de la somme de 40,& du double du produict de 2 par 1 ① premier en l'ordre) qui est 4 ② + 80 ① + 400 | 784

Lesquels reduicts,1 ③ sera egale à 2 ② +7①+68; Et 1 ① par le 71 probleme, vaudra 4.

Ie di que 4 est le nombre requis. *Demonstration.* Le quarré de 4 est 16, qui auec 33 faict 43, qui multiplié par 16(16 pour la somme du double de 4,& le quarré de 2, & encore 4) faict 784 qui sont egales au quarré de 28 (qui est la moitie de la somme de 40, & du double du produict de 2 par 4) selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Les exemples suiuans seront ceux la, ausquels se recontrent postposees quantitez: Mais il faut sçauoir que toute operation qui se faict par icelles, se peult aussi faire par positiues; mais parce que la raison des nombres requis est aucunefois fort obscure, de sorte que pour l'absoluer par positiues quantitez, l'on auroit mestier de quelques theoremes, ou autres inductions, lesquelles souuentesfois ne nous viennent à la memoire, pourtant on les despesche pour le plus commode, par les postposees. Nous donnerons doncques deux exemples de postposees quantitez point multipliees ou diuisees; Puis vn de postposée quantité multipliée; Et puis vn autre de diuisée; Et au dernier vn autre par lequel sera demonstré l'vsage des 6 theoremes suiuans au precedent 80 probleme.

QVESTION XXIII.

TRouuons deux nombres desquels la difference soit 3 & leur produict 10.

NOTA

Nota. Pour declairer ce qui est generalement requis es operations des postposees quantitez, il faut sçauoir, qu'apres qu'il y a posees, quelques postposees quãritez il faut operer par les mesmes, selõ la question, comme l'on a faict ci deuant par les positiues: mais estant venu à l'egaleté, on ne trouuera pas par icelle la valeur de 1 ①, comme l'on à faict dessus, mais on trouuera la valeur des postposees en positiues, par les 79 & 80 problemes, puis on commencera autre operation semblable à la premiere, mais entierement de positiues quantitez, comme les exemples le declaireront plus amplement.

Construction.

Soit le premier nombre requis 1 ②
Et soit le second nombre 1 *sec.* ①
Leur difference 1 ① — 1 *sec.* ①
Egale à 3

Lesquels reduicts (mettant la 1 *sec.* ① seule) 1 *sec.* ① sera egale ou vaudra 1 ① — 3.

Or aiant trouué que la 1 *sec.* ① ci dessus posée second en l'ordre vaut (en quantitez de la mesme progression qu'est la positiue 1 ①) 3 ① — 1, on recommencera l'operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le premier nombre requis	1 ①	5
Et soit le second nombre (car autant est trouué valoir la 1 *sec.* ① premierement en la premiere operation posée)	1 ① — 3	2
Leur difference selon le requis est 3, reste que leur produict soit 10; mais il est	1 ② — 3 ①	10
Le mesme doncques est egal à	10	

Lesquels reduicts, 1 ② sera egale à 3 ① + 10;

Digitized by Google

Et par le 68 probleme 1 ① vaudra 5.

Ie di que 5, & 2 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* La difference de 5 & 2 eſt 3. Item le produict de 5 & 2 eſt 10, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXIIII.

TRouuons quatre nombres tels, que la ſomme du premier ſecond & troiſieſme ſoit 10, & du ſecond troiſieſme & quatrieſme 14, & du troiſieſme quatrieſme & premier 13, & du quatrieſme premier & ſecond 11.

CONSTRVCTION.

Soit le quatrieſme nombre requis, & 1 ① le premier 1 *ſec.* ①, & le ſecond 1 *ter.* ①, & le troiſieſme 1 *quart.* ①; Doncques la ſomme du quatrieſme nombre auec les trois autres eſt 1 ① + 10

Et du premier nombre auec les 3 autres, eſt 1 *ſec.* ① + 14

Et du ſecond nombre auec les 3 autres, eſt 1 *ter.* ① + 13

Et du troiſieſme nombre auec les trois autres, eſt 1 *quar.* ① + 11

Leſquels quatre ſommes ſont entre eux egales; ergo 1 *ſec.* ① + 14, eſt egale à 1 ① + 10, ſoubſtrahons doncques, de chaſque partie 14, & demeurera 1 *ſec.* ① egale ou vallant 1 ① — 4

Et pour ſemblable raiſon, la 1 *ter.* ① vaudra 1 ① — 3

Et la 1 *quart.* ① vaudra 1 ① — 1

Or aiant des poſtpoſees quantitez trouué leur valeur en poſitiues, nous commencerons par les meſmes autres operations ſemblables à la precedente, en ceſte ſorte:

Soit

Soit le quatrieſme nombre autrefois 1 ①	6
Et le premier, (au lieu de 1 *ſec.* ① que nous poſames premierement) ſera 1 ① — 4	2
Et le ſecond (au lieu de 1 *ter.* ① que nous poſames au commencement) ſera 1 ① — 3	3
Et le troiſieſme (au lieu de 1 *quart.* ① que nous poſames au commencement) ſera 1 ① — 1	5
Leur ſomme 4 ① — 8	16
Egale au quatrieſme, & les trois autres 1 ① + 10	16

Leſquels reduicts 3 ① ſeront egales a 18; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 6.

Ie di que 2. 3. 5. 6. ſont les quatre nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2. 3. 5. eſt 10, & de 3. 5. 6. eſt 14, & de 5. 6. 2. eſt 13, & de 6. 2. 3. eſt 11, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXV.

Trouuons deux nombres tels, que le triple de leur produict auec le quadruple du maieur, ſoit egal au double du quarré du maieur, & que les quarrez des deux nombres facent 29.

Construction.

Soit le maieur nombre requis	1 ①
Et le moindre	1 *ſec.* ①
Le triple de leur produict	3 ① M *ſec.* ①
Auquel aiouſté le quadruple du maieur, qui eſt 4 ①, faict	3 ① M *ſec.* ① + 4 ①
Egal au double du quarré du maieur nombre qui eſt a	2 ②

Digitized by Google

Lesquels reduicts 3 ① M *sec.* ①, seront egales à 2 ② —4 ① & par le 80 probl. 1 *sec.* ① vaudra $\frac{2}{3}$ ① — $\frac{4}{3}$.

Or aiant trouué que 1 *sec.* ① ci dessus posée second en l'ordre vaut (en quantitez de la mesme progression qu'est la premier posée 1 ①) $\frac{2}{3}$ ① — $\frac{4}{3}$, on recommencera l'operation semblable à la precedente en ceste sorte :

Soit le maieur nombre requis 1 ①	5
Et le moindre $\frac{2}{3}$ ① — $\frac{4}{3}$	2
Le triple de leur produict 2 ② — 4 ①	30
Auquel aiousté le quadruple du maieur, qui est 4 ①, la somme (egale au double du quarré du maieur nombre selon le requis) sera 2 ②	50
Reste maintenant que les quarrez des deux nombres facent 29, mais le quarré du maieur nombre est 1 ②, & du moindre nombre est $\frac{4}{9}$ ② — $\frac{16}{9}$ ① + $\frac{16}{9}$ qui font ensemble 1 $\frac{4}{9}$ ② — $\frac{16}{9}$ ① + $\frac{16}{9}$	29
Egales à 29	

Lesquels reduicts 1 ② sera egale à $\frac{16}{13}$ ① + 18 $\frac{11}{13}$
Et par le 68 probleme 1 ① vaudra 5.

Ie di que 5 & 2 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le triple du produict de 5 & 2, est 30, au mesme aiousté le quadruple du maieur 5, faict 50, qui est egal au double du quarré du maieur. Item le quarré de 5, est 25, auquel aiousté le quarré de 2, faict 29, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION

Digitized by Google

QVESTION XXVI.

TRouuons deux nombres tels, que le quotient de la diuiſion du maieur par le moindre, ſoit egal au triple du quarré du moindre, auec le quadruple du moindre, & que le quarré du moindre, auec le double du maieur ſoit 84.

Construction.

Soit le moindre nombre requis 1 ①
Et le maieur 1 *ſec.* ①
Le quotient du maieur par le moindre eſt 1 *ſec.* ① D ①
Egal au triple du quarré du moindre, qui eſt 3 ②, auec le quadruple du moindre qui eſt 4 ①, font enſemble 3 ② + 4 ①
Mais eſtant 1 *ſec.* ① D ① egale à 3 ② + 4 ①, alors par le 80 probleme, 1 *ſec.* ① vaut 3 ③ + 4 ②.

Or aiant trouué que 1 *ſec.* ①, ci deſſus poſée ſecond en l'ordre vaut (en quantitez de la meſme progreſſion qu'eſt la premiere poſée 1 ①) 3 ③ + 4 ② nous recommencerons l'operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

Soit le moindre nombre requis 1 ①	2
Et le maieur 3 ③ + 4 ②	40
Le quotient du maieur par le moindre (egal au triple du quarré du moindre, auec le quadruple du moindre, ſelon le requis) eſt 3 ② + 4 ①	20
Reſte maintenant que le quarré du moindre, auec le double du maieur, facent 84; Mais le quarré du moindre eſt 1 ②, & le double du maieur	

Digitized by Google

du maieur eſt 6 ③ + 8 ②, qui font enſemble 6 ③ + 9 ② | 84
Egales à 84

Leſquels reduicts 1 ③ ſera egale à — 1 $\frac{1}{2}$ ② + 14
Et par le 70 probleme 1 ① vaudra 2.

Ie di que 2 & 40, ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le quotient de la diuiſion du maieur 40, par le moindre 2, eſt 20, le meſme eſt egal au triple du quarré de 2. qui eſt 12, auec le quadruple de 2. Item le quarré de 2, qui eſt 4, auec le double de 40 faict 84, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXVII. ET EST LA QVATRIESME QVESTION DE CARDANE chap. 10. liure 10. ſeulement changez les nombres.

PArtons 26 en trois parties continues proportionelles, ainſi que le quarré de la moienne, ſoit egal à la ſomme du double du produict de la moienne par la moindre, & le ſextuple de la moindre.

CONSTRVCTION.

Soit la moienne partie requiſe 1 ①
Et la moindre 1 *ſec.* ①
Le quarré de la moienne 1 ②
Eſt egal au double du produict de la moienne, par la moindre 2 ① M *ſec.* ① auec le ſextuple de la moindre partie, qui eſt 6 *ſec.* ①, font enſemble 2 ① M *ſec.* ① + 6 *ſec.* ①
Or ſi nous ſçauions le moien de trouuer la valeur en poſitiues

Digitized by Google

positiues quantitez de 1 *sec.* ① quand il y a quelque autre postposée quantité à la quantité multipliée, comme ici nous la pourrions trouuer & proceder comme deuant; ce qui n'estant pas ainsi, nous nous aiderons des theoremes derriere le 80 probleme comme s'ensuit:

Estant 1 ② egale à 2 ① M *sec.* ① + 6 *sec.* ①; Alors (par le 4 theoreme derriere ledict 80 probleme) la valeur de 1 ① est moienne proportionel, entre la valeur de 1 *sec.* ①, & la somme du nombre de multitude des *sec.* ① & la valeur des ①: Ergo la valeur de 1 ① est ici moien proportionel, entre la valeur de 1 *sec.* ①, & la valeur de 2 ① + 6, doncques les trois valeurs de 1 *sec.* ①, & 1 ①, & 2 ① + 6, sont en continue proportion. Mais la moindre & moienne partie requise sont par l'hypothese 1 *sec.* ①, & 1 ①, ergo la troisiesme & maieure partie sera 2 ① + 6

Or la somme de ces trois parties requises est 26 par l'hypothese des mesmes soubstraict la moienne 1 ①, & la maieure 2 ① + 6, reste pour la moindre partie (qui est pour la valeur de 1 *sec.* ① en positiues quantitez) — 3 ① + 20

Aiant doncques par tel moien trouué que 1 *sec.* ① ci dessus posée second en l'ordre vaut (en quantitez de la mesme progression qu'est la premiere posée 1 ①) — 3 ① + 20, & que la maieure partie sera 2 ① + 6, nous recommencerons par les mesmes l'operation comme s'ensuit:

Soit la moindre partie requise	— 3 ① + 20	2
Et la moienne	1 ①	6
Et la maieure	2 ① + 6	8
Le quarré de la moienne	1 ②	36
		Est egal

Digitized by Google

Eſt egal au produict des extremes (car ilz ſont en continue proportion par l'hypotheſe) à ſçauoir au produict de $-3①+20$, par $2①+6$, qui eſt $-6②+22①+120$ | 36

Leſquels reduicts $1②$ ſera egale à $3\frac{1}{7}①+17\frac{1}{7}$; Et par le 68 probleme $1①$ vaudra 6.

Ie di que 2. 6. 18. ſont les trois nombres requis.

Demonſtration.

La ſomme de 2. 6. 18. eſt 26, ce ſont doncques les trois parties de 26. Elles ſont auſſi continues proportionelles, car comme 2 a 6, ainſi 6 a 18. Item le quarré de la moienne 6, qui eſt 36, eſt egal à la ſomme de 24 & 12, à ſçauoir le double du produict de la moienne, par le moindre 2, qui eſt 24, & le ſextuple de la moindre 2, qui eſt 12, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

LES

Digitized by Google

LES QVATRE PREMIERS LIVRES D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE.

Traduicts en langue Françoise: & expliquez par SIMON STEVIN *De Bruges.*

Digitized by Google

PREFACE DE STEVIN.

IL est vrai, que nous auons descript ci deuant, plusieurs exemples d'Algebre, qui pourroient suffire à leur probleme, d'autant plus que bonne partie d'icelles, contiennent double vtilité; Au premier qu'ils declairent le style & la maniere requise en operation Algebraique; Au second qu'ilz seruent aux origines des constructions des precedens problemes, demonstrans ainsi les causes des choses: neantmoins voulant en tout plus abondamment satisfaire, & donner plus de contentement aux singuliers esprits, qui se pourroient complaindre de la petite quantité de subtiles questions, il m'a semble bon de conioindre à ce 81 probleme, comme pour exemples du mesme, les quatre premiers liures de Diophante, tant pour leurs tressubtiles & habiles operations, comme aussi qu'ilz n'ont encores esté diuulgez, que ie sçache, en langue Françoise.

Or Diophante enuiron le commencement de son premier liure, se dict comprendre son Arithmetique

Digitized by Google

metique en 13 liures, lesquels aucuns afferment tous exister: Et entre autres Iehan. de Regiomonte se dict les auoir veu à la Vaticane Bibliotheque de Romme; mais les six premiers sont pour le present seulement venuz en lumiere, transferez de langue Greque en Latine, par Guillaume Xylandre, & par le mesme diligemment expliquez. Sur les deux premiers a commenté Maxime Planude. Suide & autres disent, que Hypatheia femme philosophe & Royne d'Alexandrie en a aussi tresdoctement commentée, mais ses œuures ne sont point encore diuulguez.

Or desdicts six liures, nous conuertirons seulement le Premier, Second, Troisiesme, & Quatriesme, laissant le Cinquiesme, & Sixiesme pour empeschement d'autres occupations plus necessaires. Quant au texte de Diophante, nous ne nous obligerons pas tant à la lettre, qu'au sens d'icelui, & ce pour deux raisons: Premierement que l'exmplaire Grec duquel Xylandre l'auoit translaté, a esté (par le souuent rescripre comme il semble) si rempli de vices

Digitized by Google

(dont Xylandre ſ'en complaint ſouuentesfois) que le texte de Diophante, ne ſe pourroit expliquer de mot à mot: Au ſecond que nous auons voulu diriger les meſmes queſtions, en forme & diſpoſition comme les precedentes. Quant aux nombres propoſez du premier liure (qui eſt de queſtions n'aians qu'vne ſolution) nous les auons changé, & mis en leurs lieux des moindres: Des autres liures dont les queſtions ont ſolutions en multitude infinie, nous auons prins les meſmes nombres.

Digitized by Google

PREMIER LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoise & expliqué par SIMON STEVIN *de Bruges.*

Preface de Diophante.

APERCEVANT treſcher Dionyſe, que vous eſtiez deſireux d'entendre l'explication des queſtions qui ſe propoſent en nombres, me ſuis adonné de vous preparer la raiſon & moien d'y paruenir, voire par les fondemens meſmes, ſur leſquels la choſe eſt entierement apuyé, prennant pour commencement la deſcription de la nature & force des nombres: laquelle choſe combien d'auenture elle ſemble treſdifficile (eſtant pour l'heure incognue.) parce que les eſprits de ceux qui commencent ne ſont pas enclinez à bon eſpoir de pouuoir comprendre la choſe: Toutesfois & voſtre courage, & ma demonſtration, fera que facilement l'entendrés, car ceux la apprennent vitement, auſquels à l'appetit d'apprendre ſ'applique la doctrine.

Digitized by Google

APRES *ladicte Preface Diophante commence aux definitions des nombres, & choſes neceſſaires à la conſtruction des queſtions: les meſmes nous paſſons outre, à cauſe de briefueté: Auſſi (comme nous auons deſſus dict) que nous vſerons aux conſtructions, de noz fondamens qui ſont copieuſement declarez ci deuant; Seulement nous deſcriprons ici les characteres de Diophante, ſignifians quantitez algebraiques, à cauſe que nous les vſerons en quelques lieux, ou le texte de Diophante ſera tranſlaté de mot à mot. Les characteres ſont tels :*

Nombre	N	Qui ſignifient ſelon noſtre maniere.	①
Quarré	Q		②
Cube	C		③
Quarré de quarré	QQ		④
Quarré de cube	QC		⑥
Cube de cube	CC		⑨
Vnité	V		

Nous viendrons doncques à la premiere queſtion, delaquelle le ſens eſt tel :

QVESTION I.

PArtons 7 *en deux parties telles, que la maieure excede la moindre en 3.*

CON-

Digitized by Google

Construction.

Soit la moindre partie requise	1 ①	2
Ergo la maieure partie	1 ① + 3	5
Leur somme	2 ① + 3	7
Egale à	7	

Lesquels termes reduicts 2 ① seront egales à 4; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Ie di que 2 & 5 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 2 & 5 est 7; ce sont doncques les parties de 7. Item 5 excede à 2 en 3, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION II.

Partons 8 en deux parties, qui soient en raison triple.

Construction.

Soit la maieure partie requise	1 ①	2
Et la moindre sera son triple	3 ①	6
Leur somme	4 ①	8
Egale à	8	

Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 2

Ie di que 2 & 6 sont les nombres requis. *Demonstration.* La somme de 6 & 2 est 8; ce sont doncques les parties de 8. Item 6 est triple à 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION III.

Partons 10 en deux parties telles, que la maieure soit le triple plus 2 de la moindre.

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

Soit la moindre partie requise	1 ① | 2
Ergo la maieure	3 ① + 2 | 8
Leur somme	4 ① + 2 | 10
Egale à	10 |

Lesquels reduicts 4 ① seront egales à 8. Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Ie di que 2 & 8 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 2 & 8, est 10, ce sont doncques les parties de 10. Item 8 est le triple + 2 de 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION IIII.

TRouuons deux nombres en raison triple, & que le maieur excede au moindre en 4.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre requis	1 ① | 2
Ergo le maieur son triple	3 ① | 6
Leur difference	2 ① | 4
Egale à	4 |

Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Ie di que 2 & 6 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le 6 est triple à 2, & excede au 2, en 4; selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION V.

PArtons 14 en deux parties telles, que le tiers de la premiere, auec la moitie de la seconde, soit 6.

CON-

Digitized by Google

Construction.

Soit le tiers de la premiere partie 1 ①	2
Ergo la premiere partie 3 ①	6
Or puis que le tiers de la premiere partie, auec la moitie de la seconde, doibt faire 6, ergo la moitie de la seconde sera — 1 ① + 6	4
Ergo la seconde partie son double. — 2 ① + 12	8
Somme de la premiere & seconde partie 1 ① + 12	14
Egale à 14	

Lesquels reduicts, 1 ① sera egale ou vaudra 2.

Ie di que 6 & 8 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 6 & 8, est 14, ce sont doncques les parties de 14. Item le tiers de 6, qui est 2, auec 4 moitie du 8, faict 6, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VI.

Partons 16 en deux parties telles, que la moitie de la premiere, excede au tiers de la seconde, en 3.

Construction.

Soit la moitie de la premiere partie requise 1 ①	5
Ergo la premiere partie 2 ①	10
Et puis qu'il faut que 1 ① moitie de la premiere partie excede au tiers de la seconde en 3, ergo le tiers de la seconde partie sera 1 ① — 3	2
Ergo la seconde partie sera son triple 3 ① — 9	6
Somme de la premiere & seconde partie 5 ① — 9	16
Egale à 16	

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à 25; Et 1 ① par le 67 probleme, vaudra 5.

Digitized by Google

Ie di que 10 & 6 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 10 & 6 eſt 16, ce ſont doncques les parties de 16. Item 5 (moitie de 10) excede à 2 (tiers de 6) en 3, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION VII.

TRouuons vn nombre duquel ſoubſtraict 5, & du meſme ſoubſtraict 2, que la maieure reſte ſoit double au moindre reſte.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis 1 ①	8
Du meſme ſoubſtraict 5, demeure pour moindre reſte 1 ① — 5	3
Et dudict nombre requis ſoubſtraict 2, demeure pour moindre reſte 1 ① — 2	6
Egale au double de la moindre reſte qui eſt à 2 ① — 10	6

Leſquels reduicts 1 ① ſera egale ou vaudra 8.

Ie di que 8, eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Soubſtrahons 5 de 8 reſte 3, puis 2 de 8. reſte 6, qui eſt double au 3, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION VIII.

TRouuons vn nombre, lequel premierement aiouſté à 2. puis à 7, que les deux ſommes ſoient en raiſon double.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis 1 ①	3
Le meſme aiouſté à 2, faict pour moindre ſomme 1 ① + 2	5
Et ledict nombre requis aiouſté à 7, faict pour maieure	

Digitized by Google

maieure somme 1 ① + 7	10
Egale au double de la moindre somme, qui est à 2 ① + 4	10

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 3.

Ie di que 3 est le nombre requis. *Demonstration.* Aioustons 3 a 2, faict 5; Puis ledict 3 a 7 faict 10, qui est en double raison a 5, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION IX.

Trouuons vn nombre, qui premierement soubstraict de 5, & puis de 7, que les restes soient en raison double.

Construction.

Soit le nombre requis 1 ①	3
Le mesme soubstraict de 5 demeure pour moindre reste — 1 ① + 5	2
Et ledict nombre requis soubstraict de 7, demeure pour maieure reste — 1 ① + 7	4
Egal au double du moindre reste qui est a — 2 ① + 10	4

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 3.

Ie di que 3 est le nombre requis. *Demonstration* Soubstraict 3 de 5, reste 2; Puis soubstraict ledict 3 de 7, reste 4, qui est double audict 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION X.

Trouuons vn nombre, auquel aiousté 3, & le mesme nombre requis soubstraict de 5, que somme à reste aie raison triple.

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	5
Auquel aiousté 3, la somme est	1 ① + 3	6
Et soubstraict ledict nombre requis de 5, reste	— 1 ① + 5	2
Son triple	— 3 ① + 15	6
Egal à la susdicte somme	1 ① + 3	6

Lesquels reduicts 4 ① seront egales à 12, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 3.

Ie di que 3 est le nombre requis. *Demonstration.* Aiousté 3 a 3, donne somme 6, puis soubstraict ledict 3 de 5, reste 2, auquel la somme 6, obtient raison triple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XI.

TRouuons vn nombre, auquel aiousté 4, & du mesme nombre requis soubstraict 2, que la somme soit triple au reste.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	5
Auquel aiousté 4, la somme est	1 ① + 4	9
Et dudict nombre requis soubstraict 2, reste	1 ① — 2	
Le triple	3 ① — 6	9
Egal à la susdicte somme	1 ① + 4	9

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 10; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 5.

Ie di que 5 est le nombre requis. *Demonstration.* Aiousté 4 à 5, donne somme 9, & dudict 5 soubstraict 2, reste 3; auquel la susdicte somme 9, est en raison triple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

Digitized by Google

QVESTION XII.

Partons 5 en deux nombres, & puis le mesme 5 en deux autres nombres, tellement que le maieur de la premiere partition, soit le double du moindre de la derniere partition. Et le maieur de la derniere partition, le triple du moindre de la premiere partition.

Construction.

Soit le maieur nombre de la premiere partition 1 ①	4
Son soubdouble pour le moindre nombre de la derniere partition est $\frac{1}{2}$ ①	2
Mais puis que le moindre nombre de la derniere partition est $\frac{1}{2}$ ①, ergo le maieur nombre de la derniere partition sera $-\frac{1}{2}$ ① + 5	3
Son subtriple pour le moindre nombre de la premiere partition $-\frac{1}{6}$ ① + $\frac{5}{3}$	1
Somme du premier & quatr. en l'ordre $\frac{5}{6}$ ① + $\frac{5}{3}$	5
Egale à 5	

Lesquels reduicts $\frac{5}{6}$ ① seront egales à $\frac{10}{3}$; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 4.

Ie di que 4 & 1, nombres de la premiere partition, & 3 & 2, nombres de la derniere partition, sont les nombres requis. *Demonstration.* 4 & 1 font 5. Item 3 & 2 font aussi 5, ce sont doncques les parties de 5. Item 4 est le double du 2, & 3 est le triple de 1, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIII.

Partons 25 trois fois en deux nombres, ainsi que le maieur nombre de la premiere partition, soit le triple du moindre de la seconde partition; Et que le maieur nombre de la seconde

Digitized by Google

conde partition, soit le double du moindre de la troisiesme; partition; Et que le maieur nombre de la troisiesme partition, soit le quadruple du moindre de la premiere partition.

CONSTRVCTION.

Soit le maieur nombre de la premiere partition 1 ①	21
Ergo le moindre nombre de la seconde partition son subtriple, sera $\frac{1}{3}$ ①	7
Ergo le maieur nombre de la seconde partition $-\frac{1}{3}$ ① + 25	18
Ergo le moindre nombre de la troisiesme partition son subduple $-\frac{1}{6}$ ① + 12 $\frac{1}{2}$	9
Et puis que le maieur nombre de la premiere partition est 1 ①, doncques le moindre nombre de la premiere partition sera — 1 ① + 25	4
Son quadruple pour le maieur nombre de la troisiesme partition, sera — 4 ① + 100	16
Somme du quatriesme & sixiesme en l'ordre — 4 $\frac{1}{6}$ ① + 112 $\frac{1}{2}$	25
Egales à 25	

Lesquels reduicts 4 $\frac{1}{6}$ ① seront egales à 87 $\frac{1}{2}$. Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 21.

Ie di que 21 & 4, nombres de la premiere partition & 18 & 7, nombres de la deuxiesme partition, & 16 & 9, nombres de la troisiesme partition sont les nombres requis, *Demonstration.* La somme de 21 & 4, est 25, & de 18 & 7, est aussi 25, & de 16 & 9, est aussi 25, ce sont doncques les parties de 25. Item 21 est triple au 7, & 18 est double au 9, & 16 est quadruple au 4, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

Digitized by Google

QVESTION XIIII.

Trouuons deux nombres tels, que leur produict soit triple à leur somme.

Construction.

Soit le premier nombre requis 1 ①	12
Et le second quelque nombre maieur que le denominateur de la triple raison requise, c'est à dire maieur que 3, soit 4	4
Somme du premier & second nombre 1 ① + 4	16
Son triple 3 ① + 12	48
Egal au produict du premier & second nõbre 4 ①	48

Lesquels reduicts, 1 ① sera egal ou vaudra 12.

Ie di que 12 & 4 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 12 & 4, est 48, qui est triple à 16, somme de 12 & 4, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XV.

Trouuons deux nombres tels, que du premier soubstraict 15, & les aioustant au second, que la somme soit double au reste. Item soubstraict du second nombre 25, & les aioustant au premier, que la somme soit triple au reste.

Construction.

Soit le premier nombre requis 1 ① + 15	47
Ergo le second nombre (à fin que soubstraict du premier 15, & les aioustant au second, la somme soit double au reste) sera 2 ① — 15	49
Duquel soubstraict 25, reste 2 ① — 40	24
Et aioustés lesdicts 25 au premier nombre, la somme est 1 ① + 40	72

Qui

Digitized by Google

Qui eſtant triple au reſte troiſieſme en l'ordre, doncques le triple du troiſieſme en l'ordre, qui eſt $6①-120$	72
Sera egal au meſme quatrieſme en lordre $1①+40$	

Leſquels reduicts $5①$ ſeront egales à 160; Et par le 67 probleme $1①$ vaudra 32.

Ie di que 47 & 49 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration*. De 47 ſoubſtraict 15. reſte 32, & aiouſtant 15 à 49, donné ſomme 64, qui eſt double au reſte 32. Item de 49 ſoubſtraict 25, reſte 24, & aiouſtant les 25 au 47, donne ſomme 72, qui eſt triple à ladicte reſte 24, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVI.

TRouuons trois nombres, deſquels la ſomme du premier & ſecond ſoit 5, & du ſecond & troiſieſme 7, & du troiſieſme & premier 6.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des trois nombres requis $1①$	9
Puis ſoubſtraict du meſme le premier & deuxieſme nombre, qui ſont enſemble 5, reſte pour le troiſieſme nombre $1①-5$	4
Et par la meſme raiſon trouuerons nous le premier $1①-7$	2
Et le ſecond nombre $1①-6$	3
Somme du premier ſecond & troiſieſme nombre $3①-18$	9
Egale au premier en l'ordre qui eſt $1①$	9

Leſquels reduicts $2①$ ſeront egales à 18; Et par le 67 probleme $1①$ vaudra 9.

Ie di que 2. 3. 4. ſont les trois nombres requis. Demon-

Digitized by Google

Demonſtration. La ſomme de 2 & 3 eſt 5, & de 3 & 4 eſt 7, & de 4 & 2 eſt 6, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVII.

Trouuons quatre nombres tels, que la ſomme du premier ſecond & troiſieſme, ſoit 9; Et du ſecond troiſieſme & quatrieſme, 12; Et du troiſieſme quatrieſme & premier, 11; Et du quatrieſme premier & ſecond 10.

Construction.

Soit la ſomme des quatre nombres requis 1 ①	14
Puis ſoubſtraict de la meſme la ſomme du premier ſecond & troiſieſme nombre, qui eſt 9 reſte pour le quatrieſme nombre requis 1 ①—9	5
Et pour meſme raiſon ſera le premier nombre 1 ① — 12	2
Et le ſecond nombre 1 ① — 11	3
Et le troiſieſme nombre 1 ① — 10	4
Somme du premier ſecond troiſieſme & quatrieſme nombre 4 ① — 42	14
Egale au premier en l'ordre qui eſt 1 ①	14

Leſquels reduicts, 3 ① ſeront egales à 42; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 14.

Ie di que 2. 3. 4. 5. ſont les quatre nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2. 3. 4. eſt 9, & de 3. 4. 5. eſt 12, & de 4. 5. 2. eſt 11, & de 5. 2. 3. eſt 10, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVIII.

Trouuons trois nombres, deſquels la ſomme du premier & ſecond, excede au troiſieſme en 7; Et du ſecond & troiſieſme

Digitized by Google

troisiesme, au premier en 3; Et du troisiesme & premier, au second en 1.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des trois nombres requis	1 ① | 11
Or puis que la somme du premier & second nombre, excede le troisiesme en 7, s'ensuit par le theoreme suiuant, que la somme de tous les nombres requis, sera le double du troisiesme nombre plus 7; Soubstraict doncques du premier en l'ordre 7, reste 1 ① — 7, pour le double du troisiesme; Ergo sa moitie pour le troisiesme nombre requis, est	$\frac{1}{2}$ ① — 3 $\frac{1}{2}$ | 2
Et pour la mesme raison le premier sera	$\frac{1}{2}$ ① — 1 $\frac{1}{2}$ | 4
Et le second	$\frac{1}{2}$ ① — $\frac{1}{2}$ | 5
Somme du premier second & troisiesme nombre	1 $\frac{1}{2}$ ① — 5 $\frac{1}{2}$ | 11
Egale au premier en l'ordre, qui est	1 ① | 11

Lesquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① sera egale à 5 $\frac{1}{2}$; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 11.

Ie di que 4. 5. 2. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme de 4 & 5, est 9, qui excede à 2 en 7.

Item la somme de 5 & 2, qui est 7, excede au 4 en, 3.

Item la somme de 2 & 4, est 6, qui excede à 5 en 1, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

LA somme de quelques nombres, auec quelque autre nombre, est egale au double d'icelui autre

Digitized by Google

luy autre nombre, auec l'exces de ladicte somme sur iceluy autre nombre.

Explication du donné. Soient donnez quelques nombre 4 & 5, & quelque autre nombre 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par iceux nombres ce qui est requis au theoreme. *Demonstration.* La somme de 4 & 5, est 9, qui auec l'autre nombre 2, faict 11. Le mesme est egal à 4 (double de 2) auec 7, exces de ladicte somme 9, sur ledict autre nombre 2.

Soient autre fois quelques nombres 7. 3. 5. 6. & quelque autre nombre 29. Or la somme de 7. 3. 5. 6. est 21, qui auec l'autre nombre 29, faict 50. Le mesme est egal à 58 (double de 29) auec — 8, exces de ladicte somme 21, sur ledict autre nombre 29. *Conclusion.* La somme doncques de quelques nombres, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIX.

Ceste 19 question, est la mesme que la 18, mais elle se fera par autre construction comme s'ensuit.

Construction.

Soit le troisiesme nombre requis	1 ①	2
Or puis que la somme du premier & second excede au troisiesme en 7, leur somme doncques sera necessairement	1 ① + 7	9
Et puis que la somme du second & troisiesme, excede au premier en 3, ie pose que le second soit la moitie de la somme de 7 & 3, qui est,	5	5
Qui soubstraict de la somme du premier & second 1 ① + 7, reste pour le premier	1 ① + 2	4

Digitized by Google

Reſte maintenant que la ſomme du troiſieſme & premier qui eſt 2 ① + 2 | 6

Soit egale à la ſomme de 1, dernier exces, & 5 du ſecond nombre (car ainſi excedera la ſomme du troiſieſme & premier au ſecond en 1) ſont 6

Leſquels reduicts, 2 ① ſeront egales à 4; Et par le probleme, 1 ① vaudra 2. 67

Ie di que 4. 5. 2. ſont les trois nombres requis; dont la demonſtration eſt faicte à la precedente queſtion.

QVESTION XX.

TRouuons quatre nombres, deſquels la ſomme du premier ſecond & troiſieſme, excede au quatrieſme en 3; Et du ſecond troiſieſme & quatrieſme au premier en 11; Et du troiſieſme quatrieſme & premier au ſecond en 13; Et du quatrieſme premier & ſecond au troiſieſme en 7.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des quatre nombres requis 1 ① | 17

Or puis que la ſomme du premier ſecond & troiſieſme excede le quatrieſme en 3, ſenſuit par le theoreme de la 18 queſtion, que la ſomme de tous les nombres requis, ſera le double du quatrieſme nombre plus 3; Soubſtraict doncques du premier en l'ordre 3, reſte 1 ① — 3 pour le double du quatrieſme nombre requis; Ergo ſa moitie pour le quatrieſme nombre requis ſera $\frac{1}{2}$ ① — $1\frac{1}{2}$ | 7

Et pour meſme raiſon le premier ſera $\frac{1}{2}$ ① — $5\frac{1}{2}$ | 3

Et le ſecond $\frac{1}{2}$ ① — $6\frac{1}{2}$ | 2

Et le troiſieſme $\frac{1}{2}$ ① — $3\frac{1}{2}$ | 5

Somme du premier ſecond troiſieſme & quatrieſme

trieſme nombre, eſt	2 ① — 17	.17
Egale au premier en l'ordre, qui eſt	1 ①	17

Leſquels reduicts, 1 ① ſera egale à 17.

Ie di que 3. 2. 5. 7. ſont les quatre nombres requis.

Demonſtration. La ſomme de 3. 2. 5. eſt 10, qui excede au 7 en 3. Item la ſomme de 2. 5. 7. eſt 14, qui excede au 3 en 11. Item la ſomme de 5. 7. 3. eſt 15, qui excede au 2 en 13. Item la ſomme de 7. 3. 2. eſt 12, qui excede au 5 en 7, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXI.

CEſte 21 queſtion, eſt la meſme que la 20, mais elle ſe fera par autre conſtruction en ceſte ſorte:

Construction.

Soit le quatrieſme nombre requis	1 ①	7
Or puis que la ſomme du premier ſecond & troiſieſme, excede au quatrieſme en 3, icelle ſomme ſera	1 ① + 3	10
Et puis que la ſomme du ſecond troiſieſme & quatrieſme, excede au premier en 11, ie poſe que le ſecond & troiſieſme ſoit la moitie de la ſomme des exces 11 & 3, qui eſt	7	7
Qui ſoubſtraict de la ſomme du premier ſecõd & troiſieſme 1 ① + 3, reſte le premier	1 ① — 4	3
Or puis que la ſomme du ſecond troiſieſme & quatrieſme excede au premier en 11; Item que la ſomme du troiſieſme quatrieſme & premier excede au ſecond en 13; Ergo la ſomme du troiſieſme & quatrieſme, ſera la moitie d'iceux exces 11 & 13, qui eſt	12	12

Digitized by Google

Duquel soubstraict le quatriesme	1 ① , reste	
pour le troisiesme	— 1 ① + 12	5
Mais la somme du second & troisiesme est	7,	
duquel soubstraict le troisiesme, reste pour		
le second	1 ① — 5	2
Reste maintenant que la somme du quatriesme		
premier & second	3 ① — 9, excede au troi-	
siesme	— 1 ① + 12, en 7, mais elle lui exce-	
de en	4 ① — 21, ergo 4 ① — 21	7
Sont egales à	7	

Lesquels reduicts 4 ① seront egales à 28, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 7.

Ie di que 3. 2. 5. 7, sont les quatre nombres requis, dont la demonstration est faicte, à la precedente question.

QVESTION XXII.

Partons 12 en trois nombres tels, que la somme du premier & second soit le triple du troisiesme; Et la somme du troisiesme & second, le quincuple du premier.

CONSTRVCTION.

Soit le troisiesme nombre requis	1 ①	3
Son triple pour la somme du premier & se-		
cond, est	3 ①	9
Leur somme	4 ①	12
Egale à	12	

Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra (pour troisiesme nombre requis) 3.

Reste maintenant de trouuer le premier & second.

Soit

Digitized by Google

Soit le premier nombre requis 1 ①	2
Son quincuple pour la somme du troisiesme & second 5 ①	10
Leur somme 6 ①	12
Egale à 12	

Et par le 67 probleme 1 ① vaudra (pour premier nombre requis) 2. Puis soubstraict 3 & 2 (à sçauoir le troisiésme & premier nombre) de 12, reste pour le second nombre requis 7.

Ie di que 2. 7. 3. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme de 2. 7. 3. est 12, ce sont doncques les parties de 12. Item la somme de 2 & 7 qui est 9, est triple au 3.

Item la somme de 7 & 3, est quincuple au 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIII.

TRouuons trois nombres tels, que le maieur excede au moien la tierce part du moindre, & que le moien excede au moindre, en la cincquiesme partie du maieur; Et que le moindre, excede au quart du moien en 4.

Construction.

Soit le moien nombre requis 1 ①	8
Et puis que le moindre, excede au $\frac{1}{4}$ du moien en 4, le moindre sera le quart du moien plus 4 qui est $\frac{1}{4}$ ① + 4	6
Or le moien excede au moindre, en la $\frac{1}{5}$ du maieur, soubstraict doncques le moindre du moien, reste pour la $\frac{1}{5}$ du maieur $\frac{3}{4}$ ① — 4, son triple pour le maieur est $\frac{15}{4}$ ① — 20	10
Or le maieur excede au moien, en la $\frac{1}{3}$ du	

Digitized by Google

moindre, soubstraict doncques le moien du maieur, reste pour la $\frac{1}{3}$ du moindre $\frac{11}{4}$ ① — 20, son triple pour le moindre $\frac{33}{4}$ ① — 60	6
Egal au second en l'ordre qui est $\frac{1}{4}$ ① + 4	6

Lesquels reduicts 8 ① seront egales a 64 & par le 67 probleme 1 ① vaudra 8.

Ie di que 6. 8. 10. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le maieur nombre 10, excede au moien 8 en 2, qui est la tierce part du moindre 6. Item le moien 8, excede au moindre 6 en 2, qui est la cinquiesme part du maieur 10. Item le moindre 6, excede au 2 (qui est la quatriesme partie du moien 8) en 4, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIIII.

CEste 24 question, est la mesme que la 23, mais elle se fera ici par autre construction en ceste sorte.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre requis 1 ① + 4	6
Et puis que le quart du moien, est excedé du moindre en 4, le moien sera 4 ①	8
Et puis que le maieur excede au moien le $\frac{1}{3}$ du moindre, qui est $\frac{1}{3}$ ① + $\frac{4}{3}$, la somme d'icelui tiers du moindre & du moien pour le maieur nombre sera 4 $\frac{1}{3}$ ① + $\frac{4}{3}$	10
Et puis que le moien, excede au moindre en la $\frac{1}{5}$ du maieur, qui est $\frac{13}{15}$ ① + $\frac{4}{15}$, la somme du moindre & de la $\frac{1}{5}$ du maieur pour le moien sera 1 $\frac{13}{15}$ ① + 4 $\frac{4}{15}$	8
Egale au second en l'ordre qui est 4 ①	8

Lesquels

Lesquels reduicts $2\frac{2}{15}$ ① seront egales à $4\frac{4}{15}$; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Ie di que 6. 8. 10 sont les trois nombres requis, dont la demonstration est faicte à la precedente 23 question.

QVESTION XXV.

Trouuons trois nombres tels, que la somme des $\frac{3}{4}$ du second, & $\frac{1}{3}$ du premier soit egale à la somme des $\frac{4}{5}$ du troisiesme, & $\frac{1}{4}$ du second. Item egale à la somme des $\frac{2}{3}$ du premier; & $\frac{1}{5}$ du troisiesme.

Nota. I'ai prins en ceste question les mesmes nombres de Diophante i'ai aussi suiui son operation, posant premierement 3 ①, à fin d'autant plus manifestement declairer (dont Xylandre se complaint au mesme lieu) ce qui deffaut en l'exemplaire Grec, auquel il y a seulement *second troisiesme & premier*, la ou toutesfois il faut dire, à mon auis, $\frac{3}{4}$ *du second, &* $\frac{4}{5}$ *du troisiesme, &* $\frac{2}{3}$ *du premier.*

Construction.

Soit le premier nombre requis 3 ①	6
Et le second quelque nombre Arithmetique soit 4	4
Somme des $\frac{3}{4}$ du second, & $\frac{1}{3}$ du premier, est 1 ① + 3	5
Or puis que (selon la question) les $\frac{2}{3}$ du premier (qui sont 2 ①) auec le $\frac{1}{5}$ du troisiesme faut estre egal au troisiesme en l'ordre, s'ensuit que 2 ① soubstraicts de 1 ① + 3, la reste pour $\frac{1}{5}$ du troisiesme nombre requis sera — 1 ① + 3; Et son quincuple pour le troisiesme nombre requis, sera — 5 ① + 15	5

Digitized by Google

Multipliant doncques $\frac{1}{5}$ du troiſieſme, qui eſt		
— 1 ① + 3 par 4, le produict ſera $\frac{4}{5}$ du troiſieſme, lequel produict eſt	— 4 ① + 12	4
Au meſme aiouſté ſelon la queſtion le $\frac{1}{4}$ du ſecond, qui eſt 1, faict	— 4 ① + 13	5
Egal au troiſieſme en l'ordre qui eſt	1 ① + 3	5

Leſquels reduicts 5 ① ſeront egales à 10; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Ie di que 6. 4. 5. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Premierement la ſomme de 3 & 2, qui eſt 5 (à ſçauoir 3 pour les $\frac{3}{4}$ du ſecond nombre 4, & 2 pour le $\frac{1}{3}$ du premier nombre 6) eſt egale à la ſomme de 4 & 1, à ſçauoir 4 pour les $\frac{4}{5}$ du troiſieſme nombre 5, & 1 pour le $\frac{1}{4}$ du ſecond nombre 4. Au ſecond, ladicte ſomme 5, eſt auſſi egale à la ſomme de 4 & 1, à ſçauoir 4 pour les $\frac{2}{3}$ du premier nombre 6, & 1 pour $\frac{1}{5}$ du troiſieſme nombre 5, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXVI.

TRouuons quatre nombres tels, que la ſomme des $\frac{3}{4}$ du ſecond & $\frac{1}{3}$ du premier, ſoit egale à la ſomme des $\frac{4}{5}$ du troiſieſme, & $\frac{1}{4}$ du ſecond. Item egale à la ſomme des $\frac{5}{6}$ du quatrieſme, & $\frac{1}{3}$ du troiſieſme. Item egale à la ſomme des $\frac{2}{3}$ du premier, & $\frac{1}{6}$ du quatrieſme.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	3 ①	$\frac{150}{23}$
Et le ſecond quelque nombre Arithmetique, ſoit	4	4
Somme des $\frac{3}{4}$ du ſecond, & du $\frac{1}{3}$ du premier eſt	1 ① + 3	$\frac{179}{33}$

Or puis

Or puis que selon la question, la somme des $\frac{2}{3}$ du premier (qui sont 2 ①) & de $\frac{1}{6}$ du quatriesme, faut estre egale au troisiesme en l'ordre, s'ensuit que 2 ① soubstraict dudict troisiesme en l'ordre, la reste (pour $\frac{1}{6}$ du quatriesme) sera -1 ① $+3$; Et son sextuple pour le 4e nõbre requis -6 ① $+18$ $\frac{114}{23}$

Et puis que la somme des $\frac{5}{6}$ du quatriesme (qui sont -5 ① $+15$) & $\frac{1}{5}$ du troisiesme, faut estre egale au troisiesme en l'ordre s'ensuit que -5 ① $+15$, soubstraict de 1 ① $+3$, la reste par $\frac{1}{5}$ du troisiesme, sera 6 ① -12, & son quincuple pour le troisiesme nombre 30 ① -60 $\frac{120}{23}$

Multipliant doncques $\frac{1}{5}$ du troisiesme (qui est 6 ① -12) par 4, le produict pour $\frac{4}{5}$ du troisiesme sera 24 ① -48 $\frac{96}{23}$

Au mesme aiousté le $\frac{1}{4}$ du second, qui est 1, la somme est 24 ① -47 $\frac{119}{23}$

Egale au troisiesme en l'ordre, qui est 1 ① $+3$ $\frac{119}{23}$

Lesquels reduicts 23 ① seront egales à 50; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{50}{23}$.

Ie di que $\frac{150}{23}$. 4. $\frac{120}{23}$. $\frac{114}{23}$ sont les 4 nombre requis.

Demonstration. Premierement la somme de 3 & $\frac{50}{23}$, qui est $\frac{119}{23}$ (à sçauoir 3. pour les $\frac{3}{4}$ du second nombre 4, & $\frac{50}{23}$ pour le $\frac{1}{3}$ du premier $\frac{150}{23}$) est egale à la somme de $\frac{96}{23}$, & 1 (à sçauoir $\frac{96}{23}$ pour les $\frac{4}{5}$ du troisiesme, & 1 pour le $\frac{1}{4}$ du second) Au second ladicte somme de $\frac{119}{23}$, est aussi egale à la somme de $\frac{95}{23}$ & $\frac{24}{23}$ (à sçauoir $\frac{95}{23}$ pour les $\frac{5}{6}$ du quatriesme $\frac{114}{23}$, & les $\frac{24}{23}$ pour le $\frac{1}{5}$ du troisiesme $\frac{120}{23}$) Au troisiesme ladicte somme de $\frac{119}{23}$, est aussi egale à la somme de $\frac{100}{23}$. &. $\frac{19}{23}$. (à

Digitized by Google

ſçauoir $\frac{100}{23}$ pour les $\frac{2}{3}$ du premier $\frac{150}{23}$, & les $\frac{19}{23}$ pour la $\frac{1}{6}$ du quatrieſme $\frac{114}{23}$) ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Les queſtions qui ne ſe peuuent faire ſelon nombre donné ou raiſon requiſe, ſemblent de peu d'vtilité; & telles ſont les precedentes 25 & 26 & les ſuiuantes 27 & 28, les conſiderant ſimplement cõme elles ſont propoſees. Mais on les peut rendre en leur parfection, à ſçauoir ſelon nombre donné, par la Reigle de Proportionelle partition. Par exemple, ſoient 10 à partir en quatre parties ſelon le requis de ceſte 26 queſtion: On beſoignera comme deuant, & apres telle operation acheuée, on partira 10 en quatre parties (par le 15 probleme) entre eux en telle raiſon comme ſont les nombres de la ſolution; à ſçauoir $\frac{150}{23}$. 4. $\frac{120}{23}$. $\frac{114}{23}$. Et les quatre parties de 10 requiſes ſeront telles: $3\frac{18}{119}$. $1\frac{111}{119}$. $2\frac{62}{119}$. $2\frac{47}{119}$. dont la demonſtration ſera ſemblable à la precedente; Et le meſme ſ'entendra auſſi de la 25 & 27 & 28 queſtions.

QVESTION XXVII.

TRouuons trois nombres tels, que la ſomme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des deux autres, ſoit egale à la ſomme du ſecond, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres. Item egale à la ſomme du troiſieſme, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	$\frac{13}{12}$
Et le ſecond & troiſieſme ſoient enſemble quelque nombre Arithmetique comme	3	3
Ergo la ſomme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des deux autres, eſt 1 ① + 1; mais la ſomme du premier		

Digitized by Google

mier, & le $\frac{1}{3}$ des deux autres eſt (ſelon la queſtion) egale à la ſomme du ſecond, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres; ergo la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des deux autres, eſt $1\,①+1$, ſon quadruple $4\,①+4$.

Doncques le quadruple de la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des deux autres eſt $4\,①+4$.

Mais le triple du ſecond, plus la ſomme de tous les trois nombres eſt (par le ſuiuant theoreme) egale au quadruple de la ſomme du ſecond, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres.

Ergo le triple du ſecond, plus la ſomme de tous les trois, eſt $4\,①+4$.

Des meſmes ſoubſtrait la ſomme de tous les trois nombres, qui ſont le premier & ſecond en l'ordre, à ſçauoir $1\,①+3$; Reſte pour le triple du ſecond nombre $3\,①+1$, deſquels le $\frac{1}{3}$ pour le ſecond nombre, eſt $1\,①+\frac{1}{3}$ $\frac{17}{12}$

Mais la ſomme du premier, & $\frac{1}{3}$ des deux autres, eſt (ſelon la queſtion) egale à la ſomme du troiſieſme, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres; Ergo la ſomme du troiſieſme nombre, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres, eſt $1\,①+1$, ſon quincuple $5\,①+5$.

Doncques le quincuple de la ſomme du troiſieſme, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres, eſt $5\,①+5$.

Mais le quadruple du troiſieſme, plus la ſomme de tous les trois nombres, eſt (par le ſuiuant theoreme) egale au quincuple de la ſomme du troiſieſme, & la $\frac{1}{5}$ des deux autres.

Ergo

Ergo le quadruple du troisiesme, plus la somme de tous les trois est 5 ① + 5.

Des mesmes soubstraict la somme de tous les trois, qui sont le premier & second en l'ordre, à sçauoir 1 ① + 3, reste pour le quadruple du troisiesme nombre 4 ① + 2, desquels le $\frac{1}{4}$ pour le troisiesme nombre 1 ① + $\frac{1}{2}$ | $\frac{19}{12}$

La somme du premier second & troisiesme nombre (qui sont le premier, troisiesme & quatriesme en l'ordre) est 3 ① + $\frac{5}{6}$ | $\frac{49}{12}$

Egale à la somme du premier & second en l'ordre 1 ① + 3 | $\frac{49}{12}$

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 2 $\frac{1}{6}$; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{13}{12}$.

Ie di que $\frac{13}{12}$. $\frac{17}{12}$. $\frac{19}{12}$ sont les trois nombres requis.

Demonstration. Premierement la somme de $\frac{13}{12}$ & 1 (à sçauoir $\frac{13}{12}$ pour le premier nombre, & 1 pour le $\frac{1}{3}$ des deux autres nombres $\frac{17}{12}$ $\frac{19}{12}$) qui est $\frac{25}{12}$, est egale à la somme de $\frac{17}{12}$ & $\frac{2}{3}$ (à sçauoir $\frac{17}{12}$ pour le second nombre, & $\frac{2}{3}$ pour le quart des deux autres nombres $\frac{13}{12}$ & $\frac{19}{12}$) Au second ladicte somme $\frac{25}{12}$, est aussi egale à la somme de $\frac{19}{12}$ & $\frac{1}{2}$ (à sçauoir $\frac{19}{12}$ pour le troisiesme nombre, & $\frac{1}{2}$ pour le $\frac{1}{5}$ des deux autres nombres $\frac{13}{12}$ & $\frac{17}{12}$) selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

LE multiple d'vn nombre de quelques nombres donnez, plus la somme de tous les donnez, est egal au produict du multiple d'vnité maieur que le premier multiple, par la somme

dudict

Digitized by Google

dudict vn nombre, & le semblable submultiple des nombres restans.

Explication du donné. Soient donnez quelques nombres 6. 5. 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par ces nombres ce qui est proposé au theoreme. *Demonstration.* Prennons le multiple de quelque nombre des donnez; soit le triple du second 5, faict 15, au mesme aiousté tous les nombres 6. 5. 2. la somme sera 28. Or dict le theoreme, que ceste somme de 28, sera egale au quadruple (car le premier multiple estoit triple, & le second multiple doibt estre d'vnité maieur, ergo quadruple) de la somme de 5 & 2 (à sçauoir 5 qui dessus auoit esté multiplié, & 2 pour semblable submultiple des nombres restans, c'est à dire du subquadruple de la somme de 6 & 2) qui est aussi 28, selon le theoreme.

Et pourtant nous auons dict à la 27 question, que le triple du second, plus la somme de tous les trois, est egal au quadruple de la somme du second nombre, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres.

Autre exemple.

Soient autrefois quelques nombres tels: 2. 7. 8. 3. 5. & prenons le multiple d'vn des mesmes, soit le septuple du troisiesme 8, faict 56; au mesme aiousté tous les nombres 2. 7. 8. 3. 5. la somme sera 81. Or dict le theoreme, que ceste somme de 81, est egale à l'octuple (car le premier multiple est septuple, & le second multiple doibt estre d'vnité maieur ergo octuple) de la somme de 8 & 2 $\frac{1}{8}$ (à sçauoir 8 qui auoit esté multiplié ci dessus, & 2 $\frac{1}{8}$ pour semblable submultiple des nombres restans, c'est à dire, le suboctuple de 17, qui est la somme

Digitized by Google

somme de 2. 7. 3. 5.) car elle est aussi 81.

Dont se pourroit conclure, en questions comme sont la 27 & 28, que le septuple du troisiesme nombre, plus la somme de tous les nombres, est egal à l'octuple de la somme du troisiesme nombre, & du $\frac{1}{8}$ des quatre autres. *Conclusion.* Le multiple doncques d'vn nombre, plus la somme, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXVIII.

TRouuons quatre nombres tels, que la somme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des trois autres, soit egale à la somme du second & le $\frac{1}{4}$ des trois autres: Item egale à la somme du troisiesme, & le $\frac{1}{5}$ des trois autres: Item egale à la somme du quatriesme & le $\frac{1}{6}$ des trois autres.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ① | $\frac{47}{90}$

Et le second, troisiesme, & quatriesme ensemble quelque nombre Arithmetique comme 3 | 3

Ergo la somme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des trois autres est (selon la question) egale à la somme du second, & le $\frac{1}{4}$ des trois autres, ergo la somme du second & le $\frac{1}{4}$ des trois autres, est 1 ① + 1, son quadruple 4 ① + 4.

Doncques le quadruple de la somme du second & le $\frac{1}{4}$ des trois autres est 4 ① + 4.

Mais le triple du second plus la somme de tous les quatre nombres, est (par le precedent theoreme) egale au quadruple de la somme du second & le $\frac{1}{4}$ des trois autres

Ergo le triple du second, plus la somme de tous les quatre nombres, est 4 ① + 4.

Des

Digitized by Google

Des meſmes ſoubſtraict la ſomme de tous les quatre nombres, qui ſont le premier & ſecond en l'ordre; à ſçauoir 1 ① + 3, reſte pour le triple du ſecond nombre 3 ① + 1, deſquels le $\frac{1}{3}$ pour le ſecond nombre eſt 1 ① + $\frac{1}{3}$ $\frac{77}{90}$

Mais la ſomme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des trois autres, eſt ſelon la queſtion, egale à la ſomme du troiſieſme, & le $\frac{1}{5}$ des trois autres; Ergo la ſomme du troiſieſme nombre, & le $\frac{1}{5}$ des trois autres, eſt 1 ① + 1, ſon quincuple 5 ① + 5.

Doncques le quincuple de la ſomme du troiſieſme, & le $\frac{1}{5}$ des trois autres, eſt 5 ① + 5;

Mais le quadruple du troiſieſme plus la ſomme de tous les quatre nombres eſt (par le precedēt theoreme) egale au quincuple de la ſomme du troiſieſme, & la $\frac{1}{5}$ des trois autres;

Ergo le quadruple du troiſieſme. plus la ſomme de tous les quatre nombres, eſt 5 ① + 5.

Des meſmes ſoubſtraict la ſomme de tous les quatre qui ſont le premier & ſecond en l'ordre, à ſçauoir 1 ① + 3, reſte pour le quadruple du troiſieſme nombre 4 ① + 2, deſquels le $\frac{1}{4}$ pour le troiſieſme nombre 1 ① + $\frac{1}{2}$ $\frac{92}{90}$

Mais la ſomme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des trois autres eſt (ſelon la queſtion) egale à la ſomme du quatrieſme, & le $\frac{1}{6}$ des trois autres; Ergo la ſomme du quatrieſme nombre, & le $\frac{1}{6}$ des trois autres, eſt 1 ① + 1, ſon ſextuple 6 ① + 6.

Doncques le ſextuple de la ſomme du quatrieſme, & le $\frac{1}{6}$ des trois autres eſt 6 ① + 6

Mais

Mais le quincuple du quatrieſme plus la ſomme de tous les quatre nombres eſt (par le precedent theoreme) egale au ſextuple de la ſomme du quatrieſme, & à $\frac{1}{6}$ des trois autres.

Ergo le quincuple du quatrieſme, plus la ſomme de tous les quatre nombres, eſt $6\,①+6$.

Des meſmes ſoubſtraict la ſomme de tous les quatre nombres, qui ſont le premier & ſecond en l'ordre, à ſçauoir $1\,①+3$, reſte pour le quincuple du quatrieſme nombre $5\,①+3$, deſquels le $\frac{1}{5}$ pour le quatrieſme nombre $1\,①+\frac{3}{5}$ | $\frac{101}{90}$

La ſomme du premier, ſecond troiſieſme & quatrieſme nombre (qui ſont le premier troiſieſme quatrieſme & cincquieſme en l'ordre) eſt $4\,①+\frac{49}{30}$ | $\frac{317}{90}$

Egale à la ſomme du premier & ſecond en l'ordre $1\,①+3$ | $\frac{317}{90}$

Leſquels reduicts $3\,①$ ſeront egales à $\frac{42}{30}$ & par le 67 probleme $1\,①$ vaudra $\frac{47}{90}$.

Ie dis que $\frac{47}{90}$ $\frac{77}{90}$ $\frac{92}{90}$ $\frac{101}{90}$ ſont les quatre nombres requis. *Demonſtration.* Premierement la ſomme de $\frac{47}{90}$ & 1, eſt $1\frac{37}{90}$ (à ſçauoir $\frac{47}{90}$ pour le premier nombre, & 1 pour le $\frac{3}{4}$ des trois autres nombres) eſt egale à la ſomme de $\frac{77}{90}$, & $\frac{2}{3}$ (à ſçauoir $\frac{77}{90}$ pour le ſecond nombre, & $\frac{2}{3}$ pour le $\frac{1}{4}$ des trois autres) Au ſecond ladicte ſomme $1\frac{37}{90}$, eſt auſſi egale à la ſomme de $\frac{92}{90}$, & $\frac{1}{2}$ (à ſçauoir $\frac{92}{90}$ pour le troiſieſme nombre, & $\frac{1}{2}$ pour le $\frac{1}{5}$ des trois autres nombres) Au troiſieſme ladicte ſomme $\frac{137}{90}$, eſt auſſi egale à la ſomme de $\frac{101}{90}$ & $\frac{2}{5}$ (à

ſçauoir

sçauoir $\frac{101}{90}$ pour le quatrieſme nombre, & $\frac{2}{5}$ pour le $\frac{1}{6}$ des trois autres nombres) ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXIX.

Soient donnez deux nombres 8 & 2. Il faut trouuer vn troiſieſme, qui multiplié par les donnez, donne l'vn produict quarré, & l'autre produict ſon coſté.

Construction:

Soit le nombre requis	1 ①	2
Qui multiplié par 8 donné, faict pour premier produict	8 ①	16
Et multiplié ledict nombre requis par 2 donné, faict pour ſecond produict	2 ①	4
Qui doibt eſtre la racine du premier produict, ergo ſon quarré	4 ②	16
Eſt egal au ſecond en l'ordre	8 ①	16

Leſquels reduicts, 4 ① ſeront egales à 8, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Ie di que 2 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Multiplié 2 par 8, faict 16, & le meſme 2 multiplié par le 2 donné faict 4, qui eſt racine quatrée, du quarré 16 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXX.

Trouuons deux nombres, deſquels la ſomme ſoit 6, & le produict des meſmes 8.

Construction.

Soit l'vn nombre	1 ①	4
Ergo l'autre	— 1 ① + 6	2

g Leur

Digitized by Google

Leur produict	— 1 ② + 6 ①	8
Egal a	8	

Lesquels reduicts 1 ② sera egale à 6 ① — 8, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra 4.

Ie di que 4 & 2 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 4 & 2 est 6; Et le produict de 4 & 2 est 8, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Autre construction de ceste 30 question selon Diophante, pour auoir à la fin simple quantité egale à simple quantité.

Soit l'vn nombre requis 1 ①, plus la moitie de la somme des nõbres requis qui est 3, faict 1 ① + 3		4
Ergo l'autre nombre (puis que leur somme doibt estre 6) sera	— 1 ① + 3	2
Leur produict	— 1 ② + 9	8
Egal au produict requis	8	

Lesquels reduicts 1 ② sera egale à 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 1.

Doncques 4 & 2 seront les nombres requis comme dessus.

QVESTION XXXI.

TRouuons deux nombres, desquels la somme soit 6, & la somme de leurs quarrez 20.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1 ①	4
Ergo le second nõbre	— 1 ① + 6	2
Le quarré du premier nombre est	1 ②	16
Le quarré du second nombre 1 ② — 12 ① + 36		4

Somme

Somme des deux quarrés	2 ② — 12 ① + 36	20
Egal à	20	

Lesquels reduicts 2 ② seront egales à 12 ① — 16, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra 4.

Ie di que 4 & 2 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 4 & 2 est 6, & le quarré de 4 est 16, auquel aiousté le quarré de 2, qui est 4; la somme est 20, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Autre construction de ceste 31 question, selon Diophante, pour auoir à la fin simple quantité egale à simple quantité.

Soit le premier nombre requis 1 ①, plus la moitie de la somme des nombres requis, qui est 3 faict	1 ① + 3	4
Ergo le second nombre (puis que leur somme doibt estre 6) sera	— 1 ① + 3	2
Le quarré du premier nombre	1 ② + 6 ① + 9	16
Le quarré du second nombre	1 ② — 6 ① + 9	4
Sommes des deux quarrez	2 ② + 18	20
Egale à	20	

Lesquels reduicts, 2 ② seront egales à 2, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra 1.

Doncques 4 & 2, seront les deux nombres requis, comme dessus.

QVESTION XXXII.

Trouuons deux nombres, desquels la somme soit 6, & desquels le quarré de l'vn, excede au quarré de l'autre, en 12.

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1 ①	4
Ergo le second	— 1 ① + 6	2
Le quarré du premier nombre	1 ②	16
Du mesme soubstraict le quarré du second nombre, qui est	1 ② — 12 ① + 36	4
Reste	12 ① — 36	12
Egales à	12	

Lesquels reduicts, 12 ① seront egales à 48, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 4.

Ie di que 4 & 2, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 4 & 2 est 6, & le quarré de 4 qui est 16, excede au quarré de 2 qui est 4, en 12, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Autre construction de ceste 32 question, selon Diophante.

Soit le premier nombre requis 1 ①, plus la moitié de la somme des nombres requis qui est 3, faict	1 ① + 3	4
Ergo le second nombre	— 1 ① + 3	2
Le quarré du premier nombre	1 ② + 6 ① + 9	16
Du mesme soubstraict le quarré du second nombre qui est	1 ② — 6 ① + 9	4
Reste	12 ①	12
Egales à	12	

Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 1.

Doncques 4 & 2 seront les deux nombres requis, comme dessus.

QVE-

Digitized by Google

QVESTION XXXIII.

Trouuons deux nombres desquels la difference soit 2, & le produict 8.

Construction.

Soit le premier nombre	1 ①	2
Ergo le second nombre	1 ① + 2	4
Leur produict	1 ② + 2 ①	8
Egal à	8	

Et par le 68 probleme 1 ① vaudra 2.

Ie di que 2 & 4 sont les nombres requis. *Demonstration.* La difference de 4 a 2 est 2, & le produict de 4 par 2 est 8, selon le requis; Ce qu'il falloit demonstrer.

Autre construction de ceste 33 question selon Diophante, pour auoir à la fin simple quantité egale à simple quantité.

Soit le premier nombre 1 ①, plus la moitie de leur difference requise, qui est 1, faict 1 ① + 1		4
Ergo le second nombre, puis que leur difference doibt estre 2, sera	1 ① — 1	2
Leur produict	1 ② — 1	8
Egal au produict requis	8	

Lesquels reduicts 1 ② sera egal à 9 & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 3.

Doncques 4 & 2 seront les nombres requis comme dessus.

QVESTION XXXIIII.

Trouuons deux nombres en raison double, & que la somme de leurs quarrez, soit à la somme des mesmes nombres en raison quincuple.

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1 ①	3
Et le second nombre son double, sera	2 ①	6
Leur somme	3 ①	9
Le quarré du premier nombre	1 ②	9
Le quarré du second nombre	4 ②	36
La somme des quarrez 5 ②, est quincuple au troisiesme en l'ordre; Ergo sa $\frac{1}{5}$ qui est	1 ②	9
Est egale au troisiesme en l'ordre, qui est	3 ①	9

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 3.

Ie di que 3 & 6 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Les nombres 6 & 3 sont en raison double, & la somme de leur quarrez 45 (à sçauoir 36 & 9) est en quincuple raison à la somme de 6 & 3, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXV.

TRouuons deux nombres en raison triple, & que la somme de leurs quarrez aye à la difference des nombres, raison quincuple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1 ①	1
Et le second nombre son triple, sera	3 ①	3
Leur difference est	2 ①	2
Le quarré du premier nombre	1 ②	1
Le quarré du second nombre	9 ②	9
La somme des quatrez 10 ②, est quincuple au troisiesme en l'ordre. ergo sa $\frac{1}{5}$ qui est	2 ②	2
Est egale au troisiesme en l'ordre, qui est	2 ①	2

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 2, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 1.

Ie di que 1 & 3 sont les deux nombres requis.

Demon-

Digitized by Google

Demonſtration. 3 & 1 ſont en raiſon triple, & la ſomme de leurs quarrez (qui ſont 9 & 1) eſt 10, qui obtient à 2 (difference d'entre 3 & 1) raiſon quincuple, ſelon le requis; ce q'uil falloit demonſtrer.

QVESTION XXXVI.

TRouuons deux nombres en raiſon triple, & que la difference de leurs quarrez, ſoit à la ſomme des meſmes nombres en raiſon quadruple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1 ①	1
Et le ſecond nombre ſon triple, ſera	3 ①	6
Leur ſomme	4 ①	8
Le quarré du premier nombre	1 ②	4
Le quarré du ſecond nombre	9 ②	36
Difference des quarrez 8 ②, eſt quadruple au troiſieſme en l'ordre, ergo ſon $\frac{1}{4}$ qui eſt	2 ②	8
Eſt egal au troiſieſme en l'ordre	4 ①	8

Leſquels reduicts 2 ① ſeront egales à 4, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Ie di que 2 & 6 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* 6 & 2 ſont en raiſon triple & la difference de leurs quarrez 32 (à ſçauoir de 36 & 4) eſt quadruple à la ſomme de 6 & 2, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXXVII.

TRouuons deux nombres en raiſon triple & que la difference de leurs quarrez aye a la difference des nombres raiſon quadruple.

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1 ①	1
Et le second nombre son triple, sera	3 ①	3
Leur difference	2 ①	2
Le quarré du premier nombre	1 ②	1
Le quarré du second nombre	9 ②	9
Difference des quarrez 8 ②, est quadruple au troisiesme en l'ordre, ergo son $\frac{1}{4}$ qui est	2 ②	2
Est egal au troisiesme en l'ordre, qui est	2 ①	2

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 2, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 1.

Ie di que 1 & 3 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 3 & 1 sont en raison triple, & 8 difference de leurs quarrez, à sçauoir de 1 & 9, obtient raison quadruple, à 2 difference des nombres 3 & 1, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXVIII.

TRouuons deux nombres en raison triple tels que le quarré du moindre, aye au maieur nombre, raison double.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	6
Et le maieur nombre son triple, sera	3 ①	18
Le quarré du moindre nombre 1 ②, est double au maieur nombre, ergo sa moitie qui est	$\frac{1}{2}$ ②	18
Est egale au maieur nombre	3 ①	18

Lesquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① sera egale à 3, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 6.

Ie di que 6 & 18 sont les nombres requis. *Demonstration.* 18 & 6 sont en raison triple & le quarré 36 du moindre

Digitized by Google

moindre nombre 6 obtient au maieur nombre 18, raiſon double ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXXIX.

Trouuous deux nombres en raiſon triple, tels que le quarré du moindre nombre, aye au moindre nombre raiſon double.

Construction.

Soit le moindre nombre	1 ①	2
Et le maieur nom ſon triple, ſera	3 ①	6
Le quarré du moindre nombre 1 ②, eſt double au moindre nombre, ergo ſa moitié qui eſt	$\frac{1}{2}$ ②	2
Eſt egale au moindre nombre	1 ①	2

Leſquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① ſera egale à 1, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Ie di que 2 & 6 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* 6 & 2 ſont en raiſon triple, & le quarré 4 du moindre nombre 2, obtient au meſme moindre nombre raiſon double, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XL.

Trouuons deux nombres en raiſon triple, tels que le quarré du moindre, aye a la ſomme des nombres raiſon double.

Construction.

Soit le moindre nombre	1 ①	8
Et le maieur nombre ſon triple, ſera	3 ①	24
Leur ſomme	4 ①	32
Le quarré du moindre nombre 1 ②, eſt double à la ſomme des nombres 4 ①, ergo	1 ②	64
Eſt egale au double de 4 ①, qui eſt à	8 ①	64

Digitized by Google

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 8.

Ie di que 8 & 24 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Les nombres 24 & 8 sont en raison triple, & le quarré 64 du moindre nombre 8, est double à 32, qui est la somme des 24 &8, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLI.

TRouuons deux nombres en raison triple tels, que le quarré du moindre nombre, aye a la difference des nombres raison double.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	4
Et le maieur nombre son triple sera	3 ①	12
Leur difference est	2 ①	8
Le quarré du moindre nombre 1 ②, est double à la difference 2 ①, ergo	$\frac{1}{2}$ ②	8
Est egale à la difference des nombres	2 ①	8

Lesquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① sera egale à 2, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 4.

Ie di que 4 & 12 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 12 & 4 sont en raison triple, & le quarré 16 du moindre nombre 4, est 8 (difference de 4 & 12) en raisondouble, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Ce qui est mis pour 42 question est appendice des precedentes sonnant ainsi.

PAR *mesme maniere on trouuera deux nombres de raison donnée, ainsi que le quarre du maieur, au moindre nõbre soit raison requise. Item deux nombres de raison donnée, ainsi que*

Digitized by Google

que le quarré du maieur, au meſme maieur ſoit raiſon requiſe. Item deux nombres de raiſon donnée, ainſi que le quarré du maieur, obtienne à la ſomme des nombres, raiſon requiſe. Et au dernier deux nombres de raiſon donnée, ainſi que le quarré du maieur, à la difference des nombres, ſoit raiſon requiſe.

QVESTION XLIII.

SOient donnez deux nombres 3 & 2; Il faut trouuer leur troiſieſme nombre tel, que la ſomme de chaſques deux nombres multipliée par le troiſieſme, donnent trois produicts d'egaux exces: deſquels produicts celui de 3, par la ſomme des deux autres, ſoit le maieur; Et le produict de 2, par les deux autres, le moien; Et le produict du nombre requis, par les deux autres, le moindre.

Construction.

Soit le nombre requis 1 ① — $\frac{3}{2}$

Au meſme aiouſté le 2 donné, faict pour la ſomme des deux nombres 1 ① + 2, qui multipliée par le troiſieſme nombre 3, donne produict 3 ① + 6 — $\frac{21}{2}$

Puis aiouſté au nombre requis 1 ①, le 3 donné, faict pour la ſomme de deux nombres 1 ① + 3, qui multipliée par le troiſieſme nombre 2, donne produict 2 ① + 6 — $\frac{18}{2}$

Puis aiouſtez les nombres donnez 3 & 2, faict pur la ſomme de deux nombres 5, qui multipliée par le troiſieſme (qui eſt le premier en l'ordre) donne produict 5 ① — $\frac{15}{2}$

Doncques le maieur produict eſt 3 ① + 6, le moien 2 ① + 6, le moindre 5 ①; Mais de trois nõbres d'egal exces, le double du moien

eſt egal

Digitized by Google

est egal à la somme des extremes, & le moien est ici 2 ① + 6, ergo son double 4 ① + 12 | 18

Est egal à la somme des extremes, c'est à dire à la somme de 3 ① + 6 & 5 ①, qui sont 8 ① + 6 | 18

Lesquels reduicts 4 ① seront egales a 6, & par le probleme, 1 ① vaudra $\frac{3}{2}$ 67

Ie di que $\frac{2}{3}$ sont le nombre requis. *Demonstration.* Multipliant $\frac{7}{2}$, somme de 2 & $\frac{3}{2}$, par le troisiesme nombre 3, le produict est $\frac{21}{2}$; Puis multipliant $\frac{9}{2}$, somme de $\frac{3}{2}$ & 3, par le troisiesme nombre 2, le produict est $\frac{18}{2}$; Puis multipliant 5, somme de 3 & 2, par le troisiesme nombre $\frac{3}{2}$, le produict est $\frac{15}{2}$; Or ces trois produicts ont egaux exces, car le maieur excede au moien en $\frac{3}{2}$, aussi excede le moien au moindre en $\frac{3}{2}$; Item le produict de 3, par les deux autres, est le maieur; Et le produict de 2 par les deux autres est le moien; Et le produict du nombre requis $\frac{3}{2}$, par les deux autres, est le moindre selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

SECOND

Digitized by Google

SECOND LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoise & expliqué par SIMON STEVIN *de Bruges.*

QVESTION I.

TRouuons deux nombres deſquels la ſomme de leurs quarrez, aye a la ſomme des nombres raiſon decuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	6
Et le maieur quelque autre ſoit,	2 ①	12
Somme des nombres	3 ①	18
Le quarré du moindre	1 ②	36
Le quarré du maieur	4 ②	144
Somme des quarrez	5 ②	180
Egale au decuple de la ſomme des nombres troiſieſme en l'ordre, qui eſt a	30 ①	180

Leſquels reduicts 5 ② ſeront egales à 30 & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 6.

Ie di que 6 & 12 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des quarrez des nombres 6 & 12 eſt 180, qui obtient à 18, ſomme des nombres, raiſon decuple, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION II.

TRouuons deux nombres deſquels la difference, obtienne à la difference de leurs quarrez raiſon ſubſextuple.

CON-

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	2
Et le maieure quelque autre nombre, soit	2 ①	4
Leur difference	1 ①	2
Le quarré du moindre nombre	1 ②	4
Le quarré du maieur nombre	4 ②	16
Difference des quarrez	3 ②	12
Egale au sextuple de la difference des nombres troisiesme en l'ordre, qui est à	6 ①	12

Lesquels reduicts 3 ① seront egales à 6, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Ie di que 2 & 4 sont les nombres requis. *Demonstration.* La difference 2 (d'entre les nombres 2 & 4) obtient à la difference 12 (d'entre leurs quarrez 16 & 4) raison subsextuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION III.

TRouuons deux nombres tels, que leur produict aye a leur somme raison sextuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	9
Et le maieur quelque nombre, soit	2 ①	18
Leur somme	3 ①	27
Le produict du moindre & maieur	2 ②	162
Egal au sextuple de la somme des nombres	18 ①	162

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 18, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 9.

Ie di que 9 & 18 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 162 (qui est le produict de 9 & 18) obtient a 27 (qui est la somme de 9 & 18) raison sextuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

Digitized by Google

QVESTION IIII.

Trouuons deux nombres desquels la somme de leurs quarrez obtienne à la difference des nombres, raison decuple.

Construction.

Soit le moindre nombre	1 ①	2
Et le maieur quelque autre nombre, soit	2 ①	4
Leur difference	1 ①	2
Le quarré du moindre nombre	1 ②	4
Le quarré du maieur nombre	4 ②	16
Somme des quarrez	5 ②	20
Egale au decuple de la difference des nombres troisiesme en l'ordre, qui est à	10 ①	20

Lesquels reduicts, 5 ① seront egales à 10, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Ie di que 2 & 4 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 20 (somme des quarrez des nombres 2 & 4) obtient a 2 (qui est difference des nombres 2 & 4) raison decuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION V.

Trouuons deux nombres tels, que la difference de leurs quarrez, aye à la somme des nombres, raison sextuple.

Construction.

Soit le moindre nombre	1 ①	6
Et le maieur quelque autre nombre, soit	2 ①	12
Leur somme est	3 ①	18
Le quarré du moindre	1 ②	36
Le quarré du maieur	4 ②	144
Difference des quarrez	3 ②	108

Egale

Digitized by Google

Egale au sextuple de la somme des nombres troisiesme en l'ordre, qui est à	18 ①	108

Lesquels reduicts 3 ① seront egales a 18 & 1 ① par le 67 probleme, vaudra 6.

Ie di que 6 & 12 sont les deux nombres requis: *Demonstration.* 108 (qui est la difference des quarrez de 6 & 12) obtient à 18 (qui est la somme des nombres 6 & 12) raison sextuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VI.

Trouuons deux nombres desquels la difference 2, & la difference de leurs quarrez 22.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	$4\frac{1}{2}$
Ergo le maieur nombre	1 ① + 2	$6\frac{1}{2}$
Le quarré du moindre nombre	1 ②	$\frac{81}{4}$
Le quarré du maieur nombre	1 ② + 4 ① + 4	$\frac{169}{4}$
Difference des quarrez	4 ① + 4	22
Egale à la difference des quarrés requise	22	

Lesquels reduicts 4 ① seront egales à 18 & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $4\frac{1}{2}$.

Ie di que $4\frac{1}{2}$ & $6\frac{1}{2}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La difference de $4\frac{1}{2}$ & $6\frac{1}{2}$ est 2, & la difference de leurs quarrez (qui sont $\frac{81}{4}$ & $\frac{169}{4}$) est 22 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VII.

NOTA. Si l'on considere bien la 7 question, le sens se trouue tel.

Trouuons

Digitized by Google

Trouuons deux nombres desquels la difference 2, & la difference de leurs quarrez 16.

Laquelle estant semblable à la precedente 6 question nous n'en ferons point de construction.

QVESTION VIII.

Partons vn nombre quarré à sa racine commensurable, comme 16, en deux semblables quarrez.

Construction.

Soit le premier quarré $1 ②$	$\frac{256}{25}$
Ergo le second quarré $-1 ② + 16$	$\frac{144}{25}$
Egal à quelque quarré à sa racine commensurable, pour le costé duquel on posera quelques $① - \sqrt{16}$; Soit $2 ① - 4$, & le quarré sera $4 ② - 16 ① + 16$	$\frac{144}{25}$

Lesquels reduicts $5 ①$ seront egales à 16, & par le 67 probleme $1 ①$ vaudra $\frac{16}{5}$.

Ie di que $\frac{256}{25}$ & $\frac{144}{25}$ sont les deux quarrez requis.

Demonstration. La somme de $\frac{256}{25}$ & $\frac{144}{25}$, est 16. Item la racine de $\frac{256}{25}$ est $\frac{16}{5}$; & la racine de $\frac{144}{25}$ est $\frac{12}{5}$, qui sont à leur quarrez commensurables, selon le requis; ce qu'il fallait demonstrer.

Nota. Il est notoire qu'on pourra trouuer par ceste 8 question, des infiniz triangles, rectangles, diuers desquels chasque costé sera nombre Arithmetique. Par exemple; Si l'on pose l'vn costé contenant l'angle droict, la racine des susdictes $\frac{256}{25}$, qui est $\frac{16}{5}$ & l'autre costé la racine des $\frac{144}{25}$, qui est $\frac{12}{5}$. l'hypothenuse sera 4.

QVESTION IX.

Ceste 9 question, est la mesme que la 8, mais elle se fera ici par autre construction telle.

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

Soit le costé du premier quarré 1 ①	$\frac{16}{5}$
Et le costé du second quarré, soit de quelques ① moins $\sqrt{16}$, soit 2 ① — 4	$\frac{12}{5}$
Ergo le premier quarré 1 ①	$\frac{256}{25}$
Et le second quarré 4 ② — 16 ① + 16	$\frac{144}{25}$
Somme des quarrez 5 ② — 16 ① + 16	16
Egale à 16	

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à 16, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{16}{5}$.

Doncques $\frac{256}{25}$ & $\frac{144}{25}$, seront les deux quarrez requis, comme dessus.

QVESTION X.

PArtons vn nombre composé de deux nombres quarrez à leurs racines commensurables, comme 13 composé de 9 & 4; En deux autres semblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit le costé du premier quarré, de quelques ① plus la racine de l'vn quarré donné 4, comme 1 ① + 2	$\frac{18}{5}$
Et le costé du second quarré, soit de quelques ① moins la racine de l'autre quarré donné, comme 2 ① — 3	$\frac{1}{5}$
Ergo le premier quarré 1 ② + 4 ① + 4	$\frac{324}{25}$
Et le second quarré 4 ② — 12 ① + 9	$\frac{1}{25}$
Somme des quarrez 5 ② — 8 ① + 13	13
Egale à 13	

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à 8, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{8}{5}$.

Ie di que $\frac{324}{25}$ & $\frac{1}{25}$, sont les deux quarrez requis.

Demon-

Digitized by Google

Demonſtration. Les deux quarrez $\frac{324}{25}$ & $\frac{1}{25}$, ſont enſemble 13, & la racine de $\frac{324}{25}$ eſt $\frac{18}{5}$, & la racine de $\frac{1}{25}$ eſt $\frac{1}{5}$, leſquels racines ſont à leurs quarrez commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XI.

TRouuons deux nombres quarrez à leurs racines commenſurables, tels que leur difference ſoit 60.

CONSTRVCTION.

Soit le coſté du premier quarré 1 ①	$8\frac{1}{2}$
Et le coſté du ſecond quarré 1 ①, & plus quelque nõbre moindre que ✓ 60 (dont la raiſon appert en la derniere egaleté) ſoit 1 ① + 3	$11\frac{1}{2}$
Ergo le premier quarré 1 ②	$72\frac{1}{4}$
Et le ſecond quarré 1 ② + 6 ① + 9	$132\frac{1}{4}$
Difference des quarrez 6 ① + 9	60
Egale à la difference requiſe 60	

Leſquels reduicts 6 ① ſeront egales à 51, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $8\frac{1}{2}$.

Ie di que $72\frac{1}{4}$ & $132\frac{1}{4}$ ſont les deux quarrez requis. *Demonſtration.* La difference des deux quarrez $72\frac{1}{4}$ & $132\frac{1}{4}$ eſt 60 & la racine de l'vn eſt $8\frac{1}{2}$, & de l'autre $11\frac{1}{2}$, qui ſont à leurs quarrez commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTE DV QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

NOvs parlerons en aucunes queſtions ſuiuantes du Quarré de double egaleté, pourtant auant que y venir nous deſcriprons ſa Definition & Inuention en ceſte ſorte:

Digitized by Google

DEFINITION.

