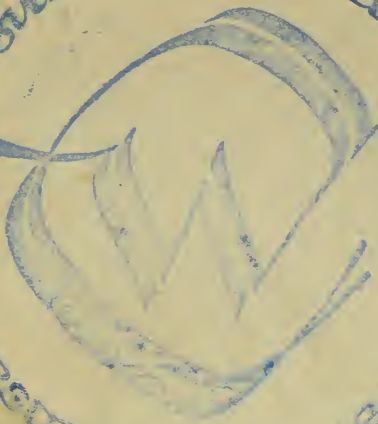




UNIVERSITY OF CHICAGO LIBRARY







INSTRUCTION
SUR LES
POIDS ET MESURES
RÉPUBLICAINES,
DÉDUITES DE LA GRANDEUR
DE LA TERRE,

UNIFORMES POUR TOUTE LA RÉPUBLIQUE,

*Et sur les calculs relatifs à leur division
décimale ;*

Par la Commission temporaire des Poids et Mesures
républicaines,

En exécution des décrets de la Convention nationale.

A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE DU DÉPÔT DES LOIS,
Place de la Réunion.

An II^e. de la République, une et indivisible.



IV. 2153

T A B L E

Des articles contenus dans cette Instruction.

DISCOURS PRÉLIMINAIRE.	ix.
--------------------------------	-----

P R E M I È R E P A R T I E.

<i>Système des Mesures déduites de la grandeur de la Terre.</i>	<i>pag. 1</i>
---	---------------

NOTIONS PRÉLIMINAIRES SUR LES MESURES.	ibid.
--	-------

I. DES MESURES LINÉAIRES.	6.
-----------------------------------	----

<i>Détermination de l'unité des Mesures li- néaires.</i>	<i>9.</i>
--	-----------

<i>Nouvelle division de la circonférence du Cercle</i>	<i>17.</i>
--	------------

<i>Avantages des nouvelles Mesures.</i>	<i>19.</i>
---	------------

<i>Expérience du Pendule.</i>	<i>22.</i>
---------------------------------------	------------

<i>Nouvelle division de la durée du jour.</i>	<i>28.</i>
---	------------

<i>Description de l'étalon du mètre et des principales mesures usuelles de longueur.</i>	<i>29.</i>
--	------------

II. DES MESURES AGRAIRES	34.
------------------------------------	-----

III. DES MESURES DE CAPACITÉ.	38.
---------------------------------------	-----

IV. DES POIDS.	43.
------------------------	-----

<i>Détermination de l'unité de Poids</i>	<i>44.</i>
--	------------

<i>Divisions et sousdivisions de l'unité de Poids.</i>	<i>48.</i>
--	------------

V. DES MONNOIES.	pag. 54.
--------------------------	----------

SECONDE PARTIE,

Calcul relatif à la division décimale des Mesures déduites de la grandeur de la Terre 55.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.	ibid.
--------------------------------	-------

Table des abréviations des noms de Mesures et de Poids 57.

I. DE LA MANIÈRE D'EXPRIMER EN CHIFFRES LES RÉSULTATS DES OPÉRATIONS SUR LES NOUVELLES MESURES.	58.
---	-----

II. DE L'ADDITION.	69.
----------------------------	-----

1°. *Addition des Livres, Décimes et Centimes.* 69.

2°. *Additions des mesures de longueur pour le commerce des étoffes* 71.

3°. *Addition des mesures de longueur pour les ouvrages de construction.* 74.

4°. *Addition des Poids.* 76.

Remarques. 79.

III. DE LA SOUSTRACTION.	81.
----------------------------------	-----

1°. *Soustraction des Livres, Décimes et Centimes.* ibid.

2°. *Soustraction des mesures de longueur pour le commerce d'étoffes* 83.

3°. *Soustraction des mesures de longueur pour les ouvrages de construction* 85.

4°. Soustraction des poids.	pag. 87.
IV. DE LA MULTIPLICATION.	89.
1°. Multiplication des Livres, Décimes et Centimes par un nombre simple.	90.
2°. Multiplication des Livres, Décimes et Centimes par un nombre complexe qui exprime des mesures de longueur pour le commerce des étoffes.	94.
Remarque.	96.
3°. Multiplication des Livres, Décimes et Centimes, par des nombres qui représentent des mesures de longueur pour les ouvrages de construction	99.
4°. Multiplication des Livres, Décimes et Centimes, par des nombres qui représentent des poids	102.
5°. Usages de la Multiplication, relatifs à la mesure des surfaces.	107.
6°. Usages de la Multiplication pour la mesure des solidités.	116.
7°. Méthode pour abréger, dans certains cas, la Multiplication.	124.
V. DE LA DIVISION.	131.
1°. Division d'un nombre d'unités de livres par un nombre composé d'unités quelconques.	134.
2°. Division d'un nombre de Livres, de	

<i>Décimes et de Centimes, par un nombre d'unités quelconques.</i>	pag. 138.
3°. <i>Division d'un nombre de Livres, de Décimes et de Centimes par un nombre fractionnaire qui exprime des mesures de longueur pour les étoffes. .</i>	141.
4°. <i>Division d'un nombre de Livres, de Décimes et de Centimes par un nombre fractionnaire qui représente des mesures de longueur pour les Ouvrages de construction.</i>	143.
5°. <i>Division d'un nombre de Livres, de Décimes et de Centimes par un nombre fractionnaire qui représente des poids. .</i>	145.
<i>Remarque.</i>	147.
VI. OBSERVATIONS SUR LE CALCUL DÉCIMAL.	150.
VII. SOLUTION DE DIVERSES QUESTIONS RELATIVES AUX MESURES DÉDUITES DE LA GRANDEUR DE LA TERRE.	157.
1°. <i>QUESTION, relative à la détermination du mètre.</i>	ibid.
2°. <i>QUESTION, sur le rapport du pied au mètre.</i>	158.
3°. <i>QUESTION, sur le rapport de l'aune au mètre.</i>	ibid.
4°. <i>QUESTION, sur la manière de ré-</i>	

<i>duire un certain nombre de toises et de</i>	<i>pag.</i>
<i>fractions de la toise , en mètres et en</i>	
<i>parties décimales du mètre</i>	159
5°. QUESTION , <i>sur la manière de réduire</i>	
<i>les parties de l'ancien jour en celles du</i>	
<i>nouveau.</i>	160.
6°. QUESTION , <i>sur le rapport du mètre</i>	
<i>carré au pied carré</i>	161.
7°. QUESTION , <i>sur le rapport du grand</i>	
<i>et du petit arpent à l'are.</i>	162.
8°. QUESTION , <i>sur la manière de trouver</i>	
<i>la quantité de mètres d'étoffe nécessaire</i>	
<i>pour tapisser un endroit dont les dimen-</i>	
<i>sions sont données.</i>	163.
9°. QUESTION , <i>relative à la construction</i>	
<i>et au prix d'une cloison dont les dimen-</i>	
<i>sions sont données.</i>	164.
10°. QUESTION , <i>relative à la mesure des</i>	
<i>solidités.</i>	165.
11°. QUESTION , <i>sur le rapport de l'an-</i>	
<i>cienne livre poids de marc, au grave. . .</i>	166.
12°. QUESTION , <i>sur l'étalonnage du cadil. ibid.</i>	
<i>Remarque.</i>	168.
VIII. DES FORMES ET DES DIMENSIONS DES	
MESURES RÉPUBLICAINES.	172.
1°. Mesures de grains.	176.
2°. Mesures de liquides.	177.

A P P E N D I C E.

IX. DIVISION DU THERMOMÈTRE ET DU BAROMÈTRE.	177.
1°. <i>Division du Thermomètre.</i>	ibid.
2°. <i>Division du Baromètre.</i>	182.
X. DISPOSITION ET USAGE DES TABLES DE RÉDUCTION DES ANCIENNES MESURES AUX NOUVELLES.	185.

E R R A T A.

Page 86, ligne 19, au lieu de *1 pied ou 12 pouces*,
lisez, *un pouce ou 12 lignes*.

Page 135; ligne 10, au lieu de $12^d. 4^s. \frac{4}{7}$, lisez $12^s.$
 $4^d. \frac{4}{7}$.

Page 176, ligne 3, au lieu de *cunticade*, lisez
centicade.

DISCOURS PRÉLIMINAIRE.

Nous sommes arrivés au terme où l'uniformité des poids et mesures n'attend plus, pour s'établir et se propager dans toute l'étendue de la République, que l'entière exécution des moyens cherchés et préparés par trois années de calculs et d'expériences. Il étoit réservé à la Convention nationale d'ouvrir cette nouvelle source de la prospérité des Français, et de lui donner ce cours rapide, de lui imprimer ce mouvement révolutionnaire qui double le bienfait en hâtant le moment de la jouissance. Tandis que d'une part elle donnoit le signal aux défenseurs de la patrie pour terrasser les ennemis de la liberté, de l'autre elle appeloit les arts auprès d'elle; elle leur ordonnoit d'accélérer la construction de ces instrumens destinés à briser les entraves qui jusqu'alors avoient captivé le commerce dans sa marche, à faire disparaître cette

diversité qui étoit un piège continuel tendu à la bonne foi et à la droiture, et à offrir un symbole et à la fois un nouveau gage de la précieuse égalité.

L'établissement d'un poids et d'une mesure uniformes, quand même il ne seroit fondé que sur le choix de certaines espèces de mesure et de poids, parmi celles qui étoient jusqu'alors en usage, avec les précautions nécessaires pour les garantir à l'avenir de toute variation, assureroit déjà une reconnoissance immortelle aux législateurs de la patrie; mais les moyens dont ils ont voulu qu'on fit dépendre cet établissement, en même-temps qu'ils en multiplient les avantages, lui impriment ce caractère de grandeur et de dignité, si conforme à la situation d'un peuple auquel chaque jour prépare une nouvelle gloire et de nouveaux triomphes. A leur voix puissante, la physique et la géométrie mesurent la distance de l'équateur au pôle, et de cette grande

unité sortent comme d'une source commune, toutes les unités usuelles de mesure et poids. La France, par sa position, se trouve être le seul pays du monde connu ; qui réunisse les conditions nécessaires pour obtenir la plus grande précision possible dans la mesure immédiate de l'arc, d'où l'on déduit ensuite par le calcul, la longueur du quart du méridien ; comme si la nature, en offrant de tous les temps aux différens peuples le présent d'une unité de mesure invariable comme elle, eût réservé aux Français la gloire d'être les premiers à la recevoir de sa main. L'unité de poids est pareillement fondée sur une base naturelle et invariable ; elle dépend de la pesanteur du plus commun de tous les fluides, de celui qui baigne notre globe, sous une capacité dont l'élément est fourni par l'unité de mesure linéaire. Tout est lié dans ce système ; toutes les parties qui le composent, se tiennent par des rapports intimes ; cha-

que résultat découle nécessairement de celui qui précède , et amène celui qui doit suivre , en sorte que le principe une fois établi que l'unité de mesure et de poids devoit être prise dans la nature , le plan du système se trouvoit comme tracé d'avance , d'après l'ordre prescrit par la filiation des idées. C'est une chaîne dont il suffit de saisir le premier anneau pour l'enlever tout entière.

Les arts se sont empressés de seconder ce grand travail par des machines ingénieuses, exécutées avec un soin et une perfection qui ont porté les résultats de l'expérience à un degré de précision jusqu'alors inconnu. On est parvenu à saisir des quantités dont la petitesse étonne l'imagination , et ne laisse aux erreurs dues à l'observation , que ces nuances inaccessibles à la délicatesse de nos organes , et qui n'existent plus pour nous.

Et ce qui surprendroit encore davantage chez toute autre nation , c'est de voir les

citoyens chargés de cette opération importante , qui sembleroit exiger tout le calme des temps pacifiques , la conduire avec succès vers son terme , au milieu du bruit des combats et des agitations de la liberté naissante. Occupés tranquillement alors à interroger la nature , ils ont prouvé que quand il s'agit des intérêts et de la gloire de la patrie , il y a , pour le génie comme pour le courage , un sang-froid qui rend l'un supérieur à toutes les distractions , comme l'autre à la crainte ; ou si quelque chose a été capable de les distraire , ce ne pouvoit être que les cris de la victoire , plus favorables encore aux recherches heureuses , que le silence du cabinet.

Après avoir organisé le système dont l'établissement leur avoit été confié , ils s'empres sent aujourd'hui de remplir l'obligation que leur imposent les décrets de la Convention nationale , « de composer à l'usage
« de tous les citoyens , un livre contenant

« des instructions simples sur la manière
« de se servir des nouveaux poids et me-
« sures, et sur la pratique des opérations
« relatives à leur division décimale. »

Le décret que nous venons de citer indiquoit à la fois et l'objet et le plan de cet ouvrage , qui sera divisé en deux parties. La première traitera de toutes les connoissances relatives aux mesures républicaines ; et nous avons même essayé d'y donner une idée des méthodes qui ont été suivies dans la détermination de ces mesures, en suppléant, autant qu'il a été possible, aux résultats du calcul et au véritable langage de la science , par des comparaisons tirées d'objets sensibles, ou en profitant des premières notions de géométrie communes à tous les hommes, pour ébaucher en quelque sorte le tableau des méthodes dont il s'agit (a). Mais ce que nous nous sommes

(a) Nous avons ajouté au texte des notes explicatives, où les géomètres et les physiciens pourront prendre une connoissance plus approfondie des résultats.

sur-tout attachés à exposer avec clarté, c'est la manière dont les mesures républicaines ont été divisées et sous-divisées, les différentes espèces qui résultent de ces divisions relativement à chaque unité, les usages des mêmes mesures et leurs rapports, soit entr'elles, soit avec les anciennes mesures, qui devoient servir encore une fois à cette comparaison nécessaire pour le maintien du commerce, avant de disparoître sans retour.

Nous observerons ici que la mesure de l'arc terrestre, d'où l'on doit conclure la longueur exacte du quart du méridien, qui est la base de tout le nouveau système, n'est point encore terminée; mais la Commission des poids et mesures a pensé que l'on pouvoit établir, d'après les opérations déjà faites en France vers le milieu de ce siècle par d'habiles astronomes, un résultat suffisamment approché pour l'usage du commerce. Le surcroît de précision que la mesure définitive pourra y ajouter, rendra sans doute

cette opération plus digne de la nation puissante et éclairée qui l'a entreprise, mais ne peut être assez sensible pour retarder le moment de la jouissance.

Dans l'exposition des moyens employés pour déterminer l'unité de mesure, nous n'avons pas cru devoir distinguer les deux époques relatives, l'une au résultat provisoire, l'autre au résultat définitif; et nous avons raisonné dans la supposition d'une opération unique, exécutée en entier comme d'un seul jet, pour éviter de compliquer les explications, et de jeter de la confusion dans les idées du lecteur.

La seconde partie est destinée à exposer la méthode de calcul qui se rapporte à la division décimale des mesures républicaines, et l'on y verra combien les avantages du nouveau système, qui sont déjà si précieux par le choix des bases sur lesquelles il est établi, vont le devenir encore par la simplicité

plicité et la facilité qu'il répandra dans les calculs. Tous les embarras qui résultoient des sousdivisions disparates et incohérentes des anciennes mesures, vont s'évanouir. Les plus petites parties de l'unité se calculeront comme les unités simples. La marche familière à presque tous les hommes de l'arithmétique élémentaire, sera substituée à toute cette complication de nombres fractionnaires, où tous les inconvéniens nés du caprice et de l'arbitraire qui avoient présidé à l'organisation de l'ancien système, se cachotent sous un faux air de science, sous un vain appareil de chiffres, au milieu desquels le calculateur se traînoit avec effort et souvent avec ennui vers le résultat de son opération. Ceux qui savoient peu, sauront tout; les autres s'empresseront d'oublier ce qu'ils savoient de trop; tous recevront comme un véritable bienfait, une méthode de calcul qui aura le mérite de leur épargner à la fois du temps, de l'étude et des occasions de méprise.

Nous avons supposé le lecteur instruit des quatre premières opérations de l'arithmétique, même de celles où l'on employoit les nombres que l'on appelle complexes, comme ceux qui exprimoient des sous et des deniers dans les comptes, des pouces et des lignes dans le toisé, etc., en sorte que le but de l'ouvrage est moins d'offrir un traité d'arithmétique, qu'une espèce de traduction du langage compliqué et prolix que cette science avoit parlé jusqu'alors, dans un autre langage beaucoup plus simple et plus concis. En conséquence, nous avons cité d'abord des exemples pris dans l'ancienne méthode, relativement à chaque unité de mesure, avant de passer aux exemples analogues, tirés des mesures républicaines; persuadés d'ailleurs que le contraste des deux tableaux placés l'un vis-à-vis de l'autre, feroit mieux ressortir les avantages du nouveau système, et qu'après avoir jeté un dernier regard sur ce qu'on avoit fait

jusqu'ici avec peine et lenteur, on en jugeroit mieux combien seroit court et facile ce qu'on auroit à faire à l'avenir.

Cet ouvrage est terminé par douze tables de réduction, qui mettront tous ceux qui calculoient des résultats relatifs aux anciennes mesures, à portée de ramener ces mêmes résultats à ceux qui leur correspondent dans le nouveau système.

Quelques personnes auroient désiré que l'on profitât de la réforme générale qui va s'opérer dans le système des poids et mesures, pour changer aussi notre arithmétique, et lui substituer l'arithmétique duodécimale, c'est-à-dire, celle où les unités des différens chiffres sont toujours douze fois plus grandes en allant de droite à gauche, ce qui auroit exigé deux caractères de plus, pour représenter les nombres dix et onze. Les divisions et sousdivisions des mesures et des poids auroient suivi cette même progression, qui se trouve déjà établie par

rapport au pied ou à l'unité usuelle des anciennes mesures linéaires.

Avant d'examiner si les avantages du rapport duodécimal sont réellement aussi grands qu'ils semblent l'être au premier aperçu, et si le changement qui feroit passer ces avantages dans notre arithmétique n'entraîneroit pas d'une autre part des inconvéniens au moins capables de les balancer; nous observerons en général que l'arithmétique décimale a été celle de toutes les nations dont l'histoire ait conservé le souvenir. Il est probable que la conformation de la main aura déterminé une sorte de prédilection en faveur du nombre dix que chacun avoit dans ses doigts, et qui se trouvoit continuellement sous ses yeux, et qu'ainsi ce nombre sera devenu naturellement la base de l'échelle arithmétique adoptée dans tous les pays. Or, quoique cette préférence donnée au nombre dix paroisse avoir été l'effet de l'instinct plutôt

que de la réflexion, il n'en est pas moins vrai qu'elle est puisée en quelque sorte dans la nature de l'homme, et que ce concert unanime qui en est résulté entre toutes les nations, mérite d'être respecté, et ne doit pas être contrarié sans des raisons de la plus grande force, sur-tout si l'on considère qu'il a un objet extrêmement familier, qui est de tous les âges et de tous les momens de la vie, qui est lié à tous nos besoins et à tout ce qui nous environne.

Mais allons au fond de la question, et comparons les deux échelles sous les différens points de vue dont elles sont susceptibles. L'avantage le plus marqué que paroisse offrir l'échelle duodécimale, est qu'elle permet d'exprimer en nombres ronds la moitié, le tiers et le quart d'une unité quelconque, en unités de l'ordre immédiatement inférieur. Par exemple, l'unité qui remplaceroit la dixaine, étant égale à

douze, on exprimeroit facilement la moitié, le tiers et le quart de cette unité, au moyen des nombres 6, 4 et 3. Au contraire, dans l'arithmétique décimale, on peut bien, à la vérité, exprimer la moitié d'une unité quelconque, par exemple, celle d'une centaine, à l'aide d'un nombre rond composé d'unités de l'ordre immédiatement inférieur, lequel nombre est 5 dizaines dans le cas présent; mais pour exprimer le quart de la même unité, il faut passer à l'ordre inférieur de deux degrés, par rapport aux centaines; et quant à l'expression du tiers en nombres ronds, elle est impossible dans tous les ordres d'unités.

Ajoutons en faveur de l'arithmétique duodécimale, que non-seulement elle offrirait les divisions de l'unité relatives aux fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, mais qu'elle rendrait ces fractions comparables entr'elles, même à l'égard du commun des hommes. Car tant qu'on les laisse sous la forme qu'elles pré-

sentent, à l'état de fractions ordinaires, il faut convenir que leur simplicité est plutôt une occasion de méprise, qu'un avantage réel pour ceux qui ne sont pas versés dans la science du calcul. On est tenté de s'imaginer que leurs différences sont proportionnelles à celles de leurs dénominateurs; et ainsi celui qui ayant demandé d'abord un quart de telle unité de mesure ou de poids, et trouvant que c'est trop peu, préfère de prendre un tiers ou une moitié, ne sait pas réellement ce qu'il demande de plus, et se détermine d'après un choix hasardé et purement arbitraire. Mais en sousdivisant l'unité par douzièmes, on auroit un moyen de comparer les fractions dont il s'agit, parce qu'alors elles seroient exprimées par les quantités $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{12}$ et $\frac{6}{12}$. dont les différences indiquées par celles de leurs numérateurs, deviennent faciles à saisir.

Dans l'arithmétique décimale, la fraction $\frac{1}{2}$ est exprimée par $\frac{5}{10}$, dont les deux

termes sont même plus simples que ceux de la fraction $\frac{6}{12}$. La fraction $\frac{1}{4}$ ne peut être exprimée que par $\frac{25}{100}$, dont chaque terme renferme un chiffre de plus que le terme correspondant de la fraction $\frac{3}{12}$; mais après tout on ne laisse pas de parvenir avec ces expressions plus composées, à des évaluations dont la précision est la même, en sorte qu'à tout prendre, l'échelle décimale ne le cède réellement à l'échelle duodécimale, qu'en ce qu'elle ne présente la fraction $\frac{1}{3}$ et ses sousmultiples, qu'à l'aide d'approximations que l'on peut pousser, à la vérité, aussi loin que l'on veut, et cela d'autant plus facilement, qu'après avoir placé d'abord à l'ordinaire, en tête de l'expression, zéro suivi d'une virgule, il ne s'agit que de faire suivre ce zéro du nombre 3 écrit à côté de lui-même autant de fois qu'il sera nécessaire, pour obtenir une précision suffisante relativement au but qu'on se propose.

Un nouvel avantage qu'auroit l'arithmétique duodécimale sur celle qui est usitée, est que l'expression des grand nombres y seroit plus simple, en ce qu'elle renfermeroit moins de chiffres, ce que l'on concevra aisément en faisant attention que les nombres dix et onze n'étant représentés que par un seul chiffre, au lieu de deux qu'exige l'arithmétique décimale, cette simplicité se communique nécessairement aux résultats des combinaisons que subissent ces nombres dans les diverses opérations de l'arithmétique. En général, l'expression des grands nombres se simplifie à mesure que l'on emploie plus de caractères à la formation de l'échelle arithmétique; en sorte, par exemple, qu'une échelle qui s'étendrait jusqu'à vingt caractères abrégeroit beaucoup plus encore l'expression dont il s'agit. Mais cet avantage qui a quelque chose de séduisant au premier abord, ne peut exister qu'aux dépens d'un autre avan-

tage que l'on doit regretter de lui sacrifier. Prenons pour exemple la multiplication ordinaire. On sait que dans cette opération, l'on ne parvient au produit, qu'en commençant par multiplier successivement l'un par l'autre tous les chiffres particuliers qui composent les deux facteurs. Or l'arithmétique ne fournit par elle-même aucun secours pour faciliter ces premières multiplications. C'est une affaire de pure habitude, et il faut avoir sans cesse présens à la mémoire tous les produits partiels qui sont comme les élémens du résultat final. On voit par-là que plus l'échelle arithmétique est étendue, plus aussi il devient difficile d'acquérir et de conserver l'habitude de trouver à l'instant chacun de ces produits élémentaires, et parce qu'ils sont plus nombreux, et plus encore parce qu'ils s'élèvent à un degré de composition auquel il est moins facile d'atteindre, à l'aide de la seule mémoire. Or ici l'arithmétique dé-

cimale gagne d'autant plus à la comparaison, que non-seulement l'expression de ces premiers produits s'y trouve circonscrite entre des bornes qui n'excèdent pas la portée des esprits ordinaires, mais que l'on a même, pour parvenir à cette expression, un moyen de facilité qui dépend de certaines inflexions des doigts, connues de presque tous ceux qui calculent, et qui change l'opération purement mécanique de la mémoire, en une combinaison raisonnée et liée à l'intelligence; et il faut avouer que ces sortes de moyens ne doivent pas paroître indifférens, sur-tout à l'égard des commençans auxquels ils épargnent du temps et des efforts, en leur offrant un guide qu'ils peuvent toujours consulter. Mais sans trop insister sur cet avantage que chacun n'appréciera qu'autant qu'il jugera à propos, nous pouvons dire au moins qu'il y a dans la formation d'une échelle arithmétique, une certaine limite qui établit

une juste compensation entre la difficulté de se familiariser avec les résultats que la mémoire seule peut fournir, et l'inconvénient d'avoir plus de chiffres dans l'expression des grands nombres ; et peut-être cette limite est-elle tracée par l'arithmétique décimale.

Au reste, nous ne prétendons pas décider de la préférence entre les deux arithmétiques. Nous supposerons même, si l'on veut, que tout compensé, l'arithmétique duodécimale considérée en elle-même, offre plus d'avantages que celle qui étoit en usage jusqu'ici. Nous ne croyons pas du moins que ces avantages aient une assez grande prépondérance sur les inconvéniens qu'entraîneroit le passage d'une arithmétique à l'autre. Il faudroit ajouter deux nouveaux chiffres à ceux que nous employons : il faudroit changer l'arithmétique parlée, et substituer une nouvelle langue à celle que le besoin continuel d'énoncer des nombres a

rendue si familière au commun des hommes; et au lieu que pour faire succéder les nouvelles mesures aux anciennes, dans l'état présent des choses, on a une base commune qui est l'arithmétique décimale, et sur laquelle l'édifice du nouveau système vient se placer d'autant plus facilement, que ce système étant pris dans la nature, la base elle-même qui se rapproche aussi de la nature, ainsi que nous l'avons vu, se trouve avoir un certain rapport de convenance avec lui; il faudroit changer cette base à son tour, et arriver ainsi subitement, par un renversement total, à un nouvel ordre de choses où les personnes même habituées à réfléchir auroient peine à se reconnoître, et où les autres seroient arrêtées par des obstacles presque insurmontables.

Mais supposons que ces obstacles soient levés pour la France. Supposons qu'à la faveur du mouvement révolutionnaire, l'au-

torité des législateurs eût entraîné, sur l'objet dont il s'agit, le consentement unanime d'un peuple capable de tout apprendre comme de tout oser, quand il se sent sollicité par un motif de bien public; il ne faudroit pas du moins se flatter que notre exemple fût imité par les nations étrangères, et le refus d'adopter notre nouvelle arithmétique empêcheroit, par une suite naturelle, qu'elles n'adoptassent aussi les mesures déduites de la grandeur de la terre; et tandis que l'arithmétique décimale, dont l'échelle s'accorde avec le mode de division de ces mesures, est un des moyens les plus capables de leur ouvrir un accès facile dans tous les autres pays, il arriveroit au contraire qu'une arithmétique inconnue et destructive de tout ce qui a été fait jusqu'ici dans ce genre, en s'associant à ces mêmes mesures, les feroit repousser comme une innovation offerte à des conditions trop onéreuses.

La Commission des poids et mesures républicaines devoit donc être bien éloignée de proposer cette innovation, contraire à la propagation facile et rapide des nouvelles mesures, qui est l'objet dont elle s'occupe sans relâche, le but vers lequel elle se porte avec tout le zèle qu'on a droit d'attendre d'elle.

Artistes qu'elle a invités à marcher avec elle d'un pas rapide vers ce but si désiré, vous vous empresserez de fabriquer et de répandre avec profusion ces mesures républicaines, destinées à serrer encore plus étroitement le lien de la fraternité qui unit les citoyens répandus dans toutes les parties de la France. Tandis que les bras de vos frères, armés pour la défense de la liberté, garantiront nos frontières, les vôtres prépareront à l'intérieur les gages de l'ordre social, de la bonne foi dans les échanges, et de cette heureuse sécurité qui naîtra de l'uniformité des mesures. Tandis que leur

courage fera retentir le fer et l'airain dans le champ de la victoire, les métaux et le bois dociles dans vos ateliers aux efforts de votre industrie, apprendront de vous à contribuer d'une autre manière à la splendeur du nom Français. Pour nous, toujours prêts à vous seconder, à vous offrir nos soins et nos momens, à faire fraterniser la géométrie et les arts, nous continuerons d'éprouver combien il est flatteur pour ceux qui cultivent les connoissances humaines, de pouvoir confondre dans une même recherche les résultats de la science avec les tributs du civisme, et graver le nom sacré de la patrie à côté des vérités consignées dans leurs écrits, moins sensibles à la gloire de les avoir dévoilées, qu'au bonheur de les rendre utiles.

INSTRUCTION
SUR LES
POIDS ET MESURES
RÉPUBLICAINES,
DÉDUITES DE LA GRANDEUR
DE LA TERRE.

PREMIÈRE PARTIE.

SYSTÈME DES MESURES

Déduites de la grandeur de la Terre.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES
SUR LES MESURES.

1. **L'**USAGE de ce qu'on appelle *mesure*, s'étend à une multitude d'opérations différentes, parmi lesquelles nous choisirons une des plus simples, pour en déduire l'idée que l'on doit attacher à ce mot. Un ouvrier veut connoître la hauteur d'un mur, et pour y parvenir, il prend un pied

et l'applique à diverses reprises sur le mur , en suivant une même ligne de bas en haut , et en recommençant chaque fois à l'endroit où il vient de finir. Il trouve qu'à la douzième application , l'extrémité du pied tombe juste sur celle du mur , et il en conclut que le mur a douze pieds de hauteur. Dans cette opération , la longueur du pied est la *mesure* qui a servi à trouver la hauteur du mur ; et ainsi *mesurer* cette hauteur dans le cas présent , c'est lui comparer une certaine quantité connue , qui est la longueur du pied , pour trouver combien de fois l'une est contenue dans l'autre.

L'espèce d'étendue qui fait l'objet de l'exemple précédent , est une simple ligne qui ne peut être considérée que dans un seul sens , relativement à sa longueur. Nous appellerons *mesures linéaires* , toutes celles qui serviront ainsi à mesurer une étendue en longueur.

2. Mais souvent on considère en même-temps l'étendue à mesurer dans deux sens différens , comme en longueur et largeur , en largeur et hauteur ; et alors la mesure est aussi une certaine étendue de la même espèce , c'est-à-dire , une surface à laquelle on suppose une figure très-simple qui est celle du carré , et que l'on compare avec la

première pour savoir combien de fois elle y est contenue. Les mesures employées à cet usage ont été appelées en général, *mesures de superficie*, et le carré qui les représentoit avoit pour côté l'une des mesures linéaires les plus usuelles, comme le pied ou la toise. Ainsi on évaluoit la surface d'un mur, d'une terrasse, en cherchant combien elle renfermoit de toises carrées ou de pieds carrés. Mais les besoins de l'agriculture avoient fait adopter d'autres mesures de superficie, d'une étendue beaucoup plus considérable, quoique toujours en rapport avec les premières qui entroient comme élémens dans leur composition. C'est ainsi qu'un certain nombre de perches carrées formoit l'*arpent*, qui étoit la mesure usuelle dont on se servoit le plus ordinairement pour déterminer l'étendue d'un champ, en cherchant combien de fois elle y étoit contenue. Ces mesures particulières à l'agriculture ont été nommées *mesures agraires*.

3. Dans certains cas, on considère l'étendue à mesurer suivant trois dimensions différentes, comme en longueur, largeur et profondeur, et l'on emploie à cet effet des mesures qui ont elles-mêmes ces trois dimensions, et que l'on suppose aussi d'une forme très-simple, qui est celle d'un

cube. Le côté de ce cube étoit pareillement une mesure linéaire , d'un usage familier , comme la toise ou le pied ; et ces sortes de mesures qui portoient le nom de *mesures de solidité* , servoient à mesurer les volumes des corps , lorsqu'on avoit intérêt de connoître la quantité de matière solide dont ils étoient formés ; par exemple , la quantité de pierres qui entroient dans la construction d'un mur , celle de solives que l'on pouvoit retirer d'une poutre. Mais il y avoit d'autres mesures particulières , appelées *mesures de capacité* , qui dépendoient de même des premières , avec lesquelles elles avoient un certain rapport , et que l'on employoit pour mesurer la quantité de liquide ou de grains que contenoit un vase. Alors la mesure étoit elle-même un autre vase plus petit , tel que la pinte , le boisseau , etc. dont on se servoit à plusieurs reprises pour remplir le premier , et trouver ainsi le rapport de contenance ou de capacité entre l'un et l'autre.

4. Les corps qu'on appelle *poids* , peuvent de même être regardés comme des mesures. Ainsi , lorsqu'ayant mis un corps , tel qu'une caisse de marchandises , dans un des bassins d'une balance , on trouve qu'il faut mettre cent cinquante livres dans l'autre bassin , pour que la balance

ne penche ni d'un côté ni de l'autre , c'est une manière de mesurer le poids de la caisse , en cherchant combien de fois il équivaut à un certain poids qu'on appelle *livre*.

5. Les monnoies , dont nous nous proposons aussi de parler à la suite des mesures précédentes , ne sont proprement que des espèces de signes faits pour représenter les valeurs des marchandises. Mais lorsque nous voulons connoître le prix total d'une quantité déterminée de marchandises , dont nous savons qu'une certaine partie coûte , par exemple , une livre tournois , nous ne parvenons à cette connoissance qu'en cherchant combien la livre tournois est contenue de fois dans le prix proposé , et en ce sens les monnoies sont aussi des mesures.

6. Dans toutes les manières de mesurer que nous venons d'exposer , on voit qu'il y a toujours une certaine mesure que l'on choisit parmi toutes celles de la même espèce , pour la comparer avec ce que l'on veut mesurer , et trouver le rapport entre l'un et l'autre. Cette mesure se nomme plus particulièrement *unité de mesure* : ainsi lorsqu'on dit d'une pièce d'étoffe , qu'elle a six aunes et un quart de longueur , l'aune est l'unité de mesure dont on cherche le rapport avec la longueur de l'étoffe.

7. D'après ce qui vient d'être dit , nous distinguerons cinq espèces de mesures ; savoir , 1^o. les *mesures linéaires* , ou qui servent à mesurer une étendue en ligne droite ; 2^o. les *mesures de superficie* , destinées à mesurer une surface ou une étendue en longueur et largeur ; et parmi ces mesures , nous considérerons particulièrement les *mesures agraires* , qui ont un rapport plus immédiat avec le nouveau système ; 3^o. les *mesures de solidité* , à l'aide desquelles on mesure une étendue en longueur , largeur et profondeur ; et comme celles de ces mesures qui entrent plus directement dans l'ordre du nouveau système , sont les *mesures de capacité* , nous nous occuperons sur-tout de ces dernières ; 4^o. les mesures qui servent à peser un corps , et qui sont connues sous le nom de *poids* : 5^o. enfin , celles dont l'usage est relatif au prix des marchandises , et qu'on appelle *monnoies*.

I. DES MESURES LINÉAIRES.

8. LA plus commune des mesures linéaires employées jusqu'ici , ou celle que l'on prenoit le plus ordinairement pour unité de mesure , est le pied. Comme il arrive souvent qu'après avoir appliqué le pied un certain nombre de fois sur une longueur , on a un reste plus petit que le pied ; pour

évaluer ce reste, on avoit divisé le pied en douze pouces, et chaque pouce en douze lignes. On employoit aussi des mesures plus longues que le pied, telles que la toise qui étoit de six pieds, la perche qui varioit suivant les pays, etc. Pour mesurer les étoffes, on se servoit de l'aune, qui est à Paris de trois pieds sept pouces dix lignes cinq sixièmes, suivant l'évaluation faite en 1746, par Hellot et Camus, et que l'on divisoit en demies, en tiers, en quarts, etc.

9. On sait que d'autres espèces de mesures telles que les poids, les monnoies, etc. avoient leurs sousdivisions graduées d'une manière différente ; et ce défaut d'accord entre les divisions des diverses mesures, et même entre celles qui formoient l'échelle de chaque mesure, rendoit ces espèces d'instrumens très-incommodes dans la pratique, et compliquoit les calculs que l'on étoit obligé de faire pour comparer ensemble et réunir dans un résultat unique toutes ces quantités fractionnaires, dont les rapports avec l'unité principale n'étoient soumis à aucune loi.

10. D'ailleurs, les anciennes mesures ne par-
toient d'aucun point fixe. La longueur du pied, qui étoit l'unité de mesure linéaire la plus ordinaire, avoit été prise à volonté et comme au ha-

sard ; et ce défaut de principe et de méthode dans la détermination des mesures primitives , avoit beaucoup contribué à la grande diversité qui s'étoit introduite entre les mesures des différens pays. Elles avoient varié avec le temps , par l'effet du même arbitraire qui avoit présidé au premier choix. Mais en supposant que l'on se fixât à l'une des mesures usuelles , pour y ramener toutes les autres , et que l'on prît des précautions pour en conserver fidèlement l'étalon , les avantages de l'uniformité se trouvoient bornés au terrain particulier de la France. La mesure préférée n'avoit aucune prépondérance sur les mesures en usage chez les autres peuples , aucun titre pour devenir dans la suite , par leur adoption , une mesure universelle , si propre à faciliter le commerce , à en simplifier les opérations , et à serrer plus étroitement le lien qu'il forme entre toutes les sociétés civilisées.

II. Les nouvelles mesures au contraire , réunissent tous les caractères d'une unité invariable et faite pour être généralement adoptée , parce qu'elles sont prises dans les dimensions mêmes du globe que nous habitons ; qu'elles ne tiennent à aucun climat , ni à aucune nation particulière. Nous verrons de plus que la manière dont elles sont divisées et subordonnées les unes aux autres , ra-

mène les calculs qu'elles exigeront , à une marche très-simple et très-commode. Nous n'entrerons point ici dans le détail des opérations qui ont servi à les déterminer. Nous nous bornerons à ce qui est nécessaire pour en sentir les avantages , et bien concevoir la manière de les employer.

Détermination de l'unité des Mesures linéaires.

12. Tout le monde sait aujourd'hui que la terre est un corps rond , ayant à-peu-près la figure d'une boule , et en conséquence , ce qu'on appelle *le tour de la terre* , est une ligne courbe qui revient sur elle-même , et que nous comparerons , pour plus de simplicité , à la circonférence de cercle que l'on trace par le moyen du compas , quoiqu'elle en diffère à quelques égards. On a imaginé une verge ou un axe qui traverse la terre de part en part , en passant par son centre , et en se dirigeant vers un certain point du ciel , et les deux extrémités de cet axe ont été nommées , l'une *pôle nord* , et l'autre *pôle sud*.

