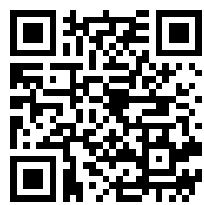
This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com



A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

LA GEOMETRIE ET PRATIQVE GENERALE D'ICELLE.

398923

Par I. ERRARD, de Bar-le Duc, Ingenieur ordinaire de ſa Majeſté.

Reueuë, corrigée, & beaucoup augmentée.

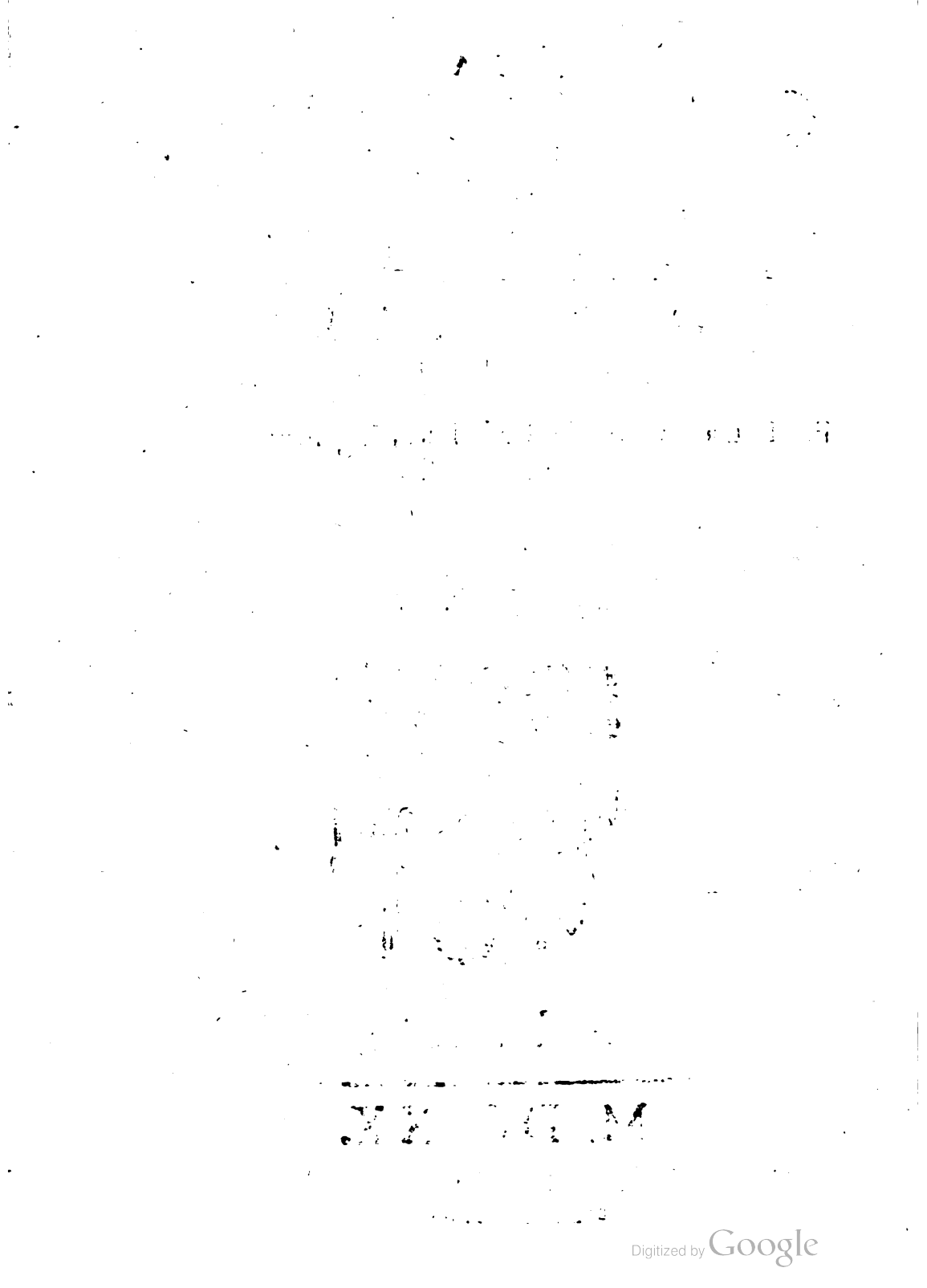
Par D. H. P. E. M.

A PARIS,

M. DC. XX.

VILLE DE LYON
Biblioth. du Palais des Arts

Digitized by Google



Digitized by Google

AV ROY.

SIRE,

Puis que voſtre Majeſté nous fait eſperer par l'Academie, qu'elle a ordonné eſtre dreſſée en ceſte ville de Paris, de voir reſſuſciter & reuiure les ſciences de long temps mortes en ce Royaume, & que les Gentils-hommes François ont eſté contraints cercher & aller mandier és pays eſtranges; I'ay pensé que ce ne ſeroit mal à propos luy dedier maintenant ceſt œuure, combien que petit, comprenant neantmoins ce qui eſt de plus beau & plus rare en la Geometrie; Eſperant que ſoubs la protection & faueur de voſtre Majeſté, il ſera veu & receu du public, & (Dieu aydant) incitera par ſa facilité & briefveté la Nobleſſe à recercher les Mathematiques, vrayes & ſeules ſciences, qui ne profitent pas ſeulement durant la paix, mais produiſent leurs plus beaux effects en temps de guerre. Ie le mets donc en lumiere, pour ſeruir d'erres de quelques autres parties, que i'eſpere traicter auec la meſme facilité & methode: Proteſtant que tout ce que ie pourray acquerir par labeur ou induſtrie, ſera touſiours dirigé à ce but d'en faire ſeruice tres-humble à voſtre Majeſté, & part à la France, en laquelle Dieu vous faſſe longuement & heureuſement regner.

I. ERRARD.

VILLE DE LYON
Biblioth. du Palais des Arts

Digitized by Google

AVX LECTEVRS.

IE mets au-deuant de ce traicté les definitions des mots, & termes de l'art, pour le ſoulagement des rudes, & moins verſez és Mathematiques : les doctes ne le trouueront point mauuais, non-plus que la diſpoſition des chapitres & corollaires, ſelon leur matiere, que i'ay expres agencez de ceſte ſorte, pour la meſme fin. I'y ay entrelaſſé quelques demonſtrations des Elements d'Euclide (comme le corollaire 1. du chap. 3. du 2. liure : le corollaire 4. du chap. ſuyuant, & quelques autres, que i'ay eſtimé neceſſaires, pour la pratique parfaicte de la Geometrie) la duplication du cube, & diuiſion de la Sphere, auec ce qui en dépend, y ſont demonſtrees (combien que la pratique en ſoit mechanique) autant facilement & exactement qu'il s'eſt peu faire iuſques à preſent. Ie prie donc tous amateurs des belles ſciences, le prendre en bonne part, de celuy qui ſera tres-aiſe qu'vn autre faſſe mieux.

Digitized by Google

ADVERTISSEMENT SVR CESTE EDITION.

LA bonne grace & accueil, dont nous receuons ce que l'on nous presente, est comme vne nouuelle obligation à nous bien faire. Dieu mesme, qui n'a autre subiect de nous donner que pour exercer sa bonté, ne demande pour recompence qu'vn cœur recognoissant: & comme il voit que nous cherissons ses faueurs, il nous les multiplie. Que fera donc l'homme à l'homme, le citoyen à son conciteoyen & patriotte, à qui il ne peut tant faire de bien qu'il ne luy en doiue d'auantage? C'est pourquoy (Amy Lecteur) voyant que la Geometrie D'ERRARD auroit esté si bien receuë, que deux impressions s'en estant faictes, neantmoins il ne s'en trouuoit plus, & estoit encore fort recherchée & desirée de plusieurs, ie me serois mis à reuoir quelques annotations qu'autrefois i'auois faicte sur icelle Geometrie, lesquelles ayans communiquées à plusieurs de mes amis, ils les auroient tous estimées vtiles & dignes d'estre mises au iour pour profiter au public; mais differens neantmoins, en ce que les vns estoient d'aduis que i'en fisse vn corps à part, & ainsi les donner au public soubs mon nom, sans les mesler parmy ladicte Geometrie D'ERRARD: & les autres au contraire disoient, que puis que mon intention estoit seulement d'honorer la memoire dudit ERRARD, que ie deuois donner au public sadite Geometrie ainsi annottée: Ces derniers l'ont emporté; mais ie n'ay voulu neantmoins y apposer mon nom, tant pour éuiter l'enuie que certains esprits de ce siecle portent à la pluspart de ceux qui taschent obliger le public, en luy donnant ou leurs inuentions, ou bien celles d'autruy translatées d'vne langue estrangere en la nostre, que pour autres considerations à moy particulieres. Quoy que ce soit, ie donne au public ce mien trauail, auquel i'ay pris peine de faire voir, non les plus subtiles & ingenieuses inuentions, qui se trouuent dans les escrits des plus doctes Mathematiciens, mais bien (comme i'estime) les plus belles, vtiles & necessaires aux choses humaines, esquelles la science de mesurer est requise. Et afin de ne grossir ce volume par re-

Digitized by Google

dites & repetitions de choſes qu'on pourroit voir ailleurs, meſmement en noſtre langage François, & principalement és Oeuures de HENRION, *nous-nous ſommes reſolus de renuoyer ſouuent le Lecteur eſdites Oeuures, non comme à la ſource & origine des choſes là enſeignées, ains à cauſe que luy ſeul les a traictées en noſtre langage François: & auſſi que ſouuent il nous faudroit renuoyer le Lecteur à vn Autheur, que peut-eſtre il ne pourroit entendre, comme à Regiomontanus, Nonius, Viette, Ghetalde, Steuin, Ludolphe, & autres Autheurs Latins, du labeur deſquels ie me ſuis ſeruy en partie de ces annotations, leſquelles nous auons fait imprimer en plus petites lettres & carracteres que ce qui eſt dudict* ERRARD, *afin qu'on puiſſe diſtinguer & recognoiſtre ce qui eſt ſien. Reçoy donc, amy Lecteur, ce mien trauail: que s'il t'eſt agreable, cela m'obligera tant plus à te donner autre choſe de plus grande eſtude; mais non peut-eſtre ſi vtile que ces annotations, leſquelles i'ay bien voulu enuoyer deuant, afin de recognoiſtre par l'accueil & reception d'icelles, quelle eſtime tu pourrois faire du reſte. Adieu.*

Digitized by Google

DEFINITIONS.

LE poinct, eſt ce qui n'a aucunes parties.

La ligne, eſt vne longueur ſans largeur, de laquelle les extremitez ſont poincts.

La ligne droicte, eſt celle qui eſt également compriſe entre ces poincts.

La ligne oblique ou courbe, eſt celle qui eſt menée par vn circuit de poinct à autre.

Angle plan, eſt le concours de deux lignes qui s'entretouchent en vn meſme poinct, & leſquelles continuées ſe couppent au meſme poinct.

Voyez ce que Henrion a dit ſur cette definition du premier liure d'Euclide.

Angle rectiligne, eſt celuy qui eſt fait & compris de deux lignes droictes.

Angle courbeligne, eſt celuy qui eſt fait de deux lignes courbes.

Angle mixte, qui eſt compris d'vne ligne droicte & d'vne courbe.

Angle droict, eſt celuy qui eſt fait quand vne ligne tombante ſur vn autre fait de chaſque part deux angles égaux.

Angle droict rectiligne, eſt fait quand vne ligne droicte tombe ſur vne autre droicte, & fait les angles de coſté & d'autre égaux, & iceux ſont droicts.

Et la ligne ainſi tombante, eſt appellée perpendiculaire ou orthogonelle.

Angle obtus, eſt celuy qui eſt plus grand & plus ouuert que le droict.

Angle aigu, eſt celuy qui eſt plus petit & plus fermé que le droict.

Lignes droictes paralleles ou equidiſtantes, ſont celles qui prolongées ne ſe rencontrent iamais ny d'vne part ny d'autre.

Digitized by Google

DES SVPERFICIES.

SVperficie ou aire, eſt ce qui a longueur & largeur tant ſeulement, & les extremitez d'icelle ſont ligne ou lignes.

Superficie plane, eſt celle qui eſt egalement cõpriſe entre ſes lignes. Et tous les angles tirez ſur icelle, s'appellent angles plans.

Superficie courbe, eſt celle de laquelle la longueur ou largeur, ou les deux enſemble, ſont menées au long de quelque ligne, ou lignes courbes.

Superficies ou plans parallels, ſont ceux qui ſont equidiſtans, & leſquels continuez ne ſe rencontrent point.

DES SVPERFICIES RECTILIGNES.

LE triangle rectiligne, eſt vne ſuperficie fermée de trois lignes droictes, & qui a trois angles.

Les triangles, par la difference de leurs angles ſont appellez, ſçauoir rectangle, qui a vn angle droict.

Obtus-angle, ou ambligone, qui a vn angle obtus.

Aigu-angle, ou oxigone, qui a tous ſes angles aigus.

Et par la difference de leurs coſtez ſont appellez, ſçauoir Equilatere, qui a ſes trois coſtez egaux.

Iſoſcele, qui a deux coſtez ſeulement egaux enſemble.

Et Scalene, qui a les trois coſtez inegaux.

Le quarré, eſt vne ſuperficie de quatre coſtez egaux, & de quatre angles droicts.

Rectangle oblong, eſt qui a les quatre angles droicts & les coſtez oppoſez egaux, & non tous enſemble.

Rhombe ou lozange, eſt qui a tous les coſtez egaux, & les angles oppoſez auſſi egaux, mais non tous enſemble.

Rhomboïde, eſt qui a ſeulement les coſtez & les angles oppoſez egaux enſemble, & ces quatre ſortes s'appellent auſſi parallelogrammes, à cauſe que leurs coſtez ſont parallels.

Diagonale de ces quatre derniers, eſt la ligne droicte menée de l'vn des angles à l'autre opposé, laquelle diuiſe & couppe toute la figure en deux triangles egaux l'vn à l'autre.

Gnomon, eſt le reſidu d'vn parallelogram. duquel on aura ſouſtrait

vn

Digitized by Google

vn autre parallelogramme, ayant ſes angles à la diagonalle du premier parallelogramme.

Trapeze, eſt vne figure de quatre coſtez, deſquels deux oppoſez ſeulement, ſont parallels, & a deux coſtez egaux.

Trapezoïdes ou Tablette, ſont figures quadrilateres, mais irregulieres, c'eſt à ſçauoir, de coſtez & angles inegaux. Et d'icelles ne ſe peuuent donner certains preceptes non-plus que des autres qui ont pluſieurs angles.

Figure reguliere ou composée, eſt celle de pluſieurs angles & coſtez egaux enſemble, comme Pentagone, Hexagone, Heptagone, &c.

Figure irreguliere, eſt celle de pluſieurs angles & coſtez, mais non egaux enſemble.

Aux figures irregulieres, ſçauoir celles qui ont leurs coſtez en nombre pair, ſe conſidere quelquefois vn diametre, qui eſt la ligne droicte paſſant par le centre, finiſſant en angles droicts aux deux coſtez oppoſez & parallels.

Aux figures qui ont leurs coſtez en nombre impair, ſe conſidere ſeulement le demy-diametre, qui eſt la ligne droicte procedant du centre, finiſſant à l'vn des coſtez en angles droicts.

Baſe eſt la ligne que nous preſuppoſons eſtre le fondement d'vn triangle, d'vn parallelogramme, ou de quelque autre figure, quand on a ſeulement egard aux deux coſtez.

DV CERCLE.

LE Cercle, eſt vne ſuperficie deſcripte de l'extremité d'vne ligne droicte, qui a l'autre extremité immobile, & menée iuſques à tant qu'elle ſoit retournée à l'endroit d'où elle eſt premierement partie.

Et ceſt extréme immobile, s'appelle centre du cercle.

La ligne deſcripte par l'autre extréme mobile, s'appelle circonference du cercle.

Et toutes les lignes tirées du centre à icelle circonference ſont egales.

Le Diametre du cercle, eſt vne ligne droicte paſſant par le centre finiſſant à la circonference, & coupant le cercle en deux egalement.

Secteur, eſt vne piece dans le cercle faicte de deux demy-diametres, faiſans angle au centre. Et la circonference entre ſes deux demy-

Digitized by Google

diametres, s'appelle baſe de ſecteur.

