manière que les ondes à la surface des eaux tranquilles et que, dans la formation de ces ondulations, les eaux sont ébranlées aux profondeurs les plus considérables.

Les observations des marées offrent un vif intérêt scientifique; la géologie tirera un grand parti de la connaissance exacte des oscillations de l'Océan; car, avec leur mouvement de transmission plus ou moins rapide, on pourra déterminer avec assez d'exactitude, la profondeur de la mer bien loin du littoral.

NOTIONS SUR LA MACHINE ANALYTIQUE DE M. CHARLES BABBAGE, par Mr. L.-F. MENABREA, capitaine du génie militaire.

Les travaux qui appartiennent à plusieurs branches des sciences mathématiques, quoique paraissant, au premier abord, être uniquement du ressort de l'esprit, peuvent néanmoins se diviser en deux parties distinctes : l'une qu'on peut appeler mécanique, parce qu'elle est sujette à des lois précises et invariables, susceptibles d'être traduites physiquement, tandis que l'autre qui exige l'intervention du raisonnement, est plus spécialement du domaine de la pensée. Dès lors on pourra se proposer de faire exécuter par le moyen de machines la partie mécanique du travail, et réserver à la seule intelligence celle qui dépend de la faculté de raisonner. Ainsi la rigueur à laquelle sont soumises les règles du calcul numérique a dû, depuis longtemps, faire songer à employer des instruments matériels, soit pour exécuter entièrement ces calculs, soit pour les abréger. De là sont nées plusieurs inventions dirigées vers ce but, mais qui ne l'atteignent, en général, qu'imparsaitement. Ainsi la machine de Pascal, tant vantée, n'est maintenant qu'un simple objet de curiosité qui, tout en prouvant une

grande force d'intelligence dans son inventeur, présente en elle-même peu d'utilité. Elle n'exécutait que les quatre pre-mières opérations de l'arithmétique, et encore se bornait-elle, en réalité, aux deux premières, car la multiplication et la division étaient le résultat d'une série d'additions et de soustractions. Le grand inconvénient de la plupart de ces machines est d'exiger l'intervention continuelle de la main de l'homme pour en régler les mouvements, et c'est en cela qu'est la source des erreurs; de sorte que, si dans l'exécution des grands calculs numériques leur usage ne s'est pas propagé, c'est qu'elles ne résolvaient point le double problème que présente la question, celui d'obtenir l'exactitude des résultats unie à l'économie du temps.

Frappé de ces réflexions, Mr. Charles Babbage a consacré plusieurs années à réaliser une pensée gigantesque. Il ne s'est proposé rien moins que de construire une machine capable d'exécuter, non-seulement les calculs arithmétiques; mais encore les calculs analytiques, dont les lois seraient connues. L'imagination est d'abord effrayée d'une telle entreprise, mais à mesure que l'on réfléchit avec plus de calme, le succès en paraît moins impossible, et l'on sent qu'il peut dépendre de la découverte de quelque principe, assez général pour que, si on l'applique à la machine, celle-ci soit capable de traduire mécaniquement les opérations qui lui seraient indiquées par l'écriture algébrique. L'illustre inventeur, lors d'un voyage qu'il fit à Turin, ayant bien voulu me communiquer quelques unes de ses considérations à cet égard, je viens, avec son consentement, rendre compte des impressions qu'elles ont produites dans mon esprit. On ne doit point s'attendre à trouver ici une description de la machine de Mr. Babbage : elle exigerait de longues études pour être comprise, mais je tâcherai d'en faire saisir le but et d'exposer les principes sur lesquels est fondée son exécution.

D'abord je dois prévenir qu'elle est entièrement différente de celle dont on trouve un aperçu dans le traité de l'Economie

Digitized by Google

23

des machines du même auteur. Mais, comme cette dernière a fait naître la pensée de la machine en question, je crois qu'il est utile, avant tout, de rappeler en peu de mots quelles ont été les premières tentatives de Mr. Babbage, et quelles sont les circonstances qui y ont donné lieu.

On sait que le gouvernement français, voulant faciliter l'extension du système décimal, avait ordonné de construire des tables logarithmiques et trigonométriques d'une étendue immense. Mr. de Prony, qui avait été chargé de la direction de cet ouvrage, le répartit en trois sections, à chacune desquelles furent appliqués des hommes spéciaux. Dans la première section l'on combinait les formules de manière à les rendre propres aux calculs arithmétiques; dans la deuxième, ces mêmes formules étaient calculées pour des valeurs de la variable, prises de distance en distance; enfin dans la troisième section, composée de près de 80 individus, qui pour la plupart ne connaissaient que les deux premières règles de l'arithmétique, on interpolait, au moyen de simples additions ou soustractions, des valeurs intermédiaires à celles qui étaient calculées par la 2° sect.

Un travail analogue à celui que nous venons de citer ayant dû se répéter en Angleterre, Mr. Babbage pensa que les opérations faites par la troisième section pouvaient être exécutées par une machine, et c'est ce qu'il a réalisé au moyen d'un mécanisme dont une partie a été confectionnée, et que l'on peut appeler machine aux différences à cause du principe sur lequel elle est fondée. Pour en donner une idée, il suffira de considérer la série des nombres carrés entiers: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, etc. En faisant la différence de chacun de ces nombres avec le suivant, on aura une nouvelle série que nous appellerons série des différences premières, composée des nombres: 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, etc. Si l'on soustrait de chacun de ces nombres son précédent, l'on obtiendra les différences deuxièmes, qui sont toutes constantes et égales à 2. La suite de ces opérations et des résultats auxquels elles conduisent peut être représentée par le tableau suivant :

	Colonne des nombres carrés.	B Différences premières.	C Différences deuxièmes.
a c	1 	3 5 7 9 	2 b 2 d 2