13. Maintenant si l'on suppose un fil qui fasse le tour de la terre , en allant d'un pôle à l'autre , ce fil , d'après ce qui a été dit , sera une circonférence de cercle. On appelle ce cercle *méridien* ; mais pour abrégé , nous donnerons le nom de

méridien à la circonférence elle-même. On peut concevoir un second fil qui s'étende de même d'un pôle à l'autre , en passant à la droite ou à la gauche du premier , et en tournant autour de la terre , puis un troisième , un quatrième , un cinquième fil , etc. qui tous se croiseront aux pôles. Ces fils représenteront autant de méridiens , et l'on conçoit qu'il doit y avoir une infinité de méridiens , en sorte que chaque lieu de la terre a le sien. Lorsqu'on trace un cadran solaire , la ligne qu'on appelle *méridienne* , et sur laquelle tombe l'ombre du style au moment du midi , répond au méridien du lieu dans lequel est placé ce cadran , ou même elle est censée faire partie de ce méridien (a).

(a) La vraie figure du méridien , d'après les opérations qui ont été faites pour la déterminer , et les calculs auxquels ces opérations ont servi de données , est une courbe ovale , du genre de celles que l'on appelle *ellipses* , ou du moins elle en approche de très-près. Dans une ellipse , on considère deux axes qui se coupent à angle droit , et qui diffèrent plus ou moins entr'eux , suivant que l'ellipse est plus ou moins allongée. Le petit axe de celle qui forme le méridien terrestre , s'étend d'un pôle à l'autre , et le grand axe passe par les points où le méridien coupe l'équateur , d'où il suit que la terre est aplatie vers les pôles. La quantité de cet aplatissement est peu consi-

14. Or, la physique et la géométrie fournissent des moyens pour mesurer le méridiens, c'est-à-dire, pour trouver la longueur qu'auroit le fil dont nous avons parlé, s'il étoit tendu en ligne droite; et comme tous les méridiens sont égaux, on peut choisir par-tout où l'on voudra celui qu'on se propose de mesurer. C'est de cette mesure que l'on est parti pour déterminer les mesures linéaires; et au lieu de prendre pour unité la circonférence entière du méridien, comme cela paroît naturel au premier aperçu, on a pris simplement le quart de cette circonférence, depuis l'un des deux pôles où se coupent tous les méridiens, jusqu'à l'équateur qui est le cercle situé à la moitié de la distance entre l'un et l'autre pôle.

15. Cette préférence donnée au quart du méridien sur le cercle entier ou sur toute autre portion de ce cercle, pour en faire la base des nouvelles mesures, est fondée sur des raisons que nous allons essayer de faire entrevoir. Représentons-nous deux rayons tracés dans un cercle, et qui par des mouvemens semblables à ceux des deux aiguilles d'une montre, changent continuellement de posi-

dérable. On peut voir tout ce qui a rapport à sa détermination, dans les mémoires et les divers ouvrages des sçavans qui se sont occupés de cet objet.

tion respective. Ces rayons , en se rapprochant et en s'écartant l'un de l'autre , formeront différens angles , en même temps qu'ils intercepteront différens arcs de cercle plus ou moins grands , et ces arcs croîtront et décroîtront proportionnellement aux angles ; en sorte que quand l'angle sera devenu double ou triple de ce qu'il étoit dans une des positions précédentes , l'arc se trouvera pareillement doublé ou triplé ; et ainsi les angles dont il s'agit pourront être mesurés par les arcs compris entre leurs côtés. Or , dans les diverses positions qui donnent tous ces angles , les deux rayons s'inclinent plus ou moins l'un vers l'autre , excepté lorsque l'angle est droit , c'est-à-dire , lorsque les deux rayons sont disposés comme les deux branches d'une équerre. Cette position est unique , ainsi que l'angle droit qui en résulte ; elle n'est pas susceptible de plus ou de moins , au lieu que l'inclinaison varie à l'infini , tantôt en deçà et tantôt au-delà de l'angle droit. Il s'ensuit que parmi tous les angles possibles , l'angle droit qui est un terme fixe et invariable , doit être regardé comme l'unité à laquelle on comparera les autres angles , pour estimer leur rapport avec cette unité. Or , l'angle droit est précisément celui qui intercepte le quart de la circonférence , et par conséquent , si l'on substitue aux angles les arcs qui les représentent ,

pour avoir différentes longueurs parmi lesquelles on choisisse une unité de mesure , cette unité sera le quart de la circonférence , comme étant indiquée par l'angle droit avec lequel elle a une liaison intime et nécessaire.

16. Ce sont ces mêmes raisons qui ont fait adopter aux astronomes le quart de cercle , comme l'unité à laquelle ils comparent les différens résultats de leurs observations sur les mouvemens célestes. Mais ce qui les y a sur-tout déterminés , c'est que tous les calculs astronomiques et autres qui ont pour élémens des mesures d'angles , se rapportent à certaines lignes tracées dans le cercle , qu'on appelle *sinus* , et dont la série se termine au quart de la circonférence ; en sorte que dans une suite d'angles qui s'accroissent d'abord jusqu'à l'angle droit , et ensuite dépassent cette limite , les sinus relatifs à ces derniers angles ne sont que la répétition de ceux qui avoient lieu en de-çà de la limite , d'où il résulte que la circonférence entière n'est elle-même qu'une quadruple répétition du quart de cette circonférence , ou d'une même unité qui se reproduit , à mesure que l'on passe d'un quart à l'autre , en faisant le tour du cercle.

17. Ainsi la longueur du quart du méridien , prise en coupant par moitié la distance d'un pôle

à l'autre , est l'unité de mesure qui a servi de fondement pour trouver toutes les autres mesures , en la divisant et en la sousdivisant en parties toujours plus petites.

18. On a choisi parmi toutes les manières de diviser , celle qui donne des parties successivement dix fois plus petites les unes que les autres. Ainsi l'on a divisé d'abord le quart du méridien en dix parties égales , puis chaque partie en dix autres , et ainsi de suite ; ou , ce qui revient au même , on a divisé le quart du méridien successivement en dix , en cent , en mille parties , etc. Les premières sousdivisions étant évidemment trop longues pour donner une mesure commode dans la pratique , ou que l'on pût regarder comme l'unité usuelle de mesure , on a continué de diviser toujours par dix , jusqu'au point où le quart du méridien s'est trouvé sous-divisé en dix millions de parties , et l'on a remarqué que chaque dix millionième partie , qui formoit une longueur d'environ trois pieds un pouce de l'ancienne mesure , remplissoit les conditions requises relativement à la facilité de l'usage : c'est cette longueur que l'on a adoptée pour l'unité de mesure , ou la mesure principale à laquelle on rapporteroit toutes les autres , et on lui a donné le nom de *mètre* , qui signifie lui-même une mesure.

19. En continuant de sousdiviser le quart du méridien , toujours de la même manière , on a obtenu des parties au moyen desquelles le *mètre* à son tour se trouvoit sousdivisé en dix , en cent et en mille. Par exemple , la cent-millionième partie du quart du méridien donnoit le dixième du *mètre*. On a regardé ces nouvelles parties comme de petites mesures usuelles , qui serviroient pour les opérations où l'on auroit à déterminer une certaine longueur en mètres et en parties du mètre , et l'on a donné à chaque dixième partie du mètre le nom de *décimètre* , à chaque centième partie le nom de *centimètre* , et à chaque millième partie le nom de *millimètre*. Toutes ces divisions sont tracées sur le mètre avec des chiffres qui servent à les distinguer , ainsi que nous l'expliquerons bientôt.

20. Dans les opérations où les petites erreurs peuvent tirer à conséquence , on peut pousser encore plus loin la division du quart du méridien , en sous-divisant chaque millimètre en dix parties égales , qui seront des dix-millièmes de mètre ; chacune de celles-ci en dix autres qui seront des cent-millièmes de mètre , etc. , et obtenir ainsi la plus grande précision à laquelle les bornes de notre vue et celles de l'art permettent d'atteindre.

21. Parmi les divisions du quart du méridien ,

par lesquelles il a fallu passer pour arriver au mètre, il s'en trouve deux auxquelles on a cru devoir donner des noms particuliers : la première, en remontant au-dessus du mètre, est celle qui donne la dix-millième partie du quart du méridien, et qui est égale à mille mètres. On lui a donné le nom de *millaire*, et on peut la regarder comme l'unité à laquelle se rapportent les mesures itinéraires qui servent aux voyageurs pour estimer la longueur de la route qu'ils ont à faire. Cette unité qui répond à-peu-près à cinq cent treize toises de l'ancienne mesure, excède de treize toises le quart de la très-petite lieue, qui est de deux mille toises.

22. L'autre mesure est celle qui est égale à la centième partie du quart du méridien. Sa longueur est de cent mille mètres, et on l'a nommée *grade* ou *degré décimal du méridien* (a). On pourra la considérer comme une grande mesure géographique, destinée à déterminer les distances entre des lieux très-éloignés les uns des autres.

23. Nous joignons ici le tableau des divisions et sousdivisions du quart du méridien, et de leurs rapports, soit avec cette grande unité dont elles

(a) On verra dans un instant la raison de cette dénomination

dérivent toutes , soit avec le mètre , qui est l'unité à laquelle on les compare dans l'usage ordinaire.

NOMBRE des divisions du quart du Méridien.	RAPPORTS avec le quart du Méridien.	RAPPORTS avec le Mètre.	N O M S des M E S U R E S .
0....	 1	10000000.	{ QUART DU MÉRIDIEN , ou <i>unité prise dans la nature.</i>
1....	 $\frac{1}{10}$	1000000.	
2....	... $\frac{1}{100}$	.. 100000.	{ GRADE , OU DEGRÉ décimal du Méridien.
3....	... $\frac{1}{1000}$	... 10000.	
4....	... $\frac{1}{10000}$	 1000.	MILLAIRE.
5....	.. $\frac{1}{100000}$..	 100.	
6....	.. $\frac{1}{1000000}$..	 10.	{ MÈTRE , ou <i>unité des</i> <i>Mesures usuelles.</i>
7....	.. $\frac{1}{10000000}$..	 1.	
8....	.. $\frac{1}{100000000}$..	 $\frac{1}{10}$.	DÉCIMÈTRE.
9....	.. $\frac{1}{1000000000}$..	 $\frac{1}{100}$.	CENTIMÈTRE.
10....	.. $\frac{1}{10000000000}$..	 $\frac{1}{1000}$.	MILLIMÈTRE.

Nouvelle division de la circonférence du cercle.

24. La seule considération des avantages marqués qui naissoient du rapport décimal introduit

dans les mesures usuelles , relativement à la facilité des calculs , auroit été déjà une raison suffisante de l'étendre à toutes les quantités susceptibles de s'y prêter , et dès-lors il convenoit que la géométrie l'adoptât pour la division de la circonférence du cercle.

Mais d'ailleurs cette adoption devenoit une suite nécessaire de ce qui avoit déjà été fait. On vient de voir que les mesures usuelles avoient amené la division du quart du méridien en parties décimales. Or , dans les opérations géographiques et astronomiques , le quart de cercle devient réellement le quart du méridien ; d'où il suit que cette dernière unité devoit à son tour transmettre la division décimale au quart de cercle considéré en général et sous le point de vue de la géométrie.

25. Suivant l'ancienne graduation , le quart de la circonférence étoit composé de 90 degrés , le degré de 60 minutes , la minute de 60 secondes , etc. D'après le nouveau système , il se trouve divisé en 100 degrés , le degré en 100 minutes , la minute en 100 secondes , etc. ; d'où l'on voit que l'on a pris de deux en deux les termes donnés successivement par la division décimale , et cela pour n'avoir que le nombre de repos nécessaires à la facilité des calculs.

En comparant chacun de ces termes avec celui qui lui correspond dans la division du quart du méridien , comme unité des mesures usuelles , on trouve que ,

Le degré vaut 100000 mètres ,
 La minute 1000 mètres ,
 La seconde 10 mètres ,
 La tierce un décimètre ,
 La quarte un millimètre ;

Et ainsi l'échelle qui a le mètre pour élément , est en même temps une échelle géographique pour ainsi dire toute faite.

26. De-là résulte encore cet avantage , que les cartes topographiques , qui ne représentent que de petits terrains tracés d'après les mesures usuelles , seront autant de sousdivisions des véritables cartes géographiques rapportées aux arcs du méridien ; en sorte que les plans particuliers , sans aucune réduction ni aucun changement , auront leur place marquée dans le cadre de la carte générale composée de leur ensemble.

Avantages des nouvelles Mesures.

27. Il suit de l'exposé que nous venons de faire , que les nouvelles mesures ont un fondement réel , toujours subsistant et invariable , puisque l'étendue

dont elles tirent leur origine, est prise dans la nature. Nous n'y avons rien mis du nôtre, que la manière de diviser cette étendue, et le choix de certaines divisions que nous avons jugées plus assorties à nos usages. Il en est de cette étendue à-peu-près comme de la durée du jour, qui est une durée naturelle, mesurée par le temps que suivant les apparences, le soleil emploie à tourner autour de la terre, pour revenir au même point d'où il étoit parti. Seulement il dépendoit de nous de diviser cette durée en vingt-quatre heures, et chaque heure en soixante minutes, comme on l'avoit fait jusqu'ici, ou d'admettre toute autre division, par exemple, la division décimale que la convention nationale a préférée, et dont nous parlerons bientôt plus en détail.

28. De plus, quoique l'établissement de la nouvelle mesure soit l'ouvrage de la nation Française, on peut dire que cette mesure existe par-tout; en sorte que si les autres peuples l'adoptoient, ils ne feroient que prendre ce qui est à eux comme à nous. On conçoit enfin que s'il étoit possible que par la suite tous les étalons ou modèles des nouvelles mesures vinssent à se perdre, on pourroit en refaire d'autres qui leur fussent exactement semblables. Sur quoi il est à remarquer que pour dé-

terminer la longueur du quart du méridien , on n'a besoin que d'en mesurer une partie un peu considérable , comme un neuvième ou un huitième. Cette partie étant supposée connue par l'observation , on en conclut , à l'aide du calcul , la longueur du quart entier du méridien (*a*).

(*a*) Si la terre avoit une forme exactement sphérique , on pourroit prendre à telle distance du pôle que l'on voudroit , l'arc qu'il s'agiroit de mesurer immédiatement , puisque cet arc, toutes choses égales d'ailleurs , auroit par-tout le même rapport avec le quart du méridien , qui seroit un véritable quart de cercle ; de manière que tous les arcs compris entre deux perpendiculaires à la surface de la terre , qui feroient entre elles des angles égaux , seroient pareillement égaux. Mais le méridien étant une ellipse dont la plus grande courbure est située à l'équateur et la plus petite aux pôles ; il en résulte que les arcs déterminés d'après la condition dont nous venons de parler , vont toujours en augmentant depuis l'équateur jusqu'aux pôles ; et comme la différence des axes n'est pas suffisamment connue , on risqueroit de se tromper d'une quantité sensible , en mesurant une partie quelconque du quart du méridien , pour en déduire ensuite le reste à l'aide du calcul. Mais on démontre que dans une ellipse dont les axes ne diffèrent entre eux que d'une petite quantité , comme dans celle du méridien terrestre , l'arc qui répond à la perpendiculaire , tellement située , qu'elle fait avec l'axe de la terre un angle de 50 degrés , d'après la nouvelle division , est à très-peu-près un moyen terme entre tous les autres arcs compris entre deux perpendiculaires qui font entr'elles le même

Expérience du Pendule.

29. Mais il y a mieux ; c'est que si l'on vouloit dans la suite retrouver l'unité de mesure , il ne se-

angle ; en sorte qu'en le multipliant par le rapport entre l'angle droit et l'angle qui correspond à ce même arc , on a d'une manière très-approchée la longueur du quart du méridien , quel que soit d'ailleurs le rapport des axes de l'ellipse dont cet arc fait partie.

D'après ce principe , on s'est déterminé à prendre pour l'arc qui devoit être mesuré immédiatement , celui qui s'étend depuis Barcelonne jusqu'à Dunkerque , parce qu'il est coupé en deux parties qui , sans être égales entr'elles , ne sont pas du moins trop inégales , par le parallèle situé au milieu de la distance entre l'équateur et le pôle ; et ainsi cet arc renfermant le point de l'ellipse où les longueurs plus grandes et plus petites des différens degrés se compensent , on conçoit comment il peut servir de donnée pour déterminer le quart du méridien. La longueur de cet arc est d'environ neuf degrés et demi , et il a de plus l'avantage d'avoir ses deux points extrêmes au niveau de la mer.

Et ce n'est point non plus par l'effet d'un choix arbitraire que l'on a désigné l'arc qui se termine à l'Océan d'une part , et de l'autre à la Méditerranée , pour servir d'élément à la mesure du quart du méridien ; c'est qu'il est le seul qui remplisse d'une manière satisfaisante les deux conditions dont nous avons parlé , et que la surface de la terre n'offre dans aucune autre partie connue une position pareille , si ce n'est dans la partie située entre la baie d'Hudson et la Géorgie , où il

roit pas nécessaire de recommencer une aussi grande opération que la mesure d'une partie notable du quart du méridien , parce que l'unité une fois déterminée , on peut , avec le secours de la physique , la reproduire aussi souvent que l'on voudra , par un moyen prompt et facile , qui en offrira pour ainsi dire une copie fidèle.

Voici en quoi consiste ce moyen : si l'on suspend un corps quelconque , tel qu'une boule de métal , à une extrémité d'un fil , et qu'ayant attaché ce fil à un point fixe par l'autre extrémité , on donne à la boule un mouvement qui la détermine à se balancer , on aura ce qu'on appelle en physique un *pendule* , et les balancemens de ce pendule se nomment *oscillations*. Or le calcul et l'expérience prouvent que quand les oscillations se font dans de petits arcs , leurs durées sont égales ; en sorte que si le point d'où part le pendule est un peu plus haut ou un peu plus bas , pour une oscillation que pour l'autre , les oscillations ne laisseront pas de se faire dans des temps égaux.

auroit fallu d'ailleurs mesurer un arc d'une étendue immense , au milieu d'un pays presque inhabité , et où la nature même semble opposer des difficultés insurmontables aux opérations de ce genre , par le grand nombre de lacs dont le terrain est entrecoupé.

30. D'une autre part , tout le monde sait que si l'on donne plus de longueur au fil du pendule , les oscillations seront plus lentes , et au contraire si l'on diminue la longueur du fil , elles se succéderont plus promptement. C'est pour cela que quand une horloge à pendule avance , on descend la lentille attachée au bas de la verge , afin d'allonger cette verge ; et au contraire si l'horloge retarde , on remonte la lentille pour raccourcir la verge.

31. Cela posé , on prend un pendule dont la longueur , depuis le point d'attache jusqu'au centre de la boule , est exactement la même que celle du mètre déjà trouvé ; on lui donne un petit mouvement , et l'on cherche combien il feroit d'oscillations pendant la durée d'un jour. Le nombre de ces oscillations une fois connu , on conçoit que pour retrouver le mètre , il suffit de chercher , par l'expérience , quelle longueur doit avoir le pendule , pour faire dans l'espace d'un jour tel nombre d'oscillations. Ce nombre à la vérité n'est le même que pour les lieux de la terre qui sont à la même distance du pôle ; il varie ensuite à mesure que l'on s'écarte ou qu'on se rapproche du pôle , parce que la force de la pesanteur , d'où dépend le mouvement du pendule , change elle-même à différentes

distances du pôle. Il a donc fallu déterminer un lieu pour y faire l'expérience dont il s'agit, et l'on a choisi celui qui est situé au milieu du quart du méridien, ou sous le parallèle moyen entre tous ceux qui sont situés depuis le pôle jusqu'à l'équateur (a).

32. Ainsi le pendule peut être regardé comme le dépositaire de l'unité de mesure, ou même comme un moyen de mesurer la terre; et rien n'est plus propre à faire admirer les ressources de la physique et de la géométrie, que de voir une opération qui, dans l'esprit du commun des hommes,

(a) Ce choix est fondé sur ce que la longueur du pendule qui fait ses oscillations au cinquantième parallèle (le quarante-cinquième de l'ancienne division), est aussi un terme moyen entre les longueurs des différens pendules, qui, à des différences de latitude égales de part et d'autre, feroient dans le même temps un nombre égal d'oscillations; en sorte que la longueur de ce pendule moyen est égale à la somme des longueurs de tous les pendules divisée par leur nombre. Ainsi, on doit la considérer, non pas précisément comme la longueur d'un pendule particulier, prise à tel endroit de la surface du globe, mais plutôt en général comme le terme de comparaison auquel se rapportent les longueurs des pendules qui oscillent aux différentes latitudes, ce qui exclut toute préférence arbitraire donnée au lieu destiné pour l'expérience.

fait naître l'idée d'un observateur obligé de se transporter d'un bout de la terre à l'autre , avec un grand appareil de machines , se réduire à une expérience fort simple , faite sans changer de place , avec un instrument resserré dans de courtes dimensions et animé d'un léger mouvement.

33. On avoit proposé anciennement de prendre immédiatement pour l'unité de mesure , la longueur du pendule qui bat les secondes , à une distance déterminée du pôle , longueur qui en général diffère d'une petite quantité de celle qui a été trouvée pour le mètre. Mais outre que cette mesure est moins simple que celle qui résulte de la division du quart du méridien , parce qu'elle est compliquée d'un élément étranger , qui est la force de la pesanteur , elle a contre elle les mesures nautiques et géographiques , qui permettent encore moins de l'adopter : car ces dernières mesures ayant nécessairement pour base la circonférence de la terre , puisque les distances qu'elles servent à estimer , ne sont que des portions de cette circonférence , le système porteroit sur deux bases différentes , l'une relative aux mesures dont nous venons de parler , l'autre originaire du pendule ; et ainsi l'unité qui est de l'essence du système seroit détruite.

34. D'ailleurs on sait que l'on faisoit concourir les mesures usuelles ordinaires avec les mesures nautiques et géographiques , dans l'estimation de certaines distances , que l'on évaluoit à la fois en parties du degré terrestre, et en toises ou en pieds. C'est ainsi que pour évaluer la lieue ordinaire , on la considéroit tantôt comme la vingt-cinquième partie du degré du méridien , tantôt comme une longueur de deux mille deux cent quatre-vingt-trois toises , ce qui présente deux nombres disparates et incompatibles dans un même système. Or lorsqu'on voudroit de même associer la mesure dérivée du pendule avec celle qui seroit déduite des degrés du méridien , il n'y auroit plus d'accord entre les nombres qui représenteroient les résultats de part et d'autre , parce que les bases établies sur des quantités hétérogènes , n'ayant elles-mêmes aucune mesure commune , on ne pourroit , en les comparant , ramener leur rapport à la simplicité convenable ; et ainsi le système pécheroit encore par l'impossibilité de pouvoir substituer , même numériquement , une base à l'autre.

35. Mais si le pendule n'étoit point propre par lui-même à fournir la mesure primitive , il devenoit très-important , comme nous l'avons vu , de l'employer subsidiairement , en liant ses résultats

avec ceux des opérations faites sur le quart du méridien , pour avoir toujours , relativement à ces derniers , un moyen prompt et facile de vérification. Ainsi , après avoir d'abord donné l'exclusion au pendule , on y revient , mais en le rappelant à sa vraie destination , qui est d'être le conservateur du mètre.

Nouvelle division de la durée du Jour.

36. La division décimale avoit une application trop naturelle à la durée du jour , qui est , comme l'on sait , le temps employé par le soleil à parcourir une circonférence de cercle , pour ne pas être transportée aussi dans cette durée. On a donc partagé le jour, d'un minuit à l'autre, en dix heures, l'heure en cent minutes , et la minute en cent secondes ; et telle est la division qui a lieu dans le calendrier républicain décrété par la Convention nationale. De cette manière le jour est composé de cent mille secondes , au lieu de quatre-vingt-six mille quatre cents qu'il renfermoit jusqu'alors , et il résulte du choix des parties décimales qui se succèdent dans cette sousdivision , que la nouvelle seconde se trouve assortie à une certaine longueur de pendule , dont l'horlogerie et l'astronomie peuvent également s'accommoder. En conséquence, la seconde étant environ les six-septièmes

de celle que donnoit l'ancien système , le pendule n'aura qu'environ vingt-sept pouces cinq lignes de longueur , au lieu de trois pieds huit lignes et demie , ce qui sera peut-être plus favorable aux observations , et rendra certainement les horloges astronomiques plus commodes , en ce que leur pendule se trouvera plus court.

La division décimale a déjà été exécutée dans les instrumens faits par le citoyen Lenoir , qui servent dans ce moment à mesurer l'arc terrestre compris entre Barcelone et Dunkerque , pour en conclure la longueur du quart du méridien. Elle l'a été également dans une horloge astronomique construite par le citoyen Berthoud , qui doit servir aux dernières expériences sur la longueur du pendule. Enfin la commission des poids et mesures s'occupe de réduire pareillement à la division décimale toutes les différentes tables trigonométriques et astronomiques.

Description de l'étalon du Mètre , et des principales mesures usuelles de longueur.

37. jusqu'ici nous avons exposé la détermination physique du mètre. Nous allons maintenant considérer l'étalon de cette mesure.

De même que l'on avoit tracé sur le pied des divisions accompagnées de chiffres pour indiquer

les parties fractionnaires de cette mesure , on a divisé et chiffré l'étalon du mètre , d'après la combinaison qui a paru la plus avantageuse pour interpréter cette espèce d'écriture. Dans cette vue , on a disposé les lignes de division et les chiffres comme , sur la figure 1 , qui représente seulement les trois premiers décimètres. Le lecteur suppléera le reste par la pensée. On voit que les lignes qui désignent les décimètres , s'étendent sur toute la largeur du mètre ; que celles qui répondent aux centimètres , se terminent à une certaine distance du bord , et que celles qui donnent les millimètres , sont encore plus courtes , ce qui rend les trois ordres de division faciles à distinguer. Les décimètres sont marqués en gros chiffres , depuis 1 jusqu'à 10. Les centimètres , au lieu d'être marqués depuis 1 jusqu'à 100 , le sont par dixaines , en chiffres plus petits ; en sorte que la suite des dix caractères 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , se répète continûment dans cet ordre de divisions. Quant aux millimètres , on les a laissés sans chiffres ; seulement on a donné à la ligne du cinquième millimètre de chaque dixaine , une saillie au-dessus des autres lignes , pour aider à se reconnoître , au défaut de chiffres.

D'après cette disposition , l'instrument offre , comme de lui-même , les nombres qui expriment

les sousdivisions du mètre , par lesquelles on a passé , en mesurant une longueur affectée de restes fractionnaires. Supposons cette longueur égale à sept mètres , deux décimètres , trois centimètres et quatre millimètres. Parmi les chiffres 7 , 2 , 3 , 4 qui appartiennent à ce résultat , on n'a besoin que de se rappeler le premier ; on trouve le second et le troisième écrits sur la partie de l'instrument qui a servi à mesurer les petites longueurs correspondantes , et il est bien aisé de suppléer le chiffre 4 qui indique le nombre des millimètres.

Les mêmes chiffres peuvent également servir à exprimer uniquement en millimètres les sousdivisions du mètre qui font partie du résultat. Ainsi , dans l'exemple que nous venons de citer , on trouveroit tout d'un coup que le résultat est 7 mètres , 234 millimètres , en appliquant les trois chiffres indiqués par l'instrument à la plus petite des sousdivisions du mètre.

38. On auroit pu à la rigueur se contenter du mètre pour toutes les opérations qui exigent l'emploi des mesures linéaires , puisqu'on trouvera toujours dans le mètre et ses sousdivisions , un moyen de mesurer une longueur avec une exactitude suffisante ; mais comme dans l'ancienne méthode de mesurer , on avoit imaginé différentes espèces de

mesures usuelles , pour faciliter ou abrégér les opérations , on pense qu'il convenoit d'introduire aussi dans le nouveau système , diverses mesures qui répondissent aux précédentes , et pussent les remplacer pour l'usage ordinaire.

39. A l'égard de l'aune qui étoit destinée principalement à mesurer les étoffes , il étoit d'autant plus naturel de choisir le mètre lui-même pour en tenir lieu , qu'il est seulement plus court d'environ sept pouces que l'aune telle qu'on l'emploie à Paris , et qu'il se rapproche encore davantage de l'aune adoptée dans les pays étrangers , avec lesquels la France a des rapports de commerce. Les mètres appliqués à cet usage sont d'une forme carrée , comme celle de l'ancienne aune , et leurs divisions qui ne s'étendent que jusqu'aux centimètres , sont indiquées par de simples traits marqués sur le bois et garnis de clous , comme cela se pratiquoit encore à l'égard de l'aune.

40. Pour remplacer la toise , on a choisi le double mètre qui n'a pas deux pouces de plus en longueur ; sur quoi il faut bien faire attention que le double mètre n'est employé que pour mesurer plus commodément et d'une manière plus expéditive une grande longueur ; de sorte qu'en l'appliquant

quant successivement sur les différentes parties de cette longueur ; on doit compter les nombres 2, 4, 6, 8, etc. en regardant chaque application du double mètre comme l'équivalent de deux application successives d'un mètre unique.

41. Enfin pour suppléer au pied , et avoir aussi une mesure de poche que l'on pût toujours porter sur soi et employer au besoin, on a exécuté une mesure égale à 25 centimètres, et que l'on a sous-divisée en millimètres. Le principal usage de cette mesure est de déterminer de petites longueurs inférieures à celles du mètre, quoiqu'il soit facile, avec un peu d'habitude, de l'employer aussi au défaut du mètre lui-même. On pourra, si l'on veut, appeler cette mesure *quart de mètre*, en n'employant ce mot que comme une expression abrégée, pour désigner une longueur de 25 centimètres. On a remarqué que cette longueur se rencontre, par une sorte de hasard, avec la longueur la plus ordinaire du pied de l'homme, qui est à-peu-près de neuf pouces.

42. La manière de tracer les divisions et leurs chiffres sur le quart de mètre est semblable à celle qui a lieu pour le mètre. Ainsi l'artiste qui divise cette mesure, opère comme s'il eût commencé à

diviser un mètre entier , et se fût arrêté tout-à-coup après deux décimètres et demi ; et cette division fractionnaire , qui semble d'abord une imperfection , avertit au contraire celui qui emploie la mesure , d'une chose qu'on veut lui apprendre , savoir que cette mesure n'entre point dans l'ordre du système , qu'elle n'est point une des sousdivisions du mètre , mais un simple fragment de mètre , destiné pour l'usage de tous les momens , et dont on a séparé le reste du mètre , qui deviendrait alors superflu et incommode.

43. Rapports entre les nouvelles mesures de longueur et les anciennes.

Le mètre comparé au pied vaut

à-peu-près..... 3 P. 0 P. 11 L. $\frac{44}{100}$

Le double mètre comparé à la toise.. 6 P. 1 P. 10 L. $\frac{22}{15}$.

Le mètre comparé à l'aune de

Paris , de 3 p. 7 p. 10 l. $\frac{1}{2}$ $\frac{101}{112}$ aunes ou $\frac{1}{6}$ aunes et quelque chose.

Le quart de mètre comparé au pied. 9 P. 2 L. $\frac{6}{7}$.

Le décimètre..... 3 P. 8 L. $\frac{11}{12}$.

Le centimètre..... 4 L. $\frac{10}{13}$.

Le millimètre..... $\frac{4}{9}$ L.

II. DES MESURES AGRAIRES.

44. LES mesures agraires sont des surfaces ou des espaces étendus en longueur et largeur , à l'aide

desquels on juge par comparaison de la grandeur d'un champ ou de toute autre portion de terrain , dont nous recueillons les produits pour nos usages. L'emploi de ces mesures est d'autant plus important , qu'il nous conduit à estimer la valeur de nos possessions les plus précieuses , et à régler les limites respectives de celles qui appartiennent à différens particuliers. C'est ce qui a donné naissance à un art très-ancien nommé *arpentage* , parce que la mesure agraire la plus communément employée dans la pratique de cet art , est celle qu'on appelle *arpent*.

45. On doit considérer les mesures agraires comme formant une branche des mesures de superficie , dont l'unité usuelle est , dans le nouveau système , le mètre carré. Cette unité sera substituée à la toise carrée et au pied carré , pour évaluer les surfaces des ouvrages de maçonnerie , de menuiserie et autres semblables. On auroit pu prendre aussi le mètre carré pour l'unité des mesures agraires ; mais il convenoit que cette unité , semblable en cela à l'ancien arpent , eût des dimensions assorties à celles des terrains plus ou moins spacieux avec lesquels on devoit la comparer. On a jugé aussi devoir la ramener à la forme la plus simple , qui est celle du carré.

46. Pour remplir ces deux objets, on a considéré une suite de carrés, dont chacun auroit son côté égal successivement à dix mètres, cent mètres, mille mètres, etc. et parmi tous ces différens carrés, l'espace qui a paru réunir le mieux les conditions requises pour une unité de mesure agraire, est celui dont le côté est de cent mètres, et qui renferme dix mille mètres carrés. On a donc choisi cette espace pour l'unité des mesures agraires, et on lui a donné le nom d'*are*, dérivé d'un mot qui signifie *labourer*. Son étendue est à peu-près double de celle de l'arpent qu'elle remplace (*a*).

47. Pour avoir ensuite d'autres mesures usuelles propres à concourir avec l'*are*, à l'évaluation des terrains qui, étant sousdivisés par cette unité de mesure, donneroient un reste, ou de ceux qui n'auroient que des dimensions inférieures, on a sousdivisé l'*are* en dix parties égales, dont chacune a été appelée *déciare*, et le *déciare* à son tour en dix parties égales, dont chacune porte le nom de *centiare*. La surface du *déciare* est égale à mille mètres carrés, et celle du *centiare* à cent mètres carrés.

(*a*) Il s'agit ici du grand arpent, dont le côté est de 10 perches de 22 pieds chacune :

48. Tableau des mesures agraires.

FIGURES des Mesures.	LONGUEUR des côtés, en Mètres linéaires.	NOMBRE des Mètres carrés.	NOMS des Mesures.
Carré...	100 MÈTRES en tous sens.....	10000.....	ARE, ou <i>unité de Mesure agraire.</i>
Carré long....	100 MÈTRES dans un sens et 10 dans l'autre.....	1000.....	DÉCIARE.
Carré long (a).	100 MÈTRES dans un sens et un dans l'autre.....	100.....	CENTIARE.

49. Il arrive souvent que les terrains dont on cherche l'étendue, en la comparant à celle de l'are, s'écartent de la simplicité et de la régularité qui conviennent aux mesures usuelles; mais la géométrie fournit des règles pour partager ces terrains en un certain nombre de triangles, dont on évalue la somme en ares, déciaries, centiaries, etc. et c'est en cela que consiste l'*arpentage*.

(a) Le centiare est aussi susceptible de prendre la figure d'un carré parfait, dont le côté seroit égal à 10 mètres; mais celle que nous lui attribuons ici est adaptée à la méthode de calcul usitée dans l'*arpentage*.

III. DES MESURES DE CAPACITÉ.

50. Le choix que l'on avoit fait du mètre carré (45) pour y rapporter les mesures de superficie, indiquoit, par une suite nécessaire, le mètre cubique comme unité usuelle des mesures de solidité, pour être substitué au pied cube et à la toise cube, lorsqu'on auroit à mesurer des solides construits ou façonnés par certains arts, comme les parties d'un édifice, les pièces d'une charpente, etc. Et de même que les mesures agraires sont une dépendance des mesures de superficie, dont elles ne diffèrent que par la relation qu'elles ont avec les productions de la terre, de même aussi les mesures de capacité dérivent des mesures de solidité, avec la seule différence qu'elles sont appropriées à certaines substances que la terre nous offre pareillement pour les besoins journaliers de la vie, et dont ces mesures servent à évaluer la quantité ou le volume.

51. Parmi ces différentes substances, les unes sont des liquides, tels que le vin, la bière, l'eau-de-vie, etc. Les autres sont des grains, tels que le blé, le seigle, l'orge, le riz, etc. Mais comme ce n'est toujours qu'une même manière d'opérer, qui consiste à transvaser la substance qu'on se propose

de mesurer , on a pensé que pour mettre plus de simplicité et d'uniformité dans le nouveau système , il convenoit d'adopter pour les liquides et pour les grains , des mesures qui eussent les mêmes grandeurs et portassent les mêmes noms. Seulement on fera varier les formes , suivant que l'exigera la diversité des usages auxquels les mesures seront employées.

52. Nous avons vu (46) que l'are ou l'unité des mesures agraires contenoit dix mille fois le mètre carré ou l'unité des mesures usuelles de superficie , et nous avons exposé la raison qui avoit engagé à étendre ainsi les limites de la mesure dont il s'agit. Au contraire , l'usage que l'on fait des mesures de capacité pour les besoins journaliers , exigeoit que l'unité fût ici une mesure qui n'eût que de petites dimensions. En conséquence on a choisi pour cette unité la millième partie du mètre cubique.

53. Si l'on suppose que l'unité dont il s'agit ait elle-même la forme d'un cube , le côté de ce cube sera égal au décimètre , et par conséquent le corps prendra le nom de *décimètre cubique*. Mais comme la forme est ici indifférente , pourvu que le contenu soit le même , tout vase d'une forme quelcon-

que , qui contiendrait précisément la même quantité de liquide ou de solide qu'un vase dans lequel un décimètre cubique entreroit sans y laisser de vide , sera censé représenter l'unité relative aux mesures usuelles de capacité.

Cette unité portera le nom de *cadil*.

54. Figurons-nous maintenant d'autres mesures qui soient égales successivement à dix décimètres cubiques ou à dix cadils , à cent décimètres cubiques , etc. Dès le troisième terme de cette progression , nous arriverons à une mesure qui équivaldra au mètre cubique , et ce sera celle qui contiendrait mille cadils ou mille décimètres cubiques. Cette mesure porte le nom de *cade* , et on peut la considérer comme la mesure usuelle à laquelle se rapportent les grands approvisionnemens de liquides et de grains.

On voit par-là que la dénomination de *cadil* donnée à l'unité des mesures de capacité destinées pour les besoins du moment , est une espèce de diminutif du mot *cade* , qui exprime à son tour une unité d'un ordre supérieur , relative aux grandes fournitures , ce qui établit entre les deux noms un rapport assorti aux usages des mesures dont ils rappellent l'idée.

55. Entre le *cade* et le *cadil* , il y a deux me-

sures intermédiaires; savoir, le *décicade*, qui est la dixième partie du cade; et le *centicade*, qui en est la centième partie. On a pris aussi des mesures inférieures au cadil, indiquées par le tableau suivant.