Section de cercle, eſt vne partie de la ſuperficie du meſme cercle, compriſe d'vne portiõ de la circonference du cercle, & d'vne ligne droicte, qui s'appelle baſe de la ſection.

Cercles parallels, ſont ceux qui ſont concentriques, c'eſt à dire, tirez ſur vn meſmẽ centre.

Angle du centre, eſt celuy qui fait du ſecteur, c'eſt à dire, des deux demy-diametres qui cõprennent moins que la moictié du cercle.

Angle en la circonference, eſt celuy compris de deux lignes droictes touchant la meſme circonference.

DE L'OVALE.

OVale, eſt vne figure longue, compriſe d'vne ſeule ligne, non circulaire, ains courbe reguliere, ainſi appellée à cauſe de ſa forme.

Il ſe fait par la ſection du cylindre, comme il ſera dit en ſon lieu.

Centre de l'ouale, eſt le poinct du milieu.

Diametre de L'ouale, eſt la ligne droicte, paſſant par le centre, & ayant ſes extremes en la circonference, diuiſant l'ouale en deux également.

Et en ceſte figure, ſont principalement à conſiderer les deux diametres, ſçauoir le plus long & le plus court, qui ſe coupent chacun en deux parties égales, & en angles droicts.

Circonference de l'ouale, eſt le tour & circuit de la figure.

Secteur de l'ouale, eſt ce qui eſt contenu de deux demy-diametres, faiſans angle au centre, & de la portion de circonference entre leſdits demy-diametres. Icelle partie de circonference s'appele baſe du ſecteur.

Section de l'ouale, eſt vne partie de l'ouale compriſe d'vne ligne droicte, & d'vne partie de la circonference: icelle ligne droicte s'appelle baſe de la ſection.

DE LA LIGNE SPIRALE.

LA ligne ſpirale (ſelon Archimedes, & de laquelle nous entendons traicter) eſt celle, qui eſt tracée par vn poinct, qui ſe coule d'vne egale viteſſe au long d'vne ligne droicte, laquelle a l'vn des extremes immobile, & l'autre mobile, deſcriuant vn cercle. Et iceluy

Digitized by Google

poinct coulant au long de toute la ligne (en meſme temps que le cercle ſe fait) deſcrit la ſpirale.

Et ceſt extreme Immobile s'appelle commencement de la ſpirale.

Et la ligne au long de laquelle le poinct s'eſt coulé, s'appelle ligne de la premiere reuolution.

Et ſi la ligne eſt prolongée, à laquelle on faſſe faire encor vn tour ou pluſieurs, & que le poinct de meſme viteſſe ſe coule touſiours au long, deſcriuant & continuant la ſpirale, la ligne droite du ſecond tour, s'appellera ligne de ſeconde reuolution; & la troiſieſme, de la troiſieſme reuolution, & ainſi des autres infiniement.

Et la ſpirale du ſecond tour, s'appellera ſpirale de la ſeconde reuolution, & ainſi des autres ſelon leur ordre.

L'eſpace compris de la premiere reuolution de la premiere ligne, s'appelle eſpace premier: Et ainſi les autres eſpaces prendront nom ſelon l'ordre de leur reuolution.

DES CORPS.

CORps, eſt ce qui a longueur, largeur & profondeur, duquel les extremitez ſont ſuperficies ou ſuperficie.

Angle ſolide, eſt celuy qui eſt compris de plus de deux angles plans conſtituez en vn meſme poinct, n'eſtans en vn meſme plan.

Il y a de pluſieurs ſortes de corps ou ſolides, dont les premiers & plus ſimples, ſont ceux compris de ſuperficies planes.

La baſe de quelque corps compris de ſuperficies planes, eſt la ſuperficie que nous preſuppoſons eſtre le fondement dudict corps.

La pyramide, eſt vn corps ayant vne figure plane rectiligne pour baſe, lequel corps finit en vn poinct au-deſſus de la baſe.

Iceluy poinct, s'appelle ſommet ou cime de la pyramide.

Et celle qui a ſa baſe équilatere (c'eſt à dire figure reguliere comme triangle équilateral, quarré, pentagone, &c.) & le ſommet en la ligne eſleuée orthogonellement du centre de la baſe, s'appelle pyramide équilatere. Et encor celles de ceſte ſorte prennent le nom de leurs baſes, comme trilaterales, quadrilaterales, &c.

Et de ces pyramides, ſont faicts & compoſez les corps reguliers, comme L'octaëdre, qui eſt compris de huict triangles équilateres, c'eſt à dire composé de huict pyramides trilateres équicrures.

Le Dodecaëdre, compris de douze ſuperficies pentagonales, ou

Digitized by Google

composé de douze pyramides pentagonales équicrures.

L'icoſaëdre, compris de vingt triangles équilateraux, c'eſt à dire fait & composé de xx. pyramides trilateres équicrures.

Les pyramides qui ont leur ſommet hors la ligne orthogonelle, eſleuée du centre de la baſe, s'appellent pyramides rhomboïdes.

Entre les ſolides rectangles, le Cube eſt nombré le premier : c'eſt celuy qui eſt compris de ſix ſuperficies quarrées & égales enſemble.

Le ſolide rectangle, long d'vn coſté, eſt celuy qui eſt compris de ſix ſuperficies planes rectangles, deſquelles les quatre ſont oblongues & égales enſemble, & les deux autres opposées ſont quarrées & égales, & cecy s'appelle auſſi colomne quadrangulaire: car les colomnes ſont eſtimées corps oblongs par tout d'vne groſſeur, & de baſes égales, & ſemblables.

Le ſolide rectangle, long de deux coſtez, eſt celuy qui a les faces & ſuperficies rectangles, & celles opposées ſeulement égales, mais non toutes enſemble.

Le ſolide parellelipipede, eſt celuy qui eſt compris de quadrangles plans, deſquels les oppoſez ſont parallels.

La ſuperdiagonalle de ces quatre corps, eſt la ligne qu'on imagine proceder de l'vn des angles ſolides à l'autre angle ſolide opposé, laquelle paſſe par le centre de chacun corps.

Colomne triangulaire, eſt le corps duquel la baſe eſt vn triangle, & les coſtez ſont trois ſuperficies quadrangulaires rectangles. Cecy s'appelle auſſi priſme.

Et les autres colomnes regulieres (c'eſt à dire deſquelles les baſes ſont figures regulieres) ſont appellees du nom de leurs baſes.

Priſme trapeze, eſt la colomne qui a pour baſe vn trapeze; & les coſtez ſont quatre ſuperficies rectangulaires, deſquelles deux oppoſees ſeulement ſont egales.

Les colomnes irregulieres, ſont celles qui ont leurs baſes irregulieres, comme trapezoïdes, tablettes, ou autrement.

Et les colomnes qui ont leurs coſtez non en angles droicts ſur leurs baſes, ſont nommees rhomboïdes.

Celles-cy auſſi ſont regulieres ou irregulieres comme leur baſe.

Digitized by Google

DES CORPS COMPRIS DES SVPERFICIES CIRCVLAIRES.

CYlindre, eſt vne colomne ayant deux cercles egaux & parallels pour ſes deux baſes, & la ligne droicte tirée de centre à autre, tombant perpendiculairement & en angles droicts en chaſcune d'icelles baſes, & toutes les lignes droictes tirees de la circonference de l'vne des baſes à la circonference de l'autre, paralleles & egales entre elles.

Cylindre Rhomboïde, eſt celuy duquel l'axe & les coſtez ne ſont en angles droicts ſur la baſe.

Le Cone, eſt vn corps pyramidal, duquel la baſe eſt vn cercle. Et celuy qui a le ſommet en la ligne orthogonelle eſleuée du centre de la baſe, s'appelle equicrure, ou equilatere.

Mais celuy duquel le ſommet eſt hors icelle ligne orthogonelle, s'appelle Cone Rhomboïde.

Rhombe ſolide, eſt le corps qui eſt compoſé de deux Cones equicrures, leſquels ont vne meſme baſe commune.

DE LA SPHERE.

SPhere, eſt vn corps compris d'vne ſeule ſuperficie qui ſe faict par vn demy cercle tournant vn tour ſur ſon dyametre immobile.

Et le centre, eſt le poinct du milieu, duquel toutes les lignes tirees à icelle ſuperficie, ſont egales.

Le dyametre, eſt la ligne droicte qui ſe termine à icelle ſuperficie, & qui paſſe par le centre: Il eſt auſſi appellé Axe de la Sphere.

Secteur de la Sphere, eſt vn ſolide qui contiẽt plus ou moins que la moitié de la Sphere, Et eſt fait quand vn plan couppe vne partie moindre que la moitié, & ſur iceluy plan (qui eſt vn cercle) eſt eſleué vn Cone, qui a ſon ſommet au centre de ladite Sphere; Ce Cone auec ceſte partie reſcindée, s'appelle ſecteur: & ce qui reſte, s'appelle auſſi ſecteur.

Et ces parties ainſi reſcindées ſimplement par vn plan, s'appellent ſection de la Sphere.

Et le plan qui aura ainſi couppé la Spere, s'appellera cercle mineur de la Sphere.

Mais le plan qui couppera la Sphere en deux egalement, s'appellera *cercle maieur*

Digitized by Google

Spheres paralleles, ſont celles qui ſont concentriques, c'eſt à dire ayãs vn meſme centre.

DES CORPS DESQVELS LES BASES SONT OVALES.

COlomne ouale, eſt qui a ſa baſe ouale, & eſt eſleuée orthogonellement ſur icelle.

Et celle qui n'eſt point eſleuée orthogonellement ſur ſa baſe, s'appellera colomne ouale Rhomboïde.

Cone ouale, eſt qui a ſa baſe ouale, & le ſommet en la ligne orthogonelle eſleuée du centre de la baſe.

Celuy qui a le ſommet hors la ligne orthogonelle, s'appellera Cone ouale Rhomboïde.

DES SPHEROIDES.

SPheroïde, eſt vn corps compris d'vne ſeule ſuperficie, faicte par vn demy ouale qui faict vn tour ſur ſon diamettre immobile.

Et celuy qui ſe faict ſur le plus grand diametre, s'appelle Spheroïde long, & de ceſte ſorte ſeulement entendons traicter, d'autant qu'elle eſt plus commune & vulgaire que tout autre ſorte: Et ne parlerons icy du Spheroïde court, pource qu'il eſt peu vſité & congneu, & ſa forme auſſi peu receüe entre les mechaniques meſmes.

Le centre du Spheroïde, eſt le poinct qui eſt iuſtement au milieu, par lequel toute ſuperficie plane trauerſant couppe le corps du Spheroïde en deux également.

Les diametres, ſont les lignes paſſantes par le centre, terminées à la ſuperficie & circonference du Spheroïde, deſquels les principaux ſont, le plus long & le plus court.

Secteur de Spheroïde, eſt le ſolide qui comprend la portion plus grande ou plus petite que la moitié dudit Spheroïde, faiſant angle (ou pour mieux dire) cime & ſommet d'vn Cone au centre d'iceluy Spheroïde.

Section de Spheroïde, eſt vne partie du Spheroïde couppée d'vne ſuperficie plane.

Digitized by Google

DES CORPS COMPRIS DE SVPERFICIES SPIRALES.

COlomne ſpirale, eſt celle qui a pour ſa baſe vne ſuperficie contenuë d'vne ſpirale, & de la ligne droicte de reuolution, eſtant ladite colomne eſleuée de tous ſes coſtez en angles droicts ſur icelle baſe.

Cone ſpiral, eſt celuy duquel la baſe eſt vne ſuperficie compriſe d'vne ſpirale & de la ligne droicte de reuolution, ayant le ſommet en la ligne orthogonelle, eſleuée du poinct du commencement de la ſpirale.

Colomne & Cone ſpiral Rhomboïde, eſt quand la ligne perpendiculaire de leur hauteur ne tombe au centre de la baſe (qui eſt le commencement de reuolution,) ains en quelque autre partie de la ſuperficie, ou hors icelle.

Meſurer vne grandeur, eſt chercher combien de fois quelque meſure commune eſt trouuée en icelle.

Meſure, eſt vne grandeur finie, par laquelle ſont meſurees toutes les grandeurs de meſme genre, Comme pied, pas, aulne, braſſe, toyſe, &c. qui ſont meſures fameuſes, eſquelles toutes les autres de meſme genre ſe rapportent: mais de ſorte que la plus petite, meſure vne égale à elle, & vne plus longue qu'elle; mais la plus longue ne peut pas meſurer la plus courte: car les lignes plus courtes ſont appellées moicties, tierces, quartes, &c. des plus longues.

Longueurs commenſurables ſont celles qui peuuent eſtre meſurees d'vne meſme meſure.

Longueurs incommenſurables, qui ne peuuent eſtre meſurees d'vne meſme meſure.

Les lignes qui ſont par puiſſance l'vne à l'autre, comme d'autres lignes ſont en longueur l'vne à l'autre, ſont celles deſquelles les quarrez ſont l'vn à l'autre, comme les longueurs des autres l'vne à l'autre.

Meſurer quelque ſuperficie, eſt chercher combien de fois quelque autre ſuperficie moindre eſt contenuë en icelle.

Et ces ſuperficies moindres ſont appellees poulce quarré, pied quarré, pas quarré, aulne quarrée, toyſe quarrée, &c. qui ſont meſures plus fameuſes, deſquelles on a accouſtumé vſer à la meſure des ſuperficies plus grandes.

Digitized by Google

Meſurer vn corps, eſt chercher combien de fois quelque autre corps moindre peut eſtre contenu en iceluy.

Et ces corps moindres, ſont appellez poulce cube, pied cube, aulne cube, toyſe cube, &c. qui ſont meſures plus vulgaires, deſquelles on mesure les corps plus ſpacieux & grands.

Les figures planes inſcriptes au cercle, ou en l'ouale, ou en la ligne ſpirale, ſont celles deſquelles tous les angles touchent la circonference de la figure en laquelle elles ſont inſcriptes.

Les circonſcriptes, ſont celles deſquelles tous les coſtez touchent la circonference de la figure à l'entour de laquelle elles ſont circonſcriptes.

La figure ſolide inſcripte en autre figure ſolide, eſt celle de laquelle tous les angles, ou coſtez, ou ſuperficies enſemble, touchent la ſuperficie de la figure en laquelle elle eſt inſcripte.

La circonſcripte, eſt celle de laquelle toutes les lignes ou ſuperficies des coſtez touchent la ſuperficie ou angles de celle à l'entour de laquelle elle eſt circonſcripte.

Raiſon, eſt vne mutuelle habitude de deux grandeurs l'vne à l'autre de meſme genre, ſelon la quantité.

Proportion, eſt vne ſimilitude de raiſons.

COMMVNE SENTENCE.

Entre deux grandeurs inegalles, peut eſtre conſiderée vne autre grandeur plus grande que la plus petite, & plus petite que la plus grande.

LE

Digitized by Google

LE PREMIER LIVRE DE GEOMETRIE DE I. ERRARD DE BAR-LE-DVC.

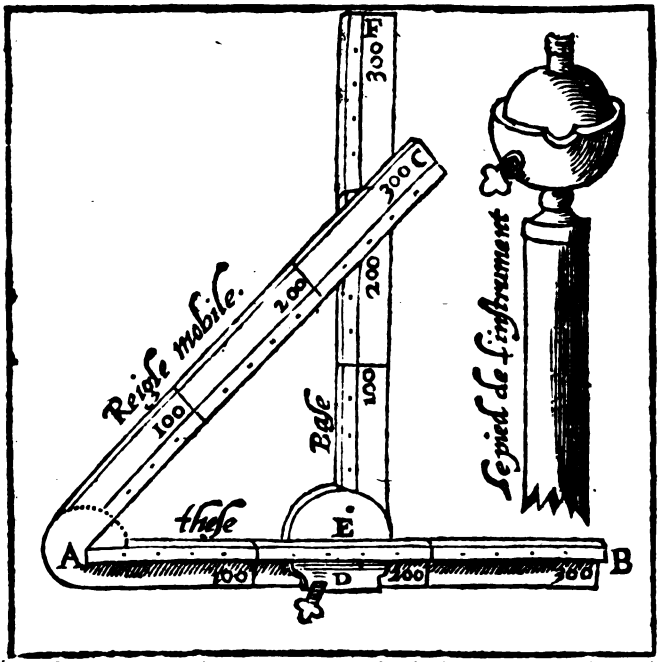
De la mesure des lignes droictes. Et premier de la composition de l'instrument.