D'après la manière dont les deux dernières colonnes B et C ont été formées, il est facile de voir que, voulant, par exemple, passer du nombre 5 au suivant 7, il faudra ajouter au premier la différence constante 2; de même, si du carré 9 on veut passer au suivant 16, on ajoutera au premier la différence 7, ou en d'autres termes, la différence précédente 5, plus la différence constante 2; ou bien encore, ce qui revient au même, pour avoir le mer ensemble les trois nombres

nombre 16, il suffira de sommer ensemble les trois nombres 2, 5 et 9, placés dans la direction oblique a b. D'une manière analogue, on obtiendra le nombre 25 en sommant ensemble les trois nombres placés dans la direction oblique dc: en commençant par la somme 2 + 7, on a la différence première 9, consécutive à 7; en y ajoutant 16, on aura le carré 25. On voit donc, qu'étant donnés les trois nombres 2, 5 et 9, toute la série des nombres carrés suivants, ainsi que celle de leurs différences premières, pourra s'obtenir par de simples additions. Maintenant, pour concevoir comment ces opérations peuvent être reproduites par une machine, supposons que celle-ci ait trois cadrans que nous désignerons par A, B, C, et sur chacun desquels soient tracées mille divisions, par exemple, qui seront parcourues par une aiguille. Les deux cadrans C et B auront. en outre, chacun une sonnerie qui battra un nombre de coups égal à celui des divisions indiquées par l'aiguille. Pour chaque coup du compteur du cadran C l'aiguille B devra avancer d'une division; il en sera de même de l'aiguille A, qui avancera d'une division pour chaque coup du cadran B. Telle est la disposition générale du mécanisme. Cela posé, au commencement de la série d'opérations que nous voulons exécuter, mettons l'aiguille C sur la division C, l'aiguille C sur la division C. l'aiguille C sur la division C. Faisons sonner le compteur du cadran C: il battra deux coups, et en même temps l'aiguille C0 marchera de deux divisions. Alors celle-ci marquera le nombre C0, qui suit le nombre C0 dans la colonne des différences premières. Faisons sonner à son tour le compteur du cadran C0: il battra C0 coups, pendant lesquels l'aiguille C0 avancera de C0 divisions qui, ajoutées au nombre C1 qu'elle marquait déjà, donneront le nombre C1 soit le carré consécutif à C2. En recommençant l'opération à partir de l'aiguille C2, qu'on laissera toujours sur la division C2, l'on voit qu'en la continuant d'une manière indéfinie, on pourra reproduire la série des carrés des nombres entiers au moyen d'un simple mécanisme.

Le théorème sur lequel est fondée la construction de la machine que nous venons de décrire, est un cas particulier d'un autre théorème plus général, et qui consiste en ce que si, dans un polynome quelconque dont la plus haute puissance de la variable soit m, l'on fait croître cette même variable par degrés égaux, que l'on calcule les valeurs correspondantes du polynome, puis, que l'on prenne successivement leurs différences première, deuxième, troisième, etc., ainsi qu'il a été fait pour la série des carrés, les différences mième seront toutes égales entre elles. De sorte que, pour reproduire la série des valeurs du polynome au moyen d'une machine analogue à la précédente, il suffira qu'elle ait (m+1) cadrans ayant les uns avec les autres les relations indiquées. Comme les différences peuvent être positives ou négatives, la machine contiendra un mécanisme qui fera avancer ou reculer l'aiguille, selon que le nombre à ajouter algébriquement aura le signe plus ou le signe moins.

Lorsque d'un polynome on passe à une série d'une infinité de termes ordonnés suivant les puissances ascendantes de la variable, pour appliquer la machine au calcul de la fonction représentée par cette série, il semblerait au premier abord que le mécanisme devrait contenir une infinité de cadrans, ce qui rendrait la chose impossible. Mais la difficulté disparaltra pour bien des cas, si on observe que, pour un grand nombre de fonctions, l'on parvient à rendre convergentes les séries qui les représentent, de sorte que, selon le degré d'approximation que l'on désire, on pourra se borner à ne calculer qu'un petit nombre des termes de la série, les autres pouvant être négligés. De cette manière la question est ramenée au cas primitif d'un polynome fini. C'est ainsi que l'on peut calculer la suite des logarithmes des nombres. Mais comme, à mesure que la variable augmente de valeur, les termes que l'on avait d'abord négligés prennent un accroissement qui finirait par influer sur le degré d'approximation que l'on veut conserver, il faut, à certains intervalles calculer la valeur de la fonction par des procédés divers, et partir de ces résultats pour en déduire, par le moyen de la machine, les autres valeurs intermédiaires. Comme on le voit, cette machine remplace ici la troisième section des travailleurs dont il a été parlé au sujet des tables calculées par ordre du gouvernement français, et elle remplit ainsi le but proposé.

Telle est la première machine imaginée par Mr. Babbage. On voit que son emploi est limité aux cas où les nombres demandés sont susceptibles d'être obtenus par de simples additions ou soustractions, qu'elle n'est pour ainsi dire que l'expression d'un théorème particulier d'analyse, et qu'enfin elle ne s'étend point à la solution d'une infinité d'autres questions qui sont du ressort de l'analyse mathématique. C'est en songeant au vaste champ qui lui restait encore à parcourir, que Mr. Babbage, renonçant à ses premiers essais, conçut le plan d'un autre système de mécanisme dont l'usage devait avoir la généralité de l'écriture algébrique même, et que, pour cette raison, il nomme machine analytique.

Maintenant que j'ai exposé l'état de la question, il est temps de faire connaître le principe sur lequel est fondée la construction de cette machine. Lorsqu'on emploie l'analyse pour résoudre quelque problème, il y a, en général, deux espèces d'opérations à exécuter : d'abord le calcul numérique des différents coefficients, et ensuite leur distribution par rapport aux quantités qui doivent en être affectées. Si l'on a, par exemple, à former le produit de deux binomes (a + b x) (m + n x) le résultat sera représenté par $a m + (a n + b m) x + b n x^2$, expression dans laquelle on devra d'abord calculer a m, a n, b m, n b, sommer ensuite a n + b m, et enfin distribuer les coefficients ainsi obtenus par rapport aux puissances de la variable. Si l'on veut reproduire ces opérations au moyen d'une machine, elle devra donc posséder deux facultés distinctes: 1° celle d'exécuter les calculs numériques, 2° celle de distribuer convenablement les valeurs ainsi obtenues. Mais si la main de l'homme était obligée d'intervenir pour diriger chacune de ces opérations partielles, il n'y aurait rien de gagné sous le rapport de l'exactitude et de l'économie de temps; il faudra donc encore que la machine ait la propriété d'exécuter ellemême toutes les opérations successives nécessaires pour la solution du problème qu'on lui propose, une fois qu'on y aura introduit les données numériques primitives de ce même problème. Ainsi, puisque, une fois que la nature du calcul à exécuter ou celle du problème à résoudre sont indiquées, la machine doit, en vertu de son propre pouvoir, passer d'elle-même par toutes les opérations intermédiaires qui conduisent au résultat proposé, elle exclura toutes les méthodes de tâtonnement et d'essai, et n'admettra que les procédés directs de calcul. Il doit en être ainsi, car la machine n'est point un être qui pense, mais un simple automate qui agit suivant les lois qu'on lui a tracées. Cela posé, une des premières recherches de l'auteur a dû être celle d'un moyen de faire la division d'un nombre par un autre, sans employer la méthode de tâtonnement indiquée par les règles ordinaires de l'arithmétique. Cette combinaison n'a pas été la moins difficile à obtenir; c'est d'elle que dépendait le succès de toutes les autres. Dans l'impossibilité où je suis