ESTant deux quantitez, à l'vne desquelles il faut poser estre egal quelque quarré, tel que sa valeur, ensemble la valeur de l'autre quantité, soient quarrez à leurs racines commensurables: Alors icelui quarré posé, s'appelle quarré de double egaleté

EXPLICATION.

Soient par exemple deux quantitez, l'vne 1 ① + 1, l'autre 1 ① + 6, & le quarré posé, egal à 1 ① + 2 soit 4; D'ou s'ensuit que 1 ① + 6, vaudra semblable quarré 9 (car 1 ① + 1 vallant 4, la 1 ① vaut 3) Doncques 4 est quarré de double egaleté; Nommé ainsi, par ce qu'il est quarré, egal à 1 ① + 1, & sur cela il cause encore egaleté, entre 1 ① + 6 & semblable quarré 9.

DE L'INVENTION DV QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

ET pour declairer son inuention nous poserons deux quantitez, la moindre 1 ① + 1, & la maieure 1 ① + 6, desquelles ils faut trouuer le quarré de double egaleté, egal premierement à la moindre (car on peut egaler le quarré de double egaleté au moindre, ou au maieur, comme l'on veut; nous dirons doncques premierement du moindre, puis du maieur)

On soubstraira la moindre quantité proposée 1 ① + 1 de la maieure 1 ① + 6, reste 5; puis on prendra quelque deux nombres, desquels le produict soit 5, à sçauoir

Digitized by Google

sçauoir egal à ladicte reste; soit l'vn 5, l'autre 1 (car leur produict est 5) leur difference 4 (difference par ce que c'est du moindre que nous cherchons, car quand on le cherche du maieur, il faut prendre leur somme) sa moitié 2, son quarré pour le quarré de double egaleté egal à la moindre quantité proposée, est 4.

La demonstration est, que la moindre quantité 1 ① + 1 vallant 4, la 1 ① vaudra 3; Mais 1 ① vallant 3, la maieure quantité 1 ① + 6 vaudra 9, qui est semblable quarré. Doncques 4, selon la definition ci dessus, est leur quarré de double egaleté.

Mais pour trouuer le quarré de double egaleté, egal à la maieure quantité proposée 1 ① + 6, on aioustera les susdictes 5 & 1, font 6, sa moitie 3, son quarré, pour le quarré de double egaleté requis egal au maieur proposé est 9, dont la demonstration est notoire par la precedente.

Avtre exemple.

Soient autre fois deux quantitez desquelles il faut trouuer le quarré de double egaleté egal au moindre, tels; le maieur 4 ② + 15 ①, le moindre 4 ③ — 1 ① — 4.

On soubstraira la moindre quantité de la maieure, reste 16 ① + 4. Puis on prendra quelque deux nombres desquels le produict soit 16 ① + 4, à sçauoir egal à icelle reste, soit l'vn 4 ① + 1, l'autre 4, (car leur produict est 16 ① + 4) leur difference 4 ① — 3, sa moitié 2 ① — $\frac{3}{2}$, son quarré (pour le quarré de double egaleté requis, egal au moindre proposé) est 4 ② — 6 ① + $\frac{9}{4}$.

La demonstration est, qu'estant 4 ② — 6 ① + $\frac{9}{4}$ egales à 4 ② — 1 ① — 4, alors 1 ① vaudra $\frac{5}{4}$, & le quarré de double egaleté 4 ② — 6 ① + $\frac{9}{4}$, vaudra

Digitized by Google

quarré à ſa racine commenſurable 1. Item 4 ② + 15 ① vaudront ſemblable quarré 25.

Mais pour trouuer le quarré de double egaleté, egal au maieur on aiouſtera les ſuſdictes 4 ① + 1 & 4, ſont 4 ①, + 5, ſa moitie 2 ① + $\frac{5}{2}$, ſon quarré (pour le quarré de double egaleté requis egal au maieur nombre propoſé. 4 ② + 15 ①) eſt 4 ② + 10 ① + $\frac{25}{4}$. Dont la demonſtration ſera ſemblable à la precedente.

EXCEPTION.

Quant à ce que nous auons dict ci deſſus (comme au premier exemple de l'inuention du quarré de double egaleté) qu'on trouuera quelques deux nombres deſquels le produict ſoit 5, il faut conſiderer que tous nombres combien leur produict fuſt 5, n'en ſeront pas propres ne fuſt que lon vouluſt dire la ſolution eſtre — ou 0, qui n'eſtant pas l'intention de Diophante, faut qu'ils ſoient de la Qualité comprinſe en la reigle deſcripte par Xylandre telle :

REIGLE.

ON trouuera deux nombres, deſquels le produict ſoit egal à la difference des deux nombres donnez, mais par telle condition, que le quarré de la moitie de leur difference, ſoit maieur que le moindre nombre Arithmetique donné, ou, ce qui eſt le meſme, que le quarré de la moitie de leur ſomme, ſoit maieur que le maieur nombre Arithmetique donné.

Dont la cauſe eſt notoire par les operations, comme nous

nous en dirons plus amplement à la note de la suiuante 12 queſtion.

QVESTION XII.

Trouuons vn nombre, qui aiouſté à 3, puis à 2, les ſommes ſoient quarrez à leurs racines commenſurables.

Construction.

Soit le nombre requis 1 ① | $\frac{97}{64}$

Lequel aiouſté à 3, la ſomme eſt 1 ① + 3 | $\frac{289}{64}$

Et ledict nombre requis aiouſté à 2, la ſomme eſt 1 ① + 2 | $\frac{225}{64}$

Or chaſque de ces deux ſommes doibt eſtre egalé à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouuer vn quarré de double egaleté, ſoit par poſition de 4 & $\frac{1}{4}$ (pour les deux nombres deſquels le produict eſt egal à la difference de 1 ① + 3 & 1 ① + 2) deſquels le quarré de double egaleté, egal au moindre 1 ① + 2 eſt, par la precedente note $\frac{225}{64}$

Leſquels reduicts 1 ① ſera egale ou vaudra $\frac{97}{64}$.

Ie di que $\frac{97}{64}$ eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Aiouſtant $\frac{97}{64}$ à 3, faict quarré $\frac{289}{64}$, ſa racine $\frac{17}{8}$. Item aiouſté $\frac{97}{64}$ à 2, faict quarré $\frac{225}{64}$, ſa racine $\frac{15}{8}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA Si au lieu des deux nombres 4 & $\frac{1}{4}$, on euſt prins 5 & $\frac{1}{5}$ (deſquels le produict eſt auſſi 1) le nombre requis, qui ſatisfaict auſſi à la queſtion, euſt alors eſté $\frac{24}{25}$, & ainſi d'infiniz autres.

Mais ſi au lieu des deux nombres 4 & $\frac{1}{4}$, on euſt prins

Digitized by Google

2 & $\frac{1}{2}$ (desquels le produict est aussi 1) le nombre requis, qui satisferoit aussi à la question (si lon vouluſt soluer par —) seroit — $\frac{23}{16}$ lequel aiousté au 3, faict quarré $\frac{25}{16}$ & aiousté au 2, faict quarré $\frac{9}{16}$, qui sont quarrez selon le requis.

AVTRE CONSTRVCTION SANS QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

Posons le nombre requis tel, que l'aiouſtant à 2 la somme soit tel quarré, soit 1 ② — 2 $\frac{97}{64}$

Au meſme si on aiouste 2, sera quarré selon la queſtion, & si au meſme nombre requis, on aiousté 3, la somme sera 1 ② + 1 $\frac{289}{64}$

Laquelle somme doibt eſtre valeur de nombre quarré selon la queſtion, doncques elle eſt egale à quelque tel quarré: Or pour le trouuer, on fingera son coſté 1 ① moins quelque nombre Arithmetique, duquel le quarré soit maieur que le 1 de 1 ②, du second en l'ordre, dont la raiſon apparoiſt en la reduction, soit tel coſté fingé 1 ① — 4, ergo son quarré 1 ② — 8 ① + 16 $\frac{289}{64}$

Eſt egal au second en l'ordre, qui eſt 1 ② + 1 $\frac{289}{64}$

Leſquels reduicts 8 ① seront egales à 15, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{15}{8}$.

Doncques $\frac{97}{64}$ sera le nombre requis comme deſſus.

QVESTION XIII.

TRouuons vn nombre, lequel ſoubſtraict de 9, & puis de 21, les reſtes ſoient quarrez à leurs racines commenſurables.

CON-

Digitized by Google

Construction.

Si lon soubstraict — 1 ② + 9, de 9, il y en restera 1 ② valeur de quelque quarré selon la question, posons doncques que le nombre requis soit — 1 ② + 9	$8\frac{3}{4}$
Le mesme soubstraict de 21, reste 1 ② + 12	$12\frac{1}{4}$
Laquelle reste doibt estre valeur de nombre quarté selon la question, doncques elle est egale à quelque tel quarré: Or pour le trouuer fingeons que son costé soit 1 ①, moins quelque nombre Arithmetique, duquel le quarré soit maieur que le 12 du second en l'ordre; dont la raison apparoist en la reduction, soit tel costé fingé 1 ① — 4, son quarré egal au second en l'ordre, est 1 ② — 8 ① + 16	$12\frac{1}{4}$

Lesquels reduicts 8 ① seront egales à 4, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1}{2}$.

Ie di que 8 $\frac{3}{4}$ est le nombre requis. *Demonstration.* Soubstrahons 8 $\frac{3}{4}$, de 9, reste $\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{1}{2}$. Puis soubstrahons ledict nombre 8 $\frac{3}{4}$, de 21, reste 12 $\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{7}{2}$, ce sont doncques quarrez à leurs racines cõmensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIIII.

Trouuons vn nombre, duquel soubstraict 6, & puis 7, que les restes soient quarrez à leurs racines commensurables.

Construction.

Soit le nombre requis 1 ①	$\frac{121}{16}$
Du mesme soubstraict 6, reste 1 ① — 6	$\frac{25}{16}$

Digitized by Google

Et dudict nõbre requis soubstraict 7, reste 1 ① — 7 | $\frac{9}{16}$
Or chasque de ces deux restes doibt estre egale à quelque quarré qui est à sa racine commensurable, il faut doncques trouuer vn quarré de double egaleté, soit par position de 2 & $\frac{1}{2}$ (pour les deux nombres desquels le produict est egal à la difference de 1 ① — 6 & 1 ① — 7) Desquels le quarré de double egaleté egal au moindre 1 ① — 7, est par la note deuant la 12 question $\frac{9}{1}$

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra $\frac{121}{16}$.

Ie di que $\frac{121}{16}$ est le nombre requis. *Demonstration.* De $\frac{121}{16}$ soubstraict 6, reste quarré $\frac{25}{16}$, sa racine $\frac{3}{4}$. Item desdictes $\frac{121}{16}$ soubstraict 7, reste $\frac{9}{16}$, sa racine $\frac{3}{4}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

AVTRE CONSTRVCTION SANS QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

Posons le nombre requis tel, qu'en soubstrahant 6, la reste soit quarré, soit 1 ② + 6 | $\frac{121}{16}$
Si du mesme on soubstraict 6, la reste sera quarré selon la question; Et si du mesme nombre requis on soubstraict 7, la reste sera 1 ② — 1 | $\frac{9}{16}$
Laquelle reste doibt estre valeur de quelque nombre quarré, selon la question, doncques elle est egale à quelque tel quarré. Or pour le trouuer, on fingera son costé 1 ① moins quelque nombre Arithmetique duquel le quarré soit maieur que — 1 second en

l'ordre

Digitized by Google

l'ordre, dont la raison appert en la reduction soit tel costé fingé 1 ① — 2, ergo son quarré 1 ② — 4 ① + 4	$\frac{9}{16}$
Est egal au second en l'ordre 1 ② — 1	$\frac{9}{16}$

Lesquels reduicts, 4 ① seront egales à 5, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{5}{4}$, & le nombre requis sera comme dessus $\frac{121}{16}$.

QVESTION XV.

Partons 20 en deux parties, puis trouuons vn nombre quarré à sa racine commensurable, lequel aioustè à chascune partie, face semblables quarrez.

Construction.

On prendra quelques deux nombres, tels que la somme de leurs quarrez n'excede point au 20, dont la raison apparoistra en la reduction; soient 2 & 3, puis à 2 aioustè 1 ①, faict 1 ① + 2. pour quelque costé duquel le quarré sera 1 ② + 4 ① + 4, du mesme soubstraict vn quarré qui est 1 ②, reste pour l'vne partie de 20 requise 4 ① + 4	$\frac{68}{10}$
Puis au aioustè 1 ①, faict 1 ① + 3 pour quelque costé duquel le quarré sera 1 ② + 6 ① + 9. du mesme soubstraict vn quarré qui est 1 ② reste pour l'autre partie de 20 requise 6 ① + 9	$\frac{132}{10}$
Somme des deux parties 10 ① + 13	20
Egale à 20	

Lesquels reduicts 10 ① seront egales à 7, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{7}{10}$.

Ie di que $\frac{68}{10}$ & $\frac{132}{10}$ sont les parties de 20 requises, & $\frac{49}{100}$

Digitized by Google

& $\frac{49}{100}$ le quarré requis. *Demonſtration.* La ſomme de $\frac{68}{10}$ & $\frac{132}{10}$ eſt 20, ce ſont doncques les parties de 20. Item la racine de $\frac{49}{100}$ eſt $\frac{7}{10}$, c'eſt doncques quarré à ſa racine commenſurable. Puis aiouſtons $\frac{49}{100}$ à $\frac{68}{10}$ faict $\frac{729}{100}$, ſa racine $\frac{37}{10}$. Item ledict quarré $\frac{4}{100}$ aiouſté aux $\frac{132}{10}$, faict $\frac{1369}{100}$. ſa racine $\frac{37}{10}$, ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVI.

PArtons 20 en deux parties, puis trouuons vn nombre quarré à ſa racine commenſurable, & du meſme ſoubſtraict chaſcune partie de 20, que les reſtes ſoient ſemblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du nombre requis 1 ① + quelque nombre Arithmetique duquel le quarré n'excede point à 20, dont la raiſon apparoiſtra en la reduction, ſon quarré pour le quarré requis 1 ② + 4 ① + 4 $\frac{625}{36}$

Or il eſt notoire, que ſi du meſme on ſoubſtraict les 4 ① + 4, que la reſte 1 ② ſera valeur de nombre quarré à ſa racine commẽſurable: mais ſi on en ſoubſtraict 2 ① + 3, la reſte ſera 1 ② + 2 ① + 1 qui (veu que ſa racine eſt 1 ① + 1) ſera auſſi valeur de quarré à ſa racine commenſurable; Doncques pour l'vne partie de 20, poſons 4 ① + 4 $\frac{76}{6}$

Et pour l'autre partie de 20, poſons 2 ① + 3 $\frac{44}{6}$

Or quelle de ces deux parties on ſoubſtraict du quarré premier en l'ordre, il eſt notoire que la reſte ſera valeur de quarré ſelon la queſtion

Digitized by Google

queſtion: Reſte maintenant que leur ſomme, qui eſt $6①+7$ | $\frac{120}{6}$
Soit egale à 20

Leſquels reduicts $6①$ ſeront egales à 13 & par le 67 probleme $1①$ vaut $\frac{13}{6}$.

Ie di que $\frac{76}{6}$ & $\frac{44}{6}$ ſont les deux parties de 20 requiſes, Item, que $\frac{625}{36}$ eſt le quarré requis. *Demonſtration.* La ſomme de $\frac{76}{6}$ & $\frac{44}{6}$ eſt 20, ce ſont doncques les deux parties de 20. Item la racine de $\frac{625}{36}$ eſt $\frac{25}{6}$, c'eſt doncques quarré à ſa racine commenſurable. Puis ſoubſtraict $\frac{76}{6}$ du quarré $\frac{625}{36}$, la reſte eſt quarré $\frac{169}{36}$ duquel la racine $\frac{13}{6}$. Item ſoubſtraict $\frac{44}{6}$ du meſme quarré $\frac{625}{36}$ la reſte eſt $\frac{361}{36}$ duquel la racine eſt $\frac{19}{6}$ qui ſont à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVII

Trouuons deux uombres en raiſon triple, tels que chaſcun aiouſté à nombre quarré à ſa racine commenſurable comme 9, les ſommes ſoient ſemblables quarrez.

Construction.

On prendra $1①+$ la racine de 9 qui eſt 3, ſon quarré $1②+6①+9$, du meſme ſoubſtraict le quarré dõné 9, reſte pour le moindre nombre requis $1②+6①$ | 1080
Son triple pour le maieur nombre requis $3②+18①$ | 3240
Au meſme aiouſté (ſelõ la queſtion) 9 la ſomme eſt $3②+18①+9$ | 3249
Egale à quelque quarré duquel le coſté ſoit binomie diſioinct, duquel le premier nom

ſoit

Digitized by Google

soit d'autant des ①, que leur potence quarré soit plus que 3 ② du troisiesme en l'ordre, & que le second nom, soit la racine de 9 dõnée, la raison de ces choses apparoistra en la reduction; Soit tel binomie 2 ① — 3 son quarré sera 4 ② — 12 ① + 9 | 3249

Lesquels reduicts 1 ① sera egale à 30.

Ie di que 1080 & 3240 sont les nombres requis. *Demonstration.* Les 3240 sont en raison triple aux 1080. Item aiousté 9 à 3240, faict quarré 3249 sa racine 57. Item aiousté 9 à 1080 faict quarré 1089, sa racine 33; ce sont doncques qnarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVIII.

TRouuons trois nombres tels, que donnant le premier sa $\frac{1}{5}$ plus 6 au second: Le second sa $\frac{1}{6}$ plus 7 au troisiesme: le troisiesme sa $\frac{1}{7}$ plus 8 au premier: Qu'alors ils soient tous egaux.

Voila les motz selon Diophante, mais pour les mieux accommoder à conformité de la construction, nous metterons la mesme question autre fois ainsi.

TRouuons trois nombres tels, que de la somme du second & la $\frac{1}{5}$ du premier plus 6, soubstraict la $\frac{1}{6}$ du second + 7; Item de la somme du troisiesme & la $\frac{1}{6}$ du second plus 7, soubstraict la $\frac{1}{7}$ du troisiesme plus 8; Item de la somme du premier & la $\frac{1}{7}$ du troisiesme plus 8, soubstraict la $\frac{1}{5}$ du premier plus 6: Les trois restes soient egales.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 5 ① | $\frac{90}{7}$

Et le second soit 6 ① | $\frac{1078}{7}$

La somme

Digitized by Google

La somme du second nombre & la $\frac{1}{5}$ du premier & 6 est 7 ① + 6, des mesmes soubstraict la $\frac{1}{6}$ du second + 7, reste pour premiere reste requise 6 (1) — 1 | $\frac{102}{7}$

Ergo la troisiesme reste, egale à la premiere selon la question est aussi 6 (1) — 1 | $\frac{102}{7}$

Or estant trouuees ces deux restes, ensemble le premier & second nombre, il faut par les mesmes trouuer le troisiesme nombre en ceste sorte: Au reste 6 (1) — 1 aiousté 1 (1), pour la $\frac{1}{5}$ du premier & + 6, la somme est 7 (1) + 5 & des mesmes soubstraict le premier nombre requis 5 (1) & plus 8, reste pour la $\frac{1}{7}$ du troisiesme nombre requis 2(1) — 3 ergo son sextuple pour le troisiesme nombre requis est 14 (1) — 21 | $\frac{105}{7}$

Or estant trouuez les trois nombres requis, il faut que la seconde reste que nous trouuerons par les mesmes, soit aussi (comme le troisiesme en l'ordre) 6 (1) — 1. Il faut donc (selon la question) de la somme du troisiesme nombre 14 (1) — 21 & $\frac{1}{6}$ du second, qui est 1 (1), & 7, laquelle somme est 15 (1) — 14, soubstraire la $\frac{1}{7}$ du troisiesme nombre, qui est 2 (1) — 3 & + 8, reste pour seconde reste requise 13 (1) — 19 | $\frac{101}{7}$

Egale à la premiere reste requise 6 (1) — 1 | $\frac{17}{7}$

Lesquels reduicts 7 (1) seront egales à 18; & par le 67 probleme 1 (1) vaudra $\frac{18}{7}$.

Ie di que $\frac{90}{7}$ $\frac{108}{7}$ $\frac{105}{7}$ sont les trois nombres requis.

Demonstration. De $\frac{162}{7}$ (qui est la somme du second $\frac{108}{7}$, & la $\frac{1}{5}$ du premier $\frac{18}{7}$ plus 6) soubstraict $\frac{67}{7}$ (somme de

me de $\frac{18}{7}$ pour la $\frac{1}{6}$ du second nombre & 7) reste $\frac{101}{7}$. Item de $\frac{172}{7}$ (somme du troisiesme nombre $\frac{105}{7}$, & la $\frac{1}{6}$ du second nombre $\frac{18}{7}$, & 7) soubstraict $\frac{71}{7}$ (somme de $\frac{15}{7}$ pour la $\frac{1}{7}$ du troisiesme nombre & 8) reste aussi $\frac{101}{7}$. Item de $\frac{161}{7}$ (somme du premier nombre $\frac{90}{7}$, & la $\frac{1}{7}$ du troisiesme nombre $\frac{15}{7}$ & 8) soubstraict $\frac{60}{7}$ (somme de $\frac{18}{7}$, pour la $\frac{1}{6}$ du premier & 6) reste aussi $\frac{101}{7}$. Les trois restes doncques sont egales selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIX.

CESTE 19 question est semblable à la precedente 18, discordant seulement en cela, que l'on demande ici que la somme des trois nombres requis soit 80, Dont la solution de Diophante n'est pas bonne. Xylandre l'a voulu amender, mais, comme en celle de Diophante, il y a de l'erreur en sa solution. Nous experimenterions l'operation par postposees quantitez, ne fust qu'a cause de briefueté nous les passons outre.

QVESTION XX.

TRouuons trois nombres quarrez à leurs racines commensurables, & tels que la difference du maieur au moien soit triple à la difference du moien au moindre.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre quarré requis	$1\,②$ | $\frac{25}{4}$
Et le costé du moien soit $1\,①$ plus quelque nombre comme 1, son quarré pour le moien quarré sera	$1\,②+2\,①+1$ | $\frac{49}{4}$
La difference du moindre quarré au moien, est $2\,①+1$, son triple $6\,①+2$, qui aiousté au	

moien

Digitized by Google

moien quarré (à fin que le maieur quarré excede au moien le triple de la difference du moien au moindre) faict pour le maieur quarré 1 ② + 8 ① + 4 | 121/4

Egal à quelque quarré fingé, duquel le coſté ſoit 1 ① & plus quelque nombre Arithmetique. Mais tel que les 1 ① & nombre Arithmetique de tel quarré, n'excedent pas (chaſcun à ſon eſpece) les 8 ① + 4, mais que l'vn excede & que l'autre ſoit excedé, dont la raiſon appert en la reduction; ſoit tel coſté 1 ① + 3, ſon quarré 1 ② + 6 ① + 9 | 121/4

Leſquels reduicts 2 ① ſeront egales à 5 & par le 67 probleme 1 ① vaudra 5/2.

Ie di que 25/4. 49/4. 121/4. ſont les trois nombres requis.

Demonſtration. Que les nombres 25/4 49/4 121/4 ſont quarrez à leurs racines commenſurables eſt manifeſte. Item la difference 18 du maieur quarré au moien, eſt triple à la difference 6 du moien au moindre. ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXI.

TRouuons deux nombres tels, que le premier auec le quarré du ſecond. Item le ſecond, auec le quarré du premier, ſoient quarrez à leurs racines commenſurables.

Constrvction.

Soit le premier nombre requis 1 ① | 3
Ergo le quarré du premier nombre 1 ② | 1 3/9
Le ſecond nõbre ſoit tel, qu'aiouſté au quarré du premier nombre, donné pour ſomme vn quarré ſelon la queſtion, lequel ſe trouue | 1 6 9,

Digitized by Google

en ceſte ſorte : on prendra le quarré de 1 ① plus quelque nombre Arithmetique ſoit 1, deſquels le quarré eſt 1 ② + 2 ① + 1, des meſmes on prendra pour ſecond nombre requis (car à 2 ① + 1, aioutté le quarré du premier nombre 1 ②, faict 1 ② + 2 ① + 1 qui aura valeur conforme à la queſtion, veu que ſa racine eſt 1 ① + 1) les 2 ① + 1 | $\frac{19}{13}$

Son quarré pour quarré du ſecond nombre
4 ② + 4 ① + 1 | $\frac{361}{169}$

Somme du premier nombre, & du quarré du ſecond nombre, eſt 4 ② + 5 ① + 1 | $\frac{490}{169}$

Egale à quelque quarré ſelon la queſtion, lequel ſe fingera tel, qu'il en puiſſent ſortir des termes egaux conuenables, qui ſera duquel le coſté 2 ①, & encore quelque nombre Arithmetique tel que les ① & nombre Arithmetique n'excedent pas (chaſcun à ſon eſpece) les 5 ① + 1, mais que l'vn excede, & que l'autre ſoit excedé comme — 2 (dont la raiſon appert en la reduction) le quarré ſera 4 ② — 8 ① + 4 | $\frac{400}{169}$

Leſquels reduicts 13 ① ſeront egales à 3, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{13}$.

Ie di que $\frac{3}{13}$ & $\frac{19}{13}$ ſont les deux nombres requis. ***Demonſtration.*** Le premier nombre $\frac{3}{13}$, auec le quarré du ſecond $\frac{361}{169}$, faict quarré $\frac{490}{169}$, ſa racine $\frac{20}{13}$. Item le ſecond nombre $\frac{9}{13}$, auec le quarré du premier $\frac{9}{169}$, faict quarré $\frac{256}{169}$, ſa racine $\frac{16}{13}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVE-

Digitized by Google

QVESTION XXII.

Trouuons deux nombres Arithmetiques tels, que le moindre soubstraict du quarré du maieur, & le maieur du quarré du moindre les restes soient quarrez à leurs racines commensurables.

Construction.

Soit le moindre nombre 1 ①, & plus quelque nombre Arithmetique comme 1 ① + 1 — $\frac{8}{5}$

Ergo le quarré du moindre nombre 1 ② + 2 ① + 1 — $\frac{64}{25}$

Le maieur nombre soit tel que le mesme soubstraict du quarré du moindre, il y en reste vn quarré selon la question, lequel nombre sera tousiours les ① & nombre Arithmetique, du quarré du premier nõbre (car les mesmes soubstraicts dudict quarré, restera encore 1 ②, de laquella la valeur sera quarré selon la question) qui soit 2 ① + 1 — $\frac{11}{5}$

Son quarré pour quarré du second nombre 4 ② + 4 ① + 1 — $\frac{121}{25}$

Puis soubstraict le moindre nombre du quarré du second nombre, reste 4 ② + 3 ① — $\frac{81}{25}$

Egal a quelque quarré selon la question lequel on fingera tel, qu'il y en puissent sortir termes egaux conuenables, qui sera prenant, quelques ① desquels le quarré soit plus que 4 ② (dont la raison appert en la reduction) soient 3 ① son quarré 9 ② — $\frac{81}{25}$

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à 3, & par le probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{5}$. 67

Digitized by Google

Ie di que $\frac{8}{5}$ & $\frac{11}{5}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le moindre nombre $\frac{8}{5}$, ſoubſtraict du quarré du maieur nombre $\frac{121}{25}$, reſte quarré $\frac{81}{25}$, ſa racine $\frac{9}{5}$. Item le maieur nombre $\frac{11}{5}$, ſoubſtraict du quarré du moindre nombre $\frac{64}{25}$, reſte $\frac{9}{25}$, ſa racine $\frac{3}{5}$. Ce ſont doncques quarrez à leur racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXIII.

TRouuons deux nombres Arithmetiques tels, que le quarré de chaſcun, aiouſté à la ſomme des deux nombres, la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre 1 ①	$\frac{1}{+}$
Ergo le quarré du moindre nombre 1 ②	$\frac{1}{16}$
Or pour trouuer le maieur nõbre, on prendra la potence quarrée de quelque ① plus quelque nombre Arithmetique, ſoit de 1 ① + 1, ſon quarré 1 ② + 2 ① + 1 du meſme ſoubraict 1 ② + 1 ①, pour le moindre nombre & ſon quarré (car ainſi la ſomme du quarré du premier nombre, & des deux nombres 1 ② + 2 ① + 1 vaudra nombre quarré ſelon la queſtion, veu que ſon coſté eſt 1 ① + 1) reſte pour le maieur nombre 1 ① + 1	$\frac{1}{+}$
Son quarré pour quarré du maieur nombre 1 ② + 2 ① + 1	$\frac{25}{16}$
Somme du quarré du maieur nombre & des deux nombres requis eſt 1 ② + 4 ① + 2	$\frac{+9}{16}$
Egal à quelque quarré, que lon fingera tel qu'il y en ſortent termes egaux cõuenables comme ſouuentesfois a eſté dict ci deſſus ſoit duquel le coſté 1 ① — 2, ergo le quar. 1 ② — 4 ① + 4	$\frac{49}{16}$

Leſquels

Lesquels reduicts,8 ① seront egales a 2,& par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{4}$.

Ie di que $\frac{1}{4}$ & $\frac{3}{4}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Du moindre nombre $\frac{1}{4}$, le quarré est $\frac{1}{16}$, qui aiousté a $\frac{1}{4}$ & $\frac{3}{4}$, faict quarré $\frac{25}{16}$, sa racine $\frac{5}{4}$. Item du maieur nombre $\frac{3}{4}$, le quarré est $\frac{25}{16}$, qui aiousté a $\frac{1}{4}$ & $\frac{3}{4}$, faict quarré $\frac{49}{16}$, sa racine $\frac{7}{4}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIIII.

TRouuons deux nombres Arithmetiques tels, que du quarré de chascun, soubstraict la somme des deux nombres, les restes soient quarrez à leurs racines commensurables.

Construction.

Soit le moindre nombre requis 1 ①	$\frac{1}{2}$
Ergo le quarré du moindre nombre 1 ②	$\frac{25}{4}$
Or pour trouuer le maieur nombre, on prendra le quarré de quelque ①, plus quelque nombre Arithmetique soit de 1 ① + 1, son quarré est 1 ② + 2 ① + 1, du mesme soubstraict 1 ② + 1 ①, pour le moindre nombre & son quarré (car ainsi aduiendra, que du quarré du maieur nombre, qui sera 1 ② + 2 ① + 1, soubstraict les deux nombres requis, qui font ensemble 2 ① + 1, restera 1 ②, de laquelle la valeur sera quarré conforme à la question) reste pour maieur nombre requis 1 ① + 1	$\frac{7}{2}$
Son quarré pour quarré du maieur nombre 1 ② + 2 ① + 1	$\frac{49}{4}$

Digitized by Google

Puis du quarré du moindre nombre, ſoubſtraict la ſomme des deux nombres requis 2①+1, reſte 1②—2①—1 | 1/4

Egal à quelque quarré, que lon fingera tel, qu'il y en ſortent termes egaux conuenables, ſoit duquel le coſté 1①—3, ergo le quarré 1②—6①+9 | 1/4

Leſquels reduicts 4① ſeront egales a 10, & par le 67 probleme, 1① vaudra 5/2.

Ie di que 5/2 & 7/2 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Du quarré du moindre nombre requis 25/4, ſoubſtraict la ſomme des deux nombres 5/2 & 7/2 qui eſt 24/4, reſte quarré 1/4, ſa racine 1/2. Item du quarré du maieur nombre 49/4, ſoubſtraict ladicte ſomme 24/4, reſte 25/4, ſa racine 5/2; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXV.

TRouuons deux nombres Arithmetiques tels, que le quarré de leur ſomme, aiouſté à chaſcun nombre: Les ſommes ſoient quarrez à leurs racines commenſurables.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des quarrez 1② | 1/121

Et le moindre nombre requis ſoit tel, qu'aiouſté à la ſomme des quarrez, la ſomme ſoit quarré ſelon le requis, ſoit 3② | 3/121

Et le maieur nombre ſoit auſſi tel, qu'aiouſté à la ſomme des quarrez (qui eſt le premier en l'ordre) la ſomme ſoit quarré ſelon le requis, ſoit 8② | 8/121

La ſom-

Digitized by Google

La somme des deux nombres requis est 11 ②
son quarré 121 ④
Egal au premier en l'ordre 1 ②

$\frac{1}{1\,1\,1}$
$\frac{1}{121}$

Lesquels reduicts 121 ② seront egales à 1 & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{11}$.

Ie di que $\frac{3}{121}$ & $\frac{8}{121}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme des deux nombres $\frac{3}{121}$ & $\frac{8}{121}$, est $\frac{11}{121}$, son quarré $\frac{121}{14641}$, au mesme aiousté le moindre nombre $\frac{3}{121}$, faict quarré $\frac{1452}{14641}$, sa racine $\frac{22}{121}$. Item audict quarré $\frac{121}{14641}$, aiousté le maieur nombre $\frac{8}{121}$, faict quarré $\frac{1089}{14641}$, sa racine $\frac{33}{121}$, ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXVI.

Trouuons deux nombres Arithmetiques tels, que du quarré de leur somme, soubstraict chascun nombre, les restes soient quarrez à leurs racines commensurables.

Constrvction.

On prendra quelque nombre quarré à sa racine commensurable, soit 16, puis on choisira quelques deux nōbres qui soubstraicts de 16, donnent pour restes semblables quarrez, soient 7 & 12. Ces trois nombres nous seruiront au propost comme sensuit: Posons pour le quarré de la somme des nombres requis 16 ②
Et le moindre nombre requis 7 ②
Et le maieur nombre requis 12 ②
La somme des nombres requis est 19 ②, son

$\frac{256}{361}$
$\frac{361}{361}$
$\frac{361}{361}$

Digitized by Google

quarré 361 ② | 256/361 ② 256/361

Egal au premier en l'ordre 16 ②

Lesquels reduicts 361 ② seront egales à 16, & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\frac{4}{1}$.

Ie di que $\frac{112}{361}$ & $\frac{192}{361}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme des deux nombres requis est $\frac{304}{361}$, son quarré $\frac{256}{361}$, du mesme soubstraict le moindre nombre requis $\frac{112}{361}$, reste quarré, $\frac{144}{361}$, sa racine $\frac{12}{19}$. Item du mesme quarré $\frac{256}{361}$, soubstraict le maieur nombre requis $\frac{192}{361}$ reste quarré $\frac{64}{361}$, sa racine $\frac{8}{19}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXVII.

TRouuons deux nombres Arithmetiques tels, que chascun auec le produict des deux nombres, soit quarré à sa racine commensurable, & que la somme des deux racines soit 6.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ① | 37/27

Et le second nombre sera tel, que le mesme multiplié par le premier, & au produict aiousté le premier, la somme soit quarré selon la question, doncques le second nombre soit 4 ① — 1 | 121/27

Car ainsi sera le produict du premier & second 4 ② — 1 ①, auquel aiousté le premier nombre 1 ①, sera quarré selon la question, à sçauoir pour premier quarré 4 ②, sa racine quarrée 2 ① | 74/27

Puis au produict du premier & second nombre 4 ②

bre 4 ② — 1 ① aioustant le second nombre faict pour second quarré 4 ② + 3 ① — 1 | $\frac{7744}{729}$

Or puis que la racine du premier quarré est 2 ①, la racine du second quarré (car leur somme doibt estre 6 selon la question) sera — 2 ① + 6, desquels le quarré egal au second quarré, est 4 ② — 24 ① + 36 | $\frac{7744}{729}$

Lesquels reduicts, 27 ① seront egales à 37, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{37}{27}$.

Ie di que $\frac{37}{27}$ & $\frac{121}{27}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict des deux nombres $\frac{37}{27}$ & $\frac{121}{27}$ est $\frac{4477}{729}$, au mesme aioustè le premier nombre $\frac{37}{27}$ faict quarré $\frac{5476}{729}$, sa racine $\frac{74}{27}$. Item audict produict $\frac{4477}{729}$, aioustè le second nombre $\frac{121}{27}$, faict quarré $\frac{7744}{729}$, sa racine $\frac{88}{27}$. Item la somme des racines $\frac{74}{27}$ & $\frac{88}{27}$ est 6 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXVIII.

TRouuons deux nombres Arithmetiques tels, que chascun soubstraict de leur produict, les restes soient nombres quarrez à leurs racines commensurables, Et que la somme de leurs racines soit 5.

Construction.

Soit le premier nombre 1 ① | 20

Et le second nombre sera tel, que multiplié par le premier, & du produict soubstraict le premier, le reste soit quarré selon la question, doncques le second nombre soit 4 ① + 1 | $\frac{121}{17}$

Car ainsi sera le produict du premier & second, 4 ② + 1 ①, duquel soubstraict le

Digitized by Google

premier nombre 1 ①, la reſte eſt quarré ſelon la queſtion; à ſçauoir pour premier quarré 4 ②, ſa racine pour racine du premier quarré 2 ① | $\frac{52}{17}$

Puis du produict du premier & ſecond nombre 4 ② + 1 ①, ſoubſtraict le ſecond nombre requis 4 ① + 1, reſte pour ſecond quarré 4 ② — 3 ① — 1 | $\frac{1089}{289}$

Or puis que la racine du premier quarré eſt 2 ①, la racine du ſecond quarré (car leur ſomme doibt eſtre 5 ſelon la queſtion) ſera — 2 ① + 5 deſquels le quarré egal au ſecond quarré, eſt 4 ② — 20 ① + 25 | $\frac{1089}{289}$

Leſquels reduicts 17 ① ſeront egales à 26 & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{26}{17}$.

Ie di que $\frac{26}{17}$ & $\frac{121}{17}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict des deux nombres $\frac{26}{17}$ & $\frac{121}{17}$, eſt $\frac{3146}{289}$, du meſme ſoubſtraict le premier nombre $\frac{26}{17}$, reſte quarré $\frac{2704}{289}$, ſa racine $\frac{52}{17}$. Item dudict produict $\frac{3146}{289}$, ſoubſtraict le ſecond nombre $\frac{121}{17}$, la reſte eſt quarré $\frac{1089}{289}$, ſa racine $\frac{33}{17}$. Item la ſomme des racines $\frac{52}{17}$ & $\frac{33}{17}$ eſt 5 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA.

Xylander ſe dict auoir amendé aux propoſitions ſuiuantes quelques erreurs du texte Grecq, mais il ſemble qu'il y deffaut encore quelque choſe, nous declairerons le texte de Diophante de mot à mot comme ſenſuit.

QVE-

Digitized by Google

QVESTION XXIX.

TRouuons deux nombres quarrez tels, que leur produict aiousté à chascun d'iceux nombres les sommes soient quarrez. Soit l'vn des quarrez que l'on cherche 1 Q, l'autre 1, à sçauoir quarré, leur produict sera 1 Q, le mesme aiousté à chascun doibt faire quarré, la chose doncques est demenée iusques a la, qu'il nous faut trouuer quel quarré auec vnité, face quarré. Posons que le quarré que ie cherche soit le produict des mesmes 1 Q, auquel si on aiouste 1, faict 1 Q + 1, egal à quarré. Ie finge quarré duquel le costé 1 N — 2, le mesme (à sçauoir 1 Q + 4 — 4 N) s'egale à 1 Q + 1, & 1 N vaut $\frac{3}{4}$, & les nombres sont $\frac{9}{16}$ & $\frac{16}{16}$, desquels le produict auec vnité est quarré.

Or à ce produict si l'on aiouste aussi l'autre, il faut qu'il face quarré, lequel produict estãt $\frac{9}{16}$, nous les proposerõs tous en quarrez, qui est leur sedecuple 9 Q + 9; Le mesme doncques est egal à quarré. Ie finge quarré duquel le costé 3 N — 4, le mesme est 9 Q + 16 — 24 N, & 1 N faict $\frac{7}{24}$, & l'vn sera $\frac{324}{576}$, & l'autre $\frac{49}{576}$, & font ce que l'on requeroit.

QVESTION XXX.

TRouuons deux nombres quarrez tels, que de leur produict soubstraict chascun nombre, la reste soit quarré. Or si ie pose autre fois l'vn 1 Q, l'autre 1. Leur produict sera 1 Q, & faut aussi que soubstraict 1, la reste soit quarré, la chose doncques est demenée iusques à la, qu'il faut trouuer quelque quarré, duquel soubstraict vnité, demeure quarré, le mesme est $\frac{25}{16}$. duquel soubstraict vnité, à sçauoir $\frac{16}{16}$, reste quarré $\frac{9}{16}$. Prenons

leur

Digitized by Google

leur sedecuple. Ie pose doncques l'vn 1 Q, l'autre 25, desquels le produict est quarré. Mais de ces 25 Q, soubstreict 25, reste 25 Q — 25. qui s'egale à quelque quarré; Ie finge le quarré du costé 1 N — 4 lequel quarré est 1 Q + 16 — 8 N, & s'egale à 25 Q — 25, & se faict le nombre $\frac{17}{8}$. Doncques l'vn nombre sera $\frac{289}{94}$, & l'autre $\frac{1600}{64}$, ce qui satisfaict au requis.

QVESTION XXXI.

TRouuons deux nombres tels, qu'a leur produict aioustè leur somme, & dudict produict soubstraict leur somme, que somme & reste soient quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Il est premierement à noter comme pour theoreme qu'a la somme des quarrez de deux nombres Arithmetiques quelconques, aioustè le double de leur produict, ou de ladicte somme, soubstraict ledict double de leur produict; que la somme & reste seront quarrez à leurs racines commensurabes. Soient par exemple 2 & 3, la somme de leurs quarrez est 13, à laquelle aioustè le double du produict de 2 & 3, qui est 12, faict 25 le mesme 12 soubstraict de 13, reste 1. Doncques comme dict est, la somme (qui est 25) & reste (qui est 1) sont quarrez à leurs racines commensurables.

Pourtant posons le cas que le produict des nombres requis soit 13 ② ; & que le premier nombre requis soit 1 ①	$\frac{7}{6}$
Ergo le second nombre requis (à fin que leur produict soit 13 ②) sera 13 ①	$\frac{91}{6}$
Leur produict 13 ②	$\frac{637}{36}$

Si on

Digitized by Google

Si on aiouſte aux meſmes (ſelon le theoreme ci deſſus) 12 ② ,ou ſi des meſmes on ſoubſtraict 12 ②, la ſomme & reſte ſeront quarrez ſelon la queſtion, doncques 12 ② $\frac{98}{6}$

Seront egales à la ſomme du premier & ſecond nombre 14 ① $\frac{98}{6}$

Leſquels reduicts 12 ① ſeront egales à 14, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{7}{6}$.

Ie di que $\frac{7}{6}$ & $\frac{91}{6}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{7}{6}$ & $\frac{91}{6}$, eſt $\frac{637}{36}$, au meſme aiouſté la ſomme de $\frac{7}{6}$ & $\frac{91}{6}$, qui eſt $\frac{98}{6}$, faict $\frac{12250}{36}$, duquel la racine $\frac{35}{6}$. Item dudict produict $\frac{637}{36}$, ſoubſtraict leſdictes $\frac{98}{6}$, reſte quarré $\frac{49}{36}$, ſa racine $\frac{7}{6}$: ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXXII.

TRouuons deux nombres Arithmetiques, deſquels la ſomme ſoit quarre à ſa racine commenſurable, & tels qu'a leur produict aiouſté leur ſomme, & du meſme produict ſoubſtraict leur ſomme; Somme & reſte ſoient ſemblables quarrez.

Conſtruction.

Il eſt premierement à noter comme pour theoreme (qui eſt ſemblable au theoreme de la precedente 31 queſtion) que le double du produict de deux nombres, aiouſté aux deus quarrez des nombres, ou ſoubſtraicts des meſmes quarrez, que ſomme & reſte ſeront quarrez à leurs racines commenſurables, Soient par exemple deux nombres 4 & 2, leur produict eſt 8, le double 16, qui aiouſté aux deux quarrez des nombres, qui ſont 16 & 4, la ſomme eſt 36; Ou ſi on ſoubſtraict les meſmes 16

Digitized by Google

mes 16 desdicts quarrez 20, reste 4. Doncquez comme dict est la somme (qui est 36) & la reste (qui est 4) sont quarrez à leurs racines commensurables.

Pourtant posons le cas que la somme des deux nombres requis soit 20 ②, & que le premier nombre requis soit 2 ① $\frac{6}{4}$

Ergo le second nombre (à fin que le produict de leurs quarrez soit 20 ②) sera 10 ① $\frac{30}{4}$

La somme de leurs quarrez 20 ② $\frac{180}{16}$

Si on aiouste aux mesmes, 16 ②, ou si des mesmes on soubstraict 16 ② la somme & reste seront (par le theoreme ci dessus) quarrez selon la question, doncques 16 ② 9

Seront egales à la somme du premier & second nombre, qui est 12 ① 9

Lesquels reduicts 16 ① seront egales à 12, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{4}$.

Ie di que $\frac{6}{4}$ & $\frac{30}{4}$, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme des nombres $\frac{6}{4}$ & $\frac{30}{4}$, est quarré $\frac{36}{4}$, sa racine $\frac{6}{2}$. Item le produict de $\frac{6}{4}$ & $\frac{30}{4}$ est $\frac{180}{4}$, au mesme aiousté ladicte somme $\frac{36}{4}$, la somme est quarré $\frac{324}{16}$, sa racine $\frac{18}{4}$. Item dudict produict $\frac{180}{16}$, soubstraict ladicte somme $\frac{36}{4}$, reste quarré $\frac{36}{16}$, sa racine $\frac{6}{4}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines cõmẽsurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXIII.

TRouuons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré du premier, aiousté au second; Et le quarré du second, aiousté au troisiesme; Et le quarré du troisiesme, aiousté au premier, les sommes soient semblables quarrez.

CON-

Digitized by Google

Construction.

Soit le premier nombre requis 1 ① | $\frac{7}{37}$

Puis il faut noter comme pour theoreme, que tout nombre Arithmetique excedant le double de vn autre en 1, & aiousté au quarré du moindre nombre, faict quarré à sa racine commensurable. Soit par exemple 2, & son double plus 1 est 5, doncques 5 aiousté au quarré de 2 qui est 4, faict 9, quarré à sa racine commensurable. Qui estant ainsi sensuit qu'on pourra mettre pour le second nombre requis, le double du premier plus 1, le second nombre doncques sera 2 ① + 1 | $\frac{7 1}{37}$

Et pour mesme raison le troisiesme nombre sera le double du second plus 1 à sçauoir 4 ① + 3 | $\frac{199}{37}$

Et ainsi au quarré du premier nombre qui est 1 ②, aiousté le second nombre, faict quarré selon la question 1 ② + 2 ① + 1 | $\frac{4096}{3249}$

Item au quarré du second nombre, qui sera 4 ② + 4 ① + 1, aiousté le troisiesme nombre, faict quarré 4 ② + 8 ① + 4 | $\frac{16384}{3249}$

Puis au quarré du troisiesme nombre, qui sera 16 ② + 24 ① + 9, aiousté le premier nombre, faict 16 ② + 25 ① + 9 | $\frac{40000}{3249}$

Egales à quelque quarré selon la question, lequel on fingera tel, qu'il y en peuuent sortir egaux termes conuenables, soit duquel le costé 4 ① — 4, son quarré 16 ② — 32 ① + 16 | $\frac{40000}{3249}$

Lesquels

Digitized by Google

Lesquels reduicts 57 ① seront egales à 7, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{7}{57}$.

Ie di que $\frac{7}{57}$ & $\frac{71}{57}$ & $\frac{199}{57}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le quarré du premier nombre $\frac{7}{57}$ est $\frac{49}{3249}$, au mesme aiousté le second nombre $\frac{71}{57}$, faict quarré $\frac{4096}{3249}$, sa racine $\frac{64}{57}$. Item le quarré du second nombre $\frac{71}{57}$, est $\frac{5041}{3249}$, au mesme aiousté le troisiesme $\frac{199}{57}$, faict quarré $\frac{163\,84}{3249}$, sa racine $\frac{128}{57}$. Item le quarré du troisiesme nombre $\frac{199}{57}$, est $\frac{39601}{3249}$, au mesme aiousté le premier nombre $\frac{7}{57}$, faict quarré $\frac{40000}{3249}$, sa racine $\frac{200}{57}$; ce sont donques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXIIII.

TRouuons trois nombres Arithmetiques tels, que du quarré du premier soubstraict le second, Item du quarré du second, soubstraict le troisiesme; Item du quarré du troisiesme, soubstraict le premier. les trois restes soient quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ① + 1 | $\frac{16}{9}$

Puis il faut noter comme pour theoreme, que tout nombre Arithmetique d'vnité moindre que le double d'vn autre nombre, & du quarré du moindre, soubstraict le maieur nombre, la reste est nombre quarré à sa racine commensurable. Soit par exemple 3, puis 5, qui est d'vnité moindre que le double dudict 3, puis soubstraict 5 du quarré de 3, qui est 9, reste quarré 4, à sa racine commensurable.

Digitized by Google

surable. Qui estant ainsi, s'ensuit qu'on pourra mettre pour le second nombre requis, le double du premier moins 1, le second nombre doncques sera $2①+1$ $\frac{23}{9}$

Et pour mesme raison le troisiesme nombre sera le double du second moins 1, à sçauoir $4①+1$ $\frac{37}{9}$

Et ainsi du quarré du premier nombre, qui est $1②+2①+1$, soubstraict le second nombre, reste quarré $1②$ $\frac{49}{81}$

Item du quarré du second nombre, qui est $4②+4①+1$, soubstraict le troisiesme nombre, reste quarré $4②$ $\frac{196}{81}$

Puis du quarré du troisiesme nombre, qui est $16②+8①+1$, soubstraict le premier nombre, reste $16②+7①$ $\frac{1225}{81}$

Egal à quelque quarré selon la question, lequel se fingera tel, qu'il y en peuuent sortir termes egaux conuenables, soit duquel le costé $5①$, son quarré $25②$ $\frac{1225}{81}$

Lesquels reduicts $9①$ seront egales à 7, & $1①$ par le 67 probleme vaudra $\frac{7}{9}$.

Ie di que $\frac{16}{9}$ $\frac{23}{9}$ $\frac{37}{9}$ sont les trois nombres requis.

Demonstration. Le quarré du premier nombre $\frac{16}{9}$ est $\frac{256}{81}$, du mesme soubstraict le second nombre $\frac{23}{9}$, reste quarré $\frac{49}{81}$, sa racine $\frac{7}{9}$. Item le quarré du second nombre $\frac{23}{9}$, est $\frac{529}{81}$, du mesme soubstraict le troisiesme nombre $\frac{37}{9}$, reste quarré $\frac{196}{81}$, sa racine $\frac{14}{9}$. Item le quarré du troisiesme nombre $\frac{37}{9}$, est $\frac{1369}{81}$, du mesme soubstraict le premier nombre $\frac{16}{9}$, reste quarré $\frac{1225}{81}$, sa racine $\frac{35}{9}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demon.

Digitized by Google

QVESTION XXXV.

TRouuons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de chascun, aiousté à la somme des trois nombres: la somme soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Il faut premierement noter comme pour theoreme, que le quarré de la moitié de la difference du diuiseur & quotient de nombres Arithmetiques, aiousté au nombre à diuiser, donne pour somme vn quarré à sa racine commensurable. Soit par exemple 7 nombre à diuiser, & diuiseur 3, le quotient sera $2\frac{1}{3}$, la difference du quotient & diuiseur est $\frac{2}{3}$, sa moitié $\frac{1}{3}$, son quarré $\frac{1}{9}$, aiousté a 7, faict quarré $\frac{64}{9}$, à sa racine $\frac{8}{3}$ commensurable, selon le theoreme.

Or à fin de preparer par ce theoreme nombres propres seruans à la construction, prennons pour nombre à diuiser 12, & trois diuiseurs quelconques 1. 2. 3. doncques par le theoreme, la moitié de la difference procedant de nombre à diuiser 12. & diuiseur 1, sera $\frac{11}{2}$. Item semblable difference procedant de 12 & 2 sera 2, & de 12 & 3 sera $\frac{1}{2}$. Estant doncques $\frac{11}{2}$ & 12 nombres conformes à la question, à sçauoir tels que le quarré de $\frac{11}{2}$, aiousté à 12, donne pour somme vn quarré selon la question, & ainsi des autres deux nombres, s'ensuit que $\frac{11}{2}$ & 2 & $\frac{1}{2}$ & 12, sont nombres seruant à nostre propos en ceste sorte:

Soit le premier nombre requis	$\frac{11}{2}$ (1)	$\frac{11}{3}$
Et le second nombre	2 (1)	$\frac{8}{3}$
Et le troisiesme	$\frac{1}{2}$ (1)	$\frac{3}{3}$
Sommes des trois nombres	8 (1)	$\frac{36}{3}$
Egale à	12 (2)	$\frac{36}{3}$

Lesquels

Digitized by Google

Lesquels reduicts 3 ① seront egales à 2,& par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{2}{3}$.

Le di que $\frac{11}{3}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{1}{3}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres est $\frac{16}{3}$ à la mesme aiousté $\frac{121}{9}$ (quarré du premier nombre $\frac{11}{3}$) faict quarre $\frac{169}{9}$, sa racine $\frac{13}{3}$. Item à ladicte somme $\frac{16}{3}$, aiousté $\frac{16}{9}$ (quarré du second nombre $\frac{4}{3}$) faict quarré $\frac{64}{9}$. Item à ladicte somme $\frac{16}{3}$, aiousté $\frac{1}{9}$ (quarré du troisiesme nombre $\frac{1}{3}$) faict quarré $\frac{49}{9}$, sa racine $\frac{7}{3}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il faut demonstrer.

QVESTION XXXVI.

Trouuons trois nombres Arithmetiques tels, que du quarré de chascun soubstraict la somme des trois nombres, la reste soit quarré à sa racine commesurable.

Construction.

Premieremẽt il faut noter cõme pour theoreme, que le nombre à diuiser, soubstraict du quarré de la moitie de la sommẽ du diuiseur, & le quotient de nombres Arithmetiques, donne pour reste vn quarré à sa racine commensurable. Soit par exemple 7 nombre à diuiser & diuiseur 3, le quotient sera $2\frac{1}{3}$, somme du quotient $2\frac{1}{3}$ & diuiseur 3, est $5\frac{1}{3}$, sa moitie $\frac{8}{3}$, son quarré $\frac{64}{9}$, du mesme soubstraict 7, reste quarré $\frac{1}{9}$, à sa racine $\frac{1}{3}$ commensurable selon le theoreme.

Or à fin de preparer par ce theoreme nõbres propres seruans à la construction, prennons pour nombre à diuiser 12,& trois diuiseurs quelconques 1.2.3. Doncques par le theoreme, la moitie de la somme procedant de nombre à diuiser 12, & diuiseur 1, sera $\frac{13}{2}$. Item

Digitized by Google

ſemblable ſomme procedante de 12,& 2 ſera 4. Item ſemblable ſomme procedante de 12 & 3 ſera $\frac{7}{2}$. Eſtant doncques $\frac{13}{2}$ & 12, nombres conforme à la queſtion, à ſçauoir que le quarré de $\frac{13}{2}$, ſoubſtraict de 12, donne pour reſte vn quarré ſelon la queſtion, & ainſi des autres deux nombres, ſenſuit que $\frac{13}{2}$ & 4 & $\frac{7}{2}$ & 12, ſont nombres ſeruant à noſtre propos en ceſte ſorte:

Soit le premier nombre requis	$\frac{13}{2}$ ①	$\frac{91}{12}$
Le ſecond nombre	4 ①	$\frac{56}{12}$
Et le troiſieſme nombre	$\frac{7}{2}$ ①	$\frac{49}{12}$
Somme des trois nombres	14 ①	$\frac{49}{12}$
Egale à	12 ②	$\frac{49}{3}$

Leſquels reduicts 12 ① ſeront egales a 14, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{7}{6}$.

Ie di que $\frac{91}{12}$ $\frac{56}{12}$ $\frac{49}{12}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le quarré du premier nombre $\frac{91}{12}$, eſt $\frac{8281}{144}$, du meſme ſoubſtraict la ſomme des trois nombres $\frac{91}{12}$ $\frac{56}{12}$ $\frac{49}{12}$, qui eſt $\frac{196}{12}$, reſte quarré $\frac{5929}{144}$, ſa racine $\frac{77}{12}$, Item le quarré de $\frac{56}{12}$ eſt $\frac{3136}{144}$, du meſme ſoubſtraict ladicte ſomme $\frac{196}{12}$, reſte quarré $\frac{784}{144}$, ſa racine $\frac{28}{12}$. Item le quarré de $\frac{49}{12}$, eſt $\frac{2401}{144}$, du meſme ſoubſtraict ladicte ſomme $\frac{196}{12}$, reſte quarré $\frac{49}{144}$, ſa racine $\frac{7}{12}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

TROI-

Digitized by Google

TROISIESME LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoise & expliqué par SIMON STEVIN *de Bruges.*

QVESTION I.

TRouuons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de chascun, soubstraict de la somme des trois nombres, la reste soit semblable quarré.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①

Et le second nombre de ① autant qu'on veut, soient 2 ①

Le quarré du premier nombre est 2 ②

Le quarré du second nombre est 4 ②

Sõmme des quarrez, laquelle on posera aussi pour somme des nombres requis (car ainsi sera satisfaict aux deux premiers nombres requis) est 5 ②

Puis diuisant 5 ②, en deux quarrez selon la question, à sçauoir 1 ② & 4 ②, il faut diuiser les mesmes 5 ② autrefois en deux quarrez, par la 10 question du 2 liure, soit en $\frac{121}{25}$ ② & $\frac{4}{25}$ ②.

Puis posons le troisiesme nombre estre racine de $\frac{4}{25}$ ② qui est $\frac{2}{5}$ ①

$\frac{85}{125}$

$\frac{170}{125}$

$\frac{72225}{15625}$

$\frac{28900}{15625}$

$\frac{361225}{15625}$

$\frac{34}{125}$

Digitized by Google

Son quarré (qui soubstraict de la somme des nombres 5 ② 5 en l'ordre, reste 121 ①, qui est quarré selon la question) sera $\frac{4}{25}$ ② | $\frac{1156}{15625}$

Doncques la somme des trois nombres (qui sont le premier second & sixiesme en l'ordre) qui est $3\frac{2}{5}$ ① | $\frac{289}{125}$

Est egale à la somme des nombres cinquiesme en l'ordre, qui est 5 ② | $\frac{289}{125}$

Lesquels reduicts 5 ① seront egales a $3\frac{2}{5}$, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{17}{25}$.

Ie dis que $\frac{85}{125}$ $\frac{170}{125}$ $\frac{34}{125}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le quarré du premier nombre $\frac{85}{125}$, est $\frac{7225}{15625}$, le mesme soubstraict de $\frac{289}{125}$ (qui est la somme des trois nombres requis $\frac{85}{125}$ $\frac{170}{125}$ $\frac{34}{125}$) reste quarré $\frac{28900}{15625}$, sa racine $\frac{170}{125}$. Item le quarré du second nombre $\frac{170}{125}$, est $\frac{28900}{15625}$, le mesme soubstraict de ladicte somme $\frac{289}{125}$, reste quarré $\frac{7225}{15625}$, sa racine $\frac{85}{125}$. Item le quarré du troisiesme nombre $\frac{34}{125}$, est $\frac{1156}{15625}$, le mesme soubstraict de ladicte somme $\frac{289}{125}$, reste quarré $\frac{34969}{15625}$, sa racine $\frac{187}{125}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION II.

TRouuons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de leur somme, aioustè à chascun nombre, les sommes soient semblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des nombres requis 1 ① | $\frac{1}{26}$

Son quarré pour quarré de la somme des trois nombres requis, sera 1 ② | $\frac{1}{676}$

Puis

Digitized by Google

Puis on posera les nombres requis tels, que chascun aiousté au quarré de leur somme, les sommes soient quarrez selon la question, soit le premier nombre requis 3 ② | $6\frac{3}{7\frac{8}{6}}$

Et le second nombre soit 8 ② | $\frac{8}{676}$

Et le troisiesme nombre (car aioustant à chascun nombre le quarré de leur somme 1 ②, ce seront 4 ②, & 9 ②, & 16 ②, quarrez conformes à la question) soit 15 ② | $\frac{15}{676}$

Somme des trois nombres requis (qui sont le troisiesme quatriesme & cincquiesme en l'ordre) est 26 ② | $\frac{1}{26}$

Egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre 1 ① | $\frac{1}{26}$

Lesquels reduicts 26 ① seront egales à 1, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{26}$.

Ie di que $\frac{3}{676}$ $\frac{8}{676}$ $\frac{15}{676}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres requis est $\frac{1}{16}$, son quarré $\frac{1}{676}$, au mesme aiousté le premier nombre $\frac{3}{676}$, faict quarré $\frac{4}{676}$, sa racine $\frac{2}{26}$. Item audict quarré $\frac{4}{676}$, aiousté le second nombre $\frac{8}{676}$, faict quarré $\frac{9}{676}$, sa racine $\frac{3}{26}$. Item audict quarré $\frac{9}{676}$, aiousté le troisiesme nombre $\frac{15}{676}$, faict quarré $\frac{16}{676}$, sa racine $\frac{4}{26}$; Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon la question; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION III.

Trouuons trois nombres Arithmetiques tels, que du quarré de leur somme soubstraict chascun nombre, les trois restes soient semblables quarrez.

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

Soit la somme de trois nombres requis 4 ① | $\frac{8}{17}$

Son quarré pour quarré des trois nombres requis 16 ② | $\frac{64}{289}$

Puis on posera les nombres requis tels, que chascun soubstraict du quarré de leur somme second en l'ordre, les restes soient quarrez selon la question, soit le premier nombre 7 ② | $\frac{28}{289}$

Et le second nombre 12 ② | $\frac{48}{289}$

Et le troisiesme nombre (car chascun nombre soubstraict du quarré de leur somme 16 ②, les restes seront 9 ②, & 4 ②, & 1 ② quarrez conformes à la question) soit 15 ② | $\frac{60}{289}$

Somme des trois nombres requis (qui sont le troisiesme & quatriesme & cincquiesme en l'ordre) est 34 ② | $\frac{8}{17}$

Egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre 4 ① | $\frac{8}{17}$

Lesquels reduicts 17 ① seront egales a 2, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{2}{17}$.

Ie di que $\frac{28}{289}$, $\frac{48}{289}$, $\frac{60}{289}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres requis est $\frac{8}{17}$, son quarré $\frac{64}{289}$, du mesme soubstraict le premier nombre $\frac{28}{289}$, reste quarré $\frac{36}{289}$, sa racine $\frac{6}{17}$. Item dudict quarré $\frac{64}{289}$, soubstraict le second nombre $\frac{48}{289}$, reste quarré $\frac{16}{289}$, sa racine $\frac{4}{17}$. Item dudict quarré $\frac{64}{289}$, soubstraict le troisiesme nombre $\frac{60}{289}$, reste quarré $\frac{4}{289}$, sa racine $\frac{2}{17}$; ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

Digitized by Google

QVESTION IIII.

Trouuons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de leur ſomme, ſoubſtraict de chaſcun nombre, les trois reſtes ſoient ſemblables quarrez.

Construction.

Soit la ſomme des trois nombres requis 1 ①	$\frac{1}{17}$
Son quarré pour quarré de la ſomme des trois nombres 1 ②	$\frac{1}{289}$
Puis on poſera les nombres requis tels, que de chaſcun ſoubſtraict le quarré de la ſomme des nombres, qui eſt 1 ② ſecond en l'ordre, les reſtes ſoient quarrez ſelon la queſtion; Soit le premier nombre 2 ②	$\frac{2}{289}$
Et le ſecond nombre 5 ②	$\frac{5}{289}$
Et le troiſieſme nombre requis (car de chaſcun nombre ſoubſtraict le quarré de la ſomme qui eſt 1 ②, les reſtes ſeront 1 ②, & 4 ②, & 9 ②, qui ſont quarrez conformes à la queſtion) ſoit 10 ②	$\frac{10}{289}$
Somme des trois nombres requis (qui ſont le troiſieſme quatrieſme & cincquieſme en l'ordre) eſt 17 ②	$\frac{17}{17}$
Egale à la ſomme des trois nombres premier en l'ordre, qui eſt 1 ①	$\frac{1}{17}$

Leſquels reduicts 17 ① ſeront egales à 1, & par le 67 probleme 1 ①, vaudra $\frac{1}{17}$.

Ie di que $\frac{2}{289}$ $\frac{5}{289}$ $\frac{10}{289}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres $\frac{2}{289}$ $\frac{5}{289}$ $\frac{10}{289}$ eſt $\frac{1}{17}$, & ſon quarré eſt $\frac{1}{289}$, qui ſoubſtraict du premier nombre $\frac{2}{289}$, reſte quarré $\frac{1}{289}$, ſa racine $\frac{1}{17}$. Item du ſecond nombre $\frac{5}{289}$, ſoubſtraict ledict quarré $\frac{1}{289}$, reſte quarré $\frac{4}{289}$, ſa racine $\frac{2}{17}$. Item du

Digitized by Google

troisiesme nombre $\frac{10}{289}$, soubstraict ledict quarré $\frac{1}{289}$ reste quarré $\frac{9}{289}$, sa racine $\frac{3}{17}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION V.

TRouuons trois nombres desquels la somme soit quarré à sa racine commensurable, & tels que chasques deux nombres excedent au troisiesme en semblable quarré.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des nombres requis, le quarré de 1 ① + 1 qui est — 1 ② + 2 ① + 1 — 81

Posons maintenant que le premier & second nombre, excedent au troisiesme en quelque quarré selon la question, soit en — 1 — 1

Or estant cognue la somme des trois nombres, & l'exces du premier & second au troisiesme doncques par le theoreme ci dessoubs, le troisiesme nombre requis sera — $\frac{1}{2}$ ② + 1 ① — 40

Posons maintenant que le second & troisiesme nombre excedent au premier autre fois en quelque quarré selon la question, soit en — 1 ② — 64

Or estant cognue la somme des trois nombres, & l'exces du secõd & troisiesme au premier, doncques par le theoreme ci dessoubz le premier nombre requis sera — 1 ① + $\frac{1}{2}$ — $\frac{17}{2}$

Puis la somme du troisiesme & premier nombre requis, qui est $\frac{1}{2}$ ② + 2 ① + $\frac{1}{2}$, soubstraict de la somme des trois nombres, qui est le premier en l'ordre, reste pour le second nombre requis — $\frac{1}{2}$ ② + $\frac{1}{2}$ — $\frac{65}{2}$

Reste

Reste maintenant que le premier & troisiesme, excedent au socond en quarré selon la question, mais la somme du premier & troisiesme nombre, qui est $\frac{1}{2}$ ② + 2 ① + $\frac{1}{2}$, excede au second nombre qui est $\frac{1}{2}$ ② + $\frac{1}{2}$, en 2 ① | 16

Les mesmes doncques sont egales à quelque quarré selon la question, soit à 16 | 16

Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 8.

Ie di que $\frac{17}{2}$ $\frac{65}{2}$ $\frac{80}{2}$ sont les trois nombres requis.

Demonstration. La somme des trois nombres $\frac{17}{2}$ $\frac{65}{2}$ $\frac{80}{2}$ est quarré 81, sa racine 9. Item la somme du premier & second nombre $\frac{82}{2}$, excede au troisiesme nombre $\frac{82}{2}$ en quarré $\frac{2}{2}$. sa racine 1. Item la somme du second & troisiesme nombre qui est $\frac{145}{2}$, excede au premier nombre $\frac{17}{2}$, en quarré $\frac{128}{2}$, sa racine 8. Item la somme du troisiesme & premier nombre qui est $\frac{97}{2}$, excede le second $\frac{65}{2}$, en quarré, $\frac{32}{2}$, sa racine 4; Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

DE XYLANDRE.

Soubstraict l'exces de deux nombres au troisiesme, de la somme des trois nombres: la moitie du reste sera le troisiesme nombre.

Explication du donné. Soient donnez quelques trois nombres 2. 3. 4. *Explication du requis.* Il faut par iceux nombres demonstrer ce qui est proposé au theoreme. *Demonstration.* Si on soubstraict 1 (qui est l'exces du premier

Digitized by Google

premier & second au troisiesme) de 9 (qui est la somme des trois nombres) reste 8 la moitie est 4, le troisiesme nombre propolé.

Or s'ensuit par ce theoreme, qu'estant la somme des trois nombres 1 ② + 2 ① + 1, & l'exces du premier & second au troisiesme, qui est 1, que le troisiesme nombre sera $\frac{1}{2}$ ② + 1 ①, comme dict est en la construction de la precedente question. Car de 1 ② + 2 ① + 1 (qui est la somme des trois nombres) soubstraict 1 (qui est l'exces du premier & second au troisiesme) reste 1 ② + 2 ①, ergo sa moitie pour le troisiesme nombre sera $\frac{1}{2}$ ② + 1 ①. *Conclusion.* Soubstraict doncques l'exces des deux nombres au troisiesme, de la somme des trois nombres: La moitie du reste, sera le troisiesme nombre; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VI.

CESTE VI. question est la mesme que la precedente v. mais elle se fera ici par autre construction telle:

CONSTRVCTION.

On trouuera premierement trois nombres quarrez à leurs racines commensurables, & desquels la somme soit semblable quarré. Soient 4. 9. 36. desquels la somme quarré 49. Or estant cogneuz ces trois nombres & leur somme, la reste se peut faire par la precedente 5 question, ou bien par le precedent theoreme disant: si la somme des trois nombres est 49, & le premier & second excedassent le troisiesme en 4. Ergo le troisiesme sera 22 $\frac{1}{2}$. Item, si le second & troisiesme excedassent le premier en 9; Ergo le premier sera 20. Item si le troisiesme & premier excedassent le second en 36; Ergo le second

Digitized by Google

second sera $6\frac{1}{2}$; Dont la demonstration sera semblable à la demonstraion de la precedente 5 question.

QVESTION VII.

Trouuons trois nombres, desquels la somme soit quarré à sa racine commensurable, & que la somme de chasque deux, soit semblable quarré.

Construction.

Soit la somme des trois nombres, le quarré de 1 (1) + 1 qui est 1 (2) + 2 (1) + 1	441
Et soit la somme du premier & second — 1 (2)	400
Ergo le troisiesme nombre sera 2 (1) + 1	41
Soit la somme du second & troisiesme, le quarré de 1 (1) — 1, qui est 1 (2) — 2 (1) + 1	361
Laquelle somme soubstraicte de la somme des trois nombres premier en l'ordre, reste pour le premier nombre requis 4 (2)	80
Or la somme du premier & second nombre second en l'ordre, est 1 (2), de la mesme soubstraict le premier nombre 4 (1), reste pour le second nombre requis 1 (2) — 4 (1)	320
Reste maintenant que le troisiesme & premier nombre, qui font ensemble 6 (1) + 1	121
Soient egal à quelque quarré, lequel on fingera tel, qu'il y en sorte conuenable egaleté, soit le quarré de 11, à sçauoir 121	

Lesquels reduicts 6 (1) seront egales à 120, & par le 67 probleme, 1 (1) vaudra 20

Ie di, que 80. 320. 41. sont les trois nombres requis.

Demonstration. La somme de 80. 320. 41 est quarré 441, sa racine 21. Item, la somme du premier & second,

cond, est quarré 400, sa racine 20. Item la somme du second & troisiesme est quarré 361, sa racine 19. Item la somme du troisiesme & premier est quarré 121, sa racine 11. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VIII.

CESTE 8 question est la mesme que la precedente 7e & differe quasi seulement en cela, que la ou Diophante en la 7e a posé 121, il pose en la 8e question 36 d'ou la solution pour les trois nombres requis sera, $\frac{840}{30}$. $\frac{385}{50}$. $\frac{456}{30}$.

QVESTION IX.

TRouuons trois nombres d'egal exces, desquels chasques deux soient quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

On trouuera premierement trois nombres quarrez d'egal exces; Et, desquels la moitié de leur somme soit maieur qu'aucun des mesmes nombres (car l'experience demonstre que ce seroit autrement trauaillé en l'impossible, ne fust que l'on vouluist soluer par —) Soit le premier le quarré de 1 ① qui est 1 ②

Et le second soit le quarré de 1 ① + 1 qui est 1 ② + 2 ① + 1

Leur exces est 2 ① + 1, qui aiousté au second nombre, faict pour le troisiesme 1 ② + 4 ① + 2

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte conuenable egaleté, soit le quarré de 1 ① — 8, qui est 1 ② — 16 ① + 64

Lesquels reduicts 20 ① seront egales à 62, & par le

67 pro-

Digitized by Google

67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{21}{10}$. Et les trois nombres requis seront tels, $\frac{961}{100}$ $\frac{1681}{100}$ $\frac{2401}{100}$. Et delaissant les denominateurs nous pouuons dire que ce sont 961. 1681. 2401. car ce sont trois quarrez d'egal exces, & desquels la moitie de leur somme est maieure qu'aucun desdicts nombres selon qu'il estoit proposé.

Or estant trouuez ces trois nombres il faut maintenant par les mesmes venir au requis; c'est que l'on trouuera trois nombres tels, que la somme du premier & second soit 961, & que la somme du second & troisiesme 2401. Et la somme du troisiesme & premier 1681. Et est chose claire qu'alors on aura le requis. Or pour y auenir.

Soit la somme des trois nombres requis 1 ①	$2521\frac{1}{2}$
De la mesme soubstraict la somme du premier & second nombre, qui soit 961, reste pour le troisiesme 1 ① — 961	$1560\frac{1}{2}$
Et de ladicte somme des trois nombres requis, autrefois soubstraict la somme du second & troisiesme, qui soit 2401, reste pour le premier 1 ① — 2401	$120\frac{1}{2}$
Et de ladicte somme des trois nombres autrefois soubstraict la somme du troisiesme & premier nombre, qui soit 1681, reste pour le second nombre 1 ① — 1681	$840\frac{1}{2}$
La somme des trois nombres requis, qui sont second troisiesme & quatriesme en l'ordre est 3 ① — 5243	$2521\frac{1}{2}$
Egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre — 1 ①	$2521\frac{1}{2}$

Lesquels reduicts 2 ① seront egales a 5043, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $2521\frac{1}{2}$.

Ie di

Ie di que $120\frac{1}{2}$. $840\frac{1}{2}$. $1560\frac{1}{2}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* L'exces du second au premier, Item du troisiesme au second, est 720, ils sont doncques d'egal exces. Item la somme du premier & second est quarré 961, sa racine 31; Item la somme du second & troisiesme est quarté 2401, sa racine 49; Item la somme du troisiesme & premier est quarré 1681, sa racine 41. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION X.

TRouuons trois nombres tels, que chasques deux aiouſtez à 3, facent quarré à ſa racine commenſurable, & que la ſomme des trois nombres auec ledict 3, ſoit ſemblable quarré.

CONSTRVCTION.

Prenons premierement quelque quarré, comme le quarré de 1 ① + 2, qui est 1 ② + 4 ① + 4; du mesme soubstraict 3, la reste pour le premier & second nombre requis (car si on y aiouste 3, il sera quarré selon la question) est 1 ② + 4 ① + 1 | 121

Et de mesme sorte prenons le quarré de 1 ① + 3, qui est 1 ② + 6 ① + 9, du mesme soubstraict 3, la reste pour le second & troisiesme nombre requis (car si on y aiouste 3 il sera quarré selõ la question) est 1 ② + 6 ① + 6 | 253

Et de mesme sorte prenons le quarré de 1 ① + 4, qui est 1 ② + 8 ① + 16, du mesme soubstraict 3, la reste pour la somme des trois nombres requis (car si on y aiouste 3 il

sera

ſera quarré ſelon la queſt.) eſt 1 ② + 8 ① + 13	286
De la meſme ſomme, ſoubſtraict la ſomme du premier & ſecond, premier en l'ordre, reſte pour le 3e nombre requis 4 ① + 12	64
Puis de ladicte ſomme troiſieſme en l'ordre, autrefois ſoubſtraict la ſomme du ſecond & troiſieſme, ſecond en l'ordre, reſte pour le premier nombre requis 2 ① + 7	33
Lequel premier nombre ſoubſtraict de la ſomme du premier & ſecond nombre, premier en l'ordre, reſte pour le ſecond nombre requis 1 ② + 2 ① — 6	189
Somme du troiſieſme & premier nombre, qui ſont le quatrieſme & cincquieſme en l'ordre, eſt 6 ① + 19, auquels aiouſté 3, faict 6 ① + 22	100
Qui doibt eſtre quarré ſelon la queſtion, il ſera doncques egal à quelque quarré que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte conuenable egaleté, ſoit 10c	

Leſquels reduicts 6 ① ſeront egales à 78 & par le 67 probleme 1 ① vaudra 13.

Ie di que 33. 189. 64. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Aux deux nombres 33. & 189. aiouſté 3, la ſomme eſt quarré 225, ſa racine 15. Item aux deux nombres 189, 64. aiouſté 3, faict quarré 256, ſa racine 16. Item aux deux nombres 64. 33, aiouſté 3, faict quarré 100, ſa racine 10. Item aux trois nombres 33. 189. 64. aiouſté 3. faict quarré 289, ſa racine 17. Ce ſont doncques quarrez ſelon la queſtion; ce qu'il falloit demonſtrer.

Digitized by Google

QVESTION XI.

TRouuons trois nombres tels, que de la somme de chasque deux soubstraict 3, la reste soit quarré à sa racine commensurable, & que la somme desdicts trois nombres soubstraict dudict 3, la reste soit semblable quarré.

CONSTRVCTION.

Prenons premierement quelque quarré, comme le quarré de 1 ①, qui est 1 ②, au mesme aiousté 3, la somme pour le premier & second nombre (car si l'on en soubstraict 3 la reste sera quarré selon la question) est 1 ② + 3 | 105

Et de mesme sorte prenons le quarré de 1 ① + 1, qui est 1 ② + 2 ① + 1, au mesme aiousté 3, la somme pour le second & troisiesme nombre (car si on en soubstraict 3, la reste sera quarré selon la question) est 1 ② + 2 ① + 4 | 124

Et de mesme sorte prenons le quarré de 1 ① + 2, qui est 1 ② + 4 ① + 4, au mesme aiousté 3. faict pour la somme des trois nõbres requis (car si on en soubstraict 3 la reste sera quarré selon la question) est 1 ② + 4 ① + 7 | 147

De la mesme somme soubstraict la somme du premier & second nombre premier en l'ordre, reste pour troisiesme nombre requis 4 ① + 4 | 44

Puis de ladicte somme troisiesme en l'ordre, autrefois soubstraict la somme du second & troisiesme nombre second en l'ordre, reste pour le premier nombre 2 ① + 3 | 23

Lequel

Digitized by Google

Lequel premier nombre soubstraict de la somme du premier & second nombre premier en l'ordre, reste pour le 2e nombre 1 ② — 2 ①	80
Somme du troisiesme & premier nombre quatriesme & cinequiesme en l'ordre, est 6 ① + 7	
des mesmes soubstraict 3, reste 6 ① + 4	64
Qui doibt estre quarré selon la question, il est doncques egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte conuenable egalité, soit 64	

Lesquels reduicts 6 ① seront egales à 60 & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 10.

Ie di, que 23. 80. 44 sont les trois nombres requis. *Demonstration.* De la somme des deux nombres 23.80. qui est 103, soubstraict 3 reste quarré 100, sa racine 10. Item de la somme des deux nombres 80.44, qui est 124, soubstraict 3, reste quarré 121, sa racine 11. Item de la somme des deux nombres 44. 23, qui est 67, soubstraict 3, reste quarré 64, sa racine 8. Item de la somme des trois nombres 23.80.44, qui est 147, soubstraict 3, reste quarré 144, sa racine 12. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Nota Quant aux operations de ceste 12e ensemble de la 13e question suiuante, i'en suis de la mesme opinion qu'est Xylandre; à sçauoir qu'elles ne sont pas algebraiques, c'est à dire selon les legitimes reigles d'algebre, parquoi nous descriprons les mesmes motz de Diophante en ceste sorte,

QVESTION XII.

L'on requiert trois nombres tels, qu'au produict de chasques deux aiousté quelque nombre donné, la

Digitized by Google

ſomme ſoit quarré. Soit le nombre donné 12, ſi on ſoubſtraict le meſme de quelque quarré, facilement appert que la reſte eſt le produict du premier & ſecond; parce qu'au meſme aiouſté 12, la ſomme ſera quarré. Ie ſoubſtrairai 12, de quelque quarré, ſoit de 25, reſte 13, qui eſt le produict du premier & ſecond, ſoit le premier 1 3 N, le ſecond 1 N, à fin que leur produict ſoit 13 Q. Puis ie ſoubſtrairai 12 de quelque autre quarré, à fin que i'aie le produict du ſecond & troiſieſme. Ie les ſoubſtrairai de 16, reſte 4. Ergo le produict du ſecond & troiſieſme eſt 4, mais eſtant le ſecond 1 N, le troiſieſme ſera 4 N, leur produict 4 Q. Reſte maintenant que le produict du troiſieſme & premier plus 12, ſoit quarré, le produict eſt 52 Q. Doncques 52, Q + 12, vallent vn quarré. Or ſeroit l'equation facile ſi 13, qui eſt au lieu du premier des produicts 13 Q, fuſt quarré: Lequel n'eſtant pas ainſi, la choſe eſt demenée iuſques à la, qu'il faut trouuer deux nombres, deſquels le produict ſoit quarré, & d'auantaige chaſcun aiouſté à 12, face quarré. Mais ſi au lieu de ces nombres ie trouue des quarrez, les meſmes donneront produict quarré.

Eſtant doncques trouuez des quarrez tels, qu'a chaſcun aiouſté 12, les ſommes ſoient quarrez, l'equation ſera acheuée. Or 4 & $\frac{1}{4}$, ſont quarrez tels, qu'a chaſcun aiouſté 12, les ſommes ſont quarrez. Leſquels eſtant ainſi trouuez, ie me refere à ce que ie fiz au premier: ie mects le premier nombre 4 N, le ſecond 1 N, le troiſieſme $\frac{1}{4}$ N; Reſte maintenant que au produict du premier & troiſieſme aiouſté 12, la ſomme ſoit quarré. Le produict du troiſieſme & premier eſt 1 Q Ergo 1 Q + 12 ſ'egale à quelque quarré, lequel ie finge

duquel

Digitized by Google

duquel le costé 1 N + 3, qui sera 1 Q + 6 N + 9, & 1 N, fa. ct 3. Et est satisfaict au requis.

QVESTION XIII.

L'ON *requiert trois nombres tels, que du produict de chasques deux soubstraict quelque nombre donné, la reste soit quarré.* Soit le nombre donné 10. Or estant le produict du premier & second celui duquel soubstraict 10 donne reste quarré, i'aioustera 10 à quelque quarré à fin de le trouuer. Soit le quarré 4; Ergo le produict du premier & second 14. Soit le premier 14, le second sera 1. Constituons autrefois en nombres ceux desquels le produict sera 14 quarrez, soit le premier 14 N, le second 1 N. Puis i'aioustе à vn autre quarré 10, pour auoir le produict du second & troisiesme, soit celui quarré 9. Ergo le produict du second & troisiesme est 19 Q. Reste maintenant que le produict du premier & troisiesme plus 10, soit quarré. Ergo 2 66 — 10 sont egales à quarré. Or pour les raisons que i'ai demonstré en la precedente proposition, la chose est demenée iusques à la, qu'il faut trouuer deux quarrez desquels de chascun soubstraict 10, la reste soit quarré qui sera facile, si cherchez le quarré duquel soubstraict 10, reste quarré. Certes si à quelque nombre on aioustе 1, & qu'on multiplie la moitie de la somme en soi, & que de tel quarré on soubstraict le nombre premier posé, la reste sera aussi quarré. I'aioustе 1 a 10, la moitie est $5\frac{1}{2}$, si de son quarré $30\frac{1}{4}$, ie soubstraicts 10, reste quarré $20\frac{1}{4}$ duquel la racine $4\frac{1}{2}$. Ie pose maintenant le premier estre $30\frac{1}{4}$, le dernier 1, & sera necessaire que de 1 Q, soubstraict 10, la reste soit quarré. Ergo 1 Q — 10 s'egale à quarré. Ie finge

Digitized by Google

son costé 1 ① — 2, son quarré sera 1 ② + 4 — 4 N, & 1 N faict 3 $\frac{1}{2}$. Ergo le troisiesme que ie posois 1 Q, sera 12 $\frac{1}{4}$. le premier 30 $\frac{1}{4}$, desquels soubstraict de chascun 10, reste quarré. Ie viens maintenant à ce que ie cherchois au premier & ie pose les nombres tels: le premier 30 $\frac{1}{4}$, le deuxiesme 1 N, le troisiesme 12 $\frac{1}{4}$ N; Reste maintenant que le produict du troisiesme & premier 370 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{16}$ moins 10, soit egal à quarré, & à fin que les quarrez soient entiers, multiplions les par 16, & ainsi 5929 Q — 160 s'egalleront au quarré du costé 77 N — 2, qui est 5929 Q + 4 — 308 N. Et 1 N sera $\frac{1}{17}$. Et ie posois le premier 30 $\frac{1}{4}$, celui sera 1244, le deuxiesme 1, celui sera 77, le troisiesme 12 $\frac{1}{4}$, le mesme sera 502 $\frac{1}{4}$. Et est satisfaict au requis.