CHAPITRE PREMIER.

D'AVTANT que toute dimention consiste en longueur, ou en longueur & largeur, ou en longueur largeur & profondeur: Nous commencerons par la dimention des longueurs seulement, & principalemēt des lignes droictes, qu'est la premiere, plus simple, & de laquelle dépendent les deux autres sortes de mesures: & me semble estre expedient de mettre en auant quelque sorte d'instrument, par lequel nous puissions auoir plus facile introduction à mesurer les lignes droictes inaccessibles: non que ie vueille astraindre aucun de s'arrester à cestuy (d'autant qu'on en a inuenté, ou on en peut inuenter, qui pourront estre plus agreables & aisez, selon la diuersité des esprits,) mais cecy seruira seulement au lecteur (en attendant mieux) pour veoir à l'œil, & toucher les raisons sur lesquelles les demonstrations suiuantes sont fondées.

Digitized by Google

OR ie desirerois que la composition fust telle: Que deux reigles de leton bien droictes fussent conjoinctes en forme de compas comme AB, AC, & de lõgueur chacune d'vn pied & demy ou enuiron, & de largeur d'vn poulce, se mouuans & tournans au centre A, apres que sur la reigle AB, (que nous appellerons these) soit vne graueure pour couler vn demy anneau marqué icy D, lequel enclorra vne autre regle EF (appellée base) laquelle sera



de semblable longueur, mais de largeur egale aux autres, ou vn peu plus estroicte, & qui se coulera auec le demy anneau au long de AB, & en sorte que sur son centre E, (qui sera iustement sur la ligne droicte AB,) elle pourra s'incliner & faire tel angle qu'on voudra auec la reigle AB, au long & joignant les superficies des reigles de la these & de la regle mobile AC, & laquelle neantmoins pourra estre arrestée par le moyen de quelque vis appliquée audit demy anneau.

Cela ainsi composé, & les pinnulles estant mises aux poincts ABC (comme on a accoustumé faire à tous instrumens) Que chacune desdites trois reigles soit diuisée en 300 parties egales, ou en autre nombre tel qu'il plaira. Finalement soit attaché à la reigle de la base vn pied pour soustenir, & sur lequel se puisse mouuoir tout l'instrument de costé & d'autre en telle inclination qu'on voudra, attaché, di-je, à la base, en tel endroit qu'icelle estant en pesanteur egale aux deux autres, puisse seruir de contrepois, afin que le mouuement de l'instrument en soit plus doux & aisé. Ie laisse à discretion la fabricature du pied auec les joinctures qui y doiuent estre: Seulement i'ay icy depeint audit pied vn globe enchassé dans vne concauité, parce qu'il

Digitized by Google

me ſemble que le mouuement qui ſe fera dans icelle, ſera plus commode: le tout ainſi qu'il eſt figuré & repreſenté en ceſt endroit.

Combien que ceſt inſtrument ſemble aſſez aiſé & commode pour meſurer les lignes droictes, neantmoins ie ſerois d'aduis d'vſer pluſtoſt de toutes autres ſortes d'inſtrumens, par le moyen deſquels on puiſſe obſeruer les angles, que non pas de ceſtuy-cy; duquel ſi quelqu'vn ſe veut ſeruir, nous l'admoneſtons de faire appliquer des pinulles aux poincts E & F de la baſe, outre celles cy-deſſus ſpecifiées.

Comment ſont meſurees les lignes droictes eſtenduës ſur vne ſuperficie plane.

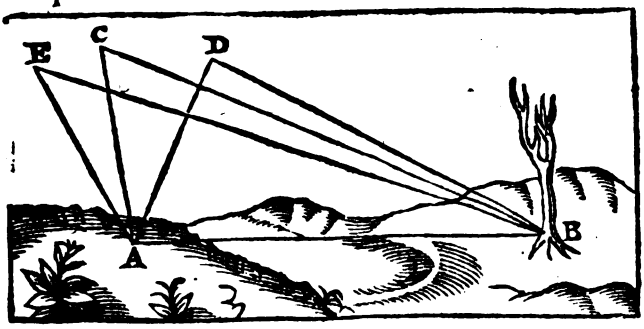
CHAP. II.

POur donc entrer à la meſure des lignes droictes, il faut eſtre aduerty que les vnes ſont acceſſibles du tout, comme ſont celles leſquelles on peut meſurer tout & au long mechaniquement, & ſans aucun empeſchement.

Les autres ſont ſeulement acceſſibles en partie, comme quand nous touchons l'vne des extremitez d'icelles, & ne nous eſt permis de paſſer à l'autre. Et les autres ſont inacceſſibles du tout, comme quand elles ſont eſloignées de nous en ſorte qu'il ne nous eſt poſſible de les toucher, ou approcher.

Or la meſure de ces dernieres depend de la meſure des acceſſibles en partie: & la meſure des acceſſibles en partie, dépend de la meſure des acceſſibles du tout.

Si donc vne ligne droicte AB, eſtenduë ſur quelque plan, eſt propoſée à meſurer, & de laquelle des extrémes ſeulement ſoit acceſſible comme A: lors faut joindre vne autre ligne droicte à icelle (comme AD, de laquelle la meſure ſoit congnuë) & n'importe que ceſte ligne certaine ſoit eſleuée au deſſus, eſtenduë au trauers, ou abaiſsée au deſſous, pourueu qu'elle faſſe angle auec la propoſée au poinct A: car alors de l'autre extrême de la cer-



Digitized by Google

taine, on peut par le ray de la veüe imaginer vne ligne droicte, tendante à l'autre bout de la proposée comme D B, ou C B, ou E B, & par ce moyen former & figurer vn triangle, duquel l'vn des costez estant congneu, auec la quantité des angles, on peut facilement paruenir à la cognoissance des autres costez. Et toute la difficulté de telles mesures ne gist en autre chose qu'à chercher vne ligne parallele à celle qu'on veut mesurer, qui n'est autre chose que couper les costez d'vn triángle proportionnellement: *Comme il est monstré tant en la 2. que 4. proposition du 6. d'Euclide*: Et ce qui sera facilement pratiqué cy apres.

Soit donc la ligne A B, proposée à mesurer, sur l'extremité de laquelle A, ie tire orthogonelement, & en angle droict la ligne A C, laquelle ie mesure, & contient 5. pieds, sur laquelle & au long d'icelle ie mets la regle de la base (comme D E) laquelle base sera parallele à A B, *par la 28. du 1.* mais il faut que l'instrument soit mis en sorte qu'il y ait depuis C iusques à D, autant de petites mesures de l'instrument comme il y aura de pieds depuis C iusques à A. Ce faict, faut mouuoir la reigle mobile C E, iusques à ce que du ray visüel on puisse veoir par les pinnulles d'icelle, l'extremité B: alors ie dis que le petit triãgle C D E, est equiangle & proportionnel au grand A B C, *par la 4. du 6.* La ligne donc D E, coupant les costez du grand triãgle C A, & C B, aux poincts D, E, les couppe proportionnellement *par la 2. du 6.* Telle raison donc que C D a en D E, telle & semblable a C A, à A B. Or si C D contient 5. petites mesures & degrez, & ie trouue que D E en contient 10, ie concluray, que C A contenant 5.

Digitized by Google

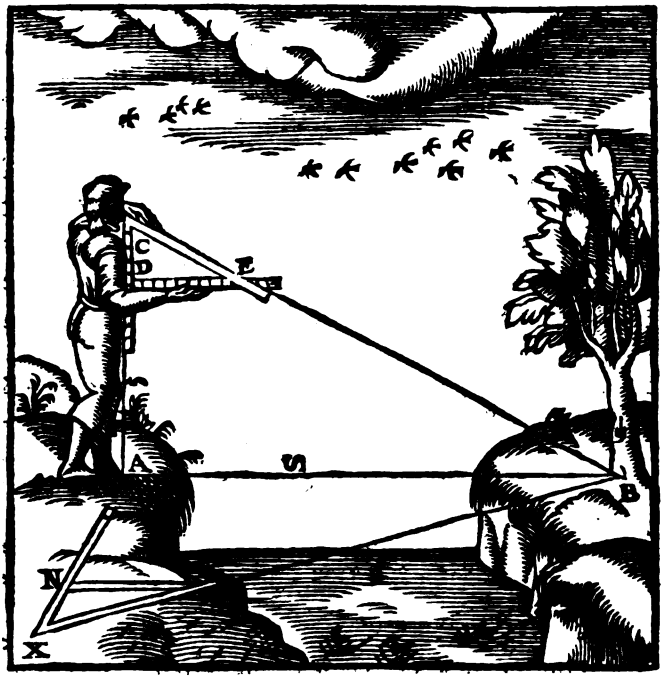
pieds, la ligne A B contiendra 10 pieds. Que si tu voulois encor sçauoir la longueur de C B, regarde combien de degrez aura C E, & autant aura de pieds icelle C B, *par les mesmes raisons*. Mais si plus commodément tu voulois prendre la ligne mesurée en trauers, comme A X, mets l'instrument en sorte que la reigle de la these soit directement sur la ligne X A, & que depuis X, iusques à la base N, soient autant de degrez comme X A contient de pieds, & posons qu'il y en ait quatre. Apres faicts que la base N T soit parallele à A B, & dresse la mobile au poinct & extremité B, alors le lieu où elle couppera la base (sçauoir T) monstrera la vraye longueur de A B: car autant de petites mesures que contiendra N T, autant de pieds contiendra A B. (le triangle X N T estant equiangle & proportionnel au triangle X A B) *par les prealeguées.*

D'autant qu'ayant intelligence de ce chap. tous les autres sont aisez, nous le repeterons icy, selon que i'estime qu'il doit estre, afin que les rudes & moins versez, tant en la pratique des instrumens, qu'és demonstrations d'icelles, en ayent facile intelligence: Car l'Autheur estant assez obscur en sa pratique, ne l'est pas moins és demonstrations, à cause que les propositions d'Euclide, sur lesquelles s'appuyent lesdites demonstrations, sont quelquesfois mal cottées: De ce nous aduertirons icy le Lecteur vne fois pour toutes, afin de ne repeter souuent vne mesme chose.

1. Soit donc la ligne A B proposée à mesurer, sur l'extremité de laquelle A, ie pose l'instrument sur son pied A C, en sorte que la these C D, soit orthogonelle & en angle droict à la plaine horisontalle: Ce faict ie dispose tellement la base D E qu'elle soit orthogonelle à la these C D, & qu'il y ait depuis C, iusques à D, autant de petites mesures de l'instrument, comme il y aura de pieds, ou toises depuis A iusques à C; (car encore que nous prenions icy A C pour le pied de l'instrument, lequel est ordinairement de 5. pieds, neantmoins ladite hauteur C A pourroit estre de d'auantage, pource qu'elle peut estre prise pour la hauteur de quelque fenestre, tour, ou de quelque autre edifice, du sommet duquel on voudroit mesurer la distance qu'il y a depuis le pied d'iceluy, iusques à quelque lieu qu'on voit; laquelle hauteur seroit cogneuë auec vn fillet ou fisselle à plomb.) puis il faut mouuoir la regle mobile C E, iusques à ce que du ray visuel on puisse veoir par les pinulles d'icelle l'extremité B: alors ie dis que la distance A B proposée à mesurer contient autant de pieds, (pas ou toises, selon la mesure auec laquelle on aura mesuré la haulteur C A) cõme D E contient de petites mesures de l'instrumẽt. Or la raison de cecy est, que puisque les angles C A B, C D E, sont egaux (car ils ont esté faict droicts) & l'angle C commun aux deux triangles C A B, C D E, iceux triangles sont equiangles par le Corol. de la 32. p. 1. d'Eucl. & partant ils ont les costez au long des angles égaux proportionnaux par la 4. p. 6. d'Eucl. tellement que C A sera à A B, comme C D à D E; & en permutant C A sera à C D, comme A B sera à D E par la 16.

Digitized by Google

p.5. d'Eucl. Mais CA & CD ont eſté faictes égales en nombre de parties: donc AB & DE ſeront auſſi égales en nombre de parties; c'eſt à dire que ayant trouué CA de 5 pieds, & fait CD de 5 petites meſures de l'inſtrument,



ſi on trouue que DE contienne 12 deſdites petites meſures, auſſi AB contiendra 12 pieds. Que ſi on vouloit auſſi ſçauoir la longueur ou diſtance CB, il n'y auroit qu'à regarder combien de petites meſures aura CE, car CB en contiendra autant de grandes.

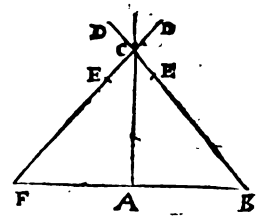
2. Mais s'il eſtoit plus commode de prendre la ligne meſurée en trauers, comme AX; ayant recogneu à coſté de vous quelque lieu vers lequel vous puiſſiez aller, diſpoſez l'inſtrument à l'extremité A en ſorte que depuis le centre de la theſe, iuſques au centre de la baſe, il y ait autant de petites parties, comme vous-vous voudrez eſloigner à coſté pour faire vne ſeconde ſtation, laquelle diſtance ſoit XN, que nous poſons eſtre de 6. parties; puis faictes que par les pinulles de la theſe, vous puiſſiez voir le lieu de la ſeconde ſtation X, & par celles de la baſe l'extremité B: Ce faict, arreſtez la baſe auec ſa viz, en ſorte que l'angle ou inclination qu'elle fait auec la theſe ne ſe puiſſe changer, & comptez autant de pieds au long de la ligne AX, comme NX contient de parties, ſçauoir eſt 6. pieds, leſquels s'allant terminer au poinct X, vous y poſerez l'inſtrument, & le diſpoſerez en ſorte que par les pinulles de la theſe vous puiſſiez voir l'extremité A; puis vous remuërez la regle mobile XT, iuſques à ce que vous puiſſiez voir par les pinulles d'icelle l'extremité B: & alors le lieu où elle couppera la baſe, ſçauoir T, monſtrera la vraye longueur & quantité de

Digitized by Google

la distance A B : car autant de petites parties que contiendra N T, autant de pieds contiendra ladite A B, à cause que le petit triangle X N T est equiangle & proportionnel au grand triangle X A B, par les mesmes raisons que dessus. Mais est à notter, que si le lieu permet de prendre l'angle XNT droict, l'operation en sera beaucoup plus prompte & facile, pource qu'alors il ne sera besoin d'arrester fixement la base à certain poinct de la these, au lieu de la premiere station, ains seulement lors qu'on sera paruenu au lieu choisi pour faire la seconde station.

Or plusieurs Autheurs ont enseigné à mesurer lesdites distances par le moyen de diuers autres instrumens, comme demy-cercle, quarré Geometrique, ray Astronomique, Holometre, Cosmometre, Henry-metre, Compas de proportion, & autres instrumens de difficile construction ; mais nous enseignerons icy le moyen de ce faire au def aut d'iceux, lors que les occasions & la necessité le requiert.

3. Si donc il faloit mesurer en vn lieu plain quelque petite longueur, comme pourroit estre la largeur d'vne riuiere, d'vn fossé, estang, ou autres choses qui ne peuuent estre mesurées actuellement, à cause de quelque empeschement, sera procedé comme ensuit. Sur le bord ou extremité de la largeur & distance proposée à mesurer A B, soit fiché vn baston C A à angle droict sur la plaine horisontalle : & en quelque endroit d'iceluy baston, comme en C, soit accommodé vn autre petit baston ou baguette D E, en sorte que le ray visuel, allant le long d'icelle, rencontre l'extremité B: Ce faict, ladite vergette D E demeurant tellement ferme & fixe que l'angle A C B ne se puisse changer en remuant le baston A C, soit tourné ledit baston A C (iceluy demeurant touiours à angle droict sur la plaine) iusques à ce que le ray visuel passant derechef le long de ladite vergette D E, rencontre sur la plaine quelque poinct F, la distance iusques auquel vous puissiez mesurer actuellement ; & lors ladite distance A F sera égale à la proposée A B. Car puisque les angles du poinct A sont égaux (estans droicts) & aussi A C B, A C F, les deux triangles B A C, F A C ont deux angles égaux à deux angles chascun au sien, & le costé A C commun ; partant les costez A B, A F, seront égaux par la 26. p. 1. d'Eucl. tellement que si on mesure actuellement A F, la distance A B sera congneuë.