de décrire ici le procédé par lequel on arrive à ce but, on devra se borner à admettre que les quatre premières opérations de l'arithmétique, c'est-à-dire l'addition, la soustraction, la multiplication et la division, sont susceptibles d'être exécutées d'une manière directe par l'intermédiaire de la machine. Cela étant, la machine sera par là même capable de faire toute espèce de calcul numérique, car en définitive ces calculs se réduisent tous aux quatre opérations que nous venons d'énoncer. Pour concevoir maintenant comment la machine peut fonctionner suivant les lois établies, donnons d'abord une idée de la manière dont les nombres y sont matériellement représentés.

Figurons-nous une pile ou colonne verticale composée d'un nombre indéfini de disques circulaires, tous traversés dans leur centre, par un axe commun autour duquel chacun d'eux peut prendre un mouvement de rotation indépendant. Si, sur le contour de chacun de ces disques, on écrit les dix chiffres qui composent notre alphabet numérique, en disposant, suivant une même verticale, une série de ces chissres, on pourra exprimer de cette manière un nombre quelconque. Car il suffira de supposer que le premier disque représente les unités, le deuxième les dizaines, le troisième les centaines, ainsi de suite. Lorsque deux nombres auront été écrits de cette manière sur deux colonnes distinctes, on pourra se proposer de les combiner arithmétiquement entre eux, et d'obtenir le résultat inscrit sur une troisième colonne. En général, si l'on a une série de colonnes composées de disques et que nous désignerons par V_0 , V_1 , V_2 , V_3 , V_4 , etc., on peut demander, par exemple, de diviser le nombre écrit sur la colonne V_1 , par celui de la colonne V_4 , et d'obtenir le résultat sur la colonne V₇. Pour faire cette opération, il faudra donner à la machine deux dispositions distinctes : la première par laquelle elle est prête à exécuter une division, et la seconde par laquelle on lui indique les colonnes sur lesquelles elle doit opérer, et celle où le résultat doit être écrit Lorsqu'à cette division devra, par exemple, succéder une

addition de deux nombres pris sur d'autres colonnes, les deux dispositions de la machine devront changer à la fois. S'il s'agit, au contraire, d'exécuter une suite d'opérations de la même nature, alors la première disposition demeurera la même, la seconde seule changera. Ainsi, parmi les arrangements que peuvent prendre les diverses pièces de la machine, on en distinguera deux principaux: 1º la disposition relative aux opérations, 2° la disposition relative aux variables; par cette dernière on entend celle qui indique les colonnes sur lesquelles on doit opérer. Quant aux opérations mêmes, elles s'exécutent dans un appareil spécial désigné sous le nom de moulin; il est lui-même composé d'un certain nombre de colonnes semblables à celles des variables. Lorsque deux nombres doivent être combinés ensemble, la machine commence par les effacer sur les colonnes où ils étaient écrits, c'est-à-dire à mettre zero sur chaque disque dans les deux lignes verticales où les nombres étaient écrits; puis elle les transporte dans le moulin. Là, l'appareil étant disposé pour l'opération demandée, celle-ci s'exécute, et, une fois qu'elle est achevée, le résultat est lui-même transporté sur la colonne des variables qui aura . été indiquée. Ainsi le moulin est la partie de la machine qui exécute; les colonnes des variables constituent celle où s'écrivent et s'ordonnent les résultats. D'après ce qui vient d'être dit, l'on voit que tous les résultats fractionnaires et irrationnels seront représentés par des fractions décimales. En supposant chaque colonne composée de quarante disques, cette extension serait suffisante pour tous les degrés d'approximation dont on a généralement besoin.

Maintenant l'on demandera comment la machine peut d'ellemême et sans avoir recours à la main de l'homme, prendre les dispositions successives convenables pour opérer. La solution de ce problème a été empruntée à l'appareil de Jacquard, en usage pour la confection des étoffes brochées; voici de quelle manière:

Dans les tissus on distingue généralement deux espèces de

fils: d'abord, les chaînes ou fils longitudinaux, ensuite la trame ou fil transversal qui est guidé par l'instrument que l'on nomme navette et qui croise avec les chaînes. Lorsque l'on veut faire une étoffe brochée, il faut empêcher tour à tour certains fils de croiser avec la trame, suivant un ordre déterminé par la nature du dessin qu'il s'agit de reproduire. Jadis cette opération était longue et difficile et exigeait que l'ouvrier, attentif au dessin qu'il devait copier, ordonnât lui-même les mouvements que ces fils devaient prendre. De là provenait le prix élevé de ce genre d'étoffes, surtout lorsqu'il y entrait des fils de différentes couleurs. Pour simplifier cette manufacturation, Jacquard imagina de faire communiquer chacun des groupes de fils qui devaient agir ensemble avec un levier distinct pour chaque groupe. Tous ces leviers se terminent par des tiges réunies en un faisceau qui a généralement la forme d'un parallélipipède à base rectangulaire; ces tiges sont cylindriques et séparées entre elles par de petits intervalles. L'opération du soulèvement des fils se réduira ainsi à mouvoir convenablement ces divers bras de levier. Pour cela, on prend une feuille de carton de forme rectangulaire, un peu plus grande que la section du faisceau. Si l'on applique cette feuille contre la base du faisceau de leviers, en lui imprimant un mouvement de translation, ceux-ci se mouvront tous en même temps, ainsi que les fils qui leur correspondent. Mais si le carton, au lieu d'être plein, était percé dans les endroits où les extrémités des leviers viennent le rencontrer, alors, dans son mouvement le carton étant traversé de part en part par les leviers, ceux-ci resteraient en place. De cette manière on voit qu'il est aisé de déterminer la position de ces trous dans le carton, de manière que, à un instant donné, il y ait un certain nombre de leviers et par conséquent de fils soulevés, tandis que les autres restent en place. En supposant que cette opération soit successivement répétée suivant une loi indiquée par le dessin qu'on veut exécuter, l'on conçoit que ce dessin puisse être reproduit sur l'étoffe. Pour cela il n'y a qu'à composer une série de cartons suivant la loi requise, et à

