Piṅgala — Chandaḥśāstram

chapitre 8, *sūtra* 20-35

Avec le commentaire *Mṛtasaṃjīvanī* d'Halāyudha

Traduction, notes et explications : François Patte

Texte établi à partir de quatre éditions imprimées :

— Chaukhamba Rajmata Series n° 2, Varanasi 1938, réédition 2002
Édité par Paṇḍita Kedāranātha
— Bibliotheca Indica (Asiatic society of Bengal), Calcutta 1874
Édité par Paṇḍita Viśvanātha Śāstrī
— Calcutta 1928
Édité par Jīvānanda Vidyāsāgara
— Janakinath Kabyatirtha & Brothers, Calcutta 1931
Édité par Sītānātha Gānādhyāyi

Le *chandaḥśāstram* (ou *chandaḥsūtram*) est un traité (*śāstram*) de métrique (*chandaḥ*), c'est-à-dire un exposé de l'ensemble des règles de versification sanskrite. Un de ses systèmes mesure les vers en « instants syllabiques » en comptant qu'une syllabe longue vaut deux syllabes brèves. Un autre système, et c'est celui dont il est question dans les règles du chapitre que nous présentons, consiste en une alternance de syllabes longues — dites lourdes *(guru)* — et brèves — dites légères *(laghu)* — dans un vers dont le nombre de syllabes est fixé. Les premières lettres des mots *guru* et *laghu* servent à noter les syllabes longues et brèves : ainsi le traité note *G* les syllabes longues et *L* les syllabes brèves.

Un texte sanskrit en vers est écrit en strophes de quatre vers, appelés *pāda* (pied) et comptant le même nombre de syllabes. Le traité répertorie les strophes pour des vers comptant de une à vingt-six syllabes. Les quatre vers d'une strophe peuvent avoir le même rythme, la strophe sera dite en mètres uniformes ; ou bien les vers un et trois ont le même rythme et les vers deux et quatre un autre rythme et la strophe sera dite en mètres semi-uniformes ; ou bien les quatre vers ont tous des rythmes différents et la strophe sera dite en mètres dissemblables.

Le dernier chapitre du traité expose des techniques d'énumération et de comptage : comment énumérer toutes les combinaisons possibles de syllabes longues et brèves pour un vers ayant un nombre donné de syllabes ; combien y a-t-il de telles combinaisons ? Connaissant l'ordre d'une combinaison dans cette énumération, peut-on dire quelle est cette combinaison ? Réciproquement, connaissant une combinaison, peut-on dire quel est son ordre dans l'énumération ? Combien peut-on faire de vers ayant zéro, une, deux, trois… syllabes brèves dans un vers ayant un nombre de syllabes fixé ? Combien y a-t-il de vers comportant de une à n syllabes ?

C'est cette dernière partie que nous traduisons ici ; elle expose des procédés de dénombrement et de combinatoire qui reposent entièrement sur la construction initiale d'un tableau énumérant toutes les combinaisons possibles de deux syllabes, longues et brèves, prises parmi n : le *prastāra* ou « extension exhaustive ». Cela conduit, tout naturellement, à la construction du triangle de Pascal.

Le traité est écrit sous forme de *sūtra*, mot qui désigne un fil qui, s'agissant d'un texte, peut être qualifié de conducteur. Ce sont de courtes, voire très courtes phrases énonçant des règles que l'extrême concision du style rend souvent incompréhensibles sans l'aide d'un commentaire. Le plus célèbre traité de ce genre est la grammaire de Pāṇini qui comporte 3 996 *sū-*

tra et donne une description générative du sanskrit qui a fasciné les écoles de grammaire des années 1970 et, aujourd'hui, les promoteurs de l'intelligence artificielle.

La métrique est un auxiliaire des Veda *(vedāṅga)* au même titre que la grammaire ou l'astronomie car elle vient consolider la compréhension de ces textes du Savoir — telle est la signification du mot *veda*.

Le traité est attribué à Piṅgala, personnage d'historicité douteuse ; la tradition l'identifie à Nāga, serpent démon à figure humaine ou à Patañjali l'auteur du *Māhabhāṣya*, le grand commentaire sur la grammaire de Pāṇini. Dans ce cas, il aurait vécu au deuxième siècle avant notre ère. Mais là encore, les légendes fabuleuses rapportées sur Patañjali ne permettent pas de le dater avec certitude. En Inde les histoires priment sur l'Histoire. Le style en *sūtra*, qui peut être daté entre les sixième et quatrième siècles avant notre ère, mais qui s'est prolongé bien au-delà, en fait un des plus anciens traités de métrique qui nous soit parvenu.