56. Tableau des mesures de capacité.

R A P P O R T S avec le Décimètre cubique, ou le Cadil.	V A L E U R en parties du Mètre cubique.	N O M S des M E S U R E S.
1000.....	I.....	C A D E.
100.....	 $\frac{1}{10}$	D É C I C A D E.
10.....	 $\frac{1}{100}$	C E N T I C A D E.
1.....	 $\frac{1}{1000}$	C A D I L, ou <i>unité usuelle des Mesu- res de capacité.</i>
$\frac{1}{10}$	 $\frac{1}{10000}$	
$\frac{1}{100}$	 $\frac{1}{100000}$	D É C I C A D I L.
$\frac{1}{1000}$	 $\frac{1}{1000000}$	C E N T I C A D I L.
		M I L L I C A D I L.

57. En comparant le cadil d'une part et le centicade de l'autre, aux deux anciennes mesures usuelles avec lesquelles celles-ci ont le plus de rapport, et dont l'une servoit pour les liquides, et l'autre pour les grains, on trouve que le cadil contient à-peu-près une pinte et un vingtième, mesure de Paris, et que le centicade contient environ seize

livres de blé, tandis que le boisseau de Paris en contient vingt livres.

58. Rien n'empêchera qu'on ne fasse aussi des doubles centicades, des triples centicades, etc. suivant que l'exigeront les différens genres de commerce dans les divers pays. Mais en employant ces mesures, on ramènera toujours leurs capacités à celles des mesures plus petites dont elles seront des multiples, de manière à ne point s'écarter du principe général dont on est parti pour régler la progression des nouvelles mesures.

On voit par ce qui précède, que la nature des substances à l'état de liquide ou de grains, fournit un moyen simple, expéditif et assez précis pour l'usage ordinaire, de mesurer un vase, en y versant, à plusieurs reprises, la quantité de liquide ou de grains contenus dans une mesure usuelle bien connue, telle que la pinte, jusqu'à ce que le premier vase soit plein. On peut encore juger de la capacité d'un vase, par le poids de la quantité de liquide ou de grains suffisante pour le remplir. Mais lorsque les vases sont d'une grandeur considérable, on se sert d'un instrument appelé *jauge*, pour comparer les capacités de ces vases, qui sont ordinairement des tonneaux, avec la capacité déjà connue d'un autre vase de même figure.

IV. DES POIDS.

59. S'il est une branche de l'ancien système qui se soit ressentie des avantages de la réforme que le nouveau a opérée , c'est sur-tout celle qui concerne les poids. Non-seulement la livre , qui étoit l'unité de poids , avoit été choisie arbitrairement , mais sa division en onces , en gros , en grains , en demi-grains et en quarts de grains , etc. offroit une suite interrompue de termes dont les rapports ne se lioient que difficilement dans l'esprit , et échappoient souvent à la mémoire. On évaluoit certains poids , sur-tout ceux qui étoient petits , moins par leur relation avec l'unité principale , que par l'habitude d'en faire tel ou tel usage. La diversité des formes contribuoit encore à répandre la confusion au milieu de cet assortiment de pièces qui sembloient être étrangères les unes à l'égard des autres , et n'avoir rien de commun que l'emploi de la balance dont on se servoit pour chercher leur équilibre avec différens objets.

60. Nous avons vu (46) comment on avoit fait dépendre les mesures agraires des mesures linéaires , et comment les mesures de capacité , à leur tour , dérhoient des deux précédentes (50). De même on a ramené la détermination des nouveaux

poids à celle des mesures de capacité ; et ainsi toutes les parties du système se tiennent par des rapports mutuels , et remontent à une même unité , comme à leur origine commune.

Détermination de l'unité de Poids.

61. Pour mieux faire concevoir les moyens qui ont servi à déterminer les nouveaux poids , commençons par ébaucher en quelque sorte l'opération , et supposons que l'on soit convenu en général de prendre pour l'unité de poids , celui d'une quantité d'eau égale au décimètre cube , ou contenue dans le cadil. Rien ne paroît si simple , dans ce cas , que de trouver l'unité de poids , en pesant d'abord seul le vase d'une capacité égale au décimètre cube , puis en le pesant une seconde fois après l'avoir rempli d'eau. La différence entre les deux pesées donneroit l'unité de poids cherchée , et l'expérience prouve que cette unité répondroit à-peu-près à deux livres de l'ancien poids.

Mais cette manière de déterminer l'unité de poids manquoit de certains points fixes auxquels on pût rapporter le résultat , et n'étoit pas d'ailleurs susceptible d'une assez grande précision. Nous allons en indiquer les inconvéniens , et ce qu'on a fait pour y remédier.

62. L'eau commune est toujours plus ou moins mélangée de particules étrangères qui font varier son poids, à volume égal. Mais l'eau distillée, ou passée, comme l'on dit, à l'alambic, se trouve amenée par cette opération, au plus grand degré de pureté possible. Quelque part qu'on l'ait prise, elle a constamment le même poids, toutes choses égales d'ailleurs, et telle étoit l'eau dont on s'est servi pour déterminer l'unité de poids.

63. La même quantité de fluide augmente ou diminue de volume, suivant qu'elle est plus ou moins échauffée, comme chacun peut en juger d'après le thermomètre, dont la liqueur s'étend et se resserre par les variations de la chaleur. Pour avoir un résultat fixe à cet égard, on est convenu d'un certain degré de température que l'on feroit prendre à l'eau destinée pour l'expérience, et l'on a choisi le degré de la glace fondante, ou celui qui est indiqué par zéro du thermomètre ordinaire.

64. La petite convexité que forme la surface d'un fluide qui remplit un vase jusqu'au bord, jointe à la difficulté de bien dresser les parois intérieures du vase, et d'en mesurer exactement la capacité, étoient de nouvelles causes d'incertitude

qu'il falloit encore écarter. Pour y parvenir, on a employé, au lieu d'un vase ouvert, un cylindre de cuivre fermé de toutes parts, et dont on avoit déterminé le volume avec beaucoup de soin. On a pesé ce cylindre d'abord dans l'air, et ensuite en le tenant plongé dans l'eau distillée au degré de la glace. Si le poids du cylindre eût été exactement le même que celui d'un égal volume d'eau, on conçoit que le cylindre auroit été entièrement soutenu par l'eau dans laquelle il était plongé, c'est-à-dire qu'il auroit perdu tout son poids; mais comme il pesoit plus que l'eau, à volume égal, son poids se trouvoit seulement diminué d'une quantité équivalente à celui d'un pareil volume d'eau; et ainsi la différence entre les deux pesées a dû donner le poids du volume d'eau remplacé par le cylindre; et comme on connoissoit d'ailleurs le rapport entre le volume du cylindre et celui du décimètre cube, il a été facile d'en conclure le poids du décimètre cube d'eau distillée, pesée au degré de la glace fondante. Ce poids s'est trouvé de deux livres cinq gros vingt-six grains de l'ancien poids de marc.

Il est visible que comme ici le résultat ne dépendoit plus que de la forme extérieure du cylindre combinée avec son poids, cet instrument a dû se présenter par un côté bien plus favorable au

travail de l'art , aux mesures de la géométrie , et à l'opération de la pesée.

65. Enfin , comme l'eau pesée dans l'air , qui est un fluide , y perdoit aussi une petite quantité de son poids , égale au poids d'un pareil volume d'air , et susceptible elle-même de varier par diverses circonstances qui modifient l'air , on a cherché le poids du décimètre cube d'eau distillée , dans la supposition où la pesée se feroit dans le vide ; et d'après cette nouvelle correction , on a trouvé que l'unité de poids répondoit à deux livres cinq gros quarante - neuf grains de l'ancien poids de marc (a).

(a) On auroit pu choisir , pour déterminer l'unité de poids , quelqu'autre matière fluide , par exemple , le mercure ou vif-argent bien épuré , ou même une matière solide , telle que l'or dégagé de tout alliage ; et dans ce dernier cas , l'opération se fut réduite à faire avec cet or un cube ou un autre corps régulier , d'un volume bien connu , à le peser au moyen de la balance ordinaire , à une température donnée , en supposant cette pesée faite dans le vide , puis à diviser le poids total en un certain nombre de parties égales , dont chacune eût représenté l'unité de poids ; mais on n'est pas aussi certain d'avoir avec le mercure une densité constante , toutes choses égales d'ailleurs , qu'en employant l'eau distillée ; et quant aux métaux à l'état de solidité , ils pouvoient éprouver , soit dans le refroidissement plus ou moins lent après

Divisions et sousdivisions de l'unité de Poids.

66. L'unité de poids portera le nom de *grave*, qui exprime un corps pesant. Sa dixième partie se nomme *décigrave*, sa centième partie *centigrave*, et sa millième partie *gravet*. Ces quatre espèces de poids suffisent pour les usages les plus communs. C'est la partie du système qui servira à remplacer l'ancienne livres avec ses sousdivisions en demi-livres, en quarterons, onces, demi-onces, gros et demi-gros.

67. Mais il étoit nécessaire d'avoir aussi des poids très-petits qui pussent tenir lieu des grains, des demi-grains et des quarts de grain, pour plusieurs genres d'opérations qui exigent beaucoup de précision, comme les essais de l'or et de l'argent, la pesée du diamant, celle de certains sels ou autres médicamens qui ne doivent être administrés qu'à petites doses, etc. En conséquence on a formé

la fonte, soit par l'effet de l'écroutissage, des différences de condensation, capables de faire varier leur poids sous un volume donné. Enfin, la facilité de se procurer de l'eau et de la destiller, suffiroit seule pour décider de la préférence en faveur de ce liquide, quand même les autres matières auroient offert d'ailleurs des avantages égaux relativement à la précision du résultat.

trois nouvelles divisions du grave , au moyen desquelles le grâvet à son tour se trouve sousdivisé à l'imitation du grave. La première sousdivision est le *décigrâvet* , égal à la dix millièrne partie du grave ; la seconde le *centigrâvet* , où le cent millièrne du grave ; et la troisième le *milligrâvet* , où le millièrne du grave.

68. Et pour avoir de même au-dessus du grave , des poids dont on pût se servir pour les grandes pesées ; où l'on employoit autrefois le quintal et le demi-quintal , on a regardé le poids d'eau distillée , qui répond au mètre cubique , comme une nouvelle unité à laquelle on a donné le nom de *bar* , dérivé d'un mot qui signifie corps pesant (a). Le bar équivaut à mille graves ; sa dixième partie qui est le *décibar* , pèse cent graves , et sa centième partie qui est le *centibar* , pèse dix graves.

(a) L'étymologie du mot *grave* est prise dans la langue latine , et celle du mot *bar* dérive de la langue grecque.

69. Tableau du système des nouveaux poids.

R A P P O R T S avec le Décimètre cube d'eau distillée.	R A P P O R T S avec le Mètre cube d'eau distillée.	N O M S des P O I D S.
1000.....	 1	B A R O U M I L L I E R.
100.....	 $\frac{1}{10}$	D É C I B A R.
10.....	 $\frac{1}{100}$	C E N T I B A R.
1.....	 $\frac{1}{1000}$	G R A V E.
$\frac{1}{10}$	 $\frac{1}{10000}$	D É C I G R A V E.
$\frac{1}{100}$	 $\frac{1}{100000}$	C E N T I G R A V E.
$\frac{1}{1000}$	 $\frac{1}{1000000}$	G R A V E T.
$\frac{1}{10000}$	 $\frac{1}{10000000}$	D É C I G R A V E T.
$\frac{1}{100000}$	 $\frac{1}{100000000}$	C E N T I G R A V E T.
$\frac{1}{1000000}$	 $\frac{1}{1000000000}$	M I L L I G R A V E T.

70. Mais il falloit que l'usage de ces poids, surtout de ceux que l'on emploie journellement , comme le grave et ses sousdivisions, fût assorti à la diversité des pesées : en sorte que l'on pût former par leur moyen , toutes les combinaisons possibles. Or pour parvenir à ce but , en ne se servant que de ces mêmes poids , on eût été obligé de multiplier chacun d'eux , ce qui eût entraîné beaucoup de longueurs et de difficultés dans les pesées. On a paré à ces inconvéniens , en formant des poids intermédiaires , à l'aide desquels on pût

opérer d'une manière plus commode , plus expéditive , et toujours conforme à la division par dix , qui sert de base au système.

71. Pour remplir ce double objet , on a formé d'abord trois rangées de poids relatifs aux trois premières sousdivisions du grave. Sur la première rangée se trouvent un poids de cinq décigraves , placé en tête , et ensuite quatre autres poids , chacun d'un décigrave ; sur la seconde , d'abord un poids de cinq centigraves , puis quatre autres poids , chacun d'un centigrave ; sur la troisième , d'abord un poids de cinq gravets , puis cinq autres poids , chacun d'un gravet.

Maintenant , si l'on prend la somme des poids de chaque rangée , en remontant , on aura pour la dernière dix gravets qui valent un centigrave ; pour la seconde , neuf centigraves qui , avec le précédent , font un décigrave , et pour la première , neuf décigraves qui , joints au précédent , complètent le poids du grave.

72. Tous ces poids sont d'une forme arrondie , comme les pièces de monnaie , et ceux d'une même rangée ont des diamètres égaux ; en sorte que le premier ne diffère d'avec les quatre ou cinq suivans , que par une hauteur plus considérable. De plus , les poids qui appartiennent aux différentes

rangées , ont des diamètres proportionnels à leurs différences ; et ainsi , en supposant tous ces poids disposés symétriquement sur différentes lignes , comme nous venons de l'expliquer , l'œil en saisit aisément les rapports , d'après celui de leurs hauteurs et de leurs diamètres , et se familiarise bientôt avec les dimensions propres à tels ou tels poids ; en sorte que quand il se présente ou seule ou mêlé avec les autres , il n'a aucune peine à le discerner , et à juger du rang qu'il occupe dans le système.

73. On a formé de même trois rangées de poids relatifs aux sousdivisions du gravet , distribués dans le même ordre ; savoir , pour la première rangée un poids de cinq décigravets , et quatre décigravets séparés ; pour la seconde un poids de cinq centigravets , et quatre centigravets séparés ; et pour la troisième , un poids de cinq milligravets , et cinq milligravets séparés. Les trois sommes prises de même en remontant , donnent d'abord dix milligravets , ou l'équivalent d'un centigravet , ensuite neuf centigravets qui avec le précédent font un décigravet , et enfin neuf décigravets qui , joints au précédent , complètent le poids du gravet.

74. On a établi aussi relativement à la partie du système comprise depuis le grave jusqu'au bar ,

un mode de division qui, en ajoutant aux poids donnés immédiatement par le rapport décimal, d'autres poids intermédiaires, fût propre à faciliter les grandes pesées. En conséquence, on est convenu, qu'outre le centibar ou le poids de dix graves, qui étoit déjà dans la série, on feroit des poids de vingt graves, d'autres de cinq graves, et d'autres de deux graves. On pourra multiplier chacun de ces poids, pour simplifier les pesées, et l'assortiment qui a paru à cet égard mériter la préférence, est celui qui est composé de quatre poids de vingt graves, de deux poids de dix graves, d'un de cinq graves, d'un autre de deux graves, avec trois poids d'un grave chacun, ce qui forme une somme de cent dix graves.

75. Rapports entre les nouveaux poids et les anciens.

	Livres.	Onces.	Gros.	Grains.
1. Bar.....	2044.	6 . 0 .	40.	
2. Décibar.....	204.	7 . 0 .	4.	
3. Poids de 20 graves....	40.	14 . 1 .	44.	
4. Centibar.....	20.	7 . 0 .	58.	
5. Poids de 5 graves.....	10.	3 . 4 .	29.	
6. Poids de 2 graves.....	4.	1 . 3 .	26.	
7. Grave.....	2.	0 . 5 .	49.	
8. Poids de 5 décigraves..	1.	0 . 2 .	60 $\frac{1}{2}$.	
9. Décigrave.....	0.	3 . 2 .	12 $\frac{1}{10}$.	
10. Poids de 5 centigraves.	0.	1 . 5 .	6 $\frac{1}{10}$.	

Gros. Grains.

11. Centigrave.	2.	44	$\frac{41}{100}$	ou $\frac{9}{12}$ grains à-peu-près.
12. Poids de 5 gravets. ...	1.	22	$\frac{41}{200}$	ou $\frac{1}{5}$ gr.
13. Gravet.	0.	18	$\frac{841}{1000}$	ou $\frac{16}{19}$ gr.
14. Poids de 5 décigravets. 0.	9	$\frac{841}{10000}$	ou $\frac{5}{12}$ gr.	
15. Décigravet.	0.	1	$\frac{8841}{100000}$	ou $\frac{8}{9}$ gr.
16. Poids de 5 centigravets. 0.	0	$\frac{18841}{100000}$	ou $\frac{49}{52}$ gr.	
17. Centigravet.	0.	0	$\frac{18841}{1000000}$	ou $\frac{10}{53}$ gr.
18. Poids de 5 milligravets. 0.	0	$\frac{18841}{1000000}$	ou $\frac{7}{32}$ gr.	
19. Milligravet.	0.	0	$\frac{18841}{10000000}$	ou $\frac{1}{53}$ gr.

V. DES MONNOIES.

76. LA monnoie de compte, qui a pour unité la livre tournois, étoit divisée jusqu'à présent en sous, dont chacun valoit un vingtième de la livre, et en deniers ou en douzièmes de sous. Maintenant on la divisera en décimes qui seront des dixièmes de livre, et en centimes ou centièmes de livre.

77. On sait que les calculs qui s'appliquent aux monnoies, sont sans comparaison ceux dont on fait le plus d'usage. Ils se mêlent presque par-tout dans les opérations relatives aux différentes mesures et aux poids, et ils y portoient la complication qui naît de la manière dont l'ancienne livre étoit sous-divisée. Le rapport décimal substitué à cette division mal assortie, sera un présent fait au commerce, qui lui devra une double économie de temps et de travail.

SECONDE PARTIE.

CALCUL relatif à la division décimale des Mesures déduites de la grandeur de la Terre.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

78. C'ÉTOIT déjà pour le système des nouvelles mesures un avantage d'un grand prix, d'être fondé sur une unité invariable, et de procéder dans ses divisions et sousdivisions, par une suite de rapports qui naissent les uns des autres avec une uniformité propre à les rendre plus faciles à saisir et plus présens à la mémoire ; mais le choix de ces rapports, par préférence à tous les autres, ajoute encore au mérite du système, en le liant à une méthode de calcul également précieuse par sa simplicité et par sa généralité. On sait que dans les opérations d'arithmétique qui ne consistoient qu'à calculer des unités simples, comme des livres tournois, des aunes, des toises, etc. on suivoit à l'égard de toutes ces différentes unités, une même règle d'une facile exécution ; en sorte, par exemple, que l'addition des livres tournois ne différoit en aucune manière de celle des aunes ; mais dès

que l'unité se subdivisoit, et qu'il falloit opérer en même temps sur des nombres composés de livres tournois, de sous et de deniers, ou de toises, de pieds, de pouces et de lignes, etc.; alors la complication de toutes ces quantités fractionnaires passoit dans l'opération même. A mesure que l'on changeoit d'unité principale, on avoit une nouvelle arithmétique et des difficultés d'un nouveau genre.

Il n'en sera plus ainsi à l'aide de la méthode que nous allons exposer. Quelque multipliées que soient les divisions de l'unité principale, les nombres qui les expriment se présentent toujours sous la forme de nombres entiers, qui n'exigent qu'une légère attention pour ramener les opérations à la simplicité de l'arithmétique la plus élémentaire. Par une suite nécessaire, les règles s'appliquent indifféremment à toutes les espèces de mesures sousdivisées en autant de parties que l'on voudra. Celui qui sait calculer des mètres, des décimètres, des centimètres, sait par-là même calculer des graves, des décigraves, des centigraves, ou des livres tournois, des décimes, des centimes, etc.; en sorte que quand il opère successivement sur différentes mesures, par voie d'addition ou de toute autre manière, ce n'est point l'opération qui change, ce n'est que le nom de l'unité principale.

79. Avant d'exposer la méthode dont il s'agit, nous donnerons ici la table des abréviations des noms de mesures et de poids, qui pourront servir à indiquer, lorsqu'il sera nécessaire, l'espèce d'unité relative aux nombres qu'elles accompagneront.

Mesures linéaires.

Millaire.	ml.
Mètre.	mt.
Décimètre.	d. mt.
Centimètre.	c. mt.
Millimètre.	m. mt.

Mesures de superficie.

Mètre quarré.	mt. q. (a)
Are.	ar.
Déciare.	d. ar.
Centiare.	c. ar.

Mesures de solidité.

Mètre cubique.	mt. c.
Cade.	cd.
Décicade.	d. cd.
Centicade.	c. cd.
Cadil.	cl.
Décicadil.	d. cl.
Centicadil.	c. cl.
Millicadil.	m. cl.

(a). Nous nous conformons ici à l'ancien usage, qui étoit d'écrire *quarré* au lieu de *carré*, en ramenant l'orthographe

Poids.

Bar ou Millier.....	br. ou mlr.
Décibar.....	d. br.
Centibar.....	c. br.
Grave.....	gv.
Décigrave.....	d. gv.
Centigrave.....	c. gv.
Gravet.....	gvt.
Décigravet.....	d. gvt.
Centigravet.....	c. gvt.
Milligravet.....	m. gvt.

Monnoies.

Livre.....	lv.
Décime.....	dm.
Centime.....	cm.

I. DE LA MANIÈRE D'EXPRIMER EN CHIFFRES LES RÉSULTATS DES OPÉRATIONS SUR LES NOUVELLES MESURES.

80. On a pu remarquer que le rapport de dix à un , que l'on appelle *rapport décimal* , et qui règle les divisions et sousdivisions des nouvelles mesures , étoit le même que celui qui a lieu entre

de ce nom à son étymologie , qui est le mot latin *quadratum* , afin de n'avoir qu'une seule lettre à employer pour chacun des signes distinctifs du carré et du cube.

les unités des chiffres placés à la suite les uns des autres dans l'arithmétique ordinaire, c'est-à-dire , par exemple, que chaque division du quart du méridien égale dix fois la division suivante , comme dans notre arithmétique l'unité de chaque chiffre vaut dix fois celle du chiffre qui suit , en allant de gauche à droite.

81. Cela posé, convenons d'exprimer la longueur du mètre par le chiffres 1 , et imaginons qu'ayant mesuré une dimension considérable, on l'ait trouvée égale à neuf cent vingt-trois mètres. Il est évident que pour coucher ce nombre en arithmétique , il suffira d'écrire de suite les trois chiffres 9 , 2 , 3 , en ajoutant, si l'on veut, le mot mètre en abrégé, de cette manière, 923^{mt.}, pour indiquer l'espèce d'unité à laquelle se rapporte ce nombre.

82. Supposons maintenant que la dimension mesurée se trouve augmentée d'une certaine quantité, en sorte qu'elle égale neuf cent vingt-trois mètres , cinq décimètres, six centimètres , sept millimètre, et écrivons d'abord ce nombre de la manière suivante, 923^{mt.} 5^{d.mt.} 6^{c.mt.} 7^{m.mt.} Ayant fait attention qu'un mètre vaut dix décimètres, un décimètre dix centimètre, et un centimètre dix mil-

mètres, je vois que je puis représenter le même nombre d'une manière beaucoup plus simple et plus commode. Pour cela, j'écris les trois chiffres 5, 6, 7, immédiatement à la suite de ceux qui expriment des mètres, avec la seule indication du mot *mètre*, placé au-dessus du chiffre qui désigne les unités, de cette manière, ^{mr.}923,567, et je conviens que les unités de tous les chiffres, pris successivement de gauche à droite, décroîtront suivant le rapport décimal. Alors il est clair que les valeurs de ces unités se succéderont dans cet ordre, centaine de mètre, dixaine de mètre, unité de mètre, dixième de mètre ou décimètre, dixième de décimètre ou centimètre, dixième de centimètre ou millimètres; et ainsi le nombre énoncé d'après les valeurs des différens chiffres qui le composent, sera neuf cent vingt-trois mètres, cinq décimètres, six centimètres, sept millimètres.

83. Dans l'expression de ce nombre, on distingue deux parties; l'une composée de mètres ou d'unités simple, et l'autre de sousdivisions du mètre ou de l'unité simples; et la position du mot *mètre* qui indique la séparation de ces deux parties, suffit seule pour déterminer la valeur de l'unité de chaque chiffre, d'après le rang que ce chiffre occupe à la gauche ou à la droite du mot *mètre*.

84. Je puis présenter sous la même forme le résultat de toute autre opération faite sur les nouvelles mesures, en changeant seulement l'indication de l'unité principale. Ainsi cette expression $923\overset{\text{gv.}}{5}67$ désignera 923 graves, 5 dixièmes de grave ou 5 décigraves, 6 dixièmes de décigrave ou 6 centigraves, et 7 dixièmes de centigrave ou 7 gravets. Celle-ci, $923\overset{\text{lv.}}{5}67$, indiquera 923 livres, 5 décimes, 6 centimes et 7 dixième de centimes, ou sept-millièmes de livre.

85. En comparant toutes ces expressions qui ne diffèrent que par le nom de l'unité principale, toujours placé d'ailleurs de la même manière, je vois que je puis les employer à représenter des unités quelconques, avec des divisions décimales de ces unités, en substituant au nom de l'unité principale un caractère indéterminé; tel qu'une virgule, qui servira à distinguer les unités simples de leurs sousdivisions. J'aurai alors l'expression suivante $923,567$, qui indique d'une manière générale 923 unités, 5 dixièmes, 6 centièmes, 7 millièmes d'unité.

86. Je conçois de plus que rien ne m'empêche de placer une virgule, même dans l'expression d'une opération particulière faite sur les nouvelles

mesures, en faisant concourir cette virgule avec le nom de l'unité principale. Ainsi je puis écrire de cette manière le premier des résultats que nous avons cités pour exemple, $923,567^{\text{mt.}}$. J'aurai alors le double avantage de pouvoir considérer cette expression comme particulière à telle espèce de mesure, en portant toute mon attention sur la place qu'occupe le mot mètre, et de pouvoir la généraliser, et la rendre applicable à un résultat quelconque, en supprimant le mot mètre, et en ne laissant subsister que la virgule.

87. Remarquons en passant que le nombre $923,567^{\text{mt.}}$, peut être énoncé de cette autre manière, neuf cent vingt-trois mètres, cinq cent soixante-sept millimètres, en rapportant toute la dernière partie à la plus petite espèce d'unité. On pourroit encore l'énoncer ainsi, neuf cent vingt-trois mille cinq cent soixante-sept millimètres, d'après cette observation que les valeurs des unités des six chiffres se trouvant toujours dix fois plus grandes en allant de droite à gauche, sont successivement égales à un millimètre, dix millimètres, cent millimètres, mille millimètres, etc. Il sera facile de traduire de même de plusieurs manières, dans le langage ordinaire, une somme de graves, de livres tournois, etc. avec leurs sousdivisions.

88. On peut appliquer les mêmes principes à d'autres nombres, dans lesquels la virgule sera suivie d'autant de chiffres qu'on voudra, en poussant la division de l'unité principale jusqu'aux dix-millièmes, aux cent-millièmes, aux millionièmes, etc. Ainsi le nombre $76,24573^{\text{mt.}}$ exprimera soixante-seize mètres, 2 décimètres, quatre centimètres, 5 millimètres, 7 dix-millièmes, trois cent-millièmes, ou 76 mètres, vingt-quatre mille cinq-cent soixante-treize cent millièmes de mètre. On voit que quand les unités des derniers chiffres cessent d'avoir des noms qui soient dans l'ordre du système, on les désigne simplement par les valeurs qu'elles ont relativement à l'unité principale; comme lorsque, dans l'exemple précédent, on énonce par sept dix-millièmes la valeur du chiffre 7 qui suit les millimètres. On peut désigner encore les mêmes unités, d'après leurs valeurs relativement à la plus petite des parties de l'unité principale, qui sont dénommées; ainsi le chiffre 7, dans l'exemple dont il s'agit, pourroit être énoncé par sept-dixièmes de millimètre. On faisoit la même chose dans l'ancien système, lorsque, pour exprimer les petites sousdivisions du pied qui n'étoient pas dénommées, on disoit un dixième ou un centième de ligne.

89. Lorsque par le résultat de l'opération, une des sousdivisions de l'unité principale se trouve nulle, comme dans le cas où, en mesurant une longueur d'après le mètre et ses sousdivisions, on n'a que des mètres, des décimètres, des millimètres, et point de centimètres, on met un zéro à la place qui répond à cette sousdivision, pour conserver aux autres chiffres leur rang et leur valeur.

Exemple : $71,506^{\text{mt.}}$, c'est-à-dire, 71 mètres, cinq décimètres, zéro centimètre, six millimètres, ou 71 mètres, cinq cent six millimètres.

90. De même, s'il n'y a point d'unités simples, comme lorsqu'on a mesuré une longueur plus courte que le mètre, on place un zéro avant la virgule, pour indiquer que les unités simples sont nulles.

Exemple : $0,129^{\text{mt.}}$, c'est-à-dire, zéro mètre, un décimètre, deux centimètres, neuf millimètres, ou simplement 129 millimètres.

$0,37^{\text{lv.}}$, c'est-à-dire, zéro livre, 3 décimes, 7 centimes, ou trente-sept centimes.

L'exemple suivant réunit les deux cas, $0,009^{\text{gv.}}$, c'est-à-dire, zéro grave, zéro décigrave, zéro centigrave, 9 gravets, ou simplement 9 gravets.

91. Voici quelques autres règles dont on sentira d'avance l'utilité pour simplifier et faciliter les calculs. Je reprends l'expression $923,567$, et je suppose que je veuille la rendre dix fois plus grande, ou l'appliquer à une dimension qui égale dix fois la précédente. J'y parviendrai tout-d'un-coup, en reculant le mot *mètre* avec la virgule, d'un rang vers la droite, de cette manière : $9235,67$.^{mt.} Car en énonçant ainsi ce nouveau nombre, 9235 mètres, six décimètres, sept centimètres, on voit que le dernier chiffre 7 qui exprimoit des millimètres, exprime maintenant des centimètres, dont chacun vaut dix millimètres ; et par une suite nécessaire, les unités de tous les autres chiffres ayant acquis des valeurs dix fois plus grandes, en vertu du seul déplacement de la virgule, le nombre entier doit se trouver augmenté dans le même rapport.

Pour rendre le nombre cent fois, mille fois, etc. plus grand, on reculera la virgule et le mot qui l'accompagne de deux rangs, trois rangs, etc. vers la droite. Par exemple, cette expression $7,567$,^{gv.} qui désigne 7 graves, 567 gravets, deviendra cent fois plus grande, si on l'écrit ainsi $756,7$,^{gv.} ce qui signifie 756 graves, 7 décigraves.

Le même nombre devient mille fois plus grand

qu'il n'étoit d'abord , si on l'écrit de cette manière , 7567^{8v}. D'où il suit que si le nombre dont il s'agit avoit eu cette forme 7,567 , qui désigne des unités quelconques , il suffiroit , pour le rendre mille fois plus grand , de faire disparoître la virgule , en écrivant 7567.

92. De même , on peut rendre un nombre qui exprime des mètres , des graves , des livres , etc. tout-d'un-coup dix fois , cent fois , mille fois , etc. plus petit , en reculant la virgule d'un rang , de deux rangs , de trois rangs , etc. vers la gauche. Ainsi , 176,534^{mt.} deviendra dix fois plus petit , si l'on déplace la virgule de cette manière 17,6534^{mt.}. On sent aisément la raison de cette transformation , qui est le contraire de la précédente.

Si l'on vouloit rendre 176,534^{mt.} mille fois plus petit , la virgule , dans ce cas , se trouvant reculée derrière le premier chiffre 1 , on la feroit précéder d'un zéro , de cette manière , 0,176534^{mt.} , pour indiquer qu'il n'y a plus d'unités simples , tous les chiffres qui exprimoient de ces unités ayant passé au rang des divisions de l'unité principale.

93. Mais si en conservant à tous les chiffres les rangs qu'ils occupent après la virgule , on ajoutoit un ou plusieurs zéros à leur suite , cette addition

ne changeroit point la valeur du nombre. Ainsi ^{gv.}0,4 et ^{gv.}0,400 ne sont que la même quantité sous deux formes différentes. Car en énonçant successivement les valeurs des caractères qui les composent, on auroit pour la première, zéro grave, quatre décigraves, et pour la seconde, zéro grave, quatre décigraves, zéro centigrave, zéro gravet, expression qui n'ajoute aucune quantité réelle à la première. Et si l'on énonce tout-d'un-coup les deux nombres, d'après l'ensemble de leurs plus petites parties, on aura pour le premier, quatre décigraves, et pour le second, quatre cents gravets, c'est-à-dire, un nombre cent fois plus grand de parties cent fois plus petites ; par où l'on voit que tout est compensé, et qu'ainsi l'égalité subsiste entre les deux nombres. Il est quelquefois utile d'introduire de ces zéros surnuméraires dans l'expression du résultat d'une opération faite sur les nouvelles mesures.

Par une raison semblable, si le nombre qui exprime un de ces résultats est terminé par des zéros, on pourra supprimer ces zéros en tout ou en partie, sans altérer la valeur du nombre.

94. Comme par la nature du système des nouvelles mesures, les sous-divisions de l'unité principale suivent toujours le rapport décimal, ou ne

sont autre chose que des parties décimales de l'unité, nous donnerons désormais , pour abréger , le nom de *décimales* aux chiffres qui les représentent , lorsque nous voudrons indiquer ces chiffres d'une manière générale , et nous dirons première, seconde, troisième décimale, etc. pour désigner le premier , le second , le troisième chiffre, après le nom de l'unité principale ou après la virgule. Ainsi , la première décimale sera celle qui exprimeroit des décimètres dans un calcul sur les mesures linéaires , des décigraves dans un calcul sur les poids , des décimes dans un compte , etc. la seconde sera celle qui , dans les mêmes cas , exprimeroit des centimètres , des centigraves , ou des centimes , etc.

95. On voit par ce qui précède , que pour traduire en arithmétique le résultat d'une opération sur les nouvelles mesures , il suffit de faire attention à la place que doit occuper le nom de l'unité principale ou la virgule , et cette attention déjà facile en elle-même est encore aidée par la manière seule d'opérer , qui est déjà une espèce d'arithmétique palpable , en sorte qu'il suffit d'énoncer le résultat de l'opération , pour que les nombres se trouvent comme couchés d'avance et préparés pour le calcul.

Dans l'exposition que nous allons faire des règles à suivre pour la pratique de ce calcul , tout dépendra de même de l'attention donnée à la virgule , sur laquelle porte toute la différence entre l'arithmétique ordinaire et celle qui s'applique aux nouvelles mesures. Et pour mieux faire ressortir les avantages de cette dernière , nous lui comparerons l'ancienne méthode de calculer les quantités fractionnaires relatives à chaque mesure ; et en supposant que nous parlions successivement à ceux qui avoient à calculer des quantités monétaires , des mesures de longueur , des poids , etc. nous montrerons à chacun d'eux comment , au lieu de la marche longue et compliquée qu'il étoit obligé de suivre , il n'a plus qu'un pas à faire pour arriver au but , à l'aide de la division décimale qui gouverne tout le nouveau système.

II. D E L' A D D I T I O N.

1°. *Addition des Livres, Décimes et Centimes.*

96. Lorsque vous aviez reçu ou dépensé plusieurs sommes composées de livres , sous et deniers , et que vous vouliez en former le total , vous vous y preniez de la manière suivante :

Soit proposé d'ajouter

24 livres, 14 sous, 9 deniers, ou	24 ^{tt} 14 ^s 9 ^d .
253 livres, 15 sous, 11 deniers, ou	253 15 11.
67 livres, 9 sous, 10 deniers, ou	67 9 10.
6 livres, 13 sous, 8 deniers, ou	6 13 8.

TOTAL..... 352 14 2.

Vous formiez d'abord la somme des deniers, et vous aviez 38, qui font 3 douzaines de deniers, ou 3 sous, et 2 deniers. Vous posiez 2 sous la colonne des deniers, et vous reteniez 3 sous pour les ajouter à la colonne des unités de sou, ce qui vous donnoit 24. Vous posiez 4 sous cette même colonne, et vous reteniez 2 dixaines, que vous portiez à la colonne précédente, ce qui faisoit 5 dixaines. Vous preniez la moitié de 5, qui est 2, avec le reste 1, que vous posiez sous la même colonne. Vous reteniez 2, que vous ajoutiez aux unités de livre, après quoi vous poursuiviez l'opération à l'ordinaire.

97. Voici un exemple analogue, tiré des nouvelles mesures.

(71)

E X E M P L E.

Soit proposé d'ajouter

354 livres , 7 décimes , 3 centimes , ou ^{lv.} 354,73.

256 livres , 0 décime , 9 centimes , ou 256,09.

97 livres , 8 décimes , 1 centime , ou 97,81.

10 livres , 1 décime , 6 centimes , ou 10,16.

TOTAL..... ^{lv.} 718,79.

Pour faire cette opération , écrivez les nombres à ajouter les uns sous les autres , de manière que toutes les virgules soient sur une même colonne ; et dans le total placez la virgule au même rang où elle est déjà dans les nombres supérieurs.

A U T R E E X E M P L E.

On propose d'ajouter

53 livres , 0 décime , 3 centimes , ou ^{lv.} 53,03.

12 livres , 5 décimes , ou 12,5.

0 livre , 1 décime , 2 centimes , ou 0,12.

9 livres , 6 décimes , ou 9,6.

TOTAL,..... ^{lv.} 75,25.

2°. *Addition des mesures de longueur pour le commerce des étoffes.*

98. Vous aviez mesuré avec l'aune quatre pièces

d'étoffe de différentes longueurs , et vous vous proposiez de trouver la longueur totale,

Les longueurs à ajouter étoient :

35 aunes et demie , ou $35 \frac{1}{2}$

7 aunes , trois quarts , . . ou $7 \frac{3}{4}$

12 aunes , cinq huitièmes , ou $12 \frac{5}{8}$

6 aunes , un quart , ou $6 \frac{1}{4}$

T O T A L , $62 \frac{1}{8}$

Il falloit d'abord prendre la somme des quatre fractions. Cette somme est $\frac{17}{8}$ qui font 2 aunes $\frac{1}{8}$. Vous posiez $\frac{1}{8}$ sous la colonne des fractions. Vous reteniez 2 que vous portiez à la colonne des unités d'aune, après quoi l'opération suivoit la marche ordinaire.