QVESTION XIIII.

TRouuons trois nombres, desquels le produict de chasques deux auec le troisiesme, soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le produict du premier & second nombre auec le troisiesme, le quarré de 1 ① + 3 qui est 1 ② + 6 ① + 9	16
Du mesme prenons pour le troisiesme nombre le 9	9
Ergo le produict du premier & second sera 1 ② + 6 ①	7
Et soit le premier 1 ①	1
Ergo (à fin que le produict du premier & second nombre soit 1 ② + 6 ①) le second nombre sera 1 ① + 6	7

Et le

Et le produict du second & troisiesme (qui sont le second & cincquiesme en l'ordre) est 9 ① + 54, au mesme aiousté le premier nombre 1 ① faict 10 ① + 54	64
Et le produict du troisiesme & premier (qui sont le second & quatriesme en l'ordre) est 9 ① au mesme aiousté le second nombre 1 ① + 6 faict 10 ① + 6	16
Or chascun des deux precedens nombres (à sçauoir le sixiesme & septiesme en l'ordre) est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouuer vn quarré de double egaleté. Soit par position de 12 & 4 (pour les deux nombres desquels le produict 48, est egal à la difference de 10 ① + 54, à 10 ① + 6) desquels le quarré de double egaleté egal au maieur proposé 10 ① + 54, est (par la note deuant la 12 question du second liure) 64	64

Lesquels reduicts 10 ① seront egales à 10, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 1.

Ie di que 1. 7. 9. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 1 & 7 est 7, au mesme aiousté 9, faict quarré 16, sa racine 4. Item le produict de 7 & 9, est 63, au mesme aiousté 1, faict quarré 64, sa racine 8. Item le produict de 9 & 1 est 9, au mesme aiousté 7, faict quarré 16, sa racine 4. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Digitized by Google

QVESTION XV.

TRouuons trois nombres tels, que du produict de chasque deux, soubstraict le troisiesme, la reste soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	$\frac{1}{4}$
Et le second nombre	1 ① + 4	$\frac{21}{4}$
Leur produict est	1 ② + 4 ①	$\frac{105}{16}$
Du mesme soubstraict le troisiesme nombre, la reste doibt estre quarré selon la question. Posons doncques que le troisiesme (à fin que soubstraict 4 ① de 1 ② + 4 ① reste quarré 1 ②) soit	4 ①	$\frac{20}{4}$
Le produict du second & troisiesme nombre est 4 ② + 16 ① du mesme soubstraict le premier 1 ①, reste	4 ② + 15 ①	$\frac{400}{16}$
Le produict du troisiesme & premier est 4 ②, duquel soubstraict le second nombre 1 ① + 4, reste	4 ② — 1 ① — 4	1
Or chascun des deux precedens nombres à sçauoir le cinquiesme & sixiesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut donc trouuer vn quarré de double egaleté; Soit par positiõ de 4 ① + 1, & 4 (pour les deux nombres desquels le produict 16 ① + 4, est egal à la differẽce de 4 ② + 15 ① à 4 ② — 1 ① — 4) desquels le quarré de double egaleté egal au maieur proposé, à sçauoir à 4 ② + 15 ① est (par la note deuant la 12 question du second liure)	4 ② + 10 ① + $\frac{25}{4}$	$\frac{400}{16}$

Lesquels

Digitized by Google

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à $\frac{25}{4}$, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{5}{4}$.

Ie di que $\frac{1}{4}$ $\frac{21}{4}$ $\frac{20}{4}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Du produict de $\frac{1}{4}$ & $\frac{21}{4}$, qui est $\frac{105}{16}$, soubstraict $\frac{20}{4}$, reste quarré $\frac{25}{16}$, sa racine $\frac{5}{4}$. Item du produict de $\frac{21}{4}$ & $\frac{20}{4}$, qui est $\frac{420}{16}$, soubstraict $\frac{5}{4}$, reste quarré $\frac{400}{16}$, sa racine $\frac{20}{4}$. Item du produict de $\frac{20}{4}$ & $\frac{5}{4}$, qui est $\frac{25}{4}$, soubstraict $\frac{21}{4}$, reste quarré $\frac{4}{4}$, sa racine 1. Ce sont doncqnes quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVI.

Trouuons trois nombres tels, que le produict de chasques deux auec le quarré du troisiesme, soit quarré à sa racine commensurable.

Constrvction.

Soit le premier nombre requis 1 ①	$\frac{4}{9}$
Et le second nombre soit 4 ① + 4	$\frac{3}{7}\frac{2}{3}\frac{8}{3}$
Le troisiesme, à fin que le produict du second & troisiesme, plus le quarré du premier (qui font quarré 1 ② + 4 ① + 4 sa racine 1 ① + 2) Item le produict du premier & secõd, plus le quarré du troisiesme (qui font quarré 4 ② + 4 ① + 1 duquel la racine 2 ① + 1) soient quarrez selon la question, sera 1	1
Le produict du premier & troisiesme, est 1 ①, au mesme aiousté le quarré du second, qui est 16 ② + 32 ① + 16	
faict 16 ② + 33 ① + 16	$\frac{108241}{5329}$
Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel	

Digitized by Google

qu'il y en sorte conuenable egaleté, soit duquel le coste 4 ① — 5, son quarré 16 ② — 40 ① + 25 | 1082 41 / 5329

Lesquels reduicts 73 ① seront egales à 9, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{9}{73}$.

Ie di, que $\frac{9}{73}$. $\frac{328}{73}$. 1 sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{9}{73}$, & $\frac{328}{73}$, est $\frac{2952}{5329}$, au mesme aiousté le quarré de 1, faict quarré $\frac{8281}{5329}$, sa racine $\frac{91}{73}$. Item le produict de $\frac{328}{73}$ & 1, est $\frac{328}{73}$, au mesme aiousté le quarré de $\frac{9}{73}$, qui est $\frac{81}{5329}$, faict quarré $\frac{24025}{5329}$, sa racine $\frac{155}{73}$. Item le produict de 1 & $\frac{9}{73}$ est $\frac{9}{73}$, au mesme aiousté le quarré de $\frac{328}{73}$, qui est $\frac{107584}{5329}$, faict quarré $\frac{108241}{5329}$, sa racine $\frac{329}{73}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVII.

Trouuons trois nombres tels, que le produict de chasques deux, auec la somme des mesmes deux nombres, soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Puis que le produict de deux quarrez comme 4 & 9, desquels les racines sont d'vnité differens, aiousté a leur somme, faict quarré à sa racine commensurable par le suiuant theoreme; Posons le premier nombre 4 | 4

Et le second nombre (à fin que leur produict auec leur somme soit quarré selon la question) soit 9 | 9

Soit le troisiesme 1 ① | 28

Le produict du second & troisiesme 9 ① auec leur

leur ſomme, ſera 10 ① + 9 | 289

Et le produict du troiſieſme & premier 4 ①, auec leur ſomme ſera 5 ① + 4 | 144

Or chaſcun des deux precedens nombres (à ſçauoir le quatrieſme & cincquieſme en l'ordre) eſt egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouuer vn quarré de double egaleté. Soit par poſition de 1 ① + 1 & 5 (pour les deux nombres deſquels le produict 5 ① + 5, eſt egal à la difference du quatrieſme & cincquieſme en l'ordre) deſquels le quarré de double egaleté, agal au maieur propoſé 10 ① + 9, eſt (par la note deuant la 12 queſtion du ſecond liure) $\frac{1}{4}$ ② + 3 ① + 9 | 289

Leſquels reduicts $\frac{1}{4}$ ① ſera egale à 7, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 28.

Ie di, que 4. 9. 28. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de 4 & 9 eſt 36, auquel aiouſté la ſomme de 4 & 9 qui eſt 13. faict quarré 49, ſa racine 7. Item le produict de 9 & 28 eſt 252, auquel aiouſté la ſomme de 9 & 28 qui eſt 37, faict quarré 289, ſa racine 17. Item le produict de 28 & 4 eſt 112, auquel aiouſté la ſomme de 28 & 4, qui eſt 32, faict quarré 144, ſa racine 12. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME.

SI deux nombres Arithmetiques fuſſent d'vnité differens, le produict de leurs quarrez auec

Digitized by Google

rez auec la somme de leurs quarrez, sera quarré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soient deux nombres desquels la difference vnité, comme 2 & 3. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le requis du theoreme. *Demonstration.* Les quarrez de 2 & 3 sont 4 & 9, leur produict 36, & la somme de 4 & 9 est 13, qui aiousté à 36, faict 49, sa racine 7 à son quarré commensurable selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques deux nombres Arithmet. &c; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVIII.

CESTE XVIII. question est la mesme que la precedente XVII. Et differe seulement en la construction qui sera ici telle:

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre 1 ①
Et le second nombre 3
Leur produict 3 ① aiousté à leur somme, faict 4 ① + 3
Egal à quelque quarré à sa racine commensurable, soit 25

Lesquels reduicts, 4 ① seront egales à 22, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{11}{2}$. Nous auons doncques trouuez deux nombres le premier $\frac{11}{2}$, le second 3, satisfaisans à la premiere partie du requis, à sçauoir que leur produict auec leur somme, monte quarré 25 à sa racine commensurable, doncques la precedente operation aura seulement seruie, pour l'inuention desdicts deux nombres, parquoi ce qui s'ensuit est operation particuliere, comme si nous commencions du premier.

Soit

Digitized by Google

Soit le premier nombre requis $\frac{1}{2}$ ①

Et le second 3

Et le troisiesme 1①

Produict du second & troisiesme nombre, qui est 3①, aiousté à leur somme faict $4① + 3$

Produict du troisiesme & premier nombre qui est $\frac{1}{2}$①, aiousté à leur somme, faict $\frac{13}{2}① + \frac{11}{2}$

Or chascun des deux precedens nombres, à sçauoir quatriesme & cinquiesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, d'ou s'ensuiueroit d'acheuer l'operation par quelque quarré de double egaleté; mais tel quarré seruant au propos ne se peut ici trouuer, car on verra par experience que l'vn des egaux termes auroit deux quantitez, desquels ne succederoit pas le requis. La raison de ceste accident est, que les proposez n'ont point entre eux telle raison, comme de quarré à sa racine commensurable, à quarré à sa racine commensurable. La raison de quarré à quarré dont nous parlons, s'entend quand le nombre explicant leur raison, est semblable quarré; Comme la raison de 36 à 9, est quadruple, & 4 (qui est le nombre explicant icelle raison) est aussi tel quarré. Et tous deux nombres desquels le quotient est tel quarré, comme de 27 & 3, le quotient est 9, s'appellent nombres en telle raison, comme de quarré à sa racine commensurable, à quarré à sa racine commensurable. Doncques tout ce que nous auons faict iusques ici, est comme pour rien, car il appert qu'il fault que les deux nombres, ausquels on trouue le quarré de double egaleté, aient raison de quarré à quarré comme dessus dict est.

Et Diophante a faict la precedente operation, seulement pour demonstrer la cause, pourquoi il faut

trouuer

Digitized by Google

mo equalem ſtatuit; Cum fieri nullo modo poſſit vt in ſe multiplicatus aliquis numerus, &c. Mais la ſolution procede bien, & ce qui a faict abuſer Xylandre eſt, qu'il n'a pas faict diſtinction entre l'operation de la 1 ①, reſpondante au premier nombre requis, & l'operation de la 1 ① reſpondante au troiſieſme nombre requis; Car la premiere poſition de 1 ① reſpondante au premier nombre, eſtoit pour l'inuention des $\frac{3}{10}$ & $\frac{42}{10}$ leſquels trouuez (comme auſſi il eſt diſtinctement annoté ci deſſus) nous ne prenons plus d'egard en l'operation ſuiuante à icelle 1 ①, mais en ſon lieu ſeulement ſur $\frac{3}{10}$. De ſorte que combien que la 1 ① reſpondante au premier nombre & la 1 ① reſpondante au troiſieſme nombre, ſont en vne meſme queſtion, toutesfois y applicant conuenable diſtinction, ne ſont pas d'vne meſme valeur. Le meſme a auſſi abuſé ou Diophante ou (ce que ie croirois pluſtoſt) quelqu'vn qui de ſon authorité l'aura mis à la fin de ladicte queſtion, à ſçauoir que le premier nombre ſeroit egal au troiſieſme, ce qui faict vne fauſſe ſolution.

THEOREME.

SI vn nombre fuſt le quadruple plus 3 d'vn autre, puis aiouſté à chaſcun nombre 1: Les ſommes auront entre elles telle raiſon comme de quarré à ſa racine commenſurable, à quarré à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soit 2, & ſon quadruple plus 3 qui eſt 11. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demõſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Aiouſtons 1 au 2 donné, faict 3. Item 1 a 11, faict 12,

Or 12

Digitized by Google

Or 1 2 & 3 ſont en raiſon quadruple, qui eſt comme de quarré à quarré ſelon le theoreme. *Concluſion.* Si doncques vn nombre, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIX.

Trouuons trois nombres tels, que du produict de chaſques deux ſoubſtraict la ſomme des meſmes deux nombres, la reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Eſtant ceſt exemple ſemblable au precedent, & tel en ſoubſtraction comme le precedent en addition, enſuit que voulant imiter la ſeconde conſtruction du precedent, nous ne pourrons pas prendre pour le premier nombre 1 ①, ny pour le ſecond quelque nombre, que voulons, comme 3 ou 4, mais il nous faudra prendre ceux deſquels procedent nombres aians entre eux ladicte raiſon de quarré à quarré.

Soit le premier nombre $1①+1$	$\frac{13}{8}$
Et le ſecond nombre, (à fin que nous aions nombres en ladicte raiſon de quarré a quarré) ſera par le ſuiuant theoreme ſon quadruple moins 3, qui eſt $4①+1$	$\frac{28}{8^{a}}$
Leur produict eſt $4②+5①+1$, duquel ſoubſtraict leur ſomme $5①+2$ reſte $4②-1$	$\frac{9}{16}$
Egale à quelque quarré à ſa racine commenſurable, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte conuenable egaleté, ſoit duquel la racine $2①-2$, ſon quarré eſt $4②-8①+4$	$\frac{9}{16}$

Leſquels reduicts, $8①$ ſeront egales à 5, & par le 67 probleme, $1①$ vaudra $\frac{5}{8}$, & le premier nombre ſera $\frac{13}{8}$ & le ſecond $\frac{28}{8}$. Nous auons doncques trouué le

Digitized by Google

premier & second nombre, satisfaisans à la premiere partie du requis; à sçauoir que de leur produict soubstraict leur somme, reste quarré $\frac{36}{64}$ sa racine $\frac{6}{8}$. Doncques la precedente operation aura seulement serui, pour l'inuention desdicts deux nombres, parquoi ce qui sensuit sera operation particuliere; comme si nous commençames du premier.

Soit le premier nombre	$\frac{13}{8}$	$\frac{13}{8}$
Et le second nombre	$\frac{28}{8}$	$\frac{28}{8}$
Et le troisiesme nombre	$1 ①$	3
Le produict du second & troisiesme est $\frac{28}{8}$ ①, du mesme soubstraict leur somme qui est $1 ① + \frac{28}{8}$, reste $\frac{20}{8} ① - \frac{28}{8}$, egal a quelque quarré, soit 4, leur produict, qui necessairement est semblable quarré, sera	$10 ① - 14$	16
Le produict du troisiesme nombre & premier, est $\frac{13}{8}$ ①, du mesme soubstraict leur somme $1 ② - \frac{13}{8}$, reste $\frac{4}{8} ① - \frac{13}{8}$, egal à quelque quarré, soit 16, leur produict qui necessairement est semblable quarré, sera	$10 ① - 26$	4
Or chascun des deux precedens nombres, à sçauoir le quatriesme & cinquiesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouuer vn quarré de double egaleté; Soit par position de 2 & 6 (pour les deux nombres desquels le produict est egal à la difference de $10 ① - 14$, & $10 ① - 26$) desquels le quarré de double egaleté, egal au maieur proposé $10 ① - 14$, est (par la note deuant la 12 question du 2 liure)	16	

Lesquels

Digitized by Google

Lesquels reduicts, 10 ① seront egales à 30, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 3.

Ie di, que $\frac{13}{8}$. $\frac{28}{8}$ & 3 sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{13}{8}$ & $\frac{28}{8}$, est $\frac{364}{64}$, du mesme soubstraict la somme de $\frac{13}{8}$ & $\frac{28}{8}$, qui est $\frac{41}{8}$, reste quarré $\frac{36}{64}$, sa racine $\frac{6}{8}$; Item le produict de $\frac{28}{8}$ & 3, est $\frac{84}{8}$, du mesme soubstraict la somme de $\frac{28}{8}$ & 3, qui est $\frac{52}{8}$, reste quarré 4, sa racine 2. Item le produict de 3 & $\frac{13}{8}$, est $\frac{39}{8}$, du mesme soubstraict la somme de 3 & $\frac{13}{8}$, qui est $\frac{37}{8}$, reste quarré $\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{1}{2}$; Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce quil falloit demonstrer.

THEOREME.

Si vn nombre fust le quadruple moins 3 d'vn autre, puis soubstraict de chascun nombre 1, les restes auront entre elles telle raison, comme de quarré à sa racine commensurable, à quarré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit 6, & son quadruple moins 3 qui est 21. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Soubstrahons 1 de 6 reste 5; Item 1 de 21 reste 20 & 20 & 5 sont en raison quadruple, qui est comme de quarré à quarré selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques vn nombre fust le quadruple, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Digitized by Google

QVESTION XX.

TRouuons deux nombres tels, qu'a leur produict aiousté chascun des nombres, ou tous deux les nombres, la somme soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①

Et le second nombre son quadruple moins 1 (car ainsi auient par le suiuant theoreme, que le moindre nombre aiousté au produict des deux nombres, la somme sera quarré selon la queſt.) qui est 4① — 1

Leur produict est 4② — 1 ①, au mesme aiousté le second nombre 4 ① — 1, faict 4② + 3① — 1

Et audict leur produict 4② — 1 ①, aiousté la somme des deux nombres qui est 5 ① — 1, faict 4② + 4① — 1

Or chascun des deux precedens nombres, à sçauoir le troisiesme & quatriesme en l'ordre, est egal a quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouuer vn quarré de double egaleté. Soit par position de 4 ① & $\frac{1}{4}$ (pour les deux nombres desquels le produict 1 ① est egal à la difference du troisiesme & quatriesme en l'ordre) desquels le quarré de double egaleté, egal au maieur proposé à sçauoir a 4② + 4① — 1, est (par la note deuant la 12 queſtion du second liure) 4② + $\frac{1}{2}$① + $\frac{1}{64}$

	$\frac{65}{224}$
	$\frac{36}{224}$
1	$\frac{10404}{50176}$
	$\frac{24964}{50176}$
	$\frac{24964}{50176}$

Lesquels

Lesquels reduicts 3 $\frac{1}{2}$ ① seront egales a $\frac{65}{64}$, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{65}{224}$.

Ie di, que $\frac{65}{224}$ $\frac{36}{224}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{65}{224}$ & $\frac{36}{224}$, est $\frac{2340}{50176}$, au mesme aiousté le premier nombre $\frac{65}{224}$, faict quarré $\frac{169000}{50176}$, sa racine $\frac{130}{224}$. Item audict produict $\frac{2340}{50176}$, aiousté le second nombre $\frac{36}{224}$, la somme est quarré $\frac{104404}{50176}$, sa racine $\frac{102}{224}$. Item audict produict $\frac{2340}{50176}$, aiousté la somme des nombres $\frac{65}{224}$ & $\frac{36}{224}$, qui est $\frac{101}{224}$, la somme est quarré $\frac{24964}{50176}$, sa racine $\frac{158}{224}$. Ce sont doncques quarres à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

Si le nombre explicant la raison de deux nombres, fust quarré à sa racine commensurable moins 1: Le produict d'iceux deux nombres, auec le moindre nombre, sera semblable quarré.

Explication du donné. Soit 3, & son quadruple moins 1 (qui est raison selon le theoreme) est 11. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produict de 3 & 11 est 33, auquel aiousté le moindre nombre 3, faict quarré 36 à sa racine 6 commensurable. *Conclusion.* Si doncques le nombre explicant la raison, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXI.

Trouuons deux nombres tels, que de leur produict soubstraict chascun des nombres, ou tous deux les nombres, la reste soit quarré à sa racine commensurable.

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre 1 ① + 1 | $\frac{9}{4}$

Et le second nombre son quadruple moins 4 (car ainsi auient par le suiuant theoreme, que le maieur nombre soubstraict du produict des deux nombres, la reste sera quarré à sa racine commensurable) qui est 4 ① | 5

Leur produict 4 ② + 4 ①, du mesme soubstraict le premier nombre 1 ① + 1, reste 4 ② + 3 ① — 1 | $\frac{36}{4}$

Et dudict leur produict 4 ② + 4 ①, soubstraict la somme des deux nombres, qui est 5 ① + 1 reste 4 ② — 1 ① — 1 | $\frac{16}{4}$

Or chascun des deux precedens nombres, à sçauoir le troisiesme & quatriesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commẽsurable, il faut doncques trouuer vn quarré de double egaleté; Soit par position de 4 ① & 1 (pour les deux nombres desquels le produict 4 ①, est egal à la difference du troisiesme & quatriesme en l'ordre) desquels le quarré de double egaleté, egal au maieur proposé à sçauoir a 4 ② + 3 ① — ① est (par la note deuant la 12 question du second liure) 4 ② + 2 ① + $\frac{1}{4}$ | $\frac{36}{4}$

Lesquels reduicts 1 ① sera egal ou vaudra $\frac{5}{4}$.

Ie di, que $\frac{9}{4}$ & 5 sont les deux nombres requis. *Dmonstration*. Le produict de $\frac{9}{4}$ & 5, est $\frac{45}{4}$, du mesme soubstraict $\frac{9}{4}$, reste quarré $\frac{36}{4}$ sa racine $\frac{6}{2}$. Item dudict produict $\frac{45}{4}$ soubstraict 5, reste quarré $\frac{25}{4}$, sa racine $\frac{5}{2}$. Item dudict produict $\frac{45}{4}$, soubstraict la somme de $\frac{9}{4}$ & 5, qui est $\frac{29}{4}$ reste quarré $\frac{16}{4}$, sa racine $\frac{4}{2}$. Ce sont donc-

Digitized by Google

doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

SI le nombre explicant la raison de deux nombres, fust quarré à sa racine commensurable, moins le mesme nombre: Le produict des deux nombres moins le maieur des deux, sera semblable quarré.

Explication du donné. Soit 6, & son quadruple moins 4, (qui est raison selon le theoreme) est 20. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produict de 5 & 20 est 120, duquel soubstraict le maieur nombre 20, reste quarré 100 à sa racine 10 commensurable. *Conclusion.* Si doncques le nombre explicant la raison, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXII.

TRouuons quatre nombres tels, que chascun ou aiousté, ou soubstraict du quarré de la somme des quatre nombres, la somme ou reste soit quarré à sa racine commensurable.

Construction.

Veu (par le suiuant theoreme) qu'au quarré de l'hypothenuse d'vn triangle rectangle duquel les trois costez sont nombres Arithmetiques, aiousté le quadruple du nombre du triangle, ou ledict quadruple soubstraict dudict quarré, la somme ou reste est quarré à sa

Digitized by Google

racine commensurable; Sensuit qu'il nous faut trouuer quatre tels triangles. Mais encore ainsi que leurs hypothenuses soient egales, car nous aurõs alors nombres seruans à nostre propos. Prenons doncques quelques deux tels triangles, lesquels se trouuent par la note à la 8e question du second liure. Soient 5. 4. 3. & 13. 12. 5. Mais ces deux triangles ont diuerses hypothenuses, il faut donc par les mesmes trouuer deux triangles d'vne cõmune hypothenuse, qui se peut faire ainsi: On multipliera les hypothenuses 5 & 13, l'vn par l'autre, faict 65: Puis on trouuera trois nombres desquels le premier 65, & entre eux en telle raison comme 5. 4. 3. qui seront pour le premier triangle 65. 52. 39. Puis on trouuera encore trois nombres desquels le premier 65, & entre eux en telle raison comme 13. 12. 5. qui seront pour le second triangle 65. 60. 25. Nous auons doncques deux triangles desquels les hypothenuses sont egales. Or pour trouuer les autres deux triangles à ladicte hypothenuse 65, on diuisera (par la 10 question du second liure) le quarré de 65, deux fois en deux autres quarrez, que ne sont les quarrez de 52 & 39, ou 60 & 25 (ce qui par ladicte 10 question sera possible; vrai est que l'on y demonstre seulement vne fois la partition d'vn nombre composé de deux quarrez, en deux autres quarrez, mais veu que le quarré de 65 est nombre en deux manieres cõposé de deux quarrez, à sçauoir des deux quarrez de 52 & 39, & des deux quarres de 60 & 25; Sensuit que on pourra partir par ladicte 10 question, ledict quarré de 65 deux fois en deux diuers autres quarrez & à mon auis Diophante a eu egard à ceste raison, sans qu'l en aye alieurs escript particulier theoreme comme estime Xylandre) Soit aux quarrez

de 56

Digitized by Google

de 56 & 33, & aux quarrez de 63 & 16, de ſorte que le troiſieſme triangle ſera 65. 56. 33. Et le quatrieſme 65. 63. 16. leſquels nous annotons pour plus grande euidence en ceſte ſorte :

Premier triangle	65.	52.	39.
Second triangle	65.	60.	25.
Troiſieſme triangle	65.	56.	33.
Quatrieſme triangle	65.	63.	16.

Or eſtant trouuez les nombres de ces quatre triãgles, les meſmes nous ſeruiront à l'operation en ceſte ſorte:

Soit la ſomme des quatre nombres requis 65 ①

Son quarré 4225 ②

4225
12768
17850625
163033824

Soit maintenant le premier nombre requis le quadruple de la ſuperfice du premier triãgle, qui eſt le double du rectangle de 52 ① en 39 ① (car, par le ſuiuant theoreme, le meſme ou aiouſté, ou ſoubſtraict des 4225 ②, la ſomme ou reſte ſera quarré ſelon la queſtion) faict 4056 ②

17136600
163033824

Et par meſme raiſon, le double du produict de 60 ① par 25 ①, ſera pour le ſecond nombre 3000 ②

12675000
163033824

Et par meſme raiſon le double du produict de 56 ① par 33 ①, ſera pour le troiſieſme nombre 3696 ②

15615600
163033824

Et par la meſme raiſon le double du produict de 63 ① par 16 ① ſera pour le quatrieſme nombre 2016 ②

8517600
163033824

Somme du troiſieſme quatrieſme

Digitized by Google

cinequieſme & ſixieſme en l'ordre, pour la ſomme des quatre nombres requis, eſt 12768 ② $\frac{4225}{12768}$

Egale à la ſomme des quatre nombres requis premier en l'ordre, qui eſt 65 ① $\frac{4225}{12768}$

Leſquels reduicts 12768 ① ſeront egales à 65, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{65}{12768}$.

Ie di, que $\frac{17136600}{1630338824}$. $\frac{12675000}{1630338824}$. $\frac{1561560}{1630338824}$. $\frac{851760}{1630338824}$, ſont les quatre nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de ces quatre nombres trouuez eſt $\frac{53944800}{1630338824}$, qui vaut auſſi (car il eſt ſon premier rompu) $\frac{4225}{12768}$, ſon quarré $\frac{17850625}{1630338824}$, au meſme aiouſté $\frac{17136600}{1630338824}$, la ſomme eſt quarré $\frac{34987225}{1630338824}$, ſa racine $\frac{5915}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{17850625}{1630338824}$, ſoubſtraict $\frac{17136600}{1630338824}$, reſte quarré $\frac{714025}{1630338824}$, ſa racine $\frac{845}{12768}$. Item audict quarré $\frac{17850625}{1630338824}$, aiouſté $\frac{12675000}{1630338824}$, la ſomme eſt quarré $\frac{30525625}{1630338824}$, ſa racine $\frac{5525}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{17850625}{1630338824}$, ſoubſtraict $\frac{12675000}{1630338824}$, reſte quarré $\frac{5175025}{1630338824}$, ſa racine $\frac{2275}{12768}$. Item audict quarré $\frac{17850625}{1630338824}$, aiouſté $\frac{1561560}{1630338824}$, la ſomme eſt quarré $\frac{33466225}{1630338824}$, ſa racine $\frac{5787}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{17850625}{1630338824}$, ſoubſtraict $\frac{1561560}{1630338824}$, reſte quarré $\frac{2235025}{1630338824}$, ſa racine $\frac{1495}{12768}$. Item audict quarré $\frac{17850625}{1630338824}$, aiouſté $\frac{851760}{1630338824}$, la ſomme eſt quarré $\frac{26368225}{1630338824}$, ſa racine $\frac{5135}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{17850625}{1630338824}$, ſoubſtraict $\frac{851760}{1630338824}$, reſte quarré $\frac{9330025}{1630338824}$, ſa racine $\frac{3055}{12768}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis, ce qu'il falloit demon.

NOTA

Nota. De meſme ſorte on pourra trouuer non ſeulement quatre nombres de la qualité de ceſte 22 queſtion, mais de multitude quelconque. Par exemple; pour trouuer tels ſix nombres, on prendra trois triangles rectangles, ſoient 5. 4. 3. & 13. 12. 5. & 65. 52. 39. Leſquels reduicts comme deſſus en triangles d'vne commune hypothenuſe, qui ſera 4225 (à ſçauoir 65 multiplié par 13 faict 845, les meſmes multipliez par 5 ſont comme deſſus 4225) Puis on partira pour les raiſons que deſſus le quarré de 4225 trois fois en deux autres quarrez que ne ſont les quarrez, &c.

THEOREME.

Av quarré de l'hypothenuſe d'vn triangle duquel les trois coſtez ſont nombres Arithmetiques, aiouſté le quadruple de la ſuperfice, ou ledict quadruple ſoubſtraict dudict quarré; La ſomme ou reſte ſera quarré à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soit vn triangle rectangle duquel l'hypothenuſe 5, & les deux autres coſtez 4 & 3.

Explication du requis. Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le quarré de l'hypothenuſe 5 eſt 25, au meſme aiouſté 24, pour le quadruple de la ſuperfice du triangle, la ſomme eſt 49 à ſa racine 7 commenſurable. Ou ledict 24 ſoubſtraict de 25, reſte ſemblable quarré 1, ſelon le theoreme. *Concluſion.* Au quarré doncques de l'hypothenuſe, &c. ce qu'il falloit demonſtrer,

Qve-

Digitized by Google

QVESTION XXIII.

PArtons 10 en deux parties, puis trouuons quelque quarré à ſa racine commenſurable, & tel que du meſme ſoubſtraict chaſcune partie de 10, la reſte ſoit ſemblable quarré.

CONSTRVCTION.

Le quarré requis, ſoit le quarré de 1 ① + 1 (qui eſt tel, que ſi on en ſoubſtraict 2 ① + 1, ou 4 ①, reſtera quarré ſelon la queſtion) qui eſt	1 ② + 2 ① + 1	$\frac{25}{4}$
Doncques la premiere partie requiſe ſera 2 ① + 1		4
Et la ſeconde partie requiſe	4 ①	6
Somme des deux parties	6 ① + 1	10
Egalé à	10	

Leſquels reduicts 6 ① ſeront egales a 9, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{2}$.

Ie di, que 4 & 6 ſont les deux parties requiſes, & que $\frac{25}{4}$ eſt le quarré requis. *Demonſtration.* Que 4 & 6 ſont les deux parties de 10 eſt notoire. Puis ſoubſtraict 4 du quarré $\frac{25}{4}$, reſte quarré $\frac{9}{4}$, ſa racine $\frac{3}{2}$. Item ſoubſtraict 6 dudict quarré $\frac{25}{4}$, reſte quarré $\frac{1}{4}$, ſa racine $\frac{1}{2}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXIIII.

PArtons 20 en deux parties, puis trouuons quelque quarré à ſa racine commenſurable, & tel qu'au meſme ioinſté chaſcune partie de 20, la ſomme ſoit ſemblable quarré.

CON-

Digitized by Google

Construction.

Le quarré requis soit le quarré de 1 ① + 1 (qui est tel, que si on l'aiouste a 2 ① + 3, ou a 4 ① + 8 la somme sera quarré selon la question, car la racine de l'vn sera alors 1 ① + 2, & de l'autre 1 ① + 3) qui est	1 ② + 2 ① + 1	$\frac{25}{4}$
Doncques la premiere partie requise sera	2 ① + 3	6
Et la deuxiesme partie	4 ① + 8	14
Somme des deux parties	6 ① + 11	20
Egale à	20	

Lesquels reduicts 6 ① seront egales a 9, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{2}$.

Ie di, que 6 & 14 sont les deux parties requises & que $\frac{25}{4}$ est le quarré requis.

Demonstration.

Que 6 & 14 sont les deux parties de 20 est notoire. Puis 6 aiousté au quarré $\frac{25}{4}$, faict quarré $\frac{49}{4}$, sa racine. $\frac{7}{2}$. Item aiousté 14 audict quarré $\frac{25}{4}$, faict quarré $\frac{81}{4}$, sa racine $\frac{9}{2}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVA-

Digitized by Google

QVATRIESME LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoise & expliqué par SIMON STEVIN *de Bruges.*

QVESTION I.

PArtons 370 en deux cubes à leurs racines commensurables, & tels que la somme des racines soit 10.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du premier cube $1①+5$	7
Ergo la racine du second cube, à fin que leur somme soit 10, sera $-1①+5$	3
Doncques le premier cube sera $1③+15②+75①+125$	343
Et le second cube $-1③+15②-75①+125$	27
Somme des deux cubes $30②+250$	370
Egale à 370	

Lesquels reduicts $30②$ seront egales à 120, & par le 78 probleme $1-①$ vaudra 2.

Ie di, que 343 & 27 sont les deux cubes requis. *Demonstration.* Que 343 & 27 sont les deux parties de 370 est notoire; Et la racine cubique de 343 est 7, & de 27 est 3, desquelles racines la somme est 10. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; Ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

Digitized by Google

QVESTION II.

TRouuons deux nombres desquels la difference soit 6, & la difference de leurs cubes 504.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du premier cube requis 1 ① + 3	8
Ergo la racine du second cube, à fin que leur difference soit 6, sera 1 ① — 3	2
Doncques le premier cube sera 1 ③ + 9 ② + 27 ① + 27.	512
Et le second cube 1 ③ — 9 ② + 27 ① — 27	8
Difference des cubes 18 ② + 54	504
Egale à 504	

Lesquels reduicts 18 ② seront egales a 450, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 5.

Ie di, que 8 & 2, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La difference de 8 & 2 est 6. Item le cube de 8 est 512, & de 2 est 8, qui soubstraict de 512. reste 504 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. N'estant l'operation de la suiuante troisiesme & quatriesme question au texte de Diophante pas conforme à la qnestion, nous les descriprons de mot à mot. Qui voudra les pourra amender; nous en dónerons en la note ci dessoubs autre briefue solution.

QVESTION III.

NOVS *multiplierons par vn nombre quarré & par son costé vn autre nombre: Ainsi que du costé prouienne cube, & du quarré le costé d'icelui cube.* Posons le quarré 1 Q, son costé sera 1 N; Mais celui qu'on multipliera par eux soit nombre d'vnitez de cube quelconque, soit 8, qui

Digitized by Google

qui multiplié par 1 Q, faict 8 N: & multiplié par 1 N, faict 8, qui doibuent estre le costé cubique de cube 8, qui est 2. Ergo 2 segale à 8 N, & 1 N vaut $\frac{1}{4}$. Or venant à la chose le quarré sera $\frac{1}{16}$, son costé $\frac{1}{4}$, & celuy qu'on multiplie par eux, 32. La demonstration est notoire.

NOTA. Veu que ces questions sont telles, qu'on en peut donner solutions diuerses en infini à sa fantasie, nous pouuous dire pour solution (laquelle me rencontra en quelque operation algebraique conforme à la proposition) que le quarré requis est 1, & le nombre requis aussi 1. Car multipliant le costé par le nombre requis, le produict est cube 1. Item multipliant ledict nombre requis par le quarré, le produict est 1, qui est la racine dudict cube selon le requis.

QVESTION IIII.

Aioustons au quarré, puis à son costé vn mesme nombre ainsi que les sommes soient les mesmes. Ie mects pour le quarré 1 Q, duquel le costé est 1 (1). Or il faut aiouster a chascun tant des quarrez, qu'auec 1 Q conioincts, facent quarré: Soient 3 Q, qui aioustez à 1 Q, faict 4 Q: Et à 1 N, faict 3 Q + 1 N, qui segale à 2 N, à sçauoir au costé de 4 Q, & 1 N faict 1. Ergo le quarré 1 le costé 1 le nombre à aiouster 3.

NOTA Le requis de ceste 4 question (à laquelle il ne semble pas estre exprimé l'intention de Diophante) est si notoire qu'elle ne requiert d'operation algebraique, car le quarré requis est necessairement 1, & le nombre est nombre quelconque. Quant à l'operation ci dessus elle est faulse: Au premier qu'elle n'est point conforme à la question; Au second la valeur de 1 (1) n'est pas 1 mais $\frac{1}{3}$, &c.

QVI-

Digitized by Google

QVESTION V.

Aiouſtons à quelque quarré à ſa racine commenſurable puis à ſa racine, vn meſme nombre, qui auec la racine face quarré duquel la racine ſoit la ſomme du premier quarré, & le nombre à aiouſter.

Constrvction.

Soit le quarré requis	1 ②	$\frac{9}{25}$
Sa racine	1 ①	$\frac{3}{5}$
Et pour le nombre à aiouſter prenons quelques ②, deſquelles le nombre de multitude ſoit à ſa racine commẽſurable, comme 4 ② moins (à fin qu'aiouſté à la racine ci deſſus 1 ①, la ſomme ſoit quarré ſelon la queſtion) la racine 1 ① faict	4 ② — 1 ①	$\frac{21}{25}$
Auquel aiouſté la racine 1 ①, faict 4 ②, ſa racine	2 ①	$\frac{6}{5}$
Egale à la ſomme du premier & troiſieſme en l'ordre, qui eſt	5 ② — 1 ①	$\frac{6}{5}$

Leſquels reduicts, 5 ① ſeront egales a 3, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{5}$.

Ie di, que $\frac{9}{25}$ eſt le quarré & $\frac{21}{25}$ le nombre requis. *Demonſtration.* Le quarré $\frac{9}{25}$ eſt a ſa racine $\frac{3}{5}$ commenſurable, & audict quarré $\frac{9}{25}$ aiouſté le nombre $\frac{21}{25}$ donne ſomme $\frac{6}{5}$; Et à ladicte racine $\frac{3}{5}$, aiouſté ledict nombre $\frac{21}{25}$, faict quarré $\frac{36}{25}$, ſa racine $\frac{6}{5}$, egale à ladicte ſomme ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſt.

QVESTION VI.

Aiouſtons à quelque cube puis à quelque quarré à leurs racines commenſurables, vn meſme ſemblable quarré, ainſi que les ſommes ſoient par meſme ordre ſemblable cube & quarré.

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

Soit le cube requis 1 ③ | $\frac{4096}{343}$

Et le premier quarré requis sera de quelques ②, telles que leur nombre de multitude soit quarré à sa racine commensurable, soit 9 ② | $\frac{2304}{49}$

Or puis qu'il faut trouuer encore vn autre quarré qui aiousté à 9 ②, face quarré selon la question, on prendra quelques deux nombres desquels le produict 9, comme 1 & 9, le quarré de la moitie de leur difference est 16, qui aiousté a 9, faict quarré selon la question par le theoreme de la 35 question du second liure, Doncques 16 est nombre nous seruant en l'operation, auquel appliqué ② sera pour le second quarré requis 16 ② | $\frac{4096}{49}$

Somme des deux quarrez 25 ② | $\frac{6400}{49}$

Somme du cube & second quarré 1 ③ + 16 ② | $\frac{32768}{434}$

Egale à quelque cube selon la question, qui soit 8 ③ | $\frac{32768}{434}$

Lesquels reduicts 7 ① seront egales a 16, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{16}{7}$.

Ie di, que $\frac{4096}{343}$ est le cube, & que $\frac{2304}{49}$ $\frac{4096}{49}$ sont les quarrez requis. *Demonstration.* La racine cubique de $\frac{4096}{343}$ est $\frac{16}{7}$; Et la racine quarrée de $\frac{2304}{49}$ est $\frac{48}{7}$, Et la racine quarrée de $\frac{4096}{49}$ est $\frac{64}{7}$. Item la somme du cube $\frac{4096}{343}$, & du quarré $\frac{4096}{49}$ est cube $\frac{32768}{343}$, sa racine $\frac{32}{7}$. Item la somme des deux quarrez $\frac{2304}{49}$ $\frac{4096}{49}$, est quarré $\frac{6400}{49}$, sa racine $\frac{80}{7}$; Ils sont doncques à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

Digitized by Google

QVESTION VII.

NOTA Nous descriprons ceste 7e question de mot à mot, à cause des erreurs du texte. Quant à la 8e question suiuante, qui est la mesme, nous la descriprons selon nostre style.

Aiouſtons à quelque cube & quarré vn meſme quarré, à fin que le meſme en auienne que deſſus, mais par ordre renuerſé. Soit premierement le cube, le quarré au second, & le quarré à aiouster au troisiesme lieu. Or parce que ie veux que le quarré à aiouster, auec le quarré donné, face cube; Soit faict le cube premier. Doncques le premier excede au second en la troisiesme, à sçauoir en quarré, car le troisiesme est quarré. Or quelconques d'eux nombres que ie pose, leurs quarrez, auec le double de leur produict font quarré. Il me faut doncques à deux nombres proposez, mettre vnité pour la somme de leurs quarrez, par ce que l'vnité s'egale aux deux quarres, à sçauoir à celui qu'on cherche, & à celui qu'on aiouste, qui sont le second & troisiesme quarrez. le double de leur produict est 3, & 3 est quarré. Doncques le double de leur produict est quarré. Ie pose ces nombres 1 N, & 2 N, à fin que le double de leur produict soit quarré. Or prenant leurs quarrez, ie pose le premier 5 Q, & le troisiesme 4 Q, pour le double de leur produict; Ergo le second sera 1 Q à fin qu'il soit egal au premier. Reste maintenant que le premier soit cube. Ergo 5 Q s'egalent à 1 C, & 1 N faict 5. Puis applicant ceci au requis, le cube, à sçauoir le premier, sera 125; Et le quarré qui occupe le second lieu 25; Et le quarré à ceux ci à aiouster mis au troisiesme lieu, 100. Et la demonstration est manifeste.

Digitized by Google

QVESTION VIII.

CESTE queſtion eſt la meſme que la precedente 7e, ſeulement differe en l'operation qui ſera ici telle.

CONSTRVCTION.

Il appert en la propoſition, qu'entre autres ſont requis deux quarrez à leurs racines commeſurables, deſquels la ſomme auec l'vn des quarrez ſoit ſemblable quarré, il faut doncques premierement trouuer tels deux quarrez en ceſte ſorte; Soit l'vn quarré	1 ②	16
Et l'autre quarré	4	4
Leur ſomme plus le premier quarré, eſt	2 ② + 4	36
Egale à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en ſorte conuenable egaleté, ſoit duquel la racine 2 ① — 2, ſon quarré	4 ② — 8 ① + 4	36

Leſquels reduicts, 2 ① ſeront egales à 8, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 4. Et les deux quarrez ſeront 16 & 4; car leur ſomme 20 plus l'vn quarré 16, faict quarré 36, comme il eſtoit propoſé. Doncques 16 & 4 ſont deux nombres que nous cherchions ſeruans à noſtre propos, par leſquels nous commencerons autre operation telle:

Soit l'vn quarré	16 ②	6400
Et l'autre quarré à aiouſter	4 ②	1600
Leur ſomme pour le cube requis eſt	20 ②	8000
Egal à quelque cube, ſoit	1 ③	8000

Leſquels reduicts 1 ① ſera egale ou vaudra 20.

Ie di, que 8000 eſt le cube & que 6400. 1600 ſont les quarrez requis. *Demonſtration.* La racine du cube 8000

Digitized by Google

8000 est 20, & la racine du quarré 6400, est 80, & du quarré 1600 est 40. Item la somme du cube 8000, & du quarré 6400, est quarré 14400, sa racine 120. Item la somme du quarré 6400, & du quarré 1600, est cube 8000, sa racine 20. Ils sont doncques à leurs racines commensurables; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION IX.

Aiouſtons à quelque cube à ſa racine commenſurable puis à ſa racine, vn meſme nombre Arithmetique, tel que du cube procede autrefois ſemblable cube, & de l'autre ſon coſté.

Construction.

Soit le nombre requis 1 ①

La racine du cube requis ſoit d'autant des ① qu'on voudra, ſoit de 2 ①

Ergo ſon cube 8 ③

Puis aiouſté le nombre 1 ① à la racine 2 ①, faict pour la racine du cube que l'on requiert proceder de telle addition 3 ①

Son cube 27 ③

Egal à la ſomme du nombre requis 1 ①, & du cube 8 ③, qui eſt 8 ③ + ① 1

Leſquels reduicts 19 ② ſeront egales à 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{19}}$. Or ſi ceci fuſt nombre Arithmetique ſelon la queſtion, la ſolution ſeroit bonne, mais il ne l'eſt pas, il faut doncques proceder d'autre ſorte, car on deura au lieu des 2 ① poſees ci deſſus à la volée, poſer quelques ① de certaine condition en ceſte ſorte: Puis que 19 ③ procedent par l'exces de 27 ③ a 8 ③, deſquels les racines ſont 2 ①, & 3 ①. Item procedant 3 ① (qui ſont ci deſſus quatrieſme en l'ordre)

Digitized by Google

dre) par l'addition de 1 ①, & plus quelques ① à plaisir, comme ci dessus 2 ① second en l'ordre: Il appert qu'il nous faudra trouuer deux nombres Arithmetiques, desquels la difference soit 1, & la difference de leurs cubes quelque quarré à sa racine commensurable.

Soit le premier nombre 1 ①	7
Le second nombre sera 1 ① + 1	8
Le cube du premier nombre 1 ③	343
Le cube du second 1 ③ + 3 ② + 3 ① + 1	512
Difference des cubes 3 ② + 3 ① + 1	169
Egale à quelque quarré que l'on fingera tel qu'il y en sorte conuenable egaleté, soit duquel la racine — 2 ① + 1, son quarré 4 ② — 4 ① + 1	169

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 7 pour le premier nombre, & le second nombre sera 8; Car la difference de leurs cubes est quarré 169, à sa racine 13 commensurable. Doncques 7 & 8 sont deux nombres que nous cherchions, seruans à nostre propos; nous commencerons doncques par les mesmes autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

Soit le nombre requis 1 ①	1
Et la racine du cube requis soit de 7 ①	1,3 / 7
Ergo le cube 343 ③	1,3 / 343 / 2197
Puis aiousté le nombre 1 ① à la racine cubique 7 ①, faict pour la racine du cube que l'on requiert proceder de telle addition 8 ①	8
Son cube 512 ③	1,3 / 512 / 2197
Egal à la somme du nombre requis 1 ① & du cube 343 ①, qui est 343 ③ + 1 ①	512 / 2197

Lesquels

Digitized by Google

Lesquels reduicts 169 ② seront egales a 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1}{13}$.

Ie di, que $\frac{343}{21997}$ est le cube, & que $\frac{1}{13}$ est le nombre requis. *Demonstration.* La racine du cube $\frac{343}{21997}$ est $\frac{7}{13}$. Et aiousté le nombre $\frac{1}{13}$ au cube $\frac{343}{21997}$, la somme est cube $\frac{512}{21997}$, sa racine $\frac{8}{13}$. Item aiousté $\frac{1}{13}$, à la racine $\frac{7}{13}$, la somme est $\frac{8}{13}$, qui est aussi racine du cube $\frac{512}{21.97}$. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION X.

Aiouſtons à quelque cube à ſa racine commenſurable, puis à ſa racine vn meſme nombre Arithmetique tel, que de la racine procede ſemblable cube, & du cube ſon coſté.

Construction.

Soit la racine du cube requis 2 ①

Son cube ſera 8 ③

Puis pour trouuer le nombre requis, prenons quelque cube duquel la racine 3 ①, qui est 27 ③, du meſme ſoubſtraict ladicte racine 2 ①, reſte (car ainſi ſera ſatisfaict au requis, en cela que aiousté le nombre requis à la racine cubique, la ſomme ſoit cube) pour le nombre requis 27 ③ — 2 ①

Or aiousté ce nombre 27 ③ — 2 ① à la racine cubique 2 ①, la ſomme eſt 27 ③

Sa racine 3 ①

Egale à la ſomme du nombre 27 ③ — 2 ①, & du cube 8 ③ qui eſt 35 ③ — 2 ①

Leſquels reduicts 35 ② ſeront egales a 5, & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\surd \frac{1}{7}$. Or ſi ceſte racine fuſt à ſon quarré commenſurable, la ſolution ſeroit bonne,

Digitized by Google

mais elle ne l'eſt pas, il faut doncques proceder d'aultre ſorte, car il nous faudra au lieu des 2 ① & 3 ① poſees ci deſſus à la volée, poſer quelques ① de certaine condition en ceſte ſorte: Il appert qu'il eſt neceſſaire, que la ſomme des nombres de multitude des ③ ci deſſus 35, aie à la ſomme des nombres de multitude des ① ou racines cubiques comme 5, telle raiſon cõme de quarré à ſa racine commenſurable, a quarré à ſa racine commenſurable, mais ceſte raiſon n'eſt pas de 35 a 5, il les faut doncques trouuer en ceſte ſorte:

Soit la ſomme des racines cubiques nombre, Arithmetique quelconque comme 2

Et ſoit l'vne racine 1 ①

Ergo l'autre racine — 1 ① + 2

Ergo l'vn cube 1 ③

Et l'autre cube — 1 ③ + 6 ② — 12 ① + 8

Somme des deux cubes (laquelle obtient neceſſairement à la ſomme des racines, raiſon comme de quarré à quarré ſelon le requis) eſt 6 ② — 12 ① + 8

Or puis que 2, & 6 ② — 12 ① + 8, ont ladicte raiſon de quarré a quarré, ſenſuit que leur quotient ſera le quarré requis, lequel quotient eſt 3 ② — 6 ① + 4

Egal à quelque quarré que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte conuenable egaleté, ſoit duquel la racine — 4 ① + 2, ſon quarré 16 ② — 16 ① + 4

Leſquels reduicts, 13 ① ſeront egales a 10, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{10}{13}$, pour l'vne racine cubique, & l'autre racine cubique ſera $\frac{16}{13}$. Car leur ſomme 2, obtient à la ſomme de leurs cubes $\frac{5096}{2197}$, ladicte raiſon de quarré à quarré. Doncques $\frac{10}{13}$ & $\frac{16}{13}$ ſont les deux nombres que nous cherchions, ſeruans à noſtre propos.

Mais

Digitized by Google

Mais nous delaissons à cause de briefueté leurs nominateurs, & prenons la moitie des 10 & 16, à sçauoir 5 & 8, qui sont entre eux en la mesme raison, & par les mesmes nous commencerons autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

Soit la racine du cube 5 ①	$\frac{5}{-}$
Son cube sera 125 ③	$\frac{125}{343}$
Puis pour trouuer le nombre requis, prenons le cube de 8 ①, qui est 512 ③, du mesme soubstraict lesdicts 5 ①, reste (car ainsi sera satisfaict au requis, en cela que aiousté ce nombre à la racine cubique, la somme soit cube) pour le nombre requis 512 ③ — 5 ①	$\frac{267}{343}$
Or aiousté ce nombre 512 ③ — 5 ① à la racine cubique 5 ①, la somme est 512 ③	$\frac{512}{343}$
Sa racine 8 ①	$\frac{8}{7}$
Egale à la somme du nombre 512 ③ — 5 ① & du cube 125 ③, qui est 637 ③ — 5 ①	$\frac{8}{7}$

Lesquels reduicts $637\frac{1}{2}$ seront egales à 13, & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{7}$.

Ie di, que $\frac{125}{343}$ est le cube, & que $\frac{267}{343}$ est le nombre requis. *Demonstration.* La racine du cube $\frac{125}{343}$ est $\frac{5}{7}$; Et aiousté le nombre $\frac{267}{343}$ à la racine $\frac{5}{7}$, la somme est cube $\frac{512}{343}$, sa racine $\frac{8}{7}$. Item ledict nombre $\frac{267}{343}$, aiousté au cube $\frac{125}{343}$, la somme est $\frac{8}{7}$, qui est aussi racine du cube composé $\frac{512}{343}$. Ce sont doncques cubes a leurs racines commensurables selon le requis.

QVESTION XI.

TRouuons deux cubes à leurs racines commensurables, & tels que leur somme soit egale à la somme de leurs racines.

Digitized by Google

NOTA L'on pourroit dire facilement pour ſolution que l'vn cube eſt 1, & l'autre cube auſſi 1, mais il nous faut expliquer la ſolution de Diophante.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du premier cube	2 ①
Et la racine du ſecond cube	3 ①
Ergo le premier cube	8 ③
Et le ſecond cube	27 ③
Somme des cubes	35 ③
Egale a la ſomme des racines, qui eſt	5 ①

Leſquels reduicts 35 ② ſeront egales a 5, & par le 78 problem., 1 ① vaut $\sqrt{\frac{1}{7}}$. Or ſi la meſme racine fuſt a ſon quarré commenſurable, la ſolution ſeroit bonne; mais elle ne l'eſt pas, il faut doncques proceder d'autre ſorte; car les racines cubiques comme ci deſſus 2 ① & 3 ① qui ſont poſees a la volée, il les faudra poſer par certaine condition cõme enſuit: Il appert qu'il eſt neceſſaire de trouuer deux nombres Arithmetiques tels, que la ſomme de leurs cubes, diuiſée par la ſomme de leurs racines, le quotient ſoit quarré à ſa racine commenſurable. Mais il eſt demonſtré à la 10e queſtion precedente, que tels deux cubes ſont ceux, deſquels les racines ſont 5 & 8. il nous faut doncques par les meſmes commencer autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

Soit la racine du premier cube	5 ①	$\frac{5}{7}$
Et la racine du ſecond cube	8 ①	$\frac{8}{7}$
Ergo le premier cube	125 ③	$\frac{125}{343}$
Et le ſecond cube	512 ③	$\frac{512}{343}$
Somme des cubes	637 ③	$\frac{637}{343}$
Egale à la ſomme des racines qui eſt	13 ①	$\frac{13}{7}$

Leſquels

Lesquels reduicts 637 ② seront egales a 13, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1}{7}$.

Ie di, que $\frac{125}{343}$ $\frac{512}{343}$ sont les deux cubes requis. *Demonstration.* La racine du cube $\frac{125}{343}$ est $\frac{5}{7}$; Et la racine du cube $\frac{512}{343}$ est $\frac{8}{7}$, ce sont doncques cubes a leurs racines commensurables. Item la somme des cubes est $\frac{13}{7}$, aussi est $\frac{13}{7}$ la somme des racines selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XII.

Trouuons deux cubes à leurs racines commensurables, & tels que leur difference soit egale à la difference de leurs racines.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du premier cube	2 ①
Et la racine du second cube	3 ①
Ergo le premier cube	8 ③
Et le second cube	27 ③
Difference des cubes	19 ③
Egale à la difference des racines qui est	1 ①

Lesquels reduicts 19 ② seront egales a 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{19}}$. Or si la mesme racine fust à son quarré commensurable, la solution seroit bonne, mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte; Car les racines cubiques ci dessus 2 ① & 3 ① posees a la volée, il les faudra prendre par certaine condition comme sensuit: Il appert qu'il est necessaire que la difference des nombres comme ci dessus 19, aye à la difference des nombres des racines comme 1, telle raison comme de quarré à sa racine commensurable, a quarré a sa racine commensurable; Mais ceste raison n'est pas de 19 a 1; Il les faut doncques trouuer en ceste sorte:

Soit

Digitized by Google

Soit la racine de l'vn cube 1 ①	7
Et la racine de l'autre cube 1 ① + 1	8
Ergo l'vn cube 1 ③	343
Et l'autre cube 1 ③ + 3 ② + 3 ① + 1	512
Difference des cubes 3 ③ + 3 ① + 1	169
Difference des racines 1	1
Or puis que la difference des cubes doibt auoir à la difference des racines, la raison de quarré a quarré, comme dict est; s'ensuit que leur produict doibt estre tel quarré qui est 3 ② + 3 ① + 1	169
Ergo il est egal a quelque semblable quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte conuenable egaleté, soit duquel la racine — 2 ① + 1, son quarré 4 ② — 4 ① + 1	169

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 7, pour l'vne racine cubique, & l'autre racine sera 8, car leur difference 1, obtient à la difference de leurs cubes 169, ladicte raison de quarré a quarré: Doncques 7 & 8 sont les deux nombres que nous cherchions seruans à nostre propos, par lesquels nous commencerons autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

Soit la racine du pemier cube 7 ①	$\frac{7}{1\frac{1}{3}}$
Et la racine du second cube 8 ①	$\frac{8}{1\frac{1}{3}}$
Ergo le premier cube 343 ③	$\frac{343}{2\frac{1}{9}\frac{3}{7}}$
Et le second cube 512 ③	$\frac{512}{2\frac{1}{9}\frac{2}{7}}$
Difference des cubes 169 ③	$\frac{169}{1}$
Egale à la difference des racines, qui est 1 ①	$\frac{1}{1\frac{1}{3}}$

Lesquels reduicts 169 ② seront egales à 1, & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{1\frac{1}{3}}$.

Ie di, que $\frac{343}{2\frac{1}{9}\frac{3}{7}}$ & $\frac{512}{2\frac{1}{9}\frac{2}{7}}$ sont les deux cubes requis.

Demon-

Digitized by Google

Demonstration. La racine du cube $\frac{343}{2197}$ est $\frac{7}{13}$; Et la racine du cube $\frac{512}{2197}$ est $\frac{8}{13}$; ce sont doncques cubes aleurs racines commensurables. Item la difference des cubes $\frac{343}{2197}$ & $\frac{512}{2197}$ est $\frac{1}{13}$ aussi est $\frac{1}{13}$ la difference des racines $\frac{7}{13}$ & $\frac{8}{13}$, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIII.

TRouuons deux nombres Arithmetiques tels, que le cube du maieur aiousté au moindre, soit egal au cube du moindre aiousté au maieur.

Construction.

Soit le moindre nombre requis	2 ①
Et le maieur nombre	3 ①
Ergo le moindre cube	8 ③
Et le maieur cube	27 ③
La somme du maieur cube & moindre nombre, est	27 ③ + 2 ①
Egale a la somme du moindre cube & maieur nombre qui est	8 ③ + 3 ①

Lesquels reduicts 19 ② seront egales a 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{19}}$. Or si la mesme racine fust nombre Arithmetique, la solution seroit bonne; mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte, car les racines cubiques ci dessus 2 ① & 3 ① posees à plaisir, il les faudra poser par certaine condition comme s'ensuit: Il appert qu'il est necessaire de trouuer deux nombres Arithmetique tels, que la somme du cube du maieur nombre, & le moindre nombre diuisée par la somme du cube du moindre & le maieur nombre, le quotient soit quarré à sa racine commensurable:

Mais

Digitized by Google

Mais il eſt demonſtré à la 12 queſtion precedente, que tels deux nombres ſont 7 & 8, il faut doncques par les meſmes commencer autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte :

Soit le moindre nombre requis	7 ①	$\frac{7}{13}$
Et le maieur nombre	8 ①	$\frac{8}{13}$
Ergo le moindre cube	343 ③	$\frac{343}{2197}$
Et le maieur cube	512 ③	$\frac{512}{2197}$
Somme du maieur cube & moindre nombre	512 ③ + 7 ①	$\frac{1695}{2197}$
Egale a la ſomme du moindre cube & maieur nombre, qui eſt	343 ③ + 8 ①	$\frac{1695}{2197}$

Leſquels reduicts 169 ② ſeront egales a 1, & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{13}$.

Ie di, que $\frac{7}{13}$ & $\frac{8}{13}$ ſont les nombres requis. *Demonſtration.* Le cube du maieur nombre $\frac{8}{13}$ & $\frac{512}{2197}$, & le cube du moindre nombre $\frac{7}{13}$, eſt $\frac{343}{2197}$: Puis aiouſté le maieur cube $\frac{512}{2197}$ au moindre nombre $\frac{7}{13}$, la ſomme eſt $\frac{1695}{2197}$ qui eſt auſſi la ſomme du moindre cube $\frac{343}{2197}$ & du maieur nombre $\frac{8}{13}$, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIIII.

TRouuons deux nombres Arithmetiques tels, qu'a chaſcun, puis à leur ſomme, puis à leur difference aiouſté 1, *ſoient tous quarrez à leus racines commenſurables.*

CONSTRVCTION.

Si de quelque quarré ſelon la queſtion, on ſoubſtraict 1, la reſte ſera le premier nombre. Soit quelque quarré duquel la racine eſt de quelques ① plus 1, comme

Digitized by Google

comme 3 ① + 1, ſon quarré 9 ② + 6 ① + 1, du meſme ſoubſtraict 1, reſte pour le premier nombre requis 9 ② + 6 ① | 3024

Or puis que nous voulons que le premier & ſecond nombre plus 1, ſoit auſſi quarré ſelon la queſtion, il faut trouuer vn quarré qui aiouſté aux 9 ② + 6 ①, face tel quarré. Parquoi ſuiuant le theoreme ci deſſoubs, on prendra quelques deux nõbres deſquels le produict eſt 9 ② + 6 ①; Soient 9 ① + 6, & 1 ①, leur difference eſt 8 ① + 6, la moitie 4 ① + 3, ſon quarré 16 ② + 24 ① + 9 (lequel quarré aiouſté a 9 ② + 6 ①, faict quarré ſelon la queſtion 25 ② + 30 ① + 9, car ſa racine eſt 5 ① + 3) dudict quarré ſoubſtraict 1, reſte pour le ſecond nombre requis 16 ② + 24 ① + 8 | 5624

La difference des deux nombres requis eſt 7 ② + 18 ① + 8, à la meſme aiouſté 1, faict 7 ② + 18 ① + 9 | 2601

Egal a quelque quarré ſelon la queſtion; que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte conuenable egaleté, ſoit duquel la racine — 3 ① + 3, ſon quarré 9 ② — 18 ① + 9 | 2601

Leſquels reduicts 2 ① ſeront egales a 36, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 18.

Ie di, que 3024, & 5624 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Aiouſté 1 a 3024, faict quarré 3025, ſa racine 55. Item aiouſté 1 a 5624, faict quarré 5625. ſa racine 75. Item aiouſté 1 a la ſomme de 3024, & 5624, qui eſt 8648, faict quarré 8649, ſa racine 93.

Digitized by Google

cine 93. Item aiousté 1 à la difference de 3025 & 5625, qui eſt 2600, faict quarré 2601, ſa racine 51; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME.

AV produict de deux nombres Arithmetiques, aiousté le quarré de la moitie de leur difference, faict quarré à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soient deux nombres Arithmetiques 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer par les meſmes le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le produict de 2 & 10 eſt 20, la difference de 2 & 10 eſt 8, ſa moitie 4, ſon quatré 16, aiousté à 20, faict quarré 36, à ſa racine 6 commenſurable ſelon le theoreme. *Concluſion.* Au produict doncques de deux nombres, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XV.

TRouuons trois quarrez à leurs racines commenſurables, & tels que leur ſomme ſoit egale à la ſomme de leurs trois differences.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre quarré	1	1
Et le majeur quarré ſoit duquel la racine 1 ① + 1, le quarré	1 ② + 2 ① + 1	$\frac{196}{25}$
Or veu que les trois differẽces des trois nombres requis, ſont egales au meſmes trois nombres: Ergo le double de la difference du majeur		

Digitized by Google

du maieur & moindre, est egal aux mesmes trois nõbres par le suiuant theoreme. Prenons doncques la difference du maieur & moindre quarré, qui est 1 ② + 2 ①, le double pour la somme des trois quarrez requis, est 2 ② + 4 ① $\frac{342}{25}$

De la mesme soubstraict la somme du maieur & moindre quarré, qui est 1 ② + 2 ① + 2, reste pour le moien quarré requis 1 ② + 2 ① — 2 $\frac{121}{25}$

Egal a quelque quarré selon la question, que l'on fingera tel, qu'il y sorte conuenable egaleté soit duquel la racine 1 ① — 4, son quarré 1 ② — 8 ① + 16 $\frac{121}{25}$

Lesquels reduicts 10 ① seront egales a 18, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{9}{5}$.

Ie di, que 1, $\frac{121}{25}$, $\frac{196}{25}$, sont les trois quarrez requis. *Demonstration.* La racine du quarré 1, est 1; Et la racine du quarré $\frac{121}{25}$, est $\frac{11}{5}$; Et la racine du quarré $\frac{196}{25}$, est $\frac{14}{5}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables. Item les trois differences des quarrez sont $\frac{96}{25}$. $\frac{75}{25}$. $\frac{171}{25}$. la somme des mesmes $\frac{342}{25}$, est egale à la somme des trois quarrez trouuez, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

Si la somme des trois differences de trois nombres, fust egale à la somme de trois nombres: Le double de la difference du maieur & moindre nombre, sera aussi egal à la somme des trois nombres.

Digitized by Google

Explication du donné. Soient trois nombres 2. 10. 16 desquels les trois differences 8. 6. 14. sont telles, que leur somme 28 est egal à la somme des trois nombres qui est aussi 28. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le double de la difference du maieur 16, & du moindre 2 (laquelle difference est 14) est 28, egale à ladicte somme des trois nombres 2. 10. 16. selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques la somme des trois differences, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Pour facilement trouuer trois nombres de la qualité de ce theoreme, comme sont 2. 10. 16. On posera quelques deux nombres pour le moindre & maieur, mais par telle condition, que le double de leur difference excede à leur somme, soient 3 & 21, leur difference est 18, le double est 36, du mesme soubstraict 24, pour la somme de 21 & 3, reste pour le moien nombre 12. Doncques les trois nombres 3, 12, 21, sont nombres de la qualité requise.

QVESTION XVI.

TRouuons trois nombres tels, que le produict de la somme du premier & second par le troisiesme soit 35, & du second & troisiesme par le premier 27, & du troisiesme & premier par le second 32.

CONSTRVCTION.

Soit le troisiesme nombre requis 1 ①

Ergo la somme du premier & second nombre, qui multiplié par le premier doibt faire 25 (laquelle on trouue diuisant 35 par 1 ① du troisiesme nombre) sera $\frac{35}{1①}$

Soit

Soit le premier $\frac{1\,0}{1\,①}$

Ergo le second $\frac{1\,①}{1\,①}$

Et ainsi est satisfaict au premier poinct requis, reste encore d'accõplir les deux autres, desquels le premier est, que le produict de la somme du second & troisiesme (qui est $\frac{2\,1}{1\,①} + \frac{1\,②}{1}$) par le premier nombre $\frac{1\,0}{1\,①}$, soit 27; & tel produict (egal a 27) est $\frac{2\,1\,0}{1\,①} + \frac{1\,0\,①}{1\,①}$ qui faict $\frac{2\,1\,0}{1\,①} + 25$

Or la difference de 27 a 32 est 5; Si doncques la difference de leurs egaux (qui sont le cincquiesme & sixiesme en l'ordre) fust aussi 5, le tout eust esté bien faict. Mais elle ne l'est pas; car leur difference est 15, il faut doncques proceder d'autre sorte comme s'ensuit: Il appert qu'on ne peut partir les $\frac{3\,5}{1\,①}$ second en l'ordre comme on veult, mais par telle condition que la difference du cincquiesme & sixiesme en l'ordre soit 5. Pour à quoi avenir il appert qu'on deura prendre lesdictes deux parties troisiesme & quartiesme en l'ordre telles, que leur difference soit $\frac{5}{1\,①}$, qui seroit $\frac{1\,5}{1\,①}$ & $\frac{2\,0}{1\,①}$; il faut doncques par les mesmes commencer autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le troisiesme nombre requis $1\,①$	5
Ergo la somme du premier & second nombre, qui multiplié par le premier doibt faire 35, sera $\frac{3\,5}{1\,②}$	7
Le premier nombre sera $\frac{1\,5}{1\,③}$	3
Le second nombre $\frac{2\,0}{1\,④}$	4

Et ainsi est satisfaict au premier poinct requis, reste encore d'accomplir les deux autres, desquels le premier est, que le produict de la somme du second & troisiesme nombre $\frac{2\,0}{1\,①} + 1\,①$, par le premier $\frac{1\,5}{1\,①}$, soit 27; & tel produict

Digitized by Google

duict egal à 27 est $\frac{300}{1②} + 15$ | 27

Le dernier poinct requis est, que le produict de la somme du premier & troisiesme $\frac{15}{1①} + 1$ ①, par le second $\frac{20}{1①}$, soit 32, & tel produict est $\frac{300}{1②} + 20$ | 32

Egal a 32

Lesquels reduicts 1 2 ② seront egales a 300, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 5.

Ie di, que 3. 4. 5. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme du premier 3 & second 4, est 7, qui multipliée par le troisiesme 5, faict 35. Item la somme du second 4 & troisiesme 5, est 9, qui multipliée par le premier 3 faict 27. Item la somme du troisiesme 5 & premier 3, est 8, qui multipliée par le second faict 32 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVII.

TRouuons trois nombres Arithmetiques desquels la somme soit quarré à sa racine commensurable, & tels, que le quarré de chascun nombre, auec son nombre suiuant, soit semblable quarré.

CONSTRVCTION.

Posons pour le second nombre des ① quelconques, soit 4 ① | 5 2 ②

Or puis que le quarré du premier nõbre aiousté au second, doibt estre quarré selon la question, s'ensuit qu'il faut trouuer vn quarré qui aiousté a 4 ①, face tel quarré. Prenons deux nombres desquels le produict soit 4 ①, soient 2 & 2 ①, leur differẽce 2 ① — 2,

la moitie

Digitized by Google

la moitie (car aiousté son quarré a 4①	
fera quarré selon la question par le	
theoreme de la 35 question du 2 liure)	
pour le premier nombre requis est 1①—1	13②—1
Reste maintenant de trouuer le troisies-	
me nombre tel, que le quarré du se-	
cond, aiousté audict troisiesme, soit	
semblable quarré, le mesme sera trou-	
ué, quand d'vn quarré, on soubstraict	
le quarré de 4①, qui est 16②: Posons	
doncques quelque conuenable racine	
comme 4①+1, son quarré 16②+	
8①+1, du mesme soubstraict 16②,	
reste pour le troisiesme nombre re-	
quis 8①+1	104②+1
Somme des trois nombres 13①	169②
Egale a quelque quarré selon la question,	
que l'on fingera tel, qu'il y en sorte	
conuenable egaleté, soit duquel la ra-	
cine 13①, son quarré 169②	169②

Or 13① vallans 169②, la 1① vaudra 13②, laquelle valeur de 1① ainsi cognue seront semblablement cognuz (à sçauoir en quantitez algebraiques) les valeurs des trois nombres requis, par lesquelles nous commencerons autre operation telle:

Le premier nombre ci dessus 1①—1 (veu	
que 1① vaut 13②) vaudra 13②—1	$\frac{36621}{2704}$
Et pour mesme raison le second nombre	
qui ci dessus est 4①, vaudra 52②	$\frac{157300}{2704}$
Et le troisiesme nombre vaudra 104②+1	$\frac{313344}{2704}$
Somme des trois nombres, qui est quarré	
selon le requis, est 169②	$\frac{511225}{2704}$

Digitized by Google

Et ainsi est satisfaict aux 3 poincts requis, sans toutesfois que la requise valeur d'vne ① soit encore cognue. Reste maintenant le quatrieſme poinct, qui est que le quarré du troiſieſme nõbre auec le premier nombre, soit aussi quarré selon la queſtion. Or le quarré du troiſieſme nombre est $10816④+208②+1$, & le premier nombre est $13②-1$, leur ſomme est $10816④+221②$ qui sont en inferieures quantitez de meſme raiſon $10816②+221$ $\frac{100780851600}{731161}$

Egales a quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte conuenable egaleté. soit duquel la racine $104①+1$ son quarré $10816②+208①+1$ $\frac{100780851600}{731161}$

Leſquels reduicts $208①$ seront egales a 220 & par le 67 probleme, $1①$ vaudra $\frac{55}{52}$.

Ie di, que $\frac{36621}{2704}$, $\frac{157300}{2704}$, $\frac{317304}{2704}$, sont les trois nombres requis. *Dmonſtration.* La ſomme des trois nombres est quarré $\frac{511225}{2704}$, ſa racine $\frac{715}{52}$. Item le quarré du premier nombre $\frac{36621}{2704}$, est $\frac{1341097641}{731161}$, au meſme aiouſté le ſecõd nombre $\frac{157300}{2704}$, la ſomme est quarré $\frac{1766436841}{731116}$, ſa racine $\frac{42029}{2704}$. Item le quarré du ſecond nombre $\frac{157300}{2704}$, est $\frac{24743290000}{731161}$, au meſme aiouſté le troiſieſme nombre $\frac{317304}{2704}$, la ſomme est

me est quarré $\frac{25600280016}{731616}$, sa racine $\frac{160004}{2704}$. Item le quarré du troisiesme nombre $\frac{317304}{2704}$, est $\frac{100681028416}{731616}$. au mesme aiousté le premier nombre $\frac{366252}{2704}$, la somme est quarré $\frac{100808451600}{731616}$, sa racine $\frac{317460}{2704}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis: ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVIII.

TRouuons trois nombres Arithmetiques, desquels la somme soit quarré à sa racine commensurable, & tels, que du quarré de chascun soubstraict son nombre suiuant, les restes soient semblables quarrez.

Construction.

Posons pour le second nombre des ① quelconques, soient 4①

Or puis que du quarré du premier nõbre requis, soubstraict le second, la reste doibt estre quarré selon la question, sensuit qu'il nous faut trouuer vn quarré, duquel soubstraict 4①, la reste soit tel quarré. Prenons deux nombres desquels le produict soit 4①, soient 2 & 2①, leur somme est 2①+2, la moitie (car de son quarré soubstraict 4①, restera quarré selon la question, par le theoreme de la 36 question du 2 liure) pour le premier nombre requis est 1①+1

Reste maintenant de trouuer le troisiesme nombre tel, que soubstraict du

52②

13②+1

Digitized by Google

quarré du ſecond, la reſte ſoit ſemblable quarré, le meſme ſera trouué, quand du quarré de 4 ①, qui eſt 16 ② on ſoubſtraict quelque autre quarré. Poſons doncques quelque conuenable racine comme 4 ① — 1, ſon quarré 16 ② — 8 ① + 1, qui ſoubſtraict de 16 ②, reſte pour le troiſieſme nombre requis 8 ① — 1 | 104 ② — 1

Somme des trois nombres 13 ① | 169 ②

Egale a quelque quarré ſelon la queſtion, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte conuenable egaleté, ſoit duquel la racine 13 ①, ſon quarré 169 ② | 169 ②

Or 13 ① vallans 169 ②, la 1 ① vaudra 13 ②, laquelle valeur de 1 ① ainſi cognue, ſeront ſemblablement cognuz (à ſçauoir en quantitez algebraiques) les valeurs des trois nombres requis, par leſquels nous commencerons autre operation telle :

Le premier nombre ci deſſus 1 ① + 1 (veu que 1 ① vaut 13 ②) vaudra 13 ② + 1 | 170289 / 10816

Et pour meſme raiſon, le ſecond nombre qui deſſus eſt 4 ①, vaudra 52 ② | 640692 / 10816

Et le troiſieſme nombre vaudra 104 ② — 1 | 1270568 / 10816

Somme des trois nombres 169 ② | 2082149 / 10816

Et ainſi eſt ſatisfaict à trois poincts du requis, ſans toutesfois que la requiſe valeur de 1 ① ſoit cognue. Reſte maintenant le quatrieſme poinct qui eſt, que du quarré du troiſieſme

nombre

Digitized by Google

nombre soubstraict le premier, la reste soit quarré selon la question. Or le quarré du troisiesme nombre est 10816 ④ — 208 ② + 1, du mesme soubstraict le premier nõbre, qui est 13 ① + 1, reste 10816 ④ — 221 ② qui sont en inferieures quantitez de mesme raison

10816 ② — 221 | $\frac{130873600}{10816}$

Egales a quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte conuenable egaleté, soit duquel la racine 104 ① — 1, son quarré 10816 ② — 208 ① + 1 | $\frac{130873600}{10816}$

Lesquels reduicts 208 ① seront egales a 222, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{111}{104}$.

Ie di, que $\frac{170989}{10816}$, $\frac{640692}{10816}$, $\frac{1270568}{10816}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres est quarré $\frac{2682249}{10816}$, sa racine $\frac{1443}{104}$. Item le quarré du premier nombre est $\frac{29237238121}{116985856}$, du mesme soustraict le second nombre $\frac{640692}{10816}$, reste quarré $\frac{22307513449}{116985856}$, sa racine $\frac{149357}{10816}$. Item le quarré du second nombre $\frac{640692}{10816}$, est $\frac{410486238864}{116985856}$ du mesme soubstraict le troisiesme nombre $\frac{1270568}{10816}$, reste quarré $\frac{396743775376}{116985856}$, sa racine $\frac{629876}{10816}$. Item le quarré du troisiesme nombre $\frac{1270568}{10816}$, est $\frac{1614343042624}{116985856}$, du mesme soubstraict le premier nombre $\frac{170989}{10816}$, reste quarré $\frac{1612493625600}{116985856}$, sa racine $\frac{1269840}{10816}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Digitized by Google

QVESTION XIX.

TRouuons deux nombres Arithmetiques tels, que le cube du premier aiousté au second, la somme soit cube à sa racine commensurable: Item le quarré du second nombre aiousté au premier, la somme soit quarré à sa racine commensurable. CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre 1 ①
Son cube 1 ③
Le second nombre (à fin que le cube du premier aiousté au second nombre, soit cube selon la question) soit — 1 ③ + 8
Le quarré du second nombre 1 ⑨ — 16 ③ + 64
Auquel aiousté le premier nombre, faict 1 ⑨ — 16 ③ + 1 ① + 64
Egal a quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte conuenable egaleté, soit duquel la racine 1 ③ + 8, son quarré 1 ⑨ + 16 ③ + 64

Lesquels reduicts 32 ②, seront egales à 1, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{32}}$. Or si la mesme racine fust à son quarré commensurable, la solution seroit bonne; Mais elle ne l'est pas; il faut doncques proceder d'autre sorte, car le cube 8 posé ci dessus à la volée, il le faudra poser par certaine condition comme sensuit: Il appert que ces 32 nous viennent de deux fois 16, procedant chascune de double multiplication de 8 par 1; Et par consequent lesdicts 32 procedent aussi de quadruple position de 8: D'ou il est manifeste qu'il nous faut trouuer vn nõbre cubique au lieu de 8, tel que son quadruple soit quarré à sa racine commensurable.

Posons que tel nombre soit	1 ③	64
Son quadruple	4 ③	256
Egal a quelque conuenable quarré soit	16 ②	256

Lesquels

Digitized by Google

Lesquels reduicts 4 ① seront egales a 16, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 4. Et le nombre requis (au lieu de 8, de la precedente operation) sera 64. Car c'est cube selon le requis, & son quadruple 256 est quarré selon le requis; nous en ferons doncques autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le premier nombre 1 ①	$\frac{1}{16}$
Son cube 1 ③	$\frac{1}{4096}$
Le second nombre (à fin que le cube du premier, aiousté au second, face cube selon la question) soit — 1 ③ + 64	$\frac{262143}{4096}$
Son quarré 1 ⑨ — 128 ③ + 4096	$\frac{68718952449}{16777216}$
Auquel aiousté le premier nõbre, faict 1 ⑨ — 128 ③ + 1 ① + 4096	$\frac{68720001025}{16777216}$
Egal a quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y sorte conuenable egaleté, soit duquel la racine 1 ③ + 64, son quarré 1 ⑨ + 128 ③ + 4096	$\frac{68720001025}{16777216}$

Lesquels reduicts 256 ② seront egales a 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1}{16}$.

Ie di, que $\frac{1}{16}$ & $\frac{262143}{4096}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le cube du premier nombre $\frac{1}{16}$, est $\frac{1}{4096}$, qui aiousté au second nombre $\frac{262143}{4096}$, faict cube $\frac{262144}{4096}$, sa racine $\frac{64}{16}$, Item le quarré du second nombre $\frac{262143}{4096}$, est $\frac{68719952449}{16777216}$, qui aiousté au premier nombre $\frac{1}{16}$, faict quarré $\frac{68720001025}{16777216}$, sa racine $\frac{262145}{4096}$. Ce sont doncques cube & quarré, aleurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer,

Qve-

Digitized by Google

QVESTION XX.

TRouuons operation algebraique telle, que pour la valeur de 1 ① posant nombre Arithmetique quelconque, nous aions trois nombres tels, qu'au produict de chasques deux aiousté 1, la somme soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le produict du premier & second nombre requis, le quarré de ① quelconques plus 1, comme 1 ① + 1, qui est 1 ② + 2 ① + 1, des mesmes soubstraict 1 (car ainsi auiendra que lui aioustant 1, il sera quarré selon la question) reste pour ledict produict 1 ② + 2 ①

Et soit le second nombre requis 1 ①

Ergo le premier nombre (puis que leur produict est 1 ② + 2 ①) sera 1 ① + 2

Et de mesme sorte nous trouuerons le troisiesme nombre requis, posant pour le produict du second & troisiesme nombre le quarré de ① quelconques plus 1, comme de 3 ① + 1 qui est 9 ② + 6 ① + 1, des mesmes soubstraict 1 (car ainsi auiendra, que luy aioustant 1, il sera quarré selon la question) reste pour ledict produict 9 ② + 6 ①

Mais le second est 1 ①; Ergo le troisiesme (puis que le produict du second & troisiesme est 9 ② + 6 ①) sera 9 ① + 6

Reste maintenant que le produict du troisiesme & premier + 1, soit quarré selon la question, mais le produict du troisiesme nombre 9 ① + 6, & du premier 1 ① + 2 est 9 ② + 24 ① + 12, au mesme aioustè 1, faict 9 ② + 24 ① + 13

Or si

Digitized by Google

Or si le mesme nombre eust racine selõ la question, le requis seroit trouué, mais il ne l'a point; il faut doncques proceder d'autre sorte. Il appert, que si le double du produict de la racine de 9, par la racine de 13, fust egal au moien 24 (car alors ledict nombre auroit racine selon la question) nous aurions le requis. Il appert aussi que le 13 doibt estre quarré à sa racine commensurable, pour lequel trouuer, il faut considerer d'ou procede tel 13, à sçauoir de la multiplication de 2 par 6 & plus 1. Item que le 2 procede de deux fois multiplié 1 par 1. Item que le 6 procede de deux fois multiplié 3 par 1. Ergo le 13 procede du quadruple de 3 (à sçauoir des 3 ① au quatriesme en l'ordre) il nous faudra doncques au lieu desdicts 3 ①, trouuer tel nombre, qui auec son quadruple plus 1, face quarré selon la question. Prenons deux nombres desquels la difference 1 ①, comme 1 ① + 1, & 2 ① + 1, leur produict 2 ② + 3 ① + 1, son quadruple 8 ② + 12 ① + 4, difference des deux nombres 1 ①, son quarré 1 ② aiousté audict quadruple, faict par le suiuant theoreme, quarré selon la question 9 ② + 12 ① + 4, car sa racine est 3 ① + 2. Doncques il nous faudra au lieu de 3 ① + 1 quatriesme en l'ordre, prendre 2 ① + 1, & selon les mesmes nous commencerons autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le produict du premier & second nombre requis, le quarré de ① quelconques plus 1, comme 1 ① + 1, qui est 1 ② + 2 ① + 1, des mesmes soubstraict 1 (car ainsi auiendra que lui aioustant 1, il sera quarré selon la question) reste pour ledict produict 1 ② + 2 ①

Soit le second nombre requis 1 ①

Ergo

Ergo le premier nombre (puis que leur produict eſt 1 ② + 2 ①) ſera 1 ① + 2

Et de meſme ſorte nous trouuerons le troiſieſme nombre requis, poſant pour le produict du ſecond & troiſieſme nombre (non pas ① quelconques comme en la precedente operation; mais comme deſſus dict eſt, nombre tel, que ſa difference à la premiere poſition 1 ① + 1, ſoit 1 ①) pour les raiſons que deſſus, le quarré de 2 ① + 1, qui eſt 4 ② + 4 ① + 1, du meſme ſoubſtraict 1 (car ainſi auiendra que lui aiouſtant 1, il ſera quarré ſelon la queſtion) reſte pour ledict produict 4 ② + 4 ①

Mais le ſecond nombre eſt 1 ①, ergo le troiſieſme (puis que le produict du ſecond & troiſieſme eſt 4 ② + 4 ①) ſera 4 ① + 4

Le produict du troiſieſme nombre 4 ① + 4, & du premier 1 ① + 2, eſt 4 ② + 12 ① + 8, au meſme aiouſté 1, faict quarré ſelon la queſtion (car ſa racine eſt 2 ① + 3) 4 ② + 12 ① + 9

Lequel eſtant tel quarré il ne requiert point d'egalete.