les disposer convenablement à la suite les uns des autres; puis en les faisant passer sur un arbre à section polygonale, qui à chaque coup de la navette présenterait une nouvelle face, laquelle serait transportée parallèlement à elle-même contre le faisceau de leviers, l'opération du soulèvement des fils se ferait d'une manière régulière. On voit qu'ainsi l'on pourra confectionner les étoffes brochées, avec une rapidité et une précision qu'il était difficile d'obtenir auparavant.

Ce sont des dispositions analogues à celle que nous venons de décrire, qui ont été introduites dans la machine analytique. Elle contient deux espèces principales de cartons : 1º les cartons des opérations, par lesquels la machine est disposée de manière à exécuter une série déterminée d'opérations, telles que additions, soustractions, multiplications et divisions; 2° les cartons des variables, qui indiquent à la machine des colonnes sur lesquelles les résultats doivent être écrits. Les cartons étant mis en mouvement, disposent successivement les diverses pièces de la machine selon la nature des opérations à faire, et la machine les exécute en même temps au moyen des mécanismes dont elle est composée.

Pour mieux concevoir la chose, prenons pour exemple la résolution de deux équations du premier degré à deux inconnues. Soient donc les deux équations suivantes où x et y sont les inconnues :

$$\begin{cases} mx + ny = d \\ m'x + n'y = d' \end{cases}$$

 $\begin{cases} mx + ny = d \\ m'x + n'y = d' \end{cases}$ on en déduit $x = \frac{dn' - d'n}{n'm - nm'}$, et pour y une valeur analogue.

Représentons toujours par Vo, V1, V2, etc., les différentes colonnes qui contiennent les nombres, et supposons qu'on ait choisi les huit premières colonnes pour y écrire les nombres qui sont représentés par m, n, d, m', n', d' n et n', ce qui suppose $V_0 = m$, $V_1 = n$, $V_2 = d$, $V_3 = m'$, $V_4 = n'$, $V_5 = d'$, $V_6 = n$, $V_7 = n'$. La série des opérations commandées par les cartons, et les résultats obtenus, seront représentés par le tableau suivant :

NOMBRE des operations.	CARTONS des OPÉRATIONS. Signes indiquant la nature des opérations.	C. lonne soumise aux opérations.	Colonne recevant le résultat des opérations.	MARCHE des opérations.
1 2 3 4 5 6 7	×	$V_{2} \times V_{4} = V_{5} \times V_{1} = V_{4} \times V_{0} = V_{4} \times V_{3} = V_{8} - V_{9} = V_{10} - V_{11} = V_{12} = V_{13}$	$V_9 \dots V_{10} \dots V_{11} \dots V_{12} \dots V_{13} \dots V_{13} \dots V_{13} \dots \dots$	= d'n = n'm

Comme les cartons ne font qu'indiquer comment et sur quelles colonnes la machine doit agir, il est clair qu'il faudra encore, dans chaque cas particulier, introduire les données numériques du calcul. Ainsi, dans l'exemple que nous avons choisi, on devra préalablement écrire les valeurs numériques de m, n, d, m', n', d' dans l'ordre et sur les colonnes indiquées, après quoi l'on fera agir la machine qui donnera la valeur de l'inconnue x pour ce cas particulier. Pour avoir la valeur de y, il faudra faire une autre série d'opérations analogues aux précédentes. Mais on voit qu'elles se réduiront à quatre seulement, car le dénominateur de l'expression de y, sauf le signe, est le même que celui de x, et égal à m'n - mn'. Dans le tableau précédent l'on remarquera que la colonne des opérations indique de suite quatre multiplications, deux soustractions et une division. Ainsi l'on pourra, au besoin, n'employer que trois cartons des opérations; pour cela il suffira d'introduire dans la machine un appareil qui, par exemple, après la première multiplication, retienne le carton relatif à cette opération, et ne lui permette d'avancer, pour être remplacé par un autre, que lorsque cette même opération aura été répétée quatre fois. Dans l'exemple précédent, nous avons vu que, pour trouver la valeur de x, il fallait commencer par écrire les coefficients m, n, d, m', n', d' sur huit colonnes, en répétant ainsi deux fois n et n'; d'après la même méthode, si l'on voulait également calculer y, on aurait dû écrire ces mêmes coefficients sur douze colonnes différentes. Mais il est possible de simplifier cette opération et d'éviter les chances d'erreurs, qui augmentent à mesure que la quantité des nombres à écrire, avant de faire opérer la machine, devient plus grand. Pour cela souvenons-nous que tout nombre écrit sur une colonne, afin d'être combiné arithmétiquement avec un autre nombre, doit être effacé de la colonne sur laquelle il se trouve et transporté dans le moulin. Or, dans l'exemple que nous avons discuté, prenons les deux coefficients m et n', qui chacun doivent entrer dans deux produits différents, c'est-à-dire m dans m n' et m d', n'dans m n' et n'd. Ces coefficients seront écrits sur les colonnes Vo et V4 Si l'on commence la série des opérations par le produit de m par n', on effacera ces nombres sur les colonnes Vo et V4 pour les transporter dans le moulin qui les multipliera ensemble, puis ordonnera à la machine d'écrire le résultat sur la colonne V6 par exemple. Mais comme ces nombres doivent encore servir chacun à une opération, il faudra qu'ils se trouvent de nouveau écrits quelque part; pour cela, en même temps que le moulin effectue leur produit, la machine les écrira de nouveau sur deux colonnes qui lui seront indiquées par les cartons, et comme dans le cas actuel rienne s'oppose à ce qu'ils reprennent leurs premières places, on les supposera inscrits sur V_0 et V_4 , d'où ils ne disparaîtront enfin, pour ne plus être reproduits, que lorsqu'ils auront subi les autres combinaisons auxquelles ils doivent être soumis.