Dans d'autres cas, l'aune étoit divisée en demies, en tiers, en sixièmes. On avoit alors des opérations du genre de la suivante,

Soit proposé d'ajouter

29 aunes et demie , . . ou $29 \frac{1}{2}$

35 aunes , deux tiers , ou $35 \frac{2}{3}$

12 aunes , un sixième , ou $12 \frac{1}{6}$

T O T A L $77 \frac{1}{3}$

L'addition des trois fractions donnoit 1 aune $\frac{1}{3}$;

ayant posé $\frac{1}{3}$ sous la colonne des fractions , vous portiez 1 à la colonne des unités d'aune, et le reste à l'ordinaire.

99. La nouvelle méthode vous épargne tout cet embarras , qui naissoit des fractions à ajouter ensemble pour en extraire les unités.

E X E M P L E.

On demande la longueur totale de quatre pièces d'étoffe.

L'une de	22 ^{nt.}	5 ^{l.mt.}	6 ^{c.mt.}	, ou	22,56. ^{mt.}
La 2 ^e . de	18 ^{nt.}	4 ^{l.mt.}	8 ^{c.mt.}	, ou	18,48.
La 3 ^e . de	9 ^{nt.}	3 ^{l.mt.}	2 ^{c.mt.}	, ou	9,32.
La 4 ^e . de	5 ^{nt.}	3 ^{l.mt.}	5 ^{c.mt.}	, ou	5,35.

T O T A L 55,71.

Ecrivez les quatres nombres à ajouter les uns sous les autres , en faisant correspondre toutes les virgules sur une seule colonne , et dans le total placez la virgule sur le prolongement de cette même colonne.

A U T R E E X E M P L E.

Soit proposé d'ajouter

35 ^{nt.}	0 ^{d.mt.}	4 ^{c.mt.}	6 ^{n.mt.}	.. ou	35,046. ^{mt.}
0 ^{nt.}	0 ^{l.mt.}	3 ^{c.mt.}		ou	0,03.
22 ^{nt.}	1 ^{d.mt.}	0 ^{c.mt.}	4 ^{n.mt.}	$\frac{7}{10}$	ou 22,1047.
9 ^{nt.}	8 ^{l.mt.}			ou	9,8.

T O T A L 66,9807.^{mt.}

3°. *Addition des mesures de longueur pour les ouvrages de construction.*

100. Ayant mesuré successivement quatre longueurs différentes en toises, en pieds et en parties de pied, vous desiriez connoître la longueur totale.

La 1 ^{re} . étoit de	7 ^T	5 ^P	10 ^P	7 ^L
La 2 ^e . de	13	2	7	10
La 3 ^e . de	9	4	11	9
La 4 ^e . de	8	3	9	5
TOTAL.	39 ^T	5 ^P	3 ^P	7 ^L .

Pour trouver ce total, vous preniez d'abord la somme 31 des lignes, qui font 7 lignes et 2 douzaines de lignes, ou 2 pouces; vous posiez 7 sous la colonne des lignes, et vous ajoutiez 2 à la colonne des pouces, ce qui faisoit 39 pouces ou 3 pieds 3 pouces; vous posiez le dernier 3 sous la colonne des pouces, et vous reteniez le premier pour l'ajouter aux pieds, ce qui vous donnoit 17 pieds, ou 2 toises 5 pieds; ayant posé 5 sous les pieds, vous portiez 2 à la colonne des unités de toise, et alors ce n'étoit plus qu'une addition ordinaire.

101. A l'aide du nouveau calcul, vous avez beaucoup plus de simplicité, même avec une plus

grande précision, comme celle des millimètres, dont chacun ne vaut, à très-peu de chose près, que $\frac{4}{9}$ de ligne.

E X E M P L E.

On propose d'ajouter	^{mt.} 23,678
	4,245
	12,931
	9,354

TOTAL.....	^{mt.} 50,208.

Après avoir écrit les nombres à ajouter les uns au-dessous des autres, de manière que toutes les virgules soient alignées sur une même colonne, additionnez à l'ordinaire, et dans le total placez la virgule au même rang où elle se trouve dans les nombres supérieurs.

A U T R E E X E M P L E.

On propose d'ajouter	^{mt.} 0,2347
	27,02
	4,008
	0,0903

TOTAL.....	^{mt.} 31,353.

4°. *Addition des Poids.*

102. On sait que la livre de l'ancien poids valoit 16 onces, l'once 8 gros, le gros 72 grains, et que quand on visoit à la précision, on sousdivisoit les grains en demies, en quarts, etc. Supposons une opération dont le resultat fût compliqué de toutes ces différentes quantités, et qui consistât, par exemple, en quatre pesées différentes.

L'une de	2 ¹	6	onces	6	gros	56	grains	$\frac{1}{4}$
La 2 ^e . de	7	2		5		39		$\frac{3}{4}$
La 3 ^e . de	8	12		2		12		$\frac{1}{4}$
La 4 ^e . de	3	7		4		60		

TOTAL..... 21¹ 13^{onces} 3^{gros} 24^{grains} $\frac{1}{2}$.

Vous ajoutiez d'abord les trois fractions, dont la somme étoit $\frac{6}{4}$ de grain, ou 1 grain $\frac{1}{2}$. Vous posiez $\frac{1}{2}$ sous les autres fractions, et vous ajoutiez une unité à la somme des grains, ce qui faisoit 163 grains, qui valent 2 gros 24 grains : vous posiez 24 sous les grains, et vous portiez 2 à la colonne des gros, dont la somme étoit 19, c'est-à-dire, 2 onces 3 gros ; ayant posé 3 sous les gros, vous reteniez 2 que vous ajoutiez aux onces, ce qui faisoit 29 onces, égales à 1 livre 13 onces ; vous posiez 13 sous les onces ; vous portiez 1 à la colonne des unités de livre, et vous poursuiviez à l'ordinaire.

103. La manière dont les nouveaux poids ont été divisés, rend l'opération entière aussi facile que le devenoit la précédente, lorsqu'après avoir passé par tant de quantités différentes et de réductions à l'unité d'un degré supérieur, vous arriviez enfin à n'avoir plus que des unités de livre à calculer. Il est à remarquer qu'en employant des centigravets, dont chacun vaut à peu-près $\frac{5}{27}$ de grain, laquelle fraction est plus petite que $\frac{1}{4}$, on obtient une précision qui va encore plus loin, sans nuire à la simplicité du calcul.

E X E M P L E.

On a fait séparément cinq pesées que l'on veut réunir, pour savoir ce que pèse la totalité.

La 1 ^{re} . est de	^{gv.} 9,6785
La 2 ^e . de	7,2013
La 3 ^e . de	0,3506
La 4 ^e . de	6,0821
La 5 ^e . de	3,6352

T O T A L..... ^{gv.} 26,9477.

Ecrivez les nombres à ajouter les uns au-dessous des autres, en disposant toutes les virgules sur une seule colonne, et dans le total, placez la virgule sur cette même colonne (a).

(a) Il n'est pas inutile d'observer que quand on emploie,

A U T R E E X E M P L E.

On propose d'ajouter $\begin{array}{r} \text{g}^{\text{v}}. \\ 0,5 \\ 9,53 \\ 0,0287 \\ 8,10704 \end{array}$

T O T A L..... $\begin{array}{r} \text{g}^{\text{v}}. \\ 18,16574. \end{array}$

comme on doit toujours le faire de préférence , des poids de $5^{\text{g}^{\text{v}}}$, de $5^{\text{d}^{\text{g}^{\text{v}}}}$, de $5^{\text{c}^{\text{g}^{\text{v}}}}$, de $5^{\text{g}^{\text{vt}}}$, avec d'autres poids simples, comme d'un grave, d'un décigrave, d'un gravet, etc. ; il y a de l'avantage à mettre une certaine méthode dans la manière de recueillir successivement ces différens poids, pour écrire le résultat de l'opération. Ainsi, après la première des cinq pesées dont il s'agit ici, et en supposant que la combinaison des poids fût la plus simple possible, vous retireriez d'abord de la balance un poids de 5 graves, et deux poids de 2 graves chacun, en disant, 5 et 2 font 7 et 2 font 9 ; puis vous écririez 9 suivi d'une virgule. Vous prendriez ensuite un poids de 5 décigraves, puis un décigrave simple, en disant, 5 et 1 font 6, et vous écririez 6 pour première décimale. Après cela viendroient un poids de 5 centigraves et 2 centigraves séparés, dont la somme 7 donneroit une seconde décimale. Vous auriez maintenant à retirer un poids de 5 gravets, puis 3 gravets séparés, en disant 5 et 3 font 8, et vous écririez 8 pour troisième décimale. Il ne resteroit plus qu'un poids de 5 décigravets qui vous donneroit une dernière décimale 5. De cette manière l'expression numérique de la somme se présente comme d'elle-même, d'après le seul énoncé du résultat.

104. On sait que le poids de cent livres portoit le nom de *quintal*, et celui de mille livres, le nom de *millier*; en sorte que quand on avoit à additionner des sommes considérables de poids, on les évaluoit en milliers, en quintaux et en livres simples. Dans le nouveau système, le poids de cent graves est le *décibar*, et le poids de mille graves est le *bar*. Mais de plus, le poids de dix graves porte le nom particulier de *centibar*, dont l'analogue manquoit à l'ancien système; ce qui établit entre les divisions du nouveau, qui remontent au-dessus du grave, la même liaison qu'entre celles qui descendent au-dessous, et jette plus de netteté dans les résultats.

E X E M P L E.

On a pesé successivement cinq ballots, dont on demande le poids total.

Le 1^{er}. est de ^{br.} 1,157

Le 2^e. de 0,239

Le 3^e. de 1,376

Le 4^e. de 0,39

Le 5^e. de 0,205

TOTAL..... ^{br.} 3,367.

Remarques.

105. Si l'on n'avoit à additionner que des di-

visions d'une certaine unité, telles que des décimes, on pourroit écrire, pour abréger, les sommes partielles, comme si l'unité relative à cette division étoit l'unité principale.

E X E M P L E.

On propose d'ajouter

9 décimes , 2 centimes ,	ou	^{dm.} 9,2
7 décimes , 1 centime ,	ou	7,1
4 décimes , 7 centimes ,	ou	4,7
8 décimes , 3 centimes ,	ou	8,3
5 décimes , 2 centimes ,	ou	5,2

T O T A L.....^{dm.} 34,5.

On ramèneroit ensuite, si on le jugeoit à propos, l'expression de la somme totale aux unités d'un ordre supérieur qu'elle renferme, en écrivant ^{lv.} 3,45, au lieu de ^{dm.} 34,5.

106. La difficulté des opérations relatives aux anciennes mesures, venoit des réductions que l'on avoit à faire de deniers en sous, de sous en livres, ou de grains en gros, de gros en onces, etc, pour porter à la colonne précédente les nouvelles unités qui se formoient de l'addition des parties fractionnaires. Et comme le système de division changeoit

geoit ordinairement d'une colonne à l'autre, il en résulteroit un embarras de plus, parce qu'il falloit faire attention à ce changement. Dans le nouveau calcul, il y a de même des réductions; par exemple, si la somme des chiffres d'une colonne a donné 25 centimes, lorsqu'après avoir posé le chiffre 5 sous cette colonne, on porte 2 à la colonne des décimes, on réduit réellement 20 centimes en 2 décimes; mais ces réductions étant absolument semblables à celles qui ont lieu pour les entiers, tout le calcul donne immédiatement les unités d'un ordre supérieur qui doivent être ajoutées à la colonne précédente, elles se font comme d'elles-mêmes, sans qu'on s'en aperçoive.

III. DE LA SOUSTRACTION.

1°. Soustraction des Livres, Décimes et Centimes.

107. Pour vous rendre compte à vous-même de ce qu'il vous restoit d'une certaine somme dont vous aviez dépensé une partie,

Il falloit soustraire de

8954 ^{tt}	3 ^s	6 ^d
5678	17	8

R E S T E 3275^{tt} 5^s 10^d

Pour faire d'abord la soustraction des deniers,

F

vous étiez obligé d'emprunter sur les 3 sous du nombre supérieur, une unité égale à 12 deniers, que vous ajoutiez à 6, ce qui faisoit 18. Soustrayant 8, vous aviez pour reste 10, que vous posiez sous les deniers. Il falloit ensuite emprunter de même sur les unités de livre, une unité ou 20 sous que vous ajoutiez aux 2 sous qui restoient, ce qui vous donnoit 22 sous; d'où retranchant 17, vous aviez pour reste 5, que vous écriviez sous les sous. Vous rappelant alors que les unités de livre, dans le nombre supérieur, se réduisoient à 3, vous n'aviez plus qu'une opération ordinaire.

108. Le calcul fait d'après le nouveau système, ramène tout à cette dernière manière d'opérer.

E X E M P L E.

On veut soustraire de $\overset{\text{lv.}}{8962,32}$
 $\quad\quad\quad 6789,69$

$\text{RESTE.....} \overset{\text{lv.}}{2172,63}.$

Vous écrivez d'abord les nombres donnés sur deux lignes, en faisant correspondre les virgules; vous opérez ensuite à l'ordinaire; et dans le nombre qui exprime le reste, vous placez la virgule au même rang que dans les nombres supérieurs.

A U T R E E X E M P L E.

On veut soustraire

$$\begin{array}{r}
 \text{de } 357^{\text{lv.}} \cdot 3^{\text{lm.}} \dots \dots \dots \text{ ou de } 357,300^{\text{lv.}} \\
 126^{\text{lv.}} \cdot 4^{\text{lm.}} \cdot 5^{\text{cm.}} \cdot \frac{2}{10} \dots \text{ ou } 126,452 \\
 \hline
 \text{Reste} \dots \dots 230,848.
 \end{array}$$

Dans ce cas , l'une des deux sommes ayant moins de décimales que l'autre , vous lui en donnez le même nombre , en ajoutant deux zéros à sa suite (93) , pour la facilité de l'opération.

2°. *Soustraction des mesures de longueur pour le commerce des étoffes.*

109. Ayant mesuré avec l'aune deux pièces d'étoffe de différentes longueurs , vous desiriez savoir de combien l'une étoit plus longue que l'autre , et pour cela vous aviez à soustraire

$$\begin{array}{r}
 \text{de } 41^{\text{aunes}} \frac{1}{6} \\
 32 \quad \frac{2}{3} \\
 \hline
 \text{Reste} \dots 8^{\text{aunes}} \frac{1}{2}
 \end{array}$$

Observant d'abord que de $\frac{1}{6}$ on ne peut soustraire $\frac{2}{3}$, qui est plus fort , vous empruntiez sur le chiffre précédent une unité ou 6 sixièmes , que vous ajoutiez à $\frac{1}{6}$, ce qui vous donnoit $\frac{7}{6}$. Il falloit ensuite réquiere les deux fractions au même déno-

minateur, et la manière la plus simple pour y parvenir , étoit de convertir $\frac{2}{3}$ en $\frac{4}{6}$, en multipliant par 2 le numérateur et le dénominateur de la fraction $\frac{2}{3}$. La différence entre $\frac{4}{6}$ et $\frac{7}{6}$ étoit $\frac{3}{6}$ ou $\frac{1}{2}$. Vous écriviez $\frac{1}{2}$ sous la colonne des fractions ; après quoi vous aviez simplement 32 à soustraire de 40.

110. Ces sortes d'opérations exigeoient, comme l'on voit, une certaine habitude du calcul des fractions. Un exemple du même genre fera sentir l'avantage de la nouvelle méthode.

E X E M P L E.

On veut soustraire de $\overset{\text{mt.}}{69,25}$
 $58,66$

Reste $\overset{\text{mt.}}{10,59}.$

Vous écrivez les deux nombres donnés l'un au-dessous de l'autre, en sorte que les virgules se correspondent. Vous soustrayez à l'ordinaire, et dans le résultat vous placez la virgule au même rang que dans les nombres supérieurs.

A U T R E E X E M P L E.

On veut soustraire

de $571^{\text{mt.}}$ $3^{\text{1.mt.}}$ ou de $571,300^{\text{mt.}}$

$97^{\text{mt.}}$ $4^{\text{1.mt.}}$ $5^{\text{mt.}}$ $2^{\text{m.mt.}}$ ou $97,452$

Reste. $\overset{\text{mt.}}{473,848}.$

Les nombres de décimales étant inégaux dans les deux nombres donnés , on les a égalés , en ajoutant deux zéros à la suite du nombre supérieur (93), ce qui rend l'opération plus aisée.

3°. *Soustraction des mesures de longueur pour les ouvrages de construction.*

III. Vous aviez à comparer deux longueurs différentes , mesurées avec la toise et le pied , pour savoir de combien l'une l'emportoit sur l'autre , et à cet effet ,

Il falloit soustraire de 43^{T.} 2^{P.} 8^{P.} 6^{L.}
 25 5 7 10

Reste 17^{T.} 3^{P.} 0^{P.} 8^{L.}

Ne pouvant soustraire 10^{L.} de 6^{L.} , vous empruntiez sur le chiffre précédent du nombre supérieur , 1 pied ou 12 pouces , qui joints à 6 , donnoient 18 , dont retranchant 10 , vous aviez le reste 8 , que vous écriviez sous les lignes. Les 8 pouces du nombre supérieur se trouvant réduits à 7 , la différence entre les pouces , de part et d'autre , étoit zéro , que vous écriviez sous la colonne correspondante. Vous empruntiez ensuite sur les unités de toise , 1 toise ou 6^{P.} , que vous ajoutiez à 2^{P.} , ce qui faisoit 8. Retranchant 5 , vous aviez pour reste 3 ,

l'autre (93); ce qui est plus commode pour le calcul.

4°. *Soustraction des Poids.*

113. Ayant pesé un vase d'abord seul, et ensuite après l'avoir rempli de liquide, vous desiriez connoître avec précision le poids du liquide, en prenant la différence des deux pesées, et pour cela

Il falloit soustraire de	11 ^{liv.}	3 ^{onces}	6 ^{gros}	17 ^{grains}	$\frac{1}{2}$
	1	5	2	45	$\frac{3}{4}$

Différencé ou poids du liquide	9 ^{liv.}	14 ^{onces}	3 ^{gros}	43 ^{grains}	$\frac{3}{4}$
--------------------------------	-------------------	---------------------	-------------------	----------------------	---------------

Pour faire d'abord la soustraction des fractions ordinaires, vous empruntiez sur les 17 grains du nombre supérieur, une unité ou $\frac{2}{2}$; ajoutant ces $\frac{2}{2}$ à $\frac{1}{2}$, et réduisant la somme $\frac{3}{2}$ en une autre fraction qui eût 4 pour dénominateur, vous aviez $\frac{6}{4}$, dont vous retranchiez $\frac{3}{4}$; reste $\frac{3}{4}$ que vous écriviez sous la même colonne. Passant ensuite à la colonne des grains, vous étiez obligé, pour en faire la soustraction, d'emprunter sur les 6 gros une nouvelle unité ou 72 grains, que vous ajoutiez à 16, ce qui faisoit 88; retranchant 45, vous trouviez pour reste 43 grains, que vous écriviez sous la colonne des grains. Des 5 gros qui restoient au nombre supérieur, vous retranchiez 2 gros, ce qui donnoit pour différence 3 gros, que vous écriviez sous la colonne des gros.

Enfin vous empruntiez une unité de livre ou 16 onces , pour l'ajouter aux 3 onces du nombre supérieur , et de la somme 19 vous retranchiez 5 , ce qui donnoit pour reste 14 onces , que vous écriviez sous la colonne des onces ; après quoi tout se réduisoit à soustraire 1^{re} de 10^{re} pour avoir la différence 9 des livres.

114. Au lieu de toute cette complication de quantités fractionnaires disparates , vous n'avez , dans les cas semblables , ramenés à la nouvelle méthode , qu'une opération simple et élémentaire.

E X E M P L E .

Le poids du vase plein est de ^{gr.} 5,1246

Le poids du vase seul est de 0,5369

Différence ou poids du liquide 4,5877.

Après avoir écrit les résultats des deux pesées l'un sous l'autre , en faisant correspondre les virgules , vous soustrayez comme à l'ordinaire , et dans le nombre qui exprime la différence , vous placez la virgule au même rang que dans les nombres supérieurs.

A U T R E E X E M P L E.

On veut soustraire de

2 bars	5 décibars	7 centibars		ou de	2,5700
1 bar	2 décibars	8 centibars	3 graves	5 décigraves	ou 1,2835
Reste					1,2865.

Comme le premier des nombres proposés a ici moins de décimales que l'autre, vous faites en sorte qu'il en ait autant, en ajoutant deux zéros à sa suite (93), pour faciliter l'opération.

IV. DE LA MULTIPLICATION.

115. Nous observerons, avant de passer aux calculs relatifs à ce genre d'opérations, que dans les multiplications où le multiplicande et le multiplicateur, d'après l'énoncé de la question, expriment l'un et l'autre des unités d'une espèce déterminée, le multiplicateur est néanmoins toujours censé représenter des unités quelconques, abstraction faite de toute valeur particulière. Lorsque l'on demande, par exemple, ce que coûteront 3, 5 d'étoffe, à raison de 6^{fr} par mètre, le multiplicande est 6^{fr} et le multiplicateur 3, 5, c'est-à-dire trois unités et cinq dixièmes. Car le but de l'opération est de prendre 6^{fr} trois fois et 5 dixièmes de fois;

et il est évident que le produit sera le même à tous égards, soit que le nombre 3, 5 représente des mètres, des graves, ou toute autre espèce d'unité. Cette remarque fournit une règle pour distinguer dans tous les cas le vrai multiplicande du vrai multiplicateur. Il suffit pour cela de se demander à laquelle des deux espèces d'unités que présente l'énoncé de la question, doit se rapporter le produit. Cette unité indiquera le multiplicande.

D'après cela, l'exactitude de la méthode sembleroit exiger que l'on écrivît toujours le multiplicande au-dessus du multiplicateur ; mais comme il arrive souvent que ce dernier nombre a plus de chiffres que l'autre, l'opération en deviendroit plus compliquée, parce qu'on auroit un plus grand nombre de produits partiels. On peut donc alors renverser l'ordre, en mettant le multiplicateur à la place supérieure, attendu que le produit est absolument le même dans les deux cas. Il suffira que l'on distingue par la pensée le vrai multiplicande, pour ne pas se méprendre à l'espèce d'unité que doit donner le produit.

1°. *Multiplication des Livres, Décimes et Centimes, par un nombre simple.*

116. Nous choisissons pour premier exemple, une opération dans laquelle le multiplicande est un

nombre complexe, qui renferme des unités de livre et des sousdivisions de la livre, tandis que le multiplicateur est un nombre simple, auquel cas la manière d'opérer étoit uniforme, même dans l'ancienne méthode, quelles que fussent, d'après l'énoncé de la question, les unités du multiplicateur. Ainsi nous supposerons que vous ayez eu à multiplier $13^{\text{t}} 12^{\text{s}} 9^{\text{d}}$ en général par 47, opération qui donne indifféremment la solution de chacune des questions suivantes ;

Combien coûtent 47 livres pesant de telle marchandise, à $13^{\text{t}} 12^{\text{s}} 9^{\text{d}}$ la livre ?

Ou, combien coûtent 47 aunes d'étoffe, à raison de $13^{\text{t}} 12^{\text{s}} 9^{\text{d}}$ par aune ?

Ou, quelle somme dépenseroit-on en 47 jours, en supposant que la dépense de chaque jour fût de $13^{\text{t}} 12^{\text{s}} 9^{\text{d}}$?

Mais si le multiplicateur étoit lui-même un nombre complexe, alors l'opération faite d'après l'ancienne méthode changeroit de forme, suivant que l'unité de ce même facteur représenteroit une livre poids de marc, ou une aune, ou un jour, ect. ; et c'est sous ces différens points de vue que nous considérerons l'unité du multiplicateur dans les exemples qui doivent suivre. On verra qu'au lieu de toutes ces transformations, qui obligent de varier continuelle-

ment la marche du calcul , la méthode relative au nouveau système conserve toute sa généralité et sa simplicité. Mais il faut auparavant faire connoître les avantages de ce système , relativement aux questions du genre de celle qui nous occupe ici.

Soit donc proposé de chercher

Combien coûteroient 47 quantités quelconques , à raison de 13^{tt} 12^s 9^d pour chaque quantité. .

141	
47	
23	10
4	14
1	3 6
	11 9

Produit 640^{tt} 19^s 3^d.

Après avoir multiplié à l'ordinaire 13^{tt} par 47, vous passiez aux 12^s, que vous décomposiez en 10^s et 2^s. Pour 10^s, vous preniez la moitié de 47^{tt}, et pour 2^s le cinquième de ce que vous avoient donné les 10^s. Vous décomposiez ensuite les 9^d en 6^d et 3^d. Vous preniez pour 6^d le quart de ce que vous aviez eu pour 2^s; et pour 3^d, la moitié de ce que les 6^d venoient de vous donner ; après quoi vous faisiez l'addition de tous les produits partiels, pour avoir le produit total.

La multiplication pouvoit offrir des cas encore plus compliqués que le précédent. Cela dépendoit du nombre des sous et de celui des deniers. Les méthodes abrégées que l'on avoit imaginées relativement aux sous, offroient peu d'avantages, et il falloit de l'habitude pour ne pas se tromper en les appliquant.

117. Donnons un exemple du même genre pris dans le nouveau système.

E X E M P L E.

Une quantité quelconque à coûté ^{lv.} 15,58 ;
combien coûteroient..... 64 quantités de
la même espèce?

6232
9348

Produit..... ^{lv.} 997,12.

Pour faire cette opération, vous multipliez à l'ordinaire, sans avoir égard à la virgule du multiplicande, et dans le produit vous séparez autant de chiffres vers la droite, au moyen de la virgule et de l'indicateur de la livre, qu'il y a de décimales au multiplicande, c'est-à-dire, que dans le cas présent, vous en séparez deux. Effectivement, puisque le multiplicande ramené aux unités de la

plus petite espèce exprime des centimes , le produit qui renferme 64 fois le même nombre de centimes , doit avoir pareillement des centimes pour unités de la plus petites espèce , ce qui a lieu d'après la position donnée à la virgule.

2°. *Multiplication des Livres, Décimes et Centimes par un nombre complexe qui exprime des mesures de longueur pour le commerce des étoffes.*

118. Vous vous proposiez d'acheter un certain nombre d'aunes d'étoffe avec une fraction , et sachant que le prix de chaque aune étoit de tant de livres, de sous et de deniers, vous desiriez connoître le prix total, ce qui offroit cette question à résoudre :

Combien coûtent..... 37 aunes $\frac{1}{2}$
à raison de..... 9^{tt} 14^s 10^d l'aune ?

	333		
	18	10	
	7	8	
	1	4	8
		6	2
	4	17	5
Produit.....	365 ^{tt}	6 ^s	3 ^d .

Vous aviez d'abord à multiplier 9^{tt} par 37 à

l'ordinaire. Pour multiplier ensuite 14^s par le même facteur, vous décomposiez 14^s en deux parties, l'une de 10^s et l'autre de 4^s . Pour les 10^s , vous preniez la moitié de 37^{tt} , et pour les 4^s , vous en preniez le cinquième. Passant de là aux deniers, et considérant que le produit de 37 aunes par 1^s auroit donné 37^s , vous supposiez tacitement que le multiplicateur 37 représentoit ce produit; puis ayant partagé 10^d en 8^d et 2^d , vous preniez pour les 8^d les $\frac{2}{3}$ de 37^s , et pour les 2^d le $\frac{1}{4}$ de ce que vous avoient donné les 8^d . Il ne restoit plus qu'à tenir compte de la fraction $\frac{1}{2}$, en prenant la moitié de $9^{tt} 14^s 10^d$, puis à additionner tous les produits partiels, pour avoir le produit total.

119. Appliquons la nouvelle méthode à une opération semblable.

E X E M P L E.

On demande combien coûtent $\begin{smallmatrix} \text{mt.} \\ 52,32 \\ \text{lv.} \end{smallmatrix}$
à raison de..... $\begin{smallmatrix} \text{lv.} \\ 8,53 \end{smallmatrix}$ par mètre.

15696

261660

41856

Produit..... $\begin{smallmatrix} \text{lv.} \\ 446,2896. \end{smallmatrix}$

Vous multipliez à l'ordinaire, sans faire aucune

attention aux virgules , et dans le produit , vous séparez autant de chiffres vers la droite , au moyen de la virgule et de l'indicateur de la livre , qu'il y a de décimales au multiplicande et au multiplicateur , c'est-à-dire qu'ici vous en séparez quatre.

Il est aisé de concevoir la raison de cette position donnée à la virgule ; car en supposant que l'on eût à multiplier $8,53$ par le nombre entier 5232 , le produit seroit $44628,96$, avec deux décimales (117) ; mais le véritable multiplicateur étant $52,32$, cent fois plus petit que 5232 , d'après ce qui a été dit (92) , le vrai produit doit être aussi cent fois plus petit que le précédent , ce qui exige que la virgule soit reculée de deux rangs vers la gauche , et par conséquent le vrai produit aura quatre décimales. On pourra appliquer le même raisonnement aux résultats de toutes les autres opérations dont nous parlerons dans la suite.

Remarque.

120. Lorsqu'il y a des décimales au multiplicande et au multiplicateur , comme dans l'opération que nous venons d'expliquer , la précision du produit est toujours plus grande que celle de l'un ou l'autre des deux facteurs qui ont donné ce produit. Ici , par exemple , elle va jusqu'aux dix-millième

millièmes d'unité , tandis qu'elle est bornée aux centièmes dans le multiplicande et dans le multiplicateur. Or si l'on se contente d'une semblable précision relativement au produit, on peut supprimer les deux dernières décimales , comme on supprimoit, dans l'ancienne méthode, les fractions de denier, après certaines opérations. Mais lorsque la fraction surpassoit $\frac{1}{2}$, on ajoutoit un denier à la somme des unités de denier contenues dans le résultat. De même , dans les produits obtenus à l'aide de la nouvelle méthode, lorsque la première des décimales supprimées sera 5, et à plus forte raison lorsqu'elle surpassera 5, on ajoutera une unité à la dernière des décimales conservées. Ainsi, dans l'exemple cité plus haut (119), on pourra effacer les deux dernières décimales, en prenant simplement ^{lv.}446,29 pour produit.

Pareillement , si l'on a un produit tel que ^{lv.}35,2357, on pourra y substituer le produit suivant ^{lv.}35,24. Il est aisé de concevoir pourquoi, dans les cas semblables , on augmente d'une unité la dernière des décimales conservées; car si l'on considère qu'ici la troisième décimale 5 vaut seule $\frac{5}{10}$ ou une moitié de l'unité de la décimale précédente 3, il sera facile d'en conclure que le nombre ^{lv.}35,2357 approche davantage d'être égal à ^{lv.}35,24

qu'à $35,23^{\text{lv.}}$, et ainsi l'erreur sera, moindre, si en supprimant les deux décimales 5, 7, on augmente d'une unité la décimale précédente, que si on laissoit à cette décimale sa première valeur. Ce que nous venons de dire est encore plus vrai dans le cas où la première des décimales supprimées surpasse 5.

Au contraire, si le produit eût été $35,2347^{\text{lv.}}$, alors comme la somme des deux dernières décimales est nécessairement plus petite que $\frac{5}{10}$ ou que la moitié de la décimale précédente, le nombre $35,2347^{\text{lv.}}$ approche plus de l'égalité avec $35,23^{\text{lv.}}$ qu'avec $35,24^{\text{lv.}}$, et en conséquence, il n'y a aucune compensation à faire en supprimant les deux dernières décimales. Ainsi le produit approché sera $35,23^{\text{lv.}}$.

Prenons un autre exemple.

On veut savoir ce que coûtent	$0,37^{\text{mt.}}$ d'étoffe,
à raison de.....	$0,2$ par mètre.
Produit.....	$0,074^{\text{lv.}}$

On voit ici que les chiffres significatifs (α) du

(α) Nous appelons ainsi les chiffres qui ont des valeurs réelles, en quoi ils sont distingués des zéros.

produit n'étant qu'au nombre de deux, tandis que le produit doit avoir trois décimales, il est nécessaire d'ajouter d'abord un zéro avant les deux décimales 7, 4, pour se conformer à la règle, puis un autre zéro avant la virgule, pour faire connaître qu'il n'y a point d'unités simples.

3.º. *Multiplication des Livres, Décimés et Centimes, par des nombres qui représentent des mesures de longueur pour les ouvrages de construction:*

121. Vous aviez fait construire un certain ouvrage en maçonnerie, à raison de tant de livres, de sous et de deniers, pour la longueur de chaque toise, ce qui vous conduisoit à l'opération suivante.

Combien, coûtent	39 ^r .	5 ^p .	4 ^d .
à raison de.....	22 ^{tt}	16 ^s	6 ^d par toise ?

	78	
	78	
19	10 ^s	
9	15	
1	19	
	19	6
11	8	3
7	12	2
1	5	4 ¹ / ₂
Produit.....	910 ^{tt}	9 ^s 3 ^d ¹ / ₂

Après avoir multiplié 22^{tt} par 39, vous cherchiez le produit de 16^{s} par 39; et pour cela vous décomposiez 16^{s} en 10^{s} , 5^{s} et 1^{s} . Pour les 10^{s} , vous preniez la moitié de 39^{tt} ; pour les 5^{s} , la moitié de ce dernier produit, et pour l'unité de sou qui restoit, le $\frac{1}{5}$ de ce que vous avoient donné les 5^{s} . Pour multiplier ensuite 6^{d} par 39, vous preniez la moitié du produit par 1^r.

De-là vous passiez à la multiplication de 5^{r} par le prix de la toise, et considérant 5 comme composé de 3 et de 2, vous preniez la moitié du prix de la toise pour 3, et le tiers pour 2. Observant enfin que les 4 pouces qui vous restoient, valaient $\frac{1}{6}$ de 2 pieds; vous preniez le $\frac{1}{6}$ du produit que vous veniez d'avoir pour les deux pieds, après quoi vous formiez la somme de tous les produits partiels, pour avoir le produit total.

L'opération eût été plus composée, si vous aviez eu des lignes au multiplicateur, et le nombre des produits partiels pouvoit s'accroître encore par des variations dans le nombre des pouces, et dans celui des sous ou des deniers.

122. Comparez avec toute cette complication la simplicité de l'opération suivante, faite à l'aide de la nouvelle méthode.

E X E M P L E.

On demande ce que coûtent	^{mt.} 52,35	de maçonnerie,
à raison de.....	^{lv.} 34,42	par mètre.
	10470	
	20940	
	20940	
	15705	
Produit.....	^{lv.} 1301,8870.	

Vous faites la multiplication à l'ordinaire , sans avoir égard aux virgules ; et dans le produit vous séparez autant de chiffres vers la droite, au moyen de la virgule et de l'indicateur de la livre, qu'il y a de décimales au multiplicande et au multiplicateur.

A U T R E E X E M P L E.

Combien coûtent	^{mt.} 2,112	
à raison de.....	^{lv.} 0,42	le mètre?
	4224	
	8448	
	^{lv.} 0,88704.	

Dans cet exemple le produit n'ayant que cinq chiffres significatifs, et devant avoir cinq déci-

males, d'après la règle, vous faites précéder le premier chiffre par un zéro, avec l'interposition de la virgule.

4.^o *Multiplication des Livres, Décimes et Centimes, par des nombres qui représentent des poids.*

123. L'opération que nous choisissons ici, comme un exemple de la méthode de calcul relative aux anciens poids, exige plus de travail que les opérations ordinaires de ce genre, parce que nous y portons la précision jusqu'aux grains, et même il seroit possible de la compliquer encore davantage, soit en employant des fractions de grain, soit en faisant varier les nombres qui représentent les autres divisions de la livre, ainsi que ceux qui expriment des sous et des deniers. Au reste, notre but est de faire remarquer qu'à quelque degré que s'élève la difficulté de ces sortes d'opérations, celles qui leur sont analogues dans le nouveau système, conservent toute la simplicité de l'arithmétique élémentaire, et peuvent même conduire, par une marche toujours également facile, à des résultats qui ne seroient qu'hypothétiques par leur extrême précision.

Soit donc proposé d'abord de résoudre la question suivante :

(103)

Combien coûteroient 41^{liv.} 6^{onces} 5^{gros} 24^{den.} d'une certaine marchandise , à raison de..... 19^{tt} 18^s 9^d la livre ?

369		
41		
20	10 ^s	
8	4	
8	4	
1	0	6 ^d
	10	3
4	19	8 $\frac{1}{4}$
2	9	10 $\frac{1}{8}$
	12	5 $\frac{17}{32}$
	3	1 $\frac{49}{128}$
	1	0 $\frac{1}{3}$ et $\frac{49}{384}$

Produit..... 825^{tt} 14^s 10^d $\frac{3}{4}$.

Après avoir multiplié 19^{tt} par 41, vous partagez 18^s en 10^s et 2 fois 4^s, et vous preniez pour les 10^s la moitié de 41, et pour les 4^s, le 5.^e du même nombre, que vous répétiez au-dessous de lui-même. Vous décomposiez ensuite 9^d en 6^d et 3^d; et comme 6^d sont le $\frac{1}{8}$ de 4^s, vous preniez pour ces 6^d, la 8.^e partie du produit que vous avoient donné les 4^s; et pour les 3^d, vous preniez la moitié du produit relatif aux 6^d.

De-là vous passiez aux 6 onces, que vous partagez en 4 onces et 2 onces; et remarquant que

4 onces valent le $\frac{1}{4}$ de la livre , vous preniez pour ces 4 onces, le $\frac{1}{4}$ de $19^{\text{th}} 18^{\text{s}} 9^{\text{d}}$; et pour les 2 onces , la moitié de ce dernier produit. Vous partagiez ensuite les 5 gros en 4 gros et 1 gros; et comme 4 gros valent $\frac{1}{4}$ de 2 onces , vous preniez pour ces 4 gros , le quart du produit précédent ; et pour le gros qui restoit , le $\frac{1}{4}$ de ce que vous avoient donné 4 gros. Enfin , observant que 24 grains valent $\frac{1}{3}$ d'un gros , vous preniez pour ces 24 grains , le tiers du produit que vous veniez d'avoir pour un gros.. Après quoi il falloit faire l'addition des fractions , dont la somme est $1^{\text{d}} \frac{3}{4}$; et à ce terme vous n'aviez plus qu'une addition ordinaire , dont le résultat vous donnoit le produit total.

On pouvoit varier la méthode de faire ces sortes d'opérations , suivant les différentes manières dont on décomposoit les parties fractionnaires des deux facteurs. Il falloit de l'habitude pour saisir l'espèce de décomposition la plus simple , et éviter les faux produits, en profitant des produits réels déjà obtenus relativement aux quantités d'un ordre supérieur , pour prendre sur ces produits une partie proportionnelle à ce qu'on cherchoit.

124. Donnons maintenant un exemple d'une opération du même genre prise dans le nouveau système.

E X E M P L E.