Ie di, que la valeur de 1 ① eſt nombre Arithmetique quelconque ſelon le requis. *Demonſtration.* La valeur de 1 ① ſoit 2; Ergo le premier nombre 4, le ſecond 2, le troiſieſme 12. Mais que les meſmes ſatisfont au requis, ſe demonſtre ainſi: Le produict de 4 & 2, eſt 8, plus 1 faict quarré 9, ſa racine 3. Item le produict de 2 & 12 eſt 24, plus 1, faict quarré 25, ſa racine 5. Item le produict de 12 & 4, eſt 48, plus 1, faict quarré 49, ſa racine 7, ſelon le requis.

Autre demonſtration.

Soit maintenant de 1 ① la valeur 3. Ergo le premier nombre

Digitized by Google

nombre 5, le second 3, le troisiesme 16, mais que les mesmes satisfont aussi au requis, se demonstre ainsi: Le produict de 5 & 3 est 15, plus 1, faict quarré 16, sa racine 4. Ité le produict de 3 & 16 est 48, plus 1, faict quarré 49, sa racine 7, Item le produict de 16 & 5, est 80, plus 1, faict quarré 81, sa racine 9. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; Et semblable sera la demonstration de nombre Arithmetique (posé pour la valeur de 1 ①) quelconque.

THEOREME.

AV quadruple du produict de deux nombres Arithmetiques, aiousté le quarré de leur difference, faict quarré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soient deux nombres 2 & 5. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produict de 2 & 5, est 10, son quadruple 40, leur difference 3, son quarré 9, aiousté à 40, faict quarré 49, à sa racine 7 commensurable. D'ou s'ensuit que si l'on pose les deux nombres differens en vnité, que l'on trouuera vn nombre, qui auec son quadruple plus 1, fera quarré comme estoit requis à la construction de la precedente 20 question. Soient par exemple deux nombres desquels la difference est 1, comme 2 & 3, leur produict est 6, son quadruple 24, leur difference 1, son quarré 1, aiousté a 24, faict quarré selon le theoreme 25. *Conclusion.* Si doncques au quadruple, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

Digitized by Google

QVESTION XXI.

Trouuons quatre nombres Arithmetiques tels, qu'un produict de chasques deux, aiousté 1, la somme soit quarré à sa racine commensurable.

Construction.

On trouuera les trois nombres par la precedente 20 question, qui est pour le premier $1①$ $\frac{1}{1}$

Et le second $1① + 2$ $\frac{3}{1}$

Et le troisiesme $4① + 4$ $\frac{68}{16}$

Or il faut que le produict du quatriesme & premier plus 1, soit quarré selon la question; On posera doncques pour la racine de tel quarré, des ① quelconques plus 1, soit $3① + 1$, son quarré $9② + 6① + 1$, du mesme soubstraict 1 (car ainsi auiendra que lui aioustant 1, il sera quarré selon la question) reste pour ledict produict $9② + 6①$ $\frac{105}{256}$

Mais le premier nombre est $1①$; Ergo le quatriesme (puis que tel produict de quatriesme & premier nombre est $9② + 6①$) sera $9① + 6$ $\frac{105}{16}$

Reste maintenant que le produict du quatriesme & second plus 1, soit quarré selon la question, mais tel produict est $9② + 24① + 12$, auquel aiousté 1, faict $9② + 24① + 13$ $\frac{3721}{256}$

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte conuenable egaleté, soit duquel la racine $3① - 4$, son quarré $9② - 24① + 16$ $\frac{3721}{256}$

Lesquels

Digitized by Google

Lesquels reduicts, 48 ① seront egales a 3, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{16}$.

Ie di, que $\frac{1}{16}$ $\frac{33}{16}$ $\frac{68}{16}$ $\frac{105}{16}$ sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{1}{16}$ & $\frac{33}{16}$, est $\frac{33}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{289}{256}$, sa racine $\frac{17}{16}$. Item le produict de $\frac{1}{16}$ & $\frac{68}{16}$, est $\frac{68}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{324}{256}$, sa racine $\frac{18}{16}$. Item le produict de $\frac{1}{16}$ & $\frac{105}{16}$, est $\frac{105}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{361}{256}$, sa racine $\frac{19}{16}$. Item le produict de $\frac{33}{16}$ & $\frac{68}{16}$ est $\frac{2244}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{2500}{256}$, sa racine $\frac{50}{16}$. Item le produict de $\frac{33}{16}$ & $\frac{105}{16}$, est $\frac{3465}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{3721}{256}$, sa racine $\frac{61}{16}$. Item le produict de $\frac{68}{16}$ & $\frac{105}{16}$, est $\frac{7140}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{7396}{256}$, sa racine $\frac{86}{16}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXII.

TRouuons trois nombres Arithmetiques proportionaux tels, que la difference de chasques deux soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre 1 ①

Et le second nombre (à fin qu'il excedē au premier en quarré selon la question) soit 1 ① + 4

Et le troisiesme (à fin qu'il excede au second en quatré selon la question) soit 1 ① + 13

Or la difference du troisiesme & premier, est 13, laquelle doibt estre quarré selon la question, mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte. Il appert que 13 est nōbre composé de deux quarrez 9 & 4,

Digitized by Google

parquoi il nous faut trouuer deux tels quarrez, desquels la somme soit semblable quarré. Soient 9 & 16, leur somme est quarré 25 à sa racine commensurable; Et par les mesmes nous ferons autre operation semblasemblable à la precedente en ceste sorte :

Soit le premier nombre requis 1 ①	$\frac{81}{7}$
Le second nombre 1 ① + 9	$\frac{144}{7}$
Le troisiesme nombre 1 ① + 25	$\frac{256}{7}$
Or de ces trois nombres chasques deux sont different en quarré selon la question, Reste maintenant qu'ils soient aussi proportionels, mais de trois nombres proportionels le produict des extremes est egal au quarré du moien, doncques le produict des extremes 1 ① & 1 ① + 25	
qui est 1 ② + 25 ①	$\frac{20736}{49}$
Est egal au quarré du moien 1 ① + 9, qui est 1 ② + 18 ① + 81	$\frac{20736}{49}$

Lesquels reduicts, 7 ① seront egales à 81, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{81}{7}$.

Ie di, que $\frac{81}{7}$ $\frac{144}{7}$ $\frac{256}{7}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Comme $\frac{81}{7}$ a $\frac{144}{7}$, ainsi $\frac{144}{7}$ a $\frac{256}{7}$; ergo ils sont proportionaux. Item la difference de $\frac{81}{7}$ a $\frac{144}{7}$ est quarré 9, sa racine 3, Item la difference de $\frac{144}{7}$ a $\frac{256}{7}$, est quarré 16, sa racine 4. Item la difference de $\frac{256}{7}$ a $\frac{81}{7}$. est 25, sa racine 5; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

Digitized by Google

QVESTION XXIII.

Trouuons trois nombres Arithmetiques tels, que chasque nombre aiousté au solide desdictes trois nombres la somme soit quarré à sa racine commensurable.

Nota Nombre solide de trois nombres, est le produict des deux multiplié par le troisiesme, comme de 3. 4. 5. le solide est 60, par ce que 3 fois 4 faict 12, le mesme multiplié par 5 faict nombre solide 60. Qui est appellé solide parce que le solide rectangle duquel la hauteur 3, largeur 4, longueur 5, aura grandeur 60.

Constrvction.

Soit le solide des trois nombres $1\,②+2\,①$

Et le premier nombre (à fin qu'aiousté 1 au solide, face quarré selon le requis) soit 1

Et pour auoir le second nombre, on soubstraira (à fin que le solide auec le second nombre, face aussi quarré selon la question) le solide $1\,②+2\,①$ de quelque quarré, soit duquel la racine $1\,①+3$, son quarré $1\,②+6\,①+9$, du mesme soubstraict ledict solide, reste pour le second nombre requis $4\,①+9$

Or pour auoir le troisiesme nombre, prenons le produict du premier & second nombre, qui est $4\,①+9$, par lequel diuisé ledict solide, donne quotient pour le troisiesme nombre requis $\frac{1\,②+2\,①}{4\,①+9}$ (car, par exemple, diuisé vn solide 24 procedant de 2. 3. 4, par le produict de quelques deux nombres, comme de 2 & 3, qui est 6, le quotient 4, est necessairement le troisiesme nombre; Et le mesme s'entendra en nombres algebraiques) Mais tel quotient aura valeur au respect des autres nombres

Digitized by Google

qui ne sera point nombre Arithmetique. Il faut doncques proceder d'autre sorte. Il appert qu'au lieu des 4 ① + 9, il nous faut trouuer tel nombre de mesme qualité, ainsi que par le mesme diuisé 1 ② + 2 ①, le quotient soit quelque ①, desquelles la valeur soit nombre Arithmetique. Veu doncques qu'il faut diuiser le solide 1 ② + 2 ①, par le scond nombre qui en la precedente operation est 4 ① + 9, il est notoire que pour auoir le quotient de quelques ①, qu'il faut que le 1 (de 1 ②) au 4 (des 4 ①) aye telle raison, comme le 2 (des 2 ①) au 9 (car autrement il seroit impossible de paruenir à telle diuision) Il appert aussi par alterne raison, que cõme 1 à 2, ainsi faudroit estre 4 à 9; Mais 1 est la moitie de 2, ergo le nombre qui viendra au lieu de 4, faut estre la moitie du nombre qui viendra au lieu du 9 Item le nombre qui viendra au lieu de 9, est necessairement quarré à sa racine commensurable; Ergo au lieu de 4 & 9, il nous faut trouuer deux nombres tels, que l'vn soit quarré comme dict est, & l'autre sa moitie, & encore procedans d'antecedẽs nombres qualifiez comme les antecedens, desquels procedent les 4 & 9; Mais qu'elles sont les qualitez de ces antecedens? c'est que l'vn procede du double de quelque certain nombre moins 2 (car 4 procede du double de 3 moins 2) l'autre du quarré d'icelui certain nombre (car 9 procede du quarré desdicts 3.) Il nous faut doncques (au lieu de 3) trouuer vn nombre tel, que de son double soubstraict 2, la reste soit la motie du quarré d'celui nombre.

Soit le nombre requis 1 ①

Son double moins 2 est 2 ① — 2

Egal a la moitie du quarré du nombre requis, qui est $\frac{1}{2}$ ②

Lesquels

Lesquels reduicts, 1 ② sera egale à 4 ① — 4, & par le 68 probleme, 1 ① (pour le nombre requis au lieu de 3) vaudra 2, car son double moins 2, est la moitie du quarré du nombre requis 2, doncques au lieu ou nous auons ci dessus mis 3, il faudra mettre 2, c'est à dire au lieu des 3 ① au troisiesme en l'ordre, il faudra mettre 2 ① ; Et nous ferons par les mesmes autre operation semblable à la precedente en ceste sorte.

Soit le solide des trois nombres 1 ② + 2 ①

Et le premier nombre (à fin qu'adiousté au solide face quarré selon la question) soit 1

Et pour auoir le second nombre, on soubstraira (à fin que le solide auec le second nombre, face aussi quarré selon la question) le solide 1 ② + 2 ①, non pas d'vn quarré duquel la racine 1 ① + 3 comme à la premiere operation, mais pour les raisons que dessus, du quarré de 1 ① + 2, qui est de 1 ② + 4 ① + 4, reste pour le second nombre requis 2 ① + 4

Or pour auoir le troisiesme nombre, prenons le produict du premier & second 2 ① + 4, qui est 2 ① + 4, par lequel diuisé le solide, donne quotient pour le troisiesme nombre $\frac{1}{2}$ ①

La somme du solide & troisiesme nombre, est 1 ② + 2 $\frac{1}{2}$ ①

Egale a quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte conuenable egalete, soit duquel la racine 2 ①, son quarré 4 ②

Lesquels reduicts 3 ① seront egales a 2 $\frac{1}{2}$; & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{5}{6}$.

Ie di, que 1, $\frac{68}{12}$, $\frac{5}{12}$, sont les trois nombres requis.

Demonstration. Le solide des trois nombres 1, $\frac{68}{12}$, $\frac{5}{12}$, est

est $\frac{240}{144}$, au mesme aioustè le premier nombre 1, faict quarré $\frac{484}{144}$, sa racine $\frac{22}{12}$. Item audict solide $\frac{240}{144}$, aioustè le second nombre $\frac{68}{12}$, faict quarré $\frac{1156}{144}$, sa racine $\frac{34}{12}$. Item audict solide $\frac{340}{144}$, aioustè le troisiesme nombre $\frac{1}{12}$ faict quarré $\frac{400}{144}$, sa racine $\frac{20}{12}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIIII.

Trouuons trois nombres Arithmetiques tels, que chascun soubstraict du solide desdictes trois nombres, la reste soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ① — $\frac{17}{8}$

Et le solide des trois nombres (à fin que du mesme soubstraict le premier, la reste soit quarré selon la question) soit 1 ② + 1 ① — $\frac{425}{64}$

Or pour trouuer le produict du secõd & troisiesme nõbre, nous diuiserons le solide par le premier nombre (car par exẽple, le solide 24 procedant de 2. 3. 4; diuisé par le premier 2, le quotient 12, est necessairement produict des deux autres, à scauoir de 3 & 4; le mesme s'entendra en nombres Algebraiques) donne quotient pour ledict produict du second & troisiesme 1 ① + 1 — $\frac{25}{8}$

Soit le second nombre requis 1 — 1

Ergo le troisiesme (puis que le produict du troisiesme & second est 1 ① + 1) sera 1 ① + 1 — $\frac{25}{8}$

Reste maintenant que du solide soubstraict le second nombre, puis le troisiesme, les restes

soient

soient quarrez selon la question. Mais soubstraict le second nombre 1 du solide 1 ② + 1 ①, reste 1 ② + 1 ① + 1 $\frac{361}{64}$.

Item soubstraict le troisiesme 1 ① + 1, dudict solide, reste 1 ② — 1 $\frac{289}{64}$.

Or chascun des deux precedens nombres, à sçauoir le sixiesme & septiesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouuer vn quarré de double egaleté. Soit par position de 2 ① & $\frac{1}{2}$ (pour les deux nombres desquels le produict 1 ①, est egal à la difference du sixiesme au septiesme en l'ordre) desquels le quarré de double egaleté, egal au moindre nombre 1 ② — 1, est (par la note de la 12 question du 2 liure) 1 ② — $\frac{1}{2}$ ① + $\frac{1}{16}$ $\frac{225}{64}$.

Lesquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① sera egale à $\frac{17}{16}$, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{17}{8}$.

Ie di, que $\frac{17}{8}$. 1. $\frac{25}{8}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le solide des trois nombres $\frac{17}{8}$. 1. $\frac{25}{8}$, est $\frac{425}{64}$, duquel soubstraict le premier nombre $\frac{17}{8}$, reste quarré $\frac{289}{64}$, sa racine $\frac{17}{8}$. Item dudict solide $\frac{425}{64}$, soubstraict le second nombre 1, reste quarré $\frac{361}{64}$, sa racine $\frac{19}{8}$, Item dudict solide $\frac{425}{64}$, soubstraict le troisiesme nombre $\frac{25}{8}$, reste quarré $\frac{225}{64}$, sa racine $\frac{15}{8}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables; selon le requis ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXV.

Partons 6 en deux parties telles, que leur produict soit cube à sa racine commensurable, & lui deffaillant sa racine.

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

Soit la premiere partie 1 ①
Ergo la seconde partie —1 ① +6
Leur produict —1 ② —6 ①
Egal à quelque cube lui defaillant sa racine; fingeons la racine du cube quelques ① moins 1, soit 2 ① —1
Son cube 8 ③ — 12 ② +6 ① — 1
Du mesme soubstraict sa racine, reste pour le cube lui deffaillant sa racine 8 ③ — 12 ② +4 ①
Egal au produict des deux nombres requis troisiesme en l'ordre, qui est —1 ② +6 ①

Lesquels reduicts 8 ② seront egales à 11 ① +2, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{121}{256}} - \frac{11}{16}$. Or si la mesme valeur de 1 ① fust à son quarré commensurable, nous aurions le requis, mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte. Il appert que si aux termes reduicts, n'y eust point venu des ① mais que l'egaleté s'eust rencontré seulement entre ① & ⊙, nous aurions le requis; Or pour l'auoir ainsi, il faut considerer d'ou procedent les 4 ① sixiesme en l'ordre, & appert que du triple de 2 ① quatriesme en l'ordre, moins les mesmes deux primes: Ergo elles procedent du double de 2 ① quatriesme en l'ordre; Il faut doncques trouuer vne multitude de ① (au lieu desdictes 2 ①) de laquelle le double (veu qu'elles s'egalent à 6 ① troisiesme en l'ordre) soit 6 ①; La mesme sera 3 ①, ergo au lieu de 2 ①, quatriesme en l'ordre, il faudra mettre 3 ①, & nous ferons par les mesmes autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit

Soit la premiere partie $1\,①$

Ergo la seconde partie $-1\,①+6$

Leur produict $-1\,②+6\,①$

Egal a quelque cube auquel deffaut sa racine, fingeons la mesme non pas $2\,①-1$ comme à la premiere operation, mais pour les raisons que dessus $3\,①-1$

Son cube $27\,③-27\,②+9\,①-1$

Du mesme soubstraict sa racine, reste pour le cube lui deffaillant sa racine $27\,③-27\,②+6\,①$

Egal au produict des deux nombres requis troisiesme en l'ordre, qui est $-1\,②+6\,①$

$\frac{26}{27}$

$\frac{27}{1}\ \frac{136}{27}$

$\frac{27}{1}\ \frac{3536}{729}$

$\frac{51}{27}$

$\frac{132651}{19683}\ \frac{51}{27}$

$\frac{19683}{1}$

$\frac{3536}{729}$

$\frac{3536}{729}$

Lesquels reduicts $27\,①$ seront egales a 26, & par le 67 probleme $1\,①$ vaudra $\frac{26}{27}$.

Ie di, que $\frac{26}{27}.\frac{136}{27}$ sont les deux nombres; item que $\frac{132651}{19683}$ est le cube requis. *Demonstration.* Que les deux nombres $\frac{26}{27}.\frac{136}{27}$, sont les deux parties integrantes de 6, est notoire. Item leur produict est $\frac{3536}{729}$, qui est cube $\frac{132651}{19683}$, lui deffaillant sa racine $\frac{51}{27}$, Car soubstrahant racine $\frac{51}{27}$, de cube $\frac{132651}{19683}$, reste comme dessus $\frac{3536}{729}$, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXVI.

Nota Pour les erreurs du texte de ceste 26^e & de la suivante 35^e question, nous les descriprons de mot à mot.

Nous partirons le nombre donné en trois parties telles, que le solide en sortant, soit cube, aiant le costé egal à la somme des interualles que chasques deux sont distans entre

Digitized by Google

eux. Soit à diuiser 4; Et le solide composé des trois parties soit 8 C. (car il doibt estre cube du costé 2 N. Or les interualles du premier & second, du second & troisiesme, du troisiesme & premier ensemble, font le double de l'interualle du troisiesme & premier; C'est à dire: S'il y eust trois nombres inegaux, les trois interualles sont le double de l'interualle des extremes; mais la somme des nombres, & la somme des interualles, doibt estre la mesme. Posons le troisiesme maieur que le premier en l'interualle de 1 N, & soit le premier 2 N (ie pouuois prendre N quelconques) le troisiesme sera 3 N. Et estant le solide comprins soubs ces trois 8 C: Et le produict du premier & troisiesme 6 Q; Sensuit que le deuxiesme est 1 $\frac{1}{3}$ N. Or si le second fust moindre que le troisiesme, & maieur que le premier, il seroit satisfaict à la question. Mais le second procede de la diuision de 8, par le produict du premier & troisiesme; Et le premier & troisiesme ne sont pas posez à plaisir, mais differens en vnité, nous sommes doncques venuz iusques à la, qu'il nous faut trouuer deux nombres differens en vnité, ainsi que par leur produict diuisé 8, le quotient soit moindre que le maieur, & maieur que le moindre. Soit le moindre 1 N, le maieur 1 N + 1, leur produict 1 Q + 1 N, par lequel si vous diuisez 8, le moien sera $\frac{8}{1Q+1N}$, qui doibt estre plus grand que 1 N, & moindre que 1 N + 1. Et estant leur interualle 1, l'interualle du premier sera aussi moindre que vnité. Ergo le second auec l'vnité sera maieur que le premier. Le second aiousté a 1, & conuerti en fraction faict $\frac{1Q+1N+8}{1Q+1N}$, ceci doncques sera maieur que 1 N + 1, & estant faict leur reduction, 1 Q + 1 N + 8, est maieur que 1 C + 2 Q + 1 N. Soubstrahons semblables de

semblables

Digitized by Google

semblables, reste 8 maieur que 1 C + 1 Q. Puis fingeons le cube auquel est contenu 1 C + 1 Q, & soit son costé 1 N + 3, & par ce que 8 est maieur que 1 C + 1 Q, le cube dudict reste sera aussi maieur que 1 C + 1 Q, egalons aussi les costez 2 & 1 N + 3, & 1 N vaudra 5. Or accommodons ceci à ce que nous auons posé. Et le premier sera 8, le second 9, le troisiesme 5, & tous multipliez par 15, le premier (delaissé 15 leur commun denominateur) sera 4, le second 27, le troisiesme 25. Et sont trouuez trois nombres desquels le solide procedant de leur multiplication soit cube ayant le coste la somme de leurs interualles. Ie pose doncques le premier 40 N, le second 27 N, le troisiesme 25 N. Et le solide de ces trois nombres est cube duquel le costé s'egale à la somme de leurs interualles; Mais ie veux egaler ces trois aux vnitez donnees, à sçauoir au nombre proposé qui est 4. Ergo 92 N, s'egalent a 4, & 1 N vaut 1. Or venant aux posez, le premier sera 40, le second 27, le troisiesme 25.

QVESTION XXVII.

Trouuons deux nombres tels, que chascun aioustè à leur produict, la somme soit cube à sa racine commensurable.

Construction.

Soit le premier nombre de quelques ① telles que son nombre de multitude soit cube à sa racine commensurable soit 8 ① — 112/13

Le second nombre sera tel, que multiplié par le premier, & au produict aioustè le premier, la somme soit cube selon la question soit 1 ② — 1 — 27/169

Leur

Leur produict $8\,③ - 8\,①$ | $\frac{3024}{2197}$

Au meſme aiouſté le ſecond nombre, faict $8\,③ + 1\,② - 8\,① - 1$ | $\frac{3375}{2197}$

Egal a quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte conuenable egaleté, ſoit duquel la racine $2\,① - 1$, ſon cube $8\,③ - 12\,② + 6\,① - 1$ | $\frac{3375}{2197}$

Leſquels reduicts $13\,①$ ſeront egales a 14, & par le 67 probleme, $1\,①$ vaudra $\frac{14}{13}$.

Ie di, que $\frac{112}{13}$ $\frac{27}{169}$, ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{112}{13}$ & $\frac{27}{169}$, eſt $\frac{3024}{2197}$, au meſme aiouſté le premier nombre $\frac{112}{13}$, faict cube $\frac{21952}{2197}$, ſa racine $\frac{28}{13}$. Item audict produict $\frac{3024}{2197}$, aiouſté $\frac{27}{169}$, la ſomme eſt cube $\frac{3375}{2197}$, ſa racine $\frac{15}{13}$. Ce ſont doncques cubes à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXVIII.

TRouuons deux nombres tels, que chaſcun ſoubſtraict de leur produict, la reſte ſoit cube à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre quelques $①$ telles, que leur nombre de multitude ſoit cube à ſa racine commenſurable & plus 1, ſoit $8\,① + 1$ | $\frac{125}{13}$

Le ſecond nombre ſera tel, que multiplié par le premier, & du produict ſoubſtraict le ſecond, la reſte ſoit cube ſelon la queſtion, ſoit tel ſecond nombre $1\,②$ | $\frac{196}{168}$

Leur produict $8\,③ + 1\,②$ | $\frac{24500}{2197}$

Du meſme

Du meſme ſoubſtraict le premier, reſte $8③+1②-8①-1$ | $\frac{3376}{2197}$

Egal à quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte conuenable egaleté, ſoit duquel la racine $2①-1$ ſon cube $8③-12②+6①-1$ | $\frac{3375}{2197}$

Leſquels reduicts $13①$ ſeront egales à 14, & par le 67 probleme $1①$ vaudra $\frac{14}{13}$.

Ie di, que $\frac{125}{13}$ $\frac{196}{169}$ ſont les deux nombres requis.

Demonſtration. Le produict de $\frac{125}{13}$ & $\frac{196}{169}$ eſt $\frac{24500}{2197}$, duquel ſoubſtraict le premier $\frac{125}{13}$, reſte cube $\frac{3375}{2197}$, ſa racine $\frac{15}{13}$. Item du meſme produict $\frac{24500}{2197}$, ſoubſtraict le ſecond nombre $\frac{196}{169}$, reſte cube $\frac{2197}{2197}$, ſa racine $\frac{13}{13}$. Ce ſont doncques cubes à leurs racines commenſurables ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXIX.

TRouuons deux nombres Arithmetiques tels, qu'aiouſtez à leur produict, puis ſoubſtraict de leur produict, ſomme & reſte ſoient cubes à leurs racines commenſurables.

Constrvction.

Soit le cube procedant des deux nombres aiouſtez à leur produict, 64

Et le cube procedant des deux nombres ſoubſtraicts de leur produict ſoit 8

Leur difference qui eſt le double de la ſomme des deux nombres, par le ſuiuant theoreme, eſt 56, ſa moitie pour la ſomme des deux nombres requis eſt 28

Or parce que le produict aiouſté aux deux nombres faict 64, ſenſuit (car ſoubſtraict 28 de 64 reſte 36) que leur produict eſt 36

Reſte

Digitized by Google

Reſte doncques de trouuer deux nombres tels, que leur ſomme ſoit 28, & leur produict 36; les meſmes ſe trouuent par la 30 queſtion du premier liure, toutesfois à cauſe des nombres qui ſe rencontrent en l'operation, nous metterons leur conſtruction autrefois en ceſte ſorte:

Soit le maieur nombre requis	1 ① + 14
Ergo le moindre	— 1 ① + 14
Leur produict	— 1 ② + 196
Egal au produict donné	36

Leſquels reduicts 1 ② ſera egale a 160, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra √160. Et les nombres cherchez ſeront 14 + √160, & 14 — √160. Or ſi ces deux nombres fuſſent Arithmetiques, nous aurions le requis; mais ils ne le ſont pas, dont eſt la cauſe, que le 160 n'eſt point quarré à ſa raciue commenſurable. Il faut doncques conſiderer d'ou procedent ces nombres, à fin que nous trouuions autres ſemblables, qui au lieu de 160 donnent quarré comme dict eſt. Premierement la difference de 160, & 196, eſt 36, & les 196, ſont le quarré de 14, qui eſt la moitie de 28, qui eſt la moitie de 56; Doncques 196 eſt le quarré du quart de 56; Mais 56 eſt la difference des deux cubes 64 & 8. Item 36 eſt la moitie de la ſomme des meſmes cubes; Il appert donc, qu'au lieu de 64 & 8, il nous faut trouuer deux autres ſemblables cubes tels, que du quarré du quart de leur difference, ſoubſtraict la moitie de la ſomme des cubes, la reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable, pour leſquels trouuer:

Soit la racine du maieur cube	1 ① + 1
Et la racine du moindre cube ſoit	1 ① — 1
Ergo le maieur cube	1 ③ + 3 ② + 3 ① + 1

Et le

Et le moindre cube $1\,③ - 3\,② + 3\,① - 1$
Leur difference $6\,② + 2$ son quart $\frac{3}{2}\,② + \frac{1}{2}$
Son quarré $\frac{9}{4}\,④ + \frac{3}{2}\,② + \frac{1}{4}$
Du mesme soubstraict la moitie de la somme des cubes, qui est $1\,③ + 3\,①$ reste
$\frac{9}{4}\,④ - 1\,③ + \frac{3}{2}\,② - 3\,① + \frac{1}{4}$
Qui conuertiz en entiers de mesme raison les multipliant par 4, faict $9\,④ - 4\,③ + 6\,② - 12\,① + 1$
Egal a quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte conuenable egaleté, soit duquel la racine $3\,② - 6\,① + 1$, le quarré est
$9\,④ - 36\,③ + 42\,② - 12\,① + 1$

Lesquels reduicts $32\,①$ seront egales a 36, & par le 67 probleme, $1\,①$ vaudra $\frac{9}{8}$. Ergo les deux cubes cherchez au lieu de 64 & 8, seront $\frac{4913}{512}$, & $\frac{1}{512}$, par lesquelles il nous faut commencer autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:
Soit le cube procedant des deux nombres aiouſtez à leur produict $\frac{4913}{512}$
Et le cube procedant des deux nombres soubstraicts de leur produict soit $\frac{1}{512}$
Leur difference qui est le double de la somme des deux nombres par le theoreme suiuant, est $\frac{4912}{512}$, sa moitie pour la somme des deux nombres requis $\frac{2456}{512}$
Or parce que le produict aiousté aux deux nombres faict $\frac{4913}{512}$, s'ensuit (car soubstraict $\frac{2456}{512}$ de $\frac{4913}{512}$ reste $\frac{2457}{512}$) que leur produict sera $\frac{2456}{512}$
Reste doncques de trouuer deux nombres Arithmetiques tels, que leur somme soit $\frac{2456}{512}$, & leur produict $\frac{2457}{512}$, en ceste sorte:

Soit

Soit le maieur nombre requis 1 ① + $\frac{1728}{512}$ | $\frac{1728}{512}$
Ergo le moindre nombre — 1 ① + $\frac{1728}{512}$ | $\frac{728}{512}$
Leur produict — 1 ② + $\frac{1507984}{262144}$ | $\frac{1257984}{262144}$
Egal au produict donné $\frac{2457}{512}$

Lesquels reduicts 1 ② sera egale a $\frac{25000000}{262144}$, & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\frac{500}{512}$.

Ie di, que $\frac{1728}{512}$ $\frac{728}{512}$ sont les deux nombres requis. *Demonstrat.* Le produict de $\frac{1728}{512}$ & $\frac{728}{512}$, est $\frac{1257984}{262144}$, au mesmes aiouſtez lesdicts deux nombres (desquels deux nombres la somme est $\frac{2456}{512}$) faict cube $\frac{25154456}{262144}$, sa racine $\frac{136}{64}$. Item dudict produict $\frac{1257984}{262144}$, soubstraict ladicte somme des deux nombres $\frac{2456}{512}$, reste cube $\frac{512}{262144}$, sa racine $\frac{8}{64}$. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

Deux nombres aiouſtez à leur produict, puis soubstraicts de leur produict: La difference de somme & reste sera double aux deux nombres.

Explication du donné. Soient deux nombres quelconques 2 & 3. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Les deux nombres 2 & 3, aiouſtez à leur produict 6, faict 11, & du mesmes produict 6, soubstraict lesdicts nombres 2 & 3 reste 1. Or la difference de somme 11. & reste 1, est 10, qui est double selon le theoreme, aux deux nombres 2 & 3. *Conclusion.* Deux nombres doncques aiouſtez, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

Digitized by Google

QVESTION XXX.

CESTE queſtion eſt la meſme que la 29 precedente; mais elle differe en l'operation qui ſera ici telle:

Construction.

Veu (par le ſuiuant theoreme) que le quarré à ſa racine commẽſurable, diuiſé en deux parties deſquelles l'vne ſoit ſa racine, & au produict des deux parties aiouſtez les meſmes deux parties: la ſomme ſera cube ſelon la queſtion: Poſons le quarré de 1 ① qui eſt 1 ②	$\frac{256}{49}$
Et que l'vne partie pour l'vn nombre requis ſoit ſa racine 1 ①	$\frac{16}{7}$
Ergo l'autre partie pour l'autre nombre requis ſera 1 ② — 1 ①	$\frac{144}{49}$
Produict des deux parties 1 ③ — 1 ②	$\frac{2304}{343}$
Au meſme aiouſté les deux parties, faict cube 1 ③	$\frac{4096}{343}$
Et dudict produict 1 ③ — 1 ②, ſoubſtraict la ſomme des deux parties reſte 1 ③ — 2 ②	$\frac{512}{343}$
Egale a quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte conuenable egaleté, ſoit duquel la rcine $\frac{1}{2}$ ①, ſon cube $\frac{1}{8}$ ③	$\frac{512}{343}$

Leſquels reduicts $\frac{7}{8}$ ① ſeront egales a 2, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{16}{7}$.

Ie di que $\frac{16}{7}$ $\frac{144}{49}$ ſont les deux nombres requis.

Demonſtration. Le produict de $\frac{16}{7}$ & $\frac{144}{49}$, eſt $\frac{2304}{343}$, au meſmes aiouſté leſdicts deux nombres (deſquels deux nombres la ſomme eſt $\frac{256}{49}$) faict cube $\frac{4096}{343}$, ſa racine $\frac{16}{7}$. Item dudict produict $\frac{2304}{343}$, ſoubſtraict ladicte

Digitized by Google

somme des deux nombres $\frac{256}{49}$, reste cube $\frac{512}{343}$, sa racine $\frac{8}{7}$. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demõstrer.

THEOREME.

LE quarré à sa racine commensurable diuisé en deux parties desquelles l'vne soit sa racine, & au produict des deux parties aiousté les mesmes deux parties: Donne pour somme vn cube à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné quarré à sa racine commensurable 9, *Explication du requis.* Il faut par le mesme 9 demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Les deux parties de 9, desquelles l'vne soit sa racine, sont 3 & 6, leur produict 18, au mesme aiousté 3 & 6, font cube selon le theoreme 27, à sa racine 3 commensurable. *Conclusion.* Le quarré doncques à sa racine commensurable diuisé en deux parties, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXI.

TRouuons quatre nombres quarrez à leurs racines commensurables, & tels, qu'a leur somme aiouste la somme de leurs racines, le tout soit 12.

CONSTRVCTION.

Les quatre quarrez que nous cherchons, auec leurs racines, font ensemble 12. & si nous aioustons au mesmes encore quatre fois $\frac{1}{4}$ faict 13, qui (par le suiuant theoreme) contiendront quatre quarrez selon la question, & tels que de chascune de leurs racines soubstraict

straict $\frac{1}{2}$, resteront les quatre racines des quatre quarrez requis. Reste doncques de partir 13 en quatre tels quarrez: Lequel se fera premierement en deux soient en 4 & 9 & puis chascun quarré (par la 8e. question du second liure) en deux autres, ceux de 4 soient $\frac{64}{25}$ & $\frac{36}{25}$; Et de 9 soient $\frac{144}{25}$ & $\frac{81}{25}$. Or les quatre racines de ces quatre quarrez sont $\frac{8}{5}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{12}{5}$, $\frac{9}{5}$, puis de chascune desdictes racines soubstraict $\frac{1}{2}$, resteront $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{19}{10}$, $\frac{13}{10}$, desquels les quarrez pour les quatre quarrez requis, sont $\frac{121}{100}$, $\frac{49}{100}$, $\frac{361}{100}$, $\frac{169}{100}$.

Demonstration. Les racines des quatre quarrez $\frac{121}{100}$, $\frac{49}{100}$, $\frac{361}{100}$, $\frac{169}{100}$, sont $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{19}{10}$, $\frac{13}{10}$, lesquelles aioustées à leurs quarrez, font en somme 12, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

AV quarré à sa racine commensurable, aiousté sa racine plus $\frac{1}{4}$ faict semblable quarré: Et de sa racine soubstraict $\frac{1}{2}$ reste racine du premier quarré.

Expiication du donné. Soit le quarré à sa racine commensurable 4. *Explication du requis.* Il faut par le mesme demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Au quarré 4, aiousté sa racine 2 plus $\frac{1}{4}$, faict quarré selon le theoreme $6\frac{1}{4}$, sa raciue $\frac{5}{2}$, de laquelle soubstraict $\frac{1}{2}$, reste 2, qui est racine du premier quarré 4 selon le theoreme. *Conclusion.* Au quarré doncques à sa racine commensurable, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Digitized by Google

QVESTION XXXII.

TRouuons quatre nombres quarrez à leurs racines commensurables, & tels que de leur somme soubstraict la somme de leurs racines, la reste soit 4.

CONSTRVCTION.

Les quatre quarrez que nous cherchons moins leurs racines font 4, & si nous aiouſtons au meſmes encore quatre fois $\frac{1}{4}$ faict 5, qui (par le ſuiuant theoreme) contiendront quatre quarrez ſelon la queſtion, & tels qu'a chaſcune de leurs racines aiouſté $\frac{1}{2}$, elles ſeront les quatre racines des quatre quarrez requis. Reſte doncques de partir 5 en quatre tels quarrez: Lequel ſe fera premierement en deux quarrez comme 1 & 4, puis chaſcun quarré (par la 8 queſtion du ſecond liure) autre fois en deux ſemblables quarrez; celles de 1 ſoient $\frac{16}{25}, \frac{9}{25}$, & de 4 ſoient $\frac{64}{25}, \frac{36}{25}$. Or les quatre racines de ces quatre quarrez ſont $\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{8}{5}, \frac{6}{5}$. Puis à chaſcune racine aiouſté $\frac{1}{2}$, font $\frac{13}{10}, \frac{11}{10}, \frac{21}{10}, \frac{17}{10}$. Deſquels les quarrez pour les quatre quarrez requis, ſont $\frac{169}{100}, \frac{121}{100}, \frac{441}{100}, \frac{289}{100}$.

Demonſtration. Les racines des quatre quarrez $\frac{169}{100}, \frac{121}{100}, \frac{441}{100}, \frac{289}{100}$, ſont $\frac{13}{10}, \frac{11}{10}, \frac{21}{10}, \frac{17}{10}$, deſquelles la ſomme $\frac{62}{10}$ ſoubſtraicte de la ſomme des quarrez, qui eſt $\frac{1020}{100}$, reſte 4 ſelon le requis: ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME.

DV quarré à ſa racine commenſurable, ſoubſtraict ſa racine, & au reſte aiouſté $\frac{1}{4}$, faict ſemblable quarré. Et à ſa racine aiouſté $\frac{1}{2}$, la ſomme ſera racine du premier quarré.

Explication

Digitized by Google

Explication du donné. Soit le quarré à ſa racine commenſurable 9. *Explication du requis.* Il faut par le meſme demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Du quarré 9, ſoubſtraict ſa racine 3, reſte 6, au meſme aiouſté $\frac{1}{4}$, faict ſemblable quarré 6 $\frac{1}{4}$, ſa racine $\frac{5}{2}$, à laquelle aiouſté $\frac{1}{2}$, faict 3, qui eſt racine du premier quarré 9 ſelon le theoreme. *Concluſion.* Du quarré doncques à ſa racine commenſurable, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXXIII.

Partons 1 en deux parties telles, qu'a l'vne aiouſté 3, & à l'autre 5, le produict des ſommes ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Soit la premiere partie $1①$
Ergo la ſeconde partie $-1①+1$
A la premiere partie aiouſté 3, la ſomme eſt $1①+3$
Et à la ſeconde partie aiouſté 5, la ſomme eſt $-1①+6$
Produict des deux ſommes $-1②+3①+18$
Egal à quelque quarré, ſoit duquel la racine $2①$, ſon quarré $4②$

Leſquels reduicts $1②$ ſera egale à $\frac{3}{5}①+\frac{18}{5}$, dont l'inuention de $1①$ ſelon le 68 probleme (laquelle innention nous metterons ici au long; nous deſcriprons auſſi nombres entiers & rompuz pour numerateurs des rompuz ſelon la maniere de Diophante, pour les raiſons qui en apres apparoiſtront) eſt telle:

Le nombre des ① donnees $\frac{3}{5}$
Sa moitie $1\frac{\frac{1}{2}}{5}$

Digitized by Google

Son quarré $\frac{2\frac{1}{4}}{25}$

Le nombre Arithmetique donné $\frac{90}{25}$

Somme du troisiesme & quatriesme en l'ordre $\frac{92\frac{1}{4}}{25}$

Sa racine quarrée $\sqrt{\frac{92\frac{1}{4}}{25}}$

Somme du 2e & sixiesme en l'ordre $\sqrt{\frac{92\frac{1}{4}}{25}} + \frac{1\frac{1}{2}}{5}$

Or ceste valeur de 1 ① seroit la premiere partie requise, mais ce n'est point nombre Arithmetique selon la question, il faut doncques au lieu de 4 ② du quarré, trouuer autre quarré tel, qu'en l'inuention de la valeur de 1 ①, le nombre au lieu de $\frac{92\frac{1}{4}}{25}$ soit quarré à sa racine commensurable. Mais tel $92\frac{1}{4}$ (nous delaissons le nominateur 25 parce que c'est quarré selon le requis) procede de l'addition de 90 & $2\frac{1}{4}$, & les 90 procedent de la multiplication de 18 par 5, & 5 procede du quarré 4 plus 1, il faut doncques trouuer autre semblable quarré & 1, tels que leur somme multipliée par 18, & au produict aiousté $2\frac{1}{4}$, la somme soit (au lieu de $92\frac{1}{4}$) semblable quarré.

Soit le mesme le quarré de 1 ① qui est 1 ②

Et plus 1, faict 1 ② + 1

Multiplié par 18, faict 18 ② + 18

Aux mesmes aioustez $2\frac{1}{4}$, faict 18 ② + $20\frac{1}{4}$ qui font en nombres entiers de mesme raison 72 ② + 81

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte conuenable egaleté soit duquel la racine 8 ① + 1, son quarré 64 ② + 144 ① + 81

Lesquels reduicts 8 ① seront egales à 144, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 18, & 1 ② premier en l'ordre,

Digitized by Google

l'ordre pour le quarré que nous chercions, vaudra 324.

Il faut doncques au lieu de 4 ② en la construction, mettre 324 ② en ceste sorte :

Soit la premiere partie 1 ①	$\frac{6}{25}$
Ergo la seconde partie — 1 ① + 1	$\frac{19}{25}$
Puis à la premiere partie aiousté 3, la somme est 1 ① + 3	$\frac{81}{25}$
Et à la seconde partie aiousté 5, la somme est — 1 ① + 6	$\frac{144}{25}$
Produict des 2 sommes, est — 1 ② + 5 ① + 18	$\frac{11664}{625}$
Egal non pas à 4 ② comme dessus, mais pour les raisons susdictes, a 324 ②	$\frac{11664}{625}$

Lesquels reduicts, 1 ② sera egale à $\frac{3}{325}$ ① + $\frac{18}{325}$ & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{6}{25}$.

Ie di, que $\frac{6}{25}$, $\frac{19}{25}$, sont les deux nombres requis.

Demonstration. Que $\frac{6}{25}$ & $\frac{19}{25}$ sont les deux parties integrantes de 1 est manifeste. Item à $\frac{6}{25}$ aiousté 3 faict $\frac{81}{25}$: Puis à $\frac{19}{25}$ aiousté 5, faict $\frac{144}{25}$, lesquels $\frac{81}{25}$ & $\frac{144}{25}$, multipliez donnent produict quarré $\frac{11664}{625}$, à sa racine $\frac{108}{25}$ commensurables selon le requis ; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXIIII.

Ceste question est la mesme que la precedente, mais elle differe en l'operation qui sera ici telle:

Construction.

Soit l'vne partie 1 ① moins le nombre 3 qu'il lui faut aiouster faict 1 ① — 3	$\frac{21}{41}$
Ergo la seconde partie sera — 1 ① + 4	$\frac{20}{41}$
Puis aiousté 3 à la premiere partie donne somme 1 ①	$\frac{144}{41}$

Digitized by Google

Et aiousté 5 à la seconde partie, donne somme — 1 ① + 9

Le produict des deux sommes est — 1 ② + 9 ①

Egal à quelque quarré, fingeõs qu'il soit de 2 ①, qui est 4 ②; Lesquels reduicts 5 ① seront egales à 9, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{9}{5}$, & par consequent la premiere partie requise seroit $\frac{9}{5}$ moins 3, mais Diophante ne faict point de solution par —; Il appert doncques, que la valeur de 1 ① doibt estre maieure que 3 & moindre que 4; Il nous faudra doncques finger autre quarré que de 4 ②: Or pour le trouuer, considerons d'ou nous procedent ces $\frac{9}{5}$; Et appert que de la diuision de 9 par 5, mais 5 procede du nombre quarré 4 plus 1, il nous faut doncques diuiser 9 par semblable quarré + 1, ainsi que le quotient soit maieur que 3, & moindre que 4. Or trouuons premierement quarré + 1 qui donne precisement quotient 4, en ceste sorte: Si 9 diuisé par quarré + 1, donne quotient 3, c'est chose claire que le quarré + 1 estoit 3, duquel soubstraict 1, reste quarré 2. Item si 9 diuisé par quarré + 1, donne quotient 4, c'est notoire que le quarré + 1, estoit 2 $\frac{1}{4}$, duquel soustraict 1, reste le quarré 1 $\frac{1}{4}$; Il appert doncques que le quarré au lieu des 4 ② fingez, doibt estre moindre que 2, & maieur que 1 $\frac{1}{4}$. Mais pour facilement paruenir au

225
144
32400
16081

Digitized by Google

meſmes nous cõuertirons les deux nombres 2 & 1 $\frac{1}{4}$ en autres rompuz aians commun quarré, comme 64; Et 2 vaudra $\frac{128}{64}$; & 1 $\frac{1}{4}$ vaudra $\frac{80}{64}$. Puis prenons quelque tel quarré, moindre que $\frac{128}{64}$, & maieur que $\frac{80}{64}$, comme $\frac{100}{64}$ qui vaut $\frac{25}{16}$, le meſme ſera le quarré que nous fingerons au lieu des ſuſdicts 4 ②. Nous dirons donc que leſdictes — 1 ② + 9 ① ſont egales a $\frac{25}{16}$ ② $\frac{32400}{1681}$

Leſquels reduicts $\frac{41}{16}$ ① ſeront egales à 9, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{144}{41}$.

Ie di, que $\frac{21}{41}$ $\frac{20}{41}$ ſont les deux parties requiſes. *Demoſtration.* Qué $\frac{21}{41}$ & $\frac{20}{41}$, ſont les deux parties integrantes de 1, eſt manifeſte. Item à $\frac{21}{41}$, aiouſté 3, faict $\frac{144}{41}$. Item à $\frac{20}{41}$ aiouſté 5, faict $\frac{225}{41}$, leſquels $\frac{144}{41}$ & $\frac{225}{41}$ multipliez, donnent produict quarré $\frac{32400}{1681}$, à ſa racine $\frac{180}{41}$, commenſurable ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXXV.

Tranſlatée de mot à mot.

PArtons le nombre donné en trois nombres, ainſi qu'au produict du premier & ſecond ou aiouſté ou ſoubſtraict le troiſieſme, qu'il ſoit quarré. Soit le nombre donné 6; Et poſons la troiſieſme partie 1 N; Et le ſecond d'vnité d'auantaige ſoit 2; Ergo le premier ſera 1 — 1 N: Reſte maintenant qu'au produict du ſecond & premier, ou aiouſté ou ſoubſtraict le troiſieſme, qu'il ſoit quarré. Et auient double egaleté, car 8 — 1 N, ſ'egalent à quarré, & 8 — 3 N, ſ'egalent à quarré: Mais il n'eſt point ra-

Digitized by Google

tionel, parce que la raiſon des nombres n'eſt point comme de quarré à quarré: mais le premier nombre eſt en vnité moindre que le ſecond, & ſemblablement ſont trois nombres maieurs que le ſecond. La choſe donc eſt demenée iuſques à la, qu'il faut trouuer vn nombre au ſecond tel, cõme celui qui l'excede en vnité * à vnité nombre quarré, ſoit celui qu'on requiert 1 N, & celui qui lui eſt maieur en vnité ſera 1 N + 1, & qui eſt en vnité moindre 1 N — 1. Nous voulons que ces nombres aient la raiſon comme quarré à quarré, ſoit 54 à 1, comme 1 N — 1 à 4, ſont 4 N — 4, & 1 N + 1 à 1. Et ces nombres expoſez ſont entre eux en telle raiſon comme quarré à quarré. Or donc 4 N — 4, ſ'egale à 1 N + 1, faict 1 N 5. Ie poſe donc le ſecond 5. Mais le troiſieſme eſt 1 N. Ergo le premier eſt 13 — 1 N: Reſte maintenãt qu'au produict du premier & ſecond, ſi bien aiouſté comme ſoubſtraict le troiſieſme, face quarré: Mais le produict du premier & ſecond auec le troiſieſme eſt 65 — 2 N, egal à quarré. Et du meſme ſoubſtraict le troiſieſme 65 — 6 * tous par 9, ſont 65 — 70 N egales à quarré: Et 65 — 24 N egales à quarré. Et multipliant egalement les nombres de l'vn par 4, faict 260 — 24 N, egales à quarré. Et 65 — 24 N, egales à quarré. Or ie prens leur interualle 195; Et ie poſe deux nombres deſquels le produict ſoit 195, qui ſont 13 & 15, la moitie de leur interualle en ſoi, ſ'egale au moindre quarré, faict 1 N 8. Or venons aux poſez, le premier ſera 5, le ſecond 5, le troiſieſme 8; Et la demonſtration eſt manifeſte.

QVE-

Digitized by Google

QVESTION XXXVI.

Trouuons deux nombres Arithmetiques tels, que le second donnant quelque ſa partie au premier, la ſomme ſoit en raiſon triple au reſte. Item donnant le premier ſemblable ſa partie au ſecond, la ſomme ſoit quincuple au reſte.

Construction.

Soit le ſecond nombre requis $1①+1$	$\frac{12}{7}$
Sa partie requiſe ſoit 1	1
Ergo le premier nombre (à fin que ſoubſtraict 1 du ſecond & aiouſté au premier, la ſomme ſoit triple au reſte) ſera $3①-1$	$\frac{8}{7}$
Reſte maintenant que dõnant le premier nombre ſemblable ſa partie au ſecond, que la ſomme ſoit quincuple au reſte. Or par le ſuiuant theoreme la ſomme de ceſte ſomme & reſte, eſt ſeſcuple au reſte; Mais la ſomme de ceſte ſomme & reſte (car elle eſt la meſme que la ſomme du premier & ſecond nombre) eſt $4①$, ergo quelque nombre auquel $4①$ obtient raiſon ſeſcuple, ſera la reſte qui demeure du premier, la meſme ſera $\frac{2}{3}①$	$\frac{10}{12}$
Ergo la partie que le premier nombre donnera au ſecond (car ſoubſtraict $\frac{2}{3}①$ du premier nombre il y reſtera autant) ſera $\frac{7}{3}①-1$	$\frac{2}{3}$
Reſte maintenant que les meſmes $\frac{7}{3}①-1$, ſoient telle partie du premier nombre $3①-1$, comme 1 du ſecond nombre $1①+1$. Il faut doncques qu'ils ſoiẽt proportionaux. Ergo le produict des extremes $\frac{7}{3}-1$, & $1①+1$ qui eſt $\frac{7}{3}②+\frac{4}{3}①-1$	$\frac{8}{7}$

Sera

Sera egal au produict des moiens $3 ① - 1$ par 1 qui eſt $3 ① - 1 \mid \frac{8}{7}$

Leſquels reduicts $\frac{7}{3} ①$ ſeront egales à $\frac{5}{3}$, & par le 67 probleme $1 ①$ vaudra $\frac{3}{7}$.

Ie di, que $\frac{8}{7}$ $\frac{12}{7}$ ſont les deux nõbres requis & que ſuperquinpartiente ſeptieſmes (ceſt comme de $\frac{12}{7}$ à 1, ou comme de 12 à 7) eſt la raiſon requiſe de chaſque nombre à ſa partie qu'il donne à l'autre. *Demonſtration.* Donnant le ſecond nombre $\frac{12}{7}$ ſa partie à laquelle il eſt en raiſon ſuperquinpartiente ſeptieſmes, à ſçauoir 1, au premier nombre $\frac{8}{7}$, la ſomme $\frac{15}{7}$, ſera triple à la reſte $\frac{5}{7}$. Item donnant le premier nombre $\frac{8}{7}$, ſa partie à laquelle il eſt en raiſon ſuperpartient ſeptieſmes, à ſçauoir $\frac{2}{3}$, au ſecond nombre $\frac{12}{7}$, la ſomme $\frac{50}{21}$, ſera quincuple à la reſte $\frac{10}{21}$ ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME.

LE nombre explicant la raiſon de la ſomme de deux nombres au moindre nombre, ſera d'vnité maieur que le nombre explicant la raiſon du maieur au moindre.

Explication du donné. Soient deux nombres 15 & 3. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le nombre 6 explicant la raiſon ſeſcuple de 18 (qui eſt la ſomme de 15 & 3) au moindre nombre 3, eſt d'vnité maieur que le nombre 5 explicant la quincuple raiſon de 15 à 3 ſelon le theoreme. *Concluſion.* Le nombre doncques explicant la raiſon, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

QVE-

Digitized by Google

QVESTION XXXVII.

Trouuons operation algebraique telle, que pour la valeur de 1 ① *posant nombre Arithmetique quelconque; nous aions deux nombres tels, que leur produict auec leur somme soit* 8.

Construction.

Soit le premier nombre requis 1 ①
Et le second soit quelque nombre Arithmetique comme 3
Leur produict 3 ①
Somme du premier & second nombre & de leur produict 4 ① + 3
Egal a 8

Lesquels reduicts 4 ① seront egales à 5, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{5}{4}$, mais ceci ne satisfaict point au requis. Il faut doncques considerer, d'ou 1 ① vient à valoir $\frac{5}{4}$, & appert que pour la diuision de 5 par 4; Mais le 5 est l'exces de 8 à 3, & 4 excede au second nombre 3 en 1; d'ou s'ensuit que le nombre qu'on posera pour le second, soubstraict du nombre donné 8, & la reste diuisé par nombre d'vnité maieur que le second, alors le quotient sera le premier nombre.

Soit donc le second nombre 1 ① — 1
Lequel soubstraict de 8, reste — 1 ① + 9 laquelle diuisée par nombre d'vnité maieur que le second nombre, qui sera par 1 ①, donne quotient pour le premier nombre requis $\frac{-1①+9}{1①}$

Doncques le premier nombre sera $\frac{-1①+9}{1①}$, & le second 1 ① — 1, desquels ie di la valeur de 1 ① estre nombre Arithmetique quelconque. *Dmonstration.* La valeur de 1 ① soit 2; ergo le premier nombre sera $\frac{7}{2}$, & le

& le second sera 1, leur produict $\frac{7}{2}$, auquel aiousté la somme de $\frac{7}{2}$ & 1, faict 8, selon le requis.

Autre demonstration. La valeur de 1 ①, soit maintenant $\frac{1}{2}$; Ergo le premier nombre sera 17, & le second $-\frac{1}{2}$, leur produict $-\frac{17}{2}$, au mesme aiousté la somme de 17 & $-\frac{1}{2}$, faict comme dessus 8. Et semblable sera la demonstration de nombre Arithmetique (posé pour la valeur de 1 ①) quelconque.

QVESTION XXXVIII.

TRouuons trois nombres Arithmetiques tels, que le produict du premier & second auec leur somme soit 8; Et le produict du second & troisiesme auec leur somme soit 15; Et le produict du troisiesme & premier auec leur somme soit 24.

CONSTRVCTION.

Posons le premier & second nombre requis par la doctrine de la precedente 37 question (car ainsi sera satisfaict à vne partie du requis) donc le premier sera $\frac{-1①+9}{1①}$ | $\frac{11}{4}$

Et le second sera $1① - 1$ | $\frac{7}{4}$

Or puis que le produict & somme du second & troisiesme est 15, ergo par le suiuant theor. (car du produict du second & troisiesme auec leur somme, qui en tout est 15, soubstraict le second nombre $1① - 1$, reste $-1①+16$, qui diuisé par nombre d'vnité maieur que ledict second nombre, qui sera par 1 ①, donne quotient $\frac{16-1①}{1①}$) le troisiesme nombre sera $\frac{-1①+16}{1①}$ | $\frac{17}{3}$

Le produict du premier & troisiesme nombre

est

Digitized by Google

est $\frac{1\,②-25\,①+144}{1\,②}$, au mesme aiousté la somme du premier & troisiesme qui est $\frac{-2\,②+25\,①}{1\,②}$ faict $\frac{-1\,②+144}{1\,②}$ | 24

Egal a 24

Lesquels reduicts 25 ② seront egales à 144, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{12}{5}$.

Ie di, que $\frac{11}{4}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{17}{3}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict du premier $\frac{11}{4}$, & second $\frac{7}{5}$, est $\frac{77}{20}$, au mesme aiousté la somme de $\frac{11}{4}$, & $\frac{7}{5}$, qui est $\frac{83}{20}$, faict 8. Ité le produict du second $\frac{7}{5}$, & troisiesme $\frac{17}{3}$, est $\frac{119}{15}$, au mesme aiousté la somme de $\frac{7}{5}$ & $\frac{17}{3}$ qui est $\frac{106}{15}$, faict 15. Item le produict du troisiesme $\frac{17}{3}$ & premier $\frac{11}{4}$, est $\frac{187}{12}$, au mesme aiousté la somme de $\frac{17}{3}$ & $\frac{11}{4}$, qui est $\frac{106\,①}{①2}$, faict 24 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Nota; Quant à ce que Diophante dict, qu'il est necessaire que chascun des trois nombres requis soit d'vnité moindre que quarré (car tels sont les nõbres 8. 15. 24) cela s'entend pour par ceste operation en sçauoir donner solution, comme appert en l'egaleté. Quant au reste, il est par autre voie possible d'en donner solution par nombres quelconques. Par exemple; si les nombres requis au lieu de 8. 15. 24. fussent 14. 23. 39. nous pourrions dire, que la solution est 4. 2. 7. & ainsi d'infiniz autres. Et semblable auertissement se peut aussi appliquer à la 40e question suiuante.

THEOREME.

Dv produict de deux nombres auec leur somme, soubstraict l'vn nombre, & la reste

Digitized by Google

reſte diuiſée par nombre d'vnité maieur que le nombre ſoubſtraict, donne pour produict l'autre nombre.

Explication du donné. Soient deux nombres 2 & 6. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le produict de 2 & 6 eſt 12, qui auec leur ſomme 8, faict 20, duquel ſoubſtraict l'vn nombre 2, reſte 18; lequel diuiſé par nombre d'vnité maieur que 2, qui eſt par 3, donne quotient 6, qui eſt l'autre nombre ſelon le theoreme. *Concluſion.* Du produict doncques de deux nombres, &c. ce qu'il ſalloit demonſtrer.

QVESTION XXXIX.

TRouuons deux nombres algebraiques tels, que pour la valeur de 1 Ⓘ poſant nombre Arithmetique quelconque; nous aions deux nombres tels, que de leur produict ſoubſtraict leur ſomme, la reſte ſoit 8.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre 1 Ⓘ

Le ſecond ſoit quelque nombre Arithmetique, comme 3

Leur produict eſt 3 Ⓘ, duquel ſoubſtraict leur ſomme qui eſt 1 Ⓘ + 3, reſte 2 Ⓘ — 3

Egal a 8

Leſquels reduicts 2 Ⓘ ſeront egales à 11, & par le 67 probleme, 1 Ⓘ vaudra $\frac{11}{2}$. Mais ceci ne ſatisfaict point au requis. Il nous faut doncques conſiderer d'ou que 1 Ⓘ vient à valoir $\frac{11}{2}$, & appert que pour la diuiſion de 11 par 2, mais 11 eſt la ſomme de 3 & 8, & 2 eſt en vnité

Digitized by Google

vnité moindre que le second nombre 3. D'où ensuit que posant pour le second nombre requis, nombre Arithmetique quelconque, & lui aiousstant le nombre donné 8, & leur somme diuisée par nombre d'vnité moindre que le second, alors le quotiẽt sera le premier nombre.

Soit donc le second nombre $1①+1$

Lequel aiouste à 8, faict $1①+9$, qui diuisé par nombre d'vnité moindre que le second nombre, qui sera par $1①$, donne quotient pour le premier nombre requis $\frac{1①+9}{1①}$

Doncques le premier sera $\frac{1①+9}{1①}$, & le second $1①+1$, desquels ie di, que la valeur de $1①$ est nombre Arithmetique quelconque. *Demonstration.* La valeur de $1①$ soit 2. Ergo le premier nombre sera $\frac{11}{2}$. Et le second nombre sera 3, leur produict $\frac{33}{2}$, duquel soubstraict la somme de $\frac{11}{2}$ & 3, qui est $\frac{17}{2}$, reste 8 selon le requis.

Autre demonstration. La valeur de $1①$ soit maintenãt $\frac{1}{2}$. Ergo le premier nombre sera 19, & le second nombre sera $\frac{3}{2}$, leur produict $\frac{57}{2}$, duquel soubstraict la somme de 19 & $\frac{3}{2}$, qui est $\frac{41}{2}$ reste 8 selon le requis. Et semblable sera la demonstration de nombre Arithmetique (posé pour valeur de $1①$) quelconque.

QVESTION XL.

TRouuons trois nombres Arithmetiques tels, que du produict du premier & second soubstraict leur somme, la reste soit 8; Et du produict du second & troisiesme soubstraict leur somme, la reste soit 15; Et du produict du troisiesme & premier soubstraict leur somme, la reste soit 24.

Constrvction.

Posons le premier & second nombre requis par la doctrine de la precedente 39 question (car

Digitized by Google

ainſi ſera ſatisfaict à vne partie du requis) doncques le premier nombre ſera $\frac{1①+9}{1①}$ | $\frac{19}{4}$

Et le ſecond nombre $1① + 1$ | $\frac{17}{5}$

Or puis que du produict du ſecond & troiſieſme, ſoubſtraict leur ſomme, la reſte eſt 15, ergo par le ſuiuant theoreme (car à 15 qui eſt le produict du ſecond & troiſieſme nombre moins leur ſomme, aiouſté le ſecond nombre $1① + 1$, faict $1① + 16$, qui diuiſé par $1①$, qui eſt nombre d'vnité moindre que ledict ſecond nombre, donne quotient $\frac{1①+16}{1①}$) le troiſieſme nombre ſera $\frac{1①+16}{1①}$ | $\frac{23}{3}$

Le produict du troiſieſme & premier nombre eſt $\frac{1②+25①+144}{1①}$, duquel ſoubſtraict la ſomme du meſme troiſieſme & premier qui eſt $\frac{2②+25①}{1①}$ reſte $\frac{-①②+144}{1①}$ | 24

Egal a 24

Leſquels reduicts $25②$ ſeront egalés à 144, & par le 78 probleme, $1①$ vaudra $\frac{12}{5}$.

Le di, que $\frac{19}{4}$, $\frac{17}{5}$, $\frac{23}{3}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict du premier $\frac{19}{4}$ & ſecond $\frac{17}{5}$ eſt $\frac{323}{20}$, duquel ſoubſtraict la ſomme de $\frac{19}{4}$ & $\frac{17}{5}$ qui eſt $\frac{161}{20}$, reſte 8. Item le produict du ſecond $\frac{17}{5}$ & troiſieſme $\frac{23}{3}$, eſt $\frac{391}{15}$, du meſme ſoubſtraict la ſomme de $\frac{17}{5}$ & $\frac{23}{3}$, qui eſt $\frac{166}{15}$, reſte 15. Item le produict du troiſieſme $\frac{23}{3}$ & premier $\frac{19}{4}$, eſt $\frac{437}{12}$, duquel ſoubſtraict la ſomme de $\frac{23}{3}$ & $\frac{19}{4}$, qui eſt $\frac{149}{12}$, reſte 24 ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME.

DV produict de deux nombres ſoubſtraict leur ſomme, & au reſte aiouſté l'vn nombre,

Digitized by Google

bre, & la somme diuisee par nombre d'vnité moindre que le nombre aiousté, donne pour quotient l'autre nombre.

Explication du donné. Soient deux nombres 3 & 7. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produict de 3 & 7 est 21, duquel soubstraict leur somme 10, reste 11, auquel aiouste l'vn nombre 3, faict 14, qui diuisé par nombre d'vnité moindre que ledict nombre aiousté 3, qui est par 2, donne quotient 7, qui est l'autre nombre selon le theoreme. *Conclusion.* Du produict doncques de deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLI.

Trouuons deux nombres algebraiques tels, que pour la valeur de 1 ① *mettant nombre Arithmetique quelconque. Que nous aions deux nombres tels, que leur produict aye à leur somme raison triple.*

Construction.

Soit le premier nombre 1 ①

Le second nombre soit quelque nombre Arithmetique comme 5

Leur produict 5 ①, doibt estre triple à leur somme 1 ① + 5; Ergo le triple de 1 ① + 5, qui est 3 ① — 15

Est egal a 5 ①

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 15, & par le 67 probleme, 1 ① vaut $\frac{15}{2}$: Mais ceci ne satisfaict point au requis, il nous faut doncques considerer d'où c'est que 1 ① vient à valoir $\frac{15}{2}$, & appert que pour la diuision de 15 par 2; mais 15 viennent du second nombre, multiplié par le nombre expli-

Digitized by Google

cant la raiſon requiſe, & 2 ſont la difference du ſecond & du nombre explicant ladicte raiſon; D'ou ſ'enſuit, que pour le ſecond nombre requis, poſant nombre quelconque, & multipliant le meſme par 3, qui eſt le nombre explicant ladicte raiſon, & diuiſant le produict par l'exces du ſecond au nombre explicant la raiſon requiſe, le quotient ſera le premier nombre requis.

Soit le ſecond nombre 1 ①

Qui multiplié par 3 faict 3①, qui diuiſé par 1① — 3 (qui eſt l'exces du ſecond nombre à 3) donne quotient pour le premier nombre requis $\frac{3①}{1①-3}$

Doncques le premier nombre ſera $\frac{3①}{1①-3}$ le ſecond 1①, deſquels ie di, que la valeur de 1① eſt nombre Arithmetique quelconque. *Demonſtration.* La valeur de 1① ſoit 4; Ergo le premier nombre ſera 12, & le ſecond ſera 4, leur produit 48, qui obtient à la ſomme de 12 & 4, raiſon triple ſelon le requis. *Autre demonſtration.* La valeur de 1① ſoit autrefois 3; Ergo le premier nombre ſera (contemplation nouelle) $\frac{9}{0}$, & le ſecond ſera $\frac{3}{1}$, leur produict $\frac{27}{0}$ qui à la ſomme de $\frac{9}{0}$ & $\frac{3}{1}$, qui eſt $\frac{9}{0}$, obtient raiſon triple, ſelon le requis. Mais que la ſomme de $\frac{9}{0}$ & $\frac{3}{1}$ eſt $\frac{9}{0}$, ſa demonſtre par noſtre acouſtumée methode d'addition du 10e probl. ainſi:

$\frac{9}{0} \times \frac{3.}{1.} \quad \frac{0}{\frac{9}{0}}$

Autre demonſtration,

Soit finalement la valeur de 1① (pour autrefois cõtempler quelque rare qualité des nombres) 2; Ergo le premier nombre ſera $\frac{6}{1}$; Et le ſecond nombre ſera $\frac{2}{1}$ leur produict $\frac{12}{1}$, qui à la ſomme de $\frac{6}{1}$ & $\frac{2}{1}$ qui eſt $\frac{4}{1}$, obtiẽt raiſon triple ſelon le requis. Mais que la ſomme de $\frac{6}{1}$ & $\frac{2}{1}$, eſt $\frac{4}{1}$, ce demonſtre comme deſſus; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVE-

QVESTION XLII.

Trouuons trois nombres tels, que le produict du premier & second, aye à leur somme raison triple; Et que le produict du second & troisiesme, aye à leur somme raison quadruple; Et que le produict du troisiesme & premier aye à leur somme raison quincuple.

Construction.

Posons le premier & second nombre requis par la doctrine de la precedente 41 proposition (car ainsi sera satisfaict à vne partie du requis) doncques le premier nombre sera $\frac{3\,①}{1\,①-3}$ $\frac{360}{51}$

Et le second sera $1\,①$ $\frac{120}{23}$

Et le troisiesme, lequel se trouue aussi par ladicte 41 question (à sçauoir en multipliant la $1\,①$ du second nombre par 4, la où ci dessus on l'a multiplié par 3) soit $\frac{4\,①}{1\,①-4}$ $\frac{120}{7}$

Et ainsi sera satisfaict à deux parties du requis; Reste maintenãt que le produict du premier & troisiesme qui est $\frac{12\,②}{1\,②-7\,①+12}$, aye à leur somme qui est $\frac{7\,②-1\,①+12}{1\,②-7\,①+12}$, raison quincuple; ergo le quincuple de ceste somme qui est $\frac{35\,②-120\,①+144}{1\,②-7\,①+12}$

Est egal audict produict $\frac{35\,②-120\,①+144}{1\,②-7\,①+12}$

Lesquels reduicts 23 $①$ seront egales à 120, & par le 67 probleme $1\,①$ vaudra $\frac{120}{23}$.

Ie di, que $\frac{360}{51}$, $\frac{120}{23}$, $\frac{120}{7}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{360}{51}$ & $\frac{120}{23}$, est $\frac{43200}{1173}$, qui est le triple de la somme de $\frac{360}{51}$ & $\frac{120}{23}$, laquelle est $\frac{14400}{1173}$. Item le produict de $\frac{120}{23}$ & $\frac{120}{7}$, est $\frac{14400}{161}$, qui est le quadruple de la somme de $\frac{120}{23}$ & $\frac{120}{7}$,

Digitized by Google

laquelle eſt $\frac{3600}{161}$. Item le produict de $\frac{120}{7}$ & $\frac{360}{51}$, eſt $\frac{43200}{357}$, qui eſt quincuple à la ſomme de $\frac{120}{7}$ & $\frac{360}{51}$, qui eſt $\frac{c640}{357}$. ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſt.

QVESTION XLIII.

TRouuons trois nombres tels, que le produict du premier & ſecond ſoit à la ſomme des trois nombres triple; Et le produict du ſecond & troiſieſme, à la ſomme des trois nombres quadruple; & le produict du troiſieſme & premier, à la ſomme des trois nombres quincuple.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des trois nombres 15, ergo ſon triple pour le produict du premier & ſecond, ſera 45.

Poſons doncques pour le ſecond nombre 1 ①

Ergo le premier (puis que leur produict eſt 45) ſera $\frac{45}{1}$ ①

Or le quadruple de la ſomme des trois nombres pour le produict du ſecond & troiſieſme, eſt 60, & le ſecond eſt 1 ①, ergo le troiſieſme ſera $\frac{60}{1}$ ①

Le produict du troiſieſme & premier $\frac{2700}{1}$ ②

Egal au quincuple de la ſomme des trois nombres 75

Leſquels reduicts 75 ② ſeront egales à 2700 & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 6. D'ou ſenſuit que le premier ſera $7\frac{1}{2}$ le ſecond 6 & le troiſieſme 10. Or la ſolution ſeroit bonne ſi la ſomme de ces trois nõbres fuſt 15, mais elle ne l'eſt pas, car ils montent $23\frac{1}{2}$. Nous vſerons doncques ces trois nombres trouuez en autre telle operation.

Soit le premier nombre requis	$7\frac{1}{2}$ ①	$\frac{705}{60}$
Le ſecond	6 ①	$\frac{60}{240}$
Et le troiſieſme	10 ①	
Le produict du premier & ſecond 45 ② doibt eſtre triple à la ſomme des trois nombres		

qui

Digitized by Google

qui eſt 23 $\frac{1}{2}$ ①, ergo le $\frac{1}{3}$ de 45 ② qui eſt 15 ②

Eſt egal à la ſomme des trois nombres 23 $\frac{1}{2}$ ①

$\frac{2209}{60}$

$\frac{2309}{60}$

Leſquels reduicts 15 ① ſeront egales à 23 $\frac{1}{2}$, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{47}{30}$.

Ie di, que $\frac{705}{60}$, $\frac{564}{60}$, $\frac{940}{60}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{705}{60}$ & $\frac{564}{60}$, qui eſt $\frac{397620}{3600}$, eſt triple à la ſomme des trois nõbres $\frac{2209}{60}$ ou $\frac{132540}{3600}$. Item le produict de $\frac{564}{60}$ & $\frac{940}{60}$ qui eſt $\frac{530160}{3600}$, eſt quadruple à ladicte ſomme $\frac{132540}{3600}$. Item le produict de $\frac{940}{60}$ & $\frac{705}{60}$, qui eſt $\frac{662700}{3600}$, eſt quincuple à ladicte ſomme $\frac{132540}{3600}$ ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION. XLIIII.

Trouuons trois nombres tels, que leur ſomme multipliée par le premier, le produict ſoit triangle; & par le ſecond, quarré à ſa racine commenſurable, & par le troiſieſme, cube à ſa racine commenſurable.

Nota, Ils appellent nombres trianglaires nombres entiers cõme ceux ci: 3. 6. 10. 21, &c. à cauſe que 3 ou 6 ou 10 poincts, mis en ordre comme ci deſſoubs, ſont

. quelque figure triangulaire
. . . equilaterale Le premier tri-
. . . . . angle en l'ordre ſe dict 1, le
. . . . . ſecond 3, le troiſieſme 6, &
ainſi en infini des autres.

Construction.

Soit la ſomme des trois nombres 1 ②

Le produict de la ſomme des trois nõbres & le premier ſoit triangle 6; ergo le premier nombre $\frac{6}{1②}$

Le produict de la ſomme des trois nombres & le ſe-

Digitized by Google

cond, soit quarré 4; ergo le second $\frac{4}{1②}$

Le produict de la somme des trois nombres & le troisiesme, soit cube 8, ergo le troisiesme $\frac{8}{1③}$

Et ainsi est satisfaict au requis, en tãt que le produict procedant de la somme des trois nombres 1 ② multiplié par le premier, sera triangle 6, & par le second, sera quarré 4 & par le troisiesme, sera cube 8. Reste maintenant que la somme de ces trois nombres qui est $\frac{18}{1②}$

Soit egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre qui est 1 ②

Lesquels reduicts 1 ④ sera egale à 18, & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\sqrt{18}$, laquelle ne nous sert point au propost, mais il est necessaire que nous aions en son lieu nombre Arithmetique. Il nous faut donc considerer d'ou procede ceste $\sqrt{18}$, à fin que par semblable moien nous trouuons le nombre seruant au propost. Or il appert que 18 est la somme de triangle 6 & quarré 4 & cube 8, parquoi il faut au lieu de 6. 4. 8 trouuer autre triangle quarré & cube tels, que leur somme soit quarte quantité à sa racine commensurable.

Soit ladicte somme des trois nombres 1 ④	6561
Et pour le quarré requis, posons le quarré de 1 ② — 1 (la cause de telle position apparoistra ci dessoubs) qui est 1 ④ — 2 ② + 1	6400
Le mesme soubstraict de la somme des trois nombres 1 ④, reste pour le cube & triangle requis 2 ② — 1, des mesmes posons pour le cube requis 8	8
Ergo reste pour le triangle requis 2 ② — 9	153
Et ainsi est la somme du triangle quarré & cube 1 ④, egale à ladicte somme premier en	

l'ordre

l'ordre Or multipliant le triangle 1 ② — 9, par 8, & au produict aiousté 1, faict par le suiuant theor. quarré selon la question, qui est 16 ② — 71 | 1225

Egal a quelque quarré que l'on fingera tel, qu'il y en sorte cõuenable egaleté, soit duquel la racine 4 ① — 1, son quarré 16 ② — 8 ① + 1 | 1225

Lesquels reduicts 8 ① seront egales à 72, & par le 67 probl. 1 ① vaudra 9, & le triangle 153, le quarré 6400 le cube 8. Doncques au lieu de triangle 6, quarré 4, & cube 8, ci dessus qui ne nous seruoiẽt pas au propost nous prendrons triangle 153, quarre 6400, & cube 8 (car leur somme est quarte quãtité 5661, sa racine 9) par les mesmes nous commencerons autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

Soit la somme des trois nombres 1 ② | 81

Le produict de la somme des trois nombres & le premier, soit triangle 153 ergo le premier nombre sera $\frac{153}{1②}$ | $\frac{153}{81}$

Le produict de la somme des trois nombres & second soit quarré 6400, ergo le second $\frac{6400}{1②}$ | $\frac{6400}{81}$

Le produict de la somme des trois nombres & le troisiesme soit cube 8, ergo le troisiesme $\frac{8}{1②}$ | $\frac{8}{81}$

Et ainsi est satisfaict au requis, entant que le produict 1 ②, procedant de la somme des trois nombres 1 ② multiplié par le premier, sera triangle 153, & par le second sera quarré 6400 & par le troisiesme sera cube 8. Reste maintenant que la somme de ces 3 nõbres qui est $\frac{1661}{1②}$ | 81

Soit egale a la somme des trois nõbres premier en l'ordre, qui est 1 ② | 81

Lesquels reduicts 1 ④ sera egale à 6561 & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 9.

Digitized by Google

Ie di que $\frac{153}{81}$, $\frac{6400}{81}$, $\frac{8}{81}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres $\frac{153}{81}$, $\frac{6400}{81}$, $\frac{8}{81}$, eſt 81. laquelle multipliée par le premier nombre $\frac{153}{81}$, donne produict & triangle dixſeptieſme en l'ordre 153. Item ladicte ſomme 81, multipliée par le ſecond nombre $\frac{6400}{81}$, donne produict quarré 6400, ſa racine 8. Item ladicte ſomme 81 multipliée par le troiſieſme nombre $\frac{8}{81}$, donne produict cube 8, ſa racine 2 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME.

NOmbre triangulaire multiplié par 8, & plus 1 faict quarré à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soit donné nombre triangulaire 6. *Explication du requis.* Il faut par le meſme demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le nombre triangulaire 6, multiplié par 8, faict 48, & plus 1, faict quarré 49, à ſa raine 7 commenſurable ſelon le requis. *Concluſion.* Nombre doncques triangulaire multiplié par 8, & plus 1, faict quarré à ſa racine commenſurable; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XLV.

TRouuons trois nombres Arithmetiques tels, que l'exces du maieur au moien, aye à l'exces du moien au moindre raiſon triple, & que chaſques deux nombres facent quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

La ſomme du moindre & moien nõbre ſoit quarré 4

Ergo

Digitized by Google

Ergo le moien nombre ſera plus grand que 2, car ſi nous le mettions 2 le moindre ſeroit auſſi 2 qui eſt abſurd, ſoit donc le moien nombre requis 1 ① + 2

Ergo le moindre nombre — 1 ① + 2

L'exces du moien au moindre eſt 2 ①, & l'exces du maieur au moien doibt eſtre ſon triple, il ſera donc 6 ①, au meſme aiouſté le moien, faict pour le maieur nombre requis 7 ① + 2

Somme du moien & maieur nombre, egal a quelque quarré, eſt 8 ① + 4

Somme du maieur & moindre nombre, egal à quelque quarré eſt 6 ① + 4

Or chaſcun des deux precedēs nombres, à ſçauoir le cinquieſme & ſixieſme en l'ordre, eſt egal à quelque quarré ſelon la queſtion, il faut doncques trouuer vn quarré de double egaleté, ſoit par poſition de $\frac{1}{2}$ ① & 4 (pour les deux nombres deſquels le produict 2 ①, eſt egal à la difference des 8 ① + 4 a 6 ① + 4) deſquels le quarré de double egaleté egal au moindre propoſé 6 ① + 4, eſt (par la note deuant la 12e queſtion du ſecond liure) $\frac{1}{16}$ ② — 1 ① + 4

Leſquels reduicts $\frac{1}{16}$ ① ſera egale à 7, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 112. Ergo le moindre nombre, qui deſſus eſt — 1 ① + 2 ſeroit 2 moins 112, laquelle ſolution de moins ils eſtiment abſurd, Senſuit donc qu'il ſera neceſſaire, que la valeur de la ſomme du maieur & moindre, laquelle eſt ci deſſus 6 ① + 4 ſoit moindre que 16, & par conſequent, il eſt neceſſaire que la valeur de 1 ① ſoit moindre que 2, car eſtant 2, les 6 ① + 4 vaudroient 16. Nous ne pouuons donc venir à ſolution par le quarré de double egaleté; parquoi il faut trouuer la valeur de 1 ① d'autre ſorte. Premieremēt conſide-

considerons que nous auons trois sommes 8 ① + 4; & 6 ① + 4 & 4 procedans de trois nombres de qualité du suiuãt theoreme (à sçauoir desquels l'excés du moien au moindre, obtient à l'excés du maieur au moien raison subtriple, d'ou s'ensuit que la raison de l'excés 8 ① + 4 à 6 ① + 4 sera subtriple à l'excés de 6 ① + 4 à 4, mais lesdictes trois sommes vallent quarrez selon la question. Nous sommes donc venuz iusques à la, qu'il nous faut trouuer trois quarrez tels, que l'excés du maieur au moien, soit le tiers de l'excés du moien au moindre, & d'auantaige que le moindre soit 4, & le moien moindre que 16, & la valeur de 1 ① moindre que 2.

Soit le moindre quarré 4

Et la racine du moien quarré soit 1 ① + 2, son quarré pour le moien quarré requis sera 1 ② + 4 ① + 4

L'excés du moien quarré au moindre quarré est 1 ② + 4 ①, & l'excés du maieur au moien, doibt estre son tiers; il sera donc $\frac{1}{3}$ ② + $\frac{4}{3}$ ① lequel aiousté au moien faict pour le maieur quarré $\frac{4}{3}$ ② + $\frac{16}{3}$ ① + 4, lesquels reduicts en entiers de mesme raison, les multipliant par 9, à fin qu'il deuienne autrefois quarré, font 12 ② + 48 ① + 36, egales à quelque quarré. Mais à fin d'auoir moindres nombres de mesme raison nous les pouuons partir par 4, car ainsi sera le quotient semblable quarré, faict pour le maieur nombre requis 3 ② + 12 ① + 9

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte conuenable egaleté, soit duquel la racine — 5 ① + 3 (le 3 est pour rencontrer au 9, & les — 5 ① sont à fin que la valeur de 1 ① soit moindre que 2, car l'experience demonstrera que au lieu de 5 ① posant 4 ①, ou 3 ①, ou 2 ①, que la valeur de 1 ① viendra maieure que 2, mais posant 5 ①, ou 6 ①, ou 7 ①, &c. la valeur de 1 ①, sera

Digitized by Google

1 ①, sera comme appert ci dessoubs, moindre que 2) son quarré $25\,② - 30\,① + 9$

Lesquels reduicts 22 ① seront egales à 42, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{21}{11}$, qui sont moindres que 2. Ergo le moien quarré qui ci dessus est $1\,② + 4\,① + 4$, vaudra $\frac{1849}{121}$ & ceci est le nombre que nous chercions au lieu du quarré de double egaleté. Doncques les $6\,① + 4$ (ausquels fismes egaleté par ledict quarré de double egaleté) sont egales à $\frac{1849}{12}$. Mais à fin que le tout soit plus clair, nous descriprons la premiere operation autrefois en ceste sorte:

La somme du moindre nombre & moien soit quarré	4
Ergo le moien nombre	$1\,① + 2$
Ergo le moindre nombre	$-2\,① + 2$
Et le maieur nombre	$7\,① + ②$
Somme du maieur & moindre	$6\,① + 4$
Egale a	$\frac{1849}{121}$

4

$\frac{2817}{726}$

$\frac{87}{726}$

$\frac{11007}{726}$

$\frac{1849}{121}$

Lesquels reduicts $6\,①$ seront egales à $\frac{1356}{121}$ & par le 67 probleme, $1\,①$ vaudra $\frac{1365}{726}$.