On voit donc que l'ensemble des opérations nécessaires pour résoudre les deux équations du premier degré en question, pourra en définitive être représenté par le tableau suivant:

Colonnes sur écrites les ves du pro	Nombre	de	tions.	CARTONS	DES VAI	RIABLES.	MARCHE
lonnes sur lesquelles sont écrites les données primiti- ves du problème.	Nombre des opérations.	Nombre des cartons des opérations	Signes indiquant la nature des opér.	COLONNES SOUMISES AUX opérations	Colonnes qui recoivent le résultat des operations.	Indication des nouvelles colonnes sur lesquelles sont écrites les variables.	des OPÉRATIONS.
$V_{\circ} = m$	I	1	×	$V_{\circ} \times V_{4} =$	V ₆	V _o sur V _o	$V_6 = mn'$
$V_i = n$	2	»	×	$V_3 \times V_1 =$	$V_1 \dots$	V_1 id. V_1 V_2 id. V_2	$V_7 = m'n$
V = d	3	»	×	$V_* \times V_4 =$	V ₈	V, id. V,	$V_8 = dn'$
$V_3 = m'$	4	»	×	$V_5 \times V_1 =$	V 9 \dots	V_1 id V_5 id. V_5	$V_9 \equiv d'n$
V = n'	5	»	×	$V_0 \times V_5 =$	V10	V_{\circ} id	$V_{\iota \circ} = d'm$
$V_{i} = d$	6	'n	×	$V_3 \times V_3 =$	V	V_2 id	$V_{ii} = dm'$
	7	2	_	$V_{\circ} \times V_{7} =$	<i>V</i> ₁ ,	V_6 id	$V_{12} = mn' - m'n$
	8	»	_	$V_8 - V_9 =$	777	V_8 id V_9 id	$V_{i3} = dn' d'n$
	9	»	_	$V_{10} - V_{11} =$	V. 4 {	V_{io} id	$V_{14} = d'm - dm'$
	10	3	:	$\frac{V_{13}}{V_{12}} =$	$V_{i5} \dots$	V_{13} id	$V_{15} = \frac{dn' - d'n}{mn' - m'n} = x$
	H))	:	$\frac{V_{14}}{V_{12}} =$	V, 6, {	V_{12} id V_{14} id	$V_{16} = \frac{d'm - dm'}{mn' - m'n} = y$

Afin de diminuer autant que possible les chances d'erreur dans l'écriture des données numériques du problème, on les écrit successivement sur une des colonnes du moulin; puis, au moyen de cartons disposés à cet effet, ces mêmes nombres vont se placer sur les colonnes convenables, sans que l'opérateur ait aucunement à s'en inquiéter; de cette manière toute son attention se reportera sur la simple écriture de ces mêmes nombres.

D'après ce qui vient d'être exposé, on voit que l'ensemble des colonnes des variables peut être considéré comme un magasin de nombres qui y sont accumulés par le moulin et qui,

obéissant aux ordres transmis à la machine par le moyen des cartons, passent alternativement du moulin au magasin et du magasin au moulin, pour y subir les transformations requises par la nature du calcul à exécuter.

Jusqu'ici, il n'a point encore été parlé des signes des résultats, et la machine serait loin d'être parsaite si elle n'était pas capable d'exprimer et de combiner entre elles les quantités positives et négatives. Pour arriver à ce but, au-dessus de chaque colonne, tant du moulin que du magasin, se trouve un disque semblable à ceux qui composent les colonnes. Selon que le chiffre correspondant au nombre écrit sur la pile inférieure est pair ou impair, ce dernier sera considéré comme positif ou négatif. Cela posé, voici une manière de concevoir comment les signes peuvent se combiner algébriquement dans la machine. Lorsqu'un nombre devra être transporté du magasin dans le moulin et vice versd, il le sera toujours avec son signe, ce qui se fera par l'intermédiaire des cartons, ainsi qu'il a été dit précédemment. Soient donc deux nombres placés avec leurs signes respectifs dans le moulin et sur lesquels on doive opérer arithmétiquement. Supposons qu'il s'agisse d'abord de les sommer ensemble: les cartons des opérations commanderont l'addition; si les deux nombres ont le même signe, l'un des deux s'effacera entièrement sur la colonne où il était écrit et ira s'ajouter sur la colonne qui contient l'autre nombre; la machine, au moyen d'un appareil; pourra empêcher pendant cette opération tout mouvement dans le disque des signes qui appartient à la colonne sur laquelle se fait l'addition, et alors le résultat restera avec le signe qu'avaient les deux nombres donnés. Lorsque les deux nombres ont deux signes différents, l'addition qui était ordonnée par le carton se change en soustraction par l'intermédiaire des mécanismes qui sont mis en jeu à cause de cette différence de signe. Comme la soustraction ne peut s'opérer que sur le plus grand des deux nombres, si on fait en sorte que le disque des signes du plus grand nombre n'ait aucun mouve-

ment pendant que le plus petit de ces nombres s'efface de dessus sa colonne pour être soustrait de l'autre, il restera un résultat qui aura le signe de ce dernier, ainsi que cela doit être. Les combinaisons auxquelles donne lieu la soustraction algébrique, sont analogues aux précédentes. - Passons à la multiplication. Quand les deux nombres à multiplier ont le même signe, le résultat est positif; si les deux signes sont différents, le produit doit être négatif. Pour que la machine agisse conformément à cette loi, il suffira de concevoir que, sur la colonne qui contient le produit des deux nombres donnés, les chiffres indiquant leurs signes se soient ajoutés sur le disque des signes du produit; alors il est clair que si les chiffres des signes sont ou tous les deux pairs, ou tous les deux impairs, leur somme sera un nombre pair, et par conséquent exprimera une quantité positive; si, au contraire, les deux chiffres des signes sont l'un pair et l'autre impair, leur somme sera un nombre impair, et par conséquent exprimera une quantité négative. — Pour la division, au lieu d'ajouter les chiffres des disques, il faudra les soustraire l'un de l'autre, ce qui donnera lieu à des résultats analogues aux précédents, c'est-à-dire que, si ces chiffres sont tous les deux pairs ou impairs, le reste de cette soustraction sera pair; il sera impair dans le cas contraire. Lorsque je parle d'ajouter ou de soustraire l'un de l'autre les nombres exprimés par les chiffres des signes, je n'entends que saire avancer ou rétrograder l'un des disques d'un nombre de divisions égal à celui qui est exprimé par le chiffre de l'autre disque. On voit donc, d'après ce qui vient d'être exposé, qu'il est possible de combiner mécaniquement les signes des quantités, de manière à obtenir des résultats conformes à ceux qu'indique l'algèbre 1.