On demande ce que coûtent ^{gv.} 9,3456,
à raison de..... 27,63 par grave.

280368

560736

654192

186912

Produit..... ^{lv.} 258,218928.

Vous multipliez à l'ordinaire, sans faire attention aux virgules, et dans le produit, vous séparez autant de chiffres sur la droite, à l'aide de la virgule et du mot indicateur, qu'il y a de décimales au multiplicande et au multiplicateur, c'es-à-dire que dans le cas présent vous en séparez six.

Comme le produit exprime des divisions de la livre fort inférieures à celles qui entrent dans le système monétaire, s'il n'y a aucune raison particulière de conserver ces divisions, on pourra se borner à deux décimales, en augmentant la seconde d'une unité (120), parce que la suivante ^{lv.} surpasse 5, et ainsi le produit sera 258,22.

A U T R E E X E M P L E .

Combien coûteront ^{gv.} 0,025
à raison de..... ^{lv.} 3,4 par grave?

100

75

Produit..... ^{lv.} 0,0850

Comme l'on n'avoit d'abord au produit que les trois chiffres 850, tandis qu'il faut à ce produit 4 décimales, d'après la règle, on ajoute un zéro avant le 8, en le faisant précéder de la virgule, puis un second du même côté, pour exprimer qu'il n'y a point d'unités de livre. On peut ensuite supprimer le dernier zéro du produit (93), en écrivant simplement ^{lv.} 0,085.

A U T R E E X E M P L E .

Combien coûtent ^{br.} 35^{br.} 7^{l.br.} 4^{r.br.} 9^{gv.} ou 35,749
à raison de..... ^{lv.} 85^{lv.} 0^{im.} 5^{cm.} ou de 85,05 par bar?

178745

1987450

285992

^{lv.} 3040,45245.

Ou plus simplement, ^{lv.} 3540,45. Voyez (120).

5°. *Usages de la Multiplication , relatifs à la mesure des surfaces.*

125. La méthode que l'on employoit pour évaluer les surfaces en toises carrées et en parties de la toise carrée, consistoit à diviser et à sous-diviser la toise carrée qui, dans ce cas, prenoit le nom de toise - toise, en rectangles qui avoient tous une toise de hauteur, et dont les largeurs étoient égales successivement à un pied, un pouce, une ligne, un point, c'est-à-dire $\frac{1}{12}$ de ligne, etc. On appeloit en conséquence ces sousdivisions toises - pieds, toises - pouces, toises - lignes, toises - points, etc. Pour mesurer, d'après cette méthode, un rectangle dont la base et la hauteur étoient sous-divisées chacune en un certain nombre de toises, de pieds, de pouces, etc., on choisissoit à volonté pour multiplicande, l'une de ces deux dimensions, par exemple la base; et en multipliant la somme des divisions de cette base par la somme des divisions de la hauteur, on avoit un produit dont les différentes parties exprimoient des toises-toises, ou des toises-pieds, ou des toises-pouces, etc., suivant qu'elles provenoient de la multiplication des toises, des pieds, des pouces, etc. du multiplicande par le multiplicateur.

126. Voici un exemple de cette manière d'opérer.

On demande à combien de toises carrées, de toises-pieds, de toises-pouces, etc. est égale la surface d'un rectangle dans lequel la base est de 25 toises 3 pieds 5 pouces, ou..... 25^{T.} 3^{P.} 6[»].

et la hauteur de 33 toises,

4 pieds 6 pouces, ou..... 33^{T.} 4^{P.} 6[»].

75			
75			
16	3		
1	5		
	2	9	
8	3	1	8
8	3	1	8
2	0	9	5

862^{T.} 5^{P.} 9[»] 9^{TL.}

Pour faire cette opération, ayant d'abord multiplié 25^{T.} par 33, vous preniez pour les 3^{P.} du multiplicande la moitié de la somme 33 des unités du multiplicateur, puis pour les 5 pouces suivans que vous décomposiez en 4^{P.} et 1^{P.}, d'abord $\frac{1}{2}$ de ce que vous aviez eu pour 3^{P.} et ensuite $\frac{1}{4}$ de ce dernier produit. Passant de-là aux 4^{P.} du multiplicateur, que vous décomposiez en deux fois deux pieds, vous preniez le tiers de 25^{T.} 3^{P.} 5^{P.} que vous répétiez au-dessous de lui-même. Enfin pour les six pouces qui restoient dans le multiplicateur, vous

prenez un $\frac{1}{8}$ de ce que vous aviez eu pour 4 pieds. Vous additionniez tous les produits partiels, comme s'ils n'eussent exprimé que des toises, des pieds, des pouces, etc. linéaires; mais dans le produit vous écrivez TT, c'est-à-dire toise-toise, au lieu de T; TP, c'est-à-dire toise-pied, au lieu de P; Tp au lieu de p, etc.

127. La méthode destinée à remplacer la précédente dans le nouveau système, consiste à mettre le produit des deux dimensions du rectangle que l'on veut mesurer, sous une forme qui représente des mètres carrés et des parties décimales du mètre carré. Donnons d'abord une idée de ces parties décimales.

Soit *abcd* (*fig. 2.*) un mètre carré. Divisons deux des côtés opposés, tels que *ab*, *cd*, chacun en dix parties égales, et par les points de division, menons d'un côté à l'autre les lignes *ng*, *op*, *rs*, etc. Il est évident que chaque rectangle étroit *angd*, *nopg*, etc. compris entre deux lignes voisines, sera un dixième de mètre carré.

Si nous continuons la division d'après le même rapport, en sousdivisant chaque petit côté *an*, *dg*, *on*, *pg*, etc. en dix parties égales, et en faisant passer de nouvelles lignes par les points de division, chaque rectangle égal à un dixième de

mètre carré se trouvera sousdivisé en 10 autres rectangles plus étroits, dont chacun sera un centième de mètre carré; et en poussant plus loin la division, toujours d'après le même rapport, nous aurons de nouveaux rectangles toujours dix fois plus étroits et en même temps dix fois plus petits, qui seront successivement des millièmes, des dix-millièmes, etc. de mètre carré.

128. On peut supposer que les petits rectangles égaux aux parties décimales du mètre carré aient des dimensions différentes de celles que nous leur attribuons ici, de manière que la surface reste la même. Par exemple, si au lieu du rectangle $angd$, on en conçoit un autre $alph$ (*fig. 3.*), dont le côté ah soit la moitié de ad (*fig. 2.*), et le côté al (*fig. 3.*) au contraire double de an (*fig. 2.*), il est évident, d'après la seule inspection des deux figures, que la surface de ce second rectangle sera un dixième de mètre carré, comme celle du premier. Effectivement le côté al (*fig. 3.*) étant égal à 2^{décimètres} ou 0,2^{mt.}, et le côté ah à 5^{décimètres} ou 0,5^{mt.}, si l'on multiplie 0,2^{mt.} par la fraction 0,5^{mt.}, on aura pour produit 0,10^{mt. q.}, ou 0,1.

129. Parmi les mêmes parties décimales du mètre carré, il y en a plusieurs qui peuvent être aussi

ramenées à la figure d'un carré, dont le côté seroit égal à l'une des divisions du mètre linéaire, telles que le décimètre, le centimètre, etc. Pour concevoir que cela doit être, supposons chaque côté du mètre carré sousdivisé en 10 décimètres. Le produit de ce nombre 10 par lui-même fera connoître que le mètre carré renferme cent petits carrés, dont chacun auroit un décimètre pour côté. Par conséquent, le rectangle qui est égal à un centième de mètre carré, est aussi égal au décimètre carré. On trouvera de même que le rectangle qui donne un dix-millième de mètre carré, est égal au centimètre carré; que celui qui donne un millionième de mètre carré, est égal au millimètre carré, etc.

130. Il résulte de ce qui vient d'être dit, qu'il faut bien se garder de confondre, par exemple, 5 dixièmes de mètre carré avec cinq décimètres carrés, ou bien avec un carré dont le côté seroit égal à cinq décimètres.

Pour mieux saisir la différence, concevons que le rectangle *mnpr* (*fig. 5.*) égal à $\frac{1}{10}$ de mètre carré, soit adjacent à quatre autres rectangles égaux, de manière que l'ensemble *mhor* forme $\frac{5}{10}$ de mètre carré. Le rectangle *mnpr* ayant pour base *pr* un décimètre, et pour hauteur *mr* une ligne égale à

10 décimètres, on voit que sa surface équivaut à 10 décimètres carrés; et par conséquent $\frac{5}{10}$ de mètre carré sont égaux à 5 fois 10 décimètres carrés, ou à cinquante décimètres carrés, quantité dix fois plus grande que 5 décimètres carrés, qui sont la valeur du petit rectangle *rszp*.

D'une autre part, si l'on considère le carré *stor*, qui a pour côté la ligne *rs* égale à cinq décimètres, il est évident que la surface de ce carré est composée de 25 décimètres carrés, et par conséquent elle ne vaut que la moitié de $\frac{5}{10}$ de mètre carré.

131. Proposons-nous d'abord la question suivante :

E x E M P L E.

Trouver la surface d'un rectangle, dont la base
égale..... 4^{mètres} 2^{décimètres}, ou 4,2^{mt.}

et la hauteur.... 5^{mètres} 3^{décimètres}, ou 5,3^{mt.}

126

210

Surface..... 22,26.
22,26

Pour parvenir à ce résultat, vous multipliez d'abord à l'ordinaire, sans faire attention aux virgules, et dans le produit qui exprime la surface, vous

vous séparez vers la droite autant de décimales , à l'aide de la virgule et de l'indication du mètre carré, qu'il y en a au multiplicande et au multiplicateur, c'est-à-dire , que dans le cas présent vous en séparez deux.

Pour rendre ce résultat sensible, concevons que *apoz* (*fig. 4.*) représente le rectangle dont il s'agit. Divisons la base *op* en quatre mètres, *om*, *mk*, *kl*, *ls*, et le reste *sp* en deux décimètres *sn*, *np*. Divisons d'une autre part la hauteur *ap* en cinq mètres, depuis *a* jusqu'en *h*, et le reste *hp* en 3 décimètres ; puis par tous les points de division faisons passer des lignes droites. Nous pourrions considérer le rectangle comme composé de 4 autres rectangles plus petits ; savoir *crtz*, *acr^{mt.q.}h*, *tosr*, et *hrsp*.

Le premier rectangle *crtz* ayant sa base *rt* de 4 mètres et sa hauteur *cr* de 5 mètres, sa surface sera égale à 5 fois 4 mètres carrés, ou à 20. Le second rectangle *acr^{mt.q.}h* ayant sa base *ah* de 5 mètres et sa hauteur *hr* de 2 dixièmes de mètre, sa surface sera 2 dixièmes de 5 mètres carrés, ou 5 ^{mt.q.} multipliés par 0,2, ce qui donne pour produit 1. Le troisième rectangle *tosr* ayant sa base *os* de 4 mètres et sa hauteur *ot* de 3 dixièmes de mètre,

sa surface sera trois dixièmes de 4 mètres carrés, ou ^{mt.q.}4 multipliés par 0,3, ce qui donne ^{mt.q.}1,2. Enfin le quatrième rectangle *hrsp* ayant sa base *ps* de 2 dixièmes de mètre, et sa hauteur *ph* de 3 dixièmes de mètre, sa surface sera ^{mt.q.}0,2 multiplié par 0,3, ce qui donne ^{mt.q.}0,06.

Additionnons les quatre valeurs que nous venons de trouver.

20 ^{mt.q.}

1

1,2

0,06

^{mt.q.}

T O T A L..... 22,26, comme ci-dessus.

132. On peut remarquer que les six centièmes de mètre carré qu'exprime la dernière décimale du produit, considérés dans le petit rectangle *hrsp*, se présentent sous la figure de 6 décimètres carrés, qui en sont l'équivalent, d'après ce qui a été dit plus haut. (129.) Nous avons cru ce développement utile pour mieux faire concevoir la manière dont les différentes portions d'un rectangle concourent, par leur assortiment, à produire la somme de mètres carrés et de parties décimales du mètre carré qu'exprime le produit.

A U T R E E X E M P L E .

Proposons-nous pour second exemple l'évaluation de la surface d'un rectangle,

Dont la base est égale à	mt. 21,34
et la hauteur à.....	mt. 7,25
	10670
	4268
	14948
Produit :	mt.q. 154,7150.

A U T R E E X E M P L E .

Concevons, en troisième lieu, que chacune des deux dimensions du rectangle dont on cherche la surface, soit plus petite que le mètre, en sorte que

L'une égale.....	mt. 0,113
et l'autre.....	mt. 0,64
	452
	678
Produit.....	mt.q. 0,07232.

Ici le nombre des chiffres significatifs trouvés au produit, étant inférieur d'une unité au nombre 5 des décimales que doit avoir ce produit, il a fallu placer un zéro entre le 7 et la virgule, puis un second avant la virgule, pour exprimer qu'il n'y a point d'unités de mètre carré.

133. Supposons maintenant que l'on voulût avoir la surface du même rectangle évaluée en décimètres carrés, et en parties décimales du décimètre carré. Dans ce cas, on poseroit l'opération comme il suit.

$$\begin{array}{r}
 \text{d.mt.} \\
 1,13 \\
 \text{d.mt.} \\
 6,4 \\
 \hline
 452 \\
 678 \\
 \hline
 \text{Produit d.mt.q.} \\
 7,232.
 \end{array}$$

6°. Usage de la Multiplication pour la mesure des solidités.

134. L'analogie qui existe entre la manière de mesurer les surfaces et celle de mesurer les solides,

rend cette dernière facile à concevoir , lorsque l'autre a été bien saisie : car le solide n'étant autre chose qu'un corps étendu en longueur , largeur et profondeur , la considération de cette espèce de corps renferme tout ce qui a rapport aux surfaces , qui sont des espaces étendus en longueur et largeur , en ajoutant une nouvelle dimension , qui est la hauteur.

135. Dans la méthode dont on faisoit usage pour évaluer les solidités en toises cubes et en parties de la toise cube , on concevoit la toise cube comme étant divisée et sous-divisée en parallélipipèdes rectangles , dont deux faces opposées , que l'on prenoit pour bases , étoient toujours des toises carrées , et dont les hauteurs étoient successivement égales à un pied , à un pouce , à une ligne , à un point ou $\frac{1}{12}$ de ligne , etc. ; on donnoit en conséquence à ces différens parallélipipèdes les noms de toise-toise-pied , toise-toise-pouce , toise-toise-ligne , toise-toise-point , etc. Pour évaluer la solidité d'un parallélipipède rectangle , on choisissoit à volonté l'une des faces que l'on considéroit comme base , et l'on cherchoit d'abord la surface de cette base , exprimée en toises - toises , toises-pieds , toises - pouces , etc. , d'après la méthode

qui a été exposée plus haut (113.) On multiplioit ensuite le produit par la somme des divisions de la hauteur du parallépipède, et l'on avoit un produit final, dont les différentes parties exprimoient des toises cubes, des toises-toises-pieds, des toises-toises-pouces, etc., suivant qu'elles provenoient de la multiplication des toises carrées, ou des toises-pieds, ou des toises-pouces, etc. du premier produit, par les parties de la hauteur qui représentoient des toises simples, ou des pieds, ou des pouces, etc. On sait combien cette nécessité de reprendre l'une après l'autre toutes les quantités fractionnaires du premier-produit, qui avoient déjà exigé beaucoup de travail, pour arriver au produit final, en repassant par les mêmes difficultés, rendoit les opérations longues et fastidieuses. Nous nous bornerons à exposer le tableau d'une de ces opérations.

136. On demande la solidité d'un parallépi-

pède rectangle, dont un des côtés de la base est

de	3 ^r .	5 ^r .	4 ^r .
l'autre côté de..	5	2	6

15 ^{TT} .	0 ^{TP} .	0 ^{TP} .	0 ^{TI} .
--------------------	-------------------	-------------------	-------------------

2

3

I

4

0

I

8

I

I

9

4

0

I

II

4

Ce qui donne pour
la surface de la base..
et la hauteur de.....

21 ^{TT} .	0 ^{TP} .	4 ^{TP} .	8 ^{TI} .
--------------------	-------------------	-------------------	-------------------

4^T.3^r.9^r.

84 ^{TTT} .	0 ^{TTT} .	0 ^{TTT} .	0 ^{TTI} .	0 ^{TTT} .
---------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------

0

I

4

0

0

2

8

10

3

2

4

I

4

6

4

8

5

3

2

4

Ce qui donne pour
la solidité.....

97 ^{TTT} .	2 ^{TTT} .	6 ^{TTT} .	7 ^{TTI} .
---------------------	--------------------	--------------------	--------------------

137. Pour appliquer la nouvelle méthode aux questions de ce genre, on considère le mètre cubique comme sousdivisé en dixièmes, en centièmes en millièmes, etc., d'une manière analogue à celle

qui a lieu pour les sousdivisions du mètre carré (127), et le produit qui donne la solidité représente des mètres cubiques, avec des parties décimales du mètre cubique.

Soit $f m c d$ (*fig. 6.*) un mètre cubique. Supposons que la base $a c b d$ soit divisée en dix dixièmes de mètre carré, comme on le voit *fig. 2*, et que le rectangle $a d g n$ (*fig. 6.*) représente un de ces dixièmes. Si nous faisons passer par la ligne $g n$ un plan $g n l u$, qui soit parallèle au carré $d a f g$, ce plan interceptera un parallélipipède, dont deux faces opposées $g n l u$, $d a f h$, que nous pouvons prendre pour bases, seront des carrés, et la hauteur $d g$ un décimètre; et il est évident que ce parallélipipède sera égal à $\frac{1}{10}$ de mètre cubique.

Si nous poursuivons la division de la base suivant le même rapport, en sousdivisant chaque dixième de mètre carré, tel que $a d g n$, en dix parties, qui seront des centièmes de mètre carré; et si par les lignes de division, nous faisons passer de nouveaux plans toujours parallèles au carré $d a f g$, chaque tranche égale à $\frac{1}{10}$ de mètre cubique, se trouvera sousdivisée en dix autres tranches, dont chacune sera $\frac{1}{100}$ de mètre cubique; et en poussant plus loin la division, toujours d'après

le même rapport, on aura de nouvelles tranches toujours dix fois plus petites, qui seront successivement des millièmes, des dix-millièmes, etc. de mètre cubique. Toutes ces tranches auront deux de leurs faces opposées égales à un mètre carré, et leurs épaisseurs seront successivement égales à un décimètre, à un centimètre, à un millimètre, etc.

138. Il suit de-là que si l'on suppose un parallépipède rectangle, dont la base soit le rectangle *apoz* (*fig. 4.*), et dont la hauteur soit égale au mètre, on aura la solidité de ce parallépipède, en multipliant le nombre 22,26 qui nous a donné l'expression de la base (129), par l'unité qui représente la hauteur, et ainsi la solidité sera 22,26, ou ^{mt.c.} 22 mètres cubiques 2 dixièmes et 6 centièmes de mètre cubique. On pourra appliquer à l'assortiment des mètres cubiques et des portions du mètre cubique, dont le parallépipède est l'assemblage, ce que nous avons dit (115) des mètres carrés et des parties décimales de mètre carré qui composent la base rectangle du solide, et concevoir comment de toutes ces parties le calcul forme des sommes qui, en passant dans le produit, se trouvent réduites à leur plus simple expression.

139. Observons aussi que parmi les parties déci-

males du mètre cubique, plusieurs sont susceptibles d'être ramenées à la forme d'un cube qui auroit pour côté l'une des parties décimales du mètre linéaire. Car si l'on suppose chaque côté du mètre cubique sousdivisé en dix décimètres, on trouvera, en multipliant le nombre 10 deux fois par lui-même, que le mètre cubique est composé de mille décimètres cubiques, et par conséquent le parallélipède égal à un millième de mètre cubique, est en même temps égal au décimètre cubique. On trouvera, par un calcul analogue, que le parallélipède égal à un millionième de mètre cubique, est aussi égal au centimètre cubique.

140. On voit par-là que l'on doit bien se garder de confondre, par exemple, cette expression ; 0,3, c'est-à-dire, trois dixièmes de mètre cubique, avec celle-ci 3^{décim.}, c'est-à-dire, trois décimètres cubiques, qui ne valent que trois millièmes de mètre cubique. Il y a encore une grande différence entre trois décimètres cubiques et un cube dont le côté seroit égal à trois décimètres. Car en multipliant le nombre 3 deux fois par lui-même, on auroit pour la solidité de ce cube 27 décimètres cubiques, quantité neuf fois plus grande que 3 décimètres cubiques.

141. Donnons encore un exemple de l'évaluation des solidités dans le nouveau système.

E X E M P L E.

On a mesuré les trois dimensions d'un massif de maçonnerie dont on veut connoître la solidité.

L'un des côtés de la base est de..... ^{mt.} 4,35

L'autre côté est de..... ^{mt.} 2,17

3045

435

870

Ce qui donne pour la surface de la base ^{mt.} 9,4395

Le hauteur est de..... 3,28

755160

188790

283185

Ce qui donne pour la solidité..... ^{mt.c.} 30,961590.

Ou plus simplement..... ^{mt.c.} 30,9616,

en se bornant aux millièmes de mètre cubique (120).

On voit par-là qu'au moyen de la nouvelle méthode, tout se réduit à deux multiplications ordinaires.

7°. *Méthode pour abréger , dans certains cas ,
la multiplication.*

142. Dans les multiplications où les deux facteurs sont composés d'un nombre entier avec des décimales , on peut distinguer trois sortes de produits partiels d'un chiffre par l'autre , suivant que ces chiffres sont tous deux des nombres entiers , ou que l'un est un nombre entier et l'autre une décimale , ou enfin que tous les deux sont des décimales.

143. Dans le premier cas où les deux chiffres sont des nombres entiers, il est évident que le produit est toujours lui-même un nombre entier.

144. Lorsque l'un des deux chiffres est un nombre entier et l'autre une décimale , le produit est toujours du même ordre que la décimale , c'est-à-dire , que si cette décimale exprime des centièmes , le produit ramené aux unités de la plus petite espèce , exprimera pareillement des centièmes. Par exemple , en multipliant 9 centièmes par 3 , on aura au produit 27 centièmes.

145. Mais si les deux chiffres sont l'un et l'autre des décimales , alors le produit ramené aux unités de la plus petite espèce sera d'un ordre inférieur à

celui de l'une et l'autre des décimales qui ont donné ce produit. Par exemple, si l'on multiplie des dixièmes par des dixièmes, le produit exprimera des centièmes. Si l'une des décimales représente des centièmes et l'autre des millièmes, le produit sera composé de cent-millièmes.

146. Il suit de-là qu'en multipliant l'un par l'autre deux facteurs, dont les dernières décimales expriment déjà de très-petites sous-divisions de l'unité principale, on a un produit total dont la précision peut excéder de beaucoup celle qui suffit à l'objet qu'on se propose; en sorte que les dernières décimales doivent être négligées comme superflues. Nous avons déjà indiqué (120) la suppression de ces décimales, avec la condition d'augmenter d'une unité la dernière des décimales conservées, lorsque la première de celle que l'on supprime est 5, ou un nombre supérieur à 5. Mais nous supposons en même tems que la multiplication eût été faite en entier, et il peut être utile, sur-tout lorsqu'il y a beaucoup de décimales au multiplicande et au multiplicateur, d'avoir une méthode abrégée qui limite le produit au nombre de décimales qu'on desire. Voici de quelle manière on peut s'y prendre dans ces sortes de cas.

147. Soit proposé de multiplier 35,74965 par

28,7389. Si l'on faisoit l'opération en entier, on auroit pour produit le nombre 1027,405616385, qui a neuf décimales. Supposons que l'on ne veuille pousser l'approximation que jusqu'à trois décimales. Pour plus grande sûreté, on prendra encore deux décimales par surcroît, et ainsi nous conviendrons de donner cinq décimales au produit, sauf ensuite à négliger les deux dernières.

$$\begin{array}{r}
 \dots\dots\dots \\
 35,74965 \\
 28,7389 \\
 \hline
 3213 \\
 28592 \\
 107247 \\
 2502472 \\
 28599720 \\
 7149930 \\
 \hline
 \text{Produit. } 1027,40544
 \end{array}$$

J'écris d'abord le multiplicande et le multiplicateur l'un au-dessous de l'autre, à l'ordinaire. Considérant ensuite que la précision donnée par cinq décimales est celle des cent-millièmes, et que la dernière décimale 9 du multiplicateur exprime des dix-millièmes, qui n'ont besoin que d'être multipliés par des dixièmes pour produire des cent-mil-

lièmes ; j'en conclus que pour borner le produit à ce degré de précision , je dois commencer l'opération , en multipliant par la dernière décimale 9 du multiplicateur , la première décimale 7 du multiplicande qui exprime des dixièmes. Je mets un point sur cette décimale , puis je la multiplie par 9 , comme il vient d'être dit , et j'écris le second chiffre 3 du produit sous le dernier chiffre du multiplicateur. Je continue de multiplier de droite à gauche , comme si le multiplicande n'étoit composé que du nombre 357.

Je passe à la décimale précédente 8 du multiplicateur , et faisant attention que cette décimale exprime des millièmes qui , multipliés par des centièmes , donneront encore des cent-millièmes , je vois que je dois prendre au multiplicande la seconde décimale 4 qui exprime des centièmes. Je marque aussi cette décimale d'un point , et j'opère comme si le multiplicande étoit composé du nombre 3574 , en faisant correspondre pareillement le dernier chiffre 2 de ce nouveau produit avec le dernier chiffre 3 du produit précédent.

Je poursuis l'opération de la même manière , en prenant un chiffre de plus au multiplicande , à mesure que je change de chiffre dans le multiplicateur , et en plaçant sur la même colonne tous

les chiffres qui terminent les produits. Je multiplie ainsi successivement les millièmes du multiplicande par les centièmes du multiplicateur, les dix-millièmes par les dixièmes, et les cent-millièmes par les unités, ce qui donne dans tous les cas un produit dont la plus petite unité est un cent-millième.

Lorsque j'ai ainsi épuisé tous les chiffres du multiplicande, je vois qu'il reste au multiplicateur un chiffre qui n'a point encore servi, savoir le premier chiffre 2 qui exprime des dizaines. Alors je recule d'un rang vers la gauche le produit du multiplicande par ce chiffre, et je vois que cela doit être ainsi, puisque le dernier chiffre du multiplicande exprimant des cent-millièmes, son produit par les dizaines 2 du multiplicateur donnera des dix-millièmes, qui sont des unités d'un ordre immédiatement supérieur à celles des autres produits.

Ayant additionné tous les produits partiels, je sépare dans le produit total qui en résulte, cinq chiffres vers la droite, au moyen de la virgule. J'efface ensuite les deux dernières décimales, et j'ai pour le produit cherché 1027,405, qui s'accorde avec la partie correspondante du produit obtenu par la multiplication faite en entier.

L'exposé que nous venons de faire de cette manière d'opérer, en renferme la démonstration, puisqu'il

qu'il est visible que par ce moyen tous les facteurs susceptibles de donner des cent-millièmes au produit de l'opération faite en entier, sont employés, et qu'on ne rejette que ceux qui donneroient des quantités plus petites qu'un cent-millième.

Quant aux décimales de surcroît que l'on supprime ensuite pour n'avoir que la précision des millièmes, elles servent à prévenir les erreurs qu'occasionneroit, dans les colonnes qui répondent aux trois décimales conservées, l'omission des unités d'un ordre supérieur que l'on retient pour les porter à la colonne précédente, lorsque l'on additionne les produits partiels.

148. On peut déduire de ce que nous avons dit, les règles suivantes, relatives à toutes les opérations de ce genre. Ayant écrit les deux facteurs l'un sous l'autre, cherchez combien de décimales auroit le produit, si l'opération étoit faite en entier. Ici, par exemple, il en auroit neuf. Comptez 9 sur le dernier chiffre 5 du multiplicande, 8 sur le précédent, et ainsi de suite en rétrogradant, et en diminuant toujours d'une unité, jusqu'à ce que vous soyez arrivé à un nombre égal à celui des décimales que vous voulez avoir au produit de l'opération abrégée. Dans le cas présent, ce nombre est 5, et il répond à la première décimale 7 du multiplicande.

Vous en conclurez que la multiplication par le dernier chiffre du multiplicateur, doit commencer à ce 7. Multipliez ensuite à l'ordinaire, en allant de droite à gauche, et en prenant un chiffre de plus à droite dans le multiplicande, à mesure que vous changez de chiffre au multiplicateur. Faites correspondre tous les derniers chiffres des produits partiels sur une même colonne, et si après que vous aurez employé tous les chiffres du multiplicande, il en reste au multiplicateur qui n'ayent pas encore servi, vous continuerez l'opération, en reculant les produits partiels d'un rang vers la gauche, comme dans le cas ordinaire.

Si la première décimale de surcroît est 5, ou surpasse 5, on augmentera d'une unité la dernière des décimales conservées (120). Le produit en est ordinairement plus exact.

149. Si l'on ne prenoit qu'une décimale de surcroît, on auroit, dans nombre de cas, une précision égale à celle que l'on obtient à l'aide de deux décimales de surcroît. Mais dans d'autres cas, le produit borné aux décimales conservées seroit en erreur d'une ou deux unités de la dernière de ces décimales. Le choix d'une ou deux décimales de surcroît dépendra de l'influence que pourroit avoir la petite erreur dont nous venons de parler.

150. Lorsque le nombre des décimales du multiplicande surpasse de beaucoup celui des décimales du multiplicateur, il est possible que quelques-uns des derniers chiffres du multiplicande restent de côté sans être employés, comme dans l'exemple suivant.

On propose de multiplier	43,625987	
par....	28,635	avec la précision
	2180	des centièmes.
	13086	
	261750	
	3490072	
	8725196	
	1249,2284	ou 1249,23.

En prenant même deux décimales du surcroît, ce qui fait quatre en tout, on trouve qu'après avoir employé tous les chiffres du multiplicateur, il reste au multiplicande un dernier chiffre 7 qui est sans usage. On regarde ce chiffre comme nul, relativement au résultat cherché.

V. D E L A D I V I S I O N.

151. DE toutes les opérations de l'arithmétique, la division est celle qui devra le plus à l'adoption du rapport décimal dans le système des nou-

velles mesures. Les avantages de ce rapport sont d'abord sensibles, même dans les divisions des nombres simples, qui ne peuvent se faire exactement, en ce qu'il obvie à l'inconvénient qui résulte des restes fractionnaires que laissent ces divisions. Mais de plus on sait que quand le dividende et le diviseur étoient l'un et l'autre un nombre complexe, on ne pouvoit se dispenser de faire des réductions des unités principales à leurs plus petites espèces, en sorte que l'opération compliquée de toutes ces opérations partielles ne conduisoit que lentement et d'une manière pénible au résultat final; et comme on pouvoit craindre qu'il ne fût échappé quelque inadvertence qui eût rendu ce résultat fautif, on n'avoit d'autre moyen pour le vérifier, qu'une opération souvent encore plus longue et plus embarrassante.

On verra combien la méthode fondée sur le rapport décimal gagne encore ici à la comparaison. Mais nous allons auparavant établir un ou deux principes qui offriront de nouvelles facilités pour les opérations.

152. Supposons que l'on ait $3,245^{\text{lv.}}$ à diviser par $5,42$, cette dernière quantité pouvant exprimer indifféremment des mètres, des graves, ou tout ce qu'on voudra. Si l'on recule dans l'un et l'autre

nombre la virgule de deux rangs vers la droite , on la fera disparoître du diviseur , c'est-à-dire , que les deux nombres deviendront 324,5 et 542; et de plus, comme on n'a fait autre chose, par ce déplacement de la virgule (91), que multiplier chaque nombre par cent , il est clair que le rapport entre ces nombres ne sera point changé; en sorte que l'on aura toujours le même quotient , puisque le premier nombre contient encore le second autant de fois que sa centième partie contenoit celle du second.

Nous adopterons dans la suite cette manière de poser une division, en faisant disparoître la virgule du diviseur.

153. Mais il peut arriver qu'il y ait moins de décimales au dividende qu'au diviseur; par exemple , que l'on ait ^{lv.} 1179,5 à diviser par 3,37. Dans ce cas , on ajoutera à la suite du dividende autant de zéros qu'il sera nécessaire pour qu'il ait le même nombre de décimales que le diviseur , c'est-à-dire , que dans le cas présent on prendra pour dividende ^{lv.} 1179,50 , ce qui permet de supprimer ensuite la virgule dans l'un et l'autre. Ainsi on opérera comme si l'on avoit à diviser 117950 par 337. En général, on fera toujours en sorte que le diviseur soit sans décimales, parce que l'opération en est plus simple.

1^o. *Division d'un nombre d'unités de livres par un nombre composé d'unités quelconques.*

154. Vous aviez à diviser une somme de 391^{tt} par 21, opération qui peut s'appliquer à différentes questions particulières telles que les suivantes ;

Combien une somme de 391^{tt} à dépenser en 21 jours , par parties égales , donnera-t-elle pour la dépense de chaque jour ?

Ou 21 aunes ayant coûté 391^{tt} , à combien revient l'aune ?

Ou combien aura-t-on d'aunes pour 391^{tt} à raison de 21^{tt} par aune ? etc.

Pour résoudre la question , vous faisiez d'abord l'opération suivante.

$$\begin{array}{r} 391 \\ \hline 21 \overline{) 181} \\ 13 \end{array} \left\{ \begin{array}{r} 21 \\ \hline 18 \end{array} \right.$$

Le résultat fait connoître que 391^{tt} à dépenser , par exemple , en 21 jours , donnent 18^{tt} par jour , avec un reste 13^{tt}. Au lieu d'indiquer simplement la division de ce reste par le diviseur 21 , de cette manière $\frac{13}{21}$, vous réduisiez les 13^{tt} en sous , ce qui faisoit 260₁₀ à diviser encore par 21.

$$\begin{array}{r} 260 \\ \hline 501 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 21 \\ 12 \end{array} \right.$$

8

Vous trouviez au quotient 12^s , avec un nouveau reste 8^s égal à 96^d qu'il falloit encore diviser par 21. Le quotient étoit 4, avec un dernier reste 12, dont vous ne pouviez plus qu'indiquer la division par 21, en écrivant à côté du quotient déjà trouvé $\frac{12}{21}$ ou $\frac{4}{7}$, et ainsi la totalité du quotient étoit 18^{tt} 12^d 4^s $\frac{4}{7}$.

Vous aviez donc deux réductions et trois divisions à faire pour arriver à un résultat composé de quatre quantités détachées les unes des autres, et dont les rapports varioient d'une quantité à l'autre.

Vous auriez pu aussi réduire d'abord tout le dividende en deniers, ce qui vous auroit donné 93840^d à diviser par 21. Vous auriez trouvé au quotient 4468^d avec un reste $\frac{12}{21}$ ou $\frac{4}{7}$. Les 4468^d convertis en sous, puis en livres, vous auroient donné 18^{tt} 12^s avec un reste 4^d ; ce qui est précisément le même résultat que ci-dessus, mais auquel on ne parvient que par un circuit encore plus long.

155. Servons-nous du même exemple pour y appliquer la nouvelle méthode, et prenons l'opération au terme où l'on a 13 pour reste.

$$\begin{array}{r} 391 \\ 181 \overline{) 130} \end{array} \left\{ \begin{array}{r} 21 \\ 18,61 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ 19 \overline{) 40} \end{array}$$

Je place d'abord l'indicateur de l'unité au-dessus du 8, et la virgule à côté, pour exprimer que les unités du quotient se terminent à ce 8. Cela fait, je mets un zéro à la suite du reste 13, et je divise 130 par 21, ce qui me donne un nouveau chiffre 6 que j'écris au quotient après la virgule, avec un reste 4, à la suite duquel je place pareillement un zéro. Je divise 40 par 21, ce qui me donne un nouveau chiffre 1, que j'écris au quotient après le 6, avec un reste 19, après lequel je pourrais mettre encore un zéro pour continuer l'opération de la même manière, et approcher toujours d'autant plus du véritable résultat, ou de celui qui est égal à $18\frac{13}{21}$ ^{lv.}; mais arrêtons-nous ici pour examiner la marche que nous avons suivie.

J'observe d'abord que les deux zéros placés successivement après les restes 13 et 4, sont censés faire partie du dividende, à la suite duquel on pourroit les écrire, avec l'interposition d'une virgule, de cette manière, 391^{lv.},00, ce qui ne change point la

valeur du dividende que l'on peut considérer alors comme exprimant 39100 centimes, au lieu de 391 liv. Maintenant, si je divisois immédiatement 39100 par 21, il est clair que j'aurois au quotient 1861. Mais puisque le nouveau dividende exprime ou est censé exprimer des centimes, le vrai quotient exprimera pareillement des centimes, et par conséquent il sera 1861 centimes, ou ^{lv.} 18,61, comme ci-dessus.

On voit par-là que cette opération est analogue à celle qui consiste à réduire, d'après l'ancienne méthode, le dividende en deniers, et à convertir ensuite le quotient en livres, sous et deniers. De même ici j'ai réduit d'abord le dividende en centimes, ce qui se fait d'une manière très-simple, par l'addition de deux zéros, et le quotient s'est trouvé réduit en livres et en parties décimales de la livre, avec la même simplicité, au moyen de l'indicateur placé au-dessus du chiffre 8, qui représente les unités de livre.

Maintenant nous pouvons supposer la division poussée beaucoup plus loin, toujours d'après la marche que nous avons indiquée. Voici le tableau de l'opération avec cinq décimales au quotient.

$$\begin{array}{r}
 391 \\
 \hline
 181
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 21 \\
 \hline
 18,61904
 \end{array}
 \right.$$

130
 40
 190
 100
 16

On voit aussi, par ce qui précède, avec quel avantage la nouvelle méthode supplée à l'imperfection de l'opération relative à l'ancien système de division, en offrant un moyen facile de continuer la division de manière que toutes les quantités fractionnaires du quotient se trouvent liées aux unités par une suite de décimales, et que le résultat approche d'aussi près que l'on voudra d'être égal au véritable résultat.