Ie di que $\frac{11007}{726}$, $\frac{2817}{726}$, $\frac{87}{726}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* L'exces du maieur nombre $\frac{11007}{726}$, au moien $\frac{2817}{726}$, qui est $\frac{8190}{726}$, obtient à l'exces du moien $\frac{2817}{726}$, au moindre $\frac{87}{726}$, qui est $\frac{2730}{726}$, raison triple. Item la somme de $\frac{11007}{726}$, & $\frac{2817}{726}$ est quarré $\frac{2304}{121}$, sa racine $\frac{48}{11}$. Item la somme de $\frac{2817}{726}$ & $\frac{87}{726}$, est quarré 4, sa racine 2; Item la somme de $\frac{87}{726}$ & $\frac{11007}{726}$ est quarré $\frac{1849}{121}$, sa racine $\frac{43}{11}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEO-

Digitized by Google

THEOREME.

ESTant trois nombres, la raison de l'exces du moien au moindre, à l'exces du maieur au moien, est egale à la raison de l'exces de la somme du maieur & moien, à la somme du maieur & moindre, à l'exces de la somme du maieur & moindre, à la somme du moien & moindre.

Explication du donné. Soient trois nombres 14. 5. 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le contenu du theoreme. *Demonstration.* La somme du maieur & moien est 19, & du maieur & moindre 16, & du moien & moindre 7. Or la raison de 3 (qui est l'exces de 5 à 2) à 9 (qui est l'exces de 14 à 5) est subtriple; Aussi est subtriple la raison de 3 (qui est l'exces de 19 à 16) à 9 (qui est l'exces de 16 à 7) selon le theoreme. *Conclusion.* Estant doncques trois nombres, la raison de l'exces, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLVI.

TRouuons trois nombres Arithmetiques tels, que l'exces du quarré du maieur, au quarré du moien, soit à l'exces du moien au moindre, en raison triple, & que chasques deux nombres facent quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

La somme du maieur & moien nombre requis soit quarré tel 16 ②

Ergo le maieur sera plus grand que 8 ②, car si nous le mettions 8 ②, le moien seroit aussi 8 ②, qui seroit

roit absurd, soit donc le maieur nombre requis $8\,②+2$

Ergo le moien sera $8\,②-2$

Or puis que la somme du maieur & moien, excede la somme du moindre & maieur, ergo la somme du moindre & maieur sera moindre que $16\,②$, & maieure que $8\,②$, soit donc la somme du moindre & maieur, quarré tel $9\,③$

Ergo (puis que le maieur est $8\,②+2$) le moindre sera $1\,②-2$

Et ainsi est satisfaict à deux poincts requis, qui sont, que la somme du maieur & moien $16\,②$, item la somme du maieur & moindre $9\,②$, sont quarrez selon la question. Reste maintenant que l'exces du quarré du maieur au quarré du moien aye à l'exces du moien au moindre, raison triple. Or l'exces du moien nombre au moindre est. $7\,②$

Le quarré du maieur est $64\,④+32\,②+4$

Le quarré du moien est $64\,④-32\,②+4$

L'exces du quarré du maieur, au quarré du moien, est $64\,②$ & doibt seulement estre $21\,②$, à sçauoir le triple de $7\,②$, qui sont l'exces du moien nombre au moindre. Il nous faut doncques au lieu de l'exces $64\,②$ trouuer autre exces de mesme qualité, qui soit $21\,②$. Parquoi considerons d'ou procedent ces 64, & appert que du double du produict de 8 par 2, prins deux fois, il faut donc au lieu de 2 trouuer autre nõbre tel, que le double de sa multiplication par 8, prins deux fois, soit 21. Pour lequel trouuer, prenons le double de 8 deux fois, faict 32. par le mesme diuisons 21, donne (au lieu de 2) quotient $\frac{21}{32}$, qui est le nombre duquel le double de sa multiplication par 8 prins deux fois, fera 21.

Il nous

Il nous faudra donc au lieu de $8 ② + 2$, poſer $8 ② + \frac{21}{32}$, & par les meſmes acheuer autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

La ſomme du maieur & moien nombre ſoit quarré tel $16 ②$	$\frac{5702544}{331776}$
Et le maieur pour la raiſon que deſſus, ſoit $8 ② + \frac{21}{32}$	$\frac{3069000}{331776}$
Ergo le moien ſera $8 ② - \frac{21}{32}$	$\frac{2633544}{331776}$
Or puis que la ſomme du maieur & moien, excede la ſomme du moindre & maieur, ergo la ſomme du moindre & maieur ſera moindre que $16 ②$, & maieure que $8 ②$, ſoit la ſomme du moindre & maieur quarré tel $9 ②$	$\frac{3207681}{331776}$
Ergo (puis que le maieur eſt $8 ② + \frac{21}{32}$) le moindre ſera $1 ② - \frac{21}{32}$	$\frac{138681}{331776}$
Et ainſi eſt ſatisfaict à deux poincts requis, qui ſont, que la ſomme du maieur & moié $16 ②$, item la ſomme du maieur & moindre $9 ②$, ſont quarrez ſelon la queſtion. Reſte maintenant que l'exces du quarré du maieur, au quarré du moien, aie à l'exces du moié au moindre, raiſon triple. Or l'exces du moien au moindre eſt $7 ②$	$\frac{2494863}{331776}$
Le quarré du maieur eſt $64 ④ + \frac{21}{2} ② + \frac{441}{1024}$	$\frac{941876100007}{110075314176}$

Le quarré

Le quarré du moien eſt $64\,④ - \frac{21}{2}\,② + \frac{441}{1024}$ | $\frac{6935553999936}{1100753\,14176}$

L'exces donc du quarré du maieur, au quarré du moien, eſt 21 ②, qui eſt triple à l'exces du moien nombre aù moindre 7 ②. Reſte maintenant que la ſomme du moien & moindre ſoit quarré ſelon la queſtion, la meſme eſt $9\,② + \frac{21}{16}$ | $\frac{2772225}{331776}$

Egale à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte conuenable egaleté, ſçoit duquel la racine $3\,① - 6$, ſon quarré $9\,② - 36\,① + 36$ | $\frac{2^{\circ}72225}{331776}$

Leſquels reduicts $36\,①$ ſeront egales à $37\frac{5}{16}$, & par le 67 probleme, $1\,①$ vaudra $\frac{597}{576}$.

Ie di que $\frac{3069000}{331776}$, $\frac{2633544}{331776}$, $\frac{138681}{331776}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le quarré du maieur nombre $\frac{3069000}{331776}$, eſt $\frac{241876\,1000000}{1100753\,14176}$, & le quarré du moien nombre $\frac{2633544}{331776}$, eſt $\frac{6935553^{\circ}99936}{1100753\,14176}$, l'exces du maieur quarré, au quarré du moien, eſt $\frac{2483207^{\circ}00064}{1100753\,14176}$, le meſme eſt triple à l'exces du moien nõbre $\frac{2633544}{331776}$, au moindre nõbre $\frac{138681}{331776}$, qui eſt $\frac{2494863}{331776}$, mais à fin que cela ſoit encore plus clair, cõuertons ce dernier exces en fraction de nominateur egal au nominateur de l'exces des quarrez, qui ſera en multipliant ſon numerateur & nominateur par 331776, ſera $\frac{827735666688}{1100753\,14176}$, qui eſt appertemẽt le tiers du ſuſdict exces des quarrez. Item la ſomme de $\frac{3069000}{331776}$

Digitized by Google

& $\frac{26335\,44}{331776}$, eſt quarré $\frac{5702\,344}{331776}$, ſa racine $\frac{2388}{576}$. Item la ſomme de $\frac{26335\,44}{331776}$ & $\frac{1386\,81}{331776}$, eſt quarré $\frac{277\,2225}{331776}$ ſa racine $\frac{1665}{576}$. Item la ſomme de $\frac{1386\,81}{331776}$ & $\frac{3069000}{331776}$, eſt quarré $\frac{3297681}{331776}$, ſa racine $\frac{1791}{576}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Or aiant ainſi deſcript ſelon noſtre ſtyle les quatre premiers liures de Diophante, & appliquez les meſmes comme exemples de noſtre 81 probleme, nous viendrons à ſa concluſion.

NOTA.

Si nous auons deſcript quelques calculations, apres le 69 probleme fol. 305, de la qualité de celles auſquelles la premiere difference eſt encore imparfaicte (de laquelle imparfection nous auons dict fol. 308) il vous ſouuiendra qu'elles ſont miſes à cauſe de facilité pour exemples, faiſans autant en leur lieu comme les autres.

Concluſion du 81 probleme.

Eſtant doncques propoſé queſtion qui ſe ſolue par Algebre, nous l'auons ſolué par Algebre; ce qu'il falloit faire.

Fin du ſecond liure d'Arithmetique.

Digitized by Google

TABLE DES CHOSES PRINCIPALES DE LA PRECEDENTE ARITHMETIQVE

Selon l'ordre qu'elles sont descriptes.

Le premier liure d'Arithmetique des definitions fol. 1
Premiere partie des definitions de l'Arithmetique & des nombres Arithmetiques 1
Premiere definition de l'Arithmetique. 1
Seconde definition du nombre en general. 1
Que l'vnité est nombre 1
3e. 4. 5. Des characteres par lesquelles on denote les nombres & de leurs significations 5
6e Du nombre Arithmetique 6
7. Du nombre entier 6
8. Des nombres entre eux premiers 6
9. Des nombres entre eux composez 6
10. Du nombre rompu 7
11. Du numerateur de rompu 7
12. Du nominateur de rompu 8
13. Du rompu premier 8
Seconde partie des definitions des nombres Geometriques 9
Description du fondament des nombres geometriques 10
14e. Definition de commencement de quantité 15
15. De prime quantité 15
16. De seconde quantité 16
17. De tierce quantité 16
18. De quarte quantité & autres ensuiuantes 16
Que dignitez ou denominateurs des quantitez ne sont pas necessairement nombre entiers mais potentiellement nombres

Digitized by Google

bres rompuz & nombres radicaux quelconques 19
19e. *Du nombre algebraique entier* 19
20. *Du nombre algebraique rompu* 20
21. *Des quantitez entre elles premieres* 20
22. *Des quantitez entre elles composées* 20
23. *Du rompu algebraique premier* 20
24. *Des quantitez continues en l'ordre* 20
25. *De la superieure quantité* 21
26. *Du multinomie algebraique* 22
27. *Des quantitez primitiues & deriuatiues* 22
28. *Des postposées quantitez* 23
29. *De la racine* 24
Que racine est vocable conuenable à l'art. 25
30. *Des racines de racines* 25
31. *Du nombre Geometrique* 29
Que nombres quelconques peuuent estre nombres quarrez, cubiques, &c. Item que racine quelconque est nombre. 30
Que la quinte quantité ne se doibt point nommer surſolidum ou plus long d'vn costé 32
Qu'il n'y a nulz nombres absurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou sourds 33
De la difference entre prime quantité & racine 37
32. *Des racines algebraiques* 38
33. *De la signification du nombre deuant ou derriere la marque de quantité* 39
34. *Du signe de separatiõ entre le nõb. radical & la quan.* 39
35. *Que toute quantité s'appelle la potence de sa racine.* 40
36. *Des signes de plus & moins* 40
37. *Des nombres commensurables* 41
38. *Des nombres incommensurables* 41
39. *Du multinomie radical en general* 43
40. *Du binomie & trinomie radical, &c.* 43

41. *Du*

Digitized by Google

41. Du nom de multinomie 44
42. Du multinomie conioinct 44
43. Du multinomie disioinct 45
44. Du multin. en partie conioinct & en partie disioinct. 45
45e. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. des douze especes des binomies depuis 47. à 54
57. Du binomie conioinct & disioinct respondans 54
Troisiesme partie des definitions des effects des nombres procedans de leur comparaison, qui est de la raison, & proportion Arithmetique & de leurs dependances 55
58. Definition du terme Arithmetique 57
59. De la raison Arithmetique 57
60. De la raison binaire, ternaire, &c. 58
61. De la raison d'egaleté 59
62. De la raison d'inegaleté 59
63. De la raison commensurable 59
64. De la raison d'inegaleté maieure 59
65. De la raison superparticuliere 60
66. De la raison superpartiente 60
67. De la raison multiple 60
68. De la raison multiple superparticuliere 68
69. De la raison multiple superpartiente 61
70. De la raison d'inegaleté mineure 61
71. De la raison incommensurable 62
72. De la raison transformée 62
73. De la raison renuerse 63
74. De la raison perturbée 63
75. Des raisons egales 63
76. De la proportion 64
77. De la proportion binaire, ternaire, &c. 65
78. De la proportion continue 65
79. De la proportion discontinue 66

Digitized by Google

80. Des termes homologues 66
81. De la proportion transformée 67
82. De la proportion renuerſe 67
83. De la proportion alterne 68
84. De la proportion perturbée 68
85. De la multiple raiſon qu'il y a de la comparaiſon du premier terme au troiſieſme & à chaſcun des ſuiuans, à la comparaiſon du premier au ſecond. 69
Quatrieſme partie des definitions des effects des nombres procedans de leur computation rationelle, comme Aiouſter, Soubſtraire, Multiplier, & Diuiſer, & leurs dependances. 70
86. Definition de l'Aiouſter 70
87. Des nombres à aiouſter 70
88. De la ſomme 71
89. Du ſoubſtraire 71
90 Du nombre duquel on ſoubſtraict 71
91. Du nombre à ſoubſtraire 71
92. De la reſte 72
93 Du multiplier 72
94. Du nombre à multiplier 72
95. Du multiplicateur. 72
66. Du produict 73
97. Du diuiſer 73
98. Du nombre à diuiſer 73
99. Du diuiſeur 73
100. Du quotient 74
Cinquieſme partie des definitions des effects des nombres procedans de leur computation proportionelle 74
101. Definition de la regle de trois 74
102. De la regle de proportionelle partition. 74
103. De la regle des faux. 75

Dela

De la signification des vocables Probleme, Theoreme, & Hypotheſe 75
Briefue collection des propres characteres qu'on vſera en ceſte Arithmetique 78
Le ſecond liure d'Arithmetique de l'operation 81
Premiere partie de l'operation des nombres Arith. 81
Premiere diſtinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques entiers. 81
1 *Addition* 81
2 *Probleme de leur* *Soubſtraction.* 82
3 *Multiplication* 84
4 *Diuiſion* 86
Seconde diſtinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques rompus & d'autres computations à icelles appartenantes 87
5 *Inuention de la plus grande commune meſure.* 87
6 *Inuenion du premier rompu* 88
7 *Inuen. d'vn rõpu egal à entier & rõpu donné.* 89
8 *Inuen. des vnitez qu'il y a en vn rõpu donné.* 90
9 *Reduction à vn commun denominateur* 90
10 *Probleme de leur* *Addition* 91
11 *Soubſtraction* 93
12 *Multiplication* 95
13 *Diuiſion.* 96
Troiſieſme diſtinction de la regle de trois des nombres Arithmetiques. 99
14. *Probleme de trois termes donnez trouuer le quatrieſme proportionel.* 99
Quatrieſme diſtinction de la regle de proportionelle partition des nombres Arithmetiques. 100
15. *Probleme de la partition d'vn nombre Arithmetique donné en parties proportionelles à nombres donnez.* 100

Digitized by Google

Cincquieſme diſtinction de la reigle de faux, des nombres Arithmetiques 101
16. *Probleme d'vne fauſe poſition* 101
17. *Probleme de deux faulſes poſitions* 103
Seconde partie de l'operation des nombres radicaux 105
Premiere diſtinction des extractions des racines des nombres ſimples. 105
18. *Prob. des extractions des racines des nomb. ſimples.* 105
Deuxieſme diſtinction des quatre numeratiõs, de racines entieres ſimples, & d'autres computations à icelles appartenantes 134
19 *Probleme de leur* — *Reduction en racines d'vne meſme eſpece.* 135
20 *Probleme de leur* — *Inuention de commenſurance, ou incommenſurance* 136
21 *Probleme de leur* — *Inuention de raiſon* 139
22 *Probleme de leur* — *Multiplication* 140
23 *Probleme de leur* — *Diuiſion* 144
24 *Probleme de leur* — *Addition* 147
25 *Probleme de leur* — *Soubſtraction* 157
Troiſieſme diſtinction des quatre numerations de multinomies radicaux entiers 166
26 *probleme de leur* — *Multiplication* 167
27 *probleme de leur* — *Diuiſion* 170
28 *probleme de leur* — *Addition* 174
29 *probleme de leur* — *Soubſtraction* 176
Quatrieſme diſtinction des quatre numerations de multinomies radicaux rompuz 177
30 *probleme de leur* — *Multiplication* 177
31 *probleme de leur* — *Diuiſion* 179
32 *probleme de leur* — *Addition* 179
33 *probleme de leur* — *Soubſtraction* 180
34 *probleme de leur* — *Inuention du maieur* 182

Cinc-

Digitized by Google

Cinquieſme diſtinction de l'inuention des douze eſpeces de binomies & autres computations y appartenantes 183
35. 36. 37. *Des inuentions de quelques deux nombres ſeruans à la conſtruction du probleme ſuiuant* 183.184
38. *De l'inuention des douze eſpeces de binomies* 185
Sixieſme diſtinction des extractions des racines de multinomies radicaux 189
39. *Probl. des extractions de racines des mult. radicaux.* 189
Septieſme diſtinction des quatre numerations des racines de multinomies radicaux 120
40 41 42 43 *Probleme de leur* — *Multiplication* 212; *Diuiſion* 214; *Addition* 215; *Soubſtraction* 216
Huictieſme diſtinction de la regle de trois des nombres radicaux, & de l'inuention de moiens proportionels 220
44. *Probleme de leur inuention de quatrieſme terme proportionel* 220
45. *De l'inuention des moiens proportionels* 221
Neufieſme diſtinction de la regle de proportionelle partition des nombres radicaux 223
46. *Probleme de la partition d'vn nombre radical donné, en parties proportionelles à nombres donnez* 223
Dixieſme diſtinction de la regle de faux des nombres radicaux 224
47. *Probleme d'vne fauſe poſition* 224
48. *Probleme de deux fauſſes poſitions* 225
Troiſieſme partie de l'operation des nombres Algebraiques. 228
Premiere diſtinction des quatre numerations des nombres algebraiques entiers 228

probleme

Digitized by Google

49 probleme de leur — Multiplication 230
50 probleme de leur — Diuiſion 233
51 probleme de leur — Addition 236
52 probleme de leur — Soubſtraction 238
Deuxieſme diſtinction des quatre numerations des nombres Algebraiques rompuz & d'autres computations à icelles appartenantes 240
53 probleme de leur — Inuention de la plus grande cõmune meſure 240
54 probleme de leur — Inuention du premier rompu 242
55 probleme de leur — Inuention d'vn rompu egal à entier & rompu donné 242
56 probleme de leur — De leur reduction à vn cõmun denominateur 243
57 probleme de leur — Multiplication 244
58 probleme de leur — Diuiſion 245
59 probleme de leur — Addition 246
60 probleme de leur — Soubſtration 247
Troiſieſme diſtinction des extractions de racines des nombres algebraiques 248
61. probleme des extractions de racines des nombres algebraiques 248
Quatrieſme diſtinction des quatre numerations des poſpoſees quantitez. 259
62 probleme de leur — Multiplication 259
63 probleme de leur — Diuiſion 261
64 probleme de leur — Addition 263
65 probleme de leur — Souſtraction 263
Cincquieſme Diſtinction de la regle de trois des quantitez 264
Aux problemes de ceſte diſtinction, precedent 10 regles de la reduction.

Probleme

Digitized by Google

66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 — *Probleme de l'inuention de quatrieſme terme proportionel eſtant le premier* — ① ① ② ③ ③ ③ ④ ④ ④ ④ ④ ④ — *& le ſecond* — ⓪ 281; ⓪ 284; ① ⓪ 285; ① ⓪ 305; ② ⓪ 318; ② ① ⓪ 337; ① ⓪ 348; ② ① ⓪ 353; ③ ⓪ 360; ③ ① ⓪ 368; ③ ② ⓪ 371; ③ ② ① ⓪ 373

78. *Probleme de l'inuention du quatrieſme terme proportionel, eſtant le premier & ſecond quelques quantitez deriuatiues des primitiues compoſees de* ④ ③ ② ① ⓪ 376

79. *Probleme de l'inuention du quatrieſme terme proportionel, eſtant le premier poſtpoſée quantité de ſimple nom, point multipliée ou diuiſée, le ſecond de poſitiues quantitez quelconques, le troiſieſme poſtpoſée quantité de la meſme progreſſion que celle du premier terme* 380

80. *Probleme de l'inuention du quatrieſme terme proportionel, eſtant le premier poſitiue quantité quelconque multipliée ou diuiſée par poſtpoſée. Le ſecond de poſitiues quantitez quelconques. Le troiſieſme de la meſme progreſſion que la poſtpoſé quantité du premier terme* 383

Sixieſme diſtinction de la regle de faux des nombres algebraiques dicte algebre. 398

81. *Probleme de la regle d'Algebre fol.* 398. *declarée par* 27 *exemples & par les quatre premiers liures de Diophante dont le premier commence fol.* 435. *& contient* 43. *queſtions. Le ſecond fol.* 477. *& contient* 36 *queſtions. Le troiſieſme fol.* 517. *& contient* 24. *queſtions. Le quatrieſme fol.* 558. *& contient* 46 *queſtions.*

Digitized by Google

TABLE DES CHOSES PRINCIPALES DE LA PRECEDENTE ARITHMETIQVE selon l'ordre de l'A B C.

A

AIOVSTER *quoi* 70
Aiouſter nombres Arithmetiques entiers 81
Aiouſter nombre Arithmetiques rompuz 91
Aiouſter racines ſimples 147
Aiouſter multinomies radicaux entiers 174
Aiouſter multinomies radicaux rompuz 179
Aiouſter racines de multinomies radicaux. 215
Aiouſter nombres algebraiques entiers 236
Aiouſter nombres algebraiques rompuz 246
Aiouſter poſtpoſees quant. 263
Arithmetique quoi 1

B

Binomie & trinomie radical, &c. quoi 43
Binomie conioinct & diſioinct reſpondans 54
Briefue collection des propres characteres qu'on vſera en ceſte Arithmetique 78

C

Commencement de quantité quoi. 15
Commenſurance ou incõmenſurance des nõbres ſe trouue 136
Commune meſure des nombres Arithmetiques ſe trouue 87
Commune meſure des quantitez ſe trouue 240

D

Difference entre prime quantité & racine 37
Diuiſer quoi 73.
Diuiſer nombres Arithmetiques entiers 86
Diuiſer nombres Arithmetiques rompuz 96
Diuiſer racines ſimples 144
Diuiſer multinomies radicaux entiers 170
Diuiſer multinomies radicaux rompuz 179
Diuiſer racines de multinomies radicaux 214
Diuiſer nombres algebraiques entiers 233
Diuiſer nombres algebraiques rompuz 245
Diuiſer poſtpoſees quãtitez 261
Diuiſeur quoi 73
Douze eſpeces de binomies quoi depuis 47 à 54. Leurs conſtructions 185

E

Extraire racines 105
Extraire racines de multinomies radicaux 189

Extraire

Digitized by Google

Extraire racines algebra. 248

F

Fondament des nombres Geometriques 235

H

Hypotheſe quoi 75

I

Inuention de la plus grande cõmune meſure des nombres Arithmetiques 87

Inuention du premier rompu Arithmetique 88

Inuention d'vn rompu egal à entier & rompu donne 89

Inuention des vnitez qu'il y a en vn rompu donné 90

Inuention de commenſurance ou incommenſurance 136

Inuention de la raiſon de racines 139

Inuention du maieur multinomie 182

Inuention des douze eſpeces de binomies 185

Inuention de la plus grande cõmune meſure des nombres algebraiques 240

Inuention du premier rompu, des nõbres algebraiques. 242

Inuention d'vn rompu egal à entier & rompu donné en nombres algebraiques 242

Inuenteurs des reigles de trois algebraiques 268

Imperfection de la troiſieſme difference du 69 probl. 308

M

Maieur multinomie radical ſe trouue 182

Moiens proport. ſe trouue 221

Multinomie algebraiq. quoi 22

Multinomie cõme binomie, trinomie, &c. quoi 22

Multinomie conioinct quoi 44

Multinomie diſioinct quoi 45

Multinomie en partie conioinct & en partie diſioinct 45

Multinomie radical quoi 43

Multiplicateur quoi 72

Multiplier quoi 72

Multiplier nombres Arithmetiques entiers 84

Multiplier nombres Arithmetiques rompuz 95

Multiplier racines ſimples 140

Multiplier multinomies radicaux entiers 167

Multiplier multinomies radicaux rompuz. 177

Multiplier racines de multinomies radicaux 212

Multiplier nombres algebraiques entiers 230

Multiplier nombres algebraiques rompuz 244

Mult. poſtpoſees quantitez 259

N

Nombre en general quoi 1

Nombre Arithmetique quoi 6

Nombre entier quoi 6

Nombres entre eux premiers quoi 6

Nombres entre eux compoſez quoi 6

Nombre rompu quoi 7

Nombre geometrique quoi 29

Nombres quelconques peuuent eſtre nombres quarrez, cubiques, &c. Item racine quelconque eſt nombre 30

Digitized by Google

Nombre algebraique quoi 19
Nombre algebr rompu quoi 20
Nomb.commensurables quoi 41
Nombres incommens. quoi 41
Nombres à niouſter quoi 70
Nombre duquel quoi 71
Nombre à ſoubſtraire quoi 71
Nombre à multiplier quoi 72
Nombre à diuiſer quoi 73
Nom de multinomie quoi 44
Nominateur de rompu quoi 7
Numerateur de rompu quoi 7
Nuls nombres ſont abſurds irrationels inexplicables ou ſours 33

O

Origine de la conſtruction d'extraction de racine des douze binomies 199.201
Origine d'extraction de racine quarrée de multino. 204.208
Origine d'extraction de racine algebraique 248
Origine de la conſtruction de l'inuëtion du valeur de 1 ① *quãd* ② *eſt egale à* ①◎ *fol.* 298 *Item quand* ③ *eſt egal à* +①+◎ *fol.* 310. *Item quand* ③ *eſt egale à* —①+◎ *fol.* 313. *Item quand* ③ *eſt egale à* +① —◎ *fol* 315. *Item quand* ③ *eſt egale à* ②◎ *fol* 328. *Itẽ quand* ③ *eſt egale à* ② ①◎ *fol* 347 *Itẽ quand* ④ *eſt egale à* ①◎ *fol.* 352 *Itẽ quãd* ④ *eſt egale à* ④①◎ *Itẽ des quantitez. Itẽ quand* ④ *eſt egale à* ④◎ *fol.* 361. *deriuatiues fol* 378. *Item des poſtpoſees quantitez fol.* 385

P

Plus grande commune meſure des nombres Arithmetiques ſe trouue 87
Potence de nombre quoi 40
Premier liure de Diophante 435
Premier rompu ſe trouue 88
Probleme quoi 75
Produict quoi 73
Proportion quoi 64
Proportion binaire, ternaire, etc. quoi 65
Proportion continue quoi 65
Proportion diſcontinue quoi 66
Proportion trãsformée quoi 67
Proportion renuerſe quoi 67
Proportion alterne quoi 68
Proportion perturbée quoi 68

Q

Quinte quãtité ne ſe doit point nommer ſurſolidum ou plus long d'vn coſté 32
Quantité prime, ſeconde, tierce, &c. quoi 15.16.
Quantitez entre elles premieres quoi 20
Quantitez entre elles compoſees quoi 20
Quantitez continues en l'ordre quoi 20
Quantité ſuperieure quoi 21
Quantitez primitiues quoi 22
Quantitez deriuatiues quoi 22
Quantitez poſtpoſees quoi 23
Quotient quoi 74
Quarré de double egalesé quoi fol. 483

Digitized by Google

Quatre premiers liures d'Algebre de Diophante d'Alexandrie 431
Quatrieſme liure de Dioph. 555
Quatrieſme proportionel de nombres Arith. ſe trouue 99
Quatrieſme proportionel des nõbres radicaux ſe trouue 220
Quatrieſme proportionel des nõbres algebraiques ſe trouue depuis fol. 264 à 383

R

Racine de quantité quoi 24
Racine eſt vocable conuenable à l'art 25
Racine de racine quoi 25
Racine algebraique quoi 38
Raiſon Arithmetique quoi 57
Raiſon binaire, ternaire, &c. quoi 58
Raiſon d'egaleté quoi 59
Raiſon d'ingaleté quoi 59
Raiſon commenſurable quoi 59
Raiſon d'inegaleté maieure quoi 59
Raiſon ſuperparticuliere quoi 60
Raiſon ſuperpartiente quoi 60
Raiſon multiple quoi 60
Raiſon multiple ſuperparticuliere quoi 61
Raiſon multiple ſuperpartiente quoi 61
Raiſon de moindre inegaleté quoi 61
Raiſon incõmenſurable quoi 62
Raiſon transformée quoi 62
Raiſon renuerſe quoi 63
Raiſon perturbée quoi 63
Raiſons egales quoi 63
Raiſon des racines ſe trouue 139
Reduction algebraique 269
Reduire diuerſes fractions Arithmetiques à vn commun denominateur 90
Reduire diuerſes fractions algebraiques à vn commun denominateur 243
Reduire diuerſes eſpeces de racines en vne meſme eſpece 135
Reigle de trois quoi 74
Reigle de trois des nombres Arithmetiques fol. 99 & des nombres radicaux fol. 220. & des nombres algebraiques depuis fol. 264. à 383
Reigle de proportionelle partition quoi 74
Reigle de proportionelle partition des nombres Arithmetiques, fol. 100 & des nombres radicaux fol. 223
Reigle des faux quoi 75
Reigle des faux des nombres Arith. fol. 101. Des nombres radicaux fol. 224. Des nombres algebraiques depuis fol. 398. à 642.
Reſte quoi 72
Rompu Arithmetique quoi 7
Rompu Arith. premier quoi 8
Rompu algebraique quoi 20
Rompu Algebraique premier quoi 20

S

Second liure de Diophante 477
Signification des vocables Probleme Theoreme Hypotheſe 75
Signification du nombre deuant ou derriere la marque de quantité 39

Signe

Digitized by Google

Signe de ſeparation entre le nõbre radical & la quãtité 39
Signes de plus & moins 40
Somme quoi 71
Soubſtraire quoi 71
Soubſtraire nombres Arithmetiques entiers 82
Soubſtraire nombres Arithmetiques rompuz 93
Soubſtraire racines ſimples 157
Soubſtraire multinomies radicaux entiers 176
Soubſtraire multinomies radicaux rompuz 180
Soubſtraire racines de multinomies radicaux: 216
Soubſtraire nombres algebraiques entiers 238
Soubſtraire nombres Algebraiques rompuz 247
Soubſtraire poſitpoſées quantitez 263
Solutions qu'on peut faire par moins 332

T

Terme Arithmetique quoi 57
Termes homologues quoi 66
Theoreme quoi 75
Theoremes de la ſeconde partie de l'operation ſont fol. 146. 156. 166. 169. 173 175. 217. 219. & de la troiſieſme partie fol. 228. 232. 302. 387. 389. 391. 392. 394. 396. Et du premier liure de Diophante fol. 448. 460. Et du ſecond liure de Diophante 523. 539 Et du troiſieſme liure de Diophãte 544. 547. 549. 555. 555. Et du quatrieſme liure de Diophante, 576. 577. 591 608. 610. 611. 612. 620. 623. 626. 634. 638.
Toute quantité s'appelle la potence de ſa racine 40
Troiſieſme liure de Diophante 517

V

Vnité eſt nombre 1
Vnitez qu'il y a au rompu donné ſe trouuent 90

FIN DE LA TABLE.

Digitized by Google

LA PRATIQVE D'ARITHMETIQVE DE SIMON STEVIN *De Bruges.*



A LEYDE,
En l'Imprimerie de Christophle Plantin.
cIↃ. cI. LXXXV.

Digitized by Google

Digitized by Google

AV LECTEVR.

VEV que l'efficace de l'ordre des disciplines est telle, que l'on apprent par icelle facilement & à plaisir, ce qui autrement ne se faict qu'a grand labeur, & ennuy, dequoi nous auons traicté en general en en nostre Dialectique, Il m'a semblé bon de dire ici en particulier de l'ordre de la Pratique d'Arithmetique.

Or comme il est notoire par l'experience des autres facultez, comme és droicts, Medicine, etc. que la Pratique n'est pas, le premier auquel doibt commencer l'apprentif; Mais à quelques fondamens generaux, sans lesquels il besoigneroit tousiours a tastons, & iugeroit comme l'aueugle des coleurs, sans pouuoir effectuer chose digne de loüange : Ainsi faut il entendre le mesme de ceste Pratique d'Arithmetique, à sçauoir qu'elle n'est pas le premier, auquel il doibt commencer, mais à ce qui est le fondament seruant generalement à toutes operations, qui se rencontrent en icelle. Quant à ce qu'il en est

Digitized by Google

aucuns d'autre opinion, lesquels (ignorans la Nature & vertu de l'ordre) prennent pour argument, que l'on faict ainsi double vtilité, à sçauoir, qu'on n'apprent pas seulemẽt les computations des nombres, mais encore l'vsage des matieres ausquelles ilz sont appliquez: Certes si on le considere bien, cela se trouuera plustost double dommaige, & autant comme si quelcun dist, qu'il seroit vtile a l'apprentif de la Grammaire, d'apprendre quant & quant l'vsage d'icelle, comme Dialectique, Rhetorique, ou quelques autres Facultez. Voiez encore qu'elles absurditez s'ensuiuent, quant quelcun apprent premierement l'Addition de Liures, Solz, & Deniers, la ou il faut diuiser la somme des deniers par 12. laquelle diuision il ignore, & l'apprendra (veu que la Soubstraction & Multiplication precedent) quelque temps apres: Ce qui sont tenebres si obscures pour lesdicts Apprentifs, qu'ils perdent souuent le courage & l'espoir de pouuoir comprendre la reste. Pour doncques euiter ceste & semblables absurditez, il conuient suiure la nature comme Guide asseurée, apprennant (comme dessus est dict)

premie-

Digitized by Google

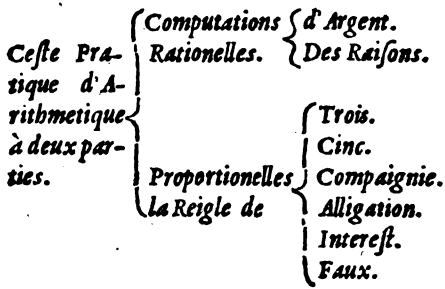
premierement les fondamens generaux, qui sont de nombres purs, abstraicts de toutes matieres; lesquels nous auons descript selon nostre pouuoir aux liures precedens. Mais veu que le but de plusieurs personnes, n'est point de s'occuper es profondes speculations Algebraiques, ains seulement en ce qui leur peut seruir à leur trafique ou affaires; Tels (auant que venir à ceste Pratique) apprendront la premiere partie du precedent second liure, comprennant seulement 17 petits & faciles Problemes, lesquels bien entenduz, l'on se trouuera muni d'vn fondament, seruant generalement pour l'expedition des constructions, qui se rencontrent en la Pratique: De sorte que le tout ne lui semblera que repetition des precedens.

Voila, ami lecteur, ce que nous voulions dire de ceste ordre; si le trouuez entierement bon, vous le pouuez du tout suiure; sinon, cueilles en le meilleur que vous pourrez; ou en faictes comme bon vous semblera, prennant de bonne part nostre petit auertissement, & grande affection, touſiours inclinée pour vous faire seruice.

Digitized by Google

ARGVMENT.

NOvs diuiſons la Pratique d'Arithmetique en deux parties, à ſçauoir en Computations Rationelles (comme Aiouſter, Soubſtraire, Multiplier, & Diuiſer) & Proportionelles. Des Rationelles, nous expliquerons celles d'argent, & des Raiſons. Des proportionelles la regle de Trois, de Cinc, d'Alligation, d'Intereſt, & des Faux. Ce que nous comprendrons autre fois pour plus grande euidence en telle Table:



Et à la fin nous deſcriprons encore deux particuliers traictez, l'vn de la Dixaine, qui ſe pourroit dire par autre nom, *La Pratique des Pratiques.* L'autre des Incommenſurables Grandeurs.

PREMIER

Digitized by Google

PREMIERE PARTIE DE LA PRATIQVE D'ARITHMETIQVE DES QVATRE COMPVTATIONS RATIONELLES.

Premiere diſtinction des quatre computations d'Argent.

ENTRE les dinerſes eſpeces d'argent, qui ſont quaſi infinies, il y a vne pour l'heure par Europe la plus generale, à ſçauoir de Liures, Solz, & Deniers. Et combien que la liure d'vn païs eſt inegale à celle d'vn autre, car d'autre valeur eſt la liure de Flandres, d'autre celle de Venize, de France, d'Angleterre, &c. Toutesfois telle raiſon qu'il y a de la liure à ſon ſolz, & du ſolz à ſon denier de l'vn païs, la meſme y a il en chaſcun. Car tout ſolz eſt la vingtieſme part de ſa liure, & tout denier la douzieſme de ſon ſolz; d'ou ſ'enſuit que leur maniere de computation eſt par tout la meſme, nous prendrons doncques pour noz exemples ladicte plus generale eſpece, les computations de laquelle eſtant bien entendues, ſemblables computations ſeront auſſi notoires en eſpeces d'argent quelconques.

Digitized by Google

De l'addition d'argent.

PROBLEME I.

ESTant donnees diuerſes parties d'argent : Trouuer leur ſomme.

Explication du donné. Soient les parties d'argent donnees telles 22 ℔ 15 ß 8 ℔ & 27 ℔ 18 ß 11 ℔ & 34 ℔ 17 ß 10 ℔. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur ſomme. *Conſtruction.* On diſpoſera les parties donnees comme ci deſſoubs. Puis commençant aux deniers, on aiouſtera 10 & 11 & 8 font 29 ℔, leſquels diuiſez par 12 (par 12 parce que 12 ℔ vallent 1 ß) donnent quotient 2 ß 5 ℔.

Puis on mettera les 5 ℔ ſoubs les deniers, & on aiouſtera les 2 ß auec les autre ſolz, & monteront en tout 52 ß, leſquels diuiſez par 20 (par 20 parce que 20 ß vallent 1 ℔) donnent quotient 2 ℔ 12 ß. Puis on mettera les 12 ß deſſoubs les ſolz, & les 2 ℔ l'aiouſteront auec les autres liures, qui monteront enſemble (par le 1 probleme de l'Arithmetique) 85 ℔.

℔	— ß	— ℔
22	. 15	. 8
27	. 18	. 11
34	. 17	. 10
85	. 12	. 5

Ie di que 85 ℔ 12 ß 5 ℔ ſont la ſomme requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par la demonſtration dudict premier probleme de l'Arithmetique.

NOTA. S'il y euſt eu l'argent à aiouſter des rompuz, comme par exemple 2 ß 3 $\frac{1}{3}$ ℔, & 3 ß 4 $\frac{1}{2}$ ℔, On aiouſtera les rompuz $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{2}$ par le 10. probleme de l'Arithmetique feront $\frac{5}{6}$ ℔, & toute la ſomme ſera 5 ß 7 $\frac{5}{6}$ ℔. Et ainſi d'autres ſemblables.

COROL-

Digitized by Google

COROLLAIRE.

L'addition de toutes autres especes d'argent, est notoire par le precedent. Prennons pour exemple Ducatz, Reaux (desquels les 11 font vn ducat) & Marauedis (desquels les 34 font vn real) en ceste maniere:

La ou la somme de Marauedis se diuisoit par 34, donnant quotient 2 reaux, restant 20 Marauedis, lesquelz 2 reaux cõptez auec les autres, font 29, lesquelz diuisez par 11, donnent quotient 2 ducatz, restant 7 reaux, lesquels 2 ducatz comptez auec les autres font 1504 ducatz, de sorte que la desirée somme est 1504 Ducatz, 7 Reaux, 20 Marauedis.

Duc.	Rea.	Mar.
235	9	27
583	10	29
684	8	32
1504	7	20

Et semblablement est manifeste par les precedens, l'addition d'especes de matiere quelconque. Par exemple de pois, comme liures & onces, desquelles les 16 font vne livre, dont l'exemple s'en peut donner ainsi:

La ou la somme des onces 39, se diuise par 16, donnant quotient 2 ℔, & restant 7 onces, lesquels 2 ℔ comptez auec les autres, font ensemble 123 ℔, de sorte que la somme requise est 123 ℔ 7 onces. Et ainsi de tous autres.

Liures	Onces
23	13
42	11
56	15
123	7

Conclusion. Estant doncques donnees diuerses parties d'argent. Nous auons trouué leur somme. Ce qu'il falloit faire.

Digitized by Google

De la ſoubſtraction d'argent.

PROBLEME II.

ESTant donnée partie d'argent de laquelle on ſoubſtraict & partie d'argent à ſoubſtraire: Trouuer leur reſte.

Explication du donné. Quelcun doibt 78 ℔ 17 ß 5 ₰, ſur quoi il a paié 24 ℔ 19 ß 8 ₰. *Explication du requis.* Il faut trouuer combien qu'il doibt encore de reſte. *Conſtruction.* On mettera les nombres donnez en ordre comme ci deſſoubs, Puis pour leuer 8 ₰ de 5 ₰, par ce qu'il eſt impoſſible, on empruntera 1 ß des 17 ß, qui vaut 12 ₰, leſquelz aiouſtez aux 5 ₰, ſont 17 ₰, des meſmes ſoubſtraict 8 ₰, reſtent 9 ₰ leſquels on mettera ſoubs les deniers; Puis pour leuer 19 ß de 16 ß (nous diſons de 16 ß, par ce que des 17 ß à eſté emprunté 1 ß) par ce qu'il eſt impoſſible, on empruntera 1 ℔ des 8 ℔, qui vaut 20 ß, leſquels aiouſtez aux 16 ß font 36 ß, des meſmes ſoubſtraicts 19 ß, reſtent 17 ß, leſquels on mettera ſoubs les ſolz;

Puis venant aux liures on dira 4 de 7 (nous diſons 4 de 7, par ce que des 8 ℔ à eſté emprunté 1 ℔) reſte 3 ℔, & 2 de 7 reſte 5. Ie di que 53 ℔ 17 ß 9 ₰ eſt la reſte requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par celle du ſecond probleme de l'Arithmetique.

℔	.	ß	.	₰
78	.	17	.	5
24	.	19	.	8
53	.	17	.	9

Concluſion. Eſtant doncques donnée partie d'argent de laquelle on ſoubſtraict, & partie d'argent à ſoub-

Digitized by Google

soubstraire, nous auons trouué la reste; Ce qu'il falloit faire.

NOTA. S'il y eust en l'argent donné des rompuz, comme par exemple 5 ß 2 $\frac{1}{2}$ ₰ à soubstraire de 12 ß 4 $\frac{2}{3}$ ₰, on soubstraira $\frac{1}{2}$ ₰ de $\frac{2}{3}$ ₰ par le 11 probleme de nostre Arithmetique, & restera $\frac{1}{10}$ ₰ & la reste sera 7 ß 2 $\frac{1}{10}$ ₰ & ainsi d'autres semblables.

De la multiplication d'argent.

PROBLEME III.

ESTant donné argent à multiplier & multiplicateur: Trouuer leur produict.

Explication du donné. Soit donné argent à multiplier 23 ℔ 3 ß 2 ₰ & multiplicateur 5. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur produict. *Construction* 1.

On conuertira premierement tout l'argent donné en deniers, en ceste sorte:

On multipliera 23 ℔ par autant, qu'il y a des solz en 1 ℔ qui est par 20, monte (par le 3 probleme de nostre Arithmetique) 460 ß, auſquels aiousstez les 3 ß donnez, font 463 ß, les mesmes multipliez par autant qu'il y a des deniers en 1 ß, qui est par 12, font 5556 ₰, & aux mesmes aiousstez 2 ₰ donnez, font pour tout l'argent donné, & conuerti en deniers 5558. Puis on multipliera les mesmes par le multipicateur dõné 5, faict 27790 ₰.

23℔3 ß 2 ₰	
20	
463 ß	
12	
926	
4632	
5558 ₰	
5	
27790 ₰	

Mais comment on pourra autre fois conuertir ces

27790 ₰

Digitized by Google

27790 ₰ en liures & ſolz, il ſera demonſtré à la 2 note, du quatrieſme probleme ſuiuant.

Ie di que 27790 ₰ eſt le produict requis, dont la demonſtration eſt manifeſte par celle du 3 probleme de l'Arithmetique. *Conſtruction* 2. Lon pourroit autrement multiplier 2 ₰ par 5 font 10 ₰ puis 3 ß par 5 font 15 ß puis 23 ℔ par 5 font 11 ℔ de ſorte que 115 ℔ 15 ß 10 ₰ ſeroit le produict requis vallant le meſme que le produict ci deſſus 27790 ₰. *Concluſion.* Eſtant doncques donné argent à multiplier, & multiplicateur: Nous auons trouué leur produict; Ce qu'il falloit faire.

NOTA. S'il y euſt aux donnez des rompuz, comme par exemple 3 ß 8 $\frac{1}{3}$ ₰ à multiplier par 2 $\frac{1}{2}$, on couertira les 3 ß 8 ₰ en deniers, par le 3e probleme ci deſſus, font (auec le $\frac{1}{3}$ ₰) 44 $\frac{1}{3}$ ₰. Puis on multipliera 44 $\frac{1}{3}$ par 2 $\frac{1}{2}$ font (par le 12e probleme de l'Arithmetique) pour le requis 110 $\frac{1}{6}$ ₰, Et ainſi des autres ſemblables.

De la diuiſion d'argent.

PROBLEME IIII.

ESTant donné argent à diuiſer, & diuiſeur: Trouuer leur quotient.

Explication du donné. Soit donné argent à diuiſer 13 ℔ 7 ß 8 ₰ & diuiſeur 5. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quotient. *Conſtruction* 1. On reduira les 13 ℔ 7 ß 8 ₰ tous en deniers, par la maniere du precedent 3e probleme, font 3212 ₰ les meſmes diuiſez par le diuiſeur 5, donne quotient par le 4e probleme de l'Arithmetique

metique) $642\frac{2}{5}$ ℔. Mais comment on pourra autrefois reduire ces $642\frac{2}{5}$ ℔ en liures [illegible] & deniers, sera declaré à la 2. note ci dessoubs.

Ie di que $642\frac{2}{5}$ ℔ est le quotient requis, dont la demonstration est manifeste par celle du 4e probleme de l'Arithmetique. *Construction* 2. Autrement on peut diuiser les 13 ℔ par 5, donnent quotient 2 ℔, reste 3 ℔, qui vallent 60 ß, aux mesmes aiouſtez les 7 ß, font 67, lesquels diuisez par 5, donnent quotient 13 ß, reste 2 ß qui vallent 24 ℔, ausquels aiouſtez 8 ℔, font 32 ℔, les mesmes diuisez par 5, donnent quotient $6\frac{2}{5}$ ℔. De sorte que 2 ℔ 13 ß $6\frac{2}{5}$ ℔ seroit le quotient requis vallant le mesme que le quotient ci dessus $642\frac{2}{5}$ ℔.

Conclusion. Estant doncques donné argent à diuiser & diuiseur; Nous auons trouué leur quotient; Ce qu'il falloit faire.

NOTA 1. S'il y eust aux donnez des rompuz comme par exemple 4 ß $2\frac{1}{2}$ ℔, à diuiser par $3\frac{1}{3}$, On conuertira les 4 ß 2 ℔ en deniers par le precedent 3e probleme, font (auec le $\frac{1}{2}$ ℔) $50\frac{1}{2}$ ℔. Puis on diuisera $50\frac{1}{2}$ par $3\frac{1}{3}$ & donnent quotient (par le 13e probleme de nostre Arithmetique) pour le requis $15\frac{3}{20}$ ℔ & ainsi des autres semblables.

NOTA 2. Pour reduire deniers, par exemple 698 ℔, en liures solz & deniers, il les faut diuiser par 12, donnent quotient 58 ß, reste 2, qui sont 2 ℔; puis pour conuertir les 58 ß en liures, on les pourroit diuiser par 20, & donnent quotient 2 ℔, reste 18, qui sont 18 ß, mais à cause de briefueté & comme par regle generale, on coupe le dernier charactere 8, par quelque ligne, disant, la moitie de 5 sont 2 ℔, reste 1, lequel mis deuant le 8, faict 18 ß, de sorte que les 698 ℔ conuertiz, font

2 ℔ 18 ß

Digitized by Google

2 ℔ 18 ß 2 ₰. Et la disposition des characteres de l'operation, est tel[illegible]

NOTA 3. Pour sçauoir la valeur d'vn rompu de liure, par exemple de $\frac{24}{35}$ ℔, il faut multiplier le nominateur 23 par 20, faict 480, les mesmes diuisez par le nominateur 35, donnent quotient 13 ß, restent 25, les mesmes multipliez par 12, font 300, lesquels autrefois diuisez par 35, donnent quotient 8 $\frac{4}{7}$ ₰. De sorte que les $\frac{24}{35}$ ℔, vallent 13 ß 8 $\frac{4}{7}$ ₰.

x x (2
₰ ₰ ß (5 (8
x z z 2 . 18 . 2
x

Deuxiesme distinction des quatre computions des Raisons.

IL y a controuerse entre les Autheurs Mathematiciens (& principalement entre les Cõmentateurs de la cinequiesme definition du 5 liure d'Euclide) touchant les computations des Raisons: Car ce que les aucuns appellent Addition & Soubstraction des Raisons, les autres veullent que ce soit Multiplication, & Diuision, les autres disent que c'est matiere obscure & confuse. Mais comme il auint à plusieurs autres disciplines, esquelles l'on cognoit & entend la nature des principes plus parfaictement, quand on vient à la Pratique d'icelles: Ainsi nous deuiennent les proprietez des computations des Raisons plus notoires par leur vsage: Comme entre autres la Theorie de la Musique (dont nous descriprons ailleurs vn traicté particulier) La reigle de Compaignie (que nous declarerons ci apres) Quelques demonstrations de Ptolemee en sa Grande Composition, &c. Pourtant celui qui requiert la solide intelligence de ces computations des Raisons

Digitized by Google

Raiſons, ſe peut exercer eſdictes operations.

Quant à ce que quelcun me pourroit demander, pourquoi nous ne les auons pas mis en la precedente Arithmetique; Ie lui reſpons, que icelles computations ſont de purs nombres, & que la Raiſon (comme il apparoiſtra plus amplement à la multiplication des Raiſons ſuiuante) n'eſt point nombre, ains ſubiect (comme les autres matieres auquel ſ'applique le nombre, parquoi leur lieu n'y eſtoit pas.

Mais à fin de declarer aucunes qualitez de la Raiſon, par quelque ſa ſimilitude à ligne, nous en deſcriprons (auant que venir aux problemes) quelque Theoreme tel:

THEOREME.

LA Raiſon Arithmetique, coupée par termes, reçoit des qualitez ſemblables aux qualitez de la ligne coupée par lignes.

Explication du donné. Soit la Raiſon de 12 à 3, coupée par quelques termes 4 & 2 en ceſte ſorte 12,4,2,3.

Puis ſoit la ligne A B, coupée par lignes aux poincts C D. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer par les meſmes le contenu du Theoreme.



Demonſtration.

Premiere qualité.

Comme toutes les parties de la ligne A B, comme A C, C D, D B, ſont lignes; Ainſi toutes les parties de la Raiſon 12 à 3, comme 12 à 4, & 4 à 2, & 2 à 3, ſont Raiſons, à ſçauoir Triple, Duple, Subſeſquialtere.

Seconde

Digitized by Google

Seconde qualité.

Comme la ligne A B, eſt egale à toutes ſes parties A C, C D, D B; Ainſi eſt la Raiſon de 12 à 3 (qui eſt quadruple) egale à toutes ſes parties 12 à 4, & 4 à 2, & 2 à 3, car Raiſon Triple, Duple, & Subſeſquialtere, font auſſi enſemble (comme il apparoiſtra par le cinquieſme probleme) Raiſon quadruple.

Troiſieſme qualité.

Quand de la ligne A B, ſe coupe la ligne D B, il y reſte la ligne A D; Ainſi quand de la Raiſon 12 à 3, ſe coupe la Raiſon de 2 à 3, il y reſte encore la raiſon de 12 à 2, car de Raiſon Quadruple, ſoubſtraict Raiſon Subſeſquialtere, Reſte (comme il apparoiſtra par le 6e probleme) Raiſon Sextuple. Nous pourrions deſcripre pluſieurs exemples ſemblables, ne fuſt que les precedens ſemblent ſuffire au propoſt. *Concluſion.* La Raiſon doncques Arithmetique coupée, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

De l'addition des Raiſons.

PROBLEME V.

E*Stant donnees Raiſons Arithmetiques à aiouſter: Trouuer leur ſomme.*

Explication du donné. Soient donnez deux Raiſons duples, qui eſt *Raiſon* $\frac{2}{1}$, & *Raiſon* $\frac{2}{1}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur ſomme. *Conſtruction.* On multipliera les $\frac{2}{1}$ par les $\frac{2}{1}$ faict pour ſolution (par le 12e probleme de l'Arithmetique) $\frac{4}{1}$. Aiouſtant doncques

Digitized by Google

ques (car addition des Raisons ne requiert autre operation que la multiplication des rompuz) Raison duple, à Raison duple, donne somme *Raison* $\frac{4}{1}$, ceſt Raiſon quadruple. *Demonſtration.* Les demonſtrations Arithmetiques ne ſe font pas touſiours par nombres, mais par matiere à l'intention, la plus commode, ce qui eſt ſouuent par grandeurs, nous en prendrons maintenant les ſons ou voix. Or il eſt à ſçauoir, que comme noſtre entendement comprend par la veue, que deux aulnes de quelque eſtouffe, ſont le double de vne aulne; Ainſi comprend l'entendement par l'ouye, que l'inferieur ſon ou terme de l'octaue Muſicale, eſt le double du ſuperieur: Et ſemblablement que l'inferieur terme de la decimequinte, eſt quadruple à ſon ſuperieur, voire les corps inanimez le teſmoignent, en cela qu'ilz obſeruent entre eux la raiſon de leurs ſons, comme toute la corde du luc, faict à ſa moitie (qui ſont comme de 2 à 1) le ſon de 2 à 1, qui eſt l'octaue, & ainſi de toutes ſes autres parties; De ſorte que les deux termes de l'octaue, ſont en Raiſon double & de la decimequinte Raiſon quadruple. Mais deux octaues ſont vne decimequinte; Ergo deux raiſons doubles, font enſemble vne Raiſon quadruple, ce qu'il nous falloit demonſtrer.

Et par les precedens ſ'entendra, que *Raiſon* $\frac{3}{2}$ aiouſtée à *Raiſon* $\frac{4}{3}$, faict *Raiſon* $\frac{2}{1}$, c'eſt à dire en ſons, que la quinte auec la quarte, faict l'octaue, & ainſi des autres. *Concluſion.* Eſtant doncques donnees Raiſons Arithmetiques à aiouſter, nous auons trouué leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

Digitized by Google

De la soubstraction des Raisons.

PROBLEME VI.

ESTant donnée Raison de laquelle on soubstraict, & Raison à soubstraire : Trouuer leur reste.

Explication du donné. Soit donné Raison de laquelle il faut soubstraire quadruple, qui est *Raison* $\frac{4}{1}$, & à soubstraire Duple, qui est *Raison* $\frac{2}{1}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur reste. *Construction.* On diuisera les $\frac{4}{1}$ par les $\frac{2}{1}$ faict pour solution $\frac{2}{1}$ (car soubstraction des Raisons ne requiert autre operation que diuision des rompuz) qui est Raison duple. *Demonst.*

Nous comprennons par l'ouye (comme il a esté dict à la demonstration du 5e probleme) que les deux termes de l'octaue musicale, sont en Raison double, & de la decimequinte en Raison quadruple, Mais soubstraict l'octaue de la decimequinte, il y reste encore vne octaue, qui est de Raison double. Ergo soubstraict Raison double, de Raison quadruple ; Reste encore Raison double, ce qu'il falloit demonstrer.

Et par les precedens s'entendra, que de *Raison* $\frac{3}{2}$ soubstraict *Raison* $\frac{9}{3}$, reste *Raison* $\frac{9}{8}$, c'est à dire en sons, que de la quinte soubstraict la quarte, reste la seconde, de laquelle les termes sont en *Raison* $\frac{9}{8}$, & ainsi des autres. *Conclusion.* Estant doncques donnée Raison de laquelle on soubstraict, & Raison à soubstraire, Nous auons trouué leur reste; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des Raisons.

Il est vulgaire que l'on dit que deux Raisons ne reçoiuent

Digitized by Google

uent point entre eux la multiplication, ce qui est vrai, mais il nous faut demonstrer la cause par tel theoreme.

THEOREME.

Que tout multiplicateur est nombre.

Explication du donné. Soient trois aulnes de drap, à 2 escuz l'aulne, le produict desquels se dict communement 6 escuz, pour la valeur des 3 aulnes. ***Explication du requis.*** Il faut demonstrer qu'il est impossible de multiplier 2 escuz par trois aulnes. ***Demonstration.*** Posons le cas que deux escuz, multipliez par 3 aulnes, montent 6 escuz; Puis multiplions 2 escuz par 3, c'est à dire prennons 2 escuz trois fois, & le produict sera aussi 6 escuz. Or produicts egaux aians quantitez à multiplier egales, ont aussi multiplicateurs egaux; Doncques nombre 3 sera egal à 3 escuz, ce qui est absurd, veu que l'escu est autre espece de quantité que n'est nombre. Doncques n'estant nombre 3 pas egal à 3 escuz, s'ensuit que 2 aulnes multipliees par 3 escuz, ne donnent pas le mesme produict que 2 aulnes multipliees par nombre 3, qui est 6 escuz. Il est aussi notoire qu'ilz ne donnent produict maieur n'y moindre que 6 escuz, parquoi il est manifeste qu'ilz ne donnent aucun produict ou que c'est impossible de multiplier 2 aulnes par 3 escuz. Et le mesme se demonstrera de multiplicateur de matiere quelconque n'estant point nombre. ***Conclusion.*** Tout multiplicateur doncques est nombre; ce qu'il falloit demonstrer.

Or aiant demonstré par ce Theoreme, que tout multiplicateur (combien que le semblable n'auient point à Addition, Soubstraction ou Diuision des autres matieres) doibt estre nombre; Estant aussi notoire, que

Digitized by Google

Raiſon n'eſt pas nombre, mais la mutuelle habitude des nombres; S'enſuit que la raiſon ne ſe pourra multiplier par Raiſon, mais bien par nombre, comme nous en deſcriprons le probleme ci deſſoubs.

Il y a auſſi quelques difficultez notoires par ce Theoreme, qui ſemblent autrement aſſez obſcures, Faiſons en par exemple quelque Syllogiſme en *Barbara* en ceſte ſorte:

Quantitez egales multipliees par multiplicateurs egaux donnent produicts egaux:

3 ℔ *multipliees par* 2 ℔, *Et* 60 ß, *multipliez par* 40 ß, *ſont quantitez egales multipliees par multiplicateurs egaux.*

Ergo 3 ℔ *multipliees par* 2 ℔ (*qui font* 6 ℔) *&* 60 ß *multipliez par* 40 ß (*qui font* 120 ℔) *donnent produicts egaux.*

Et par conſequent 6 ℔ ſont egaux à 120 ℔.

Mais la fauſeté de l'aſſomption eſt notoire par ledict Theoreme, par ce que les 2 ℔ & 40 ß ne ſont point multiplicateurs, veu que ce ne ſont point nombres, & par conſequent ce ne ſont pas quantitéz egales multipliees par multiplicateurs egaux.

Il eſt bien vrai que nous nommons aucunefois telles matieres multiplicateurs, mais l'on ſe ſouuiendra en tel endroict de la regle, que,

L'abſurd ſe concede à fin d'entendre plus facilement le vrai.

De la multiplication des Raiſons.

PROBLEME VII.

Eſtant donnée Raiſon à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique entier: Trouuer leur produict.

Explication

Digitized by Google

Explication du donné. Soit donné à multiplier *Raiſon* $\frac{3}{2}$, qui eſt ſeſquialtere & multiplicateur 4. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur produict. *Conſtruction.* Le 3 (des $\frac{3}{2}$) ſe multipliera 4 fois (parce que multiplicateur eſt 4) en ceſte ſorte: 3 fois 3 ſont 9, & 3 fois 9 ſont 27, & trois fois 27 ſont 81: Et ſemblablement ſe multipliera le 2 (des $\frac{3}{2}$) 4 fois, diſant, 2 fois 2 ſont 4, & 2 fois 4 ſont 8, & 2 fois 8 ſont 16, le mettant ſoubs le ſuſdict 81 en ceſte ſorte $\frac{81}{16}$.

Ie di que *Raiſon* $\frac{81}{16}$ (qui eſt quincuple ſeſquiſeſieſme) eſt le produict requis. *Demonſtration.* Toute choſe multipliée par 4, donne produict qui eſt egal à la ſomme de quatre telles choſes, mais la ſomme de quatre Raiſons ſeſquialteres eſt (par le 5 probleme) *Raiſon* $\frac{81}{16}$, ergo *Raiſon* $\frac{81}{16}$ eſt le vrai produict requis.

Lon ponrroit encore demonſtrer le ſuſdict en ceſte ſorte: Le produict à ſçauoir *Raiſon* $\frac{81}{16}$ contient la *Raiſon* $\frac{3}{2}$ à multiplier, autant des fois qu'il y a vnitez au multiplicateur 4 (car l'vnité eſt en 4 quatre fois, auſſi eſt la *Raiſon* $\frac{3}{2}$ quatre fois en *Raiſon* $\frac{81}{16}$ par le ſuiuant Probleme) Ergo *Raiſon* $\frac{81}{16}$ eſt par la 93 definition leur vrai produict. La demonſtrasion eſt encore notoire par la diuiſion car la *Raiſon* $\frac{81}{16}$ diuiſée par le multiplicateur 4, donne quotient (par le 10 probleme) *Raiſon* $\frac{3}{2}$ qui eſt la raiſon à multiplier; Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée Raiſon à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique entier, nous auons trouué leur produict; ce qu'il falloit faire.

Digitized by Google

PROBLEME VIII.

Estant donnée Raiſon à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique rompu: Trouuer leur produict.

Explication du donné. Soit donné à multiplier *Raiſon* $\frac{4}{9}$ qui eſt ſubduple ſeſquiquarte; & multiplicateur nombre rompu $\frac{3}{2}$, *Explication du requis.* Il faut trouuer leur produict. *Conſtruction.* On multipliera la *Raiſon* $\frac{4}{9}$ par le numerateur du multiplicateur qui eſt 3 faict par le 7e probleme *Raiſon* $\frac{64}{729}$ la meſme ſe diuiſera par le nominateur du multiplicateur donné, à ſçauoir par 2 & donne quotient (par le ſuiuant 10 probleme) & ſolution *Raiſon* $\frac{8}{27}$ dont la demonſtration ſera ſemblable à la precedente. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée Raiſon, &c. ce qu'il falloit faire.

De la diuiſion des Raiſons.

Il eſt bien vrai que la communaute de la Diuiſion & Multiplication eſt ſi grande, que la qualité de l'vn conſiſte au contraire de l'autre, toutesfois combien que la Raiſon ne peut eſtre multiplicateur (comme nous auons dict deuant le 7e probleme) ſi eſt ce que la raiſon peut eſtre diuiſeur. Et ſi on le conſidere bien, il ne ſe trouuera par tout ſinon que parfaicte coherence, & que ceſte ci eſt en toutes ſes parties, naturellement le vrai contraire de celle la, comme le demonſtrent auſſi les preuues de l'vne par l'autre. La raiſon pourquoi le diuiſeur peut eſtre quelque autre choſe que nombre, eſt notoire par les grandeurs, auſquelles la ligne

Digitized by Google

la ligne diuisée par ligne, donne quotient nombre, mais diuisée par nombre, donne quotient ligne.

Par exemple la ligne de 6 pieds, diuisée par vne ligne de 2 pieds, donne quotient 3; Et la ligne de 6 pieds, diuisée par 3 donne quotient vne ligne de deux pieds: Et ainsi des Raisons; dont il est notoire, que ceux la s'abusent, disans que Raison ne se peut diuiser par Raison. Mais à fin que le tout soit plus manifeste; nous descriprons des particuliers ploblemes desdictes diuersitez.

PROBLEME IX.

Estant donnée Raison à diuiser & Raison diuiseur : Trouuer leur quotient.

REIGLE GENERALE DES OPERATIONS DE CESTE DIVISION.

LE diuiseur se soubstraira tant de fois de la Raison à diuiser, iusques à ce qu'il y a reste, qui soit Raison egale, ou d'autre espece de Raison que la Raison à diuiser : C'est à dire, si la Raison à diuiser, fut Raison de maieure inegaleté, alors on soubstraira autant des fois le diuiseur, iusques à ce que la reste soit Raison d'egaleté, ou Raison de moindre inegaleté; Mais si la Raison à diuiser fut Raison de maieure inegaleté, alors on soubstraira autant des fois le diuiseur, iusques à ce que la reste soit Raison d'egaleté, ou Raison de maieure inegaleté. Et par la multitude des soubstractions, se colligera le quotient, car chascune soubstraction denote vnité, nous donnerons de ces differences deux exemples comme s'ensuit.

Digitized by Google

Premier exemple auquel se rencontre reste d'egaleté.

Explication du donné. Soit donné à diuiser *Raison* $\frac{8}{27}$ qui est subtriple superpartiente octaues. Et le diuiseur *Raison* $\frac{2}{3}$, qui est subsesquialtere. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quotient. *Construction.* On soubstraira *Raison* $\frac{2}{3}$ de *Raison* $\frac{8}{27}$, par le 6e probleme, & restera *Raison* $\frac{24}{54}$, laquelle est encore de la mesme espece que la Raison à diuiser, à sçauoir de moindre inegaleté, parquoi il faut (selon l'auertissement de la reigle generale ci dessus) autrefois de *Raison* $\frac{24}{54}$, soubstraire *Raison* $\frac{2}{3}$ & restera *Raison* $\frac{72}{108}$ laquelle est encore de la mesme espece que la Raison à diuiser, à sçauoir de moindre inegaleté, parquoi il nous faut autrefois de *Raison* $\frac{72}{108}$, soubstraire *Raison* $\frac{2}{3}$ & restera *Raison* $\frac{216}{216}$ laquelle estant d'egaleté, nous auons le requis, à sçauoir que à cause des trois soubstractions nous comptons trois vnitez pour quotient.

Ie di que 3 est le quotient requis. *Demonstration.* Toute chose diuisée, donne quotient qui est egal aux Fois que le diuiseur se peut soubstraire de la chose à diuiser. Mais le diuiseur *Raison* $\frac{2}{3}$ se peut soubstraire 3 fois de *Raison* $\frac{8}{27}$, par le 6e probleme, doncques 3 est le vrai quotient.

Lon pourroit encore demonstrer le susdict en ceste sorte: Le quotient 3, contient autant des fois l'vnité que la *Raison* $\frac{8}{27}$ à diuiser, contient la *Raison* $\frac{2}{3}$ diuiseur, c'est doncques (par la 96 definition de l'Arithmetique) le vrai quotient.

La demonstration est encore notoire par la multiplication precedente, car multipliant le produict 3, par le diui-

Digitized by Google

le diuiſeur *Raiſon* $\frac{2}{3}$, donne produict (par le 7e probleme) *Raiſon* $\frac{8}{27}$ qui eſt la raiſon à diuiſer, ergo &c.

Second exemple auquel ſe rencontre reſte d'inegaleté.

Explication du donné. Soit donné à diuiſer *Raiſon* $\frac{20}{3}$, qui eſt triple ſeſquitierce; Et le diuiſeur *Raiſon* $\frac{3}{2}$, qui eſt ſeſquialtere. ***Explication du requis.*** Il faut trouuer leur quotient. ***Conſtruction.*** On ſoubſtraira *Raiſon* $\frac{3}{2}$, de *Raiſon* $\frac{10}{3}$ par le 6e probleme & reſtera *Raiſon* $\frac{20}{9}$, laquelle eſt encore de la meſme eſpece que la Raiſon à diuiſer, à ſçauoir de maieure inegaleté; Il faut doncques de *Raiſon* $\frac{20}{9}$ autrefois ſoubſtraire *Raiſon* $\frac{3}{2}$, & reſtera *Raiſon* $\frac{40}{27}$, laquelle eſt encore de la meſme eſpece que la Raiſon à diuiſer, à ſçauoir de maieure inegaleté. Il nous faut doncques de *Raiſon* $\frac{40}{27}$ autrefois ſoubſtraire *Raiſon* $\frac{3}{2}$ & reſtera *Raiſon* $\frac{80}{81}$ qui eſtant autre eſpece que la *Raiſon* donnée à diuiſer, ie concluz que la derniere ſoubſtraction n'eſt pas beſoing, mais que la ſeconde ſoubſtraction monſtre que le quotient eſt 2 plus Raiſon $\frac{40}{27}$, diuiſée par *Raiſon* $\frac{3}{2}$ qui ſe peut deſcripre, comme les rompuz en ceſte ſorte:

$$2\frac{\text{Raiſon } \frac{40}{27}}{\text{Raiſon } \frac{3}{2}}$$

Mais ſi on en voulut ſçauoir quelle partie d'vnité vaut ledict rompu on diuiſera autre fois le nominateur par le numerateur & de quotient 2 la reſte ſe dira $\frac{1}{2}$ & de 3 ſe dira $\frac{1}{3}$, &c. Et ſ'il y reſtoit alors encore quelque choſe, l'on procedera en la meſme comme des precedens. Dont la demonſtration eſt aſſez notoire par les precedentes. ***Concluſion.*** Eſtant doncques donné Raiſon à diuiſer, &

Digitized by Google

Raiſon diuiſeur, nous auons trouué leur quotient, ce qu'il falloit faire.

NOTA. Si la Raiſon à diuiſer fut de moindre inegalité, & que la premiere reſte fut maieure Raiſon, que ladicte Raiſon à diuiſer, le quotient ſera de nombre infini. Comme *Raiſon* $\frac{1}{2}$, eſt contenue infinies fois en *Raiſon* $\frac{3}{1}$.

Et ſemblablement ſi la Raiſon à diuiſer fut de moindre inegaleté, & que la premiere reſte fut moindre Raiſon, que ladicte Raiſon à diuiſer, le quotient ſera de nombre infini, comme *Raiſon* $\frac{3}{1}$ eſt contenue infinies fois en *Raiſon* $\frac{1}{2}$.

PROBLEME X.

ESTant donnée Raiſon à diuiſer, & diuiſeur nombre Arithmetique entier: Trouuer leur quotient.

Explication du donné. Soit donné à diuiſer *Raiſon* $\frac{81}{16}$ qui eſt quincuple ſeſquiſeiſieſme, & diuiſeur 4. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur quotient. *Conſtruction.* Il eſt notoire par le contraire de la diuiſion, qui eſt par la multiplication, que ſi le diuiſeur donné fut 2, qu'on faut extraire racine de ② (qui eſt racine quarrée) de chaſcun terme de la Raiſon à diuiſer. Mais ſi le diuiſeur donné fut 3, que l'on extraira racine de ③ qui eſt racine cubique; Et que pour 4, l'on extraira racine de ④, &c. Or le diuiſeur donné eſt 4, parquoi il nous faut extraire racine de ④ de chaſcun terme de la Raiſon donnée: Doncques la racine de ④ de 81 eſt 3, & de 16 eſt 2, leſquels 3 & 2 ſignifient que le quotient requis

requis est *Raison* $\frac{3}{2}$ qui est sesquialtere: Dont la demonstration est manifeste par les demonstrations precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnée Raison à diuiser, & diuiseur nombre Arithmetique entier, nous auons trouué leur quotient; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XI.

Estant donnée Raison à diuiser, & diuiseur nombre Arithmetique rompu: Trouuer leur quotient.

Explication du donné. Soit donné à diuiser *Raison* $\frac{4}{6}$. Et diuiseur nombre rompu $\frac{2}{3}$. *Construction.* On multipliera la *Raison* $\frac{4}{9}$ par le nominateur du diuiseur, qui est 3, faict par le 7e probleme, *Raison* $\frac{64}{729}$ la mesme se diuisera par le numerateur 2 du diuiseur donné, & donne quotient par le 10e probleme, *Raison* $\frac{8}{27}$, qui est subtriple supertripartiente octaues, pour le quotient requis; Dont la demonstration est notoire par les precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnée Raison à diuiser, & diuiseur nombre Arithmetique rompu, nous auons trouué leur quotient; ce qu'il falloit faire.

Fin de la premiere partie.

SECON-

Digitized by Google

SECONDE PARTIE DE LA PRATIQVE D'ARITHMETIQVE DE LA COMPVTATION PROPORTIONELLE.

Premiere distinction de la seconde partie de la pratique d'Arithmetique qui est de la regle de trois.

NOVS auons defini la Reigle de trois à la 101 definition de l'Arithmetique, mais il la faut ici entendre de nombres appliquez à matieres, comme apparoistra par les exemples suiuans.

EXEMPLE I. PAR ENTIERS.

14 aulnes de drap, coustent 5 ℔ 2 ß 3 ₰, combien coustеront 25 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera les 5 ℔ 2 ß 3 ₰ par les 25, font (par le precedent 3 probleme) 30675 ₰, les mesmes diuisez per 14, donnent quotient 2191 $\frac{1}{14}$ ₰, qui vallent (par la 2 note du 4 probleme) 9 ℔ 2 ß $7\frac{1}{14}$ ₰ & autant vaudront les 25 aulnes de drap.

EXEMPLE II. PAR ROMPVS.

$2\frac{3}{4}$ aulnes de drap, coustent 4 ℔, combien coustent $3\frac{2}{3}$ aulnes?

CON-

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

On multipliera les deux derniers termes comme 4 & 3 $\frac{1}{3}$ l'vn par l'autre, donne produict (par le 12e probleme de l'Arithmetique) $\frac{40}{3}$, les mesmes se diuiseront par le premier terme 2 $\frac{2}{4}$, & donnent quotient (par le 13e probleme de l'Arithmetique) $\frac{160}{33}$ lb, qui font 4 $\frac{28}{33}$ lb; & autant vaudront les 3 $\frac{1}{3}$ aulnes.

NOTA. Quant aux diuerses manieres d'operations qu'aucuns descripuent sur ceste regle de trois par rompuz, à sçauoir que selon la disposition des rompuz, qui se rencontrent aux trois termes donnez, ils en font des diuerses reigles; elles sont inutiles, veu que ce sont des diuerses constructions (lesquelles sans causer aucune briefueté, ne sont que charges de la memoire) qui se peuuent faire par vne seule & generale; à sçauoir qu'on multiplie tousiours les deux derniers termes, l'vn par l'autre, & que l'on diuise le produict par le premier. Pourtant ie conseille à ceux qui veullent par intelligence des causes facilement calculer ou enseigner la ieunesse en ceste reigle de trois par rompuz, de suiure ceste maniere; Ainsi enseignée entre autres par Iherome Cardane, Michiel Stiffle, Nicolas Tartalle, Iuan Peris de Moya, Gemme Frison, Cutebert Tonstalle, &c. & que ils delaissent celle la.

DV COMPENDIE DE LA REGLE DE TROIS.

IL y a quelque vulgaire compendie en la regle de trois, assez commode aux pais ou l'on compte par liures solz & deniers, duquel nous donnerons onze exemples, le premier par quelques ℔ & 1 ß, le second par

Digitized by Google

par quelques ß & 2 ₰, & ainsi par ordre des autres iusques à l'onziesme. Quant aux lieux ou l'on n'vse point telle espece, on pourra par ceste maniere facilement faire vn ordre propre pour les vsitees monnoies de chascun païs.

EXEMPLE I.

1 aulne vaut 7 ß 1 ₰ combien vaudront 28 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera le 28 par 7 ß, font 196; Puis par ce que 1 ₰ est la douziesme partie d'vn solz, on prendra la douziesme partie de 28 qui est 2 le mettant soubs le 6, & par le 4 restant, se multipliera 1 ₰ faict 4 ₰, lesquels se metteront ioignant le 2. Puis on aioustera ce qu'il y a entre les lignes, & la somme sera 198 ß 4 ₰, qui vallent pour solution 9 ℔ 18 ß 4 ₰, dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

28		
7	.	1
196		
2	.	4
19(8	.	4
9.18	.	4

NOTA. Tel qu'a esté l'ordre de l'operation du precedente exemple, auquel la valeur d'vne chose ameine auec soi 1 ₰: Semblable sera aussi l'ordre des operations des dix exemples suiuans, car on multipliera touiours les choses desquelles on veut sçauoir la valeur par les solz du valeur d'vne chose; Puis on prendra telle partie des choses desquelles on veut sçauoir la valeur, quelle partie sont les deniers (que la valeur d'vne chose ameine auec soi) d'vn solz, comme pour 2 ₰ par ce que c'est le sixiesme d'vn solz, on prendra aussi le sixiesme des choses desquels on veut sçauoir la valeur, & s'il y reste quelque chose, le mesme se multipliera par les

Digitized by Google

les 2 ß, & ainsi des autres, comme il sera plus notoire par les exemples suiuans.

EXEMPLE II.

1 piece d'argent vaut 3 ß 2 ß, combien vaudront 34 pieces?

CONSTRVCTION.

On multipliera 34 par 3 ß, font 102; Puis par ce que 2 ß est la sixiesme d'vn solz, on prendra aussi la sixiesme de 34, qui est 5 reste 4, le mesme multiplié par 2 ß, faict 8, lesquels aioustés font 107 ß, 8 ß, qui vallent pour solution 5 lb 7 ß 8 ß, dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

34	
3 . 2	
102	
5 . 8	
10(7	. 8
5.7	. 8

EXEMPLE III.

1 aulne coustе 2 ß 3 ß, combien coustеront 27 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 27 par 2 ß, font 54; Puis par ce que 3 ß est le quart d'vn solz, on prendra aussi le quart de 27, qui est 6, reste 3, le mesme multiplié par 3 ß, font 9, lesquels aioustez font 60 ß 9 ß, qui vallent pour solution 3 lb 0 ß 9 ß; dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

27	
2 . 3	
54	
6 . 9	
6(0	. 9
3.9	. 9

EXEM-

Digitized by Google

EXEMPLE IIII.

1 aulne couſte 3 ß 4 ₰, combien couſteront 38 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 38 par 3 ß, font 114; Puis, par ce que 4 ₰ eſt le tiers d'vn ſolz, on prendra auſſi le tiers de 38, qui eſt 12, reſte 2, le meſme multiplié par 4 ₰, faict 8, leſquels aiouſtez font 126 ß 8 ₰, qui vallent pour ſolution 6 ℔ 6 ß 8 ₰; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

38	
3	4
114	
12	8
126	8
6	6 8

EXEMPLE V.

1 aulne couſte 3 ß 5 ₰, combien couſteront 29 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 29 par 3 ß, font 87; Puis par ce que 5 ₰ ne meſure pas 1 ß, on beſoignera premierement par 3 ₰, & puis par 2 ₰; Or par ce que 3 ₰ eſt le quart d'vn ſolz, on prendra auſſi le quart de 29, qui eſt 7, reſte 1, qui multiplié par 3 ₰, faict 3; Et de meſme ſorte on beſoignera par les 2 ₰, leſquels eſtant la ſixieſme d'vn ſolz, il faut prendre le ſixieſme de 29, qui eſt 4, reſte 5, qui multiplié par 2 ₰, faict 10; leſquels aiouſtez font 99 ß 1 ₰, qui vallent pour ſolution 4 ℔ 19 ß 1 ₰, dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

29		
3	5	
87		
7	3	
4	10	
99	1	
4	19	1

EXEMPLE

Digitized by Google

EXEMPLE VI.

1 aulne couſte 2 ß 6 ₰, combien couſteront 27 aulnes.

CONSTRVCTION.

On multipliera 27 par 2 ß, font 54; Puis par ce que 6 eſt la moitie de vn ſolz, on prendra auſſi la moitie de 27, qui eſt 13, reſte 1, le meſme multiplié par les 6 ₰, font 6, leſquels aiouſtez font 67 ß 6 ₰, qui vallent pour ſolution 3 ℔ 7 ß 6 ₰; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

27		
2	.	6
54		
13	.	6
6(7	.	6
3.7	.	6

EXEMPLE VII.

1 aulne couſte 4 ß 7 ₰, combien couſteront 38 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 38 par 4 ß, font 152; Puis par ce que 7 ₰ ne meſure pas 1 ß; On beſoignera premierement par 4 ₰, & puis par 3 ₰; Or par ce que 4 ₰ eſt le tiers d'vn ſolz, on prendra auſſi le tiers de 38, qui eſt 12, reſte 2, qui multiplié par 4 ₰, faict 8; Et de meſme ſorte on beſoignera par les 3 ₰, leſquels eſtant le quart d'vn ß, on prẽdra auſſi le quart de 38, qui eſt 9, reſte 2, qui multiplié par 3 ₰, font 6, leſquels aiouſtez font 174 ß 2 ₰, qui vallent pour ſolution 8 ℔ 14 ß 2 ₰; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

38		
4	.	7
152		
12	.	8
9	.	6
17(4	.	2
8,14	.	2

Digitized by Google

EXEMPLE VIII.

1 aulne couſte 2 ß 8 ₰, combien couſteront 32 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 32 par 2 ß, font 64; Puis, parceque 8 ₰ ne meſure pas 1 ß, on beſoignera par 4 ₰, & 4 ₰; Or par ce que 4 ₰ eſt le tiers d'vn ſolz, on prendra auſſi le tiers de 32, qui eſt 10, reſte 2, lequel multiplié par 4 ₰, faict 8, les meſmes 10, 8 ſe metteront autrefois, à cauſe des autres 4 ₰, leſquels aiouſtez font 85 ß 4 ₰, qui vallent pour ſolution 4 ℔ 5 ß 4 ₰; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

32		
2	.	8
64		
10	.	8
10	.	8
8(5	.	4
4.5	.	4

EXEMPLE IX.

1 aulne conſte 3 ß 9 ₰, combien couſteront 31 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 31 par 3 ß, font 93; Puis, par ce que 9 ₰ ne meſure pas 1 ß, on prendra 3 ₰ & 3 ₰ & 3 ₰; Or par ce que 3 ₰ eſt le quart d'vn ſolz, on prendra auſſi le quart de 31, qui eſt 7, reſte 3, lequel multiplié par 3 ₰, font 9; Et les meſmes 7.9 ſe metterent encore deux fois, à cauſe des autres 3 ₰ & 3 ₰; Leſquels aiouſtez font 116 ß 3 ₰, qui vallent pour ſolution 5 ℔ 16 ß 3 ₰, dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

31		
3	.	9
93		
7	.	9
7	.	9
7	.	9
11(6	.	3
5.16	.	3

EXEM-

Digitized by Google

EXEMPLE X.

1 aulne couſte 2 ß 10 ₰, combien couſteront 35 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 35 par 2 ß, font 70; Puis, par ce que 10 ₰ ne meſure pas 1 ß, on prendra 6 ₰ & 4 ₰; Or par ce que 6 ₰ eſt la moitie d'vn ſolz, on prendra auſſi la moitie de 35, qui eſt 17, reſte 1, lequel multiplié par 6 ₰, faict 6; Et de meſme ſorte on beſoignera par les 4 ₰, leſquels eſtant le tiers d'vn ſolz il faut prendre le tiers de 35, qui eſt 11, reſte 2, qui multiplié par 4 faict 8, leſquels aiouſtez font 99 ß 2 ₰, qui vallent pour ſolution 4 ℔ 19 ß 2 ₰; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

35		
2	.	10
70		
17	.	6
11	.	8
9(9	.	2
4. 19	.	2

EXEMPLE XI.