^{&#}x27; N'ayant point eu le loisir de discuter avec Mr. Babbage la manière d'introduire dans sa machine la combinaison des signes algébriques, je n'ai point la prétention d'exposer ici la méthode dont il se sert à cette fin; mais j'ai cru devoir y suppléer, pensant que cet écrit eût été imparfait si je n'avais indiqué un des moyens que l'on peut employer pour résoudre ce point essentiel du problème en question.



La machine est non-seulement capable d'exécuter les calculs numériques qui dépendent d'une formule algébrique donnée, mais elle est encore propre aux calculs analytiques dans lesquels on a une ou plusieurs variables à considérer. Pour cela il faut admettre que l'expression analytique sur laquelle on doit opérer soit développée suivant les puissances de la variable, ou suivant des fonctions déterminées de cette même variable, comme seraient, par exemple, les fonctions circulaires; il en doit être de même du résultat auquel on veut arriver. Or, si l'on suppose qu'au-dessus de chaque colonne du magasin on ait écrit les puissances ou les fonctions de la variable ordonnées selon la loi du développement que l'on considère, les coefficients de ces différents termes pourront être écrits sur les colonnes insérieures qui leur correspondent. On aura, de cette manière, représenté un développement analytique. Maintenant, en supposant que la position des différents termes qui le composent soit invariable, le problème se réduira à calculer leurs coefficients selon les lois voulues par la nature de la question. Pour mieux faire comprendre la chose, prenons l'exemple suivant, bien simple, dans lequel il s'agit de multiplier $(a + b x^{i})$ par $(A+B\cos^{1}x)$. Nous commencerons par écrire x^{3} , x^{4} , $\cos^{3}x$, $\cos^1 x$ au-dessus des colonnes V_0 , V_1 , V_2 et V_3 ; puis comme, d'après la forme des deux fonctions à combiner, les termes qui doivent composer le produit sont de la nature suivante, x° . $\cos^{9} x$, $x \cdot \cos^{1} x$, $x' \cdot \cos^{9} x$, $x' \cos^{1} x$, on les écrira au-dessus des colonnes V_4 , V_5 , V_6 et V_7 . Les coefficients de x^7 , x^1 , cosº x, cos' x étant donnés, par le moyen du moulin on les fera passer sur les colonnes V_0 , V_1 , V_2 et V_3 . Telles sont les données primitives du problème; c'est maintenant à la machine qu'il appartient d'en opérer la solution, c'est-à-dire de trouver les coefficients qui doivent être inscrits sur V_4 , V_5 , V_6 , V_7 Dans ce but, comme la loi de formation de ces mêmes coefficients est connue, la machine agira par l'intermédiaire des cartons, de la manière indiquée dans le tableau suivant :

XI	Et .	COEFFICIENTS	HBNTS	CARTONS des opérations	ONS s tions		CART	ONS DES	CARTONS DES VARIABLES.
	au-dessus desquelles rites les fonctions de ble.	Donnés.	A former.	Nombre des opérations.	Nature de l'opération.	COLONNES soumises aux opérations.	COLONNES sor lesquelles sont errits les resultats des operations.	COLONNES Indication des sur colonnes sur colonnes sur colonnes sur colonnes sur colonnes sur colonnes sur coefficients des coefficients des soumis aux operations.	RÉSULTATS DES OPÉRATIONS
	x° V_{\circ} x' V_{\circ} $\cos \circ x$ V_{\circ} $\cos \circ x$ V_{\circ}	BACE	* * * *	2 6 6 6		2 2 2 2		.	« « «
	$x^{\circ} \cos {}^{\circ} x \cdot V_{4}$		a.A	-	×	V. × V. =	:	V. sur V. V. id. V.	$V_t = aA$ coefficients de x° cos $^\circ x$
9.4	$x^{\circ} \cos^{\circ} xV_{5}$ $x' \cos^{\circ} xV_{6}$		a B b A	ч с;	××	7° × 7³ = 7° × 7° × 1° × 1° × 1° × 1° × 1° × 1° ×	~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~	V3 id. V3 V, id. V, V, id.	$\begin{cases} F_3 & id, F_3 \\ F_1 & id, F_1 \\ F_2 & id, F_1 \\ \end{bmatrix} F_6 = bA \dots id \dots x' \cos x$
	$x'\cos xV_7$		b B	7	×	$V_1 \times V_3 =$	\[\bullet_7 \dots \equiv \left\]	Vid	$V_7 = bB \dots id \dots x' \cos^1 x$

On doit concevoir maintenant que le principe développé dans l'exemple précédent puisse s'appliquer en général à toute espèce d'opération que l'on pourrait se proposer sur les séries soumises au calcul. Il suffira de connaître la loi de formation des différents coefficients. d'inscrire cette loi dans les cartons de la machine, qui alors exécutera elle-même tous les calculs convenables pour arriver au résultat proposé. S'il s'agissait, par exemple, d'une série récurrente, la loi de formation des différents termes étant la même pour tous, les mêmes opérations qui se feront pour l'un d'eux se répéteront pour les autres; seulement il y aura changement de lieu de l'opération, c'est-à-dire qu'elle se fera sur des colonnes différentes. Comme généralement toute expression analytique est susceptible d'être exprimée par une série ordonnée selon certaines fonctions de la variable, on voit que la machine embrassera tous les calculs analytiques qui se réduisent en définitive à la formation des coefficients suivant certaines lois, et à leur distribution par rapport aux variables.