Le commentateur Halāyudha est un auteur du xe siècle ; là aussi nous sommes dans l'incertitude, plusieurs auteurs portant ce nom. Il serait l'auteur d'un lexique de synonymes et d'homonymes, l'*Abhidhānaratnamālā* (Le collier de pierres de l'expression). Son commentaire *Mṛtasaṃjīvanī* (Qui ressuscite les morts) remplit le rôle de tout commentaire sanskrit : expliquer le texte tant du point de vue de la grammaire que de celui du sens et donner des exemples d'application des règles. On peut dire, à lire les *sūtra*, que le titre du commentaire n'est peut-être pas mal choisi, car sans lui beaucoup de choses nous échapperaient !

Entre l'auteur, Piṅgala, et son commentateur, Halāyudha, plus d'un millénaire s'est écoulé et, sans doute, beaucoup de commentaires ne nous sont-ils pas parvenus, peut-être même un commentaire de Piṅgala luimême. L'Inde est un pays où la tradition orale est très forte et les enseignements d'anciens maîtres se sont transmis pendant des centaines d'années à travers des écoles ou des disciples et peut-être Halāyudha a-t-il fixé dans son commentaire écrit une tradition qui remonte à Piṅgala.

Dans la présentation de cette traduction, nous avons adopté les conventions suivantes : le texte des *sūtra* est en gras, le commentaire d'Halāyudha en graisse normale et nos commentaires et explications en italiques.

Piṅgala — *Chandaḥśāstram*

Huitième chapitre – *sūtra* 20 à 35

Maintenant l'auteur en vient aux techniques, à commencer par l'extension exhaustive. Il dit, au moyen d'une double formule, l'extension exhaustive pour deux syllabes, précédée de celle pour une seule syllabe, en vue d'établir celles de la *gāyatrī*[1] etc.

Une double paire *G-L* || 8 | 20 ||

Après avoir écrit au-dessus la lettre *G*, on posera au-dessous la lettre *L* ; telle est l'extension exhaustive pour une seule syllabe. On placera **une double paire *G-L***, deux parce qu'il y a un état double pour cette [extension]. Le mot *dvikau* signifie : dont la mesure est de deux occurrences identiques. Il y a le suffixe *ka* selon *saṃkhyāyā atiśadantāyāḥ kan* (Pāṇini v-1-22)[2]. Et ensuite après avoir écrit la lettre *G* puis, au-dessous, la lettre *L* on tirera un trait transversal pour plus de clarté et on placera au-dessous les lettres *G* et *L* comme précédemment.

Pour un vers d'une syllabe, on pose : $\begin{array}{c}G\\L\end{array}$ *et on duplique verticalement pour deux syllabes :* $\begin{array}{c}G\\L\\\hline G\\L\end{array}$

Il dit alors que faire :

Et [les mêmes] combinées || 8 | 21 ||

Par cette formule, l'auteur considère l'extension exhaustive pour une deuxième syllabe. Le mot **et** vise à cumuler avec l'extension précédente. Après avoir placé une double paire *G-L*, on posera juste à côté, aux secondes places, une double paire *G-L* combinée. La lettre *G* contiguë — il est dit « combinée » — à la lettre *G* et la lettre *L* à la lettre *L*. **Combinées**, c'est-à-dire : chacune doit être connectée aux lettres *G* et *L*, et, selon la

1. La *gāyatrī* est un mètre formé de six syllabes.

2. « Le suffixe secondaire *kan* (__*ka*) est valable (par entrave de *thañ*, aux sens instruits jusqu'à 63) après un nom de nombre qui n'est pas terminé par *-ti* ou *-śat.* » Ce qui est le cas de *dvi*, on a donc *dvi-ka*. Quant au sens, il est donné par le *sūtra* v-1-58 : *saṃkhyāyāḥ saṃjñāsaṃdhasūtraadhyayaneṣu* : « (Les suffixes secondaires instruits depuis 18 sont valables éventuellement au sens de : qui a pour mesure de capacité tel contenant) après un nom de nombre quand (le nom ainsi formé est) …, [b]une collection d'individus, … » (Traductions Louis Renou)

règle, « est entendue comme l'élément ultérieur d'un *dvandva* [3] ».

Et par conséquent, à la première occurrence [de la double paire *G*-*L*] on accolera deux *G*, à la deuxième, deux *L*.

Puis on ôtera le trait du milieu. De cette manière l'extension exhaustive pour deux syllabes est de quatre sortes, ainsi qu'il suit : *GG, LG, GL, LL*.

Pour obtenir les combinaisons pour deux syllabes, on borde sur la droite le tableau obtenu après duplication, par des G pour la première occurrence et des L pour la deuxième :

GG
LG
GL
LL

Maintenant, pour établir l'extension exhaustive pour trois syllabes et plus, en augmentant une à une les syllabes à partir de l'extension exhaustive de deux syllabes, il dit :

Des *L* combinés séparément ॥ 8 । 22 ॥

Après avoir placé deux [occurrences] de l'extension exhaustive pour deux syllabes [établie] selon la méthode précédente, séparées par un trait, des lettres *G* combinées doivent être ajoutées à la première occurrence aux positions des troisièmes syllabes et des lettres *L* combinées, à la deuxième occurrence ; puis on ôtera le trait du milieu. Ainsi est réalisée la triple extension exhaustive.