2°. *Division d'un nombre de Livres, de Décimes et de Centimes, par un nombre d'unités quelconques.*

156. Vous désiriez savoir combien donneroient au quotient $476^{\text{tt}} 18^{\text{s}} 10^{\text{d}}$, divisés par 15, ce qui offre une opération du même genre que la précédente, en exigeant un surcroît d'attention et de travail, pour tenir compte des sous et des deniers renfermés dans le dividende.

$$\begin{array}{r}
 476 \\
 \hline
 26 \\
 11
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 15 \\
 31^{\text{tt}}
 \end{array}
 \right.
 \quad
 \begin{array}{r}
 238 \\
 \hline
 88 \\
 13
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 15 \\
 15^{\text{s}}
 \end{array}
 \right.
 \quad
 \begin{array}{r}
 166 \\
 \hline
 16 \\
 1
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 15 \\
 11^{\text{d}} \frac{1}{15}
 \end{array}
 \right.$$

Ayant trouvé d'abord 31^{tt} pour quotient avec un reste 11^{tt} , vous réduisiez ces 11^{tt} en sous, ce qui faisoit 220^{s} , auxquels vous ajoutiez les 18^{s} qui accompagnoient les livres du dividende. La somme 238 divisée encore par 15 , donnoit pour quotient 15^{s} avec un nouveau reste 13^{s} égal à 156^{d} , qui joints aux 10^{d} du dividende, font 166^{d} . Divisant par 15 , vous aviez au quotient 11^{d} et $\frac{1}{15}^{\text{d}}$ que vous pouviez négliger. Ainsi le quotient approché étoit $31^{\text{tt}} 15^{\text{s}} 11^{\text{d}}$.

157. Donnons un exemple semblable tiré de la nouvelle méthode.

E X E M P L E.

On demande le quotient de $592,71^{\text{lv.}}$ par 19 .

$$\begin{array}{r}
 592,71^{\text{lv.}} \\
 \hline
 22 \\
 37 \\
 181 \\
 10
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 19 \\
 31,19^{\text{lv.}}
 \end{array}
 \right.$$

Vous faites la division à l'ordinaire, et dans

le quotient, vous séparez autant de chiffres vers la droite, au moyen du signe^{lv} et de la virgule, qu'il y a de décimales au dividende, c'est-à-dire, que vous en séparez deux. Car puisque le dividende ramené aux unités de la plus petite espèce exprime des centimes, le quotient doit avoir pareillement des centimes pour unités de la plus petite espèce, ce qui a lieu en vertu de la position donnée à la virgule. On peut appliquer ce raisonnement à tout autre résultat de division.

Si l'on vouloit pousser plus loin la précision, on mettroit un zéro après le dernier reste 10, et l'on diviseroit 100 par 19. On feroit de même pour les restes suivans, et l'on placeroit chaque nouveau chiffre qui résulteroit de la division, à la suite des chiffres déjà obtenus au quotient, comme ci-dessus (155).

Voici le tableau de l'opération, avec quatre décimales au quotient.

$$\begin{array}{r}
 592,71 \\
 \hline
 22 \quad 37 \quad 181 \quad 100 \quad 50 \quad 12 \\
 \left\{ \begin{array}{l} 19 \\ \hline 31,1952 \end{array} \right.
 \end{array}$$

3°. *Division d'un nombre de Livres , de Décimes et de Centimes par un nombre fractionnaire qui exprime des mesures de longueur pour les étoffes.*

158. Une pièce d'étoffe composée de 29 aunes $\frac{3}{4}$, ayant coûté 378^{tt} 12^s, il s'agissoit de trouver le prix de chaque aune.

$$\begin{array}{r} 1514 \left\{ \begin{array}{l} 119 \\ 324 \\ 86 \end{array} \right. \begin{array}{l} 12^{\text{tt}} \\ 12^{\text{tt}} \\ 12^{\text{tt}} \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{r} 1728 \left\{ \begin{array}{l} 119 \\ 538 \\ 62 \end{array} \right. \begin{array}{l} 14^{\text{s}} \\ 14^{\text{s}} \\ 14^{\text{s}} \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{r} 744 \left\{ \begin{array}{l} 119 \\ 30 \\ 6^{\text{d}} \frac{30}{119} \end{array} \right. \begin{array}{l} 119 \\ 119 \\ 119 \end{array} \end{array}$$

Pour faire cette opération d'une manière moins compliquée, il falloit d'abord multiplier 29 par le dénominateur 4 de la fraction $\frac{3}{4}$, et ajouter au produit 116 le numérateur 3 de la même fraction, ce qui vous donnoit 119. Ayant de même multiplié 378^{tt} 12^s par 4, vous trouviez pour produit 1514^{tt} 8^s. D'après cela l'opération consistoit à diviser 1514^{tt} 8^s par 119, en substituant aux deux nombres proposés d'autres nombres quatre fois plus grands, qui avoient entre eux le même rapport. Le quotient de 1514^{tt} par 119 étoit 12^{tt} avec le reste 86^{tt}, qui par la réduction donnoit 1720^s; ajoutant à ce nombre 8^s, vous aviez pour nouveau dividende 1728^s, qui divisé de même par 119 donnoit 14^s, avec le reste

62^s, qui vaut 744^d. Le quotient de ce troisième dividende par 119, étoit 6^d avec la fraction $\frac{30}{119}$, et ainsi le prix de chaque aune, en supprimant la fraction, étoit 12^{tt} 14^s 6^d.

159. Substituons à tous ces détours de calcul la marche simple et directe de la nouvelle méthode.

E X E M P L E.

On a payé ^{lv.}462,25 une pièce d'étoffe de la longueur de ^{mt.}37,7, et l'on demande à combien revient chaque mètre ?

En faisant disparaître la virgule du diviseur (152), l'opération se réduit à diviser ^{lv.}4622,5 par 377.

$$\begin{array}{r} 4622,5 \\ \hline 852 \\ 985 \\ 231 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 4622,5 \\ \hline 852 \\ 985 \\ 231 \end{array}} \right\} \begin{array}{r} 377 \\ \hline 12,2 \end{array}$$

Vous divisez à l'ordinaire, et dans le quotient vous séparez vers la droite, au moyen de l'indicateur et de la virgule, autant de décimales qu'il y en a au dividende, c'est-à-dire que, dans le cas présent, vous en séparez une (157).

Si vous voulez avoir la précision des centimes,

vous placez un zéro à la suite du reste 231, et vous divisez 2310 par 377, ce qui vous donne au quotient une nouvelle décimale 6, qui vaut des centimes. Voyez le tableau suivant.

$$\begin{array}{r} 4622,5 \\ \hline 852 \\ 985 \\ 2310 \\ 48 \end{array} \left\{ \begin{array}{r} 377 \\ \hline \text{lv.} \\ 12,26 \end{array} \right.$$

4.^o *Division d'un nombre de Livres, de Décimes et de Centimes par un nombre fractionnaire qui représente des mesures de longueur pour les Ouvrages de construction.*

160. Vous aviez fait faire 9^T. 3^P. 6^P. d'un certain ouvrage de maçonnerie, pour la somme de 243^{tt} 18^s, et vous desiriez savoir à combien revenoit chaque toise.

$$\begin{array}{r} 17560 \\ 3760 \\ \hline 310 \end{array} \left\{ \begin{array}{r} 690 \\ \hline 25^{\text{tt}} \end{array} \right. \quad \begin{array}{r} 6216 \\ \hline 6 \end{array} \left\{ \begin{array}{r} 690 \\ \hline 9^{\text{s}} \end{array} \right.$$

Vous réduisiez d'abord les 9^T. 3^P. 6^P. en pouces, ce qui faisoit 690 pour nouveau diviseur. Et comme la division de 243^{tt} 18^s par ce nombre, auroit donné au quotient le prix de chaque pouce, au

lieu de celui de chaque toise que vous cherchiez , et qui est 72 fois plus grand , il falloit , pour établir une compensation , multiplier le dividende $243^{\text{tt}} 18^{\text{s}}$ par 72 , ce qui faisoit $17560^{\text{tt}} 16^{\text{s}}$. Divisant la somme des unités de livre par 690 , vous trouviez au quotient 25^{tt} , avec un reste 310^{tt} qui vaut 6200^{s} . Ajoutant à cette somme les 16^{s} du dividende , vous aviez 6216^{s} à diviser encore par 690 , ce qui donnoit au quotient 9^{s} avec un reste 6^{s} qui vaut 72^{t} . Mais comme 690 n'est pas contenu dans 72 , vous ne pouviez qu'indiquer le résultat de la division par la fraction $\frac{72}{690}^{\text{d}}$, qui d'ailleurs pouvoit être négligée , attendu qu'elle est moindre que $\frac{2}{19}^{\text{d}}$. Ainsi le prix de la toise étoit $25^{\text{tt}} 9^{\text{s}}$.

161. La nouvelle méthode va nous fournir un moyen bien plus court et plus facile pour résoudre la question suivante , qui est du même genre.

E X E M P L E.

$8,57^{\text{mt.}}$ d'un ouvrage de maçonnerie ont coûté $542,7^{\text{lv.}}$. On veut savoir combien coûte chaque mètre , en poussant la précision jusqu'aux centimes.

Vous ajoutez d'abord un zéro à la suite du dividende , suivant ce qui a été dit (153) , et ainsi l'opération se réduit à diviser $45270^{\text{lv.}}$ par 857 ,
avec

avec deux décimales au quotient, d'après la méthode exposée plus haut (157).

$$\begin{array}{r}
 45270 \quad \left\{ \begin{array}{l} 857 \\ 52,82 \end{array} \right. \\
 \underline{2420} \\
 7060 \\
 \underline{2040} \\
 326
 \end{array}$$

Le reste de la division terminée aux unités de livre étant 706, vous avez placé un zéro à la suite de ce reste, puis vous avez divisé 7060 par 857, ce qui a donné une première décimale 8 au quotient, avec un reste 204. Ayant mis encore un zéro à la suite de ce reste, vous avez divisé 2040 par 857, d'où résulte une seconde décimale 2, qui complète le quotient demandé.

5.2 *Division d'un nombre de Livres, de Décimes et de Centimes par un nombre fractionnaire qui exprime des poids.*

162. Ayant payé 98^{tt} 16^s une certaine quantité de marchandise, du poids de 7 livres, 6 onces 4 gros, vous desiriez connoître le prix de chaque livre.

$$\begin{array}{r}
 \frac{12646}{3166} \left\{ \frac{948}{13^{tt}} \quad \frac{6448}{760} \right\} \frac{948}{6^s} \quad \frac{9120}{588} \left\{ \frac{948}{9^a} \right. \\
 322
 \end{array}$$

Vous réduisiez d'abord en gros les $7^{\text{l}} 6^{\text{c}} 4^{\text{gr}}$, ce qui faisoit 948 gros. Observant ensuite que l'unité de ce nouveau diviseur étoit $\frac{1}{128}$ de la livre, vous étiez obligé de multiplier le dividende $98^{\text{tt}} 16^{\text{s}}$ par 128, pour que ce dividende se trouvât augmenté dans le même rapport que l'avoit été le diviseur par la réduction en gros. Vous aviez donc pour nouveau dividende $12646^{\text{tt}} 8^{\text{s}}$. Divisant la somme des livres par 948, vous trouviez au quotient 13^{tt} , avec le reste 322^{tt} . Ce reste réduit en sous, et ajouté aux 8^{s} du dividende, vous donnoit 6448^{s} à diviser encore par 948. Le quotient étoit 6^{s} avec le reste 760^{s} , qui font 9120^{d} . Divisant cette dernière somme par 948, vous aviez pour quotient 9^{d} , avec une fraction $\frac{588}{948}$. Ainsi la totalité du quotient cherché, ou le prix de la livre étoit $13^{\text{tt}} 6^{\text{s}} 9^{\text{d}} \frac{2}{3}$ à-peu-près.

163. Le calcul relatif aux nouveaux poids va vous conduire tout d'un coup à un résultat de la même espèce, par une seule opération semblable aux divisions ordinaires.

E X E M P L E.

On demande combien coûteroit le grave d'une certaine marchandise, à raison de $89,7^{\text{lv.}}$ pour $9,58^{\text{gv.}}$, et l'on veut avoir au quotient la précision des centimes.

Ayant mis un zéro à la suite du dividende , puis supprimé les virgules (153) , vous avez 8970 à diviser par 958 , avec la condition de placer deux fois un zéro à la suite des restes de la division poussée jusqu'aux unités de livre , pour avoir les deux décimales demandées. C'est ce que présente le tableau suivant.

$$\begin{array}{r} 8970 \\ \hline 958 \overline{) 8970} \\ \underline{3480} \\ 6060 \\ \underline{3120} \end{array}$$

Ainsi le prix de chaque grave est de 9,36.

Remarques.

164. Supposons que l'on ait ^{lv,} 2,413 à diviser par 96. La division faite à l'ordinaire donnera pour quotient 25^{lv,} avec le reste 13. Mais comme le vrai quotient doit avoir trois décimales , il faudra placer avant le premier chiffre du quotient un zéro précédé de la virgule , et un second zéro avant cette virgule , pour indiquer que les unités sont nulles. Ainsi le vrai quotient , abstraction faite du ^{lv,} reste 13 , sera 0,025.

165. Voici une autre observation qui est générale pour toutes les divisions où le dividende a des dé-

cimales. Elle consiste en ce que la virgule du quotient suit toujours immédiatement le résultat de la division des unités du dividende par le diviseur, ce qui fournit une règle pour placer la virgule du quotient pendant le cours même de l'opération.

Soit proposé, par exemple, de diviser $113,75$ ^{lv.} par 21.

$$\begin{array}{r} 113,75 \\ - 87 \\ \hline 35 \\ - 21 \\ \hline 14 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{r} 21 \\ \text{lv.} \\ 5,41 \end{array} \right.$$

Ayant trouvé d'abord que 21 est contenu cinq fois dans 113, je place 5 au quotient; et comme la division des unités 113 du dividende par 21 se termine là, je mets tout de suite l'indicateur de la livre au-dessus du 5, et une virgule à côté, puis je continue à l'ordinaire.

166. Reprenons maintenant la division de $2,413$ ^{lv.} par 96.

$$\begin{array}{r} 2,413 \\ - 493 \\ \hline 13 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{r} 96 \\ \text{lv.} \\ 0,025 \end{array} \right.$$

Pour faire cette opération, je puis me borner à prendre d'abord pour dividende le chiffre 2 qui exprime les unités; et comme 96 n'est pas contenu

dans 2 , je mets zéro au quotient , avec l'indicateur de la livre et la virgule , pour marquer que ce zéro occupe la place des unités du quotient. Prenant ensuite pour dividende le nombre 24 dans lequel 96 n'est pas non plus renfermé , j'écris encore zéro au quotient après la virgule. En continuant de même , j'ai pour nouveau dividende 241, qui étant divisé par 96 , me donne 2 pour seconde décimale du quotient , et le reste de l'opération à l'ordinaire. Je parviens ainsi , par une route directe , au même résultat que ci-dessus (164).

167. Cette manière d'opérer est commode surtout pour résoudre les questions du genre de la suivante. On propose de partager ^{mr.} 0,065 en 372 portions égales.

$$\begin{array}{r}
 0,0650 \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 0,0650 \\ 2780 \\ 1760 \\ 272 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} 372 \\ \text{mr.} \\ 0,000174 \end{array} \\
 \hline
 2780 \\
 1760 \\
 272
 \end{array}$$

. Je prends d'abord pour dividende le premier zéro qui est au rang des unités , et comme 372 y est contenu zéro de fois , j'écris au quotient zéro , avec l'indicateur du mètre et la virgule. Je prends ensuite un chiffre de plus au dividende ; et comme ce chiffre est encore un zéro , j'écris zéro pour première décimale du quotient. En continuant de

prendre un chiffre de plus au dividende , j'ai successivement 6 et 65 à diviser par 372 , ce qui me donne deux nouveaux zéros au quotient. Je place alors un zéro à la suite du dividende 65 , et je divise 650 par 372 , ce qui me donne 1 que j'écris au quotient , avec un reste 278 après lequel je place de même un zéro , et je poursuis l'opération comme il a été dit plus haut (166). Le quotient trouvé ^{mt.} 0,000174, indique que chacune des 372 parties de la longueur proposée seroit de 1 dix-millième , 7 cent-millièmes , 4 millionièmes de mètre , ou 174 millionièmes de mètre.

VI. OBSERVATIONS SUR LE CALCUL DÉCIMAL.

168. ON faisoit usage depuis long-temps , dans les recherches relatives à la géométrie et à l'astronomie , d'un calcul auquel on avoit donné le nom de *calcul décimal* , et dont les règles sont précisément les mêmes que celles qui viennent de nous servir à déterminer les résultats des opérations sur les poids et mesures républicaines. C'est même la considération des grands avantages de ce calcul qui a engagé à préférer la division décimale à toute autre , dans l'organisation du nouveau système , pour rendre par-là toutes les parties de ce système susceptibles de l'application du calcul dont

il s'agit , et transporter dans l'arithmétique populaire cet instrument si commode et si facile à manier , qui jusqu'alors étoit refermé dans le domaine des sciences. Ainsi , comme les divisions et sous-divisions des nouvelles mesures et des nouveaux poids que nous avons à décrire , se trouvoient adaptées d'avance au calcul décimal , en sorte que l'inspection seule d'un mètre divisé et chiffré étoit déjà une espèce de leçon graphique de ce calcul , nous en avons profité pour faire concevoir plus facilement les règles de l'arithmétique décimale , en employant à amener et à développer successivement ces règles , les objets qui en offroient comme l'expression visible. En conséquence , au lieu de commencer par les idées abstraites de dixièmes , de centièmes , etc. d'unité , pour particulariser ensuite ces idées dans leurs applications aux différentes mesures , nous nous sommes élevés des idées particulières aux idées abstraites , et cela avec d'autant plus de fondement , que cette manière de procéder est conforme à la marche ordinaire de l'esprit humain , et que d'ailleurs ce qui est vrai d'un décimètre , par exemple , non-seulement l'est aussi d'un décigrave , d'un déciare , d'un décime , etc. , mais en général d'un dixième d'unité quelconque. On a ici-le même avantage que dans l'arithmétique élémentaire , où une opération faite par voie

d'addition , de soustraction , ou de toute autre manière , sur des objets déterminés et que l'on a devant les yeux , représente toutes les opérations semblables relatives à des objets quelconques , parce que dans toutes ces opérations , les unités des différens chiffres font les mêmes fonctions , quelles que soient les idées et les dénominations que l'on y attache.

Nous ajouterons ici quelques notions sur les principes et les applications du calcul décimal.

169. On a appelé *fractions décimales* toutes celles qui étant écrites à la manière ordinaire , auroient pour dénominateur l'unité suivie d'un ou plusieurs zéros. Telles sont les fractions $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{9}{1000}$, $\frac{8}{10000}$, etc. Il suit de-là que dans un nombre composé d'unités simples et de décimales séparées de ces unités par une virgule , chaque décimale représente une fraction dont le numérateur est cette même décimale , et dont le dénominateur est l'unité , suivie d'autant de zéros qu'il est indiqué par le rang qu'occupe la décimale. Ainsi dans cette expression , 3,729 , le 7 représente $\frac{7}{10}$, le 2 représente $\frac{2}{100}$, et le 9 représente $\frac{9}{1000}$.

170. Pour généraliser toutes les règles que nous avons données relativement aux opérations qui se rapportent aux nouvelles mesures , il n'y a autre

chose à faire que de supprimer le mot indicateur de l'unité, en ne laissant subsister que la virgule. Alors les opérations n'auront plus pour objet que des nombres abstraits, et les résultats seront des espèces de formules applicables à telle quantité particulière que l'on voudra.

171. Le principal usage du calcul décimal étoit de mettre sous une forme commode les résultats des divisions susceptibles de donner un reste, et d'offrir un moyen simple d'avoir des approximations dont les différences avec le véritable résultat étoient successivement moindres que $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, etc., suivant qu'on pousoit le calcul jusqu'à une, deux, trois décimales, etc. Nous en avons donné des exemples en parlant de la division appliquée aux nouvelles mesures (155, 157, etc.).

La transformation des fractions ordinaires en fractions décimales est une opération familière à ceux qui emploient le calcul dont il s'agit, et nous allons terminer cet article par quelques détails sur ce genre d'opérations.

172. Supposons que la fraction à transformer soit $\frac{1}{2}$.

$$\frac{10}{10} \left\{ \frac{2}{0,5} \right.$$

Ayant posé d'abord le dividende 1 et le divi-

seur 2 à l'ordinaire, je dis, en 1 combien de fois 2? Il n'y est pas. Je mets au quotient zéro, suivi d'une virgule; puis ayant placé un autre zéro après le dividende 1, je divise 10 par 2, et je pose le 5 qui en provient, après la virgule du quotient; comme il ne reste rien, j'en conclus que la fraction décimale 0,5, la même que $\frac{5}{10}$, est précisément égale à $\frac{1}{2}$.

173. On trouvera, par une opération semblable, que la fraction $\frac{4}{5}$ se convertit en 0,8, sans aucun reste; la fraction $\frac{3}{4}$ en 0,75, etc. En général, toute fraction ordinaire, dont le dénominateur peut diviser exactement un nombre décimal, tel que 10, 100, 1000, etc., est réductible en fraction décimale sans aucun reste. Ainsi $\frac{3}{8}$ peut être transformé en une fraction décimale de la même valeur, qui sera 0,375, parce que 8 divise exactement 1000. Voici le tableau de l'opération qui conduit à ce résultat.

$$\begin{array}{r} 30 \\ \hline 60 \\ 40 \end{array} \left\{ \begin{array}{r} 8 \\ \hline 0,375 \end{array} \right.$$

174. Toutes les autres fractions, dont les dénominateurs ne sont pas contenus exactement un certain nombre de fois dans 10, ou 100, ou 1000, ou 10000, ou etc., ne pourront être converties que

par approximation en fractions décimales , c'est-à-dire , qu'à mesure que l'on poussera plus loin la division , le quotient approchera toujours de plus en plus de la valeur de la fraction donnée , et qu'il pourra en approcher d'aussi près qu'on voudra.

175. Ainsi on trouvera que la fraction $\frac{1}{3}$ équivaut à la fraction décimale 0,3333 à moins d'un dix-millième près ; que la fraction $\frac{3}{11}$ équivaut à 0,272727 à moins d'un millionième près , etc.

En poursuivant la réduction de la fraction $\frac{1}{3}$ en fraction décimale , on auroit le même chiffre 3 répété continuellement. En poursuivant celle de la fraction $\frac{3}{11}$, on auroit le nombre 27 répété de même sans fin. En général , on conçoit qu'aussitôt qu'un chiffre se présente une seconde fois comme reste dans le cours de l'opération , il ramènera toujours les mêmes chiffres dans le même ordre ; et ainsi on peut se dispenser de continuer la division , et écrire de nouveau , autant de fois que l'on voudra , à la suite de lui-même le quotient déjà obtenu.

De plus , il est à remarquer que chaque succession de chiffres semblables ne peut être composée de plus de chiffres qu'il n'y a d'unités , moins une , au dénominateur de la fraction donnée ; ou ,

si l'on veut, les mêmes chiffres reparoîtront dans le même ordre, au plus tard, au rang indiqué par le dénominateur de la fraction. C'est ce qu'un exemple fera concevoir. Supposons que l'on veuille réduire $\frac{1}{7}$ en fraction décimale, on opérera comme il suit.

$$\begin{array}{r} 10 \\ \hline 30 \\ 20 \\ 60 \\ 40 \\ 50 \\ 10 \end{array} \left\{ \begin{array}{r} 7 \\ \hline 0,142857 \end{array} \right.$$

On voit que le dernier reste donne le même dividende que celui par lequel a commencé l'opération, et ainsi les divisions ultérieures feroient reparoître le même quotient. Or ce retour qui a lieu ici à la septième décimale, c'est-à-dire, au rang désigné par le dénominateur de la fraction $\frac{1}{7}$, ne peut être reculé d'avantage. Car en supposant que l'on ait eu successivement, comme dans le cas présent, tous les restes possibles, ces restes ne peuvent être que les six premiers nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, et jamais 7, qui est le diviseur. D'ailleurs, aucun de ces restes ne peut se trouver deux fois dans la série, sans quoi il rendroit au quotient le même ordre de chiffres, plutôt qu'il n'est

indiqué par le dénominateur 7. Donc la septième décimale est le terme le plus éloigné qui puisse ramener la même succession de chiffres dans le quotient.

VII. SOLUTIONS DE DIVERSES QUESTIONS RELATIVES AUX MESURES DÉDUITES DE LA GRANDEUR DE LA TERRE.

PREMIÈRE QUESTION.

176. Etant donné la longueur du quart du méridien, évaluée à 5132430 toises, déterminer le mètre, ou la dix-millionième partie du quart du méridien, en pieds, pouces, lignes et parties décimales de la ligne.

Réduisez d'abord en pieds la longueur donnée, en la multipliant par 6; ce qui fait 30794580". Divisez ce nombre de pieds par 10000000, vous aurez au quotient 3 pieds avec la fraction $\frac{794580}{10000000}$, ou plus simplement $\frac{79458}{1000000}$, qui ne vaut pas $\frac{1}{12}$. Donc il n'y aura point de pouces. Pour avoir les lignes et les parties décimales de la ligne, multipliez 79458 par 144, qui est le nombre de lignes contenu dans le pied. Le produit sera 11441952 lignes, qu'il faudra diviser par 1000000; ce que vous ferez tout d'un coup (81), en séparant six chiffres vers la droite dans le dividende, au moyen

d'une virgule. Ainsi la valeur du mètre sera $3^{\text{p}}. 0^{\text{p}}. 11^1, 441952$.

On voit par le résultat de la première division indiquée ci-dessus, que la valeur du mètre, exprimée en pieds et en parties décimales du pied, est $3^{\text{p}}. 079458$.

S E C O N D E Q U E S T I O N .

177. Etant donné la longueur du mètre, de $3^{\text{p}}. 079458$, trouver la valeur du pied, exprimée en parties décimales du mètre, à moins d'un cent-millième près.

Divisez l'unité, qui représente ici le pied, par $3, 079458$, en prenant 5 décimales au quotient, vous aurez $0, 32473$, pour la valeur cherchée.

Si l'on donnoit la longueur du mètre exprimée de cette manière, $3^{\text{p}}. 11^1, 441952$, il faudroit réduire les trois pieds en lignes; ce qui feroit 432 lignes. Ajoutant cette quantité à $11^1, 441952$, on auroit $443^1, 441952$ pour diviseur, et l'on prendroit pour dividende 144^1 qui donnent la valeur du pied exprimée en lignes. Effectuant la division, on parviendroit au même quotient que ci-dessus.

T R O I S I È M E Q U E S T I O N .

178. Etant donné la longueur de l'aune de Paris,

évaluée à $3^p \cdot 7^p \cdot 10^{1.\frac{5}{6}}$, par Hellot et Camus, trouver son rapport avec le mètre, exprimé en mètres et en parties décimales du mètre, à moins d'un dix-millième près.

Les $3^p \cdot 7^p \cdot 10^{1.\frac{5}{6}}$ font $\frac{3161}{6}$ lignes à diviser par $443^1,441952$, qui expriment la valeur du mètre (177). Je multiplie $443^1,441952$ par 6, ce qui donne $2660,651712$. Ajoutant six zéros (153) à la suite de 3161, et divisant 3161000000 par 2660651712 , avec quatre décimales au quotient, je trouve $1,1880$, avec un reste 1457661440 . Donc l'aune vaut $1,188$, à moins d'un dix-millième près, le dernier zéro pouvant être supprimé (93), sans altérer la valeur du nombre.

QUATRIÈME QUESTION.

179. On sait qu'une certaine longueur prise à l'aide des anciennes mesures, est de $45^T \cdot 3^p \cdot 6^p$. On voudroit savoir à combien de mètres et de parties de mètre elle répond, sans avoir recours aux tables de réduction.

Les 45^T valent 270 pieds. Ajoutant 3^p puis réduisant 6^p ou $\frac{1}{2}$ pied en fraction décimale (172), qui sera $0^p, 5$ et prenant la somme totale, on aura $273,5$ pour la longueur dont il s'agit, évaluée en pieds et en parties décimales du pied. Si l'on de-

siroit avoir le résultat avec une grande précision, il faudroit diviser $273^{\text{p}}, 5$ par $3^{\text{p}}, 079458$, qui est le rapport du mètre au pied (176), en prenant tel nombre de décimales que l'on voudroit. Mais si l'on se borne à l'exactitude qui suffit en pareil cas, il sera plus simple de multiplier $273^{\text{p}}, 5$ par $0,32473$, qui est le rapport du pied au mètre (167), jusqu'aux cent-millièmes. Le produit donnera $88,813655$, ou plus simplement $88,814$, suivant ce qui a été dit (120), laquelle quantité ne diffère pas d'un millimètre de celle qu'on auroit obtenue à l'aide de la division indiquée plus haut.

C I N Q U I È M E Q U E S T I O N.

180. On a fait une observation qui, d'après l'ancienne division du jour, a commencé à 9^{h} précises du matin, et a fini à $9^{\text{h}} 5' 15''$ (a). On demande quelles sont les époques correspondantes du jour décimal?

Pour trouver à quel moment du jour décimal (36) a commencé l'observation, vous ferez atten-

(a) Le trait simple placé à la droite et vers le haut d'un nombre, indique des centièmes parties de l'unité du nombre qui précède, ou ce qu'on appelle des *minutes*. Les deux traits placés de la même manière, désignent des centièmes parties de la minute, ou des *secondes*.

tion que les 9 heures qui s'étoient écoulées de l'ancien jour , sont les $\frac{9}{24}$ de la durée de ce jour ; d'où il suit que l'on aura le moment correspondant du jour décimal , en multipliant $\frac{9}{24}$ par 10, qui est le nombre d'heures dont le nouveau jour est composé, ce qui donne $\frac{90}{24}$ à réduire en fraction décimale. Divisant 90 par 24 avec deux décimales , on trouve au quotient 3,75 sans reste. Donc il étoit 3^h 75' du jour décimal , au commencement de l'observation.

Maintenant les 5' 15'' de l'ancien jour , qui donnent la durée de l'observation , font 315'' ou les $\frac{315}{86400}$ de la durée de l'ancien jour , qui étoit composé de 86400^{sec}. Il faut de même multiplier la fraction précédente par le nombre 10 des heures du jour décimal , ce qui donne $\frac{315}{8640}$. Exécutant la division avec six décimales au quotient , on trouve 0,036458 , plus une fraction $\frac{288}{864}$ ou $\frac{1}{3}$ que l'on peut négliger. Ainsi , la durée de l'observation rapportée au jour décimal , est de 3' 64'' 6''' , et par conséquent l'observation a fini à 3^h 78' 64'' 6''' à très-peu-près du jour décimal.

SIXIÈME QUESTION.

181. Étant donné le mètre linéaire de 3^{rs},079458 , trouver la valeur du mètre carré , exprimée en pieds carrés et en parties décimales du pied carré , à moins d'un millièrne près.

Pour résoudre cette question , il faut multiplier 3,079458 par lui-même , en se bornant à trois décimales au produit. On trouvera , en employant la méthode abrégée qui a été exposée ci-dessus (147), et en prenant deux décimales de surcroît , que le le produit est 9,48286. Effaçant les deux dernières décimales , et augmentant d'une unité la dernière des décimales conservées (120) on aura ^{P.q.} 9,483 , pour la valeur cherchée.

S E P T I È M E Q U E S T I O N.

182. Etant donné le côté du grand arpent , de 10 perches , dont chacune est de 22 pieds , trouver le nombre de mètres carrés et de parties décimales du mètre carré renfermé dans sa surface.

Le côté du grand arpent est de 220 pieds , lequel nombre multiplié par le rapport 0,32473 du pied au mètre (174), donnent ^{mt.} 71,44060 , pour le côté du grand arpent , évalué en mètres et en parties décimales du mètre. Multipliant ce dernier nombre par lui-même , et se bornant à deux décimales , on trouve ^{mt.q.} 5103,76 pour le nombre de mètres carrés et de parties décimales du mètre carré contenu dans la surface du grand arpent.

La surface de l'are étant de 10000 mètres carrés (46), il s'ensuit que l'arpent est à l'are comme

510376 est à 1000000. Si l'on cherche une approximation de ce rapport par la méthode des fractions continues, qui est connue des géomètres, on trouvera, en se bornant à quatre fractions, que le rapport approché est celui de 25 à 49, c'est-à-dire, que l'are est presque double de l'arpent.

En comparant de même avec l'are le petit arpent, dont le côté est de 10 perches, de 18 pieds chacune, on trouvera que l'arpent est à l'are comme 341662 à 1000000, ou en employant les fractions continues, comme 14 est à 41, c'est-à-dire que l'are est presque triple du petit arpent.

On peut remarquer qu'il ne faudroit qu'ajouter une unité au plus grand nombre, dans chacun des deux rapports 25 à 49, et 14 à 41, pour que le premier fût exactement celui de 1 à 2, et le second celui de 1 à 3.

HUITIÈME QUESTION.

183. On veut tapisser une chambre avec une espèce d'étoffe dont le lé a ^m0,6 de largeur. La hauteur de la tapisserie doit être de ^m2,5, et la somme de toutes les largeurs des endroits où elle doit être appliquée est de ^m9,25. On demande combien il faudra de mètres d'étoffe?

Cherchez d'abord combien il y a de lé^s con-

tenus dans la largeur totale, en divisant 9,25 par 0,6. Vous aurez au quotient 15,41, en prenant deux décimales. Multipliez ensuite par ce quotient la hauteur commune ^{mt.} 2,5. Le produit sera ^{mt.} 38,525, ce qui indique la longueur totale de l'étoffe, sauf à prendre quelque chose de plus pour éviter les fausses coupes.

NEUVIÈME QUESTION.

184. On veut faire construire une cloison à rainure, en bois de sapin. Cette cloison doit avoir ^{mt.} 3,9 de hauteur sur ^{mt.} 5,2 de largeur. On emploie des planches de ^{mt.} 3,9 de hauteur chacune, sur ^{mt.} 0,27 de largeur. On demande, 1^o. combien il y aura de planches employées, en tenant compte des déchets occasionnés par les languettes qui doivent entrer dans les rainures, pour former les joints? On suppose que la largeur de chaque rainure soit de deux centimètres. 2^o. Combien coûtera la cloison, en supposant que le prix du mètre carré, façonné et réduit, soit de ^{lv.} 6,5?

Pour résoudre la première question, vous considérez d'abord que la hauteur de la cloison étant égale à celle de chaque planche, il n'y a aucun déchet à cet égard. Faisant ensuite attention que la largeur de chaque planche se trouve diminuée

de 2 centimètres , à cause de la languette , et retranchant $0,02$ de $0,25$, vous aurez $0,23$ pour la largeur réduite. Maintenant si vous divisez le nombre 5,2 qui donne la largeur totale de la cloison , par $0,23$ qui exprime la largeur réduite de chaque planche , vous trouverez au quotient 22,608 , en prenant 3 décimales , ce qui indique qu'il faudra employer 22 planches avec une alaise , c'est-à-dire , une portion de planche refendue en longueur , qui aura un peu plus de six dixièmes de la largeur commune.

Pour avoir ensuite le prix de la cloison , multipliez $3,9$ par 5,2 , ce qui donnera pour la surface $20,28$. Multipliant $6,5$ par ce dernier nombre , vous trouverez $131,82$ pour le prix demandé.

DIXIÈME QUESTION.

185. On a construit un ouvrage de maçonnerie , en forme de parallépipède rectangle (136) , dont on sait que la solidité est égale à $65,489$, et la surface de la base égale à $15,23$. On propose de trouver la hauteur.

Divisez le nombre 65,489 , qui exprime la solidité , par 15,23 , qui représente la surface de la base. Le quotient donnera en mètres et en parties

décimales du mètre, l'expression de la hauteur, qui sera 4,^{mr.}3.

ONZIÈME QUESTION.

186. Etant donné le poids de l'ancienne livre, de 9216 grains, et le poids du grave, de 2 livres 5 gros 49 grains (65), ou 18841 grains, trouver le poids de la livre exprimé en parties décimales du grave, à moins d'un millionième près.

Divisez 9216 par 18841, en prenant 6 décimales au quotient, vous trouverez pour le poids cherché, 0,489146.

DOUZIÈME QUESTION.

187. On se propose d'essayer, à l'aide du poids, si un vase en forme de bouteille a la capacité du cadil, ou de l'amener à cette capacité, si la différence n'est que d'une petite quantité en plus.

Il faut d'abord être pourvu d'un grave bien ajusté avec ses sousdivisions, et d'une balance très-mobile; peu importe d'ailleurs qu'il y ait ou non quelque inégalité entre les longueurs des bras de la balance, et entre les poids des bassins. On aura aussi de l'eau distillée (α), avec un ther-

(α) Au défaut d'eau distillée, on peut employer de l'eau de pluie, dont la qualité est à très-peu-près la même.

momètre ordinaire divisé en 80 parties, ou un thermomètre décimal (a), et de plus un petit disque de verre d'un diamètre un plus grand que celui du goulot de la bouteille.

Tout cela supposé, vous placez dans un des bassins de la balance le grave et la bouteille vide et bien séchée, avec son disque, et vous mettez dans l'autre bassin des poids quelconques, comme du menu plomb, jusqu'à ce que le fléau soit bien horizontal. Vous retirez le grave et la bouteille, puis vous remplissez celle-ci d'eau distillée, amenée à la température de 10° du thermomètre ordinaire, ou de $12^{\circ} \frac{1}{2}$ du thermomètre décimal. Vous faites passer le petit disque sur la surface de l'eau, de manière qu'il adhère exactement aux bords du goulot, et qu'il ne reste en-dessous aucune bulle d'air, puis laissant le disque dans cette position, vous placez la bouteille dans le même bassin, et vous ajoutez de ce même côté 1 gravet 75 centigravets (b); et si l'équilibre subsiste, vous en concluez que la capacité de la bouteille est égale à celle du cadil.

Si la bouteille se trouvoit un peu trop pesante,

(a) Nous donnerons plus bas la description de ce thermomètre.

(b) On verra dans un instant la raison de cette quantité additive de poids.

il seroit facile de connoître la quantité de cet excès, en diminuant le poids additionnel, jusqu'à ce qu'il y eût équilibre. S'il falloit ôter, par exemple, un gravet, on en concluroit que la différence avec le véritable poids est de $\frac{1}{1000}$ de la totalité, parce qu'un grave vaut mille gravets, laquelle différence peut être ici négligée. Si l'excès de poids causoit une erreur sensible, on useroit le goulot de la bouteille sur un grès, ou sur une plaque de métal enduite d'émeril détrempe; et en recommençant l'expérience, on jugeroit si la capacité a été suffisamment diminuée.

Remarque.

188. Il pourroit arriver qu'une bouteille qu'on aurait essayée par le même procédé, se trouvât un peu trop petite, mais seulement d'un millième, ou d'une quantité inférieure, dont on jugera par le poids qu'il faudra ajouter pour établir l'équilibre; et dans ce cas, on pourroit regarder cette bouteille comme ayant une capacité suffisamment approchée.