De ce qui vient d'être exposé l'on peut déduire cette conséquence importante, c'est que, puisque les cartons indiquent seulement la nature des opérations à faire et les colonnes des variables sur lesquelles elles doivent être exécutées, ces cartons auront eux-mêmes toute la généralité d'analyse, dont ils ne sont qu'une simple traduction. Examinons encore quelques-unes des difficultés que la machine doit surmonter pour que son assimilation à l'analyse soit plus complète. Il y a certaines fonctions qui doivent changer de nature lorsqu'elles passent par zéro ou l'infini, ou dont les valeurs ne sauraient être admises au delà de ces limites. Lorsque ces cas se présentent, la machine au moyen d'une sonnerie peut avertir que le passage par zéro ou l'infini a lieu, et alors elle s'arrête, jusqu'à ce que le gardien l'ait remise en action pour telle autre opération qu'on voudra lui ordonner. Si cette opération est prévue, la machine, au lieu de sonner, se disposera de manière à présenter les nouveaux cartons relatifs à l'opération qui doit succéder au passage par zéro et l'infini. Ces nouveaux cartons peuvent faire suite aux premiers et n'entrer en jeu que lorsque les deux circonstances indiquées précédemment auront lieu. Considérons un terme de la forme ab^n ; puisque les cartons ne sont qu'une traduction de la formule analytique, il faudra, dans le cas actuel, que leur nombre soit le même, quelle que soit la valeur de n, c'est-à-dire quel que soit le nombre des multiplications à faire pour élever b à la puissance $n^{\text{tème}}$ (nous supposons pour le moment que n soit un nombre entier). Or, comme l'exposant n indique que b doit être multiplié n fois par lui-même, toutes ces opérations étant de la même nature, il suffira d'employer pour cela un seul carton des opérations, celui qui ordonne la multiplication.

Mais lorsque n sera donné pour le cas particulier que l'on veut calculer, il sera encore nécessaire que la machine borne ses multiplications aux nombres convenables. Or, voici comment l'opération peut être disposée. Les trois nombres a, b et n seront écrits sur autant de colonnes distinctes du magasin, que nous désignerons par V_0 , V_1 , V_2 ; le résultat ab^n viendra se transcrire sur la colonne V 3. Lorsque le nombre n aura été introduit dans la machine, un carton ordonnera à un compteur de marquer (n-1) et en même temps fera exécuter la multiplication de b par b. Quand celle-ci sera achevée, le compteur aura effacé une unité et ne marquera plus que (n-2), et la machine ordonnera de nouveau au nombre b écrit sur la colonne V_1 de se multiplier avec le produit b^2 écrit sur la colonne V_3 , ce qui donnera b3. Alors une nouvelle unité s'effacera sur le compteur, et les opérations indiquées se répéteront jusqu'à ce que le compteur ne marque plus que zéro. Ainsi le nombre b^u se trouvera écrit sur la colonne V3, et la machine poursuivant le cours de ses autres opérations, ordonnera le produit de b^* par a, et le calcul demandé se trouvera achevé sans que le nombre de cartons à employer ait du varier avec la valeur de n. Si n était négatif, les cartons, au lieu d'ordonner la multiplication

puisque tout nombre peut être écrit avec son signe respectif et réagir de cette manière sur la nature des opérations à exécuter. Enfin si n était fractionnaire et de la forme $\frac{p}{a}$, on emploierait une colonne de plus pour écrire q, et la machine ferait agir deux appareils, l'un pour élever b à la puissance n, l'autre pour extraire la racine qième du nombre ainsi obtenu.

On peut demander, par exemple, de multiplier une expression de la forme $ax^{\prime\prime} + bx^{\prime}$ par une autre $Ax^{\prime\prime} + Bx^{\prime\prime}$, puis de réduire le produit aux moindres termes lorsque leurs indices sont égaux. Les deux facteurs étant ordonnés par rapport à x, le résultat général de la multiplication serait Aax^{m+p} + $Abx^{p} + {}^{n} + aBx^{m} + {}^{q} + bBx^{n} + {}^{q}$. Jusqu'ici l'opération ne présente pas de difficultés; mais supposons que l'on ait m = p et n = q, et que l'on veuille réduire les deux termes moyens à un seul $(Ab + Ba) x^{n} + 9$. Pour cela les cartons pourront ordonner que m+q et n+p soient transportés dans le moulin pour y être soustraits l'un de l'autre; si le reste est nul, comme cela doit avoir lieu dans l'hypothèse admise, le moulin ordonnera à d'autres cartons de lui porter les coefficients Ab et aB pour les sommer ensemble, et les donner ainsi pour coefficient au terme unique $x^n + p = x^m + q$.

Cet exemple nous montre comment les cartons peuvent reproduire toutes les opérations qu'exécute l'intelligence pour arriver à un résultat déterminé, lorsque ces opérations sont elles-mêmes susceptibles d'être nettement précisées.

Examinons encore l'expression suivante:

2.
$$\frac{2^2 \cdot 4^3 \cdot 6^2 \cdot 8^3 \cdot 10^2 \cdot \dots \cdot (2n)^3}{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 9^2 \cdot \dots \cdot (2n-1)^2 \cdot (2n-1)^2}$$

que l'on sait devenir égale au rapport de la circonférence au diamètre, lorsque n est infini. On peut demander à la machine non-seulement d'exécuter le calcul de cette expression fractionnaire, mais encore d'indiquer immédiatement que sa valeur devient celle même du rapport de la circonférence au diamètre lorsque n est infini, cas dans lequel le calcul serait impossible. Observons que l'on exigerait ainsi que la machine interprétât un résultat non évident par lui-même, ce qui n'est point dans ses attributions, puisqu'elle n'est point un être pensant. Cependant lorsque le cos. de $n=\infty$ a été prévu, un carton peut ordonner immédiatement la substitution de la valeur de π (π étant le rapport de la circonférence au diamètre), sans passer par la série des calculs indiqués. Il suffirait pour cela qu'il y eût dans la machine un carton spécial destiné à former immédiatement le nombre π sur la colonne qui lui serait indiquée. C'est ici le cas de parler d'une troisième espèce de cartons que l'on peut appeler cartons des nombres. Il y a certains nombres, tels que celui qui exprime le rapport de la circonférence au diamètre, les nombres de Bernoulli, etc., qui se présentent fréquemment dans les calculs. Pour n'être pas obligé de les calculer chaque fois que l'on doit les employer, on peut combiner certains cartons destinés à les donner tout faits dans le moulin, d'où ils vont ensuite se placer dans les colonnes du magasin qui leur sont destinées. Par ce moyen, la machine sera encore susceptible des simplifications que présente l'emploi des tables numériques. Il serait également possible d'introduire, au moyen de ces cartons, les logarithmes des nombres; mais peut-être ici ne serait-ce pas la méthode la plus convenable et la plus prompte, car la machine pourrait se prêter à d'autres combinaisons plus expéditives, fondées sur la rapidité avec laquelle s'exécutent les quatre premières opérations de l'arithmétique. Pour donner une idée de cette rapidité, il sussira de dire que Mr. Babbage pense pouvoir, par le moyen de sa machine, faire en trois minutes le produit de deux nombres composés de vingt chiffres chacun.