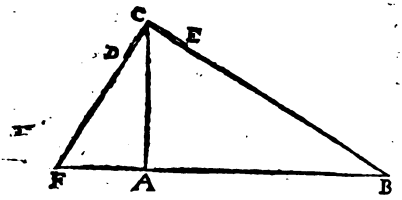
4. On obtiendra encore ladite distance A B sans la vergette DE ainsi: Ayant fiché en angle droict le baston CA, qui soit quelque peu moindre que la hauteur du mesureur, appuyez le menton sur l'extremité C, & accommodez vostre chappeau en sorte que le rayon visuel passant par l'extremité du bord d'iceluy rencontre l'extremité B ; puis ledit chappeau demeurant fixe, tournez-vous vers quelque plan mesurable, & nottez en iceluy le poinct F, auquel le ray visuel rencontre ledit plan : & alors la distance iusques audit poinct F estant mesurée actuellement, on cognoistra la distance proposée A B, qui luy est égale, comme dit est cy-dessus.

5. Autrement, Prenez vne equaire, ou plustost vne saulterelle, qui se puisse

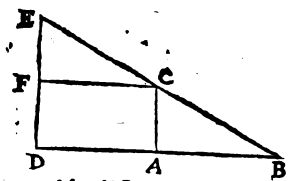
Digitized by Google

mettre à angle droict, (on peut faire faire ceſt inſtrument par tout, car ce ne ſont que deux regles ioinctes enſemble par l'vne des extremitez, ſoit à charniere ou autrement) & ayant accommodé l'vne des branches d'icelle faulterelle au long du baſton AC, ouurez l'autre branche CE, iuſques à ce que le rayon viſuel paſſant le long d'icelle aille rencontrer l'extremité B: puis ladite faulterelle demeurant ainſi ouuerte, tournez ladite branche CE vers la plaine meſurable, en laquelle le ray viſuel CE ira rencontrer vn poinct F, comme deuant.

6. Autrement, Ayant diſpoſé l'angle droict de l'equaire DCE au ſommet d'vn baſton AC, en ſorte que le ray viſuel paſſant au long du coſté interieur de la reigle CE, aille rencontrer l'extremité B, regardez le long de l'autre regle CD, & remarquez le poinct F en la plaine. Ce faict, meſurez FA & AC; puis diuiſez le quarré de AC par FA, & viendra la diſtance AB: & ce d'autant que par le Corol. de la 8. p. 6. AC eſt moyenne proportionnelle entre FA & AB.



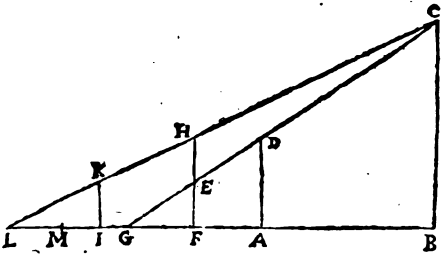
7. Autrement, Prenez deux baſtons inegaux de certaine meſure, le plus grand deſquels ſoit quelque peu moindre que la haulteur du meſureur, & ayant poſé en angle droict le moindre AC à l'extremité A de la longueur propoſée à meſurer, reculez-vous directement, iuſques à ce que poſant l'autre baſton DE auſſi en angle droict, le rayon viſuel paſſant par les extremitez E & C, aille rencontrer l'extremité B: Ce fait oſtez le moindre baſton AC du plus grand DE, & le reſte poſez-le au premier terme d'vne regle de trois, au ſecond la diſtance DA, & au troiſieſme la haulteur du petit baſton AC; & faiſant la regle, viendra la diſtance requiſe AB. Car ayant du poinct C tiré CF parallele à AD, les triangles EFC, CAB ſeront équiangles, pource que par la 29. p. 1. les angles ABC, FCE ſont égaux, & ceux des poincts A, D, & F auſſi égaux; & partant le troiſieſme angle égal au troiſieſme. Parquoy par la 4. p. 6. les coſtez au long des angles égaux EFC, CAB, ſeront proportionnaux, c'eſt à dire que comme EF ſera à FC, ainſi CA ſera à AB: Mais EF eſt la difference des deux baſtons; (car AC, DF, ſont égaux par la 34. p. 1.) Donc comme la difference des baſtons eſt à la diſtance d'iceux, ainſi le moindre baſton eſt à la diſtance propoſée à meſurer: dont eſt manifeſte que ſi on prend le baſton DE double du baſton AC, que la diſtance propoſée à meſurer ſe trouuerra égale à la diſtance des baſtons DA.



8. Or en toutes les manieres & façons de meſurer cy-deſſus declarées, il eſt beſoin de voir l'extremité de la choſe propoſée à meſurer: mais ſi on ne pouuoit voir ladite extremité à cauſe de quelque obſtacle, qui eſt entre nous & ladite extremité, ains ſeulement le ſommet de quelque choſe eſleuée perpendiculairement à ladite extremité, on obtiendra ladite diſtance ainſi qu'il enſuit. Soit propoſé à meſurer la diſtance AB, ayant à ſon extremité B la hau-

Digitized by Google

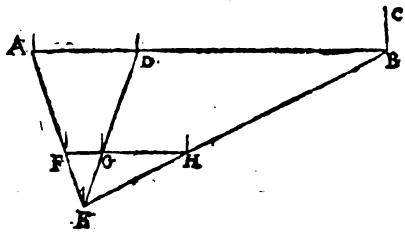
teur B C eſleuée perpendiculairement. Si on peut reculer ou aduancer directement, ſoient pris comme deſſus deux baſtons inégaux, le plus grand deſquels A D, ſoit poſé en angle droict à l'extremité A, (& ce d'autant que nous voulons reculer: car ſi on vouloit aduancer vers B, il faudroit poſer à ladite extremité A le moindre baſtõ) puis reculez directement iuſques à ce que plantant auſſi en angle droict le moindre baſton E F, on puiſſe voir par les extremitez E & D le ſommet C: & alors l'œil eſtant en D, regardez où le ray viſuel paſſant par E, ira rencontrer la plaine, & ſoit en G: Ce faict, apportez le grand baſton A D en la place du moindre F E, (ou en quelque autre endroict que ce ſoit,) & ſoit F H; puis reculez directement, iuſques à ce que plantant derechef en angle droict le moindre baſton I K, le ray viſuel paſſant par les extremitez K & H, aille rencontrer le ſommet C: & lors l'œil eſtant en H, regardez où le ray viſuel paſſant par K ira rencontrer la plaine, & ſoit en L: Ce faict, meſurez la diſtance L G, L F & G A; puis oſtez A G de F L, & le reſte poſez-le au premier terme d'vne regle de trois, au ſecond terme L G, mais au troiſieſme L F; & la regle eſtant faicte, vous aurez la diſtance L B, dont L A eſtant oſtée, reſtera la diſtance propoſée à meſurer A B. Car puiſque par la 16. p. 1. l'angle B G C eſt plus grand que l'angle B L C, l'angle L H F ſera plus grand que l'angle G D A, & le coſté F L plus grand que le coſté A G: Soit donc priſe F M égale à A G, afin que L M ſoit la difference de A G à F L. Et d'autant que les triangles G D A, G C B, ont les angles A & B droicts, & l'angle G commun, ils ſont équiangles: partant par la 4 p. 6. comme A D ſera à A G, ainſi B C ſera à B G; & en changeant comme A D ſera à B C, ainſi ſera A G à B G. Par meſme raiſon les triangles L H F, L C B, ayans les angles F & B droicts, & l'angle L commun, ſont auſſi équiangles: Parquoy comme H F ſera à F L, ainſi B C ſera à B L; & en permutant comme H F ſera à B C, ainſi F L ſera à B L. Mais par la 7. p. 5. H F eſt à B C, comme A D à B C, à cauſe que A D & H F ſont égales: donc par la 11. p. 5. comme la toute F L ſera à la toute B L, ainſi la retranchée F M égale à A G ſera à la retranchée B G; partant le reſte L M ſera au reſte G L, comme la toute F L eſt à la toute B L par la 19. p. 5. Mais L M, G L & F L ſont congneuës; B L le ſera donc auſſi, de laquelle eſtant oſtée A L, reſtera A B cogneuë. Et eſt à notter que ſi on faict le grand baſton double du moindre, qu'il ne ſera beſoing d'appoſer l'œil en D, ny en H, pour trouuer les poincts G & L, pource qu'alors leſdits poincts ſont touſiours autant eſloignez du petit baſton qu'eſt la diſtance d'entre les deux: Car les triangles, rectangles A D G, F E G, eſtans équiangles, comme G A ſera à A D, ainſi G F ſera à F E par la 4. p. 6. & en permutant G A ſera à G F comme A D eſt à F E. Mais A D eſt double de F E: donc G A eſt auſſi double de G F; & partant G F & F A ſont égales. Quand donc cy apres nous-nous ſeruirons de deux baſtons inegaux, nous entendõs touſiours que l'vn ſoit double de l'autre,



Digitized by Google

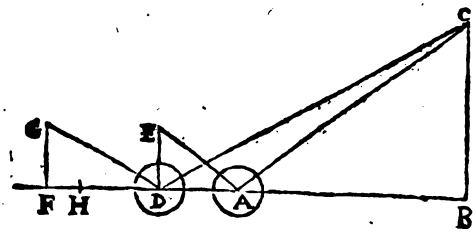
combien qu'il n'importe qu'ils feussent autrement, sinon que pour rendre l'operation plus prompte & facile.

9. Autrement, Soit derechef proposé à mesurer ladite distance AB, ayant à son extremité B la haulteur BC esleuée perpendiculairemẽt sur la plaine. Il faut sur AB (ou sur son prolonguement en arriere) prendre AD de telle mesure qu'on voudra, & soit pour exemple de 6. pieds; puis ayant planté aux poincts A & D deux bastons ou picquets, attachez-y deux cordes de telle longueur & mesure que vous voudrez; mais les prenant égales, l'operation en sera plus prompte: Ie les prends donc icy chascune de 9 pieds; & joignant les deux autres bouts ensemble, ie les tire iusques à ce qu'elles soient toutes estenduës, & forment le triangle Isoscelle ADE: & ayant planté vn baston en E, prenez la moitié, tiers, ou quart, &c. de chasque costé égaux; & soient EF, EG le tiers de chascun desdits costez: & ayant planté vn picquet à chasques poincts F & G, faictes aller vn homme directement selon FG, iusques à ce qu'il rencontre EB en H: Ce faict, mesurez FH, (ayant pris AD sur AB, car si c'estoit sur son prolongement, il faudroit seulement mesurer GH) & posons quelle soit de 10. pieds, le triple d'icelle FH sera donc 30. pieds, & autant sera la longueur de la distance AB, puisque nous auons pris EF le tiers de EA, car telle partie que EF sera de EA, aussi FH le sera de AB: & ce d'autant que les triangles EAB, EFH sont équiangles; & partant comme EA est à AB, ainsi EF est à FH: & en permutant comme EA sera à EF, ainsi AB sera à FH. Mais EA est le triple de EF: donc aussi AB sera le triple de FH.



10. On peut encore mesurer la mesme distance AB auec vne équairre ou saulterelle, disposant l'vne des branches selon AB, & l'autre selon AE: & estant venu en F, & disposé l'vne des iambes selon FE (la saulterelle estant ouuerte cõme en A, qu'vn homme aille selon l'autre branche iusques à ce qu'il rencontre EB en H: Tout le reste soit faict & entendu comme dessus.

11. La mesme distance AB peut encore estre mesurée auec vn miroir plain ainsi qu'il ensuit. Ayant posé le centre d'vn miroir plain à l'extremité A, reculez-vous directement iusques à ce que vous puissiez voir audit miroir le sommet de la haulteur esleuée BC, & soit iusques en D, distant de A par 15. pieds, duquel lieu le mesureur (l'œil d'iceluy estant de la haulteur de DE) voye par le rayon reflechy EAC le sommet C: en apres soit apporté le miroir de A en D, puis reculez-vous derechef iusques à ce qu'estant paruenu en F, on voye par le rayon reflechy GDC le sommet C: & supposons que la distance FD



Digitized by Google

soit 10. pieds : icelle distance soit mise au dernier terme d'vne regle de trois, au second la distance D A, & au troisiesme terme la difference d'entre F D & D A : ladite reigle estant faite, viendront 60. desquels ostez la distance D A, & resteront 45. pieds pour la distance A B proposée à mesurer. Car d'autant que par la 1. p. de la Catopt. d'Eucl. les angles d'incidence DAE, FDG, sont égaux aux angles de reflexion BAC, BDA, chascun au sien, les triãgles rectangles ACB, AEB, & DCB, DGF, sont équiangles, & partant par la 4. p. 6. comme D F est à FG, ainsi D B est à BC ; & A D à DE, comme A B à BC. Mais par la 8. p. 5. il y a plus grande raison de D B à BC, que de A B à la mesme BC : Il y aura donc aussi plus grande raison de D F à FG, que de A D à DE, égale à icelle FG : & partant par la 10. p. 5. DF sera plus grande que DA : Parquoy de D F on pourra retrancher vne partie égale à D A, & soit DH. Et puisque par la 4. p. 6. comme D E est à DA, ainsi BC est à AB : en permutant DE, sera à BC, comme DA à A B : pour mesme raison FG sera à BC, comme F D à DB. Mais FG & DE sont égales : & partant par la 7. p. 5. comme DE sera à BC, ainsi sera FG à la mesme BC : Et par la 11. p. 5. comme la toute FD est à la toute DB, ainsi DA, ou la retranchée DH, est à la retranchée AB : donc le reste FH sera au reste DA, comme la toute F D est à la toute DB par la 19. p. 5.

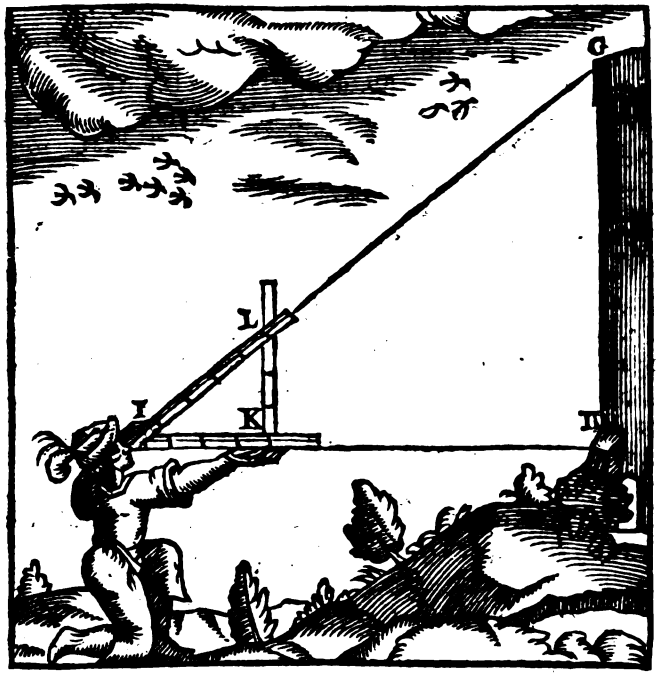
Par quel moyen sont mesurées les haulteurs perpendiculaires.

CHAP. III.

POur mesurer vne haulteur perpendiculaire comme de la tour GH, laquelle on pourra approcher par le bas, regarde combien de pieds sont depuis ton œil, ou le lieu de ta station I, iusques à ladite tour H : & posons qu'il y ait 24. pieds, mets & colloque l'instrument en sorte que la base KL soit perpendiculaire, pour estre parallele à GH : & aussi que la these soit tirée de façon que depuis I, iusques à K, ne soyent que 24. degrez ou petites mesures : laquelle reigle I K tu dresseras neantmoins droicte vers le poinct H, ou quelque autre lieu que tu auras remarqué contre icelle tour pour estre au plus pres du niueau. Ce faict, hausse la mobile IL iusques à ce que par ses pinulles tu découure le sommet G : lors sera formé le grand triangle IHG, & le petit IKL, lesquels seront equiangles & proportionnaux l'vn à l'autre, *par les prealeguées*, d'autant que LK est parallele à GH.