189. On peut se rappeler que dans la détermination de l'unité de poids (63), l'eau distillée que l'on a employée étoit à la température de la glace fondante, et que de plus la pesée est sensée avoir été faite dans le vide (65). Si l'opération dont il

s'agit ici remplissoit les mêmes conditions , il n'y auroit aucun poids additionnel à mettre auprès de la bouteille , parce que le poids de la quantité d'eau nécessaire pour remplir exactement le cadil , seroit précisément égal au poids du grave. Mais on est convenu de faire les étalonnages à la température de 10^d du thermomètre ordinaire , qui répond à $12^d \frac{1}{2}$ du thermomètre décimal , parce que c'est à peu-près la température moyenne de l'atmosphère, du moins dans notre climat. En conséquence , l'eau contenue dans le cadil étant plus dilatée, pèse moins à volume égal; en sorte que pour compenser la perte de poids qui en résulte, il faut ajouter dans le même bassin de la balance à peu-près ^{gvt.} 0,53, ainsi qu'on le prouve par l'expérience et le calcul (a). D'une autre part, la pesée étant faite dans l'air, il s'ensuit que le poids de l'eau se trouve encore diminué à cet égard d'une petite quantité, dont on tient compte en ajoutant ^{gvt.} 1,22, ce qui donne avec le premier poids additionnel une somme de ^{gvt.} 1,75 (b).

(a) Ce poids vaut environ 10 grains du poids de marc.

(b) Le poids de ^{gvt.} 1,22 est égal à environ 23 grains. Ainsi la totalité des poids à ajouter est de 33 grains de l'ancien poids de marc.

190. Le procédé que nous avons indiqué ci-dessus, relativement à la pesée du cadil que l'on se propose d'essayer, et qui consiste à replacer la bouteille pleine dans le même bassin où se trouvoit auparavant le grave, peut être employé avec avantage pour peser exactement un corps à l'aide d'une balance fausse, pourvu qu'elle soit bien mobile, ainsi que nous l'avons dit. On place ce corps dans un des bassins de la balance, et l'on met de l'autre côté des poids quelconques, comme des grains de plomb, jusqu'à ce que le fléau soit horizontal. On retire ensuite le corps dont on cherche le poids, et on le remplace par des poids connus, jusqu'à ce que le fléau ait repris la position horizontale. Il est évident que le poids de ce corps est précisément égal à la somme des poids qu'on lui a substitués, quoiqu'il puisse bien arriver que cette même somme diffère de celle des poids qui sont de l'autre côté, en conséquence de la construction vicieuse de la balance.

191. Lorsque l'on a une première bouteille égale au cadil en capacité, il est facile de l'employer comme étalon, pour amener à la même capacité tant d'autres bouteilles que l'on voudra. A cet effet, on remplira d'abord la bouteille à essayer avec de l'eau quelconque, à telle température que l'on vou-

dra , et l'on rasera la surface avec un petit disque , comme il a été dit ci-dessus (187). On transvasera ensuite l'eau dans l'étalon, et on fera glisser de même un disque de verre sur la surface de cette eau. S'il sort quelques gouttes de liquide , on en conclura que la capacité de la bouteille est un peu trop petite ; et pour connoître l'erreur qui en résulte , on pourra recevoir l'eau excédante dans un godet dont la capacité soit connue. Si l'intérieur de ce godet est en forme de cylindre , ayant le diamètre de la base égale à la hauteur , et si chacune de ces deux dimensions est de $0,010838$ ^{mt.} , ou plus simplement de $0,011$ ^{mt.} , qui répondent à 4 lignes $\frac{8}{10}$ de l'ancienne mesure , la capacité du godet sera un millième de celle du cadil ; et lorsque la quantité d'eau en excès ne débordera pas le godet , on pourra négliger l'erreur.

Dans le cas où par l'application du disque , il ne sortiroit point d'eau , mais où il resteroit une bulle d'air dont on s'apercevra facilement à travers le disque , ou en inclinant la bouteille , pour déplacer la bulle , il faudroit s'assurer encore que la capacité de la bouteille n'est pas trop petite. On y parviendra en remplissant d'abord le godet , puis en versant dans l'étalon , et en passant de nouveau le disque sur la surface de l'eau. S'il en sort quel-

ques gouttes , on en conclura que la quantité dont la bouteille est trop petite , ne vaut pas un millième de la totalité , et qu'ainsi l'erreur peut être censée nulle.

192. Avant de transvaser l'eau dans l'étalon , il sera bon de mouiller d'abord l'intérieur de cet étalon , de manière que la petite quantité d'eau qui s'y trouvera d'avance , puisse compenser sensiblement celle qui restera dans la bouteille à essayer , après le transvasement.

193. Pour avoir une mesure approchée de la quantité de liquide que contient le cadil , lorsqu'on ne prétend pas à une grande précision , on peut se borner à prendre une bouteille d'une telle capacité , que la quantité de liquide dont il s'agit s'élève à une certaine hauteur dans le goulot , et faire en-dehors un trait sur le verre , à fleur d'eau.

VIII. DES FORMES ET DES DIMENSIONS DES MESURES RÉPUBLICAINES.

194. Les mesures linéaires ont une dimension essentielle , qui est donnée immédiatement par le système , savoir leur longueur. Les autres dimensions , comme la largeur et l'épaisseur , peuvent être abandonnées au goût de l'artiste. Seulement il convient de donner au mètre employé pour la

mesure des étoffes , une forme carrée , semblable à celle de l'ancienne aune , ainsi que nous l'avons déjà remarqué (39).

195. Quant aux poids , nous avons indiqué pareillement (72) la forme de ceux que la Commission a fait exécuter depuis le décigrave jusqu'au gravet inclusivement. Cette forme est celle d'un cylindre court , dont la surface latérale a été arrondie en forme de bourrelet , et qui est percé dans son milieu , d'un trou circulaire , dans lequel entre la brochette destinée à enfiler toutes les sous-divisons du grave , pour en rendre l'assortiment plus portatif. Les diamètres des ouvertures varient aussi suivant les poids , en sorte que la brochette est composée successivement de trois cylindres de différentes épaisseurs qui correspondent , l'un à l'ensemble des décigraves , le second à celui des centigraves , le dernier à celui des gravets. L'extrémité supérieure de la brochette est garnie d'un pas de vis , pour recevoir une virole qui sert à maintenir tous les poids par la pression , et à les empêcher de jouer. Voici à peu-près les dimensions qui ont lieu dans un assortiment de poids que le citoyen Fourché , balancier-essayeur de la monnoie , a présenté à la Commission.

Diamètre total.	Diamètre de l'ouverture du milieu.
1. Pour le décigrave, ^{mt.} 0,06.	^{mt.} 0,01.
2. Pour le centigrave, ^{mt.} 0,027.	^{mt.} 0,007.
3. Pour le gravet, ... ^{mt.} 0,012.	^{mt.} 0,004.

La hauteur dépend ensuite de la pesanteur spécifique du métal employé à la fabrication des poids.

196. Mais il est un genre de mesures dont la forme et les dimensions ont fixé plus particulièrement l'attention de la commission. Ce sont les mesures de capacité, tant pour les grains que pour les liquides. La Commission a senti combien il seroit intéressant d'imprimer à ces mesures tous les caractères d'uniformité dont elles sont susceptibles, en déterminant d'une manière invariable leur forme, leurs dimensions respectives et les sous-divisions intermédiaires que l'on pourroit ajouter, pour la facilité du commerce, à celles qui sont dans l'ordre décimal du système. Elle a jugé aussi devoir ramener à une grande simplicité l'ensemble de la forme et le rapport de ses dimensions.

En conséquence, après s'être concertée avec les artistes qui ont bien voulu l'aider de leurs observations, elle a réglé, 1°. que la contenance des mesures intermédiaires au-dessous du centicade ne pourroit être que la moitié ou le cinquième

de celle d'une des mesures primitives données directement par le système; 2°. que toutes les mesures auroient la forme d'un cylindre creux; 3°. que dans les mesures à grains, le diamètre de la base seroit égal à la hauteur; 4°. que les mesures de liquides auroient une hauteur double du diamètre de la base, sauf la petite différence produite par l'addition d'un bec, pour la facilité du transvasement. Déjà les artistes potiers d'étain d'une part, et les artistes boisseliers de l'autre, ont mis sous les yeux de la Commission des modèles très-bien exécutés conformément à ces déterminations. Il en résultera cet avantage, que chacun pourra s'assurer, même à l'aide d'un simple bâton, que la capacité n'a point été altérée, parce que la longueur du diamètre qui n'est pas susceptible de diminution; servira de garantie à la hauteur, et ainsi la mesure offrira par elle-même un moyen prompt et facile de vérification.

Le calcul fait d'après les données que nous venons d'exposer, conduit aux dimensions suivantes, que nous exprimerons d'une part en mètres et en parties décimales du mètre, et de l'autre en lignes et en parties décimales de la ligne.

1°. Mesures de grains.

Hauteur et diamètre de la base.

1°. Pour le quadruple centicade.....	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,37066. \\ \text{l.} \\ 164,372. \end{array} \right.$
2°. Pour le double centicade.....	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,2942. \\ \text{l.} \\ 130,46. \end{array} \right.$
3°. Pour le centicade.....	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,2335. \\ \text{l.} \\ 103,5477. \end{array} \right.$
4°. Pour le demi-centicade.....	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,18533. \\ \text{l.} \\ 82,186. \end{array} \right.$
5°. Pour le cinquième du centicade.....	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,13655. \\ \text{l.} \\ 60,555. \end{array} \right.$
6°. Pour le cadil.....	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,10838. \\ \text{l.} \\ 48,062. \end{array} \right.$
7°. Pour le demi-cadil.....	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,086025. \\ \text{l.} \\ 38,147. \end{array} \right.$
8°. Pour le cinquième du cadil.....	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,063384. \\ \text{l.} \\ 28,107. \end{array} \right.$
9°. Pour le décicadil.....	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,05007. \\ \text{l.} \\ 22,208. \end{array} \right.$
10°. Pour le demi- décicadil , ou le vingtième du cadil.....	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,039929. \\ \text{l.} \\ 17,706. \end{array} \right.$

2°. *Mesures de liquides.*

Diamètre de la base.		Hauteur.
1°. Pour le cadil.....	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,086025... \\ \text{l.} \\ 38,147..... \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,172050. \\ \text{l.} \\ 76,294. \end{array} \right.$
2°. Pour le demi-cadil.....	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,068278... \\ \text{l.} \\ 30,277..... \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,136556. \\ \text{l.} \\ 60,554. \end{array} \right.$
3°. Pour le cinquième du cadil..	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,050307... \\ \text{l.} \\ 22,308..... \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,100614. \\ \text{l.} \\ 44,616. \end{array} \right.$
4°. Pour le décicadil.	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,039929... \\ \text{l.} \\ 17,706..... \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,079858. \\ \text{l.} \\ 35,412. \end{array} \right.$
5°. Pour le demi-décicadil, ou le vingtième du cadil.....	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,031692... \\ \text{l.} \\ 14,053..... \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mt.} \\ 0,063384. \\ \text{l.} \\ 28,106. \end{array} \right.$

A P P E N D I C E.

IX. DIVISION DU THERMOMÈTRE ET DU BAROMÈTRE.

1°. *Division du Thermomètre.*

197. Le thermomètre a une analogie marquée avec les unités de mesures. Sa construction se rapporte à deux termes fixes, pris aussi dans la na-

ture, et que l'on peut toujours retrouver par des expériences faites avec soin. On sait que de ces deux termes, l'un qui sert comme de point de départ pour graduer l'instrument, est le degré auquel s'arrête la liqueur, par la température de la glace fondante; et que l'autre qui donne la limite opposée, répond à la chaleur de l'eau bouillante. La distance entre ces deux termes a donc les caractères d'une véritable unité, et en conséquence il convient de la soumettre au principe, que toute unité doit être divisée d'après le rapport décimal.

Dans le thermomètre ordinaire, cette distance étoit partagée en 80 petits espaces égaux, que l'on appeloit degrés. Chacun sousdivisoit ensuite ces degrés à volonté, d'après les fractions ordinaires.

198. On adoptera pour la sousdivision de la distance correspondante sur le thermomètre décimal, la même distribution que pour le quart de cercle, c'est-à-dire, que l'on prendra de deux en deux les termes de la série, pour avoir les petites mesures usuelles destinées à représenter les résultats de l'observation. De cette manière, le degré thermométrique sera la centième partie de la distance entre le terme de la glace et celui de l'eau bouillante, ce qui rendra l'échelle de l'instrument con-

forme à la marche de la température , qui varie par de petites différences , dans les instans relatifs à plusieurs observations successives. La minute thermométrique sera la centième partie du degré ; et la seconde , la centième partie de la minute.

Dans l'usage ordinaire , on se bornera aux degrés et aux fractions de degré les plus simples , telles que $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, etc. que l'on convertira , l'une en 50 ' , l'autre en 25 ' , etc. Mais dans les expériences délicates qui exigeroient beaucoup de précision , on pourra évaluer de même en secondes les parties de la minute , à l'aide d'un nonnius appliqué à un instrument où la distance qui donne l'unité seroit assez étendue pour rendre sensibles de très-petites fractions de cette unité.

199. D'après ce qui vient d'être dit , il est facile de rapporter le résultat d'une observation faite au moyen du thermomètre ordinaire , à celui qui auroit lieu avec le thermomètre décimal , et réciproquement. Car puisque les nombres de degrés , qui sous-divisent immédiatement l'espace compris entre les deux limites , sont 80 d'une part , et 100 de l'autre , il s'ensuit que $\frac{8}{10}$ ou 0,8 exprime en général le rapport du thermomètre ordinaire au thermomètre décimal , et que la fraction renversée $\frac{10}{8}$ ou 1,25 exprime le rapport du thermomètre déci-

mal au thermomètre ordinaire. Ainsi, en multipliant par 0,8 le nombre de degrés qui répond à une température indiquée par le thermomètre décimal, on aura la température correspondante sur le thermomètre ordinaire; et en multipliant par 1,25 le nombre de degrés observés sur le thermomètre ordinaire, on aura la température analogue sur le thermomètre décimal.

E X E M P L E.

1°. Le plus grand froid observé pendant l'hiver de 1788 à 1789 ayant été de $17^{\text{d}} \frac{1}{2}$, d'après le thermomètre ordinaire, on demande la température qu'auroit indiquée, à la même époque, le thermomètre décimal.

Multipliez 1,25 par $17^{\text{d}} \frac{1}{2}$, vous aurez au produit 21,88, ce qui indique près de $21^{\text{d}} 90'$ pour la température cherchée.

2°. La chaleur à laquelle on est convenu de faire les étalonnages des nouvelles mesures (189), étant de $12^{\text{d}} \frac{1}{2}$ du thermomètre décimal, quelle seroit la température qu'il faudroit prendre, en employant le thermomètre ordinaire?

Multipliant $12 \frac{1}{2}$ par 0,8, on trouvera pour produit dix degrés, qui donnent la température demandée.

200. Nous joignons ici une table comparative des degrés qui correspondent, sur l'un et l'autre thermomètre, à plusieurs observations intéressantes, en négligeant les petites différences, pour nous rapprocher des nombres ronds.

D E G R É S du Thermomètre ordinaire.	D E G R É S du Thermomètre décimal.
---	---

Au-dessous de zéro.

Froid du 29 janvier 1776.....	15 $\frac{d}{2}$	20,00 ou 20 ^d .
--- du 31 décembre 1788.....	17 $\frac{d}{2}$	21,90 ou 21 ^d 90'.
Congélation du mercure.....	32	40,00 ou 40 ^d .

Au-dessus de zéro.

Caves de l'Observatoire.....	9 $\frac{1}{2}$	11,90 ou 11 ^d 90'.
Bains ordinaires.....	25	31,25 ou 31 ^d 25'.
Chaleur du sang.....	30	37,50 ou 37 ^d 50'.
Première ébullition de l'éther.....	32 $\frac{1}{2}$	40,60 ou 40 ^d 60'.
Fusion de la cire jaune.....	48	60,00 ou 60 ^d .
Ébullition de l'alcool (a) ...	67	83,75 ou 83 ^d 75'.
Chaleur de l'eau bouillante...	80	100,00 ou 100 ^d .

201. Tous ces degrés ont été pris sur des thermomètres à mercure, et il seroit à désirer que l'u-

(a) C'est le nom que porte dans la chimie moderne la liqueur appelée communément *esprit-de-vin*.

sage de ces thermomètres devînt général, soit parce que le mercure bien purifié est constamment homogène, au lieu que la différence des substances dont on tire l'alcool, ou celle qui provient de l'opération même, fait varier sa nature et sa dilatation ; soit parce que le mercure est celui de tous les liquides dont les dilatations, depuis zéro jusqu'à l'eau bouillante, sont le plus exactement proportionnelles aux accroissemens de chaleur, tandis que l'alcool, toutes choses égales d'ailleurs, marque des degrés sensiblement inégaux par des variations égales de température ; et de-là vient qu'il n'y a que les thermomètres à mercure qui soient vraiment comparables. Mais si l'on vouloit faire des observations par un froid artificiel plus grand que celui qui répond à 32^d du thermomètre ordinaire, il seroit nécessaire d'employer un thermomètre à alcool, parce qu'à cette température le mercure se congèle.

2°. *Division du Baromètre.*

202. La division du baromètre est très-différente de celle du thermomètre. Dans cette dernière, les sousdivisions sont des parties proportionnelles à la distance entre les deux limites données par l'observation, quelle que soit d'ailleurs cette distance, qui varie suivant les diamètres de la boule et du tube

de l'instrument , suivant la quantité du fluide , etc. et de-là vient que dans différens thermomètres exposés à la même température , la hauteur d'un même fluide au-dessus de zéro , ou son abaissement en-dessous , ne se mesurent pas d'une manière absolue , mais s'estiment d'après leur relation avec la distance totale entre zéro et le terme de l'eau bouillante.

Au contraire , dans le baromètre , la hauteur du mercure au-dessus de la ligne de niveau , pour une pression donnée de l'air , est une quantité constante , dont la mesure absolue est toujours la même. Ainsi la division de l'instrument se rapporte nécessairement à quelqu'une des mesures usuelles de longueur qui sont connues , et jusqu'à présent on avoit divisé l'échelle du baromètre par pouces et par lignes. Mais à l'avenir on la divisera par centimètres et par millimètres , à compter de la ligne de niveau. Il en résultera que les limites entre lesquelles varie la hauteur de la colonne , et qui répondent à l'espace compris à peu-près depuis le 26^e pouce jusqu'au 29^e , répondront , l'une environ à 70 centimètres , et l'autre à 78 centimètres au-dessus de la ligne de niveau , ce qui donne 8 centimètres pour la distance qui représente le champ de l'observation.

203. On sait que les variations du baromètre

sont dues à la pression que l'air exerce sur la surface du mercure qui occupe la partie ouverte de l'instrument. Suivant que cette pression augmente ou diminue, la colonne de mercure monte ou s'abaisse dans le tube de l'instrument; et comme la colonne d'air qui repose sur le mercure devient plus courte, lorsque l'on porte le baromètre d'un lieu dans un autre plus élevé, la pression de l'air se trouvant diminuée par une suite nécessaire, n'est plus capable de soutenir une colonne de mercure aussi haute, en sorte que ce liquide s'abaisse au-dessous de son premier niveau.

On a profité de cet effet pour mesurer les hauteurs, d'après la quantité dont le mercure descendoit, à mesure que le baromètre occupoit un lieu plus élevé. La nature de cet ouvrage ne nous permettant pas d'exposer les règles que l'on doit suivre pour mettre une certaine précision dans ce genre d'observations, en tenant compte de l'inégalité des différences entre les pressions de l'air ou les abaissemens du mercure, qui répondent à des différences égales en hauteur verticale, nous nous bornerons à dire qu'en général, lorsque les lieux ne s'élèvent pas à plus de 1000 ou 1200 toises au-dessus du niveau de la mer, une ligne de diminution dans la colonne de mercure répond à peu-près à 12 toises $\frac{1}{2}$ d'accroissement en hauteur verticale.

204. Il est facile de traduire ce résultat en arithmétique décimale, pour le rapporter aux nouvelles mesures. Car 12 toises $\frac{1}{2}$ étant égales à 10800 lignes, on voit que la quantité dont le mercure s'abaisse, pour une différence donnée en hauteur verticale, est 10800 fois plus petite que cette différence; et par conséquent un abaissement d'un millimètre dans la colonne de mercure indique 10800 millimètres, ou 10^{mt.},8 d'élévation en ligne perpendiculaire à l'horison.

X. DISPOSITION ET USAGE DES TABLES DE RÉDUCTION DES ANCIENNES MESURES AUX NOUVELLES.

205. Le passage des anciennes mesures aux nouvelles occasionnera nécessairement de continuelles réductions des unes aux autres, pour que la proportion se soutienne entre le prix et la quantité des objets de commerce, pour que les artistes accoutumés à construire des ouvrages sous des dimensions déterminées, puissent retrouver ces mêmes dimensions sur le mètre, et qu'en un mot toutes les différentes unités et sousdivisions de ces unités comprises dans l'ancien système ne disparaissent qu'après que le calcul aura marqué le degré qui répond à chacune d'elles, sur l'échelle décimale du système des mesures républicaines.

Le but des tables suivantes est de faciliter ces réductions , en offrant un moyen simple et expéditif de résoudre , dans tous les cas particuliers , cette question générale : *Etant donné une somme d'unités et de fractions de l'unité relatives à telle espèce de mesure tirée de l'ancien système , trouver la somme de même valeur qui y correspond dans le nouveau.*

206. Ces tables sont au nombre de quatorze , dont voici l'énumération , avec les numéros de renvoi aux articles de cette instruction , dans lesquels nous avons exposé les résultats qui leur servent de base. La première se rapporte aux mesures linéaires (8 et suiv.) ; la seconde , à la division de la circonférence du cercle (24 et suiv.) ; la troisième , à la division du jour (36) ; la quatrième , à la mesure des surfaces en général (45) ; la cinquième , aux mesures agraires (44 et suiv.) ; la sixième , aux mesures des solides en général (50) ; la septième , aux mesures de capacité (50 et suiv.) ; la huitième , aux poids (59 et suivantes.) ; la neuvième aux monnoies (59) ; la dixième donne la réduction du prix de l'aune de telle étoffe , au prix du mètre de la même étoffe ; la onzième donne la réduction du prix de la livre , poids de marc , de telle marchandise , au prix du grave de la même marchandise ; la douzième , celle du prix de la pinte d'une liqueur

quelconque , mesure de Paris , au prix du cadil de la même liqueur ; la treizième , celle du prix du boisseau d'une espèce quelconque de grain , mesure de Paris , au prix du centicade ; la quatorzième concerne la conversion des fractions ordinaires en fractions décimales.

207. Les nombres qui proviennent des deux systèmes , se correspondent sur deux colonnes collatérales ; l'une à gauche pour les anciennes mesures , l'autre à droite pour les nouvelles.

En suivant la colonne à gauche de haut en bas , on trouve d'abord les dernières fractions de l'unité de chaque espèce de mesure ancienne , comme les lignes , lorsqu'il s'agit de mesures de longueur ; les grains , lorsqu'il s'agit de poids , etc. ; puis les fractions d'un ordre immédiatement supérieur , comme les pouces ou les gros dans les mêmes cas , et ainsi de suite jusqu'aux unités.

Les fractions de chaque ordre se suivent ordinairement sans interruption , c'est-à-dire , par exemple , que les lignes forment une série continue depuis 1 jusqu'à 11 , le terme suivant étant le pouce ; les pouces pareillement depuis 1 jusqu'à 11 , le terme suivant étant le pied , etc.

Quant aux unités simples , on les a aussi disposées d'une manière continue , depuis 1 jusqu'à 10 ,

après quoi elles se suivent par dixaines dans cet ordre , 10 , 20 , 30 , 40 , etc. , puis par centaines , ensuite par mille , etc. (*a*). Nous donnerons dans un instant la manière d'obtenir , à l'aide de cet arrangement , les réductions demandées.

Les nombres qui répondent aux précédens sur la colonne relative aux nouvelles mesures , sont tous distingués en deux parties , au moyen d'une virgule qui sépare les unités des décimales. Le nom de l'unité principale se trouve en tête de la colonne , et doit être toujours sousentendu au-dessus du chiffre qui précède immédiatement la virgule. Par exemple , le nombre 1753,5553 , qui , dans la première table , termine la seconde colonne , doit être lu comme s'il y avoit 1753^{mt.},5553.

208. Dans la neuvième table qui donne la réduction du prix des monnoies , on a suivi une disposition particulière. Cette table est distribuée comme les tables de multiplication connues en arithmétique. Les sous sont rangés depuis 1 jusqu'à 19 , sur une même bande verticale qui occupe le bord de

(*a*) Dans les tables relatives à la division du cercle et du jour , les unités se suivent sans interruption , d'une part , depuis un degré jusqu'à 90 , et de l'autre , depuis une heure jusqu'à 24.

cette table à gauche. Les deniers sont pareillement rangés sur une même bande horizontale qui occupe le haut de la table. Il en résulte que le nombre de décimes et de centimes qui répond à un nombre donné de sous et de deniers, se trouve situé à la fois vis-à-vis du nombre des sous et de celui des deniers, ainsi qu'on le verra encore plus clairement d'après l'exemple que nous citerons dans un instant.

209. Quant à la livre de compte, elle n'a besoin d'aucune réduction, parce que sa valeur est la même jusqu'ici dans l'un et l'autre système.

210. Nous avons déjà proposé (176 et suiv.), comme objet d'exercice, des exemples particuliers de la méthode de réduire immédiatement les anciennes mesures aux nouvelles, et l'on a vu que les réductions faites de cette manière occasionnoient des multiplications et des divisions qui compliquoient les calculs. *A l'aide des tables ci-jointes, l'opération se bornera à de simples additions* qui épargneront beaucoup de temps et de travail.

E X E M P L E.

Table I.

211. On propose de réduire 546 toises 4 pieds 9 pouces en mètres et en parties décimales du mètre.

Cherchez successivement dans les colonnes relatives aux anciennes mesures les nombres indiqués par les différentes valeurs des chiffres pris de gauche à droite, c'es-à-dire, les nombres 500^T , 40^T , 6^T , etc. Prenez les nombres correspondans sur les colonnes qui appartiennent au nouveau système; écrivez ces nombres l'un au-dessous de l'autre, comme il a été dit (101), et faites-en l'addition.

Voici le tableau de l'opération :

	mt.
500^T répondent à.....	974,1974
40^T	77,9358
6^T	11,6904
4^P	1,2989
9^P	0,2435
Résultat de la réduction...	mt. 1065,3660.

Table II.

212. Quel est le nombre de degrés, de minutes et de secondes de la nouvelle division du cercle, qui équivaut à $75^d 14' 9''$ de l'ancienne?

75^d de l'ancien cercle répondent

à.....	83 ^d ,333333 du nouveau.
$14'$	0 ,259259
$9''$	0 ,002778
Résultat de la réduction	83 ^d ,595370.

Table III.

213. Quelle heure donne la nouvelle division du jour, lorsqu'il est $9^h 45' 20''$ du matin, suivant l'ancienne?

9^h de l'ancien jour répondent

à..... $3^h,750000$ du nouveau.

45'..... $0,312500$

20''..... $0,002315$

Résultat de la réduction $4^h,064815$.

C'est-à-dire, à peu-près. $4^h 6' 48'' \frac{1}{6}$.

Table IV.

214. Une surface évaluée d'après les anciennes mesures, a donné $214^{TT} \cdot 5^{TP} \cdot 4^{Tp} \cdot 6^{Tl}$. On demande combien elle contient de mètres carrés et de parties décimales du mètre carré?

200^{TT}. répondent à..... ^{mt.q.} 759,2485

10..... 37,9624

4..... 15,1850

5^{TP}. 3,1635

4^{TP}. 0,2109

6^{Tl}.. 0,0264

Résultat de la réduction.. ^{mt.q.} 815,7967.

Table V.

215. Combien un terrain égal à 250 arpens, de

(192)

100 perches carrées chacun, la perche étant de 22 pieds, renferme-t-il d'ares et de parties décimales de l'are ?

200 arpens répondent à ^{ar.} 102,07673887

50..... 25,51918472

Résultat de la réduction. ^{ar.} 127,59592359.

ou ^{ar.} 127,596, en se bornant à trois décimales, (V. 92 et 120.)

Table VI.

216. Un massif de maçonnerie étoit évalué dans l'ancien système, 32^{TTP.} 4^{TTP.} 5^{TTP.}; on propose d'en trouver la solidité, en prenant le mètre cubique pour unité de mesure.

30^{TTP.} répondent à..... ^{mt.c.} 221,8974

2..... 14,7932

4^{TTP.}..... 4,9311

5^{TTP.}..... 0,5137

Résultat de la réduction..... ^{mt.c.} 242,1354.

Table VII.

217. On demande combien 325 pintes, mesure de Paris, valent de cadils ?

300 pintes répondent à... ^{cl.} 285,3618

20..... 19,0241

5..... 4,7560

Résultat de la réduction... ^{cl.} 309,1419.

Table

Table VIII.

218. On propose de trouver le nombre de graves et de parties décimales du grave, qui répond à 1856 livres poids de marc.

1000 livres répondent à.....	^{gr.} 489,1460114
800.....	391,3168091
50.....	24,4573006
6.....	2,9348761
Résultat de la réduction.....	^{gr.} 907,8549972
ou simplement.....	^{gr.} 907,855.

On a fait une petite pesée qui a donné 5 onces 4 gros 54 grains $\frac{3}{4}$. On demande l'équivalent en parties décimales du grave.

5 onces répondent à.....	^{gr.} 0,1528581
4 gros.....	0,0152858
50 grains.....	0,0026538
4.....	0,0002123
$\frac{3}{4}$	0,0000398 (a)
Résultat de la réduction.....	^{gr.} 0,1710498.

Table IX.

219. On propose de convertir une somme de

(a) Pour avoir ce nombre, qui ne se trouve pas immédiatement dans la table, il faut ajouter $\frac{1}{4}$ grain à $\frac{1}{4}$ de grain.

2354^{tt} 17^s 8^a en une autre de même valeur, composée de livres, décimes et centimes.

La valeur de la livre étant la même de part et d'autre, il ne s'agit que d'avoir le nombre de décimes et de centimes qui est égal à 17^s 8^a. Pour y parvenir, cherchez le nombre 8 des deniers dans la partie supérieure de la table, et descendez le long de la bande verticale qui commence par ce nombre, jusqu'à ce que vous soyez arrivé vis-à-vis du nombre 17 placé dans la colonne des sous. Le nombre sur lequel vous serez tombé, et qui est ^{lv.} 0,8833, donnera la valeur des 17^s 8^a en parties décimales de la livre. Ainsi le résultat total de la réduction est 2354,8833.

Table X.

220. Un marchand qui fait le commerce des étoffes, vendoit jusqu'ici une certaine espèce de drap à raison de 36^{tt} 10^s 6^a l'aune. Il veut savoir combien il doit vendre, à proportion, le mètre du même drap.

Le prix de 30^{tt} pour l'aune,

Donne pour le mètre.....	^{lv.} 25,2514
6 ^{tt}	5,0503
10 ^s	0,4209
6 ^a	0,0210

Résultat de la réduction	^{lv.} 30,7436.
--------------------------------	-------------------------

(195)

Table XI.

221. La livre poids de marc d'une certaine marchandise valoit précédemment 3^{tt} 12^s 9^d. On demande combien vaut à proportion le grave de la même marchandise.

Le prix de 3^{tt} pour la livre poids de marc ,
donne pour le grave.....^{lv.} 6,1331

12^s 1,2266

9^d 0,0767

Résultat de la réduction....^{lv.} 7,4364.

Table XII.

Une certaine espèce de vin revenoit précédemment à 2^{tt} 10^s 6^d la pinte, mesure de Paris. On demande combien on doit vendre à proportion le cadil du même vin.

Le prix de 2^{tt} pour la pinte ,
donne pour le cadil.....^{lv.} 2,1026

10^s 0,5256

6^d 0,0263

Résultat de la réduction.....^{lv.} 2,6545

ou plus simplement....^{lv.} 2,65.

Table XIII.

Combien, à raison de 4^{tt} 8^s 9^d pour le prix du boisseau d'une certaine espèce de graine, mesure de Paris, vaudra le centicade de la même graine ?

Le prix de 4^{te} pour le boisseau ,

donne pour le centicade	^{lv.} 3,1539
8 ^s	0,3154
9 ^d	0,0296
Résultat de la réduction	^{lv.} 3,4989
ou plus simplement....	^{lv.} 3,5

Table XIV.

222. Cette table donne immédiatement les valeurs de toutes les fractions dont le numérateur ne surpasse pas 19, ou qui ne sont pas des multiples de quelqu'autre fraction plus simple.

Ainsi, l'on trouvera

qu'à $\frac{5}{11}$ répond.....	0,454545
à... $\frac{9}{14}$	0,642857.

Les exemples suivans indiqueront la manière dont on doit se conduire dans l'autre cas.

223. On demande la fraction décimale qui répond à $\frac{15}{27}$.

Si l'on divise par 3 le numérateur et le dénominateur de la fraction $\frac{15}{27}$, on aura pour sa plus simple expression $\frac{5}{9}$, qui se trouve dans la table, et à laquelle répond la fraction décimale 0,555556.

Quelle est la fraction décimale qui équivaut à $\frac{12}{4}$?

Cette fraction étant divisée haut et bas par 4, devient $\frac{3}{11}$, dont la valeur en fraction décimale, indiquée par la table, est 0,272727.

TABLES

T A B L E S

P O U R réduire les anciennes mesures de longueur , de superficie et de capacité, les anciens poids et les anciennes monnoies, en mesures, poids et monnoies du nouveau système décrété par la Convention nationale.

<i>Lignes.</i>	MÈTRES.	<i>Toises.</i>	MÈTRES.
1	0,0023	1	1,9484
2	0,0045	2	3,8968
3	0,0068	3	5,8452
4	0,0090	4	7,7936
5	0,0113	5	9,7420
6	0,0135	6	11,6904
7	0,0158	7	13,6388
8	0,0180	8	15,5872
9	0,0203	9	17,5356
10	0,0226	10	19,4839
11	0,0248	20	38,9679
<i>Pouces.</i>		30	58,4518
1	0,0271	40	77,9358
2	0,0541	50	97,4197
3	0,0812	60	116,9037
4	0,1082	70	136,3876
5	0,1353	80	155,8716
6	0,1624	90	175,3555
7	0,1894	100	194,8395
8	0,2165	200	389,6790
9	0,2435	300	584,5184
10	0,2706	400	779,3579
11	0,2977	500	974,1974
<i>Pieds.</i>		600	1169,0369
1	0,3247	700	1363,8764
2	0,6495	800	1558,7159
3	0,9742	900	1753,5553
4	1,2989		
5	1,6237		
6	1,9484		

LINEAIRES.

<i>Toises.</i>	M È T R E S.	<i>Aunes de Paris.</i>	M È T R E S.
1000	1948,3948	$\frac{1}{32}$	0,037127
2000	3896,7896	$\frac{1}{16}$	0,074253
3000	5845,1844	$\frac{1}{8}$	0,148507
4000	7793,5793	$\frac{1}{4}$	0,297014
5000	9741,9741	$\frac{1}{2}$	0,594027
6000	11690,3689	$\frac{1}{24}$	0,049502
7000	13638,7637	$\frac{1}{12}$	0,099005
8000	15587,1585	$\frac{1}{6}$	0,198009
9000	17535,5533	$\frac{1}{3}$	0,396018
10000	19483,9481	1	1,1881
20000	38967,8963	2	2,3761
30000	58451,8444	3	3,5642
40000	77935,7926	4	4,7522
50000	97419,7407	5	5,9403
60000	116903,6889	6	7,1283
70000	136387,6370	7	8,3164
80000	155871,5852	8	9,5044
90000	175355,5333	9	10,6925
100000	194839,4815	10	11,8805
200000	389678,9630	20	23,7611
300000	584518,4445	30	35,6416
400900	779357,9260	40	47,5222
500000	974197,4075	50	59,4027
600000	1169036,8890	60	71,2833
700000	1263876,3705	70	83,1638
800000	1558715,8519	80	95,0444
900000	1753555,3334	90	106,9249
1000000	1948394,8149	100	118,8055
		1000	1188,0548
		10000	11880,5479

Table II^e. Pour convertir les degrés , minutes et secondes
décimales de

<i>Secondes anciennes.</i>	D E G R É S décimaux.	<i>Secondes anciennes.</i>	D E G R É S décimaux.
1	0,000309	31	0,009568
2	0,000617	32	0,009877
3	0,000926	33	0,010185
4	0,001235	34	0,010494
5	0,001543	35	0,010802
6	0,001852	36	0,011111
7	0,002160	37	0,011420
8	0,002469	38	0,011728
9	0,002778	39	0,012037
10	0,003086	40	0,012346
11	0,003395	41	0,012654
12	0,003704	42	0,012963
13	0,004012	43	0,013272
14	0,004321	44	0,013580
15	0,004630	45	0,013889
16	0,004938	46	0,014198
17	0,005247	47	0,014506
18	0,005556	48	0,014815
19	0,005864	49	0,015123
20	0,006173	50	0,015432
21	0,006481	51	0,015741
22	0,006790	52	0,016049
23	0,007099	53	0,016358
24	0,007407	54	0,016667
25	0,007716	55	0,016975
26	0,008025	56	0,017284
27	0,008333	57	0,017593
28	0,008642	58	0,017901
29	0,008951	59	0,018210
30	0,009259	60	0,018519

de l'ancienne division du cercle en degrés décimaux et parties
ces degrés.

<i>Minutes anciennes.</i>	D E G R É S décimaux.	<i>Minutes anciennes.</i>	D E G R É S décimaux.
1	0,018519	31	0,574074
2	0,037037	32	0,592593
3	0,055556	33	0,611111
4	0,074074	34	0,629630
5	0,092593	35	0,648148
6	0,111111	36	0,666667
7	0,129630	37	0,685185
8	0,148148	38	0,703704
9	0,166667	39	0,722222
10	0,185185	40	0,740740
11	0,203704	41	0,759259
12	0,222222	42	0,777778
13	0,240741	43	0,796296
14	0,259259	44	0,814815
15	0,277778	45	0,833333
16	0,296296	46	0,851852
17	0,314815	47	0,870370
18	0,333333	48	0,888889
19	0,351852	49	0,907407
20	0,370370	50	0,925926
21	0,388889	51	0,944444
22	0,407407	52	0,962963
23	0,425926	53	0,981481
24	0,444444	54	1,000000
25	0,462963	55	1,018519
26	0,481481	56	1,037037
27	0,500000	57	1,055556
28	0,518519	58	1,074074
29	0,537037	59	1,092593
30	0,555556	60	1,111111

*Suite de la Table II^e. Pour convertir les degrés , minutes ,
et parties décimales*

<i>Degrés anciens.</i>	D E G R É S décimaux.	<i>Degrés anciens.</i>	D E G R É S décimaux.
1	1,111111	31	34,444444
2	2,222222	32	35,555556
3	3,333333	33	36,666667
4	4,444444	34	37,777778
5	5,555556	35	38,888889
6	6,666667	36	40,000000
7	7,777778	37	42,111111
8	8,888889	38	42,222222
9	10,000000	39	43,333333
10	11,111111	40	44,444444
11	12,222222	41	45,555556
12	13,333333	42	46,666667
13	14,444444	43	47,777778
14	15,555556	44	48,888889
15	16,666667	45	50,000000
16	17,777778	46	51,111111
17	18,888889	47	52,222222
18	20,000000	48	53,333333
19	21,111111	49	54,444444
20	22,222222	50	55,555556
21	23,333333	51	56,666667
22	24,444444	52	57,777778
23	25,555556	53	58,888889
24	26,666667	54	60,000000
25	27,777778	55	61,111111
26	28,888889	56	62,222222
27	30,000000	57	63,333333
28	31,111111	58	64,444444
29	32,222222	59	65,555556
30	33,333333	60	66,666667

et secondes de l'ancienne division du cercle en degrés décimaux ,
de ces degrés.