1 aulne couſte 3 ß 11 ₰, combien couſteront 37 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multiplieta 37 par 3 ß, font 111; Puis, parce que 11 ₰ ne meſure pas 1 ß, on prendra 4 ₰ & 4 ₰ & 3 ₰; Or par ce que 4 ₰ eſt le tiers d'vn ſolz, il faut prendre le tiers de 37, qui eſt 12, reſte 1, lequel multiplié par 4 ₰, faict 4, les meſmes 12, 4 ſe metteront autre fois à cauſe des autres 4 ₰; Puis par ce que 3 ₰ eſt le quart de 1 ß, il faut prendre le quart de 37, qui eſt 9, reſte 1, lequel multiplié par 3 faict 3; leſquels aiouſtez font 144 ß 11 ₰, qui vallent pour ſolution, 7 ℔ 4 ß 11 ₰. Dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

37		
3	.	11
111		
12	.	4
12	.	4
9	.	3
14(4	.	11
7.4	.	11

Digitized by Google

NOTA. Si la valeur d'vne choſe fut de Liures ſolz & deniers par exemple :

1 aulne couſte 3 lb 14 ß 6 *& cõbien couſteront* 43 *aulnes?*

On conuertira les liures en ſolz & la qũeſtion ſera alors telle :

1 aulne couſte 74 ß 6 *&, combien couſteront* 43 *aulnes ?*

Dont l'operation ſera ſemblable à celle du precedent 6e exemple ainſi :

Ceſte maniere eſt beaucoup plus facile, que d'operer ſans conuertir les liures en ſolz, comme font les aucuns.

43		
74	.	6
172	.	
3011	.	6
2	.	
3206	.	6
160. 3	.	6

DE LA PROPORTION RENVERSE ET ALTERNE.

LES exemples ſuiuans, dependent de la renuerſe ou alterne proportion des precedens.

EXEMPLE I.

2 aulnes de toille couſtent 3 ß, *combien des aulnes ſe donneront pour* 6 ß?

CONSTRVCTION.

On mettera les termes donnez en ordre, mais au lieu du terme incognu, on mettera o, en ceſte ſorte :

Or pour trouuer le troiſieſme terme incognu, on dira par la renuerſe proportion de la 82 definition, 3 donne 3, cõbien 6 ? faict pour ſolution (par le precedent

2 . 3 . o . 6

Digitized by Google

precedent premier exemple) 4 aulnes; Ou autrement par alterne proportion de la 83 definition, 3 donnent 6, combien 2? faict comme dessus 4 aulnes. Et semblable sera l'operation quand le premier ou second terme est incognu.

EXEMPLE II.

200 soldats ont des viures pour 2 mois, pour combien des soldats y aura ils des viures pour 5 mois?

CONSTRVCTION.

On dira par proportion renuerse 5 donnent 2, combien 200? faict pour solution (par le precedent 1 exemple) 80, & pour autant des soldats y aura il des viures pour 5 mois.

EXEMPLE III.

Vaillant le boisseau du froment 20 ß, alors l'on achate 4 liures du pain pour 1 ß, combien du pain se donnera pour 1 ß, vallant le boisseau du froment 16 ß.

CONSTRVCTION.

On dira par proportion renuerse, 16 donnent 4, combien 20? faict pour solution (par le precedent 1 exemple) 5 liures du pain qu'on aura alors pour 1 ß.

La demonstration des precedens exemples est niafeste par celle du 14e probleme de l'Arithmetique.

Seconde distinction de la seconde partie de la Pratique d'Arithmetique, qui est de la regle de cincq.

DEFINITION.

Regle de cincq, est celle par laquelle on trouue vn cincquiesme terme, en telle

Digitized by Google

raiſon au troiſieſme, comme le produict du quatrieſme & cincquieſme, au produict du premier & ſecond.

EXEMPLE I.

3 enfouiſſeurs enfouent en 2 iours 5 verges, combien des verges enfoueront 6 enfouiſſeurs en 4 iours?

CONSTRVCTION.

Si les cincq termes donnez ne ſuſſent pas diſpoſez en ordre comme ci deſſus, il les faudroit ainſi mettre, diſant, le produict du premier & ſecond terme, donne le troiſieſme, combien donnera le produict du quatrieſme & cincquieſme? c'eſt à dire 6 (car autant eſt le produict du premier par le ſecond, à ſçauoir 3 par 2) donnent 5 (qui eſt le troiſieſme terme) combien donnera 24? (car autant eſt le produict du quatrieſme & cincquieſme terme, à ſçauoir 6 par 4) faict pour ſolution 20 verges.

Demonſtration.

Les deux parties des enfouiſſeurs ſont en *Raiſon* $\frac{3}{6}$; & les deux parties des iours ſont en *Raiſon* $\frac{2}{4}$; Mais aiouſtant *Raiſon* $\frac{3}{6}$ à *Raiſon* $\frac{2}{4}$, donne ſomme par le 5e probleme de ceſte pratique d'Arithmetique. *Raiſon* $\frac{6}{24}$: Doncques comme 3 enfouiſſeurs & 2 iours, à 6 enfouiſſeurs & 4 iours, ainſi 6 à 24, de ſorte que les quatre termes, ſont maintenant conuertiz en deux (vallans la meſme raiſon, que les deux raiſons des quatre termes) deſquels 6 eſt le premier, & 24 le troiſieſme, & le moien terme eſt le 5 donné; mais nous auons par ces trois termes 6. 5. 24. trouué le quatrieſme proportionnel 20,

Digitized by Google

nel 20, doncques 20 eſt la vraie ſolution; Ce qu'il falloit demonſtrer.

EXEMPLE II. DEPENDANT DE LA renuerſe ou alterne proportion du premier exemple.

3 enfouiſſeurs enfouent en 2 iours 5 verges, en combien des iours enfoueront 6 enfouiſſeurs 20 verges.

CONSTRVCTION.

On mettera les termes donnez en ordre, mais au lieu du terme requis on mettera o en ceſte ſorte:

Enfouiſſeurs	Iours	Verges	Enfouiſſeurs	Iours	Verges
3	2	5	6	o	20

Or ſi le produict du quatrieſme & cincquieſme terme fut cognu facilement ſe trouueroit le cincquieſme terme requis. Mais pour trouuer ce produict, on multipliera le premier terme 3 par le ſecond terme 2, faict 6. Doncques de quatre termes d'vne binaire proportion, il y a cognu les trois, à ſçauoir le premier 6, le ſecond 5, & le quatrieſme 20, leur troiſieſme terme donc par reuerſe proportion (diſant 5 donne 6 combien 20?) ſera 24, pour le produict de 6 du quatrieſme terme donné, par le cincquieſme terme incognu; Diuiſant doncques 24 par ledict 6, donne quotient & ſolution 4, pour le cincquieſme terme, leſquels 4 vallent 4 iours; Dont la demonſtration eſt manifeſte par celle du precedent premier exemple. Semblable ſera l'inuention de chaſcun des autres termes incognuz.

Digitized by Google

Troiſieſme diſtinction de la ſeconde partie de la pratique d'Arithmetique qui eſt de la regle de compagnie.

DEFINITION.

REgle de compaignie eſt partition de quantité ſelon la raiſon donnée.

EXEMPLE I.

Trois Marchans ſont compaignie, deſquels le premier à mis 2 ℔, *le ſecond* 3 ℔, *le troiſieſme* 4 ℔, *& ont gaigné enſemble* 5 ℔; *Combien aura chaſcun pour ſa proportionelle part, ſelon le capital qu'il à mis?*

CONSTRVCTION.

On partira les 5 ℔ en trois parties proportionelles aux nombres 2. 3, 4 par le 15 probleme de l'Arithmetique. Et viendra $1\frac{1}{9}$ ℔ pour le premier, & $1\frac{6}{9}$ ℔ pour le ſecond, & $2\frac{2}{9}$ ℔ pour le troiſieſme. Dont la demonſtration eſt manifeſte par celle dudict 15e probleme de l'Arithmetique.

EXEMPLE II. AVEC LE TEMPS.

Deux marchans ſont compaignie, deſquels le premier à mis 2 ℔ *par* 3 *ans, le ſecond* 3 ℔ *par* 4 *ans, & ont gaigné enſemble* 5 ℔; *Combien aura chaſcun pour ſa proportionelle part, ſelon ſon argent & temps?*

CONSTRVCTION.

On multipliera l'argent de chaſcune perſonne par ſon temps, & le produict de la premiere perſonne ſera 6, & de la ſeconde 12. Puis on partira le 5 en deux parties

Digitized by Google

parties proportionelles aux nombres 6 & 12 par le 15e probleme de l'Arithmetique, & viendra $1\frac{12}{18}$ ℔ pour le premier, & $3\frac{6}{18}$ ℔ pour le second, dont la dispositions des characteres de l'operation est telle :

	Capitaux		Annees			Prouffit
Le premier	2	.	3	produict	6 .	$1\frac{12}{18}$ ℔
Le second	3	.	4	produict	12 .	$3\frac{6}{18}$ ℔
					18	5

DEMONSTRATION.

L'argent du premier à l'argent du second, obtient *Raison* $\frac{2}{3}$. Et le temps du premier au temps du second obtient *Raison* $\frac{3}{4}$. Mais aioustant ces deux Raisons par le 5e probleme de ceste Pratique, donnent somme *Raison* $\frac{6}{12}$ doncques comme 6 à 12, ainsi l'argent & temps du premier, à l'argent & temps du second, mais comme 6 à 12, ainsi par la construction $1\frac{12}{18}$ ℔, à $3\frac{6}{18}$ ℔, qui sont aussi parties integrantes de 5 ℔. Ergo $1\frac{12}{18}$ ℔ & $3\frac{6}{18}$ ℔ sont les parties requises; Ce qu'il falloit demonstrer.

EXEMPLE III. AVEC LE TEMPS & autre condition.

Deux marchans font compaignie, desquels le premier à mis 4 ℔, par 5 ans, le second 6 ℔ par 7 ans. Et entre eux est quelque condition telle, que s'ils eussent mis sommes egales par temps egal, alors tirant le premier du prouffit 3, le second n'en tireroit que 2; Et ont gaigné ensemble 8 ℔; Combien aura chascun pour sa proportionelle part?

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

On multipliera l'argent du premier par son temps, faict 20, le mesme se multipliera par le 3 de la condition, faict 60. Semblablement se multipliera l'argent du second par son temps, faict 42, le mesme multiplié par le 2 de la condition, faict 84 : Puis on partira 8 en deux parties proportionelles à 60 & 84 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendront $3\frac{48}{144}$ lb pour le premier, & $4\frac{96}{144}$ lb pour le second, dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

	Capitaux	Annees	Coditions			
Premier	4	5	3	produict	60	$3\frac{48}{144}$
Second	6	7	2	produict	84	$4\frac{96}{144}$
					144	8

DEMONSTRATION.

L'argent du premier à l'argent du second, obtient *Raison* $\frac{4}{6}$, & le temps du premier au temps du second obtient *Raison* $\frac{5}{7}$. Et la condition du premier à celle du second *Raison* $\frac{3}{2}$, Or ces trois Raisons donnent somme par le 5 probleme de ceste Pratique) *Raison* $\frac{60}{84}$. Doncques comme 60 à 84, ainsi l'argent temps & condition du premier, à l'argent temps & condition du second; Mais comme 60 à 84, ainsi par la construction $3\frac{48}{144}$ lb à $4\frac{96}{144}$ lb qui sont deux parties integrantes de 8 lb; Ergo $3\frac{48}{144}$ lb & $4\frac{96}{144}$ lb, sont les parties requises, Ce qu'il falloit demonstrer.

EXEMPLE

Digitized by Google

EXEMPLE IIII.

Deux marchans font compaignie, deſquels le premier met 2 ℔, & apres 3 ans il met encore 4 ℔, laiſſant tout ceſt argent encore en la compaignie 5 ans; le ſecond met 8 ℔, & apres 7 ans reprent 6 ℔, laiſſant la reſte de 2 ℔ encore en la compaigeie 9 ans, & gaignent enſemble 10 ℔, Combien aura chaſcun pour ſa proportionelle part?

CONSTRVCTION.

On multipliera chaſque capitale ſomme par ſon temps. Or les 2 ℔, du premier y ont eſté en tout 8 ans, doncques leur produict ſera 16; Et les 4 ℔ du meſme premier y ont eſté ſeulement 5 ans, doncques leur produict ſera 20, auſquels aiouſté le 18, donnent ſomme (reſpondant au premier) 36. Puis, les 8 ℔ du ſecond y ont eſté 7 ans deſquels le produict eſt 56; Et la reſte de 2 ℔ y a demeuré encore 9 ans, deſquels le produict eſt 18, auſquel aiouſté le 56 faict 74, reſpondant au ſecond marchand. Puis on partira le prouffit de 10 ℔ en deux parties proportionelles aux nombres 36 & 74 par le 15^e probleme de l'Arithmetique & viendront $3\frac{30}{110}$ ℔ pour le premier; & $6\frac{80}{110}$ ℔ pour le ſecond; dont la demonſtration ſera ſemblable aux precedentes.

NOTA. L'exemple ſuiuant depend de la renuerſe ou alterne proportion des exemples precedens.

EXEMPLE V.

Deux marchans ſont compaignie, & ont mis enſemble 4 ℔, & ont gaigné 5 ℔, & tirant le premier 2, le ſecond en tiroit 3. Combien eſtoit la capitale ſomme de chaſcun?

CON-

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

On partira les 4 ℔ en deux parties proportionelles aux nombres 2 & 3 par la 15^e^ probleme de l'Arithmetique & viendra 1 $\frac{3}{5}$ ℔ pour le capital du premier, & 2 $\frac{2}{5}$ ℔ pour le capital du second, dont la demonstration est manifeste par les precedentes. Nous pourrions descripre plusieurs differens exemples dependans de ladicte Renuerse & alterne proportion, mais ils seront assez notoires à celui qui aura entendu les precedens.

Quatriesme distinction de la seconde partie de la pratique d'Arithmetique qui est de la regle d'Alligation.

DEFINITION.

REgle d'Alligation est celle par laquelle on trouue vne quantité de valeur requise, & composée de diuerses quantitez de diuerses valeurs.

EXEMPLE I.

Quelcun veut mesler 4 boisseaux du froment, à 9 ß le boisseau, parmi 5 boisseaux de seigle à 7 ß le boisseau. Combien vaudra le boisseau de telle mixtion?

CONSTRVCTION.

Tout le froment vaudra 36 ß, & toute la seigle vaudra 35 ß, lesquels aiouſtez font 71 ß, les mesmes diuisez par 9, à sçauoir la somme de 4 & 5 boisseaux, donnent quotient 7 $\frac{8}{9}$ ß, doncques le boisseau d'icelle mixture vaudra 7 $\frac{8}{9}$ ß.

DEMON-

Digitized by Google

DEMONSTRATION.

Les 9 boiſſeaux ainſi meſlez à $7\frac{8}{9}$ ß le boiſſeau, vallent 71 ß, auſſi vallent 71 ß les boiſſeaux ſeparez. Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Lon peut appliquer ceſt exemple à toutes autres matieres qui ſe meſlent ainſi comme choſes liquides, metaux, & ſemblables, par exemple ſi la propoſition euſt eſté de 4 marcqs d'or de 9 Karatz, meſle parmi 5 marcqs d'or de 7 Karatz, nous dirions de meſme ſorte que telle mixtion eſt de $7\frac{8}{9}$ Karatz; Et ainſi de tous autres ſemblables.

EXEMPLE II.

Quelcun à deux ſortes de blez, la premiere de 2 ß le boiſſeau, la ſeconde de 7 ß le boiſſeau, & en veut faire 8 boiſſeaux chaſcun de 6 ß, Combien prendra il de chaſcune ſorte?

CONSTRVCTION.

On diſpoſera les deniers propoſez en ceſte ſorte:

Puis on ſoubſtraira 2 de 6, reſtent 4, lequel ſe mettera ioignant le 7. Puis on ſoubſtraira 6 de 7, reſte 1, lequel ſe mettera pres le 2; Et la diſpoſition des characteres ſera alors telle:

$6\frac{2}{7}$

Puis on diuiſera 8 (à cauſe des 8 boiſſeaux propoſez) en deux parties entre eux en telle raiſon comme 1 a 4 & ſeront (par le 15e probleme de noſtre Arithmetique) $1\frac{3}{5}$ & $6\frac{2}{5}$, leſquels nombres ſignifient qu'on prendra $1\frac{3}{5}$ boiſſeau de 2 ß le boiſſeau, & $6\frac{2}{5}$ boiſſeaux de 7 ß le boiſſeau.

$6\frac{2}{7} \cdot 1$
$7 \cdot 4$

DEMON-

Digitized by Google

DEMONSTRATION.

Les 8 boiſſeaux requis à 6 ß, vallent 48 ß, & autant vallent auſſi les parties de la ſolution,

car 1 $\frac{3}{5}$ boiſſeaux à 2 ß montent	3 $\frac{1}{5}$ ß.
& 6 $\frac{2}{5}$ boiſſeaux à 7 ß montent	44 $\frac{4}{5}$ ß.
Somme 8 boiſſeaux vallans	48 ß

ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Lon peut auſſi appliquer ceſte exemple à toutes autres manieres qui ſe meſlent; Comme ſi la propoſition euſt eſté de deux ſortes d'or, la premiere de deux Karatz, la ſeconde de 7 Karatz, & qu'on en euſt voulu faire vne maſſe de 8 marcqs à 6 karatz, nous dirions de meſme ſorte pour ſolution, qu'on deuroit prendre 1 $\frac{3}{5}$ marcqs de 2 Karatz, & 6 $\frac{2}{5}$ marcqs de 7 Karatz, & ainſi d'autres ſemblables.

EXEMPLE III.

Vn maiſtre de monnoie à cincq ſortes d'or, la premiere de 2 Karatz, la ſeconde de 3 Karatz, la troiſieſme de 4, la quatrieſme de 11, la cincquieſme de 12; Et veut faire vne maſſe de 20 marcqs à 5 Karatz; Combien ſe prendra de l'or de chaſcune ſorte?

CONSTRVCTION.

On deſcripura les Karatz propoſez de moindre valeur que l'or requis d'vne part de quelque ligne; Et les ſortes de maieure valeur que l'or requis d'autre part de ladicte ligne, & le 5 des 5 Karatz requis deuant la ligne en ceſte ſorte:

2
3
4
5
11
12

Puis on ſoubſtraira 2 de 5, reſte 3, qui ſe mettera ioignant

ioignant 11 ou 12 (car ceſte propoſition & ſemblables ou il y a à meſler plus de deux ſortes, ont infinies diuerſes ſolutions) ſoit pres le 11; Puis on ſoubſtraira 5 de 11, reſte 6, le meſme ſe mettera ioignant le charactere qui fut dernieremẽt ſoubſtraict, à ſçauoir pres le 2; Puis on ſoubſtraira 3 (à ſçauoir 3 des 5 Karatz) de 5 reſte 2, lequel ſe mettera ioignant 11 ou 12, ſoit pres le 12; Puis on ſoubſtraira 5 de 12 reſte 7 le mettant ioignant le charactere qui a eſté dernierement ſoubſtraict, à ſçauoir pres le 3; Puis on ſoubſtraira 4 de 5 reſte 1, lequel ſe mettera autre fois pres 11 ou 12 ſoit pres le 11; Puis on ſoubſtraira 5 de 11, reſte 6, lequel mis ioignant le charactere qui à eſté dernierement ſoubſtraict, à ſçauoir pres le 4, la diſpoſition des characteres ſera alors telle:

Puis on diuiſera 20 (à cauſe de 20 marcqs requis en vne maſſe) en cincq parties entre eux en telle raiſon comme 6. 7. 6. 4. 2 (le 4 procede de 3, & 1 qui correſpondent à la quatrieſme ſorte d'or) & les parties requiſes (par le 15e probleme de l'Arithmetique) ſeront

2 . 6
3 . 7
5 4 . 6
11 . 3 . 1
12 . 2

$4\frac{4}{5}$ marcqs de 2 karatz, & $5\frac{3}{5}$ marcqs de 3 karatz, & $4\frac{4}{5}$ marcqs de 4 karatz, & $5\frac{1}{5}$ marcqs de 11 karatz, & $1\frac{3}{5}$ marcq de 12 karatz; dont la demonſtration depend de la precedente.

Cincquieſme diſtinction de la ſeconde partie de la Pratique d'Arithmetique, qui eſt de la Reigle d'Intereſt.

PARCE que les comptes de l'Intereſt, ſont calculations qui ſe rencontrent iournellement aux affaires des

Digitized by Google

res des Hommes, mais souuent si labourieuses que le prouffit que l'on en attend, ne compenseroit pas le temps & trauail emploié en icelles; Telles comptes se faisoient communement a tastons. Mais puis apres quelques autres considerant la chose plus intentiuement, ont preparé certaines tables pour ceste affaire, par lesquelles fussent ostez telles difficultez. Ces tables estoient en vse par aucuns au pais bas; mais ceux qui les auoient, les tenoient cachez comme grand secret & principalement la composition d'icelles estoit cognue à peu de personnes.

Or comme l'opinion gouuernante du monde, me fist croire que le prouffit commun se doibt preferer au particulier, ie diuulgeois il y a enuiron deux annees quelque traicté particulier de l'Interest en nostre vulgaire langage Flameng, auquel nous declarames la construction & vsage d'icelles tables. Nous conuertirons le mesme traicté ici en François, corrigeant les fautes de la premiere impression, & l'augumentant de quelques exemples la ou il viendra à poinct.

LA

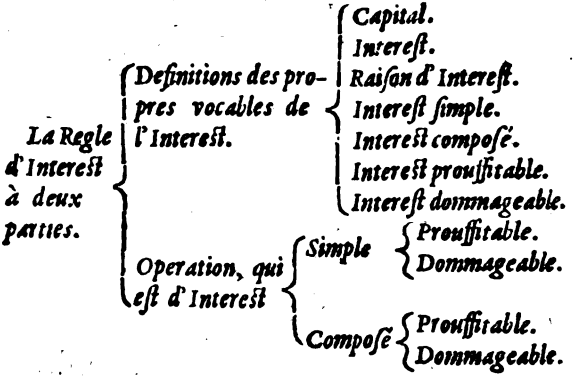
Digitized by Google

LA REGLE D'INTEREST AVEC SES TABLES CALCVLEES PAR SIMON STEVIN *de Bruges.*

ARGVMENT.

NOVS diuiſons la regle d'Intereſt en deux parties, deſquelles la premiere ſera des Definitions; la ſeconde de l'Operation. Les definitions ſeront explications des propres vocables de ceſte regle; Comme, quelle choſe eſt Capital, Intereſt, Raiſon d'Intereſt, Intereſt ſimple, Intereſt compoſé, Intereſt prouffitable, Intereſt dõmageable. L'operation aura quatre propoſitions, deſquelles la premiere ſera d'Intereſt ſimple & prouffitable; La ſeconde d'Intereſt ſimple & dommageable, La troiſieſme d'Intereſt compoſé & prouffitable, & en ceſte propoſition ſeront deſcriptes les tables enſemble la maniere de leur conſtruction; La quatrieſme propoſition ſera d'Intereſt compoſé dommageable. Et en plus grande euidence nous comprennons l'argument ſuccinctement en telle table:

Digitized by Google



PREMIERE PARTIE
DE LA REGLE D'INTEREST DES DEFINITIONS.

DEFINITION 1.

CApital est la somme, de laquelle on compte l'Interest.

EXPLICATION.

Comme par exemple quelcun donnant 16 ℔, à fin d'en receuoir 1 ℔ par an, alors les 16 ℔ s'appellent Capital. Ou quelcun estant deuable 20 ℔, à paier en vn an, & baille comptant 19 ℔ rabatant 1 ℔ pour interest, alors les 20 ℔ s'appellent Capital.

DEFI-

Digitized by Google

DEFINITION II.

Interest est la somme que l'on compte de l'arrierage du capital pour quelque temps.

EXPLICATION.

Comme quand on dict, 12 pour 100 par an, c'est à dire 22 interest de 100 capital, pour vn an de temps; De sorte que capital, interest, & temps, sont trois aioincts inseparables; c'est que capital n'existe poinct sinon en respect de quelque interest & temps: Item interest n'est sinon que en respect de capital & temps.

DEFINITION III.

La Raison qu'il y a de l'interest au capital, nous l'appellons Raison d'interest.

EXPLICATION.

Comme la raison qu'il y a d'interest 12 à capital 100, ou d'interest 1, à capital 16, nous l'appellons en general Raison d'interest. Et est à considerer que la Raison d'interest se rencontre en la Pratique en double sorte, desquelles l'vne a tousiours l'vn de ses termes certain, l'autre tous deux incertains. La raison d'interest qui a vn terme certain, est en deux manieres, car ou le capital est tousiours vne certaine somme à sçauoir 100, & l'interest vne incertaine somme, comme 9, ou 10, ou 11, &c. & ceste raison d'interest s'appelle neuf pour cent, dix pour cent, &c. Ou au contraire, l'interest est tousiours vne certaine somme à sçauoir 1, & le capital incertain, comme 15 ou 16 ou 17, &c. & ceste

Digitized by Google

raiſon d'intereſt ſ'appelle au denier quinze, au denier ſeize, &c. La raiſon d'intereſt qui à ſes termes tous deux incertains, eſt, comme quand on dict (par exemple) 53 gaignent par an 4. De toutes leſquelles differences nous donnerons ci apres des exemples chaſcun en ſon lieu.

DEFINITION IIII.

Intereſt ſimple eſt celui, que lon compte ſeulement du capital.

EXPLICATION.

Comme comptant 24 ℔ pour intereſt de capital 200 ℔ pour 2 ans, à raiſon de 12 pour 100 par an; alors les meſmes 24 ℔ ſ'appellent intereſt ſimple. Ou eſtant quelcun deuable 100 ℔ à paier à la fin de 2 ans, à raiſon de 12 pour 100 par an & qu'il paie argent comptant rabattant pour intereſt du capital ſeulement $21\frac{3}{7}$ ℔, alors les meſmes $21\frac{3}{7}$ ℔ ſ'appellent intereſt ſimple; qui eſt en difference de l'intereſt compoſé duquel la definition eſt telle:

DEFINITION V.

Intereſt compoſé eſt celui, que l'on compte du capital enſemble de l'arrierage.

EXPLICATION.

Comme comptant $25\frac{11}{25}$ ℔, pour intereſt de 100 ℔ pour 2 ans à raiſon de 12 pour 100 par an, alors les meſmes $25\frac{11}{25}$ ℔ ſ'appellent intereſt compoſé, & cela à cauſe que ſur la deuxieſme année, n'eſt pas ſeulement compté intereſt du capital 100 ℔, mais par deſſus des meſmes eſt encore compte intereſt de 12 ℔ de puis

Digitized by Google

puis la fin de la premiere année, iusques au bout de la seconde, montant $1\frac{11}{25}$ ℔. De sorte que cest interest composé, est sur deux annees plus grand que son simple de $1\frac{11}{25}$ ℔. Ou estant quelcun deuable à paier au bout de deux ans 100 ℔, & paie argent comptant $79\frac{141}{198}$ ℔, rabatant $20\frac{55}{196}$ ℔ pour interest composé à raison de 12 pour 100 par an, lequel interest composé est moindre que son simple; Parquoi il est à considerer que nous l'appellons interest composé, non pas selon la quantité pour laquelle on l'appelleroit plustost interest disioinct, ou diminué, mais en respect de la qualité de l'operation, en laquelle nous auons egard à deux interests.

Corollaire.

Sensuit necessairement que de tout premier terme auquel est escheu interest, ne se pouuoir compter interest composé, en quoi aucuns s'auoir abusé sera demonstré en son lieu.

Definition VI.

Interest prouffitable est celui, qu'on aiouste au capital.

Explication.

Comme aiant 16 ℔ gaigné en vn an 1 ℔, le debiteur debura pour capital & interest ensemble 17 ℔; parquoi nous appellõs telle 1 ℔ (car c'est interest que l'on aiouste au capital, & l'augmente) interest prouffitable.

Definition VII.

Interest dommageable est celui, qu'on soubstraict du capital.

Digitized by Google

EXPLICATION.

Comme estant quelcun deuable en vn an 16 ℔, il accorde de paier argent comptant, rabatant l'interest à raison du denier 16, montant $\frac{1}{17}$ ℔, de sorte qu'il donne argent comptant $15\frac{1}{17}$ ℔. Or parce que $\frac{1}{17}$ ℔ sont interest qu'on soubstraict du capital, & le diminuent, nous l'appellons interest dommageable.

SECONDE PARTIE
DE LA REGLE D'INTEREST
DE L'OPERATION.

PROPOSITION I.

ESTant declaré capital temps & raison d'interest simple & prouffitable : Trouuer l'interest.

NOTA. Cest à considerer que comme la discontinue, proportion consiste en 4 termes, desquels estant cognuz les trois, nous en trouuons le quatriesme: Ainsi consistent noz propositions d'interest en quatre termes, à sçauoir capital, temps, raison d'interest, & interest, desquels termes estant cognuz quelques trois nous trouuons par les mesmes, l'incognu quatriesme: C'est à dire que par cognuz capital, temps, & raison d'interest, nous trouuons l'interest; Item par cognuz capital, temps, & interest, nous trouuons Raison d'interest: Item par cognuz capital, raison d'interest, & interest, nous trouuons le temps; Et au dernier par cognuz temps, raison d'interest, & interest, nous trouuons

Digitized by Google

uons le capital, toutes lesquelles mutations sont notoires par l'alterne & inuersa proportion des termes de la 82 & 83 definition de l'Arithmetique. Mais par ce que le terme incognu de l'interest (auquel on requiert souuentesfois auoir aiousté le capital) est le plus souuent requis en la Pratique, nous ferons les propositions sur le mesme, donnant aussi exemples à la fin de chascune proposition, dependans de ladicte mutation de termes.

EXEMPLE I.

L'on veut scauoir combien que sera le simple interest de 224 ℔ *pour vn an, à raison de* 12 *pour* 100 *par an.*

CONSTRVCTION.

On trouuera par les trois termes donnez le quatrieſme requis disant, 100 donnent 12 combien 224 ℔? font 26 $\frac{2}{25}$ ℔.

Et de mesme sorte on dira que 16 ℔ gaignant par an 1 ℔, les 224 ℔ gaigneront par an 14 ℔.

EXEMPLE II.

27 ℔ *donnent pour* 4 *annees d'interest simple* 14 ℔, *combien donnent* 320 ℔ *de* 5 *annees?*

CONSTRVCTION.

Si les termes donnez ne fussent pas disposés comme il appert, on les faudroit ainsi disposer, disant (par la regle de cincq) le produict du premier & second terme, donne le troisieſme, combien donnera le produict du quatrieſme & cincquieſme? C'est à dire 108 (car autant est le produict du premier & second terme, à sçauoir de 27 & 4) donnent 14 (qui est le troi-

Digitized by Google

sieſme terme) combien donneront 1600? (car autant eſt le produict du quatrieſme & cincquieſme, à ſçauoir 320 par 5) faict 207 $\frac{11}{27}$ ℔.

NOTA. Le precedent deuxieſme exemple, & ſemblables, ſe peuuent ſoluer par autre maniere, en laquelle on beſoigne deux fois par la regle de trois, mais ceſte maniere eſt plus briefue & commode.

EXEMPLE III.

Quelcun doibt argent comptant 224 ℔; *S'il paioit en* 4 *années à chaſcun an le quart qui eſt* 56 ℔, *combien paieroit il à chaſcune année d'intereſt ſimple, à raiſon de* 12 *pour* 100 *par an?*

CONSTRVCTION.

On verra quel capital on tient à chaſcune année, qu'on n'euſt pas tenu ſelon la premiere condition. Puis on trouuera par le precedent 1 exemple, l'intereſt de chaſcun capital, à chaſcune année, comme au bout du premier an; le capital eſt 224 ℔, duquel l'intereſt monte pour vn an 26 $\frac{2}{5}$ ℔: Au bout du deuxieſme an (car lon paie au premier an le quart de 224 ℔) le capital ſera 168 ℔, duquel l'intereſt pour vn an eſt 20 $\frac{4}{5}$ ℔: Au bout du troiſieſme an, le capital eſt 112 ℔, duquel l'intereſt pour vn an faict 13 $\frac{1}{5}$ ℔.: Au bout du quatrieſme an, le capital eſt 56 ℔, duquel l'intereſt pour vn an eſt 6 $\frac{8}{5}$ ℔.

EXEMPLE IIII.

Quelcun doibt paier en 4 *ans* 224 ℔, *à chaſcune année le quart montant* 56 ℔; *Combien faudra il paier d'intereſt ſimple, à* 12 *pour* 100 *par an, ſ'il paiaſt leſdictes parties toutes enſemble, au bout du quatrieſme an?*

CON-

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

On verra que capital on tient à chaſcun an qu'on ne tiendroit pas ſelon la premiere cõdition, & du meſme on comptera l'intereſt; Puis doncques qu'on euſt deu paier 56 ℔ au bout du premier an, ſelon icelle condition, leſquels on n'a point paié ſelon ceſte ci, il faudroit compter au bout du deuxieſme an, l'intereſt des meſmes 56 ℔, montant $6\frac{18}{25}$ ℔, Et pour ſemblable raiſon on deuroit compter au bout du troiſieſme an l'intereſt de 112 ℔, montant $13\frac{11}{25}$ ℔, Et au bout du quatrieſme an, l'intereſt de 168 ℔, montant $20\frac{4}{25}$ ℔, leſquelles trois ſommes d'intereſt montant enſemble $40\frac{8}{25}$ ℔, ſont l'intereſt ſimple, qu'il faudroit paier, au bout de 4 ans.

Ou autrement on pourroit chercher nombres proportionels, aux nombres de la queſtion en ceſte ſorte:

100 donnent au premier an	0
100 donnent au ſecond an	12
100 donnent au troiſieſme an	24
100 donnent au quatrieſme an	36
Somme 400	72

Puis on dira 400 donnent 72, combien 224? faict comme deſſuz $40\frac{8}{25}$ ℔.

NOTA. Les trois exemples ſuiuans dependent de l'alterne ou inuerſe proportion de la propoſition.

EXEMPLE V. AVQVEL EST requis Raiſon d'intereſt.

48 ℔ donnent en 3 ans de ſimple intereſt prouffitable 9 ℔. A combien eſt ce pour cent par an?

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

On disposera les termes comme dict est au precedent deuxiesme exemple en ceste sorte: 48 donnent en trois ans 9 ℔, combien 100 ℔ en vn an? faict (selon la doctrine du precedent 2 exemple) pour solution 6 $\frac{1}{4}$ pour cent.

EXEMPLE VI, AVQVEL EST requis le temps.

L'on veut scauoir en combien de temps 260 ℔ *gaigneront* 187 ℔ 4 ß, *à raison de* 12 *pour* 100 *par an.*

CONSTRVCTION.

On verra combien 260 ℔ gaignent par an, & se trouue par le 1 exemple 31 $\frac{1}{5}$ ℔; Puis on diuisera 187 ℔ 4 ß, par 31 $\frac{1}{5}$ ℔, donne quotient pour solution 6 ans.

EXEMPLE VII, AVQVEL EST requis le capital.

Quelcun recoit 187 ℔ 4 ß *d'interest simple à raison de* 12 *pour* 100 *par an, & cela pour* 6 *ans, combien estoit le capital?*

CONSTRVCTION.

On verra combien 100 ℔ à raison de 12 pour 100 par an, gaignent en 6 ans, & se trouue 72 ℔. Puis on dira, 72 viennent de 100, d'ou viendront 187 ℔ 4 ß? faict pour solution 260 ℔.

DEMONSTRATION.

Telle raison qu'il y a au premier exemple de 100 à 12, telle y a il de 224 ℔ à 26 $\frac{2}{25}$ ℔ par la construction;

Ergo

Digitized by Google

Ergo 26 $\frac{22}{25}$ ℔ ſont proportionelles auec les autres termes ſelon le requis. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration des autres exemples, laquelle nous paſſons outre à cauſe de briefueté.

CONCLVSION.

Eſtant doncques declaré capital temps, & raiſon d'intereſt ſimple & prouffitable. Nous auons trouué l'intereſt; ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION II.

ESTant declaré capital, temps, & raiſon d'intereſt ſimple & dommageable: Trouuer leur valeur.

EXEMPLE I.

Il y a 300 ℔ à paier en 1 an, Combien vaudront elles en argent comptant, rabattant intereſt ſimple à raiſon de 12 pour 100 par an?

CONSTRVCTION.

On aiouſtera 100 à ſon intereſt 12, ſont 112, diſant 112 viennent de 100, de combien viendront 300 ℔? faict 267 $\frac{6}{7}$ ℔.

EXEMPLE II.

Il y a 32 ℔ à paier en 3 ans, combien vaudront les meſmes en argent comptant, rabatant l'intereſt au denier 16 par an?

CONSTRVCTION.

On aiouſtera 16 à ſon intereſt de 3 ans, à ſçauoir à 3, ſont 19, diſant 19 viennent de 16, de combien viendront 32 ℔? faict 26 $\frac{18}{19}$ ℔.

EXEMPLE

Digitized by Google

EXEMPLE III.

Il y a 250 ℔ à paier en 6 mois, Combien vaudra ceste somme argent comptant, rabatant au denier 16 par an?

CONSTRVCTION.

On verra quelle partie que les 6 mois sont de l'an, & se trouue $\frac{1}{2}$ pourtant on aioustera $\frac{1}{2}$ à 16, font 16 $\frac{1}{2}$; Puis on dira, 16 $\frac{1}{2}$ viennent de 16, de combien viendront 250 ℔? faict 242 $\frac{14}{33}$ ℔.

Item si lesdictes 250 ℔ eussent esté à paier en 3 mois, on diroit (par ce que 3 mois sont le $\frac{1}{4}$ de l'An) 16 $\frac{1}{4}$ viennent de 16, de combien viendront 250 ℔? faict 246 $\frac{2}{13}$ ℔.

Mais si lesdictes 250 ℔ eussent esté à paier en 1 mois, on diroit (par ce que 1 mois est la $\frac{1}{12}$ de l'an) 16 $\frac{1}{12}$ viennent de 16, de combien viendront 250 ℔?

Mais si lesdictes 250 ℔ eussent esté à paier en 7 sepmaines, on diroit (par ce que 7 sepmaines sont $\frac{7}{52}$ de l'an) 16 $\frac{7}{52}$ viennent de 16, de combien viendront 250 ℔?

Mais si lesdictes 250 ℔ eussent esté à paier en 134 iours, on diroit (par ce que 134 iours sont $\frac{134}{365}$ de l'an) 16 $\frac{134}{365}$ viennent de 16, de combien viendront 250 ℔?

De sorte que en telles questions il faut touſiours veoir quelle partie de l'an est le temps proposé, & puis comme dessus.

EXEMPLE II.

Il y a 320 ℔ à paier en 3 ans & trois mois; Combien vaudront elles argent comptant, rabattant interest simple au denier 16 par an?

CON-

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

On aioustera 16 à son interest 3 $\frac{1}{4}$ ℔ (3 $\frac{1}{4}$ ℔ à cause de 3 $\frac{1}{4}$ années) font ensemble 19 $\frac{1}{4}$, Puis on dira, 19 $\frac{1}{4}$ viennent de 16, de combien viendront 320 ℔? faict 265 $\frac{7}{77}$ ℔.

NOTA. Semblable sera l'operation en toutes autres parties de l'an, qu'il y a par dessus les ans entiers, comme l'on peut facilement colliger par le precedent troisiesme exemple.

EXEMPLE V.

Il y a 230 ℔ à paier au bout de 5 ans, Combien vaudront les mesmes argent comptant, rabatant en telle raison, comme est 23 capital à interest 6, & cela de 3 ans?

CONSTRVCTION.

On verra premierement combien 6 ℔ d'interest de 3 ans, montent en vn an, & se trouue 2 ℔. Doncques ceste interest est à raison de 2 pour 23 par an; Parquoi l'operation sera semblable à la precedente du 2 exemple de ceste proposition en ceste sorte. On aioustera 23 à son interest de 5 ans, à sçauoir 10 ℔, font ensemble 33. Puis on dira, 33 viennent de 23, de combien viendront 230 ℔? faict pour solution 160 $\frac{20}{33}$ ℔.

EXEMPLE VI.

Quelcun doibt 600 ℔ à paier au bout de 4 ans, & accorde auec son crediteur, de les paier en 4 paiemens, à sçauoir au bout du premier an vn quart, & au second an encore vn quart, & au troisiesme an encore vn quart, & au quatriesme an le dernier quart, rabatant interest simple à raison de 12 pour 100 par an, cõbien debura il paier à chascune année?

CON-

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

On verra quel argent on débourſe ſelon ceſte condition, que l'on n'euſt pas debourſé ſelon la premiere. Or doncques par ce que ſelon ceſte condition on paie en vn an le quart de la ſomme montant 150 ℔ rabatant, &c. leſquelles on euſt premierement paié ſelon la premiere condition en 3 ans apres; S'enſuit qu'on verra combien 150 ℔ à paier en 3 ans, vallent argent comptant, & ſe trouue par le ſecond exemple de ceſte propoſition $110\frac{5}{17}$ ℔, pour la premiere paie. Et pour ſemblable raiſon les 150 ℔ vaudront en argent comptant ſur 2 annees $120\frac{10}{31}$ ℔, pour la ſeconde paie. Item les 150 ℔ vaudront argent comptant ſur 1 année $133\frac{13}{14}$ ℔, pour la troiſieſme paie; Mais parce que l'on paie la derniere paie en telle condition comme eſtoit la premiere, il n'y aura de la meſme aucun intereſt, & ſera de 150 ℔.

EXEMPLE VII.

Il y a 324 ℔ à paier en 6 ans, à ſcauoir 54 ℔ par an; Combien vaudront les meſmes en argent comptant, rabatant intereſt ſimple à raiſon de 12 pour 100.

NOTA. Nous auions en la premiere impreſſion (ſans en faire particuliere demonſtration) ſuiui en ceſt exemple la maniere de quelques autres, mais depuis il m'a eſté dict par quelcun qu'il y auoit de l'erreur, ce que trouuant veritable, nous l'auons corrigé, & en donnons maintenant conſtruction telle:

CONSTRVCTION.

On verra quel argent on débourſe ſelon ceſte condition, que l'on n'euſt pas debourſé ſelon la premiere. Or donc-

Digitized by Google

Or doncques par ce que selon ceste condition on débourse 54 ℔, qui estoient à paier en vn an apres, s'ensuit qu'on verra combien les mesmes 54 ℔, à paier en vn an, vallent argent comptant, & se trouue par le precedent premier exemple de ceste proposition $48\frac{3}{4}$ ℔. Et pour semblable raison autres 54 ℔ pour 2 annees, vaudront argent comptant $43\frac{17}{31}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 3 annees, vaudront $37\frac{12}{17}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 4 annees vaudront $36\frac{18}{37}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 5 annees, vaudront $33\frac{3}{4}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 6 annees vaudront $31\frac{17}{43}$ ℔. Et la somme desdictes six parties est pour solution $233\frac{2356847}{2347967}$ ℔. Et l'abusée solution de la premiere impression estoit seulement $228\frac{12}{71}$ ℔.

NOTA. Par ce que c'est operation labourieuse de faire pour chascun terme vne particuliere computation comme ci dessus, principalement quand il y a beaucoup des annees, on pourra faire des tables par lesquelles on soluera telles questions par vne seule operation, en ceste sorte:

Pour faire vne table de 12 pour cent, on prendra quelque grand nombre duquel le premier charactere soit 1, & tous les autres 0, comme par exemple 10000000, que nous appellons racine de table. Disant 112 (à sçauoir capital 100 auec interest d'vne année) donnent 100, combien 10000000? faict 8928571, pour nombre respondant à la premiere année. Puis pour trouuer le nombre respondant à deux années, on dira 124 (à sçauoir capital 100 auec interest de 2 ans) donnent 100, combien 10000000? faict 8064516, (nous ne prenons ici cure de la reste) les mesmes aioustez à 8928571 font 16993087, pour nombre respondant

Digitized by Google

dant à deux annees. Puis pour trouuer le nombre respondant à trois ans, on dira 136 (à sçauoir capital 100 auec interest de 3 annees) donnent 100, combien 10000000? faict 7 3 5 2 9 4 1, le mesme aiousté à 16993087 faict 24346028 pour nombre respondant à trois ans. Et ainsi on procedera pour faire des annees, autant qu'on voudra que nous auons continué iusques à 8 termes en ceste sorte:

Table d'interest simple dommageable, de 12 pour 100.

1.	8928571
2.	16993087
3.	24346028
4.	31102785
5.	37352785
6.	43166738
7.	48601521
8.	53703562

Or pour soluer la question de ce 7^e^ exemple par ceste table on multipliera la racine de la table 10000000, par les annees de la question, qui est par 6, font 60000000; Puis on dira 60000000 dõnent 43166738 (qui est le nombre respondant à six ans,) combien 324 ℔? faict pour solution cõme dessus $233\frac{6c231128}{000000c0}$ ℔. Car l'autre estoit 233 ℔ 2 ß $0\frac{22001760}{23476796}$ &, & ceste ci vaut 233 ℔ 2 ß $0\frac{5546880}{6000000}$ & qui ont tant seulement quelque petite difference de nulle estime, à cause que l'extreme perfection n'est pas aux tables, pour les restes qu'on delaisse en la construction.

EXEMPLE

EXEMPLE VIII.

Quelcun doibt à paier en 3 ans 260 ℔, & en 6 ans, apres encore 420 ℔; Combien vallent ces deux sommes ensemble argent comptant, rabatant interest simple à raison de 12 pour cent par an?

CONSTRVCTION.

Les 260 ℔ vaudront argent comptant selon le 2e exemple de ceste proposition 191 $\frac{3}{17}$ ℔, & les 420 ℔, vaudront argent comptant 201 $\frac{12}{13}$ ℔: Puis aioustant 191 $\frac{3}{17}$ ℔, à 201 $\frac{12}{13}$ ℔, font 393 $\frac{222}{221}$ ℔ & autant vaut toute la debte en argent comptant.

EXEMPLE IX.

Quelcun doibt 200 ℔ à paier en 5 ans; Combien vaudront elles en 2 ans, à interest simple de 10 pour 100 par an?

CONSTRVCTION.

L'on soubstraira 2 ans de 5 ans, reste 3 ans, ausquels lesdictes 200 ℔ vaudront (par le 2e exemple de ceste proposition) 153 $\frac{11}{13}$ ℔.

NOTA. Nous auons corrigé en la construction de ce 9e & du suiuant 10e exemple l'erreur de la premiere impression. Quant à ceux qui l'estiment pour bonne, disans que ces 200 ℔ valoient passé 5 ans 133 $\frac{1}{3}$ ℔ les mesmes vallent en deux ans pour conclusion 160 ℔. Ils errent, comme nous faisions quand nous le fismes ainsi; Car ie pourrois dire par mesme raison 200 ℔ valoient passé 1000 ans $\frac{200}{101}$ ℔, les mesmes vallent en 997 ans 199 $\frac{50}{101}$ ℔, de sorte qu'il y auroit à rabatre pour l'interest, seulement $\frac{50}{101}$ ℔, mais selon l'autre compte 66 $\frac{2}{3}$ ℔; ce qui est absurd. Doncques ces 200 ℔ ne vallent pas d'auantage que 153 $\frac{11}{13}$ ℔, mais qu'ils ne vallent

Digitized by Google

pas moins l'aduersaire mesme le confesse, parquoi $153\frac{11}{13}$ lb sont la vraie solution.

EXEMPLE X.

Quelcun doibt à paier en 3 ans 420 lb, *& en 6 ans apres* 560 lb *Combien vaudront ces deux parties ensemble à paier en deux ans, à interest simple de* 10 *pour* 100 *par an?*

CONSTRVCTION.

Les 420 lb à paier en 3 ans, vallent en 2 ans par le precedent 9 exemple $381\frac{9}{11}$ lb. Et les 560 lb à paier en 6 ans apres, qui est en 9 ans, vallent en 2 ans par ledict 9e exemple $329\frac{7}{17}$ lb, lesquels auec lesdictes $381\frac{9}{11}$ lb, font pour solution $711\frac{43}{187}$ lb.

NOTA. Les exemples suiuans dependent de l'alterne ou inuerse proportion de ceste proposition.

EXEMPLE XI. AVQVEL EST requis raison d'interest.

Pour 500 lb *à paier au bout de* 3 *ans, on reçoit argent comptant* $333\frac{1}{3}$ lb. *La demande est à combien l'on a rabatu pour cent d'interest simple.*

CONSTRVCTION.

On dira $333\frac{1}{3}$ lb viennent de 500 lb, de combien viendront 100? faict 150 lb, des mesmes on soubstraira pour regle generale 100 lb reste 50 lb, lesquelles diuisees par 5 (5 des 5 ans) donne quotient 10; Ergo lon auoit rabatu à raison de 10 pour 100.

EXEMPLE XII. AVQVEL EST requis le temps.

Pour 400 lb, *on reçoit argent comptant* 250 lb, *rabatant interest*

Digitized by Google

interest simple, à raison de 10 pour 100 par an; La fleuriande est pour combien de temps on a rabatu.

CONSTRVCTION.

On dira 250 lb viennent de 400 lb, de combien viendront 100 lb? faict 160 lb, des mesmes on soubstraira pour regle generale 100 lb, reste 60 lb, les mesmes diuisees par 10 (10 à cause de 10 pour 100) donnent quotient 6. Ergo l'on auoit rabatu pour 6 annees.

EXEMPLE XIII. AVQVEL EST requis le capital.

Quelcun recoit 666 $\frac{2}{3}$ lb, & on lui auoit rabatu interest simple à 8 pour 100 par an, & cela pour 10 ans. Quel estoit le capital?

CONSTRVCTION.

On aioustera 100 à son interest de 10 ans qui est 80 lb, font 180 lb, disant 100 viennent de 180 lb, de combien viendront 666 $\frac{2}{3}$ lb? Faict pour capital 1200 lb.

DEMONSTRATION.

Veu qu'il est dict au premier exemple de ceste proposition, que 300 à paier en vn an, vallent argent comptant 267 $\frac{6}{7}$ lb, rabatant interest simple à 12 pour 100 par an; S'ensuit que si on emploiast au mesme instant sur interest ledictes 267 $\frac{6}{7}$ lb (à sçauoir comme deuant, à 12 pour 100 par an) que les mesmes auec leur interest (si l'operation est bonne) deburoient monter ensemble au bout de l'annee 300 lb.

Or doncques contant ledict interest selon la doctrine du premier exemple de la premiere proposition, il montera 32 $\frac{1}{7}$ lb, lesquelles aioustees à 267 $\frac{6}{7}$ lb, font

Digitized by Google

ensemble ladicte somme de 300 lb, d'ou se conclud que l'operation est bonne.

Et semblables seront aussi les demonstrations des autres exemples de ceste proposition, lesquelles nous passons outre à cause de briefueté.

CONCLVSION.

Estant doncques declaré capital, temps, & raison d'interest simple & dommageable, Nous auons trouué leur valeur; ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION III.

Estant declaré capital, temps, & raison d'interest composé & prouffitable : Trouuer combien monte le capital auec son interest.

NOTA Nous aurons mestier pour la solution des exemples de ceste proposition, des tables desquelles à este dict ci deuant, parquoi nous en descriprons ici autant comme en la pratique semblent communemẽt necessaires, à sçauoir 16 tables la ou il y aura tousiours comparaison de l'interest au cent, desquelles la premiere sera de 1 pour 100, la seconde de 2 pour 100, & ainsi par ordre des autres iusques à la 16 table qui sera de 16 pour 100. Puis nous descriprons encore 8 tables, la ou il y aura tousiours comparaison de diuers capitaux, à interest tousiours 1, desquelles la premiere sera du denier 15, la seconde du denier 16, & ainsi par ordre des autres iusques au denier 22, & chascune table sera de 30 annees ou termes.

CON-

Digitized by Google

CONSTRVCTION DES TABLES.

POVR doncques venir à la conſtruction de ces tables, il faut ſçauoir que lon y cherche nombres proportionaux aux nombres de la queſtion: Pour leſquels trouuer, on prendra au premier quelque grand nombre duquel le premiere charactere ſoit 1, & les autres tous o. I'ay prins pour ces tables (combien qu'on peut prendre plus ou moins) 10000000, que nous appellons racine des tables. Or voulant faire vne table à raiſon de 1 pour 100, comme eſt la ſuiuante premiere, on multipliera la racine des tables 10000000, par le capital 100, donne produict 1000000000, le meſme ſe diuiſera par la ſomme du capital & ſon intereſt, à ſçauoir par 101 (car 100 eſt propoſé capital, & 1 intereſt) le quotient ſera 9900990 reſpondant au premier terme ou année; Quant au reſte $\frac{10}{101}$ qui demeure apres la diuiſion, nous la delaiſſons par ce quelle eſt moindre que demi, mais quand telle reſte eſt maieure que demi, on augmentera (comme eſt l'vſage en la table des ſinus & autres) le quotient de 1, car ainſi l'on demeure touſiours plus pres du requis. Or pour trouuer le nombre reſpondant au deuxieſme an, on multipliera les 9900990 autrefois par 100, faict 990099000, le meſme ſe diuiſera autrefois par 101, le quotient ſera 9802960, pour le deuxieſme an. Et de meſme ſorte pour trouuer le nombre du troiſieſme an, on multipliera 9802960, autrefois par 100, faict 980296000, le meſme ſe diuiſera autrefois par 101, le quotient ſera 9705900, mais par ce que la reſte $\frac{100}{101}$, eſt maintenant

Digitized by Google

maieure que demi, on augmentera pour les raisons que dessus le dernier charactere du quotient de 1, mettant 9705901 pour le troisiesme terme, & ainsi des autres termes, lesquels sont continuez en nos tables iusques à 30.

Semblable sera aussi la construction de toutes les autres tables, car comme lon multiplie en la premiere tousiours par 100 & diuise par 101, ainsi on multipliera en la seconde table (qui est de 2 pour 100) tousiours par 100, & on diuisera par 102. Et en la troisiesme table, on multipliera tousiours par 100, & on diuisera par 103, & ainsi des autres. Item la construction de la table du denier 15, est semblable aux precedentes car on y multiplie tousiours par 15, & on diuise par 16 (à sçauoir par 15 proposé capital, auec son interest 1) Et ainsi en la table du denier 16, on multipliera tousiours par 16, & on diuisera par 17, & semblablement des autres. Ces tables ainsi preparees, il faut ioignant les mesmes faire encore vne colomne, laquelle seruira pour interest composé, de parties qui sont à paier en continues annees, l'vn an autant comme l'autre, comme les exemples des mesmes seront exhibez en son lieu, & la construction de ceste colomne est telle:

On mettera (pour la construction de celle de 1 pour 100) le 9900990 respondant au premier an ou terme, encore vne fois ioignant ledict premier terme, puis on aioustera les deux nombres respondans aux deux premiers termes, comme 9900990 auec 9802960, font 19703950, le mesme se mettera aupres le deuxiesme an; Puis on aioustera les trois nombres de la premiere colomne, respondans aux trois premiers termes, montent 29409851, & ainsi des autres. De sorte que le dernier

dernier nombre de ceſte derniere colomne, ſera la ſomme de tous les nombres de la colomne precedente.

Et ainſi on fera à chaſcune des autres tables, vne telle derniere colomne, de ſorte que chaſcune de ces tables aura trois colomnes, la premiere ſignifiant termes, comme annees, ou quart d'annees, ou ſemblables, & les autres deux ſeruans pour ſolutions de queſtions, comme il apparoiſtra au ſuiuant.

S'ENSVIVENT LES TABLES D'INTERÊST.

Digitized by Google

Table d'interest de 1 pour 100.

1.	9900990	9900990
2.	9802960	19703950
3.	9705901	29409851
4.	9609803	39019654
5.	9514656	48534310
6.	9420451	57954761
7.	9327179	67281940
8.	9234831	76516771
9.	9143397	85660168
10.	9052868	94713036
11.	8963236	103676272
12.	8874491	112550763
13.	8786625	121337388
14.	8699629	130037017
15.	8613494	138650511
16.	8528212	147178723
17.	8443774	155622497
18.	8360172	163982669
19.	8277398	172260067
20.	8195444	180455511
21.	8114301	188569812
22.	8033961	196603773
23.	7954417	204558190
24.	7875660	212433850
25.	7797683	220231533
26.	7720478	227952011
27.	7644038	235596049
28.	7568354	243164403
29.	7493420	250657823
30.	7419228	258077051

Digitized by Google

Table d'interest de 2 pour 100.

1.	9803922	9803922
2.	9611688	19415610
3.	9423224	28838834
4.	9238455	38077289
5.	9057309	47134598
6.	8879715	56014313
7.	8705603	64719916
8.	8534905	73254821
9.	8367554	81622375
10.	8203484	89825859
11.	8042631	97868490
12.	7884932	105753422
13.	7730325	113483747
14.	7578750	121062497
15.	7430147	128492644
16.	7284458	135777102
17.	7141625	142918727
18.	7001593	149920320
19.	6864307	156784627
20.	6729713	163514340
21.	6597758	170112098
22.	6468390	176580488
23.	6341559	182922047
24.	6217215	189139262
25.	6095309	195234571
26.	5975793	201210364
27.	5858621	207068985
28.	5743746	212812731
29.	5631124	218443855
30.	5520710	223964565

Digitized by Google

Table d'interest de 3 pour 100

1.	9708738	9708738
2.	9425959	19134697
3.	9151417	28286114
4.	8884871	37170985
5.	8626088	45797073
6.	8374843	54171916
7.	8130916	62302832
8.	7894093	70196939
9.	7664168	77861093
10.	7440940	85302033
11.	7224214	92526247
12.	7013800	99540047
13.	6809515	106349562
14.	6611180	112960742
15.	6418621	119379363
16.	6231671	125611034
17.	6050166	131661200
18.	5873948	137535148
19.	5702862	143238010
20.	5536759	148774769
21.	5375494	154150263
22.	5218926	159369189
23.	5066918	164436107
24.	4919338	169355445
25.	4776856	174131501
26.	4636948	178768449
27.	4501891	183270340
28.	4370768	187641108
29.	4243464	191884572
30.	4119868	196004440

Digitized by Google

Table d'interest de 4 pour 100.

1.	9615385	9615385
2.	9245562	18860947
3.	8889963	27750910
4.	8548041	36298951
5.	8219270	44518221
6.	7903144	52421365
7.	7599177	60020542
8.	7306901	67327443
9.	7025866	74353309
10.	6755640	81108949
11.	6495808	87604757
12.	6245969	93850726
13.	6005739	99896465
14.	5774749	105631214
15.	5552643	111183857
16.	5339080	116522937
17.	5133731	121656668
18.	4936280	126592948
19.	4746423	131339371
20.	4563868	135903239
21.	4388335	140291574
22.	4219553	144511127
23.	4057262	148568389
24.	3901213	152469602
25.	3751166	156220768
26.	3606890	159827658
27.	3468163	163295821
28.	3334772	166630593
29.	3206512	169837105
30.	3083185	172920290

Digitized by Google

Table d'interest de 5 pour 100.

1.	9523810	9523810
2.	9070295	18594105
3.	8638376	27232481
4.	8227025	35459506
5.	7835262	43294768
6.	7462154	50756922
7.	7106813	57863735
8.	6768393	64632128
9.	6446089	71078217
10.	6139132	77217349
11.	5846792	83064141
12.	5568373	88632514
13.	5303212	93935726
14.	5050678	98986404
15.	4810170	103796574
16.	4581114	108377688
17.	4362966	112740654
18.	4155206	116895860
19.	3957339	120853199
20.	3768894	124622093
21.	3589423	128211516
22.	3418498	131630014
23.	3255712	134885726
24.	3100678	137986404
25.	2953027	140939431
26.	2812407	143751838
27.	2678483	146430321
28.	2550936	148981257
29.	2429463	151410720
30.	2313774	153724494

Digitized by Google

Table d'interest de 6 pour 100.

1.	9433962	9433962
2.	8899964	18333926
3.	8396192	26730118
4.	7920936	34651054
5.	7472581	42123635
6.	7049605	49173240
7.	6650571	55823811
8.	6274124	62097935
9.	5918985	68016920
10.	5583948	73600868
11.	5267875	78868743
12.	4969693	83838436
13.	4688390	88526826
14.	4423009	92949835
15.	4172650	97122485
16.	3936462	101058947
17.	3713643	104772590
18.	3503437	108276027
19.	3305129	111581156
20.	3118046	114699202
21.	2941555	117640755
22.	2775050	120415805
23.	2617972	123033777
24.	2469785	125503562
25.	2329986	127833548
26.	2198100	130031648
27.	2073679	132105327
28.	1956301	134061628
29.	1845567	135907195
30.	1741101	137648296

Digitized by Google

Table d'interest de 7 pour 100.

1.	9345794	9345794
2.	8734387	18080181
3.	8162979	26243160
4.	7628952	33872112
5.	7129862	41001974
6.	6663422	47665396
7.	6227497	53892893
8.	5820091	59712984
9.	5439337	65152321
10.	5083493	70235814
11.	4750928	74986742
12.	4440120	79426862
13.	4149645	83576507
14.	3878173	87454680
15.	3624461	91079141
16.	3387347	94466488
17.	3165745	97632233
18.	2958640	100590873
19.	2765084	103355957
20.	2584191	105940148
21.	2415132	108355280
22.	2257133	110612413
23.	2109470	112721883
24.	1971467	114693350
25.	1842495	116535845
26.	1721956	118257799
27.	1609305	119867104
28.	1504023	121371127
29.	1405629	122776756
30.	1313672	124090428

Digitized by Google

Table d'interest de 8 pour 100.

1.	9259259	9259259
2.	8573388	17832637
3.	7938322	25770969
4.	7350298	33121267
5.	6805831	39927098
6.	6301695	46228793
7.	5834903	52063696
8.	5402688	57466384
9.	5002489	62468873
10.	4631934	67100807
11.	4288828	71389635
12.	3971137	75360772
13.	3676979	79037751
14.	3404610	82442361
15.	3152417	85594778
16.	2918905	88513683
17.	2702690	91216373
18.	2502491	93718864
19.	2317121	96035985
20.	2145482	98181467
21.	1986557	100168024
22.	1839405	102007429
23.	1703153	103710582
24.	1576994	105287576
25.	1460180	106747756
26.	1352019	108099775
27.	1251869	109351644
28.	1159138	110510782
29.	1073276	111584058
30.	993774	112577832

Digitized by Google

Table d'interest de 9 pour 100.

1.	9174312	9174312
2.	8416800	17591112
3.	7721835	25312947
4.	7084252	32397199
5.	6499314	38896513
6.	5962673	44859186
7.	5470342	50329528
8.	5018662	55348190
9.	4604277	59952467
10.	4224107	64176574
11.	3875328	68051902
12.	3555347	71607249
13.	3261786	74869035
14.	2992464	77861499
15.	2745380	80606879
16.	2518697	83125576
17.	2310731	85436307
18.	2119937	87556244
19.	1944896	89501140
20.	1784308	91285448
21.	1636980	92922428
22.	1501817	94424245
23.	1377814	95802059
24.	1264050	97066109
25.	1159679	98225788
26.	1063926	99289714
27.	976079	100265793
28.	895485	101161278
29.	821546	101982824
30.	753712	102736536

Digitized by Google

Table d'interest de 10 pour 100.

1.	9096909	9090909
2.	8264463	17355372
3.	7513148	24868520
4.	6830135	31698655
5.	6209214	37907869
6.	5644740	43552609
7.	5131582	48684191
8.	4665075	53349266
9.	4240977	57590143
10.	3855434	61445677
11.	3504940	64950617
12.	3186309	68136926
13.	2896645	71033571
14.	2633314	73666885
15.	2393922	76060807
16.	2176293	78237100
17.	1978448	80215548
18.	1798589	82014137
19.	1635081	83649218
20.	1486437	85135655
21.	1351306	86486961
22.	1228460	87715421
23.	1116782	88832203
24.	1015256	89847459
25.	922960	90770419
26.	839055	91609474
27.	762777	92372251
28.	693434	93065685
29.	630395	93696080
30.	573086	94269166

Digitized by Google

Table d'interest de 11 pour 100.

1.	9009009	9009009
2.	8116224	17125233
3.	7311914	24437147
4.	6587310	31024457
5.	5934514	36958971
6.	5346409	42305380
7.	4816585	47121965
8.	4339266	51461231
9.	3909249	55370480
10.	3521846	58892326
11.	3172834	62065160
12.	2858409	64923569
13.	2575143	67498712
14.	2319949	69818661
15.	2090044	71908705
16.	1882923	73791628
17.	1696327	75487955
18.	1528223	77016178
19.	1376777	78392955
20.	1240340	79633295
21.	1117423	80750718
22.	1006687	81757405
23.	906925	82664330
24.	817050	83481380
25.	736081	84217461
26.	663136	84880597
27.	597420	85478017
28.	538216	86016233
29.	484879	86501112
30.	436828	86937940

Digitized by Google

Table d'interest de 12 pour 100.

1.	8928571	8928571
2.	7971938	16900509
3.	7117802	24018311
4.	6355180	30373491
5.	5674268	36047759
6.	5066311	41114070
7.	4523492	45637562
8.	4038832	49676394
9.	3606100	53282494
10.	3219732	56502226
11.	2874761	59376987
12.	2566751	61943738
13.	2291742	64235480
14.	2046198	66281678
15.	1826962	68108640
16.	1631216	69739856
17.	1456443	71196299
18.	1300396	72496695
19.	1161068	73657763
20.	1036668	74694431
21.	925596	75620027
22.	826425	76446452
23.	737879	77184331
24.	658821	77843152
25.	588233	78431385
26.	525208	78956593
27.	468936	79425529
28.	418693	79844222
29.	373833	80218055
30.	333779	80551854

Digitized by Google

Table d'interest de 13 pour 100.

1.	8849558	8849558
2.	7831467	16681025
3.	6930592	23611527
4.	6133188	29744715
5.	5427600	35172315
6.	4803186	39975501
7.	4250607	44226108
8.	3761599	47987707
9.	3328849	51316556
10.	2945884	54262440
11.	2606977	56869417
12.	2307059	59176476
13.	2041645	61218121
14.	1806765	63024886
15.	1598907	64623793
16.	1414962	66038755
17.	1252179	67290934
18.	1108123	68399057
19.	980640	69379697
20.	867823	70247520
21.	767985	71015505
22.	679633	71695138
23.	601445	72296583
24.	532252	72828835
25.	471019	73299854
26.	416831	73716685
27.	368877	74085562
28.	326440	74412002
29.	288885	74700887
30.	255650	74956537

Digitized by Google

Table d'interest de 14 pour 100.

1.	8771930	8771930
2.	7694675	16466605
3.	6749715	23216320
4.	5920803	29137123
5.	5193687	34330810
6.	4555866	38886676
7.	3996374	42883050
8.	3505591	46388641
9.	3075080	49463721
10.	2697439	52161160
11.	2366175	54527335
12.	2075592	56602927
13.	1820695	58423622
14.	1597101	60020723
15.	1400966	61421689
16.	1228918	62650607
17.	1077998	63728605
18.	945612	64674217
19.	829484	65503701
20.	727618	66231319
21.	638261	66869580
22.	559878	67429458
23.	491121	67920579
24.	430808	68351387
25.	377902	68729289
26.	331473	69060762
27.	290783	69351545
28.	255073	69606618
29.	223748	69830366
30.	196270	70026636

Digitized by Google

Table d'interest de 15 pour 100.

1.	8695652	8695652
2.	7561437	16257089
3.	6575163	22832252
4.	5717533	28549785
5.	4971768	33521553
6.	4323277	37844830
7.	3759371	41604201
8.	3269018	44873219
9.	2842624	47715843
10.	2471847	50187690
11.	2149432	52337122
12.	1869073	54206195
13.	1625279	55831472
14.	1413286	57244758
15.	1228944	58473702
16.	1068647	59542349
17.	929258	60471607
18.	808050	61279657
19.	702652	61982309
20.	611002	62593311
21.	531306	63124617
22.	462005	63586622
23.	401743	63988365
24.	349342	64337707
25.	303776	64641483
26.	264153	64905636
27.	229698	65135334
28.	199737	65335071
29.	173684	65508755
30.	151030	65659785

Digitized by Google

Table d'interest de 16 pour 100.

1.	8620690	8620690
2.	7431629	16052319
3.	6406577	22458896
4.	5522911	27981807
5.	4761130	32742937
6.	4104422	36847359
7.	3538295	40385654
8.	3050254	43435908
9.	2629529	46065437
10.	2266835	48332272
11.	1954168	50286440
12.	1684628	51971068
13.	1452266	53423334
14.	1251953	54675287
15.	1079270	55754557
16.	930405	56684962
17.	802073	57487035
18.	691442	58178477
19.	596071	58774548
20.	513854	59288402
21.	442978	59731380
22.	381878	60113258
23.	329205	60442463
24.	283797	60726260
25.	244653	60970913
26.	210908	61181821
27.	181817	61363638
28.	156739	61520377
29.	135120	61655497
30.	116483	61771980

Digitized by Google

Table d'interest du denier 15.

1.	9375000	9375000
2.	8789062	18164062
3.	8239746	26403808
4.	7724762	34128570
5.	7241964	41370534
6.	6789341	48159875
7.	6365007	54524882
8.	5967194	60492076
9.	5594244	66086320
10.	5244604	71330924
11.	4916816	76247740
12.	4609515	80857255
13.	4321420	85178675
14.	4051331	89230006
15.	3798123	93028129
16.	3560740	96588869
17.	3338194	99927063
18.	3129557	103056620
19.	2933960	105990580
20.	2750587	108741167
21.	2578675	111319842
22.	2417508	113737350
23.	2266414	116003764
24.	2124763	118128527
25.	1991965	120120492
26.	1867467	121987959
27.	1750750	123738709
28.	1641328	125380037
29.	1538745	126918782
30.	1442573	128361355

Digitized by Google

Table d'interest du denier 16.

1.	9411765	9411765
2.	8858132	18269897
3.	8337065	26606962
4.	7846649	34453611
5.	7385081	41838692
6.	6950664	48789356
7.	6541801	55331157
8.	6156989	61488146
9.	5794813	67282959
10.	5453942	72736901
11.	5133122	77870023
12.	4831174	82701197
13.	4546987	87248184
14.	4279517	91527701
15.	4027781	95555482
16.	3790853	99346335
17.	3567862	102914197
18.	3357988	106272185
19.	3160459	109432644
20.	2974550	112407194
21.	2799576	115206770
22.	2634895	117841665
23.	2479901	120321566
24.	2334024	122655590
25.	2196728	124852318
26.	2067509	126919827
27.	1945891	128865718
28.	1831427	130697145
29.	1723696	132420841
30.	1622302	134043143

Digitized by Google

Table d'interest du denier 17.

1.	9444444	9444444
2.	8919753	18364197
3.	8424211	26788408
4.	7956199	34744607
5.	7514188	42258795
6.	7096733	49355528
7.	6702470	56057998
8.	6330111	62388109
9.	5978438	68366547
10.	5646303	74012850
11.	5332619	79345469
12.	5036362	84381831
13.	4756564	89138395
14.	4492310	93630705
15.	4242737	97873442
16.	4007029	101880471
17.	3784416	105664886
18.	3574171	109239058
19.	3375605	112614664
20.	3188072	115802736
21.	3010957	118813693
22.	2843682	121657375
23.	2685700	124343075
24.	2536494	126879569
25.	2395578	129275147
26.	2262490	131537637
27.	2136796	133674433
28.	2018085	135692518
29.	1905969	137598487
30.	1800082	139398569

Digitized by Google

Table d'interest du denier 18.

1.	9473684	9473684
2.	8975069	18448753
3.	8502697	26951450
4.	8055186	35006636
5.	7631229	42637865
6.	7229585	49867450
7.	6849081	56716531
8.	6488603	63205134
9.	6147098	69352232
10.	5823567	75175799
11.	5517063	80692862
12.	5226691	85919553
13.	4951602	90871155
14.	4690991	95562146
15.	4444097	100006243
16.	4210197	104216440
17.	3988608	108205048
18.	3778681	111983729
19.	3579803	115563532
20.	3391392	118954924
21.	3212898	122167822
22.	3043798	125211620
23.	2883598	128095218
24.	2731830	130827048
25.	2588049	133415097
26.	2451836	135866933
27.	2322792	138189725
28.	2200540	140390265
29.	2084722	142474987
30.	1975000	144449987

Digitized by Google

Table d'interest du denier 19.

1.	9500000	9500000
2.	9025000	18525000
3.	8573750	27098750
4.	8145072	35243812
5.	7737809	42981621
6.	7350919	50332540
7.	6983373	57315913
8.	6634204	63950117
9.	6302494	70252611
10.	5987369	76239980
11.	5688001	81927981
12.	5403601	87331582
13.	5133421	92465003
14.	4876750	97341753
15.	4632912	101974665
16.	4401266	106375931
17.	4181203	110557134
18.	3972143	114529277
19.	3773536	118302813
20.	3584859	121887672
21.	3405616	125293288
22.	3235335	128528623
23.	3073568	131602191
24.	2919890	134522081
25.	2773895	137295976
26.	2635200	139931176
27.	2503440	142434616
28.	2378268	144812884
29.	2259355	147072239
30.	2146387	149218626

Digitized by Google

Table d'interest du denier 20.

NOTA.

Ceste Table est semblable à la precedente de 5 pour 100.

Table

Table d'interest du denier 21.

1.	9545455	9545455
2.	9111571	18657026
3.	8697409	27354435
4.	8302072	35656507
5.	7924705	43581212
6.	7564491	51145703
7.	7220650	58366353
8.	6892439	65258792
9.	6579146	71837938
10.	6280094	78118032
11.	5994635	84112667
12.	5722152	89834819
13.	5462054	95296873
14.	5213779	100510652
15.	4976789	105487441
16.	4750571	110238012
17.	4534636	114772648
18.	4328516	119101164
19.	4131765	123232929
20.	3943958	127176887
21.	3764687	130941574
22.	3593565	134535139
23.	3430221	137965360
24.	3274302	141239662
25.	3125470	144365132
26.	2983403	147348535
27.	2847794	150196329
28.	2718346	152914678
29.	2594788	155509466
30.	2476843	157986309

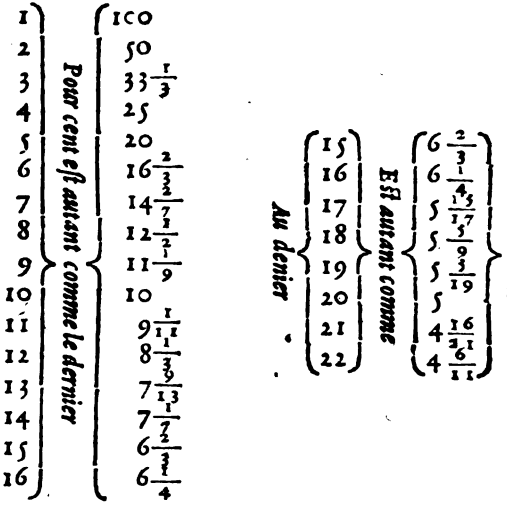
Digitized by Google

Table d'interest du denier 22.

1.	9565217	9565217
2.	9149338	18714555
3.	8751541	27466096
4.	8371039	35837135
5.	8007081	43844216
6.	7658947	51503163
7.	7325949	58829112
8.	7007429	65836541
9.	6702758	72539299
10.	6411334	78950633
11.	6143580	85083213
12.	5865946	90949159
13.	5610905	96560064
14.	5366953	101927017
15.	5133607	107060624
16.	4910407	111971031
17.	4696911	116667942
18.	4492697	121160639
19.	4297362	125458001
20.	4110520	129568521
21.	3931802	133500323
22.	3760854	137261177
23.	3597339	140858516
24.	3440933	144299449
25.	3291327	147590776
26.	3148226	150739002
27.	3011347	153750349
28.	2880419	156630768
29.	2755183	159385951
30.	2635392	162021343

Digitized by Google

NOTA. Parce que toute raiſon d'intereſt que l'on explique par cent, eſt auſſi quelque intereſt qu'on peut expliquer par le denier d'autant, & au contraire; comme par exemple 5 pour 100, ſe peut auſſi dire au denier 20: nous declarerons les comparaiſons des intereſts comprins es tables precedentes en ceſte ſorte:



Eſtant doncques les tables ainſi preparées, nous deſcriprons maintenant les exemples ſeruans à ceſte 3e propoſition, deſquels le premier eſt tel:

EXEMPLE I.

On veut ſçauoir combien montera le capital 380 lb, *auec ſon intereſt compoſé & prouffitable de* 8 *annees, à raiſon de* 11 *pour cent par an.*

CON-

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 11 pour 100, quel nombre correſpond au huictieſme an, & ſe trouue 4339266, parquoi on dira, 4339266 donnent 10000000 (leſquelles 10000000, ſont la racine des tables) combien 380 ℔? Faict 875 $\frac{3142250}{4339266}$ ℔.

NOTA I. Nous metterons communement aux exemples ſuiuans derriere les liures, leur rompu, ſans le conuertir en premier rompu, ou ſans en extraire les ß & 8, à fin que les ſolutions ſoient ainſi plus claires, car il ſuffit de faire cela en la pratique.

NOTA II. Si on voluſt ſçauoir combien monte l'intereſt de ceſt exemple, on ſoubſtraira 380 ℔ de 875 $\frac{3142250}{4339266}$ ℔, reſte 495 $\frac{3142250}{4339266}$ ℔, pour l'intereſt de 8 annees, & ſemblablement ſe pourra faire en tous les exemples ſuiuans.

EXEMPLE II.

On veut ſçauoir combien capital 800 ℔, *auec ſon compoſé & prouffitable intereſt au denier* 15 *par an, monteront en* 16 $\frac{1}{2}$ *annees.*

CONSTRVCTION.

On aiouſtera (à cauſe de demi an) $\frac{1}{2}$ à 15 (ces 15 ſont à cauſe du denier 15) font 15 $\frac{1}{2}$; Puis on multipliera 3560740 (qui eſt le nombre reſpondant au 16^e^ an en la table du denier 15) par 15 donne produict 53411100, le meſme ſe diuiſera par 15 $\frac{1}{2}$; donne quotient 3445877, qui eſt nombre reſpondant à 16 $\frac{1}{2}$ annees, & auroit ſon lieu en la table du denier 15, entre le 16^e^ & 17 an, ſi la table fuſt faicte de demi en demi an. Puis on dira, 3445877 donnent 10000000, combien 800 ℔? Faict 2321 $\frac{2119483}{3445877}$ ℔.

Digitized by Google

Semblable ſera auſſi l'operation en toutes les autres parties d'année, car ſ'il y euſt à quelques annees 3 mois, on beſoigneroit (par ce que 3 mois ſont le $\frac{1}{4}$ d'vn an) auec $\frac{1}{4}$ comme nous auons faict ci deſſus auec $\frac{1}{2}$; Et ainſi des autres parties de l'année comme nous en auons traicté plus amplement au 3^e^ exemple de la 2 propoſition.

NOTA. Il y a des aucuns qui comptent intereſt compoſé de partie d'année, Ce que nous diſons ne ſe pouuoir faire, dont la raiſon eſt telle:

Tout intereſt compoſé conſiſte en deux intereſts, l'vn du capital, l'autre d'intereſt de terme eſcheu. Il n'y a ici point de terme eſcheu, parquoi il n'y a point d'intereſt de terme eſcheu. Et par conſequent il n'y a ici nul intereſt compoſé.

Item.

Tout intereſt compoſé & prouffitable, eſt plus vtile pour le crediteur que intereſt ſimple.

Ceſt intereſt n'eſt pas plus vtile pour le crediteur, que l'intereſt ſimple, mais au contraire plus dommageable, comme ils veullent.

Ergo tel intereſt n'eſt point compoſé.

Item.

Ils ne comptent point d'intereſt compoſé d'vne année entiere.

Doncques de plus forte raiſon ne ſe pourra compter intereſt compoſé, de partie d'année.

Nous concluons doncques qu'on ne peut compter intereſt compoſé de partie de terme, à ſçauoir partie de terme qui conſiſte ſeule, ſans aucun entier terme ou termes auec lui.

EXEMPLE

Digitized by Google

EXEMPLE III.

Quelcun doibt 1200 ℔, *à paier au bout de* 7 *ans; Combien vaudront elles au bout de* 23 *ans, paiant intereſt compoſé à* 8 *pour* 100 *par an?*

CONSTRVCTION.

On verra combien il y a des années de 7 à 23, ſe trouue 16; Puis on verra combien les 1200 ℔ vallent en 16 ans, faict par le 1 exemple de ceſte propoſition, $4111\frac{3815145}{2918905}$ ℔.

EXEMPLE IIII.

Quelcun doibt 800 ℔, *à paier au bout de* 3 *ans, & encore* 300 ℔, *en* 2 *ans apres. Combien vaudront ces deux ſommes au bout de* 15 *ans, paiant intereſt compoſé à* 15 *pour* 100. *par an?*

CONSTRVCTION.

On trouuera par le precedent 3e exemple, que les 800 ℔ vaudront $3467\frac{991031}{1598907}$ ℔, & que les 300 ℔ vaudront $1018\frac{592674}{1598907}$ ℔, leſquelles deux ſommes montent enſemble $4485\frac{1583705}{1598907}$ ℔, pour la valeur deſdictes 800 ℔ & 300 ℔, au bout de 15 ans.

EXEMPLE V.

Quelcun doibt argent comptant 224 ℔; *S'il paioit en* 4 *ans à chaſcune annee le quart qui eſt* 56 ℔, *paiant l'intereſt compoſé à* 12 *pour* 100 *par an; Combien faudroit il paier à chaſcune annee?*

CONSTRVCTION.

On verra quel capital on tient à chaſcune année qu'on n'euſt pas tenu ſelon la premiere condition; Puis

Digitized by Google

on trouuera l'intereſt de chaſcun capital à chaſcune année; Mais par ce que l'on doibt faire à chaſcune année vne paie de capital, qui a ſeulement courru vn an, ſ'enſuit par la note du precedent 2e exemple, qu'en ceſte & ſemblables conditions, combien qu'il y a accord d'intereſt compoſé, il eſt impoſſible de le compter. Parquoi ceſte queſtion doibt eſtre ſoluë par la maniere du troiſieſme exemple de la premiere propoſition. De ſorte que nous auons ici appliqué ceſt exemple, comme accident d'intereſt digne d'eſtre annoté.

EXEMPLE VI.

Quelcun doibt en 12 *ans* 5000 ℔, *à ſcauoir à chaſcun an le* $\frac{1}{12}$, *qui eſt* 416 ℔ 13 ß 4 ₰. *Combien vaudront elles toutes enſemble au bout de* 12 *ans; paiant intereſt compoſé au denier* 15 *par an.*

NOTA. La ſolution de ceſte & ſemblables queſtions d'intereſt prouffitable compoſé, ne ſe peut faire par la derniere columne des precedentes tables comme l'on en ſolue ſemblables queſtions de dommageable intereſt compoſé, de la ſuiuante 4e propoſition; & cela à cauſe que les nombres d'icelle colomne, ne ſont pas proportionaux pour l'vne & l'autre eſpece d'intereſt, a ſçauoir prouffitable & dommageable. Si eſt ce qu'a icelle occaſion, i'auois calculé des tables comme les precedentes, ſeruans à intereſt compoſé prouffitable; Mais auant l'edition de ce traicte, nous ſommes venus à la cognoiſſance de ſolution de ceſte queſtion, par autre maniere, à ſçauoir ſans en debuoir faire propres tables. Parquoi à fin que ce traicte ſeroit plus ſimple & que les diuerſes tables ne cauſaſſent pluſtoſt confuſion, qu'au contraire facilité, nous ne les auons point

Digitized by Google

point descriptes. Mais à fin que nous demonstrerions (pour ceux qui d'auenture les voudroient faire & vser) leur construction, proportion, & communauté, auec les precedentes, nous en descriprons ici vne du denier 15.

CONSTRVCTION.