L'auteur dit la combinaison des classes différentes : « séparément » dit-il. Par ceci [on comprend] : dans la première occurrence, il n'y a pas d'intervention de la lettre *L*, ni, dans la deuxième, de la lettre *G*. Ainsi, après avoir placé la triple extension exhaustive deux fois, des *G*-*L* combinées doivent être séparément ajoutées, telle est l'extension pour quatre syllabes. De la même manière, l'extension pour cinq syllabes est précédée de celle [pour quatre] et aussi l'extension pour la *gāyatrī* en mètres uniformes, qui a six syllabes, est issue de celle qui la précède.

Cette [méthode] même est appliquée de la même manière en augmentant aussi une à une les syllabes pour le mètre *uṣṇik* [4] et les suivants.

3. Le mot *dvandva* désigne un composé dit copulatif, deux (ou plusieurs) mots coordonnés par « et ». Halāyudha justifie ainsi la formation d'un mot avec les deux lettres G et L accolées et donc décliné comme un mot normal.

4. le mètre *uṣṇik* est le mètre qui vient après la *gāyatrī*, c'est donc un mètre de sept syllabes.

Alors cette formule doit être répétée encore et encore depuis trois syllabes jusqu'à l'extension exhaustive désirée.

Pour trois syllabes, on recommence la méthode appliquée pour passer de une à deux syllabes : on duplique verticalement le tableau :

$$\frac{\begin{array}{c} GG \\ LG \\ GL \\ LL \end{array}}{\begin{array}{c} GG \\ LG \\ GL \\ LL \end{array}} \text{ et on borde de la même manière avec des G en haut et des L en bas : } \frac{\begin{array}{c} GGG \\ LGG \\ GLG \\ LLG \end{array}}{\begin{array}{c} GGL \\ LGL \\ GLL \\ LLL \end{array}}$$

G	G G	G G G	G G G G	G G G G G	1
L	L G	L G G	L G G G	L G G G G	2
	G L	G L G	G L G G	G L G G G	3
	L L	L L G	L L G G	L L G G G	4
		G G L	G G L G	G G L G G	5
		L G L	L G L G	L G L G G	6
		G L L	G L L G	G L L G G	7
		L L L	L L L G	L L L G G	8
			G G G L	G G G L G	9
			L G G L	L G G L G	10
			G L G L	G L G L G	11
			L L G L	L L G L G	12
			G G L L	G G L L G	13
			L G L L	L G L L G	14
			G L L L	G L L L G	15
			L L L L	L L L L G	16
				G G G G L	17
				L G G G L	18
				G L G G L	19
				L L G G L	20
				G G L G L	21
				L G L G L	22
				G L L G L	23
				L L L G L	24
				G G G L L	25
				L G G L L	26
				G L G L L	27
				L L G L L	28
				G G L L L	29
				L G L L L	30
				G L L L L	31
				L L L L L	32
1	2	3	4	5	

Construction des prastāra

Les triplets sont huit ‖ 8 | 23 ‖

Ainsi, pour l'extension exhaustive de trois syllabes précédemment citée, huit triades sont produites et ces dernières sont les lettres *ma* etc. énoncées au début du traité [5].

5. Au début du traité, Piṅgala définit huit séquences rythmiques qu'il désigne par des lettres : *ma* – – –, *ya* ᴗ – –, *ra* – ᴗ –, *sa* ᴗ ᴗ –, *ta* – – ᴗ, *ja* ᴗ – ᴗ, *bha* – ᴗ ᴗ, *na* ᴗ ᴗ ᴗ.

Et pour illustrer ceci : il y a ainsi seize groupes de quatre, trente-deux groupes de cinq. De même il y a soixante-quatre *gāyatrī* en mètres uniformes, toutes lourdes au début et toutes légères à la fin.

Cette formule vise à rendre claire une succession de multiplications par deux suivant l'augmentation une à une des syllabes à partir du mètre *uṣṇik* par une claire définition du dénombrement à partir de l'extension exhaustive.

En vue de reconnaître un mètre perdu, l'auteur dit :

Si division par deux, *L* || 8 | 24 ||

Désirerait-on connaître quel est le sixième mètre uniforme pour la *gāyatrī*, on divisera alors par deux cela même qui le caractérise à savoir le nombre six. Celui-ci ayant été divisé par deux, une légère est marquée ; celle-ci doit être posée sur le sol [6].