<i>Degrés anciens.</i>	D E G R É S décimaux.	<i>Degrés anciens.</i>	D E G R É S décimaux.
61	67,777778	100	III,IIIIII
62	68,888889	110	122,222222
63	70,000000	120	133,333333
64	71,IIIIII	130	144,444444
65	72,222222	140	155,555556
66	73,333333	150	166,666667
67	74,444444	160	177,777778
68	75,555556	170	188,888889
69	76,666667	180	200,000000
70	77,777778	190	211,IIIIII
71	78,888889	200	222,222222
72	80,000000	210	233,333333
73	81,IIIIII	220	244,444444
74	82,222222	230	255,555556
75	83,333333	240	266,666667
76	84,444444	250	277,777778
77	85,555556	260	288,888889
78	86,666667	270	300,000000
79	87,777778	280	311,IIIIII
80	88,888889	290	322,222222
81	90,000000	300	333,333333
82	91,IIIIII	310	344,444444
83	92,222222	320	355,555556
84	93,333333	330	366,666667
85	94,444444	340	377,777778
86	95,555556	350	388,888889
87	96,666667	360	300,000000
88	97,777778		
89	98,888889		
90	100,000000		

Table III^e.

Pour convertir l'ancienne division

<i>Secondes anciennes.</i>	HEURES décimales.	<i>Secondes anciennes.</i>	HEURES décimales.	<i>Minutes anciennes.</i>
1	0,000116	31	0,003588	1
2	0,000231	32	0,003704	2
3	0,000347	33	0,003819	3
4	0,000463	34	0,003935	4
5	0,000579	35	0,004051	5
6	0,000694	36	0,004167	6
7	0,000810	37	0,004282	7
8	0,000926	38	0,004398	8
9	0,001042	39	0,004514	9
10	0,001157	40	0,004630	10
11	0,001273	41	0,004745	11
12	0,001389	42	0,004861	12
13	0,001505	43	0,004977	13
14	0,001620	44	0,005093	14
15	0,001736	45	0,005208	15
16	0,001852	46	0,005324	16
17	0,001968	47	0,005440	17
18	0,002083	48	0,005556	18
19	0,002199	49	0,005671	19
20	0,002315	50	0,005787	20
21	0,002431	51	0,005903	21
22	0,002546	52	0,006019	22
23	0,002662	53	0,006134	23
24	0,002778	54	0,006250	24
25	0,002894	55	0,006366	25
26	0,003009	56	0,006481	26
27	0,003125	57	0,006597	27
28	0,003241	58	0,006713	28
29	0,003356	59	0,006829	29
30	0,003472	60	0,006944	30

du jour en division décimale.

HEURES décimales.	Minues anciennes.	HEURES décimales.	Heures anciennes.	HEURES décimale
0,006944	31	0,215278	Matin. 1	0,41666
0,013889	32	0,222222	2	0,833333
0,020833	33	0,229167	3	1,250000
0,027778	34	0,236111	4	1,66666
0,034722	35	0,243056	5	2,083333
0,041667	36	0,250000	6	2,500000
0,048611	37	0,256944	7	2,916667
0,055556	38	0,263889	8	3,333333
0,062500	39	0,270833	9	3,750000
0,069444	40	0,277778	10	4,166667
0,076389	41	0,284722	11	4,583333
0,083333	42	0,291667	mi.ii. 12	5,000000
0,090278	43	0,298611	Soir.	
0,097222	44	0,305556	1	5,416667
0,104167	45	0,312500	2	5,833333
0,111111	46	0,319444	3	6,250000
0,118056	47	0,326389	4	6,666667
0,125000	48	0,333333	5	7,083333
0,131944	49	0,340278	6	7,500000
0,138889	50	0,347222	7	7,916667
0,145833	51	0,354167	8	8,333333
0,152778	52	0,361111	9	8,750000
0,159722	53	0,368056	10	9,166667
0,166667	54	0,375000	11	9,583333
0,173611	55	0,381944	minuit. 12	10,000000
0,180556	56	0,388889		
0,187500	57	0,395833		
0,194444	58	0,402778		
0,201389	59	0,409722		
0,208333	60	0,416667		

TABLE IV.

MESURES

<i>Toises-points.</i>	MÈTRES. CARRÉS.	<i>Toises-pouces.</i>	MÈTRES CARRÉS.
1	0,000366	7	0,369079
2	0,000732	8	0,421805
3	0,001098	9	0,474530
4	0,001465	10	0,527256
5	0,001831	11	0,579981
6	0,002197	<i>Toises-pieds.</i>	
7	0,002563	1	0,632707
8	0,002929	2	1,265414
9	0,003295	3	1,898121
10	0,003661	4	2,530828
11	0,004028	5	3,163535
<i>Toises-lignes.</i>		<i>Toises-carrées.</i>	
1	0,004394	1	3,796242
2	0,008788	2	7,592485
3	0,013181	3	11,388727
4	0,017575	4	15,184969
5	0,021969	5	18,981212
6	0,026363	6	22,777454
7	0,030757	7	26,573696
8	0,035150	8	30,369939
9	0,039544	9	35,166181
10	0,043938	10	37,962424
11	0,048332	20	75,924847
<i>Toises-pouces.</i>		30	113,887271
1	0,052726	40	151,849694
2	0,105451	50	189,812118
3	0,158177	60	227,774541
4	0,210902	70	265,736965
5	0,263628	80	303,699388
6	0,316354	90	341,661812

DES SURFACES.

<i>Toises carrées.</i>	MÈTRES CARRÉS.	<i>Pieds carrés.</i>	MÈTRES CARRÉS.
100	379,6242	1	0,105451
200	759,2485	2	0,210902
300	1138,8727	3	0,316354
400	1518,4969	6	0,632707
500	1898,1212	12	1,265414
600	2277,7454	18	1,898121
700	2657,3696	24	2,530828
800	3036,9939	30	3,163535
900	3416,6181	36	3,796242
1000	3796,2424	<i>Pouces carrés.</i>	
2000	7592,4847	1	0,000732
3000	11388,7271	2	0,001465
4000	15184,9694	3	0,002197
5000	18981,2118	6	0,004394
6000	22777,4541	12	0,008788
7000	26573,6965	18	0,013181
8000	30369,9388	26	0,026363
9000	34166,1812	72	0,052726
10000	37962,4235	144	0,105451
20000	75924,8471	<i>Lignes carrées.</i>	
30000	113887,2706	1	0,000005
40090	151849,6942	2	0,000010
50000	189812,1177	3	0,000015
60000	227774,5413	6	0,000031
70000	265736,9648	12	0,000061
80000	303699,3884	18	0,000092
90000	341661,8119	36	0,000183
100000	379624,2355	72	0,000366
1000000	3796242,3549	144	0,000732

TABLE. V. Arpent de Paris, de 100 perches carrées,
la perche linéaire de 18 pieds.

<i>Perches carrées.</i>	M É T R E S C A R R É S.	<i>Arpens.</i>	A R E S.
1	34,1662	10	3,41661812
2	68,3324	20	6,83323624
3	102,4985	30	10,24985436
4	136,6647	40	13,66647248
5	170,8309	50	17,08309060
6	204,9971	60	20,49970872
7	239,1633	70	23,91632684
8	273,3294	80	27,33294495
9	307,4956	90	30,74956307
10	341,6618	100	34,16618119
20	683,3236	200	68,33236239
30	1024,9854	300	102,49854358
40	1366,6472	400	136,66472477
50	1708,3091	500	170,83090597
60	2049,9709	600	204,99708716
70	2391,6327	700	239,16326836
80	2733,2945	800	273,32944955
90	3074,9563	900	307,49563074
<i>Arpens.</i>	A R E S.	1000	341,66181194
1	0,34166181	2000	683,32362387
2	0,68332362	3000	1024,98543581
3	1,02498544	4000	1366,64724775
4	1,36664725	5000	1708,30905968
5	1,70830906	6000	2049,97087162
6	2,04997087	7000	2391,63268356
7	2,39163268	8000	2733,29449549
8	2,73329450	9000	3074,95630743
9	3,07495631	10000	3416,61811937
		100000	34166,18119368
		1000000	341661,81193675

Arpent de France, de 100 perches carrées,
la perche linéaire de 22 pieds.

<i>Perches carrées.</i>	MÈTRES CARRÉS.	<i>Arpens.</i>	A R E S.
1	51,0284	10	5,10383694
2	102,0767	20	10,20767389
3	153,1151	30	15,31151083
4	204,1535	40	20,41534777
5	255,1918	50	25,51918472
6	306,2302	60	30,62302166
7	357,2686	70	35,72685861
8	408,3070	80	40,83069555
9	459,3453	90	45,93453249
10	510,3837	100	51,03836944
20	1020,7674	200	102,07673887
30	1531,1511	300	153,11510831
40	2041,5348	400	204,15347775
50	2551,9185	500	255,19184719
60	3062,3022	600	306,23021662
70	3572,6859	700	357,26858606
80	4083,0696	800	408,30695550
90	4593,4532	900	459,34532494
<i>Arpens.</i>	A R E S.	1000	510,38369437
1	0,51038369	2000	1020,76738875
2	1,02076739	3000	1531,15108312
3	1,53115108	4000	2041,53477750
4	2,04153478	5000	2551,91847187
5	2,55191847	6000	3062,30216625
6	3,06230217	7000	3572,68586062
7	3,57268586	8000	4083,06955500
8	4,08306955	9000	4593,45324937
9	4,59345325	10000	5103,83694375
10	5,10383694	100000	51038,36943747
		1000000	510383,69437465

TABLE VI.

MESURES

<i>T-T-points.</i>	MÈTRES CUBES.	<i>T-T-pouces.</i>	MÈTRES CUBES.
1	0,000713	7	0,719112
2	0,001427	8	0,821842
3	0,002140	9	0,924572
4	0,002854	10	1,027303
5	0,003567	11	1,130033
6	0,004280	<i>T-T-pieds.</i>	
7	0,004994	1	1,232763
8	0,005707	2	2,465526
9	0,006421	3	3,698289
10	0,007134	4	4,931053
11	0,007847	5	6,163816
<i>T-T-lignes.</i>		<i>Toises cubes.</i>	
1	0,008561	1	7,3966
2	0,017122	2	14,7932
3	0,025683	3	22,1897
4	0,034243	4	29,5863
5	0,042804	5	36,9829
6	0,051365	6	44,3795
7	0,059926	7	51,7761
8	0,068487	8	59,1726
9	0,077048	9	66,5692
10	0,085609	10	73,9658
11	0,094169	20	147,9316
<i>T-T-pouces.</i>		30	221,8974
1	0,102730	40	295,8632
2	0,205461	50	369,8289
3	0,308191	60	443,7947
4	0,410921	70	517,7605
5	0,513651	80	591,7263
6	0,616382	90	665,6921

DES SOLIDES.

<i>Toises cubes.</i>	M È T R E S C U B E S.	<i>Pieds cubes.</i>	M È T R E S C U B E S.
100	739,6579	1	0,034243
200	1479,3158	2	0,068487
300	2218,9737	3	0,102730
400	2958,6316	4	0,136974
500	3698,2895	5	0,171217
600	4437,9474	10	0,342434
700	5127,6052	100	3,424342
800	5917,2631	200	6,848684
900	6656,9210	216	7,396579
1000	7396,5789	<i>Pouces cubes.</i>	
2000	14793,1578	1	0,000020
3000	22189,7368	2	0,000040
4000	29586,3157	3	0,000059
5000	36982,8946	4	0,000079
6000	44379,4735	5	0,000099
7000	51776,0524	10	0,000198
8000	59172,6314	100	0,001982
9000	66569,2103	1000	0,019817
10000	73965,7892	1728	0,034243
20000	147931,5784	<i>Lignes cubes.</i>	
30000	221897,3676	1	0,000000
40000	295863,1568	2	0,000000
50000	369828,9460	3	0,000000
60000	443794,7352	4	0,000000
70000	517760,5244	5	0,000000
80000	591726,3136	10	0,000000
90000	665692,1028	100	0,000001
100000	739657,8920	1000	0,000011
1000000	7396578,9204	1728	0,000020

TABLE VII.

MESURES

La pinte de Paris, de 48 pouces cubes, réduite en cadil.

<i>Pintes.</i>	CADILS.	<i>Pintes.</i>	CADILS.
1	0,9512	1000	951,2061
2	1,9024	2000	1902,4123
3	2,8536	3000	2853,6184
4	3,8048	4000	3804,8245
5	4,7560	5000	4756,0307
6	5,7072	6000	5707,2368
7	6,6584	7000	6658,4430
8	7,6096	8000	7609,6491
9	8,5609	9000	8560,8552
10	9,5121	10000	9512,0614
20	19,0241	20000	19024,1227
30	28,5362	30000	28536,1841
40	38,0482	40000	38048,2455
50	47,5603	50000	47560,3068
60	57,0724	60000	57072,3682
70	66,5844	70000	66584,4296
80	76,0965	80000	76096,4910
90	85,6086	90000	85608,5523
100	95,1206	100000	95120,6137
200	190,2412	200000	190241,2274
300	285,3618	300000	285361,8411
400	380,4825	400000	380482,4548
500	475,6031	500000	475603,0684
600	570,7237	600000	570723,6821
700	665,8443	700000	665844,2958
800	760,9649	800000	760964,9095
900	856,0855	900000	856085,5232
		1000000	951206,1369

DE CAPACITÉ.

Le boisseau de Paris, de 640 pouces cubes réduit en centicade.

<i>Boisseaux.</i>	CENTICADES.	<i>Boisseaux.</i>	CENTICADES.
1	1,2683	1000	1268,2748
2	2,5365	2000	2536,5497
3	3,8048	3000	3804,8245
4	5,0731	4000	5073,0994
5	6,3414	5000	6341,3742
6	7,6096	6000	7609,6491
7	8,8779	7000	8877,9239
8	10,1462	8000	10146,1988
9	11,4145	9000	11414,4736
10	12,6827	10000	12682,7485
20	25,3655	20000	25365,4970
30	38,0482	30000	38048,2455
40	50,7310	40000	50730,9940
50	63,4137	50000	63413,7425
60	76,0965	60000	76096,4910
70	88,7792	70000	88779,2394
80	101,4620	80000	101461,9879
90	114,1447	90000	114144,7364
100	126,8275	100000	126827,4849
200	253,6550	200000	253654,9698
300	380,4825	300000	380482,4548
400	507,3099	400000	507309,9397
500	634,1374	500000	634137,4246
600	760,9649	600000	760964,9095
700	887,7924	700000	887792,3944
800	1014,6199	800000	1014619,8793
900	1141,4474	900000	1141447,3643
		1000000	1268274,8492

TABLE VIII. Pour réduire les livres, onces gros et du

<i>Grains.</i>	FRACTIONS décimales DU GRAVE.	<i>Gros.</i>	FRACTIONS décimales DU GRAVE.
$\frac{1}{128}$	0,0000004	1	0,0038215
$\frac{1}{64}$	0,0000008	2	0,0076429
$\frac{1}{32}$	0,0000017	3	0,0114644
$\frac{1}{16}$	0,0000033	4	0,0152858
$\frac{1}{8}$	0,0000066	5	0,0191073
$\frac{1}{4}$	0,0000133	6	0,0229287
$\frac{1}{2}$	0,0000265	7	0,0269502
1	0,0000531	<i>Onces.</i>	
2	0,0001062	1	0,0305716
3	0,0001592	2	0,0611433
4	0,0002123	3	0,0917149
5	0,0002654	4	0,1222865
6	0,0003185	5	0,1528581
7	0,0003715	6	0,1834298
8	0,0004246	7	0,2140014
9	0,0004777	8	0,2445730
10	0,0005308	9	0,2751446
20	0,0010615	10	0,3057163
30	0,0015923	11	0,3362879
40	0,0021230	12	0,3668595
50	0,0026538	13	0,3974311
60	0,0031845	14	0,4280028
70	0,0037153	15	0,4585744
72	0,0038215	16	0,4891460

grains des anciens poids , en graves et fractions décimales grave.

<i>Livres.</i>	G R A V E S.
1	0,4891460
2	0,9782920
3	1,4674380
4	1,9565840
5	2,4457301
6	2,9348761
7	3,4240221
8	3,9131681
9	4,4023141
10	4,8914601
20	9,7829202
30	14,6743803
40	19,5658405
50	24,4573006
60	29,3487607
70	34,2402208
80	39,1316810
90	44,0231410
100	48,9146011
200	97,8292023
300	146,7438034
400	195,6584045
500	244,5730057
600	293,4876068
700	342,4022080
800	391,3168091
900	440,2314102
1000	489,1460114
10000	4891,4601136
100000	48914,6011358
1000000	489146,0113582

TABLE IX. Pour convertir les sous et deniers de la livre numéraire, en décimes et centimes de la même livre.

S O U S.	D E N I E R S.					
	0	1	2	3	4	5
0	0,0000	0,0042	0,0083	0,0125	0,0167	0,0208
1	0,0500	0,0542	0,0583	0,0625	0,0667	0,0708
2	0,1000	0,1042	0,1083	0,1125	0,1167	0,1208
3	0,1500	0,1542	0,1583	0,1625	0,1667	0,1708
4	0,2000	0,2042	0,2083	0,2125	0,2167	0,2208
5	0,2500	0,2542	0,2583	0,2625	0,2667	0,2708
6	0,3000	0,3042	0,3083	0,3125	0,3167	0,3208
7	0,3500	0,3542	0,3583	0,3625	0,3667	0,3708
8	0,4000	0,4042	0,4083	0,4125	0,4167	0,4208
9	0,4500	0,4542	0,4583	0,4625	0,4667	0,4708
10	0,5000	0,5042	0,5083	0,5125	0,5167	0,5208
11	0,5500	0,5542	0,5583	0,5625	0,5667	0,5708
12	0,6000	0,6042	0,6083	0,6125	0,6167	0,6208
13	0,6500	0,6542	0,6583	0,6625	0,6667	0,6708
14	0,7000	0,7042	0,7083	0,7125	0,7167	0,7208
15	0,7500	0,7542	0,7583	0,7625	0,7667	0,7708
16	0,8000	0,8042	0,8083	0,8125	0,8167	0,8208
17	0,8500	0,8542	0,8583	0,8625	0,8667	0,8708
18	0,9000	0,9042	0,9083	0,9125	0,9167	0,9208
19	0,9500	0,9542	0,9583	0,9625	0,9667	0,9708

Suite de la Table IX. Pour convertir les sous et deniers
de la livre numéraire, en décimes
et centimes de la même livre.

S O U S.	D E N I E R S.					
	6	7	8	9	10	11
0	0,0250	0,0292	0,0333	0,0375	0,0417	0,0458
1	0,0750	0,0792	0,0833	0,0875	0,0917	0,0958
2	0,1250	0,1292	0,1333	0,1375	0,1417	0,1458
3	0,1750	0,1792	0,1833	0,1875	0,1917	0,1958
4	0,2250	0,2292	0,2333	0,2375	0,2417	0,2458
5	0,2750	0,2792	0,2833	0,2875	0,2917	0,2958
6	0,3250	0,3292	0,3333	0,3375	0,3417	0,3458
7	0,3750	0,3792	0,3833	0,3875	0,3917	0,3958
8	0,4250	0,4292	0,4333	0,4375	0,4417	0,4458
9	0,4750	0,4792	0,4833	0,4875	0,4917	0,4958
10	0,5250	0,5292	0,5333	0,5375	0,5417	0,5458
11	0,5750	0,5792	0,5833	0,5875	0,5917	0,5958
12	0,6250	0,6292	0,6333	0,6375	0,6417	0,6458
13	0,6750	0,6792	0,6833	0,6875	0,6917	0,6958
14	0,7250	0,7292	0,7333	0,7375	0,7417	0,7458
15	0,7750	0,7792	0,7833	0,7875	0,7917	0,7958
16	0,8250	0,8292	0,8333	0,8375	0,8417	0,8458
17	0,8750	0,8792	0,8833	0,8875	0,8917	0,8958
18	0,9250	0,9292	0,9333	0,9375	0,9417	0,9458
19	0,9750	0,9792	0,9833	0,9875	0,9917	0,9958

TABLE X. Prix du mètre d'une étoffe quelconque, d'après le prix de l'aune.

<i>Prix de l'aune.</i>	P R I X D U M È T R E.	<i>Prix de l'aune.</i>	P R I X D U M È T R E.
<i>Deniers.</i>	Livres.	<i>Livres.</i>	Livres.
1	0,0035	1	0,8417
2	0,0070	2	1,6834
3	0,0105	3	2,5251
4	0,0140	4	3,3668
5	0,0175	5	4,2086
6	0,0210	6	5,0503
7	0,0245	7	5,8920
8	0,0281	8	6,7337
9	0,0316	9	7,5754
10	0,0351	10	8,4171
11	0,0386	20	16,8342
<i>Sous.</i>		30	25,2514
1	0,0421	40	33,6685
2	0,0842	50	42,0856
3	0,1263	60	50,5027
4	0,1683	70	58,9198
5	0,2104	80	67,3370
6	0,2525	90	75,7541
7	0,2946	100	84,1712
8	0,3367	200	168,3424
9	0,3788	300	252,5136
10	0,4209	400	336,6848
11	0,4629	500	420,8560
12	0,5050	600	505,0272
13	0,5471	700	589,1984
14	0,5892	800	673,3696
15	0,6313	900	757,5408
16	0,6734	1000	841,7120
17	0,7155	2000	1683,4241
18	0,7575	3000	2525,1361
19	0,7996	4000	3366,8481

TABLE XI. Prix du grave d'après le prix de la livre
poids de marc.

<i>Prix de la liv. poids de marc.</i>	P R I X DU GRAVE.	<i>Prix de la liv. poids de marc.</i>	P R I X DU GRAVE.
<i>Deniers.</i>	liv. de compte.	<i>liv. de compte.</i>	liv. de compte.
1	0,0085	1	2,0444
2	0,0170	2	4,0888
3	0,0256	3	6,1331
4	0,0341	4	8,1775
5	0,0426	5	10,2219
6	0,0511	6	12,2663
7	0,0596	7	14,3107
8	0,0681	8	16,3550
9	0,0767	9	18,3994
10	0,0852	10	20,4438
11	0,0937	20	40,8876
<i>Sous.</i>		30	61,3314
1	0,1022	40	81,7752
2	0,2044	50	102,2190
3	0,3067	60	122,6628
4	0,4089	70	143,1066
5	0,5111	80	163,5503
6	0,6133	90	183,9941
7	0,7155	100	204,4379
8	0,8178	200	408,8759
9	0,9200	300	613,3138
10	1,0222	400	817,7517
11	1,1244	500	1022,1897
12	1,2266	600	1226,6276
13	1,3288	700	1431,0655
14	1,4311	800	1635,5035
15	1,5333	900	1839,9414
16	1,6355	1000	2044,3793
17	1,7377	2000	4088,7587
18	1,8399	3000	6133,1380
19	1,9422	4000	8177,5174

TABLE XII. Prix du cadil d'une liqueur quelconque, d'après le prix de la pinte de Paris.

<i>Prix de la pinte.</i>	P R I X D U C A D I L.	<i>Prix de la pinte.</i>	P R I X D U C A D I L.
<i>Deniers.</i>	Livres.	<i>Livres.</i>	Livres.
1	0,0044	1	1,0513
2	0,0088	2	2,1026
3	0,0131	3	3,1539
4	0,0175	4	4,2052
5	0,0219	5	5,2565
6	0,0263	6	6,3078
7	0,0307	7	7,3591
8	0,0350	8	8,4104
9	0,0394	9	9,4617
10	0,0438	10	10,5130
11	0,0482		
<i>Sous.</i>			
1	0,0526		
2	0,1051		
3	0,1577		
4	0,2103		
5	0,2628		
6	0,3154		
7	0,3680		
8	0,4205		
9	0,4731		
10	0,5256		
11	0,5782		
12	0,6308		
13	0,6833		
14	0,7359		
15	0,7885		
16	0,8410		
17	0,8936		
18	0,9462		
19	0,9987		

TABLE XIII. Prix du centicade d'une espèce quelconque de grains, d'après le prix du boisseau de Paris.

<i>Prix du boisseau.</i>	P R I X DU CENTICADE.	<i>Prix du boisseau.</i>	P R I X DU CENTICADE.
<i>Deniers.</i>	<i>Livres.</i>	<i>Livres.</i>	<i>Livres.</i>
1	0,0033	1	0,7885
2	0,0066	2	1,5769
3	0,0099	3	2,3654
4	0,0131	4	3,1539
5	0,0164	5	3,9424
6	0,0197	6	4,7308
7	0,0230	7	5,5193
8	0,0263	8	6,3078
9	0,0296	9	7,0963
10	0,0329	10	7,8847
11	0,0361	20	15,7695
<i>Sous.</i>		30	23,6542
1	0,0394	40	31,5389
2	0,0788		
3	0,1183		
4	0,1577		
5	0,1971		
6	0,2365		
7	0,2760		
8	0,3154		
9	0,3548		
10	0,3942		
11	0,4337		
12	0,4731		
13	0,5125		
14	0,5519		
15	0,5914		
16	0,6308		
17	0,6702		
18	0,7096		
19	0,7490		

TABLE XIV.

Réduction des fractions

<i>Fractions ordinaires.</i>	FRACTIONS DÉCIMALES.	<i>Fractions ordinaires.</i>	FRACTIONS DÉCIMALES.
$\frac{1}{2}$	0,500000	$\frac{3}{10}$	0,300000
$\frac{1}{3}$	0,333333	$\frac{3}{11}$	0,272727
$\frac{1}{4}$	0,250000	$\frac{3}{13}$	0,230769
$\frac{1}{5}$	0,200000	$\frac{3}{14}$	0,214286
$\frac{1}{6}$	0,166667	$\frac{3}{16}$	0,187500
$\frac{1}{7}$	0,142857	$\frac{3}{17}$	0,176471
$\frac{1}{8}$	0,125000	$\frac{3}{19}$	0,157895
$\frac{1}{9}$	0,111111	$\frac{3}{20}$	0,150000
$\frac{1}{10}$	0,100000	$\frac{4}{5}$	0,800000
$\frac{1}{11}$	0,090909	$\frac{4}{7}$	0,571429
$\frac{1}{12}$	0,083333	$\frac{4}{9}$	0,444444
$\frac{1}{13}$	0,076923	$\frac{4}{11}$	0,363636
$\frac{1}{14}$	0,071429	$\frac{4}{13}$	0,307692
$\frac{1}{15}$	0,066667	$\frac{4}{15}$	0,266667
$\frac{1}{16}$	0,062500	$\frac{4}{17}$	0,235294
$\frac{1}{17}$	0,058824	$\frac{4}{19}$	0,210526
$\frac{1}{18}$	0,055556	$\frac{5}{6}$	0,833333
$\frac{1}{19}$	0,052632	$\frac{5}{7}$	0,714286
$\frac{1}{20}$	0,050000	$\frac{5}{8}$	0,625000
$\frac{2}{3}$	0,666667	$\frac{5}{9}$	0,555556
$\frac{2}{5}$	0,400000	$\frac{5}{11}$	0,454545
$\frac{2}{7}$	0,285714	$\frac{5}{12}$	0,416667
$\frac{2}{9}$	0,222222	$\frac{5}{13}$	0,384615
$\frac{2}{11}$	0,181818	$\frac{5}{14}$	0,357143
$\frac{2}{13}$	0,153846	$\frac{5}{16}$	0,312500
$\frac{2}{15}$	0,133333	$\frac{5}{17}$	0,294118
$\frac{2}{17}$	0,117647	$\frac{5}{18}$	0,277778
$\frac{2}{19}$	0,105263	$\frac{5}{19}$	0,263158
$\frac{3}{4}$	0,750000	$\frac{6}{7}$	0,857143
$\frac{3}{5}$	0,600000	$\frac{6}{11}$	0,545455
$\frac{3}{7}$	0,428571	$\frac{6}{13}$	0,461538
$\frac{3}{8}$	0,375000	$\frac{6}{17}$	0,352941

ordinaires en fractions décimales.

<i>Fractions ordinaires.</i>	FRACTIONS DÉCIMALES.	<i>Fractions ordinaires.</i>	FRACTIONS DÉCIMALES.
$\frac{6}{19}$	0,315789	$\frac{11}{13}$	0,846154
$\frac{7}{8}$	0,875000	$\frac{11}{14}$	0,785714
$\frac{7}{9}$	0,777778	$\frac{11}{15}$	0,733333
$\frac{7}{10}$	0,700000	$\frac{11}{16}$	0,687500
$\frac{7}{11}$	0,636364	$\frac{11}{17}$	0,647059
$\frac{7}{12}$	0,583333	$\frac{11}{18}$	0,611111
$\frac{7}{13}$	0,538461	$\frac{11}{19}$	0,578947
$\frac{7}{15}$	0,466667	$\frac{11}{20}$	0,550000
$\frac{7}{16}$	0,437500	$\frac{12}{13}$	0,923077
$\frac{7}{17}$	0,411765	$\frac{12}{17}$	0,705882
$\frac{7}{18}$	0,388889	$\frac{12}{19}$	0,631579
$\frac{7}{19}$	0,368421	$\frac{13}{14}$	0,928571
$\frac{7}{20}$	0,350000	$\frac{13}{15}$	0,866667
$\frac{8}{9}$	0,888889	$\frac{13}{16}$	0,812500
$\frac{8}{11}$	0,727273	$\frac{13}{17}$	0,764706
$\frac{8}{13}$	0,615385	$\frac{13}{18}$	0,722222
$\frac{8}{15}$	0,533333	$\frac{13}{19}$	0,684211
$\frac{8}{17}$	0,470588	$\frac{13}{20}$	0,650000
$\frac{8}{19}$	0,421053	$\frac{14}{15}$	0,933333
$\frac{10}{10}$	0,900000	$\frac{14}{17}$	0,823529
$\frac{9}{11}$	0,818182	$\frac{14}{19}$	0,736842
$\frac{9}{13}$	0,692308	$\frac{15}{16}$	0,937500
$\frac{9}{14}$	0,642857	$\frac{15}{17}$	0,882353
$\frac{9}{16}$	0,562500	$\frac{15}{19}$	0,789474
$\frac{9}{17}$	0,529412	$\frac{15}{20}$	0,750000
$\frac{9}{19}$	0,473684	$\frac{16}{17}$	0,941176
$\frac{9}{20}$	0,450000	$\frac{16}{19}$	0,842105
$\frac{10}{11}$	0,909091	$\frac{17}{18}$	0,944444
$\frac{10}{13}$	0,769231	$\frac{17}{19}$	0,894737
$\frac{10}{17}$	0,588235	$\frac{17}{20}$	0,850000
$\frac{10}{19}$	0,526316	$\frac{18}{19}$	0,947368
$\frac{11}{12}$	0,916667	$\frac{19}{20}$	0,950000

R E M A R Q U E.

LES résultats contenus dans les tables précédentes font partie d'autres résultats plus étendus, dont on a supprimé ensuite un certain nombre de décimales, en ajoutant une unité à la dernière des décimales conservées, dans les cas indiqués ci-dessus (120). Il s'en suit que tel nombre qui répond au double, au triple, au quadruple, etc. d'un autre nombre compris dans la même table, est souvent plus fort d'une unité qu'il ne le seroit, si on l'eût cherché en multipliant immédiatement le premier par 2, 3, 4, etc. Mais d'après ce qui vient d'être dit, on voit que cette différence ne fait qu'ajouter à l'exactitude du nombre qu'elle affecte.

Nous joignons ici les valeurs de la plupart des bases qui ont servi à calculer les tables, ou les rapports entre les principales unités de l'ancien système et celles du nouveau, et réciproquement, avec dix décimales ou davantage. Ces valeurs qui dérivent toutes de celle du quart du méridien, en supposant cette dernière rigoureuse, pourront être utiles à ceux qui voudroient avoir certains multiples ou certaines sousdivisions d'une espèce particulière d'unité, ou entreprendre en général des calculs avec une précision plus grande que celle qui est donnée par les tables.

LE QUART DU MÉRIDIDIEN TERRESTRE } 5132430 toises.
 étant de..... }
 ou de..... } 30794580 pieds.

Le MÈTRE vaut en } ^{p.}
 pieds..... } 3,079458. exactement.

Le pied vaut en mè- } ^{mt.}
 tres..... } 0,3247324691552864.

Le MÈTRE CARRÉ } ^{p.q.}
 vaut en pieds car. } 9,483061573764. exactement.

Le pied carré vaut } ^{mt.q.}
 en mètres carrés.. } 0,105451176523689.

Le MÈTRE CUBE vaut } ^{p.c.}
 en pieds cubes. . . } 29,202689827820139912. exactem.

Le pied cube vaut } ^{mt.c.}
 en mètres cubes.. } 0,03424342092786751.

Le CADIL vaut en } ^{pt.}
 pintes de Paris. . . } 1,051296833801525.

La pinte de Paris } ^{cd.}
 vaut en cadils. . . } 0,9512061368852.

Le CÉNTICADE vaut } ^{bss.}
 en boisseaux de P. } 0,788472625351144.

Le BOISSEAU de Pa- } ^{c.cd.}
 ris vaut en centi- } 1,268274849180278.
 cades. }

Le GRAYE vaut en } ^{liv.}
 livres poids de } 2,0443793402777, etc.
 marc. }

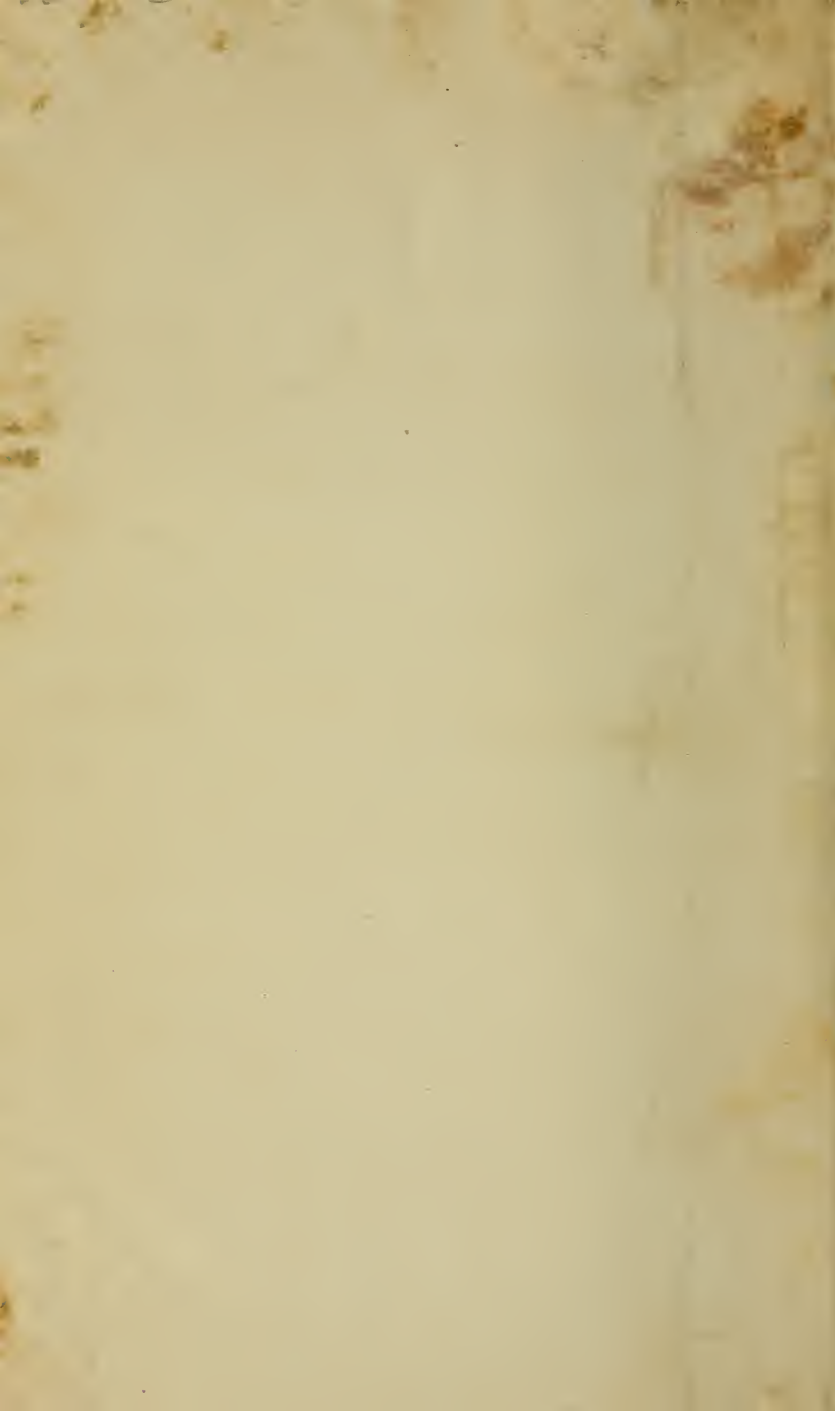
La livre poids de
 marc vaut en gram- } ^{gr.}
 mes. } 0,4891460113582082.

Le MÈTRE vaut en } ^{a.}
 aunes de Paris. . . } 0,8417120253.

L'aune de Paris vaut } ^{mt.}
 en mètres. } 1,188054785879.

F I N.





TH. BECKER,
Buchbinderei,
CÖLN.

HERGES. S. 1
GEMÄSS DEN VORSCHRIFTEN
D. VEREINS DEUTSCHER
BIBLIOTHEKARE
VOM 2. JUNI 1913