La construction de ceste table n'a autre difference des precedentes, sinon que l'on y multiplie tousiours (au contraire des precedentes) par le maieur nombre, & on diuise par le moindre. Comme en ceste table du denier 15 le 10000000 est premierement multiplié par 16, & le produict est diuisé par 15, donnent quotient 10666667, pour la premiere année, lequel nombre autrefois multiplié par 16, & le produict diuisé par 15, donne le quotient de la seconde année, & ainsi des autres. Quant à la construction de la derniere colomne, elle se faict par addition des nombres de la moienne colomne, comme aux tables precedentes, excepte qu'on mettera ici sur le premier an de la moienne colomne, la racine des tables à sçauoir 10000000, & la mesme encore vne fois sur la derniere colomne, ioignant le premier an; Puis (pour ladicte construction de la derniere colomne) on aioustera par ordre les nombres de la moienne colomne, comme nous auons faict aux dictes tables precedentes, & comme appert clairement en la table suiuante.

Digitized by Google

Table d'intereſt du denier 15.

	10000000	
1.	10666667	10000000
2.	11377778	20666667
3.	12136297	32044445
4.	12945383	44180742
5.	13808409	57126125
6.	14728970	70934534
7.	15710901	85663504
8.	16758294	101374405
9.	17875514	118132699
10.	19067215	136008213
11.	20338363	155075428
12.	21694254	175413791
13.	23140538	197108045
14.	24683241	220248583
15.	26328790	244931824
16.	28084043	271260614
17.	29956313	299344657
18.	31953401	329300970
19.	34085628	361254371
20.	36355870	395337999
21.	38779595	431693869
22.	41364901	470473464
23.	44122561	511838365
24.	47064065	555960926
25.	50201669	603024991
26.	53548447	653226660
27.	57118343	706775107
28.	60926233	763893454
29.	64987982	824819683
30.	69320514	889807665
31.		959128179

Digitized by Google

La proportionalité de ceſte table auec la precedente du denier 15, eſt telle : Si nous prennons de chaſcune table deux egales annees, leurs nombres reſpondans en la moienne colomne, ſeront proportionaux. Comme par exemple le 30e an de ceſte table, obtient telle raiſon à ſon premier an, comme le premier an de la precedente table, à ſon 30e an ; c'eſt à dire comme 69320514 à 10666667, ainſi 9375000 à 1442573, excepté quelque petite difference, procedant des reſtes qu'on delaiſſe en la conſtruction qui n'eſt ici de nulle eſtime. Item comme le 23e an de ceſte table, à ſon 5e, ainſi le 5e an de la precedente table à ſon 23e, & ainſi des autres.

Pour laquelle proportion, il ſenſuit, que nous pourrons autant faire par vne table, comme par deux. Mais en la derniere colomne il n'y va point ainſi, car les nombres reſpondans ſur annees egales, ne ſont point proportionaux. Comme la 30e année de la derniere colomne de ceſte table, n'a point telle raiſon à ſa premiere année comme la premiere année de la precedente table du denier 15, à ſa 30e année, ny au contraire, ny en aucune maniere ſe trouuent ces termes proportionaux ; Ce qui fut occaſion que nous calculaſmes ces tables comme dict eſt ci deſſus.

Pour doncques ſoluer la queſtion de ce 6 exemple, par ceſte table, on verra en la meſme que nombre reſponde en la derniere colomne ſur le 12 an & ſe trouue 175413791 ; Puis à cauſe de 12 ans, on prendra douze fois la racine des tables, à ſçauoir 10000000 faict 120000000, diſant 120000000 viennẽt de 175413791, de combien viendront 5000 ℔ ? faict 7308 $\frac{108051}{120000}$ ℔.

Reſte encore de ſoluer ceſte queſtion par noz pre-

Digitized by Google

mieres tables que nous auons dict ci deuant estre generales en ceste sorte.

CONSTRVCTION DE CE VI EXEMPLE.

On verra combien les 5000 ℔ vallent en argent comptant, selon la doctrine du 6e exemple de la suiuante 4e proposition. Il est bien vrai qu'il est requis en tout bon ordre qu'on besoigne, la ou il est possible, par description precedente, & point par suiuante, mais par ce que ces tables seruent à ceste proposition & à la suiuante qui est aussi bien pour interest composé prouffitable, que pour dommageable, s'ensuit qu'il faut que ces deux propositions declairent l'vne l'autre; Et par consequent, qu'aucunes operations de ceste proposition s'enseignent par le suiuant) & se trouue $3369\frac{627}{1200}$ ℔, Puis on verra combien ceste somme vaudra au bout de 12 ans & se trouue par le premier exemple de ceste proposition, $7308\frac{5024756}{5531418}$ ℔, qui est comme deuant 7308 ℔ 18 ſ, $2\frac{1538}{921903}$ il y a seulement difference de quelque petite partie de 1 ₰ de nulle estime, & cela à cause que l'extreme perfection (ce qui auient aussi à la table des sinus & plusieurs autres) n'est pas aux tables.

NOTA. Les exemples suiuans dependent de l'alterne ou inuerse proportion de ceste proposition.

EXEMPLE VII AVQVEL EST requis raison d'interest.

Quelcun doibt argent comptant 400 ℔, *& presente au bout de* 10 *annees* 1037 ℔, *à quelle raison d'interest composé seroit ce paie*

CON-

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

On dira 1037 ℔ donnent 10000000, combien 400 ℔? faict 3857281, le meſme nombre ſe cherchera au plus pres par toutes les tables, ſur le dixieſme an; & ſe trouue en la table de 10 pour 100, à ſçauoir 3855434. On dira doncques que la raiſon d'intereſt requiſe, eſt de 10 pour 100 quaſi, mais parce que 3855434 eſt vn peu moins que 3857281, la raiſon d'intereſt requiſe ſera vn peu moins que de 10 pour 100.

Mais pour vne parfaicte ſolution de ceſte & ſemblables queſtions (combien qu'on pourroit approcher encore plus pres par proportionelle ſumption de table antecedente & table conſequente, comme l'on faict es tables Aſtrologiques & autres) il ſeroit neceſſaire d'auoir entre ſes tables, vne de tel intereſt, comme celui duquel il y a queſtion, autrement on ne peut exprimer la ſolution que par quaſi, ce qui ſuffit communement en la Pratique.

EXEMPLE VIII AVQVEL EST requis le temps.

On veut ſçauoir combien de temps 800 ℔ *courreront à raiſon d'intereſt compoſé prouffitable du denier* 17 *par an, pour valoir auec ſon intereſt* 2500 ℔.

CONSTRVCTION.

On dira 2500 ℔ donnent 10000000, cõbien 800 ℔? faict 3200000, le meſme ſe cherchera au plus pres & maieur en la table du denier 17, & ſe trouue 3375606 reſpondans ſur le 19 an, ergo les 800 ℔ courreront 19 annees, mais pour encore ſçauoir qu'elle partie d'année leſdictes 800 ℔ ont encore à cõurir, on multi-

Digitized by Google

pliera 3375606 par 17 (par 17 à cauſe du denier 17) donne produict 57385302, le meſme ſe diuiſera par les 3200000 donne quotient 17 $\frac{2985302}{3200000}$ ℔ leſquels 17 on delaiſſera pour regle generale, & on aura ſeulement egard au rompu, lequel nous ſignifie telle partie d'année que les 800 ℔ ont encore à courrir par deſſus le 19 ans, à ſçauoir en tout 19 $\frac{2985302}{3200000}$ ans.

EXEMPLE IX, AVQVEL EST requis Capital.

Quelcun receoit 700 ℔ *pour intereſt compoſé prouffitable, à raiſon de* 13 *pour* 100 *par an, pour* 9 *annees; Combien eſtoit le capital?*

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 13 pour 100, quel nombre reſpond ſur le 9 an, & ſe trouue 3328849, le meſme ſe ſoubſtraira de 10000000, reſte 6671151; Puis on dira intereſt 6671151, tient capital 3328849, quel capital aura intereſt 700 ℔? faict 349 $\frac{1962601}{6671151}$ ℔.

DEMONSTRATION.

La raiſon qu'il y a au premier exemple en ceſte propoſition, du comptant, à ce qui eſcherra en 8 ans apres, à intereſt compoſé prouffitable de 11 pour 100 par an (car telle eſt la condition dudict exemple) la meſme raiſon y a il de 4339266 à 10000000 par les tables; Et telle raiſon qu'il y a de 4339266 à 10000000, la meſme y a il de 380 ℔, à 875 $\frac{3142250}{4339266}$ ℔ par la conſtruction; Ergo 875 $\frac{3142250}{4339266}$ ℔, eſt la vraie ſolution du premier exemple; Ce qu'il falloit demonſtrer.

Semblable ſera auſſi la demonſtration de tous les autres exemples, laquelle nous paſſons outre à cauſe de brieueté.

CON-

Digitized by Google

CONCLVSION.

Estant doncques declaré capital temps, & raison d'interest composé prouffitable; Nous auons trouué la valeur du capital & l'interest; ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION IIII.

ESTant declaré capital, temps, & raison d'interest composé dommageable : Trouuer leur valeur.

EXEMPLE I.

Il y a 700 ℔ à paier au bout de 10 ans, Combien vaudront elles argent comptant, rabatant interest composé à raison de 12 pour 100 par an?

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 12 pour 100, quel nombre correspond au 10 an, & se trouue 3219732, parquoi on dira, 10000000 donnent 3219732. Combien 700 ℔? faict $225\frac{38124}{100000}$ ℔.

EXEMPLE II.

Il y a 600 ℔ à paier en $13\frac{1}{2}$ ans; Combien vaudront elles argent comptant rabatant interest composé, de 14 pour 100 par an?

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 14 pour 100, quel nombre correspond au 13 an; & se trouue 1820695, le mesme se multipliera par 100, donne produict 182069500 le mesme se diuisera par 107 (à sçauoir par 100 & 7 à cause

cause de $\frac{1}{2}$ année d'interest) donné quotient 1701584, lequel est nombre qui responderoit en la table au 13 $\frac{1}{2}$ an, si les tables fussent faictes de demi en demi an; Puis on dira, 10000000 donnent 1701584, combien 600 ℔? faict 102 $\frac{9504}{10000}$ ℔.

Semblable sera aussi l'operation en toutes les autres parties d'annees, car s'il y eust à quelques entieres annees 3 mois, alors on diuiseroit (par ce que trois mois sont $\frac{1}{4}$ d'année) par 103 $\frac{1}{4}$ & ainsi de toute autre partie d'année, Comme de ceste matiere est plus amplement traicté au troisiesme exemple de la seconde proposition.

EXEMPLE III.

Quelcun doibt à paier en 5 ans 800 ℔, & en 4 ans apres encore 600 ℔; Combien vallent ces deux sommes argent comptant à interest composé de 15 pour 100 par an?

CONSTRVCTION.

Les 800 ℔ à paier en 5 ans, vaudront argent comptant par le premier exemple de ceste proposition 397 $\frac{74144}{100000}$ ℔; Et les 600 ℔ à paier en 9 ans, vaudront argent comptant par ledict 1 exemple, 170 $\frac{55744}{100000}$ ℔; Lesquelles deux sommes montent ensemble pour solution 568 $\frac{29888}{100000}$ ℔.

EXEMPLE IIII.

Quelcun doibt 2000 ℔ à paier au bout de 27 ans; Combien vaudront elles au bout de 9 ans, rabatant interest composé au denier 19?

CONSTRVCTION.

On soubstraira 9 ans de 27 ans reste 18 ans; Puis on verra

Digitized by Google

verra combien 2000 ℔ vallent sur 18 ans, faict par le 1 exemple de ceste proposition 794 $\frac{4286}{10000}$ ℔.

EXEMPLE V.

Quelcun doibt au bout de 4 ans 360 ℔, & accorde auec son crediteur de les paier en 4 paiemens, à scauoir au bout du premier an le $\frac{1}{4}$, *& au deuxiesme an encore* $\frac{1}{4}$, *& au troisiesme an encore* $\frac{1}{4}$, *& au quatriesme an le dernier* $\frac{1}{4}$, *rabatant interest composé au denier 16; Combien debura il paier à chaschune année?*

CONSTRVCTION.

On auisera quels deniers on debourse selon ceste condition, qu'on ne debourseroit pas selon la premiere condition; Or doncques par ce que selon ceste condition on paie dans vn an le quart de la somme, montant 90 ℔, en rabatant, &c. lesquelles on eust paié selon la premiere condition en trois ans apres; S'ensuit qu'on verra combien 90 ℔ à paier en 3 ans, vallent argent comptant; & se trouue par le 1 exemple de ceste proposition 75 $\frac{33585}{1000000}$ ℔ pour la premiere paie. Et pour semblable raison on trouuera que 90 ℔ pour 2 ans, vaudront 79 $\frac{723188}{1000000}$ ℔, pour la seconde paie.

Et que 90 ℔ pour 1 an, vaudront 84 $\frac{12}{17}$ ℔ pour la troisiesme paie. Et par ce que la condition de la derniere paie, est la mesme que la premiere condition, il n'y aura aucun interest, mais sera de 90 ℔.

EXEMPLE VI.

Il y a 324 ℔ à paier dans 6 ans, à scauoir 54 ℔ par an; Combien vaudront elles argent comptant, rabatant interest composé au denier 16 par an?

NOTA

Digitized by Google

NOTA. La derniere colomne miſe en chaſcune des precedentes tables, ſert pour les queſtions comme ceſte ci, à ſçauoir auſquelles il y a paiemens ſur continues annees, & l'vne année autant comme l'autre. Or doncques à fin de colliger par noz tables nombres proportionaux aux nombres de la queſtion, on multipliera touſiours la racine des tables 10000000, par autant des ans qu'il y a en la queſtion, car le produict aura adonc telle raiſon au nombre reſpondant à l'année de la queſtion, comme le capital de la queſtion, au meſme capital auec ſon intereſt, comme le tout ſera plus clair par les exemples.

CONSTRVCTION.

On verra en la table du denier 16, quel nombre correſpond ſur le 6 an, en la derniere colomne, & ſe trouue 48789356. Puis à cauſe de 6 ans, on multipliera 10000000 par 6 faict 60000000, diſant 60000000, donnent 48789356, combien 324 ℔ ? faict $263\frac{27751344}{60000000}$ ℔.

NOTA. Si la ſomme (au lieu des 324 ℔) euſt eſté de 330 ℔, à paier 54 ℔ par an, & à la ſeptieſme année encore 6 ℔, on trouueroit la valeur en argent comptant des 324 ℔ par la doctrine de ce ſixieſme exemple, & la valeur des 6 ℔ (qui ſont à paier en 7 ans) par la doctrine du premier exemple de ceſte propoſition, & leur ſomme ſeroit le requis.

EXEMPLE VII.

Quelcun doibt 800 ℔, à ſcauoir au bout de 6 ans 50 ℔, & puis toutes les annees ſuiuantes 50 ℔, qui ſ'eſtendra iuſques à la 22 année ; Combien vallent elles argent comptant paiant intereſt compoſé au denier 18 ?

CON-

CONSTRVCTION.

On verra combien que 800 ℔ vallent au commencement du sixiesme an, ce qui est autant comme si l'on cherchoit combien telles 800 ℔ a paier en 16 ans vallent argent comptant, & se trouue par le precedent 6 exemple $521\frac{13152}{160000}$ ℔, & autant vallent les 800 ℔ au commencement du 6 an, ou (ce qui est le mesme) au bout du cinquiesme an; Puis on verra par le premier exemple de ceste proposition, combien les mesmes $521\frac{13152}{160000}$ ℔ sur 5 ans, vallent argent comptant & se trouue pour solution $397\frac{1039615363802}{1600000000000}$ ℔.

NOTA. Les exemples suiuans dependent de l'alterne ou inuerse proportion de ceste proposition.

EXEMPLE VIII, AVQVEL EST requis Raison d'interest.

Quelcun doibt au bout de 17 ans; 700 ℔, & son crediteur le quite pour 292 ℔ argent comptant; La demande est à quelle raison d'interest composé il seroit rabatu.

CONSTRVCTION.

On dira 700 ℔ donnent 10000000, combien 292 ℔? faict 4171429. le mesme nombre ce cherchera au plus pres par toutes les tables sur le 17 an, & se trouue en la table du denier 19, la ou il y a 4181203, parquoi on dira que ceste raison d'interest est au denier 19 par an quasi, mais parce que 4171429 est vn peu moindre que 4181203 on dira que ce denier est vn peu moindre que le denier 19, à sçauoir le denier 18 auec quelque rompu.

Mais pour parfaicte solution de ceste & semblables questions

Digitized by Google

questions (combien qu'on pourroit approcher encore plus pres par proportionelle sumption de la table antecedente & table consequente, comme l'on faict es tables Astrologiques & autres) il seroit besoing d'auoir entre ces tables vne table de tel interest, comme celui duquel il y a question, autrement on ne peut exprimer la solution que par quasi; Ce qui suffit communement en la pratique.

EXEMPLE IX, AVQVEL EST requis le temps.

Quelcun doibt à paier tout ensemble au bout de quelques certaines annees 1400 ℔, mais il les paie argent comptant 107 ℔, rabatant interest composé, à raison de 13 pour 100 par an, La demande est, en combien des annees estoient à paier ces 1400 ℔.

CONSTRVCTION.

On dira 1400 ℔ donnent 10000000, combien 107 ℔? faict 764286, le mesme nombre se cherchera au plus pres & maieur en la table de 13 pour 100; & se trouue 767985 respondant au 21 an. Ergo les 1400 ℔ estoiẽt à paier en 21 ans. Et pour trouuer quelle partie d'année il y a encore par dessus lesdicts 21 ans, on dira 764286 donnent 797985, combien 100? faict $100\frac{369900}{764286}$ ℔, des mesmes se soubstraira pour regle generale le 100, reste $\frac{369900}{764286}$ la mesme reste diuisée par 13 (par 13 à cause de 13 pour 100) faict $\frac{369900}{9935718}$, qui est la partie d'année qu'il y auoit encore par dessus les 21 ans, à sçauoir tout ensemble $21\frac{369900}{9935718}$ ans.

EXEM-

Digitized by Google

EXEMPLE X. AVQVEL EST requis capital.

Quelcun recoit 1100 lb, *& on lui auoit rabatu intereſt compoſé au denier* 16 *par an, & ce pour* 18 *ans, Combien eſtoit le capital?*

CONSTRVCTION.

On verra en la table du denier 16, quel nombre correſpond au 18 an; & ſe trouue 3357988; Puis on dira 3357988 vienent de 10000000, de combien 1100 lb? faict pour capital & ſolutiõ 3275 $\frac{2589900}{3357988}$ lb.

EXEMPLE XI. AVQVEL EST requis capital.

On rabat à quelcun 2022 lb *pour intereſt compoſé de* 13 *annees, à raiſon de* 9 *pour* 100 *par an; Combien eſtoit le capital?*

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 9 pour 100, quel nombre correſpond au 13e an & ſe trouue 3261786, le meſme ſe ſoubſtraira de 10000000, reſte 6738214; Puis on dira, 67382144 tient capital 10000000, quel capital aura 2022 lb? faict 3000 $\frac{5358900}{6738214}$ lb.

NOTA. Les 4 exemples ſuiuans ſe ſoluent par les dernieres colomnes des tables.

EXEMPLE XII. AVQVEL EST requis raiſon d'intereſt.

Quelcun doibt 33000 lb *à chaſcune annee* 1500 lb, *durant* 22 *ans; Et ſon crediteur le quite auec* 15300 lb *argent comptant; La demande eſt à quelle raiſon d'intereſt, ceci ſeroit rabatu.*

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

On dira 33000 ℔ donnent 220000000 (à ſçauoir 10000000 multipliez par 22 ans) combien 15300 ℔? faict 102000000, le meſme nombre ſe cherchera au plus pres par toutes les tables en la derniere colomne ſuir le 22 an, & ſe trouue en la table de 8 pour 100, la ou il y a 102007429, parquoi on dira que la raiſon de ceſt intereſt eſt de 8 pour 100 par an quaſi, mais parce que 102007429 eſt vn peu d'auantaige que 102000000, on dira que ceſte raiſon d'intereſt eſt vn peu plus grande que 8 pour 100, à ſçauoir 8 auec quelque petit rompu. Mais pour vne parfaicte ſolution de ceſte & ſemblables queſtions, il ſeroit meſtier d'auoir entre ſes tables, vne table de tel intereſt, comme eſt l'intereſt de la queſtion.

EXEMPLE XIII, AVQVEL EST requis le temps.

Quelcun doibt 324 ℔ *à paier en certaines annees l'vne autant comme l'autre, & paie argent comptant* 265 ℔, *rabatant intereſt compoſé au denier* 16 *par an, La demande eſt en combien des annees eſtoient a paier ces* 324 ℔.

CONSTRVCTION.

On prendra quelque an en la table du denier 16, par exemple le huictieſme, & par le meſme 8 ſe multipliera 10000000, faict 80000000; Puis on dira 80000000 donnent 61488146 (qui eſt le nombre reſpondant au 8 an en la derniere colomne) combien 324 ℔? Or ſi ce qu'il en ſortira fuſt preciſement 264 ℔, on diroit que 324 ℔ eſtoient à paier en 8 ans, mais il en vient beaucoup

Digitized by Google

coup moins que 264 ℔, parquoi il faut experimenter le semblable par moindres annees que par 8, & cela autant de fois, iusques à ce qu'on le trouue parfaictement, ou au plus pres qu'on peut, qui sera en ceste exemple au sixiesme an, auquel les 324 ℔ vallent 263 $\frac{27751344}{60000000}$ ℔, Ainsi doncques les 324 ℔ estoient à paier en 6 ans; Et pour sçauoir la partie d'année qu'il y a encore par dessus les 6 ans, on soubstraira 263 $\frac{27751344}{60000000}$ ℔ de 265 ℔ reste 1 $\frac{32248656}{60000000}$ ℔, des mesmes se trouuera le temps par le 9 exemple de ceste proposition & l'on aura le requis.

EXEMPLE XIIII. AVQVEL EST requis capital.

Quelcun doibt certaine somme à paier en 6 ans à sçauoir à chascune année la sixiesme partie de la mesme somme, & accorde auec son crediteur de la paier argent comptant rabatant interest composé au denier 16, & baille argent comptant 263 ℔, combien estoit le capital?

CONSTRVCTION.

On verra en la table du denier 16, en la derniere colomne, quel nombre correspond au 6 an, & se trouue 48789356; Puis on dira 48789356 viennent de 60000000 (à sçauoir 10000000 multipliez par 6 ans) de cõbien viendront 263 ℔? faict capital 323 $\frac{210380120}{48789356}$ ℔.

EXEMPLE XV. AVQVEL EST requis le capital.

Quelcun doibt certaine somme à paier en 27 ans, à sçauoir à chascune année le $\frac{1}{27}$ de ladicte somme; Et accorde auec son crediteur, de les paier argent comptant, en rabatant

Digitized by Google

4010 lb pour interest composé à raison de 14 pour 100 par an, de combien estoit le capital?

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 14 pour 100 quel nombre correspond en la derniere colomne sur le 27 an; & se trouue 69351565, le mesme soubstraict de 270000000 (à sçauoir 100000000 multipliez par 27) reste 200648435; Puis on dira, 20064835 viennent de 270000000, de combien viendront 4010 lb? faict pour solution $5396\frac{10447\,10}{20\,06\,48\,435}$ lb.

DEMONSTRATION.

Veu qu'il est dict au premier exemple de ceste proposition, que 700 lb à paier au bout de 10 ans, vallent argent comptant $225\frac{38124}{100000}$ lb, rabatant interest composé à raison de 12 pour 100; S'ensuit que si on emploie à interest au mesme instant lesdictes $225\frac{38124}{100000}$ lb à sçauoir comme deuant, à interest composé de 12 pour 100 par an, que la mesme somme, auec son interest (si l'operation est bonne) deuroient monter ensemble au bout de 10 ans 700 lb; Mais trouuant ledict interest auec son capital, selon la doctrine du premier exemple de la troisiesme proposition il montera 700 lb, d'ou nous concluons que la construction est bonne. Et semblable sera aussi la demonstration des autres exemples de ceste proposition, laquelle nous passons autre à cause de briefueté.

CONCLVSION.

Estant doncques declaré capital temps & raison d'interest composé dommageable, nous auons trouué leur valeur; Ce qu'il falloit faire.

APPEN-

Digitized by Google

APPENDICE.

FInalement il m'a semblé bon de descripre quelque regle generale pour cognoistre de 2 ou plusieurs conditions proposees, la plus prouffitable, & combien elle est meilleure que l'autre, car en ceci consistera peut estre la principale vtilité de ces tables, à cause qu'aucunes personnes trafiquans, proposent iournellement l'vn à l'autre des conditions, desquelles la meilleure est souuent incognue & à l'vn & à l'autre.

Pour donc ques declarer ceste regle en vn mot, ie di qu'on verra combien que chascune proposée condition vaut argent comptant, en respect d'aucun proposé interest, lequel se fera par quelque des precedens exemples, & la difference de ces sommes comptantes, demonstrera combien que l'vne condition est meilleure que l'autre, ce qui sera encore plus clair par les exemples.

EXEMPLE 1.

On veut scauoir combien 2000 ℔ *argent comptant, seront meilleures au bout de sept ans, paiant interest composé à raison de* 4 *pour* 100 *par chascun quart dannée; Que les mesmes* 2000 ℔ *argent comptant, à paier au bout de sept ans, à interest composé de* 16 *pour* 100 *par an.*

NOTA. Ces conditions seroient egales en interest simple, mais en interest composé la difference est grande comme apparoistra.

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 4 pour 100, cõbien 2000 ℔ argent comptant, montent auec leur interest au bout de 28 termes (car 28 tels termes font 7 ans) & se trouue

Digitized by Google

par le 1 exemple de la 3 propoſition, 5997 $\frac{237}{333}\frac{23}{477}\frac{16}{2}$ lb; Puis on verra combien 2000 lb auec leur intereſt montent en 7 ans à raiſon de 16 pour 100 par an, & ſe trouue 5652 $\frac{155660}{353829}$ lb; Or ſoubſtraict 5652 $\frac{155660}{353829}$ lb de 5997 $\frac{137316}{3334772}$ lb, reſte quaſi 345 lb, & autant monte l'intereſt de la premiere condition plus que l'intereſt de la derniere.

EXEMPLE II.

Quelcun doibt 32500 lb, *à ſcauoir* 12000 lb *argent comptant, & 6500 lb en trois ans, & les* 14000 lb *reſtantes, ainſi: Au quatrieſme an* 500 lb, *& puis à chaſcune annee* 500 lb, *iuſques à la totale ſolution, qui durera* 28 *annees. Et on lui preſente qu'il paie argent comptant* 6000 lb, *& au bout de* 4 *ans encore* 5000 lb, *& les* 21000 lb *reſtantes, en ceſte ſorte: au cincquieſme an* 3000 lb, *& puis apres à chaſcune annee* 3000 lb *iuſques à la totale ſolution, qui durera* 7 *ans. La demande eſt quelle condition ſoit la meilleure pour le crediteur, & combien qu'elle eſt meilleure que l'autre, poſant l'intereſt compoſé au denier* 16.

CONSTRVCTION.

Calculation de la premiere condition.

Les 12000 lb qui ſont à paier argent comptant, vallent argent comptant 12000 lb

Et les 6500 lb qui ſont à paier en 3 ans, vallent argent comptant par le 1 exemple de la 4 propoſition 5419 $\frac{0225}{100000}$ lb.

Et les 14000 lb, à paier chaſque anneé 500 lb durant 28 annees, commençant depuis la quatrieſme année iuſques

Digitized by Google

ques à la 32e année, vallent argent comptant par le 7 exemple de la 4 proposition. 5448 $\frac{42}{280}\frac{30}{000}\frac{45}{000}\frac{11}{000}\frac{95}{000}$ ℔.

Lesquelles trois sommes pour la valeur en argent comptant de la premiere cõdition, montent 22867 $\frac{68}{280}\frac{66}{00}\frac{04}{00}\frac{51}{00}\frac{195}{000}$ ℔.

Calculation de la seconde condition.

Les 6000 ℔ qui sont à paier argent comptant, vallent argent comptant. 6000 ℔.

Et les 5000 ℔ qui sont à paier au bout de 4 ans vallent argent comptant par le premier exemple de la 4e proposition. 3923 $\frac{3245}{10000}$ ℔.

Et les 21000 ℔ qui sont à paier auec 3000 ℔ par an, durant 7 ans, à sçauoir depuis la cinquiesme année iusques à la douziesme, vallent argent comptant par le 7e exẽple de la 4 proposition. 13024 $\frac{6475}{7000}\frac{22}{000}\frac{40}{000}\frac{07}{000}\frac{53}{000}$ ℔.

Lesquelles trois sommes pour la valeur en argent comptant de la seconde condition montent. 22948 $\frac{17}{70}\frac{46}{00}\frac{72}{00}\frac{50}{00}\frac{753}{000}$ ℔.

Ainsi doncques la deuxiesme condition (par ce qu'elle monte d'auantaige que la premiere) est meilleure pour le crediteur que la premiere. Or soubstraict la comptante valeur de la premiere condition, de la comptante valeur de la deuxiesme condition, reste 81 $\frac{12}{28}\frac{08}{00}\frac{58}{00}\frac{91}{00}\frac{062}{000}$ ℔, & d'autant est la deuxiesme condition meilleure pour le crediteur que la premiere;

Digitized by Google

Laquelle solution, & semblables se rencontrans souuent en la pratique, ne se pourroient faire sans le secours de ces tables, sinon que par vn labeur inestimable.

Ainsi doncques comme dessus dict est, on cherchera touſiours en toutes autres semblables questions la comptante valeur de diuerſes conditions, & leurs differences demonſtrent la plus prouffitable condition.

NOTA. Si on euſt à calculer quelque queſtion plus que de 30 termes c'eſt à dire de plus de termes qu'il n'y a en noz tables, par exemple de 53 au denier 16; On verra de quels termes de ceux qui ſont en la table du denier 16, ſe compoſe 53, & ſe trouue entre autres de 30, & 23; Parquoi il faut dire: La racine des tables donne le nombre reſpondant en la moienne colomne au 30 terme, combien donnera le nombre reſpondant en la moienne colomne au 23 terme? Et ce qui en ſort ſera le nombre pour le 53^e terme; C'eſt à dire qu'on dira, 10000000 donnent 1622302, combien 2479901? & ce qui en ſortira pour quatrieſme terme proportionel, ſera le requis. Et ſi quelcun en veut faire preuue il le pourra experimenter par quelques termes conſiſtans en la table.

Si quelcun euſt à ſoluer quelque queſtion d'intereſt, & qu'il vouluſt facilement trouuer en ce traicté ſemblable queſtion, pour faire ſa conſtruction conforme à icelle; Il conſiderera premierement, ſi la queſtion propoſée eſt d'intereſt compoſé ou ſimple, ſ'elle eſt d'intereſt ſimple, il faut chercher aux deux premieres propoſitions, mais du compoſé aux deux dernieres. Puis on verra ſ'elle eſt d'intereſt prouffitable, ou dommageable, car la premiere & troiſieſme propoſition ſont

Digitized by Google

ſont pour le prouffitable, mais la ſeconde & quatrieſme propoſition pour le dommageable. Puis on verra ſi l'on requiert cognoiſtre l'intereſt, ou quelque autre terme comme raiſon d'intereſt, temps, ou capital. Car les premiers exemples de chaſcune propoſition ſont de ceux auſquels eſt requis l'intereſt, mais les derniers exemples, pour les autres.

Item ſi quelcun euſt à calculer en petites ſommes, il pourroit omettre deux ou trois characteres des tables, les coupant vers la dextre, comme le ſemblable eſt auſſi en vſage en la table des Sinus, & pluſieurs autres, car ceci ne peut donner aucune difference d'eſtime ſur petites ſommes, voire ſouuent moindre, que le plus petit denier qui ſe forge, mais ſur grandes ſommes il ſeroit plus ſenſible, pourtant nous auons faict noz tables de grans nombres, ſeruans ſi bien pour grandes & notables ſommes (comme ſont ſouuenteſfois les deniers de Bancquiers, Potentats, Prouinces, & ſemblables) que pour les petites.

Fin de la Regle d'intereſt.

Sixieſme diſtinction de la ſeconde partie de la Pratique d'Arithmetique, qui eſt de la regle de faux.

D'vne fauſſe poſition.

EXEMPLE I.

Il y a trois aulnes de drap, deſquelles la premiere couſte les $\frac{2}{5}$ de la valeur des trois aulnes, & la ſeconde couſte les $\frac{3}{7}$ de la valeur des trois aulnes, & la troiſieſme couſte 2 ℔, Combien couſtoient les trois aulnes?

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

Posons le cas que les trois aulnes coustent 1 ℔, doncques en tel respect la premiere aulne couste $\frac{2}{5}$ ℔, & la seconde $\frac{3}{7}$ ℔, desquelles la somme est $\frac{29}{35}$ ℔, les mesmes soubstraictes de 1 ℔, reste $\frac{6}{35}$ ℔, pour la valeur de la troisiesme aulne. Or si la position eust esté vraie, il y eust eu de reste 2 ℔; Il faut doncques dire $\frac{6}{35}$ ℔, viennent de 1 ℔ de combien viendront 2 ℔? fait 11 $\frac{2}{3}$ ℔, & autant coustent les trois aulnes.

DEMONSTRATION.

Les $\frac{2}{5}$ de 11 $\frac{2}{3}$ ℔, font 4 $\frac{2}{3}$ ℔ pour la premiere aulne, & les $\frac{3}{7}$ des mesmes 11 $\frac{2}{3}$ ℔, font 5 ℔, pour la seconde aulne, & la troisiesme aulne couste 2 ℔, lesquelles trois sommes comme 4 $\frac{2}{3}$ ℔, & 5 ℔, & 2 ℔, font ensemble 11 $\frac{2}{3}$ ℔, comme dessus. Ergo &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

De deux fausses positions.

EXEMPLE II.

Trois aulnes de drap coustent 11 ℔, *desquelles la seconde couste le double de la premiere plus* 2 ℔, *& la troisiesme aulne couste le triple de la premiere moins* 3 ℔, *Combien couste chascune aulne?*

CONSTRVCTION.

On posera pour la premiere aulne quelque quantité de liures à plaisir, soit 1 ℔, doncques la seconde aulne selon la proposituon, couste 4 ℔, & la troisiesme 0 ℔; Or ces trois sommes montent 5 ℔, & doibuent monter 11 ℔; Doncques la premiere position de 1

vient

Digitized by Google

vient trop peu ou moins que nous ne desirons 6, ce qu'on notera en ceste sorte :

1 moins 6

Puis on fera quelque autre position, soit de 4 ℔, pour la premiere aulne, doncques selon la proposition la seconde couste 10 ℔, & la troisiesme 9 ℔, lesquelles trois sommes montent 23 ℔, & ne doibuent monter que 11 ℔, doncques la seconde position est trop, ou plus que nous ne desirons de 12 ℔, lesquelles on notera soubs la premiere position, & leur disposition sera alors telle :

1 moins 6
4 plus 12

Puis on multipliera par croix, & la reste sacheuera selon la doctrine du 17e probleme de l'Arithmetique & viendra 2 ℔ pour la premiere aulne, dont la disposition de l'operation acheuée sera telle :

1 moins 6. 24
4 plus 12. 12
18. 36 quotient 2.

Or estant cognue la valeur de la premiere aulne, il est manifeste que la seconde (selon la proposition) couste 6 ℔, & la troisiesme 3 ℔.

DEMONSTRATION.

La seconde aulne de 6 ℔, est le double de la premiere aulne de 3 ℔, & la troisiesme aulne couste 2 ℔, desquelles la somme est 11 ℔ selon le requis.

EXEMPLE III.

Il faut partir 12 ℔ *en deux parties telles, que l'vne auec le tiers de l'autre face* 9 ℔.

CON-

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

Posons que l'vne partie des 12 ℔ soit 9 ℔, & l'autre partie sera de 3 ℔, & aioustons aux 3 ℔ le tiers de 9 ℔, qui est aussi 3 ℔, & la somme sera 6 ℔, mais il doibt estre 9 ℔ selon la proposition, c'est doncques moins 3, parquoi la premiere position sera telle:

9 . moins 3

Posons autrefois que l'vne partie de 12 ℔ soit 6 ℔, & l'autre partie sera aussi de 6 ℔, aioustons à ces 5 ℔ le tiers des autres 6 ℔, qui est 2 ℔, & la somme sera 8 ℔, mais elle deburoit estre 9 ℔ selon la proposition, c'est doncques moins 1 ℔. Puis soubstrahant & diuisant selon la regle du 17 probleme de l'Arithmetique, vient quotient pour l'vne partie $4\frac{1}{2}$ ℔, lesquelles soubstraictes de 12 ℔, reste $7\frac{1}{2}$ ℔ pour la seconde partie, & la disposition des characteres de l'operation acheuée est telle:

9 moins 3 . 18
6 moins 1 . 9
2 . 9 quotient $4\frac{1}{2}$

DEMONSTRATION.

Le tiers de l'vne partie $4\frac{1}{2}$ ℔ est $1\frac{1}{2}$ ℔, qui aiousté à l'autre partie $7\frac{1}{2}$ ℔, la somme sera selon le requis 9 ℔.

EXEMPLE IIII.

Il y a trois aulnes de drap, desquelles la premiere auec la $\frac{1}{2}$ des deux autres couste 10 ℔, *& la seconde auec le $\frac{1}{3}$ des deux aultres couste* 10 ℔, *& la troisiesme auec le $\frac{1}{4}$ des deux autres couste* 10 ℔, *combien couste chascune aulne?*

CON-

Digitized by Google

CONSTRVCTION.

Posons que la premiere aulne couste 4 ℔, lesquelles soubstraictes de 10 ℔, reste 6 ℔, pour la moitie de la valeur de la seconde & troisiesme aulne; Parquoi la seconde & troisiesme aulne coustent 12 ℔, & la premiere 4 ℔, qui font ensemble 16 ℔, pour la valeur des 3 aulnes. Or pour sçauoir la valeur de la seconde & troisiesme aulne, il faut partir les 16 ℔ en deux parties telles, que l'vne aiouſtée auec le $\frac{1}{3}$ de l'autre, face 10, & les parties seront (par le precedét 3 exemple) 7 ℔ pour la seconde aulne, & 9 ℔ pour la troisiesme & premiere aulne; Mais la premiere aulne est de 4 ℔ par l'hypothese, doncques la troisiesme sera de 5 ℔. Or la premiere & deuxiesme aulne ont leur valeur precisement selon la proposition, mais pas la troisiesme; car 5 auec le $\frac{1}{4}$ de la premiere & seconde aulne, ne faict que $\frac{31}{4}$ ℔, & doibt faire 10 ℔, C'est doncques moins $\frac{9}{4}$ ℔. Parquoi la premiere fausse position aura sa disposition de characteres telle:

4 . 7 . 5 . moins $\frac{9}{4}$

C'est à dire la premiere aulne 4 ℔, la seconde aulne 7 ℔, la troisiesme aulne 5 ℔, vient moins $\frac{9}{4}$ ℔.

Posons maintenant pour la premiere aulne 3 ℔, & faisons en comme de la precedente premiere position, viendra 3. $\frac{13}{2}$. $\frac{15}{2}$ moins $\frac{1}{8}$, lesquelles nous appliquerons à la premiere position en ceste sorte:

4 . 7 . 5 . moins $\frac{9}{4}$
3 . $\frac{13}{2}$. $\frac{15}{2}$. moins $\frac{1}{8}$

Ce faict, pour trouuer la valeur de la premiere aulne, nous pouuons disposer les 4 & 3 respondans à la premiere

Digitized by Google

premiere aulne, enſemble les $\frac{9}{4}$ & $\frac{1}{8}$, comme ſ'il fuſt particuliere operation des faux en ceſte ſorte :

4	moins	$\frac{9}{4}$
3	moins	$\frac{1}{8}$

Or beſoignant ſelon les regles precedentes, viendra pour la valeur de la premiere aulne $2\frac{16}{17}$ ℔, dont la diſpoſition eſt telle :

4	moins	$\frac{9}{4}$	$\frac{27}{4}$
3	moins	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$
		$\frac{17}{8}$	$\frac{30}{8}$ quotient $2\frac{16}{17}$ ℔

Et pour trouuer la valeur de la ſeconde aulne, on mettera de meſme ſorte en ordre 7 & $\frac{13}{2}$ reſpondans à la ſeconde aulne, & l'on beſoignera comme deuant, & ſe trouuera pour la ſeconde aulne $6\frac{8}{17}$ ℔ deſquels la diſpoſition eſt telle :

7	moins	$\frac{9}{4}$	$\frac{117}{8}$
$\frac{13}{2}$	moins	$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{8}$
		$\frac{17}{8}$	$\frac{110}{8}$ quotient $6\frac{8}{17}$ ℔.

Et pour trouuer la valeur de la troiſieſme aulne, l'on mettera de meſme ſorte en ordre 5 & $\frac{15}{2}$, reſpondans à la troiſieſme aulne, & on beſoignera comme deuant & ſe trouuera pour la troiſieſme aulne $7\frac{11}{17}$ ℔, deſquels la diſpoſition eſt telle :

5	moins	$\frac{9}{4}$	$\frac{135}{8}$
$\frac{13}{2}$	moins	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$
		$\frac{17}{8}$	$\frac{130}{8}$ quotient $7\frac{11}{17}$ ℔.

DEMON-

Digitized by Google

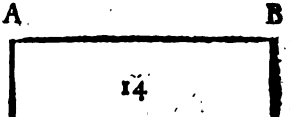
DEMONSTRATION.

Au premier, la somme de la seconde aulne $6\frac{8}{17}$ ℔, & de la troisiesme aulne $7\frac{11}{17}$ ℔, est $14\frac{2}{17}$ ℔, desquelles la moitie est $7\frac{1}{17}$ ℔, les mesmes aioustees à $2\frac{16}{17}$ ℔ de la premiere aulne, font 10 ℔.

Au second, la somme de la premiere aulne $2\frac{16}{17}$ ℔, & de la troisiesme aulne $7\frac{11}{17}$ ℔, est $10\frac{10}{17}$ ℔, desquelles le tiers est $3\frac{9}{17}$ ℔, les mesmes aioustees à $6\frac{8}{17}$ ℔ de la seconde aulne, font 10 ℔.

Au troisiesme, la somme de la premiere aulne $2\frac{16}{17}$ ℔, & de la seconde aulne $6\frac{8}{17}$ ℔, est $9\frac{7}{17}$ ℔, desquelles le quart est $2\frac{6}{17}$ ℔, les mesmes aioustees à $7\frac{11}{17}$ ℔, font 10 ℔, comme il estoit requis.

EXEMPLE V.



Il y a vn quadrangle rectangle A B C D, *duquel la superfice faict* 14, *& le costé* A B *est double au costé* A D, *la demande est de combien soit chascun desdicts costez.*

CONSTRVCTION.

Soit A D.	1 ①	$\surd 7$
Ergo A B son double	2 ①	$\surd 28$
Mais multiplié A D par A B, donne la superfice A C, Doncques le produict desdictes 1 ① par 2 ① qui est	2 ②	14
Est egal à	14	

Et par le 78 probleme de l'Arithmetique 1 ① vaudra $\surd 7$

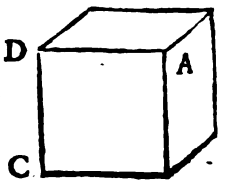
Ie di que A D est $\surd 7$, & A B $\surd 28$. *Demonstration.*

$\surd 28$

Digitized by Google

$\sqrt{28}$ est double à $\sqrt{7}$, par le 21 probleme de l'Arithmetique. Et multipliant A B $\sqrt{28}$ par A D $\sqrt{7}$, donne la vraie superfice AC 14; ce sont doncques les vraies quantitez requises desdicts costez; ce qu'il falloit demonstrer.

EXEMPLE VI.



Il y a vn solide rectangle ABCD, *duquel le cõtenu est* 192, *& comme* 4 *à* 3, *&* 3 *à* 2, *ainsi la hauteur* C D, *à la longueur* D A, *& la longueur* D A, *à la largeur* A B; *la demande est combien soit chascun desdicts costez.*

CONSTRVCTION.

Soit C D	4 ①	8
Ergo D A	3 ①	6
Ergo A B	2 ①	4
Mais multiplié C D par D A, & icelui produict autrefois par A B, donne le solide A B C D; Doncques ledict produict de C D 4 ①, par D A 3 ①, faisant 12 ②, & le mesme autrefois multiplié par A B 2 ① qui faict	24 ③	192
Est egal a	192	

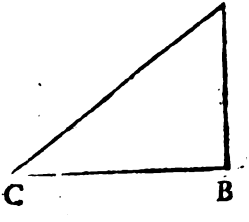
Et par le 78 probleme de l'Arithmetique 1 ① vaudra 2.

Ie di que C D est 8, & D A 6, & A B 4. *Demonstration.* Il y a telle raison de 8 à 6, & de 6 à 4, comme de 4 à 3, & de 3 a 2. Et multipliant C D 8, par D A 6, faict 48, le mesme par A B 4, faict le vrai solide 192; ce sont

Digitized by Google

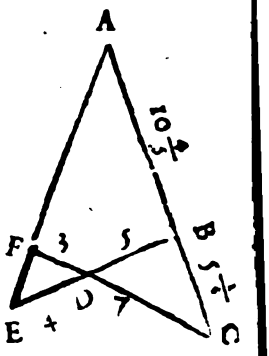
ce ſont doncques les vraies quantitez requiſes deſdicts coſtez; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Il y a des aucuns qui deſcriuent & ſoluent pluſieurs queſtions (& principalement des figures geometriques) par l'Algebre, leſquelles toutesfois ſe peuuent ſoluer par regle de trois ou autre calculation vulgaire; Mais à fin que la choſe ſoit bien & vtilement entendue, il conuient ſçauoir, que telles operations par Algebre, enſeignent aucunement l'vſage d'icelle reigle, mais quant au reſte ce n'eſt pas l'operation que l'on vſera en la pratique, pour la plus cõmode, veu qu'elle eſt propre pour les queſtions, eſquelles les termes donnez ſont obſcurement propoſez, cõme quand l'on cherche les coſtez incognuz des grandeurs par leurs ſuperfices ou ſolides grandeurs cognues, comme au precedent 5^e & 6^e exemple, & ſemblables. Mais à fin que nous en parlions par exemple; Soit vn triangle A B C, duquel la perpendiculaire A B ſoit 4 & la baſe B C 5, l'on veut ſçauoir de combien ſoit l'hypothenuſe A C. Or nous ſçauons que la racine de la ſomme des deux quarrez de A B & B C, eſt le nombre de A C, pourtant aiouſtant 25 & 16 (quiſont les quarrez de 5 & 4) ſont 41, ſa racine pour A C eſt $\sqrt{41}$, & ceſte operation eſt plus commode que par Algebre, en laquelle l'on finge & faict la mine que le notoire ſoit incogneu, ce qui eſt inutile.



Digitized by Google

Soit autrefois la figure du 12 *Cap. Lib.* 1 *magnæ constructionis Ptol.* A B C D E F, de laquelle A C soit 16, & C D 7, & D F 3, & E D 4, & D B 5, Et on veut sçauoir le nombre de A B & B C. Or aiant Ptolemée demonstré, que la raison de AC à A B, est composée de deux raisons, à sçauoir de la raison C F 10, à F D 3, & de la raison D E 4, à E B 9, il est manifeste que tous les termes necessaires sont cognues pour operer sans Algebre. Car aioustant lesdictes Raisons, à sçauoir *Raison* $\frac{10}{3}$ auec *Raison* $\frac{4}{9}$ donnét somme (par le 5^e^ probleme à la 2^e^ distinction de ceste Pratique d'Arithmetique) *Raison* $\frac{40}{27}$; doncques la raison de A C à A B, est comme de 40 à 27, parquoi comme 40 à 27, ainsi A C à A B; disant doncques 40 donnent 27 combien: 16? faict pour AB 10 $\frac{4}{5}$ qui soubstraict de 16, reste pour B C 5 $\frac{1}{5}$ Doncques A B est 10 $\frac{4}{5}$, & B C 5 $\frac{1}{5}$; Laquelle operation est beaucoup plus facile & commode, que par Algebre. Le mesme s'entendra de plusieurs autres, comme pour trouuer les cordes du circle, seruant à la construction des tables des Sinus, ce que les aucuns font (autrement que Ptolemée & Iehan de Montroial) par ladicte Algebre; Pourtant comme nous auons dict ci dessus, l'on peut estimer que tels exemples enseignent les operations d'icelle reigle (combien qu'il y a assez d'autre maniere propre) mais ils ne sont pas commodes pour les vser en la Pratique, parce que l'on se propose



Digitized by Google

poſe ainſi inutilement, que la choſe cognue ſoit occulte. Et voila la raiſon pourquoi nous n'auons point deſcript l'expedition de tels exemples par Algebre.

EXEMPLE VII.

Il y a trois compaignons A B C, *qui ont parti entre eux certaine ſomme; Et la part de* C, *eſtoit egale à la part de* B; *auec le* $\frac{1}{3}$ *de* A; *Et la part de* B, *eſtoit egale à la part de* A, *auec la* $\frac{1}{5}$ *de* C; *& la part de* A, *eſtoit egale à* 4 ℔, *auec le* $\frac{1}{4}$ *de* B. *La demande eſt de combien eſtoit la totale ſomme & la part d'vn chaſcun.*

CONSTRVCTION.

L'on beſoignera ſelon la doctrine de la 23e queſtion du premier liure de Diophante, & ſe trouue pour ſolution que A auoit 6 ℔, & B 8 ℔, & C 10 ℔, qui font enſemble 24 ℔.

NOTA. Nous pourrions ici deſcripre pluſieurs difficiles queſtions, appliquans à diuerſes matieres les nombres des queſtions du 81 probleme de l'Arithmetique, comme nous auons faict en ceſte precedente 7e queſtion. Mais veu que celui qui entendra leſdictes queſtions le pourra facilement faire par ſoimeſme, nous n'y conſommerons pas le temps.

Fin de la reigle de Faux.

Septieſme diſtinction de la ſeconde Partie de la Pratique d'Arithmetique, qui eſt de la Diſme.

Digitized by Google

LA DISME.

Enſeignant facilement expedier par nombres entiers ſans rompuz, tous comptes ſe rencontrans aux affaires des Hommes.

Premierement deſcripte en Flameng, & maintenant conuertie en François, par SIMON STEVIN *de Bruges.*

Digitized by Google

AVX ASTROLOGVES ARPENTEVRS, MESVREVRS DE TAPISSERIE, GAVIEVRS, STEREOMETRIENS EN general, Maistres de monnoie, & à tous Marchans: SIMON STEVIN Salut.

QVELCVN *voiant la petiteſſe de ce liuret, & la comparant à la grandeur de vous mes* Treſhonnorez Seigneurs; *auſquels il eſt dedié, eſtimera peut eſtre noſtre concept abſurd; Mais ſ'il conſidere la Proportion, qui eſt, comme la petite quantité de ceſtui ci, à l'humaine imbecillité de ceux la, ainſi ſes grandes vtilitez, à leurs hauts & ingenieux entendemens, ſe trouuera auoir faict comparaiſon des termes extremes, leſquels ne la permettent en conuerſion de proportion quelconque. Soit doncques le troiſieſme au quatrieſme. Mais que ſera ce propoſé? d'auenture quelque inuention admirable? non certes, mais choſe ſi ſimple qu'elle ne merite quaſi le nom*

Digitized by Google

d'inuention, car comme l'homme ruſtique, & lourd, trouue bien d'auenture quelque grand treſor, ſans y auoir vſé de ſcience, tout ainſi le ſemblable eſt il aduenu en ceſt affaire : Pourtant ſi quelcun me vouluſt eſtimer pour vanteur de mon entendement à cauſe de l'explication de ces vtilitez, ſans doubte il demonſtre, ou qu'il n'y a en lui ny iugement, ny intelligence, de ſçauoir diſcerner les choſes ſimples des ingenieuſes, ou qu'il ſoit enuieux de la proſperité commune, mais quoi qu'il en ſoit, il ne faut pas omettre l'vtilité de ceſtui ci, pour l'inutile calomnie de ceſtui la. Or comme le marinier aiant d'auenture trouué quelque Iſle incognue, declare franchement au Roi toutes ſes richeſſes, comme d'auoir beaux fruicts, precieux mineraux, plaiſantes contrees, &c. ſans que cela lui ſoit reputé pour philautie ; ainſi nous parlerons ici librement de la Grande vtilité de ceſte inuention, ie di Grande, voire plus Grande que ie n'eſtime qu'aucun de vous autres attende, ſans toutesfois me glorifier du mien.

Veu doncques que la matiere de ceſte DISME *(la cauſe duquel nom ſera declairée, par la ſuiuante*

Digitized by Google

uante premiere definition) eſt nombre, l'vtilité des effects de laquelle, vous M^r eſt aſſes notoire par voz continuelles experiences, il ne ſera point meſtier d'en faire beaucoup de parolles; Car ſ'il eſt Aſtrologue, il ſçait que le monde eſt deuenu par les computations Aſtronomiques (car elles enſeignent au Pilote l'eleuation de l'Equateur, & du Pole, par le moien de la table des declinations du Soleil, l'on deſcript par icelles la vraie longitude & latitude des lieux, &c.) vn paradis, abondant en pluſieurs lieux, de ce que toutesfois la terre n'y peut point produire. Mais comme le doux n'eſt iamais ſans l'amer, le trauail de telles computations ne lui ſera point caché, à cauſe des labourieuſes multiplications, & diuiſions, qui procedent de la ſoixantieſme progreſſion des Degrez, Minutes, Secondes, Tierces, &c. Mais ſ'il eſt Arpenteur, il ſçaura le grand benefice que le monde reçoit de ſa ſcience, par laquelle ſ'euitent pluſieurs difficultez & noiſes, qui ſ'eleueroient iournellement, à cauſe de l'incognue capacité des terres; Outre cela il ne ignore pas (principalement celui auquel les affaires ſont grandes) les ennuieuſes mul-

ſes multiplications, qui procedent des Verges, Pieds, & ſouuent Doigts, l'vn par l'autre, qui n'eſt pas ſeulement moleſte, mais (combien toutesfois que le meſurer & autres choſes precedentes fuſſent bien expediees) ſouuent cauſe d'erreur, tendant au grand dommage de l'vn ou de l'autre. Auſſi à la ruine de la bonne renommée de l'Arpenteur : Et ainſi des Maiſtres des monnoies, Marchans, & chaſcun au ſien : Mais d'autant que ceux la ſont plus dignes, & les voies pour y paruenir plus labourieuſes, d'autant plus grande eſt ceſte deſcouuerte DISME *oſtant toutes ces difficultez ; Mais comment ? Elle enſeigne (à fin de dire beaucoup en vn mot) d'expedier facilement ſans nombres rompuz, tous comptes qui ſe rencontrent aux affaires des Humains : de ſorte que les quatre principes d'Arithmetique que l'on appelle Aiouſter, Soubſtraire, Multiplier & Diuiſer par nombres entiers, pourront ſatisfaire à tel effect : Cauſant ſemblable facilité à ceux qui vſent des gettons. Or ſi par tel moien ſera gaigné le precieux temps ; Si par tel moien ſera ſauué, ſe qui ſe perderoit autrement ; Si par tel*

moien

Digitized by Google

moien ſera oſté labeur, noiſe, erreur, dommage, & autres accidens communement aioincts à ceux ci, ie le mects volontiers à voſtre iugement.

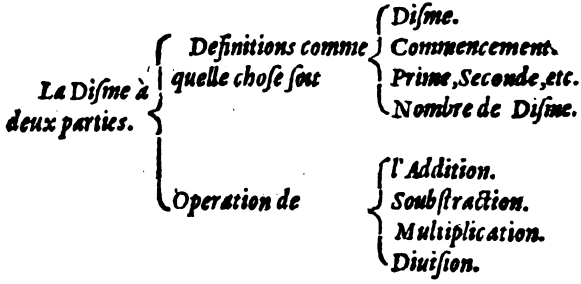
Quant à ce que quelcun me pourroit dire, que pluſieurs inuentions ſemblent bonnes au premier regard: Mais quand on ſ'en veut ſeruir, l'on n'en peut rien effectuer, & comme il auient ſouuent aux chercheurs de forts mouuemens, qui ſemblẽt bons en petites preuues, mais aux grandes, ou a l'effect, ils ne vallent pas vn feſtu: Nous lui reſpondons qu'il n'y a ici telle doubte, parce que l'experience ſ'en faict iournellement en la choſe meſme; A ſçauoir par diuers experts Arpenteurs Hollandois, auſquels nous l'auons declarè, leſquels (laiſſans ce qu'ilz auoient inuenté chaſcun à ſa maniere, pour amoindrir le trauail de leurs computations) l'vſent à leur grand contentement, & par tel fruict comme la Nature teſmoigne ſ'en deuoir neceſſairement ſuiure: Le meſme auiendra à vn chaſcun de vous autres mes Treſhonnorez Seig^rs *qui feront comme eux, viuez ce pendant en toute felicité.*

Digitized by Google

ARGVMENT.

LA Disme à deux parties, Definitions, & Operation. En la premiere partie se declairera par la premiere Definition, quelle chose soit Disme; Par la seconde, troisiesme & quatriesme, que signifie Commencement, Prime, Seconde, &c. & nombres de Disme.

En l'operation se declairera par quatre propositions, l'Addition, Soubstraction, Multiplication, & Diuision des nombres de Disme, Dequoi l'ordre se peut representer succinctement par telle table :



A la fin du precedent sera encore appliqué vne Appendice, declarant l'vsage de la Disme par quelques exemples és choses.

L'A

Digitized by Google

LA PREMIERE PARTIE DE LA DISME DES DEFINITIONS.

DEFINITION I.

DISME est vne espece d'Arithmetique, inuentée par la Disiesme progression, consistente es characteres des ciffres, par lesquels se descript quelque nombre, & par laquelle l'on depesche par nombres entiers sans rompuz, tous comptes se rencontrans aux affaires des hommes.

EXPLICATION.

Soit quelque nombre de mille cent & onze, descript par characteres des cyffres en ceste sorte 1111, ausquels appert que chasque 1 est la dixiesme part de son prochain charactere precedent. Semblablement en 2378, chasque vnité du 8, est la dixiesme de chasque vnité du 7. Et ainsi de tous les autres. Mais parce qu'il est conuenable que les choses desquelles on veut traicter, aient des noms, & que ceste maniere de computation est trouuée par consideration de telle dixiesme ou disme progression, voire qu'elle consiste entierement en icelle, comme apparoistra ci apres, nous nommons ce traicté proprement & conuenablement la DISME, par la mesme on peut operer auec nombres entiers sans rompuz en tous les comptes se rencontrans

Digitized by Google

trans en noz affaires, comme ſera demonſtré au ſuiuant.

DEFINITION II.

Tout nombre propoſé ſe dict COMMENCEMENT, *ſon ſigne eſt tel* ⊙.

EXPLICATION.

Par exemple quelque nombre propoſé de trois cens ſoixantequatre, nous le nommons trois cens ſoixantequatre COMMENCEMENS, lés deſcripuant en ceſte ſorte 3 6 4 ⊙. Et ainſi de tous autres ſemblables.

DEFINITION III.

Et chaſque dixieſme partie de l'vnité de commencement nous la nommons PRIME, *ſon ſigne eſt tel* ①; *& chaſque dixieſme partie de l'vnité de prime nous la nommons* SECONDE, *ſon ſigne eſt tel* ②. *Et ainſi des autres chaſque dixieſme partie, de l'vnité de ſon ſigne precedent, touſiours en l'ordre vn d'auantage.*

EXPLICATION.

Comme 3 ① 7 ② 5 ③ 9 ④, c'eſt à dire 3 *Primes* 7 *Secondes* 5 *Tierces* 9 *Quartes*; & ainſi ſe pourroit proceder en infini. Mais pour dire de leur valeur, il eſt notoire, que ſelon ceſte definition, leſdicts nombres ſont $\frac{3}{10}$ $\frac{7}{100}$ $\frac{5}{1000}$ $\frac{9}{10000}$, enſemble $\frac{3759}{10000}$. Semblablement 8 ⊙ 9 ① 3 ② 7 ③ vallent 8 $\frac{9}{10}$ $\frac{3}{100}$ $\frac{7}{1000}$, enſemble

Digitized by Google

ſemble $8\frac{237}{1000}$. Et ainſi d'autres ſemblables. Il faut auſſi ſçauoir que nous n'vſons en la DISME d'aucuns nombres rompuz, auſſi que le nombre de multitude des ſignes, excepté ⓪, n'excede iamais le 9. Par exemple nous n'eſcripuons pas 7 ① 12 ②, mais en leur lieu 8 ① 2 ②, car ils vallent autant.

DEFINITION IIII.

Les nombres de la precedente ſeconde & troiſieſme Definition ſe diſent en general

NOMBRES DE DISME.

Fin des Definitions.

Digitized by Google

SECONDE PARTIE DE LA DISME

DE L'OPERATION.

PROPOSITION I, DE L'ADDITION.

ESTant donnez nombres de Disme à aiouster : Trouuer leur Somme.

Explication du donné. Il y a trois ordres de nõbres de Disme, desquels le premier 27⓪8①4②7③, le deuxiesme 37⓪8①7②5③, le troisiesme 875⓪7①8②2③.

Explication du requis. Il nous faut trouuer leur Somme. ***Construction.*** On mettera les nombres donnez en ordre comme ci ioignant, les aiouſtant ſelon la vulgaire maniere d'aiouſter nombres entiers, en ceſte ſorte:

⓪	①	②	③
	2	7	8	4	7
	3	7	6	7	5
8	7	5	7	8	2
9	4	1	3	0	4

Donne Somme (par le 1 probleme de l'Arithmetique) 941304, qui ſont (ce que demonſtrent les ſignes deſſus les nombres) 941⓪3①0②4③. Ie di que les meſmes ſont la Somme requiſe. ***Demonſtration.*** Les 27⓪8①4②7③ donnez, ſont (par la 3ᵉ definition) $27\frac{8}{10}, \frac{4}{100}, \frac{7}{1000}$, enſemble $27\frac{847}{1000}$, & par meſme raiſon les 37⓪6①7②5③ vallent $37\frac{675}{1000}$, & les 875⓪7①8②4③ feront $875\frac{782}{1000}$, leſquels trois nombres comme $27\frac{847}{1000}$, $37\frac{675}{1000}$, $875\frac{782}{1000}$, ſont enſemble (par le 10e probleme de l'Arith.) $941\frac{304}{1000}$, mais autant vaut auſſi la ſomme 941⓪3①0②4③, c'eſt

Digitized by Google

c'eſt doncques la vraie Somme, ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez nombres de Diſme à aiouſter, nous auons trouué leur Somme, ce qu'il falloit faire.

NOTA. Si aux nombres donnez defalloit quelque ſigne de leur naturel ordre, on emplira ſon lieu par le diffaillant. Soient par exemple les nombres donnez 8 ⓪ 5 ① 6 ②, & 5 ⓪ 7 ②, auquel dernier defaut le ſigne de l'ordre ①. Lon mettera en ſon lieu o ①, prenant alors comme pour nombre donné 5 ⓪ o ① 7 ②, les aiouſtant comme ci deuant en ceſte ſorte:

⓪	①	②
8	5	6
5	o	7
1	3	6	3

Ceſt auertiſſement ſeruira auſſi aux trois propoſitions ſuiuantes, la ou il faut touſiours emplir l'ordre des figures diffaillantes, comme nous auons faict en ceſt exemple.

PROPOSITION II, DE LA SOVBSTRACTION.

ESTant donné nombre de Diſme duquel on ſoubſtraict, & à ſoubſtraire: Trouuer leur Reſte.

Explication du donné. Soit le nombre duquel on ſoubſtraict 2 3 7 ⓪ 5 ① 7 ② 8 ③, & à ſoubſtraire 5 9 ⓪ 7 ① 4 ② 9 ③. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur reſte. *Conſtruction.* On mettera les nombres donnez en ordre comme ci ioignant, ſoubſtrahant ſelon la vulgaire maniere de ſoubſtraction par nombres entiers, en ceſte ſorte:

⓪	①	②	③
2	3	7	5	7	8
	5	9	7	3	9
1	7	7	8	2	9

Reſte

Reſte (par le 2 probleme de l'Arithmetique) 177829 qui ſont ce que denotent les ſignes par deſſus les nombres) 1 7 7 ⓪ 8 ① 2 ② 9 ③ ; le di que les meſmes ſont la reſte requiſe. *Demonſtration.* Les 237 ⓪ 5 ① 7 ② 8 ③, ſont par la 3e definition de ceſte Diſme) 237 $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{8}{1000}$, enſemble 237 $\frac{578}{1000}$; Et par meſme raiſon les 59 ⓪ 7 ① 4 ② 9 ③ vallent 59 $\frac{749}{1000}$, leſquelles ſoubſtraicts de 237 $\frac{578}{1000}$, reſte (par le 10e probleme de l'Arithmetique) 177 $\frac{829}{1000}$. Mais autant vallent leſdictes 1 7 7 ⓪ 8 ① 2 ② 9 ③, c'eſt doncques la vraie Reſte ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre de Diſme duquel on ſoubſtraict, & à ſoubſtraire, nous auons trouué leur reſte, ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION III, DE LA MVLTIPLICATION.

ESTant donné nombre de Diſme à multiplier, & multiplicateur: Trouuer leur produict.

Explication du donné. Soit le nombre à multiplier 3 2 ⓪ 5 ① 7 ②, & multiplicateur 8 9 ⓪ 4 ① 6 ②. *Explication du requis.* Il faut trouuer leur produict. *Conſtruction.* On mettera les nombres donnez en ordre comme ci ioignant, multipliant ſelon la vulgaire maniere de multiplication par nombres entiers, en ceſte ſorte:

						⓪	①	②
					3	2	5	7
					8	9	4	6
			1	9	5	4	2	
		1	3	0	2	8		
	2	9	3	1	3			
2	6	0	5	6				
2	9	1	3	7	1	2	2	
					⓪	①	②	③	④

Donne

Digitized by Google

Donne produict (par le 3e probleme de l'Arithmetique) 29137122. Or pour sçauoir que ce sont, on aiouſtera les deux derniers ſignes donnez, l'vn ②, & l'autre auſſi ②, font enſemble ④, nous dirons donc que le ſigne du dernier charactere du produict ſera ④, lequel eſtant cogneu, tous les autres ſeront notoires, à cauſe de leur ordre continu; De ſorte que 2 9 1 3 ⊙ 7 ① 1 ② 2 ③ 2 ④ ſont le produit requis. *Demonſtration.* Le nombre donné à multiplier 3 2 ⊙ 5 ① 7 ②, faict (comme appert par la 3e definition de ceſte Diſme) $32\frac{5}{10}, \frac{7}{100}$, enſemble $32\frac{57}{100}$, & par meſme raiſon le multiplicatur 8 9 ⊙ 4 ① 6 ②, vaut $89\frac{46}{100}$, par le meſme multiplié ledict $32\frac{57}{100}$, donne produict (par le 12e probleme de l'Arithmetique) $2913\frac{7122}{10000}$; mais autant vaut auſſi ledict produict 2 9 1 3 ⊙ 7 ① 1 ② 2 ③ 2 ④, c'eſt donc le vrai produict, ce qu'il nous falloit demonſtrer. Mais pour dire maintenant la raiſon pourquoi ② multipliée par ②, donne produict ④ (qui eſt la ſomme de leurs nombres) Item pourquoi ④ par ⑤ donne produict ⑨, & pourquoi ⊙ par ③, donne ③, &c. Prennons $\frac{2}{10}$ & $\frac{3}{100}$ (qui ſont par la 3e definition de ceſte Diſme 2 ① 3 ②) leur produict eſt $\frac{6}{10000}$, qui vallent par ladicte troiſieſme definition, 6 ③. Multipliant doncques ① par ②, le produict eſt ③, à ſçauoir vn ſigne compoſé de la ſomme des nombres des ſignes donnez.

Concluſion.

Eſtant doncques donné nombre de Diſme à multiplier, & multiplicateur, nous auons trouué leur Produict ce qu'il falloit faire.

Digitized by Google

NOTA. Si le dernier ſigne du nombre à multiplier fuſt inegal au dernier ſigne du multiplicateur; par exemple l'vn 3④7⑤8⑥, l'autre 5①4②, l'on fera comme deſſus, & la diſpoſition des charactetes de l'operation ſera telle:

④⑤⑥
3 7 8
5 4 ②
1 5 1 2
1 8 9 0
2 0 4 1 2
④⑤⑥⑦⑧

PROPOSITION IIII, DE LA DIVISION.

ESTant donné nombre de Diſme à diuiſer & diuiſeur: Trouuer leur Quotient.

Explication du donné. Soit le nombre à diuiſer 3⓪4①4②3③5④2⑤, & le diuiſeur 9①6②. *Explication du requis.* Il nous faut trouuer leur quotient. *Conſtruction.* On diuiſera les nombres donnez (omettant leurs ſignes) ſelon la vulgaire maniere de diuiſer par nombres entiers ainſi:

Donne Quotient (par le 4e probleme de l'Arithmetique) 3587. Or pour ſçauoir que ce ſont, le dernier ſigne du diuiſeur qui eſt ②, ſe ſoubſtraira du dernier ſigne du nombre à diuiſer, qui eſt ⑤, reſte ③, pour le ſigne du dernier charactere du Quotient, qui eſtant ainſi cogneu, tous les autres ſeront auſſi manifeſtes, à cauſe de leur continu ordre, de ſorte que 3⓪5①8②7③, ſont le Quotient requis.

x
x 8
9 x 6 4
7 6 x 7 ⓪①②③
3 4 4 3 9 x (3 5 8 7
9 6 6 6 6
9 9 9

Demonſtration. Le nombre donné à diuiſer 3⓪4①

3 ⓪ 4 ① 4 ② 3 ③ 5 ④ 2 ⑤, faict (comme appert par la troisiesme definition de ceste Disme) $3\ \frac{4}{10}\ \frac{4}{100}\ \frac{3}{1000}\ \frac{5}{10000}\ \frac{2}{100000}$, ensemble $3\ \frac{44352}{100000}$; & par la mesme raison le diuiseur 9 ① 6 ②, vaut $\frac{96}{100}$, par lequel diuisé lesdicts $3\ \frac{44352}{100000}$, donne quotient (par le 13e probleme de l'Arithmetique) $3\ \frac{587}{1000}$, mais autant vaut ledict Quotient 3 ⑤ 5 ① 8 ② 7 ③, c'est donc le vrai quotient, ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre de Disme à diuiser, & diuiseur, nous auons trouué leur Quotient, ce qu'il falloit faire.

NOTA I. Si les signes du diuiseur fussent plus hauts que les signes du nombre à diuiser, l'on mettera ioignant le nombre à diuiser autant des 0 qu'on veut, ou autant qu'il sera mestier.

Par exemple 7 ②, sont à diuiser par 4 ⑤; ie mects pres le 7 quelques 0 ainsi 7000, les diuisant comme dessus en ceste sorte:

✗	✗								
7	⌀	⌀	⌀	(	1	7	5	0	⓪
4	4	4	4						

Donne quotient 1750 ⓪.

Il auient quelques fois que le quotient ne se pourra expliquer par nombres entiers, comme 4 ①, diuisees par 3 ②, en ceste sorte:

✗	✗	✗	(	1				⓪	① ②
4	⌀	⌀	⌀	0	0	0	(	1	3 3 3
3	3	3	3						

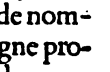
La ou il appert qu'il y en sortiront infiniment des trois, restant tousiours $\frac{1}{3}$. En tel accident l'on peut approcher si pres, comme la chose le requiert omettant le residu. Il est bien vrai que 13 ⓪ 3 ① 3 $\frac{1}{3}$ ②, ou 13 ⓪ 3 ① 3 ② 3 $\frac{1}{3}$ ③, &c. seroit le parfaict requis, mais nostre intention est d'operer en ceste Disme, par nombres tous entiers, car nous voions

Digitized by Google

à ce qui se obserue aux negoces des hommes, la ou on ne faict point compte de la millieſme partie d'vne maille, d'vn grain, &c. comme le ſemblable eſt ſouuent vſé par les principaux Geometriens & Arithmeticiens, en comptes de grande conſequence : Comme Ptolemée & Iehan de Montroial, n'ont pas deſcript leurs tables des arcs & chordes, ou des ſinus, par l'extreme parfection (combien qu'il eſtoit poſſible de le faire par nombres multinomies) à cauſe que ceſte imparfection (conſiderant la fin d'icelles tables) eſt plus vtile que telle parfection.

NOTA 2. Les extractions de toutes eſpeces de racines, ſe peuuent auſſi faire par ces nombres de Diſme. Par exemple, pour extraire racine quarrée de 5 ② 2 ③ 9 ④, l'on beſoignera ſelon la vulgaire maniere d'extraction en ceſte ſorte :

Et la racine ſera 2 ① 3 ②, car la moitie du dernier ſigne des nombres donnez, eſt touſiours le dernier ſigne de la racine; Pourtant ſi le dernier ſigne donné fuſt de nombre imper, l'on y aiouſtera ſon ſigne prochain ſuiuant, & ſera alors de nombre per, puis on extraira la racine comme deſſus.



Semblablement en l'extraction de racine cubique, le tiers du dernier ſigne donné, ſera touſiours le ſigne de la racine, & ainſi de toutes autres eſpeces de racines.

Fin de la Diſme.

APPEN-

Digitized by Google

APPENDICE.

PREFACE.

PVIS que nous auons descript ci deuant la Disme, nous viendrons maintenant à l'vsage d'icelle, demonstrans par 6 Articles, comment tous comptes se rencontrans aux affaires des hommes, se peuuent facilement expedier par icelle, commençant premierement (comme elles ont aussi esté premierement mises en œuure) aux computations d'Arpenterie comme s'ensuit.

ARTICLE I, DES COMPVTATIONS DE L'ARPENTERIE.

L'ON nommera la verge aussi *Commencement*, qui est 1 ⊙ la partissant en dix parties egales, desquelles chascune fera 1 ①, puis se partira chascune *Prime* autrefois en dix parties egales, desquelles chascune fera 1 ②, & si on requiert les diuisions plus petites, on diuisera chasque 1 ② autrefois en dix parties egales, & chascune vaudra 1 ③, procedant ainsi plus auant s'il fust besoing, mais quant à l'Arpenterie, les parties en *Secondes* sont assez petites, mais pour les choses qui requierent la mesure plus iuste, comme toicts de plomb,

Digitized by Google

Corps,&c. l'on y peut vſer des *Tierces*. Quant à ce que la plus part des Arpenteurs n'vſent pas de verge, ains vne chaiſne de trois, quatre, ou cinc verges, ſignans ſur le baſton de leur croix rectangulaire, quelques cinc ou ſix pieds auec leur doigts, le ſemblable ſe peut faire ici, car au lieu d'iceux cinc ou ſix pieds auec leurs doigts, l'on peut mettre ſix on cinc *Primes* auec leurs *Secondes*.

Ceci eſtant ainſi preparé, l'on vſera en meſurant de ces parties, ſans prendre egard aux pieds ou doigts que contient la verge ſelon la couſtume du païs, & ce qui ſe debura Aiouſter, Soubſtraire, Multiplier ou Diuiſer ſelon ceſte meſure, ſe fera ſelon la doctrine des precedens exemples.

Par exemple, il faut aiouſter quatre triangles, ou ſuperfices de terre, deſquelles la premiere 345 ⊙ 7 ① 2 ②, La deuxieſme 872 ⊙ 5 ① 3 ②, La troiſieſme 615 ⊙ 4 ① 8 ②, La quatrieſme 956 ⊙ 8 ① 6 ②, les meſmes aiouſtez ſelon la maniere declarée à la premiere propoſition de ceſte Diſme en ceſte ſorte :

Leur ſomme ſera 2790 ⊙ ou verges 5 ① 9 ②, leſdictes verges parties ſelon la couſtume, par autant qu'il y a des verges en vn Arpent, on aura les arpens requis. Mais ſi l'on veut ſçauoir combien de pieds & doigts font les 5 ① 9 ② (ce que l'Arpenteur ne fera qu'vne fois, à la fin du compte qu'il liure aux proprietaires, combien que la pluſpart d'eux, eſtiment inutile d'y faire mention de pieds ou doigts) on verra ſur la verge combien de pieds & doigts (qui ſont marquez ioignant

	⊙	①	②
	3	4	5 7 2
	8	7	2 5 3
	6	1	5 4 8
	9	5	6 8 6
	2	7	9 0 5 9

Digitized by Google

ioignant les dixiesmes parties sur vn autre costé de la verge) s'accordent aux mesmes.

Au second, estant à soubstraire 57 ⊙ 3 ① 2 ②, de 32 ⊙ 5 ① 7 ②, l'on besoignera selon la seconde proposition de ceste Disme en ceste sorte :

⊙	①	②
5	7	3	2
3	2	5	7
2	4	7	5

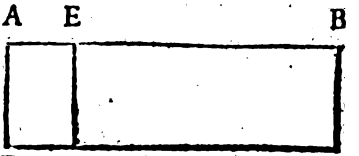
Et restent 24 ⊙ ou verges 7 ① 5 ②.

Au troisiesme, estant à multiplier (à cause des costez de quelque triangle ou quadrangle) 8 ⊙ 7 ① 3 ②, par 7 ⊙ 5 ① 4 ②, l'on fera selon la 3e proposition de ceste Disme en ceste sorte :

⊙	①	②
	8	7	3
	7	5	4
	3	4	9	2
	4	3	6	6	
6	1	1	1		
6	5	8	2	4	2
⊙	①	②	③	④	

Et donnent produict ou superficie 65 ⊙ 8 ①, &c.

Au quatriesme, Soit A B C D, quelque quadrangle rectangle, duquel il faut couper 367 ⊙ 6 ①, & le costé A D faict 26 ⊙ 3 ①. La demande est combien l'on mesurera depuis A vers B, pour couper (i'entens par vne ligne parallele auec A D) lesdictes 367 ⊙ 6 ①.

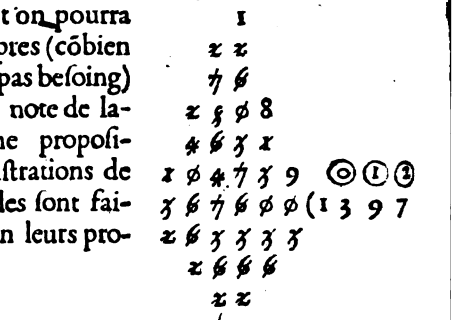


L'on partira 367 ⊙ 6 ①, par 26 ⊙ 3 ①, selon la quatriesme proposition de ceste Disme ainsi :

Donne quotient pour la requise longueur de A vers B, laquelle soit A E, 13 ⊙ 9 ① 7 ②.

Digitized by Google

Et si l'on veut on pourra approcher plus pres (cõbien qu'il ne semble pas besoing) par la premiere note de ladicte quatrieſme propoſition, les demonſtrations de tous ces exemples ſont faictes ci deuant en leurs propoſitions.



ARTICLE II, DES COMPTES DES MESVRES DE TAPISSERIE.

L'AVLNE du meſureur de tapiſſerie, lui ſera 1 ⊙, laquelle il partira (ſur quelque coſté, la ou ne ſont pas les partitions ſelon l'ordonnance de la ville) comme eſt faict ci deſſus de la verge de l'Arpenteur, à ſçauoir en 10 parties egales, deſquelles chaſcune ſera 1 ①, puis chaſque 1 ①, autrefois en dix parties egales, & chaſcune vaudra 1 ②, &c. Quant à leur vſage, veu que lex exemples accordent en tout auec ce qui en eſt dict au premiere Article de l'Arpenterie, elle ſera par icelles aſſez notoire, de ſorte qu'il n'eſt pas meſtier d'en faire ici mention.

ARTICLE III, DES COMPTES SERVANS A LA GAVIERIE ET aux meſures de tous tonneaux.

VNE Ame (qui faict en Anuers 100 pots) ſera 1 ⊙, la meſme ſe diuiſera en profondeur & longueur en 10 parties egales (à ſçauoir egales au reſpect du vin

Digitized by Google

du vin, non pas de la verge, de laquelle les parties de profondité ſont inegales) & chaſque partie fera 1 ① contenant 10 potz, puis chaſque 1 ① en 10 parties egales & chaſcune fera 1 ②, vallant vn pot. Puis chaſque 1 ② en dix parties egales, faiſant chaſcune 1 ③.

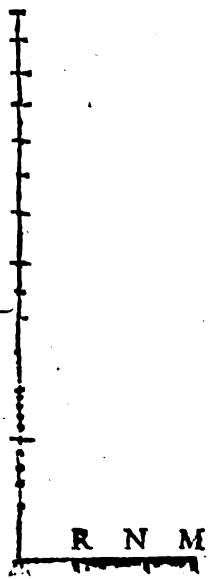
Or eſtant ainſi partie la verge, & voulant trouuer le contenu du Tonneau, on multipliera & beſoignera comme au precedent premier article, qui eſtant aſſez manifeſte, nous n'en dirons ici point d'auantage.

Mais veu que ceſte dixieſme partition de la profondeur, n'eſt pas vulgaire, nous en declairerons ceci: Soit la verge A B vne Ame, qui eſt 1 ◎, diuiſée (ſelon la couſtume) en poincts de profondeur comme ces dix C, D, E, F, G, H, I, K, A, faiſant chaſcune partie 1 ①, leſquelles il faut diuiſer autrefois en 10 en ceſte ſorte: L'on diuiſera premierement chaſque 1 ① en deux, ainſi: L'on tirera la ligne B M, à droictangle ſur A B, & egale à 1 ① B C, puis ſe trouuera (par la 13e propoſition du 6e liure d'Euclide) la ligne moienne proportionelle entre B M, & ſa moitie qui ſoit B N, coupant B O, egale à B N, & ſi N O, fuſt alors egale à B C, l'operation eſt bonne: Puis ſe notera la longueur N C, de B vers A, comme B P, laquelle eſtant egalle à N C, l'operation eſt bonne: Semblablement la longueur D N, depuis B iuſques à Q, & ainſi des autres. Il reſte encore de partir chaſque longueur comme B O, & O C, &c. en cinc, ainſi: L'on trouuera entre B M & ſa dixieſme part, la ligne moienne proportionelle qui ſoit B R, coupant B S, egale à B R; Puis ſe notera la longueur S R, de B vers A, comme B T, & ſemblablement la longueur T R, de B iuſques à V, & ainſi des autres. Et ſemblablement ſe procedera pour diuiſer

Digitized by Google

B S, & S T, &c. en ③. Ie di que B S, & S T, & T V, &c. ſont les deſirees ②, ce qui ſe demonſtre ainſi:

Parce que B N eſt ligne moienne proportionelle (par l'hypotheſe) entre B M & ſa moitie; le quarré de B N (par la 17 propoſition du 6e liure d'Euclide) ſera egale au rectangle de B M & ſa moitie, mais icelui rectangle eſt la moitie du quarré de B M, le quarré doncques de B N, eſt egal à la moitie du quarré de B M, mais B O eſt (par l'hypotheſe) egale à B N, & B C à B M, le quarré donc de B O, eſt egal à la moitie du quarré de B C. Et ſemblablement ſe demonſtrera que le quarré de B S, eſt egal à la dixieſme part du quarré B M, parquoi, &c. Nous auons faict la demonſtration briefue, parce que nous n'eſcripuons pas à Apprentifs, mais à Maiſtres.



ARTICLE IIII, DES COMPTES DE LA STEREOMETRIE EN GENERAL.

IL eſt bien vrai que la gaujerie que nous auons declaré ci deuant eſt Stereometrie (ceſt à dire ſcience de meſurer les corps) mais conſiderant les diuerſes partitions

Digitized by Google

partitions de la verge de l'vn & l'autre, auſſi que ceſtui ci à telle difference de ceſtui là, comme genre à eſpece, ils ſe peuuent diſtinguer par bonne raiſon, car toute Stereometrie n'eſt pas Gaujerie. Pour donc venir à la choſe, le Stereometrien vſera de la meſure de ſa ville, comme verge ou aulne auec ſes dixieſmes partitions deſcriptes au premier & ſecond article, l'vſage de laquelle (ſemblable à ce qui en eſt dict au precedent) eſt telle: Poſons qu'il y ait à meſurer quelq. colomne quadranguliere rectanguliere, de laquelle la longueur 3 ① 2 ②, l'argeur 2 ① 4 ②, hauteur 2 ◎ 3 ① 5 ②; La demande eſt combien il y a de matiere. L'on multipliera ſelon la doctrine de la 4e propoſition de ce traicté, longueur par largeur, & leur produict autrefois par hauteur, en ceſte ſorte:

			①	②	
			3	2	
			2	4	
		1	2	8	
		6	4		
	7	6	8	④	
	2	3	5	2	
	3	8	4	0	
2	3	0	4		
1 5	3	6			
1 8	0	4	8	0	
①	②	③	④	⑤	⑥

Et donne produict comme appert 1 ① 8 ② 4 ④ 8 ⑤.