Maintenant il reste le nombre trois ; en raison de son imparité, il n'est pas possible de diviser par deux. Il dit ce qui doit être fait dans ce cas :

Si ajout de un, *G* || 8 | 25 ||

« Si division par deux » doit être reporté. Après avoir compté un en surplus pour le nombre impair, on divisera par deux ensuite. Dans ce cas on obtient une lettre *G*. On placera celle-ci à la suite de la lettre *L* précédemment obtenue. Il reste alors le nombre deux. Celui-ci sera à nouveau divisé par deux et, par suite, on posera une lettre *L*. Il reste alors le nombre un. Dans ce cas, la règle : « Si ajout de un, *G* » doit être répétée jusqu'à ce que les six syllabes du mètre soient complétées. Ceci doit être aussi utilisé de la même manière pour d'autres nombres.

Il s'agit de trouver quelle est la forme du mètre qui occupe une ligne donnée — ici la sixième — dans le tableau de l'« extension exhaustive » (prastāra).

Le principe est une suite de divisions par deux du numéro de la ligne ; si le nombre est pair, on pose L et on divise par deux, si le nombre est impair, on pose G, on ajoute un et on divise par deux.

Pour l'exemple donné : 6 est pair, on pose L et on divise par deux : $6 \div 2 = 3$.

3 *est impair, on pose donc G à la suite du L : LG, on ajoute* 1 *:* $3 + 1 = 4$ *et on divise par deux :* $4 \div 2 = 2$.

---

6. En Inde, à l'école traditionnelle, on est assis en tailleur sur le sol et, s'il doit y avoir une illustration visuelle, on écrit ou on dessine dans la poussière à même le sol.

2 *est pair, on pose L à la suite : LGL et on divise par deux :* $2 \div 2 = 1$.
1 *est impair, on pose G à la suite : LGLG, on ajoute* 1 *:* $1 + 1 = 2$ *et on divise par deux :* $2 \div 2 = 1$.
On se retrouve alors dans la situation précédente : 1 *est impair, si on ajoute* 1 *et qu'on divise par deux, on retrouvera encore* 1 *et le processus n'a pas de fin… Halāyudha précise donc :* « Si ajout de un, *G* », doit être répétée jusqu'à ce que les six syllabes du mètre soient complétées. *C'est donc le nombre de syllabes du mètre étudié qui indique la fin de la procédure, on obtient donc : LGLGGG.*

Pour comprendre comment fonctionne cet algorithme, il faut faire quelques remarques sur ce qu'implique la méthode de construction des prastāra *:*

G	G G	G G G	G G G G	G G G G G
L 2	L G	L G G	L G G G	~~L G G G G~~
	G L 3	G L G	G L G G	G L G G G
	L L	L L G	L L G G	~~L L G G G~~
		G G L	$\boxed{\text{G G L G}}$	G G L G G
		L G L 6	$\boxed{\text{L G L G}}$	~~L G L G G~~
		G L L	G L L G	G L L G G
		L L L	L L L G	~~L L L G G~~
			G G G L	G G G L G
			L G G L	~~L G G L G~~
			G L G L 11	G L G L G
			L L G L	~~L L G L G~~
			G G L L	G G L L G
			L G L L	~~L G L L G~~
			G L L L	G L L L G
			L L L L	~~L L L L G~~
				G G G G L
				~~L G G G L~~
				G L G G L
				~~L L G G L~~
				G G L G L 21
				~~L G L G L~~
				G L L G L
				~~L L L G L~~
				G G G L L
				~~L G G L L~~
				G L G L L
				~~L L G L L~~
				G G L L L
				~~L G L L L~~
				G L L L L
				~~L L L L L~~
1	2	3	4	5

Description des prastāra

1. *La première colonne de chacun d'eux présente une alternance de G et de L à chaque ligne et, puisqu'au début G occupe la première ligne et L la deuxième, les lignes impaires commencent par G et les lignes paires par L, d'où le choix : si le nombre est impair, on pose G et on pose L s'il est pair.*
2. *Une ligne impaire et la ligne paire suivante ne diffèrent que par leur premier terme (voir les deux lignes encadrées du* prastāra *4) ; autrement dit, les calculs pour trouver la composition de la ligne impaire* $2n - 1$ *et celle de la ligne paire* $2n$ *suivante seront identiques. D'où : si le rang est impair, on pose G (remarque précédente) et on ajoute* 1*, ceci ne change rien à la composition de la suite.*

3. *Si on supprime la première colonne et une ligne sur deux d'un* prastāra*, on retrouve le* prastāra *précédent (voir le* prastāra *5). Donc la division par deux dans l'algorithme nous donne, dans le* prastāra *précédent, le numéro de la ligne qu'occupe la suite de la ligne dont on cherche la composition une fois déterminé son premier terme ; il ne reste plus qu'à réitérer l'opération.*