Si donc ie trouue LK contenir 18. petites mesures, desquelles IK en contient 24. ie concluray que GH contiendra 18. pieds ou autres semblables mesures, desquelles IH en contiendra 24. Car telle raison que LK a à IK, telle & semblable a GH à IH. Et pour sçauoir la

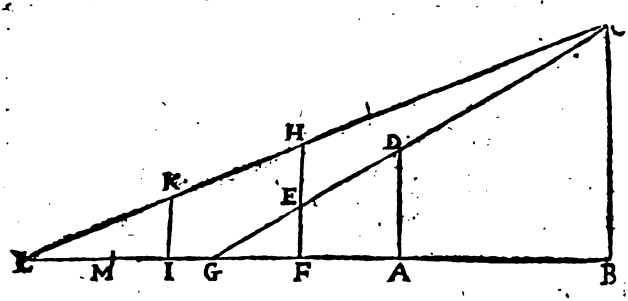
Digitized by Google



longueur & distance I G, regarde cõbien de degrez ou petites mesures a la ligne depuis I, iusques au poinct qu'elle coupe la base L: car autant de pieds aura toute la ligne IG.

Que si on ne pouuoit approcher de la tour pour mesurer la ligne IH, tu chercheras icelle longueur ainsi qu'il a esté enseigné au chapitre precedent.

1. On peut aussi mesurer ladicte haulteur auec deux bastons inegaux: comme pour exemple, estant proposé à mesurer la haulteur BC, laquelle est accessible par le pied B, esloignez-vous d'icelle haulteur tant qu'il vous plaira, contant & mesurant la distance par laquelle vous-vous esloignez, comme iusques en A, que nous posons estre distant de BC par 20. pieds, & là soit fiché perpendicul. à la plaine horisontalle vn baston ou picquet AD de certaine mesure, & posons qu'il soit de 4. pieds; puis ayant vn autre baston EF, qui soit moytié de AD, reculez-vous directement, iusques à ce que plantant ledit baston EF aussi perpendiculairement à la plaine, vous puissiez voir le sommet C de la haulteur proposée, par les sommitez desdicts deux bastons, lequel reculemẽt soit iusques en F, qui est distant de A par 12. pieds: Ce fait, posez au premier terme d'vne regle de trois le double de FA, c'est



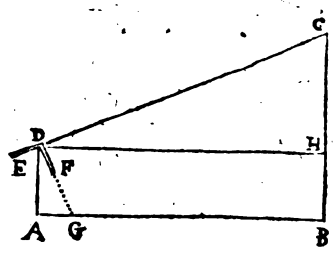
à dire GA, qui sera 24. pieds, au second terme le baston AD, sçauoir est 4. pieds, & au troisiesme terme, la distance AB iointe auec le double de FA, c'est à dire GB, qui sera 44. pieds, & la regle estant faite viendrõt 7. pieds $\frac{1}{3}$ pour la haulteur BC proposée à mesurer: & ce d'aultant qu'és triangles équiangles

Digitized by Google

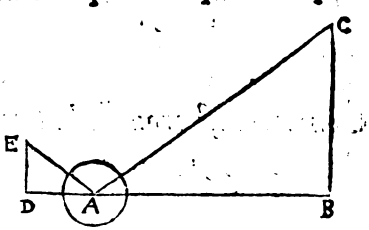
GBC, GAD, comme GA eſt à AD, ainſi GB eſt à BC, comme il a eſté plus au long demonſtré au nombre 8. du chap. precedent.

2. On obtiendroit auſſi la meſure de ladite haulteur auec vn ſeul baſton AD, ſi ayant planté ledit baſton, on recule d'iceluy iuſques à ce que l'œil eſtant abbaiſſé en terre, on voye le ſommet C de la haulteur propoſée BC: Ce qu'adviendra l'œil eſtant en G, & lors meſure l'interualle compris entre ton œil G & le pied du baſton AD, par les meſmes meſures dont ledict baſton aura eſté meſuré: cela faict, pourſuiuez comme deſſus, & vous aurez la regle de trois eſtant faicte, ladicte haulteur propoſée à meſurer, pour-ce que comme GA eſt à AD, ainſi GB eſt à BC.

3. On peut encore meſurer ladicte haulteur BC auec vne équairre: & pour ce faire, plantez en angle droict le baſton AD, & à la ſommité d'iceluy appliquez l'angle droict de l'equaire EDF, en ſorte que vous puiſſiez voir le long de la brãche ED, le ſommet de la haulteur C, & par l'autre branche DF, remarquez en la plaine le poinct G: Ce faict, meſurez AG & AB en meſmes meſures que AD; puis faictes vne regle de trois, au premier terme de laquelle mettez ledict baſton AD, au ſecõd AG, & au troiſieſme AB: la regle eſtant faite, ſi vous adiouſtez au produict la haulteur du baſton AD, vous aurez toute ladite haulteur propoſée BC. Car ayant tiré DH parallele à AB, le quadrilaterre ADHB ſera perallelogramme rectangle; & partant AB, DH: & AD, HB ſeront égaux par la 34. p. 1. Et puiſque les angles de A & H ſont droicts, & l'angle GDH commun aux deux droicts ADH, CDG, eſtant oſté les reſtans ADG, CDH ſeront égaux, & partant les triangles rectangles ADG, DHC ſont équiangles: Parquoy comme AD ſera à AG, ainſi DH ou AB ſera à HC par la 4. p. 6.



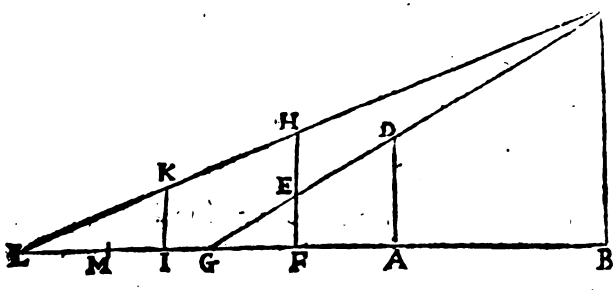
4. Ladicte haulteur BC peut encore eſtre meſurée auec vn miroir plain, & pour ce faire eſloignez-vous de ladite haulteur iuſques en A, auquel lieu vous poſerez le centre dudit miroir: & ſuppoſons qu'il ſoit eſloigné de B par 45. pieds, puis vous-vous reculerez directement iuſques à ce que vous puiſſiez voir audit miroir le ſommet de la haulteur propoſée C, & ſoit iuſques en D, diſtant de A par 12. pieds, duquel lieu le meſureur (eſtant de la haulteur de DE qui ſoit 4. pieds) voye par le rayon reflechy EAC le ſommet C: Ce fait, mettez au premier terme d'vne regle de trois la diſtance DA, au ſecõd la haulteur du meſureur DE, & au troiſieſme la diſtance AB, & viendra 15. pour la haulteur propoſé à meſurer BC. Car d'autant que les angles B & D ſont droicts, & l'angle d'incidence DAE égal à l'angle de reflexion BAC, les triangles ACB, AED, ſont equiangles, & partant par la 4. p. 6. comme AD à DE, ainſi AB à BC.



5. Mais ſi on ne pouuoit approcher de ladite haulteur BC pour meſurer

Digitized by Google

combien on en eſt eſloigné, ſoient faites les deux ſtations en A & F, comme il a eſté dit au nombre huictieſme de l'annotation du ch. precedent, & ayant meſuré les diſtances LG, LF & GA, par la meſme meſure dont on aura meſuré le baſton AD, ſoit mis au premier terme d'vne regle de trois LM, difference d'entre FL & AG, au ſecond terme LG, & au troiſieſme le baſton FH; & la regle eſtant faicte, on aura la haulteur BC propoſée à meſurer.



Car d'autant que par la 4. p. 6. LF eſt à FH, cõme LB eſt à BC: Item, que cõme GA eſt a AD, ainſi GB eſt à BC: Et que par la 8. p. 5. il y a plus grande raiſon de LB à BC, que de GB à la meſme BC, il y aura auſſi plus grande raiſon de LF à FH, que de GA à AD égal à iceluy FH. Donc LF ſera plus grande que GA par la 10. p. 5. & partant de FL on pourra retrancher FM égale à GA. Maintenant puiſque par la 4. p. 6. comme LF eſt à FH, ainſi LB eſt à BC, en permutant comme la toute LF ſera à la toute LB, ainſi FH ſera à BC. Par meſme raiſon GA, ou la retranchée FM, ſera à la retranchée GB, comme AD à BC, c'eſt à dire comme FH à BC. Donc auſſi le reſte LM ſera au reſte LG, comme la toute LF à la toute LB par la 19. p. 5. Mais il a eſté demonſtré que comme LF eſt à LB, ainſi FH eſt à BC: donc auſſi comme LM ſera à LG, ainſi FH ſera à BC.

6. La meſme haulteur BC peut auſſi eſtre meſurée auec vn miroir plain, procedant auec iceluy tout ainſi qu'au nombre 11. de l'ann. du ch. precedent, ſçauoir-eſt poſant le centre dudit miroir és poincts G, A & D, (voyez la derniere figure de la page 26.) & s'eſloignant d'iceluy iuſques à ce que l'œil du meſureur eſtant colloquéen E & G, apperçoiue audit miroir le ſommet C: Quoy faict, poſez au premier terme d'vne regle de trois la difference de AD à DF, au ſecond AD, & au troiſieſme la haulteur DE, & la regle faite on aura la haulteur propoſée BC. Car il a eſté demonſtré cy-deuant que comme DE eſt à BC, ainſi DA a AB, & FD a DB: & auſſi que comme FD eſt à DB, ainſi FH eſt à DA: Parquoy comme FH eſt à DA, ainſi DE eſt à BC par la 11. p. 5.

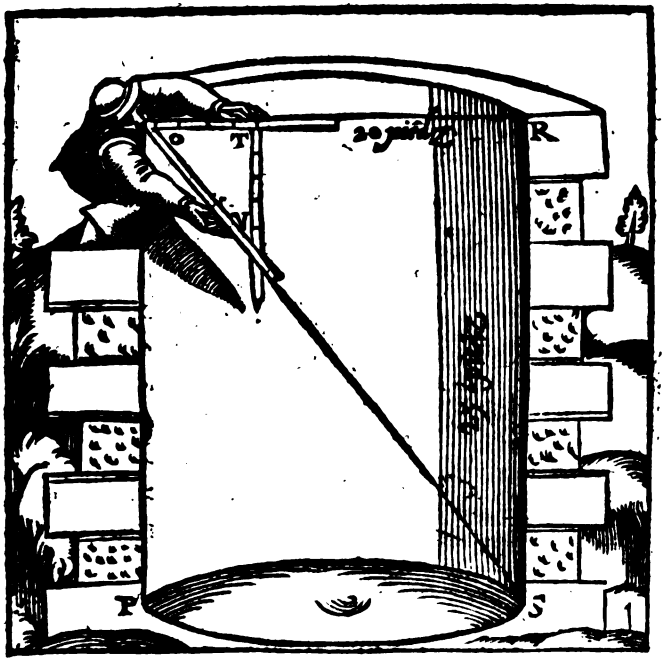
Comment eſt trouuée la longueur des lignes de la profondité des puiz & autres choſes abbaiſſées perpendiculairement.

CHAP. IV.

PAr la meſme facilité ſont meſurées les profondeurs perpendiculaires, comme RS: Car ſoit la largeur du puiz OR, congneuë de 20. pieds, ie poſe & mets l'inſtrument en ſorte que la baſe TV eſt à

Digitized by Google

plomb & parallele à RS, & de façon que OT, contienne 20. petites meſures (eſtant la regle OT directement ſur OR,) apres faut incliner la regle mobile OV, iuſques à ce que par ſes pinulles on puiſſe voir le fond S: alors ie regarde le lieu où elle coupe la baſe (ſçauoir V;) car autãt de petites meſures que contiendra TV; autant de pieds aura RS ou OP. Cõme pour plus ampleint elligence, ſi OT contient 20. meſures, & TV 25. il eſt certain que OR eſtant de 20. pieds, RS ſera de 25. auſſi la ligne OS ſera d'autant de pieds, comme OV contiendra de petites meſures.

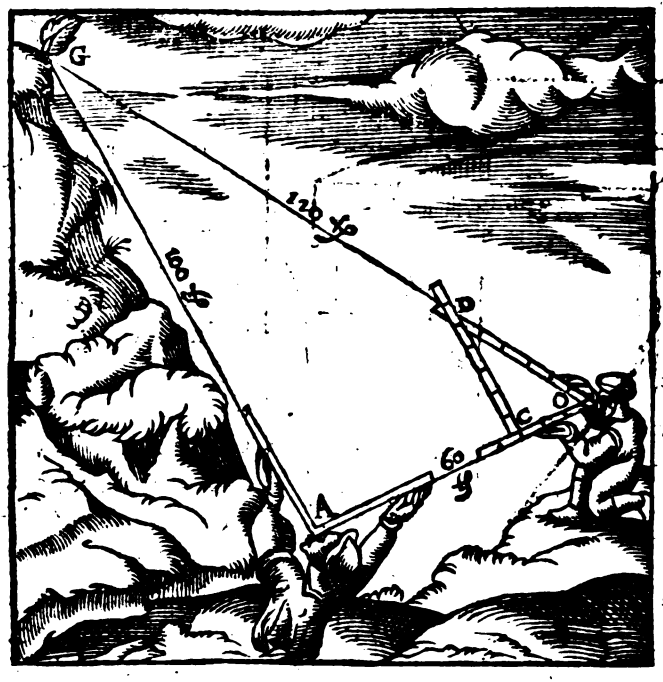


Comment ſont meſurées toutes lignes droictes panchantes au long de quelque montagne ou autrement.

CHAP. V.

SOit la ligne panchante à meſurer AG, l'extremité de laquelle A ſoit acceſſible. Tire la ligne de coſté AO, & la meſure, laquelle pour exemple contienne 60. toiſes, apres mets l'inſtrument au point O, en ſorte que la baſe CD, auec la theſe OC, comprennent vn angle égal à GAO, & que la theſe OC, ſoit directement ſur la ligne droicte OA. Ce faict, tu dois mouuoir la regle mobile OD, iuſques à ce que au long d'icelle & directement tu voyes le poinct G, comme ODG: alors icelle regle mobile couppant la baſe CD, fera cognoiſtre la diſtance AG: car en ce petit triangle ODC, équiangle & ſemblable au grand

Digitized by Google



OGA, la ligne DC, parallele à GA couppe les coſtez OG, & OA proportionnellement, *par la 2. du 6.* & par conſequēt rend le petit triangle ODC équiangle & ſemblable au grand OGA, *par la 4. du 6.* Si donc nous trouuons au petit triangle ODC, que la ligne DC contienne 100. meſures, deſquelles OC en contiendra 60. il eſt certain que GA contiendra 100. toiſes, eſtant AO de 60. toiſes: Et ſi la ligne OD contient 120. meſures, deſquelles DC en contient 100. & CO 60, il eſt auſſi manifeſte que toute la diſtance OG contiendra 120. toiſes, *par les prealeguées.*

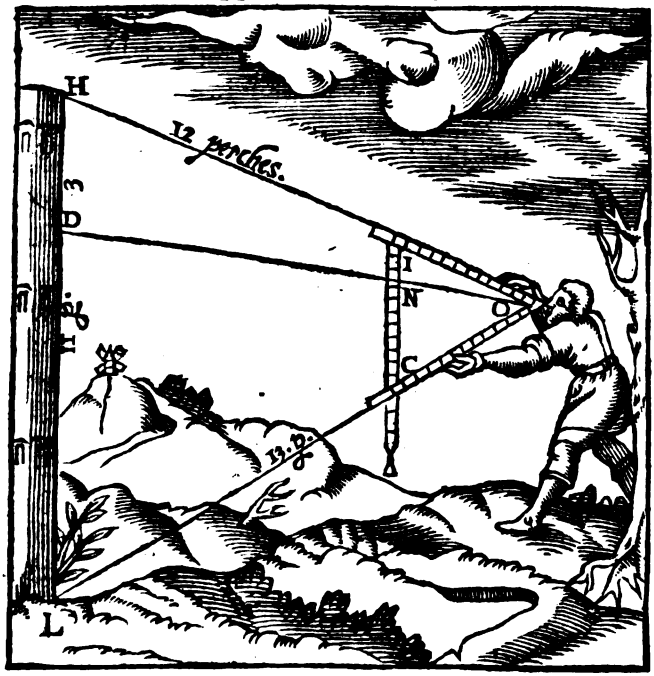
Par quel moyen ſont meſurées toutes lignes droictes, tant orthogonelles, que perpendiculaires.