NOTA. Quelq'un ignorant (car c'eſt à ceſtui la que nous parlons ici) les fondamens de la Stereometrie, pourroit penſer pourquoi l'on dict, que la grandeur de la colomne ci deſſus, n'eſt que de 1 ①, &c. veu qu'elle contient plus que 180 cubes, deſquels la longueur de chaſque coſté eſt de 1 ①; Il ſçaura que le corps d'vne verge n'eſt pas vn corps de 10 ①, comme vne verge en longueur, mais de 1000 ①, en reſpect dequoi 1 ① faict 100 cubes chaſcun de 1 ①; Comme le ſemblable eſt aſſez notoire aux Arpenteurs en ſuper-

Digitized by Google

en ſuperfice; Car quand on dict 2 verges 3 pieds de terre, cela ne ſ'entend point 2 verges & trois pieds quarrez mais de 2 verges & (comptant 12 pieds pour la verge) 36 pieds quarrez. Pourtant ſi la demande ci deſſus euſt eſté, de combien de cubes chaſcun de 1① fut la grandeur de ladicte colomne, l'on accommoderoit la ſolution conforme au requis, conſiderant que chaſque 1 ① de ceux ci, faict 100 ① de ceux la, & chaſque 1 ② de ceux ci, 10 ① de ceux la, &c. Ou autrement ſi la dixieſme part de la verge eſt la plus grande meſure que le Steometrien ſe propoſe, il la peut nommer 1 ⊙, & puis comme deſſus.

ARTICLE V, DES COMPVTATIONS ASTRONOMIQVES.

AIANS les anciens Aſtronomes parti le circle en 360 degrez, ils voioient que les computations Aſtronomiques d'icelles, auec leurs partitions, eſtoient trop labourieuſes, pourtant ils ont parti chaſque degré en certaines parties, & les meſmes autrefois en autant, &c. à fin de pouuoir par ainſi touſiours operer par nombres entiers, en choiſiſans la ſoixantieſme progreſſion, parce que 60 eſt nombre meſurable par pluſienrs meſures entieres, à ſçauoir 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, mais ſi l'on peut croire l'experience (ce que nous diſons par toute reuerence de la venerable antiquité & eſmeu auec l'vtilité commune) certes la ſoixantieſme progreſſion n'eſtoit pas la plus commode, au moins entre celles qui conſiſtoient potentiellement en la nature, ains la dixieſme qui eſt telle: Nous nommons les 360 degrez auſſi *Commencemens*,

Digitized by Google

cemens, les denotans ainsi 360 ⊙ & chascun degré ou 1 ⊙ se diuisera en 10 parties egales, desquelles chascune sera 1 ①, puis chasque 1 ① en 10 ②, & ainsi des autres, comme le semblable est faict par plusieurs fois ci deuant.

Or estant entendue ceste partition, nous pourrions descripre selon ce qui à esté promis, leur facile maniere de Aiouster, Soubstraire, Multiplier, & Diuiser, mais veu qu'elles n'ont aucune difference des quatre propositions precedentes, tel recit ne seroit que perdre le temps, pourtant nous les laisserons seruir pour exemples de cest article; Y aioustant encoré ceci; que nous vserons de ceste maniere de partition, en toutes les tables & comptes, se rencontrans en l'Astronomie, que nous esperons de diuulger, en nostre vulgaire langue Germanique qui est la plus riche, la plus ornée, & la plus parfaicte langue de toutes langues, de la tresexquise singulieretè, de laquelle nous attendons de brief autre demonstration plus abondante, que Pierre & Iehan en ont faict en la BEWYSCONST ou DIALECTIQVE nagueres diuulguée.

ARTICLE VI, DES COMPTES DES MAISTRES DES MONNOIES, MARchans & de tous estats en general.

AFIN de dire en brief & en general, la somme & contenu de cest article, faut sçauoir qu'on partira toutes mesures, comme Longue, Humide, Seiche, Argent, &c. par la precedente dixiesme progression & chasque fameuse espece d'icelles se nommera *Commencement*; comme Marc, *Commencement* des pois, par lesquels

Digitized by Google

quels se poise l'or & l'argent; Liure, *Commencement* des autres pois communs; Liure de gros en Flandres, Liure Esterlain en Angleterre, Ducat en Hispaigne, &c. *Commencement* de monnoie; Le plus haut signe du marc sera ④, car 1 ④ pesera enuiron la moitie d'vn Es d'Anuers, la ③ suffira pour le plus haut signe de la Liure de gros, veu que telle 1 ③ faict moins que le quart d'vn §.

Les soubdiuisions des pois, pour peser toutes choses, seront (au lieu de demiliure, quart, demiquart, once, demionce, esterlin, grain, es, &c.) de chasque signe 5, 3, 2, 1, c'est à dire, qu'apres la liure ou 1 ⊙, suiuera vn pois de 5 ① (faisant $\frac{1}{2}$ ℔) puis de 3 ①, puis de 2 ①, puis de 1 ①, & semblables soubdiuisions aura aussi la 1 ① & autres suiuans.

Nous estimons aussi vtile, que chasque soubdiuision voire de quelle matiere fust son subiect, soit nommé *Prime, Seconde, Tierce, &c.* & cela à cause qu'il nous est notoire, que *Seconde* multipliée par *Tierce* donne produict *Quinte* (parce que 2 & 3 font 5 comme il est dict ci dessus) Item que *Tierce*, diuisée par *Seconde* donne quotient *Prime, &c.* ce qui ne se pourroit faire si proprement par autres noms; Mais quant on les veut nommer par distinction des matieres (comme l'on dict demie aulne, demie liure, demie pinte, &c.) nous les pouuons nommer Prime de Marc, Seconde de Marc, Seconde de Liure, Seconde d'Aulne, &c.

Mais à fin d'en donner exemple, posons que 1 marc d'or vaut 36 ℔ 5 ① 3 ②, la demande est combien monteront 8 marcs 3 ① 5 ② 4 ③: L'on multipliera 3653 par 8354, donne produict par la 3 proposition qui est aussi la solution requise, 305 ℔ 1 ① 7 ② 1 ③.

quant

Digitized by Google

quant aux 6 ④ 2 ⑤, elles ne sont ici de nulle estime.

Posons autrefois que 2 aulnes 3 ①, coustent 3 ℔ 2 ① 5 ②, La demande est combien cousteront 7 aulnes 5 ① 3 ②: On multipliera selon la coustume, le dernier terme donné par le second, & le produict se diuisera par le premier, c'est à dire, 753 par 325, faict 244725, qui diuisé par 23, donne quotient & solution 10 ℔ 6 ① 4 ②.

Nous pourrions donner autres exemples en toutes les vulgaires regles d'Arithmetique, se rencontrans souuent es traffiques des hommes; Comme la regle de Compaignie, d'Interest, de Change, &c, demonstrans comment elles se peuuent toutes expedier par nombres entiers, aussi ceste facile operation par les gettons, mais veu qu'il est assez notoire par les precedens, nous n'en ferons point de mention.

Nous sçaurions aussi demonstrer plus amplement, par comparaison de facheux exemples en rompuz, la grande difference de facilité, qu'il y a de ceux ci à ceux la, mais nous le passons outre à cause de briefueté.

AV dernier il nous faut encore dire de quelque difference qu'il il y a de ce 6.e article, aux 5 articles precedens, c'est que chascune personne peut exercer pour soi mesme la dixiesme partition desdicts precedens 5 articles, sans qu'il sera mestier d'en estre donné par le Magistrat quelque ordre general, mais cela pas ainsi en ce dernier, car ses exemples sont vulgaires computations, qui se rencontrent à chasque moment, ausquels il seroit conuenable, que la solution ainsi trouuée, fust d'vn chascun acceptée pour bonne, & legitime. Pourtant considerant sa tresgrande vtilité, ce seroit

Digitized by Google

roit choſe louable ſi quelcuns, comme ceux qui en attendent la plus grande commodité, ſolicitoient de la faire mettre en effect, à ſçauoir que ioignant les vulgaires partitions qu'il y a maintenant des Meſures, Pois, & Argent (demeurant chaſque capitale meſure, Pois & Argent, en tous lieux immuable) l'on ordonnaſt encore legitimement par les Superieurs, la ſuſdicte dixieſme partition, à fin que chaſcun qui vouldroit la pourroit vſer.

Il auanceroit auſſi la choſe, ſi les valeurs d'argent, principalement de ce qui ſe forge de nouueau, fuſſent valuez ſur quelques *Primes*, *Secondes*, *Tierces*, *&c.*

Mais ſi tout ceci ne fuſt pas mis en œuure, ſi toſt cõme nous le pourrions ſouhaiter, il nous contentera premierement, qu'il ſera du bien à noz ſucceſſeurs, car il eſt certain, que ſi les hommes futurs, ſont de telle nature comme ont eſté les precedens, qu'ils ne ſeront pas touſiours negligens en leur ſi grand auantaige.

Au ſecond, ce n'eſt pas le plus abiect ſçauoir à vn chaſcun en particulier, qu'il lui eſt notoire, comment les hommes ſe peuuent deliurer eux meſmes à toute heure qu'ils vouldroient, de tant & de ſi grans labeurs,

Au dernier, combien que l'effect de ce 6^e^ Article n'apparoiſtra point, peut eſtre, en quelques temps, toutesfois vn chaſcun pourra exercer les cinc precedens, comme il eſt notoire, qu'aucuns des meſmes l'ont deſia mis en œuure.

Fin de l'Appendice.

Huictieſme diſtinction de la Pratique d'Arithmetique qui eſt de nombres incommenſurables appliquez à grandeurs.

TRAICTE

Digitized by Google

TRAICTE DES INCOMMENSVRABLES GRANDEVRS.

Auec vne Appendice de l'explication du Dixieſme liure d'Euclide.

Deſcript par SIMON STEVIN *de Bruges.*

Digitized by Google

AV LECTEVR.

APRES *que nous auions veu & reueu le Dixiesme liure d'Euclide, traictant des Incommensurables Grandeurs, auſſi leu & releu pluſieurs commentateurs ſur le meſme, deſquels aucuns le iugeoient pour la plus profonde & incomprehenſible matiere de la Mathematique, les autres que ce ſont propoſitions trop obſcures, & la croix des Mathematiciens; Et qu'outre cela ie me perſuadois (quelle follie ne faict l'opinion commettre aux hommes?) d'entendre ceſte matiere par ſes cauſes, & qu'elle n'a en ſoi telles difficultez comme l'on eſtime vulgairement, ie me ſuis addonné d'en deſcripre ce traicté.*

Mais à fin que nous diſions premierement, d'ou les hommes ſont venuz à la cognoiſſance & exercice de ces Incommenſurables Grandeurs, faut ſçauoir, que comme beaucoup des theoremes des nombres ſe deſcripuent ſouuent par la cognoiſſance des grandeurs, leſquels theoremes nous ſeroient difficiles, voire aucunefois impoſſibles

Digitized by Google

impossibles de trouuer par les simples nombres (comme se peut colliger entre autres par le cube auec ses corollaires deuant le 69 probleme de nostre Arithmetique) ainsi se trouuent au contraire souuent propositions des grandeurs, par le moien des nombres, lesquelles propositions ne se pourroient inuenter par les seules grandeurs. Par exemple nous sçauons que 1 est incommensurable a √2, Mais comme 1 a √2, ainsi le costé du quarré à sa diagonale, parquoi le costé du quarré est incommensurable à sa diagonale, ce qui nous seroit impossible de sçauoir sans les nombres. Doncques comme il y a des nombres entre eux incommensurables, ainsi y a il des lignes entre elles incommensurables; Mais il y a en la nature douze certaines especes de nombres incommensurables, qui s'appellent binomies, desquelles l'on extraict douze racines de diuerses qualitez; Il y a doncques aussi en la nature douze telles especes de lignes, auec semblables racines, de la construction & proprieté desquelles, Euclide à descript son dixiesme liure. Laquelle raison d'ou les hommes sont venuz

Digitized by Google

à la cognoissance & exercice des incommensurables grandeurs, nous auions proposé de declairer. Mais veu que tout ceſt affaire eſt facile, & ſans difficulté, aux experts en la nature des nombres radicaux (la cognoissance deſquels eſt neceſſaire, veu que ſans la meſme l'on ſe tourmente en vain en ceſte matiere) il reſte encore de dire qu'elle eſt la cauſe de l'obſcurité dudict dixieſme liure : Il faut doncques ſçauoir, que les inuenteurs des propoſitions du meſme, ſe propoſoient nombres binomiaux, & par les qualitez qu'ilz trouuoient en leurs noms (leſquelles qualitez ſont definies depuis la 45 definition, iuſques à la 57 de noſtre Arithmetique) ils ont deſcript des lignes de ſemblable qualité: Outre ce, par les operations des extractions des racines des nombres binomiaux (qui ſont deſcriptes au 39 probleme de l'Arithmetique) ils ont colligé ſemblables extractions de racines d'icelles binomies lignes, & par les qualitez des racines de ceux la, auſſi deſcript ſemblables qualitez de ceux ci. Par exemple ils ſe propoſoient $\sqrt{6+2}$, *qui eſt binomie cinquieſme, par la 49*

definition

Digitized by Google

definition de l'Arithmetique, d'ou ils voioient que la ligne longue de $\sqrt{6+2}$ pieds, estoit binomie ligne cinquiesme de semblable qualité: Puis extrahant racine dudict binomie nombre, selon la doctrine du 5 exemple du 39 probleme la trouuoient de $\sqrt{\text{bino.}\ \sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{\text{bino.}\ 1\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}}$, d'ou ils cogneurent que la ligne de telle longueur estoit aussi racine de ladicte binomie ligne, & pour les qualitez qu'ils voioient en icelle racine de binomie nombre (qui sont que le produict de ses parties, comme $\sqrt{\text{bino.}\ \sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}}$, par $\sqrt{\text{bino.}\ 1\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}}$, est nombre Arithmetique, à sçauoir 1. Item que la somme des deux quarrez de sdictes deux parties, est racine de simple nom à son quarré incommensurable, à sçauoir $\sqrt{6}$, comme nous auons dict à la NOTA dudict 5 exemple du 39 probleme) ils concluoient semblables qualitez en ceste sa respondante racine de binomie ligne: Or ceci leur estant ainsi notoire en toutes les douze especes de binomies lignes, & de leurs racines, ils en ont descript diuerses propositions; Mais ils en ont detenu les nombres, qui

Digitized by Google

leur auoient eſte guide aſſeurée, pour comprendre parfaictement la proprieté d'icelles lignes, ſans leſquels nombres, ils ne pouuoient rien effectuer, & nous ont ainſi laiſſé ces lignes imparfaictes : Ie di imparfaictes, parce que les multinomies nombres ſont inſeparables de multinomies lignes, veu que nulle ligne n'eſt par ſoi multinomie, mais en reſpect de quelque multinomie nõbre explicant ſa quantité, car vne meſme ligne ſe peut dire en quelque ville de 5 pieds, laquelle ſera en vne autre peut eſtre, de $4+\sqrt{2}$ pieds: De ſorte qu'il leur eſtoit beaucoup plus facile d'inuenter & deſcripre ces lignes, qu'a autres entendre leurs propoſitions ; De laquelle imparfection ſ'eſt enſuiui, que l'on n'a ſceu operer en ces lignes, ſelon ce qui eſtoit le but de leur deſcription, comme couper lignes proportionellement ſelon la raiſon donnée, non ſeulement de laquelle les termes ſont nombres Arithmetiques comme veullent les exemples de la 9 propoſition du 6 liure d'Euclide, ne point ſatisfaiſans à la propoſition, mais de nombres radicaux & multinomies quelconques, & puis claire & parfaicte

parfaicte extraction de toutes racines des multinomies lignes, comme des nombres. Parquoi ces Mathematiciens semblent aucunement auoir leurs raisons, cõfessans ne leur pouuoir animadvertir aucune vtilité audict dixiesme liure, veu que l'on n'y traicte point absolument, mais le tout par maniere d'obscurs enigmes, & cela à cause (comme nous auons dict) que les inseparables nombres ne leur sont pas aoincts. Mais pourquoi les ont ils ainsi detenuz, plus que d'autres propositions Geometriques, aians mestier de nombres Arithmetiques? Certes ie ne voi autre raison, sinon qu'ils ne les tenoient pas pour nombres, ains pour quantitez irrationelles, irregulieres, inexplicables, sourdes, absurdes, & pas dignes d'estre citees en propositions Mathematiques: Mais parce que nous auons refuté en son lieu ceste irrationelle, irreguliere, inexplicable, sourde, & absurde opinion, & que nous esperons en temps oportun d'affermer plus amplement par la 4e these de noz theses Mathematiques, que ces nombres sont en parfection & excellence, vn des grans Mysteres

de la Nature, à la parfaicte comprehension duquel elle n'a voulu faire capable tous entendemens; Telle fausse persuasion n'a empesché nostre concept, ains au contraire, le vrai sentiment nous à (selon la nature du vrai, duquel ne procede que vrai) conduict à la cognoissance, de ce que nous cherchions, à sçauoir de la generale description desdictes incommensurables grandeurs, non pas seulement des douzе binomies lignes & leurs racines, comme audict dixiesme liure, mais de millenomies lignes & de leurs racines de racines iusques en infini, comme apparoistra au traicté suiuant. Quant à ce que quelcun nous pourroit accuser, d'auoir outreeuidéement mesprisé le Dixiesme liure d'Euclide, certes il pourroit iuger selon ses humeurs, mais pas selon la deuotion, & humble affection que nous portons tousiours à la venerable antiquité, la diligence & trauail de laquelle à descouuert à ses successeurs la fontaine de plusieurs singularitez; Car, à fin de confesser le vrai, quelle chose nous eust esmeu, de traicter des incommensurables grandeurs, si leur

deuan-

Digitized by Google

deuancement ne nous eust pas enhorté, de cercher ceste matiere à la source d'ou ils l'auoient? peut estre que rien. Au second, quand l'opinion de quelque personne, differe de celle d'vn autre, comment pourroit il mieux manifester leur difference, que par equitables raisons des diuersitez consistentes en eux? Nous les laisserons doncques dire, paracheuans ce pendant selon nostre pouuoir, ce qui sera vtile à la commune. Mais (me dira quelqun) qu'elle peut estre l'vtilité de ceste matiere, veu que les choses qui sont à mesurer ou partir aux negoces des hommes, n'ont point de mestier de ceste extreme perfection, selon la raison des nombres radicaux proposez, par ce que nous trouuons en leur lieu, nombres Arithmetiques si peu differens d'iceux radicaux, qu'il ne pourra monter partie visible, voire es maieures matieres corporelles donnees: nous lui respondons, que l'on pourroit dire pareillement, pourquoi les operations de la Geometrie, comme les elemens d'Euclide, sont faistes par l'extreme perfection; Mais comme cela ne semble pas

Digitized by Google

digne de reſponce, à cauſe des abſurditez ſuiuantes de ſon contraire (car telles parfaictes operations, donnent parfaictes intelligences, qui ſont cauſes des parfaicts & admirables effects que produict la Mathematique) ainſi de ceſtui ci.

ARGVMENT.

CE traicté aura deux parties, l'vne de 5 definitions. L'autre de l'operation, contenant 3 problemes.

Apres le ſuſdict ſuiuera vne Appendice declarant ſommairement le contenu du Dixieſme liure d'Euclide.

PRE-

Digitized by Google

PREMIERE PARTIE DES INCOMMENSVRABLES GRANDEVRS, QVI EST DES DEFINITIONS.

VEV que les plus propres definitions, ſont celles qui expliquent le mieux l'eſſence du defini, & que l'incommenſurance des grandeurs, eſt trouuée, & ſeulement notoire par les nombres, nous vſerons des nombres en ces definitions, comme le plus commode inſtrument à tel effect. Il eſt vrai qu'Euclide en ſa 2e propoſition du 10e liure, dict ainſi: *Si de deux grandeurs inegales données, l'on coupe touſiours la moindre de la maieure, & que la reſte ne meſure iamais ſa grandeur precedente: Telles grandeurs ſont incommenſurables.* Mais combien ce theoreme eſt veritable, toutesfois nous ne pouuons cognoiſtre par telle experience, l'incommenſurance de deux gandeurs propoſées; Premierement parce qu'a cauſe de l'erreur de noz yeux & mains (qui ne peuuent parfaictement veoir & partir) nous iugerions à la fin, que tous grandeurs tant incommenſurables que commenſurables, fuſſent commenſurables. Au ſecond, encore qu'il nous fuſt poſſible, de ſoubſtraire par action, pluſieurs cent mille fois la moindre grandeur de la maieure, & le continuer pluſieurs milliers d'annees, toutesfois (eſtant les deux nombres propoſez incommenſurables) l'on trauailleroit eternellement, demeurant touſiours ignorant, de ce qui à la fin en pourroit encore auenir; Ceſte maniere donc de cognition n'eſt pas legitime,

Digitized by Google

time, ains position de l'impossible, à fin d'ainsi aucunement declairer, ce qui consiste veritablement en la Nature; ceste incommensurance doncques est seulement notoire par les nombres incommensurables; ce que Euclide sçachant fort bien, aussi que telle invention d'incommensurabilité n'estoit suffisante pour ses propositions suiuantes (car sa dixiesme proposition enseigne trouuer grandeurs incommensurables par le moien des nombres) il l'a expliqué à la 8^e proposition legitimement selon les nombres, & ainsi le ferons nous en ceste premiere partie des definitions comme s'ensuit.

DEFINITION I.

GRandeurs incommensurables sont celles, desquelles les nombres les explicans sont incommensurables.

DEFINITION II.

Multinomie grandeur est celle, qu'on explique par multinomie nombre.

DEFINITION III.

Binomie grandeur est celle, qu'on explique par binomie nombre; & Trinomie grandeur, qu'on explique par trinomie nombre, & ainsi par ordre des autres.

DEFINITION IIII.

Binomie ligne premiere est celle; qu'on explique

Digitized by Google

plique par binomie nombre premier; Et binomie ligne ſeconde qui on explique par binomie nombre ſecond; Et ainſi par ordre des autres iuſques à la douzieſme.

DEFINITION V.

Racine quarrée de ligne, eſt la ligne moienne proportionelle entre la ligne donnée nombre expliquee, & la ligne reſpondante à l'vnité de la donnée.

Fin de la premiere partie.

Digitized by Google

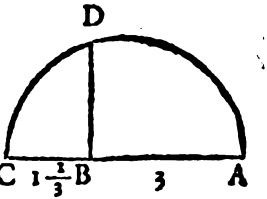
SECONDE PARTIE DES INCOMMENSVRABLES GRANDEVRS DE L'OPERATION.

PROBLEME I.

Estant donnée ligne droicte, & deux nombres: Trouuer vne ligne droicte en telle raison à la donnée, comme le nombre au nombre.

Exemple I.

Explication du donné. Soit donné la ligne A B, & les nombres donnez $\sqrt{5}$ & 3. *Explication du requis.* Il faut trouuer vne ligne en telle raison à la A B, comme $\sqrt{5}$ à 3. *Construction.* On prendra les potences quarrees des nombres donnez, qui sont 9 & 5, puis on produira A B en C, ainsi que A B aie telle raison à B C, comme 9 à 5, puis se trouuera la ligne moienne proportionelle entre AB, & B C, par la 13 proposition du 6e liure d'Euclide, qui soit B D.



Ie di que B D est la ligne requise, aiant telle raison à la A B, comme $\sqrt{5}$ à 3. *Demonstration.* Posons que A B soit 3; Mais comme 9 à 5, ainsi (par la construction) A B 3 à B C, doncques B C faict $1\frac{2}{3}$, mais le rectangle

Digitized by Google

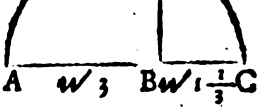
rectangle de A B 3, en B C 1 $\frac{2}{3}$ faict 5, pour le quarré de B D (car B D est moienne proportionelle entre A B & B C par la construction) parquoi B D faict $\sqrt{5}$. Il y a doncques telle raison de B D, à A B, comme de $\sqrt{5}$ à 3, ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA I. Si l'on voulut poser pour A B quelque autre nombre que 3, on viendra tousiours à la mesme demonstration. Posons par exemple pour A B 9, & B C sera 5, & B D $\sqrt{45}$, lesquels 9 & $\sqrt{45}$, sont en la mesme raison que 3 à $\sqrt{5}$, car diuisant l'vn & l'autre par le commun diuiseur 3, viendra 3 & $\sqrt{5}$.

NOTA II. Si les nombres donnez fussent $\sqrt{5}$ & $\sqrt{10}$, l'operation seroit semblable à la precedente, car l'on produiroit A B en C, ainsi que A B eust telle raison à B C, comme 10 à 5, quarrez des nombres donnez & puis comme dessus.

EXEMPLE II.

Explication du donné. Soit donné la ligne A B, & nombres donnez $\sqrt{w}$ 2 & $\sqrt{w}$ 3. *Explication du requis.* Il faut trouuer vne ligne en telle raison à la A B, comme $\sqrt{w}$ 2 à $\sqrt{w}$ 3. *Construction.* On prendra les potences quarrees des nombres donnez, qui sont $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$, puis on produira A B en C, ainsi que A B aie telle raison à B C, comme $\sqrt{3}$ à $\sqrt{2}$ (qui se sera par le moien du precedent premier exemple) puis on prendra la ligne moienne proportionelle entre A B & B C, par la 13 proposition du 6e liure d'Euclide qui soit B D.



Ie di

Ie di que B D est la ligne requise, aiant telle raison à la A B, comme ✓2 à ✓3. *Demonstration.* Posons que A B soit ✓3, mais comme ✓3 à ✓2, ainsi (par la construction) A B ✓3, à B C, doncques B C faict ✓$1\frac{1}{3}$; Mais le rectangle de A B ✓3, en B C ✓$1\frac{1}{3}$ faict ✓2, egal au quarré de BD, parquoi BD faict ✓2; Il y a doncques telle raison de B D, à A B, comme de ✓2, à ✓3; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Si les nombres donnez fussent ✓2, & 4, l'operation seroit semblable à la precedente, car l'on produiroit A B en C (par le moien du premier exéple) ainsi que A B, eust telle raison à B C, comme ✓2 a 16, qui sont les quarrez des nombres donnez, & puis comme dessus.

Mais si les nombres donnez fussent ✓3, & ✓5, l'on produiroit A B en C, ainsi que A B eust telle raison à B C, comme ✓3 a 5, qui sont les quarrez des nombres donnez, & puis comme dessus.

Et si les nombres donnez fussent ✓3, & ✓6, l'on produiroit A B en C, par le moien de ce second exemple, ainsi que A B eust telle raison à B C, comme ✓3, à ✓6, qui sont les quarrez des nombres donnez & puis comme dessus. Et ainsi en racines de racines quelconques.

EXEMPLE III.

Explication du donné. Soit donné la ligne A B, & nombres donnez ✓10 + ✓15 + 2, & ✓7. *Explication du requis.* Il faut trouuer vne ligne en telle raison à la A B, comme ✓10 + ✓15 + 2, à ✓7.

Construction

Digitized by Google

Construction. On trouuera par le premier exemple la ligne C D, en telle raiſon à la A B, comme $\surd 10$ à $\surd 7$, ſemblablement D E en telle raiſon à la A B, comme $\surd 15$, à $\surd 7$, puis E F en telle raiſon à A B, comme 2 à $\surd 7$.

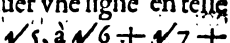
Ie di que C F, eſt la ligne requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

NOTA. Mais ſ'il y euſt eu aux donnez quelque nom auec —, par exemple $\surd 10 + \surd 15 - 2$, & $\surd 7$ on trouueroit les noms comme deſſus, mais le dernier nom E F, ne ſe aiouſteroit pas à la C E comme deſſus, mais ſe couperoit de la meſme, comme en ceſte figure; de ſorte que C F ſeroit la ligne requiſe.



EXEMPLE XIIII.

Explication du donné. Soit donné la ligne A B, & les nombres donnez $\surd 3 + \surd 5$, & $\surd 6 + \surd 7 + \surd 2$. *Explication du requis.* Il faut trouuer vne ligne en telle raiſon à la A B, comme $\surd 3 + \surd 5$, à $\surd 6 + \surd 7 + \surd 2$. *Conſtruction.* Poſons que A B face $\surd 6 + \surd 7 + \surd 2$, & coupons de la meſme quelque ſon nom (par le ſuiuant 2 probleme) qui ſoit A C, faiſant $\surd 6$. Puis ſe trouuera la ligne D E, (par le 1 exemple) en telle raiſon à la A C, comme $\surd 3$ à $\surd 6$, puis la ligne E F, en telle raiſon à la A C, comme $\surd 5$ à $\surd 6$.

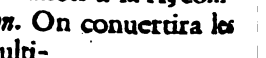


Ie di que D F eſt la ligne requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par les precedens.

Digitized by Google

Exemple v.

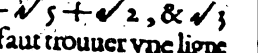
Explication du donné. Soit donné la ligne A & nombres donnez $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ & $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer vne ligne en telle raiſon à la A, comme $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ à $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}+10}$. *Conſtruction.* On conuertira les nombres rompuz donnez, en multinomies nombres entiers de la meſme raiſon des dõnez, les multipliant par croix c'eſt à dire $\sqrt{3}+\sqrt{6}$ par $\sqrt{2}+\sqrt{3}$, faict $\sqrt{6}+\sqrt{12}+3+\sqrt{18}$; Puis $\sqrt{5}+\sqrt{7}$ par $\sqrt{2}+\sqrt{5}$, faict $\sqrt{10}+5+\sqrt{14}+\sqrt{35}$.



Puis ſe trouuera par le precedent 4e exemple la ligne B en telle raiſon à la A, comme $\sqrt{6}+\sqrt{12}+3+\sqrt{18}$, à $\sqrt{10}+5+\sqrt{14}+\sqrt{35}$. Ie di que B eſt la ligne requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte.

Exemple vi.

Explication du donné. Soit donné la ligne A, & nombres donnez $\sqrt{\text{trino.}}\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{2}$, & $\sqrt{3}+\sqrt{2}$. *Explication du requis.* Il faut trouuer vne ligne en telle raiſon à la A, comme $\sqrt{\text{trino.}}\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{2}$, à $\sqrt{3}+\sqrt{2}$. *Conſtruction.* On trouuera la ligne B, par le 4e exemple, en telle raiſon à la A, comme $\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{2}$, à $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, Puis on prendra la racine quarrée de ladicte B, par le ſuiuant 3e probleme laquelle ſoit C. Ie di que C, eſt la ligne requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte.



Concluſion. Eſtant doncques donnée ligne droicte, & deux

deux nombres, nous auons trouué vne ligne droicte en telle raiſon à la donnée, comme le nombre au nombre, ce qu'il falloit faire.

COROLLAIRE I.

Il eſt manifeſte par les precedens, comment l'on pourra faire vne multinomie ligne, conforme au multinomie nombre donné, ſans preſcripte meſure. Par exemple, l'on veut faire quelque multinomie ligne de $\sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{7}$; ie mects quelque ligne à plaiſir AB, poſant quelle valle $\sqrt{6}$, puis ie trouue à la meſme, la ligne BC, par le 1 exemple, en telle raiſon à la AB, comme $\sqrt{5}$ à $\sqrt{6}$, puis CD, en telle raiſon à AB, comme $\sqrt{7}$ à $\sqrt{6}$; & la ligne ABCD, ſera la multinomie ligne conforme au nombre donné.



COROLLAIRE II.

Il eſt auſſi notoire, comment l'on pourra faire vne multinomie ligne ſelon quelque ſon nom donné. Par exemple l'on veut faire vne multinomie ligne de $\sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{2}$, de laquelle le nom $\sqrt{5}$ eſt AB. L'on trouuera BC, en telle raiſon à AB, comme $\sqrt{7}$, à $\sqrt{5}$, puis CD, en telle raiſon à AB, comme $\sqrt{2}$, à $\sqrt{5}$.



COROLLAIRE III.

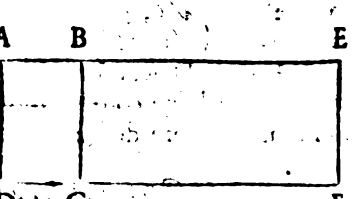
Il appert qu'on pourra faire vne binomie ligne ſelon quelque meſure donnée. Ie prens que l'on euſt requis au 3 exemple vne multinomie ligne de

Digitized by Google

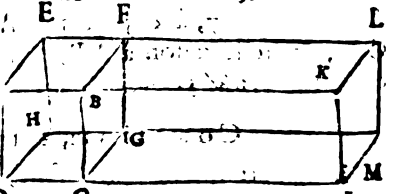
√10 + w 15 + 2, de telle longueur comme A B faict √7, & nous dirions que C F est la ligne requise.

COROLLAIRE IIII.

Il est manifeste, comment on pourra faire vne multinomie superfice, ou multinomie corps, conforme aux multinomies lignes des precedens trois Corollaires. Prennons en quelque exemple semblable à celui du troisiesme Corollaire; & soit la mesure donnée le parallelogramme A B C D, duquel la superfice soit √3; & le multinomie nombre donné √8 + w 17 + 4 — √7. On produira quelque costé comme A B, iusques en E, ainsi que B E, aie telle raison à la A B, comme √8 + w 17 + 4 — √7, à √3, & puis l'on parfera le parallelogrāme B E F C. Et est manifeste par la 1 proposition du 6 liure d'Euclide, que le mesme parallelogramme B E F C sera le parallelogramme requis.



Mais si la mesure donnée fust le parallelepipede A B C D E F G H, duquel la quantité fust √3, & le multinomie nombre donné √8 + w 17 + 4 — √7, L'on produiroit quelque costé cōme D C, iusques a I, ainsi que C I auroit telle raison a D C, comme √8



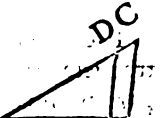
Digitized by Google

me √8 + √17 + 4 — √7, a √3, & puis l'on parferoit le parallelepipede BKICFLMG, & est manifeste par la 1 proposition du 6e liure, & la 25 proposition de 11 liure d'Euclide, que ledict parallelepipede seroit le requis.

PROBLEME II.

De la ligne droicte donnée, Couper partie requise.

NOTA. Ce probleme est la 9 proposition du 6 liure d'Euclide, la ou la requise partie aux exemples de la mesme, est tousiours expliquée par nombres Arithmetiques; Mais l'on peut aussi bien requirer partie à la ligne donnée incommensurable, que commensurable, nous descriprons doncques ici pour parfection d'icelle proposition, la maniere de couper parties incommensurables. *Explication du donné & requis.* Soit la ligne donnée A B, de laquelle il faut couper sa √$\frac{1}{3}$. *Construction.* On menera du point A, quelque ligne A C, faisant quelque angle B A C, posant que la mesme A C face √3, nominateur donné; puis l'on trouuera A D (par le precedent 1 probleme) en telle raison à A C, comme √1 numerateur donné, à √3 nominateur donné, puis se menera la ligne C B, & sa parallele D E. Ie dis que A E est la requise √$\frac{1}{3}$ de la donnée A B; *Demonstration.* La ligne A D, à telle raison à la ligne A C, comme √1, à √3, par la construction; mais comme A D a A C, ainsi A E a A B, par la 12 proposition du 6 liure d'Euclide; Doncques



Digitized by Google

AE à telle raison a AB, comme $\sqrt{1}$ a $\sqrt{3}$, parquoi AE est $\sqrt{\frac{1}{3}}$ de AB; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous auons doncques coupé partie requise de la ligne donnée, ce qu'il falloit faire.

NOTA 1. Si l'on eust voulu couper de la ligne AB ci dessus, sa $\frac{\nu 2+\nu 3}{\nu 7+\nu 6+\nu 5}$, lon diroit AC faire $\sqrt{7}+\sqrt{6}+\sqrt{5}$, & de la mesme se couperoit la ligne AD, faisant $\sqrt{2}+\sqrt{3}$, puis menant les paralleles CB & DE comme dessus, l'on auroit le requis.

Mais si lon eust voulu couper de ladicte ligne AB, sa $\frac{\nu\, bino.\, \nu 5+\nu 3}{\nu\, trino.\, \nu 8+\nu 3+\nu 2}$, lon diroit AC faire $\sqrt{trino.}\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{2}$ & de la mesme se couperoit la ligne AD (laquelle se trouueroit par le 6 exemple du premier probleme) faisant $\sqrt{bino.}\,5+\sqrt{5}$, puis menant les paralleles CB & DE comme dessus, l'on auroit le requis.

NOTA 11. Il faut que le nominateur du nombre donné, soit touſiours maieur que le numerateur, par exemple si quelcun requiroit d'auoir coupé d'vne ligne sa $\frac{3}{2}$, ou $\sqrt{\frac{1}{4}}$ ce seroit petition de l'impossible, veu que toute partie est moindre que son entier.

COROLLAIRE 1.

Il est manifeste par ce probleme, comment l'on trouuera les noms de toute multinomie ligne donnée, par exemple de AB faisant $\sqrt{8}+3+\sqrt{15}+\sqrt{10}-\sqrt{5}$. Car l'on feroit quelque multinomie ligne (par le premier Corollaire du premier probleme) conforme au multinomie nombre donné, laquelle soit AC, les noms



Digitized by Google

noms de laquelle soient A D √8, D E 3, E F √15, F G √10, G C √5, puis on menera la ligne C B, & ses paralleles F K, E I, D H, de sorte que A H √8, H I 3, I K √15, K B √10 — √5 seroient les noms requis.

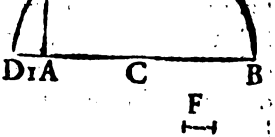
COROLLAIRE II.

Il est aussi notoire, comment l'on pourra couper toute superfice & corps, conforme à la maniere de section de la ligne A B, du precedent premier Corollaire, comme nous auons faict le semblable aux Corollaires du precedent premier probleme.

PROBLEME III.

Estant donnée ligne nombre expliquée: Trouuer sa racine quarré.

Explication du donné. Soit donnée la ligne A B, de laquelle la quantité soit √8 + √15 + √255 + 4 — √80 *Explication du requis.* Il faut trouuer sa racine quarrée. *Construction.* On coupera par le precedent 2 probleme, quelque nom de la ligne donnée A B, soit A C, respondant à √8. Puis on trouuera par le 1 probleme quelque ligne droicte en telle raison à la A C, comme 1 à √8, qui soit la ligne A D; Puis se trouuera par le 13 probleme du 6e liure d'Euclide,



la ligne moienne proportionelle entre D A & A B, qui soit A E. Ie di que A E est la racine quarrée requise de A B. *Demonstration.* Veu que A E est la moienne ligne

Digitized by Google

proportionelle entre la ligne donnée A B, & la D A, respondante à l'vnité de ladicte A B, s'ensuit par la precedente 5ᵉ definition, que A E est la racine quarré de A B, ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné ligne nombre expliquée, nous auons trouué sa racine quarrée; ce qu'il falloit faire.

NOTA I. Il est manifeste par ce probleme comment on trouuera de la ligne donnée toute racine quarrée de racine quarrée, iusques en infini; Par exemple, pour auoir la racine de racine de la ligne A B ci dessus, on trouuera la ligne moienne proportionelle entre D A, & A E, qui soit F, doncques F est la racine quarreé de racine quarrée de A B. Et de mesme sorte se pourroit trouuer la ligne moienne proportionelle entre D A, & F, qui seroit racine de racine de racine, de A B, & ainsi on pourroit proceder en infini.

NOTA II. Quant aux extractions des racines cubiques, & autres operations des mesmes qui se rencontrent en nombres, nous les sçaurions legitimement imiter en grandeurs, si l'on sçeut trouuer geometriquement deux lignes moiennes proportionelles entre deux lignes donnees, car racine cubique de ligne, c'est la consequente de deux lignes moiennes proportionelles, entre la ligne donnée, nombre expliquée, & la ligne respondante à l'vnité de la donnée. Vrai est que si l'on se vouluſt contenter (comme à faict Archimede en sa description de la sphere & cylindre, & autres) des inuentions de deux lignes moiennes proportionelles, par quelque maniere des inuentions de Platon, Heron, Phylon Byſantin, Appollone, Diocle, Pappe, Spore, Menechme, Archite, Eratoſtene, ou Nicomede, l'on pourroit proceder de mesme ordre en racines cubiques

Digitized by Google

cubiques, comme nous auons faict ci dessus en racines quarrees: Et le semblable s'entendra d'autres racines quelconques, comme de quinte, sexte quantité, &c. lesquelles se trouuent generalement par l'instrument d'Eratostene, mais nous n'en donnons point des exemples, parce qu'estant cognues telles racines, la reste est notoire par ce qui en est dict ci dessus.

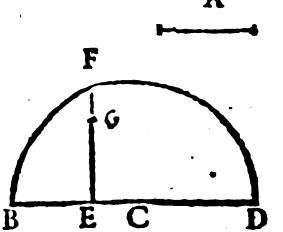
Il est aussi à considerer, qu'estant composé quelque multinomie ligne de racines cubiques ou autres auec racines quarrees, ou nombre Arith. que l'on peut souuent parfaictement operer par icelles. Par exemple estant quelque multinomie ligne A B, de $\surd 7 + \surd 5 + \surd ③ 4$, de laquelle soit cogneu le nom A C de $\surd 7$, l'on peut aussi trouuer les deux autres noms, car coupant de la C B, la ligne C D, en telle raison à le A C, comme $\surd 5$ à $\surd 7$, la reste D B sera le nom de $\surd ③ 4$. Item si quelque multinomie ligne fust de $\surd 2 + \surd ③ 5 + \surd ⑤ 7$, & que le nom $\surd 2$ fust cogneu, il est notoire qu'on pourra extraire legitimement racine quarrée de telle ligne, & ainsi de plusieurs autres semblables.



NOTA III. Nous auions promis au commencement de ce traicté, d'exhiber la maniere des constructions des douze binomies lignes auec leurs racines descriptes au 10e liure d'Euclide, ce que nous auons abondamment faict aux trois precedens problemes, non seulement de binomies, mais de noms en multitude infinie; Toutesfois nous donnerons en plus grande euidence, encore vn exemple propre de binomie ligne cinquiesme, par la construction de laquelle tou-

Digitized by Google

tes les autres seront encore plus manifestes en ceste sorte: *Il y a quelque ligne* A, *faisant* ✓3, *l'on requiert vne binomie ligne cinquiesme, diuisee en ses noms, de* ✓12 + 2, *à scauoir telle* ✓12 + 2, *comme* A *faict* ✓3; *Puis l'on veut que de telle binomie ligne s'extraicte racine quarrée, & que la mesme racine soit diuisée, en les parties de laquelle elle est composée.* L'on trouuera par le precedent premier probleme la ligne BC, en telle raison à la ligne A, comme ✓12 à ✓3, puis la ligne C D, en telle raison à la A, comme 2 a ✓3, & B C D, sera la binomie ligne requise. Puis se tirera sa racine par le 3e probleme, qui soit E F. Or à fin de diuiser ceste racine E F en les parties de laquelle elle est composée, i'extrais premierement racine quarrée du nombre ✓12 + 2, qui est par le 39 probleme de nostre Arithmetique) ✓*bino.*✓3 + ✓2 + ✓*bino.*✓3 — ✓2. Il faut doncques que l'vne partie de ceste ligne soit de ✓*bino.*✓3 + ✓2, & l'autre ✓*bino.*✓3 — ✓2, parquoi diuisée la ligne E F, par le second probleme en G, ainsi que E G, aie telle raison à G F, comme ✓*bino* ✓3 + ✓2, à ✓*bino.*✓3 — ✓2, l'on aura le requis. Nous pourrions donner semblables exemples de toutes les autres onze binomies lignes, qui sont descriptes audict 10e liure d'Euclide. Mais veu que le progres est en toutes le mesme, voire non pas seulement en ces 11 binomies lignes, mais en infinies autres, ce seroit inutile perdition de temps. Voila doncques ce que nous auions promis.



Fin de la seconde partie.

Digitized by Google

APPENDICE DES INCOMMENSVRABLES GRANDEVRS.

En laquelle eſt ſommairement declaré, le contenu du Dixieſme Liure d'Euclide.

COMBIEN qu'au precedent ſemble aſſez declairé, ce que nous auions conceu à deſcripre des Incommenſurables Grandeurs; Toutesfois voiant que par tel ſolide fondament tout le Dixieſme liure d'Euclide (contenant ſelon Bartholome Zambert Venetien 118 propoſitions, deſquelles les 94 ſont Theoremes, & 24 Problemes) eſtoit manifeſte au premier regard, i'en ay voulu deſcripre ceſte Appendice.

DISTRI-

Digitized by Google

DISTRIBVTION DES CXVIII. PROPOSITIONS DV X^e. Liure d'Euclide, en tel ordre comme elles seront declairees en ceste Appendice.

CONSIDERANT les qualitez des susdictes 118 propositions, nous les auons distingué en trois parties, lesquelles descriprons ci apres distinctement. La premiere partie contiendra 30 propositions telles 1^e. 2^e. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 29. 30. 31. 32. & sont celles qui seruent pour preparations des constructions & demonstrations des douze binomies lignes, & de leurs racines.

La seconde partie contiendra 17 propositions telles la 48^e. 49^e. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 27. 28. 33. 34. 35. & sont tous problemes des constructions des douze binomies lignes & de leurs racines.

La troisiesme partie contiendra 71 propositions telles; la 36^e. 37^e. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 114. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 66. 67. 68. 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117. 108. 109. 110. 71. 72. 112. 113. 111. 115. 118. & sont tous theoremes demonstrans quelques proprietez des douze binomies lignes & de leurs racines.

LA PRE-

Digitized by Google

LA PREMIERE PARTIE DE L'APPENDICE.

LES 30 propositions que nous auons comprins en ceste premiere partie, comme preparations des constructions & demonstrations des douze binomies lignes & de leurs racines sont (comme dessus dict est) la 1e. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 29. 30. 31. 32. des mesmes la 1e. 5. 6. 7. 8. 9. 11. 12. 13. 14. 15. 16. sont manifestes, & la plus part d'icelles consiste en communes sentences, comme par exemple la 12 proposition qui est telle:

Grandeurs qui à vne mesme grandeur sont commensurables, sont aussi entre elles commensurables.

Quant aux propositions la ou il y a faict mention de nombres, comme ceste cinquiesme:

Grandeurs commensurables, ont telle raison entre elles, comme nombre à nombre.

Par les mots *comme nombre à nombre*, il faut entendre comme nombre Arithmetique, à nombre Arithmetique. Car l'vn des deux nombres incommensurables, n'y est pas tenu pour nombre, ce que nous auons refuté soubs la 31e definition de l'Arithmetique.

Quant aux autres propositions de ceste premiere partie, comme la 2e. 3. 4. 10. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 29. 30. 31. 32. la 2e est telle:

Si de deux grandeurs inegales données, on coupe touſiours la moindre de la maieure, & que la reſte ne meſure iamais ſa grandeur precedente; Telles grandeurs ſont incommenſurables. Nous en auons dict ci deuant, à ſçauoir que c'est

position

Digitized by Google

position de l'impossible, à fin que le possible s'entendroit plus facilement.

La troisiesme & quatriesme propósition sont problemes semblables à la precedente 2e proposition, à sçauoir par lesquels on enseigne l'inuention de la commune mesure de deux & trois grandeurs commensurables, sans nombres, c'est à dire par l'impossible, à fin d'ainsi declairer aucunement le possible.

La 10e proposition est telle:

A la proposée ligne droicte, Trouuer deux lignes droictes incommensurables, l'vne en longueur seulement, l'autre aussi en potence.

Or si on aiouste à l'explication de ceste proposit. tous les propres nombres y diffaillans, la chose sera notoire.

Et semblablement seront notoires les propositions 17e. 18. 29. 30. 31. 32.

La 19 proposition est telle:

Le rectangle contenu soubs deux lignes rationelles en longitude commensurables selon aucune desdictes manieres, sera rationel.

C'est à dire selon nostre maniere:

Le rectangle contenu soubs deux lignes expliquees par nombres commensurables, selon aucune desdictes manieres, s'expliquera par nombre Arithmetique.

Comme par exemple, si l'vn costé d'vn rectangle fust 2, & l'autre 3, qui sont commensurables, la superfice s'expliquera par 6, qui est nombre Arith. Ou bien, si l'vn costé fust ✓3, & l'autre ✓12, qui sont commensurables par le 20e probleme de l'Arithmetique, la superfice s'expliquera par 6, qui est aussi nombre Arithmetique. Ou si l'vn costé fust ✓2 & l'autre ✓8, qui sont commensurables selon les conditions qui precedent

Digitized by Google

dent à ladicte 19 proposition, la superfice s'expliquera par nombre Arithmetique 2.

NOTA. Il y a encore infiniz tels rectangles d'autres especes de lignes, pas comprins en ceste proposition. Par exemple le rectangle contenu soubs $\sqrt{8}$, & $\sqrt{32}$, sera 2. Item le rectangle contenu soubs $\sqrt{8}$, & $\sqrt{8192}$, sera 2, &c.

La 20e proposition est la conuerse de la 19e.

La 21e proposition est telle:

Le rectangle contenu soubs deux lignes droictes, desquelles les potences seulement sont commensurables, est irrationnel, & la ligne le pouuant, est irrationelle, & s'appelle linea media.

Comme si l'vn costé d'vn rectangle fust $\sqrt{3}$, & l'autre $\sqrt{2}$, (desquelles les potences seulement sont commensurables) la superfice à sçauoir le produict de $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$) sera $\sqrt{6}$. Et ledict rectangle conuerti en vn quarré le mesme quarré aura son costé (qui est la ligne pouuant le rectangle) de $\sqrt{6}$, lequel costé ou laquelle ligne selon Euclide, est irrationelle, & l'appelle *linea media*.

NOTA. Nous mettons ici les noms de quelques lignes & superfices en Latin, parce qu'ils ne sont en François guerres en vse, aussi qu'ils n'y semblent fort necessaires. Par exemple pour signifier la racine de douziesme binomie ligne, elle se dict *Cum medio medium totum efficiens.* Dont le sens est que c'est vne ligne au quarré moien de laquelle aiousté le quarré moien de quelque certaine autre ligne, fera l'entier rectangle moien.

La 22e proposition est la conuerse de la 21.

La 23e proposition est telle:

La ligne

Digitized by Google

La ligne commensurable a linea media *est aussi* linea media.

La demonstration (veu que les lignes sont en la mesme raison que leurs nombres) est manifeste par le 1 Corollaire du 2 theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique.

La 24e proposition est telle:

Le rectangle comprins soubs deux lineis mediis *en longitude commensurables, s'appelle* rectangulum medium.

Comme si l'vne *linea media* fust $\sqrt{2}$ & l'autre à lui commensurable $\sqrt{32}$ (car elles sont en double raison) la superfice (car multipliant $\sqrt{2}$ par $\sqrt{32}$ faict $\sqrt{8}$) sera $\sqrt{8}$, & telle superfice s'appelle par Euclide *Rectangulum medium.*

La 25 proposition est telle:

Le rectangle comprins soubs deux lineis mediis *desquelles les potences seulement sont commensurables sera* rectangulùm rationale *ou* medium.

Comme si l'vne *linea media*, d'vn rectangle fust $\sqrt{2}$, & l'autre $\sqrt{8}$ (desquelles les potences sont commensurables, car elles sont en raison double) la superfice (car multipliant $\sqrt{2}$ par $\sqrt{8}$ faict 2) sera 2, laquelle superfice Euclide appelle *rationale*. Mais si l'vne *linea media*, d'vn rectangle fust $\sqrt{3}$, & l'autre $\sqrt{12}$ (desquelles les potences sont aussi commensurables car elles sont en raison double) la superfice (car multipliant $\sqrt{3}$ par $\sqrt{12}$ faict $\sqrt{6}$) sera $\sqrt{6}$, laquelle superfice Euclide appelle *Medium.*

La 26 proposition est telle:

Soubstraict mediale *de* mediali *la reste sera rectangulum irrationale.*

Soit

Digitized by Google

Soit quelque *mediale* $\sqrt{32}$, & soubstrahons du mesme vn *mediale* premierement à lui commensurable, comme $\sqrt{2}$, & restera vn rectangle de $\sqrt{18}$, qui (selon Euclide) est *irrationale*. Mais si de $\sqrt{32}$, on soubstraict quelque rectangle à lui incommensurable, comme $\sqrt{3}$, la reste sera rectangle de $\sqrt{32} - \sqrt{3}$, lequel selon Euclide est aussi *irrationale*.

SECONDE PARTIE DE L'APPENDICE.

LES 17 propositions que nous auons comprins en ceste seconde partie qui sont les problemes des constructions des douze binomies lignes & de leurs racines, sont la 48e. 49. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 27. 28. 33. 34. 35. Des mesmes la 48e. 49. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. sont des constructions des douze binomies lignes, qui seroient faciles, si l'on y appliquoit par tout en bon ordre leurs nombres inseparables : Mais veu que nous les auons descript ci deuant par maniere plus briefue plus commode, & generale, & outre cela selon mesure donnée, ce qui ne se faict pas ici, nous n'expliquerons pas au long ces constructions.

Les propositions 27e. 28. 33. 34. 35. sont les constructions ou iuuentions des parties, desquelles se composent les racines des binomies lignes, à sçauoir.

La 27 proposition enseigne l'inuention de deux *lineis mediis*, lesquelles aioustees en vne ligne droicte, toute la ligne sera (par la 37 proposition du 10e liure

Digitized by Google

d'Euclide) *ex binis mediis prima* que nous appellons racine de seconde binomie ligne. Mais si on soubstraict vne ligne egale à la moindre ligne, de la maieure, la reste sera (par la 74 proposition du 10 d'Euclide) *media apotome prima*, que nous appellons racine de huictiesme binomie ligne.

La 28 proposition enseigne l'inuention de deux autres *linеis mediis*, lesquelles aiousteés en vne ligne droicte, toute la ligne sera (par la 38 proposition du 10 d'Euclide) *ex binis mediis secunda*, que nous appellons racine de troisiesme binomie ligne. Mais si on soubstraict vne ligne egale à la moindre ligne, de la maieure, la reste sera (par la 75 proposition du 10 d'Euclide) *media apotome secunda*, que nous appellons racine de neufiesme binomie ligne.

La 33 proposition enseigne l'inuention de deux lignes, lesquelles aiousteés en vne ligne droicte, toute la ligne sera (par la 39 proposition du 10 d'Euclide) *linea maior*, que nous appellons racine de quatriesme binomie ligne. Mais si on soubstraict vne ligne egale à la moindre ligne, de la maieure, la reste sera (par la 76 proposition du 10 d'Euclide) *linea minor*, que nous appellons racine de dixiesme binomie ligne.

La 34 proposition enseigne l'inuention de deux lignes, lesquelles aiousteés en vne ligne droicte, toute la ligne sera (par la 40 proposition du 10 d'Euclide) *rationale medium q. potens*, que nous appellons racine de cinquiesme binomie ligne. Mais si on soubstraict vne ligne egale à la moindre, de la maieure, la reste sera (par la 77 proposition du 10 d'Euclide) la ligne dicte *cum rationali medium totum efficiens*, que nous appellons racine de onziesme binomie ligne.

La 35

Digitized by Google

La 35e proposition enseigne l'inuention de deux lignes, lesquelles aioustees en vne ligne droicte, toute la ligne sera (par la 41 proposition du 10 d'Euclide) *bina media potens*, que nous appellons racine de sixiesme binomie ligne. Mais si on soubstraict vne ligne egale à la moindre de la maieure, la reste sera (par la 78 proposition du 10 d'Euclide) la ligne dicte *cum medio medium totum efficiens* que nous appellons racine de douziesme binomie ligne.

NOTA I. Nous ne descripuons pas ici au long ces constructions des racines de binomies lignes, veu qu'elles se peuuent expedier plus facilement par le precedent traicté.

NOTA II. La racine de premiere & septiesme binomie ligne, ne se descript pas ci dessus, parce que ce sont tousiours aussi binomies lignes, la construction desquelles Euclide auoit descript aux precedens.

TROISIESME PARTIE DE L'APPENDICE.

LES 71 propositions que nous auons comprins en ceste troisiesme partie, qui sont theoremes de quelques proprietez des 12 binomies lignes & de leurs racines, sont la 36e. 37. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 114. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 66. 67. 68. 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117. 108. 109. 110. 71. 72. 112. 113. 111. 115. 118. des mesmes les douze,

Digitized by Google

à ſçauoir la 36e. 37. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. demonſtrent, que ſi l'on compoſe & ſoubſtraict les lignes des propoſitions 27e. 28. 33. 34. 35. comme nous auons dict à la precedente ſeconde partie de l'Appendice, que tels conioincts & reſtes (y applicant encore la conſtruction d'vne binomie ligne & d'vn apotome qui ſont les racines de la premiere & ſeptieſme binomie ligne) ſeront les douze racines des douze binomies lignes, ce qui eſt notoire par ce que les lignes ſont en la meſme raiſon & qualité que leurs nombres.

Les propoſitions 42e. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84. demonſtrent, que toutes les racines des douze binomies lignes, ne ſe peuuent diuiſer en autre poinct, qu'au meſme la ou elles ſont diuiſees, tellement qu'alors les deux parties de la ligne, facent enſemble quelque eſpece de racine de binomie ligne. Et pour le declairer, nous deſcriprons & expliquerons la 42 propoſition telle :

La binomie ligne ſe diuiſe ſeulement à vn poinct en deux noms.

Soit quelque binomie ligne A B, de $\sqrt{2}+\sqrt{7}$, & le poinct de la diuiſion ſoit C, ainſi que A C faict $\sqrt{2}$, & C B $\sqrt{7}$. Puis ſoit D (ſ'il fuſt poſſible) quelque autre poinct, diuiſant A B en deux noms; Doncques les nombres A $\sqrt{2}$ C D $\sqrt{7}$ B explicans les lignes A D & D B, ſeront autre binomie nombre, egal au binomie nombre donné, ce qui eſt contre le premier theoreme apres le 45 probleme de l'Arithmetique. Doncques la binomie ligne ſe diuiſe ſeulement à vn poinct en deux noms. Et ſemblable ſera la demonſtration

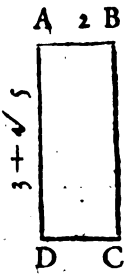
Digitized by Google

ſtration des propoſitions 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84.

La 54e propoſition eſt telle :

Si quelque ſuperfice eſt continue ſoubs vne ligne rationelle, & vne binomie ligne premiere : La ligne pouuant telle ſuperfice, ſera binomie ligne.

Soit la ſuperfice A B C D, contenue ſoubs la ligne rationelle (comme l'appelle Euclide) A B 2, & ſoubs la binomie ligne premiere A D $3 + \sqrt{5}$, leur produict pour la ſuperfice ſera $6 + \sqrt{20}$, duquel la racine (pour ligne pouuant telle ſuperfice) eſt (par le 1 exemple du 39 probleme de l'Arithmetique) $\sqrt{5} + 1$, qui eſt binomie ligne comme dict eſt en la propoſition.



La raiſon de la conſequence du theoreme eſt notoire (veu que les grandeurs ſont entre elles en la meſme raiſon que leurs nombres) par le 2 theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique la ou il eſt demonſtré, que ſi on multiplie ou diuiſe multinomie nombre par nombre Arithmetique, le produict ou quotient ſera multinomie nombre de meſme multitude de noms & de meſme ordre, comme le multinomie multiplié ou diuiſé. Et ſemblable ſera la demonſtration des propoſitions 55e. 56. 57. 58. 59. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 114.

Les propoſitions 60e. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. ſont les conuerſes des douze precedentes.

La 66e propoſition eſt telle :

La ligne commenſurable à vne binomie ligne, eſt auſſi binomie ligne & de meſme ordre.

Digitized by Google

Soit binomie ligne A B $3 + \sqrt{2}$, & vne autre ligne comme C D, qui soit commensurable à la A B, comme son double, & sera de $6 + \sqrt{8}$. Or que C D est du mesme ordre que A B, est manifeste par la 4^e^ definition du precedent traicté, car & l'vne & l'autre est binomie ligne quatriesme en l'ordre.



Et semblable sera la demonstration des propositions 67^e^. 68. 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117.

La raison de la consequence du theoreme est notoire par ledict 2 theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique.

NOTA. La 105^e^ & 106^e^ propositions sont en nostre exemplaire les mesmes, ce que sont aussi la 116^e^ & 117^e^.

La 108 proposition est telle:

D'vn rectangle rationali, *soubstraict vn rectangle* medium, *la ligne pouuant la reste sera* Apotome, *ou* linea minor.

Soit d'vn rectangle *rationale* 3, soubstraict vn rectangle *medium* $\sqrt{5}$ la reste sera vne superfice de $3 - \sqrt{5}$ & la ligne pouant ceste superfice (c'est à dire la racine quarreé de $3 - \sqrt{5}$) sera apotome, par le 7 exemple du 39 probleme de l'Arithmetique, parce que $3 - \sqrt{5}$ est septiesme binomie ligne. Mais si tel rectangle restant fust dixiesme binomie comme $5 - \sqrt{12}$, c'est manifeste que la racine du mesme sera racine de dixiesme binomie ligne, qui est selon Euclide, *linea minor*.

NOTA. La raison pourquoi la ligne pouuant la reste, ne peut estre autre ligne que l'vne de ces deux, est que

Digitized by Google

eſt que ſoubſtraict *mediale* de *rationali*, il n'y peut reſter autre ſuperfice que celle de laquelle les nombres ſont ſeptieſme ou dixieſme binomie en l'ordre.

Et ſemblable ſera la demonſtration des propoſitions 109e. 110. 71. 72.

La 112e. propoſition eſt telle:

Quod ex rationali ad irrationalem eámque ex binis nominibus appoſitũ latitudinem efficit apotomen, cuius nomina commenſurabilia ſunt nominibus eius, quæ ex binis nominibus eſt, & in eadem ratione, & inſuper apotome quæ gignitur, eandem habebit ordinem ei quæ ex binis nominibus eſt.

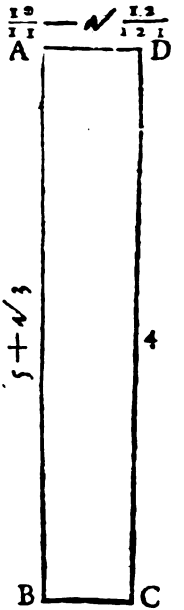
Le ſens eſt tel:

Si le rectangle fuſt expliqué par nombre Arithmetique, & que l'vn coſté fuſt binome ligne conioincte: l'autre coſté ſera binome ligne diſioincte, de laquelle les noms ſeront commenſurables, aux noms de la conioincte, & entre eux en la meſme raiſon comme les noms de la conioincte & la diſioincte ſera telle en l'ordre des diſioinctes, comme la conioincte, en l'ordre des conioinctes.

Soit le rectangle A B C D, expliqué par nombre Arithmetique comme 4, & l'vn coſté A B, ſoit binomie ligne conioincte, à ſçauoir $5+\sqrt{3}$. Puis diuiſant 4 par $5+\sqrt{3}$ donne quotient) par le 27 probleme de l'Arithmetique) pour la ligne A D, $\frac{10}{11}-\sqrt{\frac{12}{121}}$, laquelle A D, à toutes les conditions de la propoſition: Premierement elle eſt binomie ligne diſioincte: Au ſecond, ſes noms ſont commenſurables aux noms de la conioincte A B, car le nom $\frac{10}{11}$, & 5, ſont tous deux nombres Arithmetiques, ergo commenſurables. Et le nom $\sqrt{\frac{12}{121}}$, eſt au nom $\sqrt{3}$, auſſi commenſurable, par le 20 probleme de l'Arithmetique car ils ſont en telle raiſon comme 2 à 11: Au tiers, il y a telle raiſon

Digitized by Google

(par le 21e probleme de l'Arithmetique) de 5 à $\sqrt{3}$, comme de $\frac{10}{11}$ à $\sqrt{\frac{12}{121}}$: Au quatrieſme A D eſt telle binomie ligne en l'ordre des diſioinctes, à ſçauoir l'onzieſme, comme A B, en l'ordre des conioinctes, qui eſt la cinequieſme; Car la premiere binomie ligne ſe refere à la ſeptieſme, & la ſeconde à la huictieſme, &c.



Et ſemblable ſera la demonſtration de la 113e propoſition.

La 111e & 115e propoſition ſont manifeſtes.

La 118e propoſition (laquelle aucuns eſtiment de n'eſtre pas la propoſition d'Euclide) eſt telle:

Il nous faut demonſtrer que la diagonale du quarré eſt incommenſurable au coſté.

La demonſtration d'aucuns ſur ceſte propoſition, eſt eſtimée par quelques autres (combien qu'elle ſe faict par diuerſes inductions & aſſez longues) pour debile, & pas fermement demonſtrant le requis. Sa legitime demonſtration eſt telle:

Comme 1 a $\sqrt{2}$, ainſi tout coſté de quarré à la diagonale du meſme.

1 eſt à $\sqrt{2}$ incommenſurable:

Ergo le coſté eſt à la diagonale incommenſurable.

Fin de l'Appendice.

Digitized by Google

Conclusion de ceste œuure.

NOVS auons iusques ici declaré & descript au long, ce qui est contenu en bref aux argumens de ceste œuure; Prenez Ami Lecteur de bonne part nostre trauail, & bonne affection, attendant apres ceste vulgaire science d'Arithmetique, vne autre pour le present plus rare, nommée la WEEGCONST, c'est à dire la *Science de peser*. ensemble telles experiences comme sont deuenu en effect, par l'assistence & continuelle diligence, du tresdocte Seigneur Meur Iehan Cornets de Groot, lequel comme Philosophe louable, aiouste volontiers à toute theorie sa Pratique.

Attendez aussi auec moi, & cela de bref, les œuures Mathematiques, que divulguera nostre tresfamillier Mtre Ludolf van Collen; Personnage certes (si ie puis iuger par les experiences de noz continuelles communications en l'Agebre, Incommensurables Grandeurs, Centre de grauité, & autres de semblable estouffe) tant exerce en ceste discipline, & principalement en l'Algebre, que ses escripts ne prouffiteront pas seulement aux apprentis, mais donneront aussi contentement aux doctes. Viuez ce pendant en toute felicité.

Fin de la Pratique d'Arithmetique.

Digitized by Google

THESES MATHEMATIQVES.

THESE I.

QVE l'vnité eſt nombre.

THESE II.

Que nombres quelconques peuuent eſtre nombres quarrez, cubiques, de quarte quantité, &c.

THESE III.

Que racine quelconque eſt nombre.

THESE IIII.

Qu'il n'y à aucuns nombres abſurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou ſourds.

THESE V.

Que nombres comme 1. 2. 3. ou 12. 10. 6. 4. & ſemblables, ne ſont pas proportion Arithmetique.

THESE VI.

Que nombres comme 2. 4. 8. ou 2. 3. 4. 6. & ſem-

Digitized by Google

& ſemblables ne ſont pas proportion Geometrique, mais Arithmetique.

THESE VII.

Que nombres comme 153. 144. 136. & ſemblables ne ſont pas proportion Harmonique.

Nous auons traicté des ſuſdictes Theſes à la precedente Arithmetique, au commencement puis page 30^e^ 33^e^ 55^e^.

L'heure & lieu de leur expedition ſe declairera à temps oportun.

TABLE

Digitized by Google

TABLE DES CHOSES PRINCIPALES DE LA PRATIQVE D'ARITHMETIQVE

Selon l'ordre qu'elles ſont deſcriptes.

PREMIERE *partie de la Pratique d'Arithmetique des quatre computations rationelles,* *fol.* 7

Premiere diſtinction des quatre computations d'Argent 7

1 2 3 4 — *Probleme de leur* — *Addition* 8; *Soubſtraction* 10; *Multiplication* 11; *Diuiſion* 12

Deuxieſme diſtinction des quatre computations des raiſons 14

5 6 7 & 8 9. 10. & 11 — *Probleme de leur* — *Addition* 16; *Soubſtraction* 18; *Multiplication* 20; *Diuiſion* 23. 26. 27

Seconde partie de la Pratique d'Arithmetique de la computation proportionelle 28

Premiere diſtinction de la ſeconde partie de la pratique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle de trois 28

Du compendie de la reigle de trois 29

De la proportion renuerſe & alterne 36

Seconde diſtinction de la pratique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle de cinc 37

Definition de la reigle de cinc 37

Ses exemples 38. 39

Troiſieſme diſtinction de la Pratique d'Arithmetique qui eſt de la reigle de compaignie 40

Definition

Digitized by Google

Definition de la reigle de compaignie 40
Ses exemples 41.42.43.44
Quatrieſme diſtinction de la ſeconde partie de la pratique d'Arithmetique qui eſt de la reigle d'Alligation 44
Definition de la reigle d'Alligation 44
Ses exemples 44.45.46.47
Cincquieſme diſtinction de la ſeconde partie de la prati- d'Arithmetique qui eſt de la reigle d'Intereſt 47
Argument ſur la reigle d'Intereſt 49
Premier partie de la regle d'Intereſt des definitions 52
1c Definition du Capital 50
2 Definition d'Intereſt. 51
3 Definition de Raiſon d'Intereſt 51
4 Definition d'Intereſt ſimple 52
5 Definition d'Intereſt compoſé 52
6 Definition d'Intereſt prouffitable 53
7 Definition d'Intereſt dommageable 53
Seconde partie de la reigle d'Intereſt de l'operation 54
1e Propoſition d'Intereſt ſimple & prouffitable 54
2 Propoſition d'Intereſt ſimple & dommageable 59
3 Propoſition d'Intereſt compoſé & prouffitable 68
Conſtruction des Tables 69

Table

Digitized by Google

Table de	1	*pour* 100.	72
	2		73
	3		74
	4		75
	5		76
	6		77
	7		78
	8		79
	9		80
	10		81
	11		82
	12		83
	13		84
	14		85
	15		86
	16		87
Table du denier	15		88
	16		89
	17		90
	18		91
	19		92
	20		93
	21		94
	22		95

4 *Proposition d'Intereſt compoſé dommageable* 107

Appendice de la Regle d'Intereſt 117

Sixieſme diſtinction de la ſeconde partie de la pratique d'Arithmetique qui eſt de la Reigle de faux 121

Septieſme diſtinction de la ſeconde partie de la pratique d'Arithmetique qui eſt de la Diſme 131

La Preface 133

L'Argument 138

La

Digitized by Google

La premiere partie de la Diſme des Definitions 139
1 *Definition de la Diſme* 139
2 *Definition de Commencement* 140
3 *Definition de la Prime, Seconde, &c.* 140
4 *Definition de Nombres de Diſme* 141
Seconde partie de la diſme de l'operation 142
1 *prop. de* *Addition* 142
2 *prop. de* *Soubſtraction* 143
3 *prop. de* *Multiplication* 144
4 *prop. de* *Diuiſion* 146
Appendice de la Diſme 149
Art. 1 *des computations de l'Arpenterie* 149
Art. 2 *des comptes des meſureurs de Tapiſſerie* 152
Art. 3. *des comptes ſeruans à la Gauierie & aux meſures de tous tonneaux* 152
Art. 4 *des comptes de la Stereometrie en general* 154
Art. 5 *des computations Aſtronomiques* 156
Art. 6 *des comptes des maiſtres de monnoies, marchans & de tous eſtats en general* 157
Huictieſme diſtinction de la pratique d'Arithmetique qui eſt de nombres incõmenſurables appliquez à grandeurs. 160
La Preface 162
L'Argument. 170
Premiere partie des incommenſurables grandeurs qui eſt des definitions 171
1 *Definition des Incommenſurbles grandeurs* 172
2 *Definition de multinomie grandeur* 172
3 *Definition de Binomie grandeur* 172
4 *Definition de Binomie ligne premiere, &c.* 172
5 *Definition de Racine quarrée de ligne* 173
Seconde partie des incommenſurables grandeurs 174
1 *Probleme* 174

Digitized by Google

TABLE DES CHOSES PRINCIPALES DE LA PRATIQVE D'ARITHMETIQVE selon l'ordre de l'A B C.

A

ADDITION d'Argent. fol. 8
Additions des Raisons 16
Addition de Disme. 142
Appendice de la regle d'Interest 147
Appendice de la Disme. 149
Appendice des Incommensurables grandeurs 187

B

Binomie ligne quoi 172
Binomie ligne premiere, seconde, &c. 172

C

Capital quoi 50
Commencement de Disme quoi 140
Compendie de la reigle de trois 29
Comptes de Disme de l'arpenterie 249
Comptes de Disme des mesures de tapisserie. 152
Comptes de Disme seruans à la gaujerie & aux mesures de tous tonneaux. 152
Comptes de Disme de la Stereometrie en general. 154
Computations de Disme Astronomiques 156
Comptes de Disme des maistres des monnoies, marchans & de tous estats en general 157
Construction des Tables d'Interest 69

D

De partie de terme ne se peut compter interest composé 98
Disme quoi 139
Diuision d'Argent 12
Diuis. des raisons. 23. 26. 27
Diuision

Digitized by Google

Diuiſion de Diſme 146

I

Incommẽſurables grandeurs quoi 172
Intereſt quoi 51
Intereſt ſimple quoi 52
Intereſt compoſé quoi 52
Intereſt prouffitable quoi 53
Intereſt dommageable 53

M

Multiplication d'Argent 11
Multiplication des raiſons 20
Multiplication de Diſme 144
Multinomie grandeur quoi 172

N

Nombre de diſme quoi 141

P

Prime de Diſme quoi 140
Proportion renuerſé & alme. 36

R

Racine quarrée de ligne quoi 173
Raiſon d'Intereſt quoi 51
Reigle de trois 28
Regle de cinc. 37
Regle de compaignie 40
Regle d'Alligation 44
Regle d'Intereſt. 47
Regle des faux 121

S

Seconde de Diſme quoi. 140
Soubſtraction d'Argent. 10
Soubſtraction des Raiſons 18
Soubſtraction de Diſme. 143

T

Theoremes 15.19
Tables d'Intereſt depuis fol. 72 à 95

Digitized by Google

Page.18. Ligne.2. Quanti. liſé Quantitez. page 19. li.6. vn ſceut, li. on ſceut. page 21. li.19. ſi liſé ſi. pag.22 lig.2. conſiſtent liſé conſiſtant. pag. 23 lig. 19. ſemblableble liſé ſemblable. pag.27 lig.27 moitienne, liſé moienne. pag.28 ligne 18, 1 ou 4, liſé 3 ou 4. pag.38 lig.18 mombres, liſé nombres. pag.33 lig.17, prouuera il eſprouuera, liſé pourra il prouuer. pag.34 lig.6 entre eux liſé entre elles. pag.34 lig.32, que c'eſt celle la, liſé que celle la eſt rationelle. pa.39 lig.27, eſt ſeparé, liſé & ſeparé. pag. 43 lig.12, uombre, liſé nombre. pag.45 lig. 20, diſioninct, liſé diſioinct. page 60 lig.14. ſuperpatiente. liſé ſuperpartiente. pag.69 lig.20 d'auange, liſé d'auantage. pag.73 lig.7, CXVI, liſé XCVII pag.76, lig.22, en la quelle faict, liſé en laquelle ſe faict. pag.77 lig. nombre, liſé membre. pag.81 lig. 21, Puis en aiouſtera, liſé Puis on aiouſtera. pag.102 lig.28, leurs affinité, liſé leur affinité. pag.105 lig.6, appliquez, liſé appliquez. pag.111 lig. 22, trechant, liſé trenchant. page 124 lig.1, diexieſme, liſé dixieſme. pag.127 lig.12, quatuorſieſme, liſé quatorſieſme. pag.136 lig.7. ſ'ils, liſé ſ'elles pag. 149 ligne 18, AC √ 18, liſé AC, faict √ 18. page 158 lig 19. ſecond, liſe ſeconde. pag.159 lig.29 eſt 3 DC ℔, eſt 3 & D C. pag.166 lig.14, +22, liſé +72. pa.168 lig.9, doncques la, liſé dont la. pag.173 lig.7, les quotient liſé le qñotient. pag.180 lig.12, donc, liſé dont. pag. 185 lig.16, quantité, liſe qualité. pag.186 lig.27, ledict combien ledict, liſé combien ledict. pag. 196 lig. 24, eſt le, liſé & le. pa.202 lig.17, trouuer, liſé trouuuer. pag.204 lig. 16, de celle, liſé & de celle. pag.220 lig.14, ℔ 4, li ℔ 48 pag.227 lig.19, ſecond, liſé ſeconde. pag.231 lig.18, la demonſtration des ces exemples des multiplications precedentes

Digitized by Google

dentes eſt manifeſte par les demonſtrations des problemes, liſé La demonſtration de ce probleme eſt manifeſte par les demonſtrations des problemes des multiplications precedentes. pag.247 lig.6, eſant, liſé eſtant. pag.285, lig, 5, ie premier, li. le premier. pag. 297 lig. 20, & manifeſte, eſt manifeſte. pag.312 ligne 1, ② liſé. ①. pag.341 lig.25, + ③ ① A C, liſé + 3 ① A C. pag.343 lig.2, — ②, liſé — 6 ②. pag. 346 lig.9, $\sqrt{\frac{27}{4}} - \frac{2}{2}$ liſé $\sqrt{\frac{27}{4}} - \frac{3}{2}$ pag.350 lig.1, chaſcune li.chaſcun. pag. 356 lig.8, ſons li. ſont. pag.377 lig.13, ſoit 4, liſé ſont 4. pag.377 lig. 8, ſa à 1 ſec. ①, liſé ſa 1 ſec. ①. pag. 398 lig. 24, leſquelles, liſé leſquels. pag. 399 lig. 2. cognoiſſances, liſé cognoiſſance. pag. 399 ligne 30, (par ledict 67 prob.) liſé (par le 66 prob.) pag.432 ligne 6, d'icelles, liſé d'iceux. page 433 lig. 12, poinct, li. point. pag. 433 lig. 21, l'exmplaire, liſé l'exemplaire. pag.459.lig.19, $\frac{1}{12}$, liſé $\frac{17}{12}$. pag 574 lig.16, & $\frac{512}{2197}$ liſé eſt $\frac{512}{2.97}$. pag.608 lig.25, du meſmes liſé du meſme. pag. 613 ligne 6, ſai & 3. liſé faict 3.

Fautes de la Pratique Arithmetique.

Page 4. ligne 13, quant, liſé quand. pag. 6 lig.7, Cinc, d'Alligation, liſé Cinc de Compaignie d'Alligation. pag.6 ligne 20, Dixaine, liſé Diſme. pag.51 lig.6, 22, liſé 12. pag.130 lig.14, cognues, liſé cogneus. pag. 130 ligne 31, maniere, liſé matiere. pag. 140. ligne 4, tout nombre propoſé, liſé tout nombre entier propoſé. pag. 151 pour 4366, lig.4365. pag. 160 lig.26, l'ont deſia, ligne ſont deſia.

Nous auons dict à la Note de la 26e queſtion du premier liure de Diophante, que la meſme 26e queſtion eſt reduicte en ſa parfection, quant l'on partit

Digitized by Google

quelque nombre donné comme 10, en parties proportionelles aux parties trouuees $\frac{150}{23}$, 4, $\frac{120}{23}$, $\frac{114}{23}$: Mais puis apres considerant mieux la chose, ie voiois que telle partition de 10 ne se faisoit pas en vne maniere mais en infinies; Car si nous mettons 8 au lieu de 4 second en l'ordre en la construction de ladicte 26 question, les quatre nombres requis seront $\frac{300}{23}$, 8, $\frac{240}{23}$ $\frac{228}{23}$, & partissant 10 en parties proportionelles, auxdictes quatre nombres, les parties satisfaisans au requis seront autres que celles de la premiere partition.

Digitized by Google

Extraict du Priuilege.

HENRI par la grace de Dieu Roi de France & de Pologne. Aux Preuoſt de Paris, Bailly de Rouen, Seneſchal de Lyon, ou leurs Lieutenans, & à tous noz autres iuſticiers & Officiers, qu'il appartiendra, Salut. Noſtre chier & bien aimé *Chriſtophle Plantin, Imprimeur demourant en la ville d'Anuers*, nous à faict remonſtrer que pour le deſir & affection qu'il a eu de tout temps de ſeruir au public, il ſ'eſt cy deuant efforcé recouurer de toutes parts pluſieurs bons & rares liures & volumes en toutes ſortes de langues, artz, & ſciences, leſquelz il a mis en lumiere auec grandz fraiz & deſpens, eſperant par apres cuillir quelque fruict de ſon labeur. duquel neantmoins il à eſté le plus ſouuent fruſtré, à l'occaſion que les autres Imprimeurs de ceſtuy noſtre Roiaume, ſi toſt qu'ilz ont peu recouurer quelques copies de ſeſdicts liures, les ont faict rimprimer, vendre & debiter iceux: de ſorte que continuant à ce faire ledict Plantin ſouffriroit vne treſgrande perte, & par ce moien ſeroit demeu de continuer ſa vocation, choſe qui ſeroit de treſgrande conſequence & preiudice aux perſonnaiges doctes d'eſtre priués de la communication de ſes œuures, qui ne leur peuuent apporter que toute emulation de ſeruir au public. Aquoi voulans pourueoir, *A ces cauſes* nous voulons & vous mandons que vous aiez à faire faire treſexpres commandement & defenſes de par nous ſur certaines & grandes peines à tous les libraires & Imprimeurs, qui ſont & reſident tant en voſtre reſort qu'en autres endroits de noſtre-dict Roiaume. A ce qu'ilz n'aient aucunement ſ'entremettre ne ingerer de vendre, debiter,

Digitized by Google

biter & distribuer ne reimprimer *aucune œuure de nouuelle composition, laquelle non imprimée au parauant, aura par ledict Plantin, premierement & nouuellement esté imprimée en tout ou partie desdicts liures,* Sinon du vouloir & consentement d'icellui, & ce pour le temps & terme de VI. ans à commencer des la datte de la premiere impression desdicts liures. Et ou il y auroit aucun si ozé de contreuenir à ceste nostre volonté, Nous voulons estre procedé contre eux par amendes & confiscations des liures, dont il se trouueront saisis, & autrement selon la rigueur de noz Ordonnances (pourueu que lesdictes œuures & liures de ladicte nouuelle composition ne soient en rien contraires à la religion Catholicque, Apostolicque, & Romaine, ni contre nostre estat.) De ce faire vous donnons pouuoir, authorité, & mandement special, entendant que l'extraict de ces presentes imprimé à la teste ou à la fin de ses liures se tiennent pour deuement signifiees à tous Imprimeurs ou libraires, à ce qu'ils n'en pretendent cause d'ignorance. Car tel est nostre plaisir. Donné à Fontainebleau le cinequiesme iour d'Aoust. Lan de grace M. D. LXXXII. Et de nostre regne le neufuiesme.

Subsigné

Par le Roi

de Neufuille.

Digitized by Google

Extracte van de Privilegie.

DAT tracht van leecker Octroy des Doorluchtighen Maurits Grave van Nassau/ etc. Ende die vanden Rade van Staten ghecommitteert, tot regeringhe vande vereenichde Nederlandtsche Provincien/ is ghegunt ende gheoctroyeert Christoffel Plantijn/ te moghen drucken dese Arithmetique ende Practique van Simon Stevin, ende verboden wel expresselicken allen anderen persoonen/ende Boeckprinters/ binnen de gheunieerde Nederlantsche Provincien/ dit voorsz. bouck te printen/ te doen ofte te laten printen/ int Duytsch/ Francoys/ ofte Latijn/ sonder consent des voorsz. Plantijns/ noch eenighe die elders ghedruct souden moghen worden/ binnen dese voorsz. Gheunieerde Provincien te vercoopen ofte distribueren/ ende dat voor den tijt van sesse eerstcommende Jaren/ naer den eersten druck van eick des voorsz. bouck/ soo hreeder verhaelt is int selve Octroy. Gegeven binnen der Stadt Delft den xx^en Decembris/ Anno xv^c. vierendetachtich. Ad: Meetkercke.

Ter ordonnantie van sijnder G. ende den Rade van Staten voorsz.

Van Langen.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google


Digitized by Google

Digitized by Google


Digitized by Google

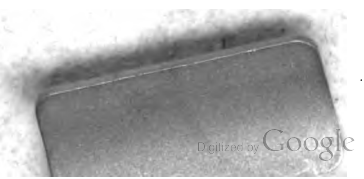
Digitized by Google


Digitized by Google

Digitized by Google


Digitized by Google

Digitized by Google


Digitized by Google


Digitized by Google