On a indiqué, dans le tableau ci-dessus, le fonctionnement de l'algorithme pour déterminer la composition de la ligne 21 *du* prastāra *5.* 21 *est impair, on pose G ; le premier terme déterminé, la suite de la ligne* 21 *est identique à la suite de la ligne* 22 *et à la ligne* 11 *du* prastāra *4 ; pour trouver cette dernière ligne, on ajoute* 1 *à* 21 *et on divise par* 2*. On recommence l'opération : on pose G, on ajoute* 1 *à* 11 *et on divise par* 2*, ce qui donne, dans le* prastāra *3 le numéro de la ligne –* 6 *– occupée par les trois derniers termes de la ligne* 11 *(et* 12*) du* prastāra *4. On pose L, puisque* 6 *est pair, en divisant par deux, on trouve la ligne* 3 *du* prastāra *2, puis la ligne* 2 *du premier* prastāra*.*

Pour reconnaître le rang d'un mètre particulier, l'auteur dit :

Le premier *L*, multiplicateur deux à l'envers || 8 | 26 ||

On présentera en entier, sur le sol, le mètre dont on voudrait connaître le rang.

Ensuite, après avoir établi comme première — en considérant celles de même classe — la lettre *L* qui se trouve à la fin de ce mètre, deux sera répété en sens inverse. Dans ce processus, parce qu'il ne peut y avoir une répétition sans contenu et parce qu'il n'y a pas de raison de passer outre le premier, le nombre « un » est utilisé.

C'est pourquoi, après avoir posé le signe du nombre « un » au-dessous de la dernière lettre *L*, on multipliera par deux.

Puis, après s'être écarté de cette dernière et s'être placé au-dessous de la syllabe précédente, on doublera à nouveau et ceci encore aussi pour la précédente. Et de même jusqu'à ce que toutes les syllabes du mètre soient atteintes selon un mouvement contraire. Alors, le nombre qui apparaît est le rang du mètre.

Il dit à ce sujet une distinction :

De plus, en cas de *G*, on retranchera un || 8 | 27 ||

Quand l'opération précédemment dite est exécutée, si le nombre apparaît à une position de lettre *G*, alors après l'avoir doublé, on ôtera ensuite un à la totalité du nombre. Puis on appliquera l'opération précédemment dite. Ainsi, après achèvement, le rang de ce mètre est obtenu.

C'est le problème inverse du précédent : on connaît la forme du mètre et on voudrait savoir quel est son rang dans le prastāra*, c'est-à-dire calculer à partir d'une suite de G et de L le numéro de la ligne que cette suite occupe dans le tableau (voir Construction des* prastāra*, page 3).*

On procède de droite à gauche en commençant par le dernier L de la suite sous lequel on écrit $2 = 2 \times 1$*. Puis on examine la lettre précédente (sur la gauche) : si celle-ci est un L on double le nombre précédemment placé, si c'est un G, on double le nombre et on déduit un. À la fin de la procédure, le nombre inscrit sous la première lettre de la suite est le numéro de la ligne.*

Voici deux exemples pris dans le tableau pour cinq syllabes :

$$
\begin{array}{l}
G\,G\,L\,L\,G \\
\qquad\downarrow 2 \times 1 = 2 \\
\qquad 4 = 2 \times 2 \\
\quad\downarrow 7 = 2 \times 4 - 1 \\
13 = 2 \times 7 - 1
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{l}
L\,G\,G\,G\,L \\
\qquad\quad\downarrow 2 \times 1 = 2 \\
\qquad\quad 3 = 2 \times 2 - 1 \\
\qquad 5 = 2 \times 3 - 1 \\
\quad\downarrow 9 = 2 \times 5 - 1 \\
18 = 2 \times 9
\end{array}
$$

On peut faire une remarque sur le commentaire d'Halāyudha : la première ligne de chaque prastāra*, qui ne contient que des G, n'est pas concernée par cet algorithme… On peut lui appliquer ce qu'il dit à propos du processus de multiplication par deux : « parce qu'il n'y a pas de raison de passer outre le premier » et lui donner le numéro un. Ou bien la description du processus donnée par Halāyudha, qui néglige tous les G se trouvant en fin de ligne, est-elle le raccourci d'une règle plus complète mais n'apportant qu'une rationalisation de l'algorithme en prenant en compte toutes les lettres d'une ligne. Une telle règle pourrait s'énoncer ainsi : « après avoir présenté en entier le mètre dont on voudrait connaître le rang, on posera à la suite le nombre « un ». En se déplaçant de droite à gauche, on posera sous un G deux fois le nombre précédent diminué de un, sous un L deux fois le nombre précédent. »*

$$
\begin{array}{l}
G\,G\,L\,G\,G \mid 1 \\
\qquad\quad\downarrow\; 2 \times 1 - 1 = 1 \\
\qquad\quad 2 \times 1 - 1 = 1 \\
\qquad\downarrow 2 \times 1 = 2 \\
\quad 2 \times 2 - 1 = 3 \\
\downarrow \\
2 \times 3 - 1 = 5
\end{array}
$$