Peut-être le nombre immense de cartons qu'exigerait la solution d'un problème un peu compliqué, pourrait-il paraître un obstacle. Mais il ne semble pas devoir en être ainsi : le nombre de cartons que l'on peut employer n'a pas de limites. Il y a certaines étoffes qui pour être confectionnées n'exigent pas moins de vingt mille cartons, et cette quantité peut certainement être de beaucoup dépassée.

En résumant ce qui vient d'être dit sur la machine analytique, on peut conclure qu'elle est fondée sur deux principes : le premier, qui consiste en ce que tout calcul arithmétique dépend en définitive de quatre opérations principales, l'addition, la soustraction, la multiplication et la division; le second, en ce que tout calcul analytique peut se réduire à calculer les coefficients des différents termes d'une série. Si ce dernier principe est vrai, toutes les opérations de l'analyse sont du domaine de la machine. D'un autre côté, l'emploi des cartons offre une généralité égale à celle des formules algébriques, car, de même qu'une formule de ce genre indique simplement la nature et l'ordre des opérations à faire pour arriver à un résultat déterminé, les cartons ne font que commander à la machine ces mêmes opérations; mais pour que les mécanismes puissent agir, il faut encore introduire dans chaque cas particulier les données numériques du problème. Ainsi une même série de cartons servira pour toutes les questions d'une même nature, dans lesquelles il n'y aura que les données numériques de changées. De cette manière les cartons ne sont qu'une traduction des formules algébriques, ou pour mieux dire, une autre forme d'écriture analytique.

Comme la machine a un mode d'agir qui lui est propre, dans chaque cas particulier il sera nécessaire de disposer la série des calculs conformément aux moyens qu'elle possède; car tel procédé qui serait extrêmement facile pour un calculateur, deviendrait long et compliqué pour la machine et vice versa.

Considéré sous le point de vue le plus général, l'objet essentiel de la machine étant de calculer, d'après les lois qui lui sont dictées, la valeur de coefficients numériques qu'elle doit ensuite distribuer convenablement sur les colonnes qui représentent les variables, il s'ensuit que l'interprétation des formules et des résultats est en dehors de ses attributions, à moins toutefois que cette interprétation ne soit elle-même susceptible d'être exprimée par le moyen des symboles dont elle fait usage. Ainsi elle n'est point elle-même l'être qui pense, mais on peut la considérer comme l'être qui exécute les conceptions de l'intelligence. Les cartons reçoivent l'empreinte de ces conceptions, et transmettent aux différents mécanismes dont se compose la machine les ordres nécessaires pour agir. Une fois que la machine sera construite, la difficulté se reportera donc sur la confection des cartons; mais comme ceux-ci ne sont que la traduction de formules algébriques, par le moyen de simples notations il sera facile d'en confier l'exécution à un ouvrier. Ainsi
tout le travail intellectuel se bornera à la préparation des formules, qui devront être aptes à être calculées par la machine.

Maintenant, en admettant qu'une telle machine soit exécutable, on pourra demander quelle en sera l'utilité? En résumé, elle présentera les avantages suivants : 1º Exactitude; on sait que les calculs numériques sont généralement l'écueil de la solution des problèmes, car les erreurs s'y glissent aisément, et il n'est pas toujours facile de les reconnaître. Or, la machine, par la nature même de son mode d'agir, qui n'exige aucunement l'intervention de la main de l'homme durant le cours de ses opérations, présente toute espèce de garantie au sujet de l'exactitude; d'ailleurs, elle porte son contrôle avec elle-même, car à la fin de chaque opération elle donne imprimés, non-seulement le résultat, mais encore les données numériques de la question, de sorte qu'il est aisé de vérisier si cette question a été posée avec exactitude. 2º Économie de temps : pour s'en convaincre, il suffira de rappeler qu'une multiplication de deux nombres composés chacun de 20 chiffres demande tout au plus trois minutes. D'ailleurs, lorsque l'on devra faire une longue série de calculs identiques, comme ceux qu'exige la formation de tables numériques, on pourra-mettre en jeu la machine de manière à donner plusieurs résultats à la fois, ce qui abrégera de beaucoupl'ensemble des opérations. 3º Economie d'intelligence : un simple calcul d'arithmétique exige le concours d'une personne avant quelque capacité; lorsqu'on passe à des calculs plus compliqués, et qu'on veut faire usage de formules algébriques dans des cas particuliers, il faut déjà posséder des connaissances qui supposent des études mathématiques préliminaires de quelque étendue. Or, la machine, pouvant saire elle-même toutes ces opérations purement matérielles, épargne le travail d'intelligences qui peuvent être employées plus utilement. Ainsi la machine pourra être considérée comme une vraie manufacture de chiffres, qui prêtera son secours aux sciences et aux arts utiles qui s'appuient sur les nombres. Or, qui pourrait prévoir les conséquences d'une telle invention? En effet, combien d'observations précieuses restent inutiles aux progrès des sciences, parce qu'il n'y a pas de forces suffisantes pour en calculer les résultats! Que de découragement la perspective d'un long et aride calcul ne jette-t-elle pas dans l'âme de l'homme de génie qui ne demande que du temps pour méditer et qui se le voit ravi par le matériel des opérations! Et pourtant c'est par la voie laborieuse de l'analyse qu'il doit arriver à la vérité; mais il ne peut la suivre sans être guidé par des nombres, car sans les nombres il n'est pas donné de pouvoir soulever le voile qui couvre les mystères de la nature. Ainsi la pensée de former un instrument capable d'aider la faiblesse de l'homme dans de telles recherches, est une conception qui, venant à se réaliser, marquerait une époque glorieuse dans l'histoire des sciences. Toutes les pièces, tous les rouages qui composent cet immense appareil ont été combinés, leur action a été étudiée, mais ils n'ont pu être encore assemblés. La confiance que doit inspirer le génie de Mr. Babbage rend légitime l'espoir que cette entreprise sera couronnée de succès; en rendant hommage à l'intelligence qui la dirige, faisons des vœux pour qu'une telle œuvre s'accomplisse.