CHAP. VI.

SI vne ligne droicte eſt propoſée à meſurer, comme HL, de laquelle partie ſoit eſleuée orthogonellement par deſſus le niueau de ton œil O, en partie abbaiſſée perpendiculairement au deſſous: cherchez *par le chapitre precedent* la longueur de la ligne OH, laquelle pour exemple ſoit de 12. perches de longueur. Apres faits pendre perpendiculairement la baſe, en ſorte qu'elle ſoit diſtante du poinct O, de 12. petites meſures. Ce faict, hauſſe ou abbaiſſe la regle mobile OC, iuſques à ce que droitement au long d'icelle tu voyes le poinct L: alors regarde combien de petites meſures contient la ligne IC, deſquelles

Digitized by Google

celles IO en contient 12 : car autant contiendra de perches la ligne HL, desquelles HO en contiendra 12. Et par exemple soit OI de 12. petites mesures, & IC de 11. Il est certain que HL sera de 11. perches de haulteur, *par les demonstrations precedentes.* Que si tu voulois seulement mesurer depuis le poinct D, iusques à H, regarde où le ray de ton œil OD coupe la base IC, sçauoir en N : car telle raison que IN a en IO, telle & semblable a la ligne HD, à la ligne HO, *comme il a esté monstré.* Si donc IN contient en longueur 3. petites mesures, desquelles IO en contient 12, il restera manifeste que HO estant de 12. perches, la ligne HD sera de trois perches. Et si nous trouuons OC faire 13. petites mesures, nous serons asseurez que toute la ligne droicte OL sera de 13. perches de longueur, *ce qu'il falloit demonstrer.*



Par quel moyen sont mesurées toutes lignes droites inaccessibles, estenduës en quelque inclination que ce soit.

CHAP. VII.

POur mesurer quelconque ligne inaccessible en quelque inclination qu'elle puisse estre, comme AB, cherches *par le premier chapitre* les distances du lieu C où tu seras, iusques à chascune extremité d'icelle ligne, comme CA, CB : & posons CA estre de 18. toises, & CB 30. mets les deux regles de l'instrument en sorte que du poinct

Digitized by Google

C, vne chaſcune reſponde directement aux extremitez de la ligne à meſurer, comme CDA, CEB. Apres retire ou auance tellemẽt la baſe DE, que depuis C, iuſques à D, ſoyent 18. parcelles, & depuis C, iuſques à E (où la baſe entrecouppera la mobile) 30. autres parcelles. Ce faict, regarde combien de parcelles contiendra DE, car d'autant de toiſes ſera la ligne propoſée AB. La raiſon eſt d'autant que CD, & CE, eſtant proportionnelles à CA, & CB, la ligne droicte DE ſera parallele à AB, *par la ſeconde partie de la 2. du 6.* & ainſi le petit triangle CDE, ſera équiangle & proportionnel au grand CAB, *par la 4. du 6.* Si donc DE eſt de 23. petites meſures, AB ſera de 23. toiſes.

Ceſte ſeule demonſtration ſuffit pour cognoiſtre comment il faudra meſurer toutes lignes droites inacceſſibles, eſleuées ſur quelque montaigne, ou autrement inclinées comme on voudra: Car les deux regles de l'inſtrument eſtant dreſſées directement aux extremitez de la ligne propoſée, feront auec icelle vn grand triangle: & lors ſi les deux coſtez ſont cogneus *par le premier chapitre de ce liure*, il ſera facile de former le petit triangle, qui donnera incontinent cognoiſſance du grand, *ce qu'il falloit demonſtrer.*

Fin du premier Liure.

Digitized by Google

A

MONSEIGNEVR LE DVC DE BVILLON, PRINCE

souuerain de Sedan, Iametz, Raucourt, Vicomte de Turaine, &c. Mareſchal de France.

MONSEIGNEVR,

Vous ayant par cy-deuant faict voir quelque eſchantillon de ce traicté, qui n'eſtoit encor que demy esbauché, & maintenant luy ayant donné ſa derniere main, i'ay eſtimé eſtre de mon deuoir vous preſenter ce ſecond Liure de la meſure des ſuperficies planes; Eſperant qu'il vous ſera aggreable, à cauſe de ſon ſubject; & le receurez volontiers de celuy ſur lequel vous auez toute puiſſance, & qui demeurera à iamais

DE VOSTRE GRANDEVR

Treſ-humble & treſ-obeïſſant
ſeruiteur I. ERRARD.

Digitized by Google

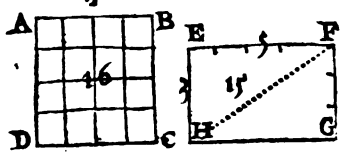
LE SECOND LIVRE DE LA MESVRE DES SVPERFICIES PLANES.

Comment ſont meſurez les parallelogrammes rectangles.

CHAPITRE PREMIER.

COMBIEN qu'entre les ſuperficies rectilignes, les triangles, ſelon l'ordre de nature, ſoient les premiers, comme eſtant les plus ſimples, toutesfois pour le regard des meſures & dimentions des ſuperficies, on a accouſtumé de commencer par les quarrez & parallelogrammes rectangles, d'autant que d'iceux meſme dépend la meſure des ſuperficies triangulaires, leſquelles ne peuuent eſtre cogneuës ny meſurées, que premierement elles ne ſoient reduictes en parallelogrammes rectangles, comme tous corps en rectangle ſolide.

De tout parallelogramme rectangle, l'vn des coſtez eſtant multiplié par l'autre, produict le contenu de l'aire d'iceluy parallelogramme.



Soit premierement pour exemple le quarré ABCD à meſurer, duquel vn chaſcun coſté ſoit de 4. pieds de longueur, il conuient multiplier l'vn des coſtez par l'autre, ſçauoir 4. par 4. & le produict 16. ſera le contenu du quarré *ſuyuant la 13. diffinition du 7. liure d'Euclide.*

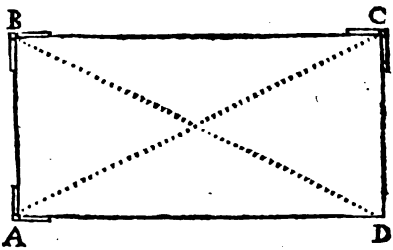
Si le parallelogrãme rectangle EFGH, a l'vn des coſtez de 3. pieds, & l'autre de 5. il faut multiplier 3. par 5. & le produict 15. ſera le contenu du parallelogramme: C'eſt à dire que vn pied quarré ſera contenu 15. fois en iceluy rectangle. Et cecy eſt ſuffiſant pour faire entendre comment l'on doit meſurer par toiſes, braſſes, aulnes & autres

Digitized by Google

meſures, d'autant qu'en ceſte demonſtration on peut au lieu de pied quarré, preſuppoſer vne aulne quarrée, vne toiſe quarrée, ou quelque autre meſure de laquelle on voudra meſurer la ſuperficie propoſée.

Pareillement ſi l'vn des coſtez dudit rectangle EFGH eſtoit de 4. pieds, & l'autre de $7\frac{1}{2}$: multipliant $7\frac{1}{2}$, par 4. le produit 30. ſeroit le contenu dudit paralelogramme. Ainſi auſſi l'vn des coſtez eſtant $5\frac{1}{3}$, & l'autre $8\frac{1}{2}$, multipliant $8\frac{1}{2}$ par $5\frac{1}{3}$ viendront $53\frac{5}{6}$ pour le contenu dudit parallelogramme.

Or pour appliquer ces choſes à l'vſage & pratique ordinaire, nous dirons que quelqu'vn voyant vne piece de terre ou autre ſuperficie plane de forme quadrilaterre, dont il deſire cognoiſtre l'aire ou contenu, il doit recognoiſtre ſi elle eſt rectãgulaire, & pour ce faire doit auoir quelque inſtrument Geometrique, par le moyen duquel il puiſſe obſeruer ledit angle, & s'il me croiſt, qu'il choiſiſſe entre tous les inſtrumens vn demy cercle, ou cercle entier, bien & exactement diuiſé en 360. degrez, au centre duquel ſoit vne alidade garnie de deux pinulles, ou bien vn compas de proportion auſſi garny de pinulles, & d'vn pied ou baſton pour le ſouſtenir ferme en tel lieu, & inclinations qu'on voudra: d'iceluy nous-nous ſeruirons en toutes les operations qu'il ſera neceſſaire de faire cy apres. Voulant donc meſurer vne ſuperficie quadrilaterre ABCD, ie poſe mon Compas ſur ſon pied à l'angle A, & le diſpoſe en ſorte que les deux iambes d'iceluy s'accordent ſur les lignes AB, AD: quoy fait, ie regarde de combien de degrez il eſt ouuert, & trouuant qu'il l'eſt de 90. deg. ie va à l'angle B, meſurant y allant le coſté AB, auquel poinct B ie diſpoſe auſſi mon Compas ſur ſon pied, en ſorte que les iambes d'iceluy s'accordent ſur les coſtez BA, BC, puis ie regarde quelle eſt ſon ouuerture; & trouuant que ladicte ouuerture eſt auſſi l'angle droict, ie va encore à l'angle C, meſurant y allant la longueur du coſté BC, & ayant diſpoſé le Compas audit lieu C, & trouué que ledit angle C eſt encore droict, ie concluds que la piece ou ſuperficie quadrangulaire ABCD eſt rectangulaire. Car puiſque par le ſcholie de la 32. p. 1. les quatre angles de tout quadrilaterre ſont eſgaux à quatre angles droicts, les trois A, B, C, eſtans droicts, il s'enſuit que le quatrieſme D eſt auſſi droict. Parquoy multipliant comme dict eſt le coſté AB, par le coſté BC, ſera produict l'aire ou ſurfaſſe dudit quadrilaterre ABCD propoſé à meſurer.



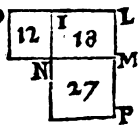
Que ſi ayant obſerué les deux angles droicts A & B, & meſuré le coſté AB, on ne pouuoit aller à l'vn ny à l'autre des deux autres angles C & D: il faudroit auſſi obſeruer l'angle BAC, poſant l'vne des iambes du Compas ſur AB, & ouurir l'autre iuſques à ce qu'on voye par les pinulles d'icelle le poinct C: puis le Compas demeurant ainſi ouuert, tranſportez-le en B, & l'y diſpoſez en ſorte que l'vne des iambes s'accorde ſelon BA, quoy faiſant ſi le

Digitized by Google

rayon visuel passant par les pinulles de l'autre iambe va rencontrer le poinct D, ledit quadrilaterre sera rectangle, & le costé BC sera trouué comme il est enseigné à la 2.p. des triangles rectilignes de Henrion, lequel estant cogneu, on trouuera laire comme dit est cy-dessus.

Que si on cognoist que les costez opposez soient esgaux, ou parallels, ce sera assez d'obseruer l'vn des angles: Car s'il est trouué droict, le quadrilaterre sera rectangle comme dict est sur la 1. deff. 2.

Que si les costez d'vn rectangle estoient lignes incommensurables ou indicibles, ne se pouuant exprimer precisément par aucun nombre, alors



Le quarré de l'vn des costez du rectangle multiplié par le quarré de l'autre costé, produict vn nombre, duquel la racine quarrée est le contenu du rectangle proposé.

Comme soit le rectangle ILMN, duquel le costé IN, soit la racine de 12. & le costé MN la racine de 27. D'autant que *par la 1. du 6.* le quarré NP a telle raison au rectangle MI, que la ligne PM a à la ligne ML, (car ils sont en mesme haulteur,) & que le rectangle MI, a la mesme raison au quarré NO: il est éuident que le rectangle MI, est moyen proportionnel entre les deux quarrez. Si donc 12. est multiplié par 27, il en prouiendra 324, desquels la racine quarrée 18. (moyenne entre 12. & 27.) sera le contenu du rectangle MI.

Cecy est tiré de la premiere partie du lemme de la 54.p. 10. d'Eucl. où est demonstré que *si vne ligne droicte est couppée comme on voudra, le rectangle contenu soubs les parties est moyen proportionnel entre lès quarrez d'icelles parties.* Ce que nous demonstrerons encore icy en nombres, posant la proposition en ces termes: *Deux nombres se multipliant entr'eux, produisent vn nombre moyen proportionnel entre lès quarrez d'iceux.* Car soient deux nombres A & B: de A en B soit faict C, & de A en soy soit fait le quarré D, mais de B en soy le quarré E: ie dis que C est moyen proportionnel entre D & E. Car puisque A multipliant B & A a produict C & D; par la 17. p. 7. C sera à D, comme B à A. Semblablement pour ce que B multipliant B & A, a faict E & C: E sera aussi à C, comme B à A. Donc E, C, D sont continuellement proportionnaux. Et de ce est manifeste ce que dit icy nostre autheur: car puisque C est moyen prop. entre les quarrez, iceux se multipliant entr'eux, produiront le quarré de C par la 20.p.7.

A. 4. B. 5.
D. 16. C. 20. E. 25.

Si donc vn costé IN estoit 6, & l'autre costé NM √50. multipliant lesdits costez entr'eux viendroit √1800. pour le contenu dudict rectangle MI. Mais si l'vn des costez estoit √8, & l'autre √18, le contenu dudit parallelogramme seroit 12.

Digitized by Google

COROLLAIRE I.

De là eſt manifeſte, que le contenu eſtant donné auec l'vn des coſtez, il ſera aiſé trouuer l'autre.

Car en diuiſant tout le contenu par le coſté cogneu, le quotient ſera le coſté deſiré: Comme 15 diuiſé par 5, ſe trouuera pour le quotient 3, qui eſt le coſté cherché, ou 15 diuiſé par 3, ſe trouuera 5 pour l'autre coſté. Ou bien ſi le coſté NM, eſt donné, & le contenu 18. il eſt certain que le troiſieſme nombre proportionnel 12 (qu'eſt facile à trouuer) aura pour racine l'autre coſté IN.

Pareillement ſi le coſté IN eſtoit 6. & le contenu du parallelog. rectangle NL √1800, diuiſant √1800 par 6. c'eſt à dire par √36, on trouuera √50. pour l'autre coſté NM. Ainſi auſſi ledit coſté IN eſtant √8, & le contenu dudit rectangle IM 12, ſi on diuiſe 12, ou √144 par √8, on trouuera pour l'autre coſté NM √18.

COROLLAIRE II.

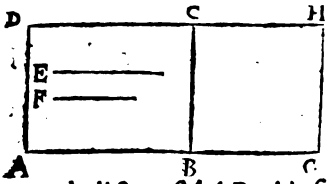
Comme auſsi le contenu eſtant donné auec la raiſon des coſtez, ſe trouuera la longueur d'vn chaſcun coſté.

Comme en la 1. figure de ce liure, entre le quarré de EH, (qui eſt 9.) & le quarré de EF (25) le moyen proportionnel eſt 15, pour le contenu du rectangle EG, *par la 18. du* 8. Or la raiſon de l'vn des coſtez à l'autre ſoit comme 3 à 5. faut donc diuiſer tout le contenu 15 par 5, & en prendre les trois cinquieſmes pour le quarré de l'vn des coſtez qui contiendra 9. duquel la racine quarrée ſera 3, pour la longueur du coſté EH. Apres faut encore diuiſer 15 par 3, & adjouſter encore deux tiers, qui feront en tout 25 pour le quarré de l'autre coſté EF, duquel la racine quarrée 5 ſera la iuſte longueur de EF.