On voit qu'avec cette règle modifiée, une succession de G sur la droite, après un L, ne fait que produire une succession de 1*, d'où la formulation d'Halāyudha : on pose* 1 *sous le dernier L et on le multiplie immédiatement par deux.*

Cette règle modifiée, associée à la construction des prastāra *donnée par Piṅgala, permet, peut-être, d'expliquer le fonctionnement de la procédure.*

Piṅgala construit chaque prastāra *à partir de celui qui le précède — et non à partir d'un algorithme qui permet de l'établir indépendamment comme le fera Kedara. On commence par un vers d'une syllabe en écrivant un G et un L l'un au-dessous de l'autre ; ce qui associe la lettre G à* 1 *— première ligne — et la lettre L à* 2 *— deuxième ligne. Puis* *on duplique ce tableau en écrivant les deux copies verticalement et on borde la copie du haut par des G à droite et la copie du bas par des L à droite également ; ceci établit le* prastāra *pour deux syllabes. On continue ces opérations de duplication et de bordage pour construire les suivants. Le premier* prastāra *ayant deux lignes et les suivants s'en déduisant par duplications successives, le nombre de lignes pour chacun sera donc une puissance de deux,* $2^1, 2^2, 2^3, \cdots$, *ainsi que cela est noté par la règle 8-23 (page 3) et son commentaire et l'exposant est le nombre le syllabes.*

Nous avons vu qu'une suite de G à droite du dernier L ne changeait rien à la numérotation de la ligne calculé par l'algorithme de Piṅgala, donc si cet algorithme est valide pour calculer le numéro des lignes d'un prastāra, *il est aussi valide pour les lignes de la moitié supérieure du* prastāra *suivant qui est obtenue en ajoutant une colonne de G. Il reste donc à établir sa validité pour la moitié inférieure, ce que nous ferons sur un exemple.*

Quand on construit le prastāra *pour cinq syllabes à partir de celui pour quatre (voir « Construction des* prastāra *», page 3), la ligne LGGL donne naissance à deux lignes : LGGLG dans la moitié supérieure et LGGLL dans la moitié inférieure.*

On va appliquer l'algorithme modifié à ces deux lignes et calculer à chaque étape la différence entre les deux résultats.

Le tableau suivant présente le calcul et ses résultats ; pour plus de clarté, on a disposé les deux lignes verticalement de chaque côté du tableau, l'extrémité droite se trouvant en bas, ce qui fait que la succession des calculs se lit de bas en haut. Au centre apparaît la différence entre les résultats des calculs pour chaque ligne.

L	$2 \times 5 = 10$	16	$26 = 2 \times 13$	*L*
G	$2 \times 3 - 1 = 5$	8	$13 = 2 \times 7 - 1$	*G*
G	$2 \times 2 - 1 = 3$	4	$7 = 2 \times 4 - 1$	*G*
L	$2 \times 1 = 2$	2	$4 = 2 \times 2$	*L*
G	$2 \times 1 - 1 = 1$	1	$2 = 2 \times 1$	*L*
1				1

Ce calcul donne le même résultat si on l'applique à n'importe quelle ligne du prastāra *pour cinq syllabes issue du* prastāra *précédent et ne différant que par leur dernière lettre. Cela veut dire que les rangs de deux telles lignes diffèrent de* 16, *nombre de lignes du* prastāra *pour quatre syllabes et donc l'algorithme est valide aussi pour compter les lignes de la moitié inférieure du* prastāra.

On notera que la différence à chaque étape du calcul est une puissance de 2 *— ce qui est normal puisqu'on effectue une succession de multiplications par deux, la diminution de* 1 *pour une lettre G disparaissant quand on fait la différence — ; ceci est peut-être à l'origine d'un autre calcul, fait par les successeurs de Piṅgala, dont Kedara, qui affectent à chaque colonne d'un* prastāra *une puissance de* 2 *et effectuent la somme de celles qui correspondent à un L, ajoutant* 1 *à la fin du calcul, la première ligne étant numérotée par* 1 *et non par* 0 *à cette époque.*

Pour connaître le nombre de mètres sans [utiliser] l'extension exhaustive, l'auteur dit :

Deux si on divise par deux || 8 | 28 ||

« Mis à l'écart » doit être suppléé. Quand on désire connaître combien il y a de mètres pour un vers de six syllabes alors, après avoir posé sur le sol le nombre de syllabes du vers, on mettra ensuite la moitié de côté ; celle-ci mise de côté, on prend deux. On ajoutera à part sur le sol ce nombre deux. Il reste alors trois comme nombre de syllabes.

Parce qu'il est impossible de le diviser par deux, il dit ce qu'il faut faire :

Si l'unité, zéro || 8 | 29 ||

Après avoir ôté une unité du nombre impair, on prend zéro une fois celle-ci ôtée : on le posera au-dessous du nombre deux précédemment obtenu. Alors le nombre deux est de reste. La moitié étant alors mise de côté, on prend à nouveau un nombre deux ; on placera celui-ci au-dessous du zéro. Puis « si l'unité, zéro » est obtenu ; on placera ce dernier au-dessous du deux.

Il dit alors ce qu'il faut faire :

Deux si zéro || 8 | 30 ||

En position de zéro, on répètera deux fois. Dans ce cas, parce qu'il ne peut y avoir une répétition sans contenu et parce qu'il n'y a pas de raison de passer outre le premier, le nombre « un » est utilisé. Après avoir placé celui-ci à la place du zéro, on multipliera par deux. Par conséquent, on a deux. Au-dessus de lui, la marque deux est une position « moitié » ; après l'avoir écarté, on mettra à sa place le nombre deux.

L'auteur dit ce qu'il faut faire aussitôt après :

Par autant qu'en [position de] moitié, cela est multiplié || 8 | 31 ||

On multipliera par autant que le nombre produit qui est placé à une position « moitié ». Voici ce qui est dit : on devra multiplier par le nombre lui-même exactement. Donc, deux est multiplié par deux et quatre est obtenu. Au-dessus de lui, on a une position « zéro », on l'y fera monter. Immédiatement, selon « si zéro, deux », il est multiplié par deux et on a huit. Après avoir placé ce dernier en position « moitié », il sera multiplié par autant que lui-même, donc huit est multiplié par huit et soixante-quatre est produit, [soit le nombre] de *gāyatrī* en mètres uniformes.

Selon ce même raisonnement, il y [en] a cent vingt-huit pour le mètre *uṣṇik*, deux cent cinquante six pour l'*anuṣṭubh*, cinq cent douze pour la *bṛhatī*, mille vingt-quatre pour la *paṅkti*, deux mille quarante-huit pour la *triṣṭubh*, quatre mille quatre vingt seize pour la *jagatī*. On doit raisonner de même pour les *aticchandas* et les *kṛti* [7].

Ces quatre règles (de 28 à 31) permettent de calculer les puissances de deux en n'effectuant que des multiplications par deux et des élévations au carré. Pour la gāyatrī *qui comporte six syllables, le calcul donné en exemple est :* $\left((2 \times 1)^2 \times 2\right)^2 = 2^6$.

Pour obtenir la succession des opérations à effectuer, on décompose l'exposant en somme de puissance de deux à l'aide de divisions successives par deux ; pour 6*, cela donne :* $6 = 2 \times 3 = 2 \times (2+1) = 2^2 + 2$.

Halāyudha donne des indications pour la disposition des calculs : on place verticalement des repères à chaque étape de la décomposition du nombre de syllabes ; si le nombre est pair on place un 2 et il appelle ce repère une position « moitié », si le nombre obtenu est impair on place un zéro et on soustrait un du nombre pour passer à l'étape suivante. Pour l'exemple donné, on a :

$6 \div 2$	$=$	3	2 *(position « moitié »)*
$3 - 1$	$=$	2	*o*
$2 \div 2$	$=$	1	2 *(position « moitié »)*
1			*o*

Ensuite pour effectuer l'opération, on procède de bas en haut : pour chaque position moitié, on élève au carré et chaque fois qu'on a un zéro, on multiplie par 2 *; la première multiplication s'applique au nombre un, « parce qu'il n'y a pas de raison de passer outre le premier… » :*

2	8^2	$=$	64
o	4×2	$=$	8
2	2^2	$=$	4
o	1×2	$=$	2

Ce procédé est valable pour calculer les puissances de n'importe quel nombre — pas seulement 2 *— et porte aujourd'hui le nom d'exponentiation rapide, en usage dans les programmes informatiques car il diminue le nombre d'opérations nécessaires pour calculer une puissance. Il repose sur l'égalité suivante :*

$$x^n = \begin{cases} (x^2)^{\frac{n}{2}} & \text{si } n \text{ est pair} \\ x(x^2)^{\frac{n-1}{2}} & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

7. Les traités de métrique donnent le nom de vingt-six mètres, d'une syllabe jusqu'à vingt-six. Halāyudha vient de donner le calcul du nombre de mètres possibles pour les douze premiers (la *jagatī* a douze syllabes), les sept mètres suivants, de treize à dix-neuf syllabes, sont désignés ici par leur nom générique *aticchandas* et les derniers, de vingt à vingt-six syllabes, ont tous un nom formé avec le mot *kṛti*.