Ou bien, ſi ayant multiplié le contenu par l'vn des termes de la raiſon donneé, on diuiſe le produit par l'autre terme, viendra le nombre quarré du coſté homologue au terme, par lequel on aura multiplié; & partant tirant la racine quarrée d'iceluy nombre, viendra ledit coſté: Et ce d'autant que *comme vn terme de la raiſon donnée eſt à l'autre, ainſi le rectangle donné eſt au quarré du coſté homologue au ſecond terme*; ce que nous demonſtrerons ainſi. Soit cogneu le rectangle ABCD, duquel les coſtez AB, & BC, qui comprennent l'angle droict B, ſoient entr'eux comme E à F; ie dis que comme E eſt à F, ainſi eſt le rectangle AC au quarré de BC. Car ayant conſtruit ſur icelle BC le quarré BGHC, par la 1. p. 6. le rectangle AC ſera au quarré BH, comme AB à BG, c'eſt à dire, comme AB à BC, ou E à F par la 11. p. 5. Parquoy

Digitized by Google

le rectangle AC estãt 192. & la raison des costez AB, BC, comme 4 à 3, faisant que comme 4 est à 3, ainsi 192 soit à vn quatriesme proportion. 144, iceluy

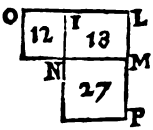


sera le quarré BH, & la racine quarrée 12 sera pour le costé BC, & partant l'autre costé AB sera trouué de 16, comme il est enseigné au precedent Corol. ou bien faisant que comme 3 est à 4. ainsi 192 soit à vn quatriesme prop. 1256, dont la racine quarrée sera pareillement 16, pour ledict costé AB. Ainsi aussi le rectangle cogneu estant 12. & la raison des costez comme 3 à 2, le quatriesme nombre proport. sera 8, & la racine quarrée d'iceluy √8. & tel sera le moindre costé, par lequel le rectangle 12. estant diuisé, viendra √18, pour le plus grand costé. Or il y a encore vne autre maniere de ce faire, au dernier chap. de l'Arithmetique de Henrion, laquelle nous ne rapporterons icy, mais bien vne operation Algebraique, dont il y en ya vn exemple en son Algebre question 15. Vn rectangle AC estant 180, & la raison des costez AB, BC, comme 5 à 4: pour trouuer lesdicts costez ie pose que AB soit 5ℵ, & partant BC 4ℵ: AC seroit donc 20q. qui seront esgaux au contenu donné 180: ie diuise donc 180. par 20, & viennent 9 pour la valeur de 1q, & partant 1ℵ vaudra 3: Le costé AB qui a esté posé de 5ℵ sera donc 15, & BC 12.

COROLLAIRE III.

La diagonalle d'vn parallelogramme rectangle peut estre trouuée, les deux costez estans donnez.

Car il a esté dit és deffinitions, que la diagonale d'vn parallelogramme rectangle, le couppe en deux triangles rectangles, & égaux entre eux. *Et par la 47. du 1. d'Euclide,* le quarré du costé qui soustient l'angle droict du triangle rectangle, est égal aux quarrez des autres costez du mesme triangle. Si donc les quarrez de NM, & NI, contiennent ensemble 39, il est certain que la racine de ce nombre sourd 39. (qui est 6 & 3 trezieſmes) sera la longueur de la diagonalle MI.



Ce que dit icy nostre Autheur est facile, c'est pourquoy nous ne nous y arresterons, ains ioindront icy plusieurs belles propositions concernant les rectangles, lesquelles (comme i'estime) ne seront desagreables à plusieurs.

1. *La difference des costez d'vn rectangle estant cogneue, & aussi la somme d'iceux, on trouuera lesdicts costez.*

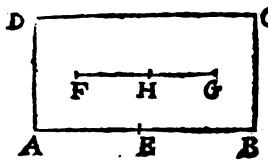
Car si de la moytié de la somme des costez, on oste la moytié de la difference, restera le moindre costé: mais si on l'adiouste, viendra le plus grand: ou bien si de toute la somme des costez, on oste la difference, & du reste on prend la moitié, on aura le moindre costé, & si à iceluy on adiouste ladite diff. viendra le plus grand costé. Si donc la difference des costez est 4, & la somme d'iceux

Digitized by Google

d'iceux 20; ladicte difference 4 oſtée de la ſomme 20, reſtera 16, dont la moytié 8. ſera le moindre coſté; mais ladicte moytié 8 eſtant adiouſtée à ladite difference 4, viendront 12 pour le plus grand coſté. Or combien que ceſte operation, comme auſſi les ſuiuantes, ſoient faciles, neantmoins nous adiouſterons à chaſque propoſition vne operation Algebraïque numeralle, afin que les plus rudes & moins verſez eſdites operations Algebraïques ſe puiſſent tant plus exercer en icelles: & n'eſtoit que peu ſont verſez en l'Algebre ſpecieuſe du tres-docte Viette (des Zetetiques duquel nous auons pris quelques vnes de ſes propoſitions) nous euſſions auſſi rapporté icy ſa façon d'operer. Venons donc à l'operation Algebraïque de ceſte prop. Ie poſe 1℔ pour le moindre coſté; & partant le plus grand ſera 1℔+4, & la ſomme d'iceux 2℔+4, qui ſeront eſgaux à 20; & partant 2℔ ſeront egales à 16: Parquoy chaſque racine vaudra 8; & tel ſera le moindre coſté, & par conſequent le plus grand ſera 12 comme deuant.

2. *La difference des deux coſtez eſtant cogneuë, & la raiſon d'iceux, on cognoiſtra leſdicts coſtez.*

Car comme la difference des termes de la raiſon eſt à l'vn ou l'autre d'iceux, ainſi la difference des coſtez, eſt au coſté correſpondant; Et ce d'autant qu'au rectangle ABCD, dont AE eſt la difference des coſtez AB, & BC, leſquels ſont entr'eux comme FG à GH; comme FH (difference des termes de la raiſon donnée) eſt à HG, ou à FG, ainſi AE (difference des coſtez) eſt à EB,



(c'eſt à dire BC ſon égale) ou à AB, tant par la 17. p. 5. que ſcholie de la 18.

Si donc la difference des coſtez AB, BC eſt 8, & la raiſon d'iceux eſt comme 5 à 3: La difference des termes d'icelle raiſon eſt 2; partant comme 2 eſt au plus grand terme 5, ainſi 8 difference des coſtez, eſt au plus grand coſté AB, qui ſera trouué de 20: Mais faiſant que comme 2 eſt au moindre terme 3, ainſi 8 ſoit à vn 4e prop. viendra 12 pour le moindre coſté BC. Item ſi la difference des coſtez eſt 10, & qu'iceux ſoient entr'eux comme √27 à √3; faiſant que comme √12 (difference des termes de la raiſon) eſt à √27, ainſi 10 (difference des coſtez) ſoit à vn 4e prop. viendront √225, c'eſt à dire 15, pour le plus grand coſté, dont la difference eſtant oſtée, reſtera 5 pour le moindre coſté. Pareillement ſi la difference des coſtez eſt √72, & leur raiſon triple: ſoit poſé 1℔ pour le moindre coſté, & par conſequent l'autre ſera 3℔, puis qu'ils ſont en raiſon triple: Parquoy la difference eſtant iointe au moindre coſté, ſera 1℔+√72, qui ſera égal à 3℔, & par conſequent 2℔ ſeront égales à √72: La valeur de chaſque racine ſera donc √18, & tel ſera le moindre coſté, & partant l'autre ſera √162.

3. *La ſomme des coſtez d'vn rectangle eſtant cogneuë, & la raiſon d'iceux, on peut cognoiſtre leſdits coſtez.*

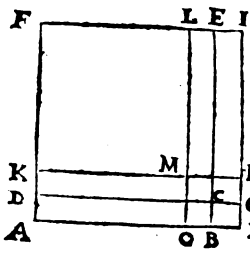
Car comme la ſomme des termes de la raiſon, eſt auquel on voudra d'iceux, ainſi la ſomme des coſtez eſt au coſté correſpondant: Pource que les coſtez AB, BC du rectangle cy-deſſus eſtans entr'eux, comme FH eſt à HG; comme FG ſera à FH, ou à HG, ainſi ABC ſera à AB, ou à BC par la 18. p. 5. &

Digitized by Google

ſcholie d'icelle. Parquoy les coſtez d'vn rectangle, eſtans entr'eux comme 4 à 5, & la ſomme d'iceux 36, ſi on trouue vn 4e nombre prop. à 9, 4, 36, iceluy ſera 16, pour le moindre coſté, & partant l'autre ſera 20. Item ſi la ſomme des coſtez eſtoit √50, & la raiſon d'iceux comme 3 à 2; trouuant vn 4e nombre proportionnel à 5, 3, & √50; il ſera √18, pour la quantité du plus grand coſté, lequel eſtant ſouſtraict de √50, reſtera √8 pour l'autre coſté, qui ſera auſſi trouué, cherchant le 4e nombre prop. à 5, 2 & √50. Semblablement ſi la ſomme des coſtez eſtoit 21, & leur raiſon fut comme 4 à 3: Soit poſé 4ℵ pour le plus grand coſté; partant le moindre ſera 3ℵ; & ces coſtez ioincts enſemble ſeront 7ℵ égales à 21: parquoy chaſque racine ſera 3, & partant le plus grand coſté ſera 12, & l'autre 9.

4. *Le contenu d'vn rectangle eſtant cogneu, & l'aggregé des quarrez des coſtez d'iceluy, on trouuera leſdits coſtez.*

Car ayant adjouſté le double du contenu dudit rectangle audit aggregé des quarrez, viendra le quarré de la ſomme des coſtez; mais l'oſtant, reſtera le quarré de la difference d'iceux coſtez; ce qui eſt manifeſte par la 8. p. 2. Et neantmoins à cauſe que de la demonſtration de ceſte prop. deſpend l'intelligence de pluſieurs autres, nous la demonſtrerõs ſommairement. Soit vn rectangle ABCD, ſur les coſtez duquel DC, BC ſoient deſcris, les deux quarrez DCEF & BCGH, & les coſtez FE, HG eſtans continuës iuſques à ce qu'ils ſe rencontrent en I, ſera accomply le quarré AFIH, lequel ſera égal aux deux rectangles AC, CI, & aux deux quarrez DE, BG enſemble par la 4. p. 2. Mais AH coſté d'iceluy quarré, eſt l'aggregé des coſtez du rectangle propoſé AC, & le rectangle CI eſt égal audit rectangle AC: Donc le double du rectangle propoſé AC, ioinct aux deux quarrez des coſtez d'iceluy rectangle, ſçauoir eſt à DE & BG, ſera égal à AI quarré de l'aggregé des coſtez AB, BC. Dauantage ſi de DF égale à AB, on prend DK égale à DA, le reſte KF ſera la difference des coſtez du rectãgle AC, ſur laquelle KF eſtant deſcrit le quarré KFLM, & continué les coſtez KM, LM, iuſques en N & D, il eſt éuident que le rectangle KC ſera égal au rectangle AC, comme auſſi le rectangle ME auec le quarré BG: & partant que deux fois le rectangle propoſé AC, eſtant oſté de l'aggregé des quarrez des coſtez d'iceluy, reſtera KL quarré de la difference deſdits coſtez. On aura donc par ce moyen l'aggregé des coſtez, & auſſi leur difference, & partant chaſque coſté ſera trouué comme dit eſt cy-deſſus.



Si donc le contenu d'vn rectangle eſt 40, & l'aggregé des quarrez de ſes coſtez 89: pour trouuer leſdits coſtez, i'adiouſte 80 (double du reſtangle) à l'aggregé des quarrez 89, & viennent 169, dont la racine quarrée 13, eſt la ſomme des coſtez: mais oſtant 80 de 89, reſte 9, dont la racine quarrée eſt 3, pour la difference deſdits coſtez, laquelle oſtée de l'aggregé d'iceux, reſte 10, dont la moitié 5 eſt pour le moindre coſté, & partant l'autre eſt 8. Item ſi le contenu d'vn rectangle eſt 6, & l'aggregé des quarrez des coſtez 15, le double

Digitized by Google

dudit rectangle sera 12, qui adiouſtez à 15, ſeront 27, dont la racine quarrée $\sqrt{27}$, eſt l'aggregé des coſtez: mais oſtant 12 de 15, reſtent 3, dont la racine quarée $\sqrt{3}$ eſt la difference deſdits coſtez, qui ſouſtraicte de l'aggregé $\sqrt{27}$, reſtent $\sqrt{12}$, dont la moitié $\sqrt{3}$ eſt le moindre coſté, & par conſequent l'autre coſté eſt $\sqrt{12}$. Pareillement le contenu d'vn rectangle ſoit 20, & la ſomme des quarrez des coſtez d'iceluy 41. Ie poſe 1ℓ pour l'vn des coſtez, l'autre ſera donc $\frac{20}{1ℓ}$, & partant leurs quarrez ſeront $1q$, & $\frac{400}{1q}$, qui adiouſtez enſemble feront $\frac{1qq+400}{1q}$ qui ſera égal à 41, laquelle equation ſera reduitte par la multiplication croiſée à $1qq+400$, & $41q$, & oſtant 400 de part & d'autre, reſtera l'équation entre $1qq$, & $41q--400$; & partant il faut extraire la racine quarrée de quarrée de $41q--400$, dont nous mettrons icy l'operation tout au long pour l'inſtruction des plus rudes & moins verſez eſdites operations Algebraiques: Ie prends la moitié du nombre des quarrez, qui eſt $\frac{41}{2}$, dont le quarré eſt $\frac{1681}{4}$, duquel ie ſouſtrait le nombre 400, & reſtent $\frac{81}{4}$, dont la racine quarrée eſt $\frac{9}{2}$, à laquelle eſtant adjouſtée la ſuſdite moytié $\frac{41}{2}$, viendront 25, pour la valeur d'vn quarré, & partant la racine quarrée 5, ſera pour le plus grand coſté: Mais oſtant leſdites $\frac{9}{2}$ des ſuſdits $\frac{41}{2}$ reſteront 16, dont la racine quarrée 4, eſt pour le moindre coſté. Autrement, ſoit encore vn rectangle dont le contenu eſt 28, & l'aggregé des quarrez des coſtez d'iceluy 88. Poſant que l'vn des quarrez ſoit $1q$, l'autre ſera $88---1q$, entre leſquels 28 ſera moyen prop. comme nous auons cy-deuant demonſtré. Et ces quarrez eſtans multipliez entr'eux produiſent $88q---1qq$, qui ſera égal à 784 quarré du moyen prop. 28. par la 20. p. 7. Adjouſtant donc $1qq$ de part & d'autre, il y aura equation entre $1qq+784$, & $88q$, mais oſtant 784, l'equation ſera entre $1qq$. & $88q--784$: & partãt ſi on tire la racine quarrée du quarré de $88q--784$, ſuiuant les preceptes enſeignez au 10. ch. de l'Algebre de Henrion, & exemple cy-deſſus, on trouuera $\sqrt{1152}+44$ pour le quarré du plus grãd coſté, & $44--\sqrt{1152}$ pour celuy du moindre: tellemẽt que leſdits coſtez ſeront $\sqrt{(\sqrt{1152}+44)}$ & $\sqrt{(44---\sqrt{1152})}$.

5. Le contenu d'vn rectangle eſtant cogneu, & la difference des coſtez d'iceluy, on cognoiſtra leſdits coſtez.

Car le quarré de la difference des coſtez eſtant adjouſté au quadruple du rectangle, viendra le quarré de la ſomme des coſtez, comme il appert tant par la 8. p. 2. que demonſtration precedente: tellement que l'aggregé des coſtez, & auſſi la difference d'iceux, ſera cogneuë, & partant auſſi chaſque coſté, par la 2. p. cy-deſſus.

Si donc le contenu d'vn rectãgle eſt 40, & la difference des coſtez eſt 3, le quadruple dudit rectangle ſera 160, qui adjouſté à 9 quarré de la diff. viendront 169, dont la racine quarrée 13, eſt la ſomme des coſtez, de laquelle eſtant oſtée la differẽce 3, reſtent 10, dont la moitié 5, eſt le moindre coſté, & partant l'autre eſt 8. Item ſi le contenu du rectangle eſt 20, & la difference des coſtez $\sqrt{18}$; le quadruple d'iceluy rectangle eſt 80, qui adiouſtez à 18 quarré de la difference, viendront 98, dont la racine quarrée $\sqrt{98}$ eſt l'aggregé des

Digitized by Google

costez, duquel la difference $\sqrt{18}$ estant ostée, restera $\sqrt{32}$, dont la moytié $\sqrt{8}$, sera pour le moindre costé, & partant l'autre sera $\sqrt{50}$. Soit encore vn rectangle contenãt 45, & la difference des costez 4: ie pose 1☆ pour le moindre costé; l'autre sera dõc 1☆+4, & iceux costez multipliez entr'eux produisent 1q+4☆, qui seront égales au contenu donné 45; & ostant de part & d'autre les 4☆, l'equation sera entre 1q. & 45---4☆: prenant donc la racine quarrée de 45---4☆ viendra 5 pour la valeur d'vne racine, & partant le moindre costé sera 5, & l'autre 9.