Le double des extrémités de ces [dénombrements], diminution de deux || 8 | 32 ||

Après avoir doublé le nombre de mètres obtenus pour la *gāyatrī* ou autres, on fera une diminution de deux : pour chacune de ces extrémités, on a la mesure totale. C'est-à-dire : on a le dénombrement des prédécesseurs depuis une syllabe jusqu'au vers dont le dénombrement a été doublé.

Cette règle donne le moyen de calculer la somme de tous les dénombrements depuis les vers d'une seule syllabe (2) *jusqu'aux vers de* n *syllabes* (2^n)*, c'est-à-dire la somme des puissances de* 2 *:* $2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n = 2 \times 2^n - 2$*. Le double du dernier terme diminué de deux.*

Pour le suivant, complétion || 8 | 34 ||

La totalité obtenue pour le dénombrement des vers de tel ou tel mètre multipliée par deux exactement doit être posée sans être diminuée de deux. Si on veut connaître le mètre suivant, ce [total] obtenu pour le dénombrement multiplié par deux est le dénombrement des vers du mètre suivant. Par exemple : soixante-quatre est le dénombrement des vers de la *gāyatrī* en mètres uniformes ; multiplié par deux, on a le dénombrement en mètres uniformes du suivant, l'*uṣṇik* : cent vingt-huit.

En vue de réaliser, au moyen de [cette règle], des arrangements avec une, deux, etc. syllabes légères, l'auteur expose l'extension en montagne, comme dans la première extension exhaustive jusqu'à celle désirée :

Pour le suivant, complétion… || 8 | 35 ||

Après avoir dessiné une cellule quadrangulaire au-dessus, on dessinera au-dessous de celle-ci une double cellule s'étendant à moitié des deux côtés. Au-dessous de celle-ci aussi un triplet, au-dessous de cette dernière un quadruplet, jusqu'au rang désiré, telle est l'extension en montagne.

Après avoir assigné le nombre un à la première cellule de cette [extension en montagne], on mettra en œuvre la règle suivante : on posera dans une cellule suivante la complétion qui provient d'un nombre de vers dans deux cellules précédentes.

Maintenant dans le couple de cellules, on placera les nombres un et un. Puis, sur la troisième ligne, on placera les nombres un et un venus des cellules supérieures dans les cellules [situées] aux extrémités, mais dans la cellule médiane, après avoir combiné les deux nombres des cellules supérieures, on posera cette complétion ; tel est le sens du mot « complétion ». Sur la quatrième ligne aussi, on placera les nombres un et un dans les deux cellules [situées] aux extrémités et dans les deux cellules médianes, après avoir combiné les deux nombres des cellules supérieures, on placera la complétion sous la forme du nombre trois. Pour la suite aussi, on posera exactement de même.

Sur la ligne qui a deux cellules est la répartition pour une syllabe : il y a un vers d'une lourde et un d'une légère. Sur la troisième ligne est l'extension exhaustive pour deux syllabes : un vers dont toutes les syllabes sont lourdes, deux d'une syllabe légère, un où toutes sont légères, selon l'ordre des cellules. Sur la quatrième ligne est l'extension exhaustive pour trois syllabes : un où toutes sont lourdes, trois d'une légère, trois de deux légères, un où toutes sont légères. De même, sur la cinquième ligne et les suivantes aussi, de toutes lourdes à toutes légères, une, deux, etc., légères, doit être compris.

	1					
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4	6	4	1	
5	1	5	10	10	5	1

Cette construction du triangle de Pascal est directement inspirée de la construction des prastāra *(voir le tableau « Construction des* prastāra *», page 3) : pour compter les combinaisons qui comportent deux L dans la colonne 5, il suffit d'ajouter le nombre de combinaisons avec deux L de la colonne 4 — soit six — reportées telles quelles dans la partie haute de la colonne 5 (non-intervention de L dit le commentaire...) au nombre de combinaisons avec un seul L de la même colonne 4 — soit quatre — auxquelles la partie basse de la colonne 5 ajoute un L. On met donc dans la troisième cellule de la cinquième ligne du «* meruprastāra *» la somme des nombres contenus dans les deux cellules situées au-dessus. Ceci illustre la formule qui donne le nombre de combinaisons possibles de deux objets choisis parmi cinq à partir de celles de deux et un objets choisis parmi quatre :*
$\binom{5}{2} = \binom{4}{2} + \binom{4}{1}$ *et plus généralement :* $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$

Certains donnent aussi une sixième technique : la définition d'une distance. Celle-ci ne sera pas dite parce qu'elle est insignifiante et parce qu'elle est inusitée en raison de l'accomplissement d'un désir personnel. Ainsi est achevé un exposé sommaire des techniques [de la métrique].