6. *Le contenu d'vn rectangle estant cogneu, & l'aggregé des costez, iceux costez seront trouuez.*

Car si du quarré de la moitié dudit aggregé on oste le rectangle, restera le quarré de la moitié de la difference des costez, comme on peut colliger de la 5.p.2. Ou bien si du quarré de la somme totale des costez, on oste le quadruple du rectangle, restera le quarré de ladite difference des costez, comme appert en la figure & demonstration de la 4.p. tellement que la somme des costez sera cogneuë, & aussi leur difference; & partant aussi chasque costé.

Le contenu d'vn rectangle soit donc 54, & l'aggregé des costez 15, le quadruple dudit rect. sera 216, qui ostez de 225 nombre quarré de l'aggregé, resteront 9, dont la racine quarrée 3, est la difference des costez, & partant iceux seront 6 & 9. Item soit vn rectangle 6, & la somme des costez $\sqrt{27}$, le quadruple d'iceluy rectangle sera 24, qui ostez de 27 quarré de l'aggregé des costez, resteront 3, dont la racine quarrée $\sqrt{3}$ est la difference desdits costez; & partant ils seront $\sqrt{3}$ & $\sqrt{12}$. Soit encore vn rectangle duquel laire est 8, & la somme des costez $\sqrt{40}$, le quadruple dudit rectangle sera 32, qui osté du quarré de l'aggregé 40, restent 8, dont la racine $\sqrt{8}$ est la difference des costez, & partant le moindre costé sera $\sqrt{10}$---$\sqrt{2}$ & l'autre $\sqrt{10}$+$\sqrt{2}$. Item le contenu d'vn rectangle estant 80, & l'aggregé des costez 20: ie pose vn costé estre 1☆; & partant l'autre sera 20---1☆: ces costez multipliez entr'eux, produisent 20☆---1q, qui seront égales à laire donné 80: Adjoustant donc 1q de part & d'autre, l'equation sera entre 1q+80 & 20☆; & ostant 80 de chasque costé, restera equation entre 1q, & 20 ---80: prenant donc la racine quarrée de 20☆---80, viendra 10---$\sqrt{20}$ pour vn costé, & 10+$\sqrt{20}$ pour l'autre.

7. *Estant cogneuë la difference des costez d'vn rectangle, & l'aggregé de leurs quarrez, lesdits costez seront trouuez.*

Car si du double de l'aggregé des quarrez on oste le quarré de la difference des costez, restera le quarré de l'aggregé desdits costez, comme appert en la figure & demonstration de la 10. p. 2. tellement que la somme des costez sera cogneuë, & aussi la difference; & partant chasque costé sera cogneu comme dit est cy-dessus prop. 1.

Comme soit vn rectangle, la difference des costez duquel soit 3, & l'aggregé de leurs quarrez 89: le double dudit aggregé des quarrez est donc 178, duquel estant osté 9 quarré de la difference, resteront 169, dont la racine quarrée 13 est l'aggregé des costez; & partant ils seront 5 & 8. Item la difference des costez d'vn rectangle soit $\sqrt{3}$, & l'aggregé de leurs quarrez 15: le double dudit aggregé sera 30, desquels ayant osté 3 quarré de la difference,

Digitized by Google

reſtent 27, dont la racine quarrée $\sqrt{27}$ eſt l'aggregé des coſtez: Parquoy leſdits coſtez ſeront $\sqrt{3}$ & $\sqrt{12}$. Item la differẽce des coſtez d'vn rectangle eſtant 4, & l'aggregé de leurs quarrez 106; ie poſe 1ℵ pour le moindre coſté, & partant l'autre ſera 1ℵ+4; & l'aggregé de leurs quarrez 2ℵ+8ℵ+16, qui ſeront égaux à l'aggregé donné 106, laquelle equation ſera reduitte à 2ℵ, & 90---8ℵ, comme il eſt enſeigné cy-deuant, & partant la racine d'icelle ſera 5: Parquoy le moindre coſté du rectangle eſt 5, & l'autre 9.

8. *Eſtant cogneu l'aggregé des coſtez d'vn rectangle, & la ſomme de leurs quarrez, leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car ſi du double de l'aggregé des quarrez on oſte le quarré de l'aggregé des coſtez, reſtera le quarré de la difference deſdits coſtez, comme on peut colliger de la 10. p. 2. tellement que l'aggregé, & la difference des coſtez ſera cogneuë, & partant auſſi puis apres chaſque coſté.

L'aggregé des coſtez d'vn rectangle ſoit 13, & l'aggregé de leurs quarrez 89: le double dudit aggregé des quarrez ſera donc 178, duquel eſtant oſté 169 quarré de l'aggregé des coſtez, reſtent 9, dont la racine quarrée 3 eſt la difference des coſtez; & partant ils ſeront 5 & 8. Item l'aggregé des coſtez dudit rectangle ſoit $\sqrt{27}$, & l'aggregé de leurs quarrez 15: le double dudit aggregé des quarrez eſt donc 30, duquel ſoit oſté 27 quarré de l'aggregé des coſtez, & reſteront 3, dont la racine quarrée $\sqrt{3}$ eſt la difference des coſtez: & partant leſdits coſtez ſeront $\sqrt{3}$ & $\sqrt{12}$. Item l'aggregé des coſtez d'vn rectangle eſtant 15, & celuy de leurs quarrez 117: ie poſe 1ℵ pour l'vn deſdits coſtez, & partant l'autre ſera 15--1ℵ; & l'aggregé des quarrez d'iceux 2ℵ,+225--30ℵ, ſera égal au donné 117: Parquoy ladite equation eſtant reduitte, ſera entre 2ℵ, & 30ℵ--108, dont la racine 9, ſera pour le plus grand coſté, & 6 pour le moindre. Or ces 5 dernieres propoſitions ſont tirées & colligées des 99, 100, 101, 102 & 103 problemes de la Geometrie de Henrion.

9. *La difference des coſtez d'vn rectangle eſtant cogneuë, & la difference de leurs quarrez, leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car diuiſant la difference des quarrez par la difference des coſtez, viendra la ſomme deſdits coſtez, comme on peut colliger de la 6. p. 2. tellement que l'aggregé, & la difference des coſtez ſera cogneuë, & partant auſſi chaſque coſté.

La difference des coſtez d'vn rectangle ſoit 3, & la difference de leurs quarrez 39: ie diuiſe 39 par 3, & viennent 13 pour la ſomme des coſtez; & partant ils ſeront 5 & 8. Item la difference des coſtez ſoit $\sqrt{3}$, & la difference de leurs quarrez 9: diuiſant 9 par $\sqrt{3}$, viennent $\sqrt{27}$ pour la ſomme des coſtez, & partant ils ſeront $\sqrt{3}$ & $\sqrt{12}$. Item la difference des coſtez eſtant 4, & la difference des quarrez 56: ie poſe 1ℵ pour le moindre coſté; & partant l'autre ſera 1ℵ+4; les quarrez d'iceux ſerõt 2ℵ, & 2ℵ+8ℵ+16, & leur difference 8ℵ+16, qui ſera égale à 56: & oſtant 16 de part & d'autre, reſtera l'equation entre 8ℵ & 40: Parquoy vne racine vaudra 5: & partant les coſtez ſeront 5 & 9.

10. *L'aggregé des coſtez d'vn rectangle eſtant cogneu, & la difference de leurs quarrez, leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car diuiſant la difference des quarrez par la ſomme des coſtez, viendra la

Digitized by Google

difference desdits costez, comme on peut colliger de la 6. p. 2. tellement que chasque costé sera cogneu comme dit est cy-dessus.

La somme des costez d'vn rectangle soit 13, & la difference de leurs quarrez 39 : diuisant ladite difference des quarrez 39 par l'aggregé des costez 13, viennent 3 pour la difference des costez, & partant ils seront 5 & 8. Item l'aggregé des costez soit $\sqrt{27}$, & la difference de leurs quarrez 9 : diuisant ceste difference par l'aggregé $\sqrt{27}$, viennent $\sqrt{3}$ pour la difference des costez, & partant ils seront $\sqrt{3}$ & $\sqrt{12}$. Item l'aggregé des costez estant 14, & la difference de leurs quarrez 56 : ie pose 1ℵ pour l'vn des costez ; l'autre sera donc 14---1ℵ ; & leurs quarrez seront 1q & 1q + 196---28ℵ : tellement que leur difference 196---28ℵ sera égale à 56 : partant la valeur d'vne racine sera 5 : Parquoy les costez du rectangle seront 5 & 9.

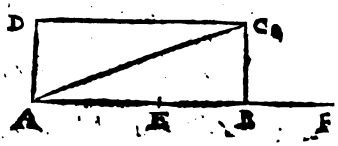
11. *Le contenu d'vn rectangle estant cogneu, & la difference des quarrez des costez, lesdits costez seront trouuez.*

Car d'autant que nous auons demonstré que le rectangle est moyen prop. entre les quarrez de ses costez, le quarré de la moitié de la difference des quarrez, estant adjousté au quarré du rectangle, viendra le quarré de l'aggregé de la susdite moytié, & quarré du moindre costé ; tellement qu'ostant du costé d'iceluy produict ladite moitié de la difference des quarrez, restera le quarré du moindre costé, & partant chasque costé sera cogneu.

Le contenu d'vn rectangle soit 6, & la difference des quarrez de ses costez 5 : le quarré de la moitié de la difference est donc $6\frac{1}{4}$ & celuy du rectangle est 36 : partant l'aggregé d'iceux quarrez est $42\frac{1}{4}$ dont la racine quarrée $6\frac{1}{2}$, est moitié de l'aggregé des quarrez : & par consequent ostant d'iceluy $2\frac{1}{2}$ moitié de leur difference, resteront 4 pour le quarré du moindre costé qui sera 2, & l'autre 3. Item le rectangle estant 6, & la difference des quarrez de ses costez 9, le quarré de la moitié de la difference est $20\frac{1}{4}$, qui estant adiousté à 36 quarré du rectangle, font $56\frac{1}{4}$, dont la racine quarrée $7\frac{1}{2}$, est moitié de l'aggregé des quarrez, & par consequent lesdits quarrez sont 3 & 12, & les costez $\sqrt{3}$ & $\sqrt{12}$. Semblablement le contenu d'vn rectangle estant 12, & la difference des quarrez 7 : ie pose 1ℵ pour le moindre costé ; son quarré sera donc 1q, & le quarré de l'autre 1q + 7, & son costé $\sqrt{(1q+7)}$: Parquoy multipliant ces deux costez entr'eux, viendront $(1qq+7q)$ pour le contenu du rectangle, qui partant sera égal à 12 : l'equation sera donc entre 1qq. & 144---7q. & vne racine vaudra 3 : Parquoy le moindre costé sera 3 & l'autre 4.

12. *Le contenu d'vn rectangle estant cogneu, & aussi la diagonalle, les costez d'iceluy seront trouuez.*

Car le quarré de la diagonalle est égal à deux fois le rectangle, & au quarré de la difference des costez : ce que nous demonstrerons ainsi. Soit le rectangle ABCD, auquel soit tirée la diagonalle AC, & pris BE égale à BC, afin que AE soit la difference des costez. Donc par la 7. p. 2. les quarrez de AB, EB (ou BC) ou le seul quarré de AC qui est égal à ces deux par la 47. p. 1. sont egaux à deux fois le rectãgle de AB, BE, & au quarré de AE difference des costez.



Digitized by Google

Parquoy si le rectangle ABCD est 48, & la diagonalle AC 10; ostant du quarré de ladite diagonalle 100, le double du rectangle 96, resteront 4 pour le quarré de la difference AE, qui partant sera 2. Nous auons donc le rectangle cogneu, & la difference de ses costez, partant adiouſtant le quarré 4 au quadruple du rectangle 192, seront 196, dont la racine quarrée 14 est la somme des costez, & par consequent iceux sont 6 & 8. Soit encore vn rectangle dont la superficie est 15, & la diagonalle $\sqrt{34}$: du quarré de ladite diagonalle 34, i'oste 30 double du rectangle, & restent 4 pour le quarré de la difference des costez ; & partant ils seront trouuez de 3 & 5. Item vn rectangle estant 6, & sa diagonalle $\sqrt{15}$: ie pose que le quarré de l'vn des costez soit 1ℵ: Donc le quarré de l'autre costé sera 15---1ℵ. Mais les quarrez des costez d'vn rectangle estans multipliez entr'eux, produisent le quarré du rectangle, comme nous auons demonstré cy-deuant. Multipliant donc 15---1ℵ par 1ℵ, le produit 15ℵ---1q. sera égal à 36, quarré du rectangle 6: partant la valeur d'vn quarré sera 3 ; & par consequent le moindre costé sera $\sqrt{3}$, & l'autre $\sqrt{12}$.

13. *La diagonalle d'vn rectangle estant cogneuë, & la difference des costez, lesdits costez seront trouuez.*

Car puisque le quarré de la diagonalle est esgal à deux fois le rectangle, & au quarré de la difference des costez, si du quarré de la diagonalle on oste le quarré de la difference, restera le double du rectangle, & partant le rectangle sera cogneu auec la difference de ses costez ; & par consequent lesdits costez seront trouuez comme dit est cy-deuant.

Soit donc vn rectangle duquel la diagonalle est 15, & la difference des costez 3 : le quarré de ladite diag. sera 225, duquel estãt osté 9 quarré de la difference, resteront 216, dont la moitié 108, est le contenu du rectangle : & partant les costez d'iceluy seront 9 & 12, comme il est dit en la 5. p. Item la diagonalle d'vn rectangle soit $\sqrt{34}$, & la difference des costez 2 : de 34 quarré de la diag. i'oste 4 quarré de la difference, & restent 30, dont la moitié 15 est le contenu du rectangle; & partant les costez d'iceluy seront trouuez de 3 & 5. Soit encore vn rectangle duquel la diagonalle est $\sqrt{74}$, & la difference des costez 2 : ie pose que le moindre costé soit 1ℵ ; & partant l'autre sera 1ℵ+2 : leurs quarrez ensemble seront donc 2q+4ℵ+4, qui seront esgaux à 74 quarré de la diagonalle : & partant la valeur de 1ℵ sera 5; les costez du rectangle seront donc 5 & 7.

14. *La diagonalle d'vn rectangle estant cogneuë, & l'aggregé des costez d'iceluy, lesdits costez seront trouuez.*

Car le quarré de la diagonalle est moitié de l'aggregé des quarrez de la somme des costez, & de leur difference : Ce qui est manifeste tant par la 10. p. 2. que par la figure precedente, en laquelle AF est la somme des costez AB, BC ; & AE, leur difference : tellement que le quarré de AE auec le quarré de AE, est double des quarrez de AB & BF, ou du seul de AC, qui leur est esgal par la 47. p. 1. Parquoy si le quarré de la somme des costez d'vn rectangle, est osté du double du quarré de la diagonalle, restera le quarré de la difference desdits costez: tellement que la somme d'iceux costez, & aussi leur difference

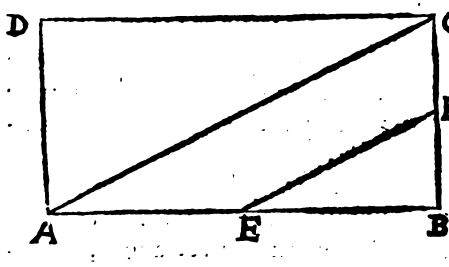
Digitized by Google

ſera cogneuë, & partant auſſi chaſque coſté.

La diagonalle d'vn rectangle ſoit 13, & la ſomme des coſtez 17: Le quarré de la diagonalle ſera donc 169, & ſon double 338, duquel eſtant oſté 289 quarré de l'aggregé des coſtez, reſtent 49, dont la racine 7 eſt la difference deſdits coſtez, & partant ils ſeront 5 & 12. Item vne diagonalle eſtant $\sqrt{15}$, & la ſomme des coſtez $\sqrt{27}$, le double du quarré de la diagonalle ſera 30, duquel i'oſte 27 quarré de la ſomme des coſtez, & reſte 3 pour le quarré de la difference des coſtez; & partant on trouuera par la prop. 1. qu'ils ſont $\sqrt{3}$ & $\sqrt{12}$. Item vne diagonalle eſtãt $\sqrt{41}$, & la ſomme des coſtez 9: ie poſe que le moindre coſté ſoit 1ℵ: donc l'autre ſera 9---1ℵ; & leurs quarrez ſeront enſemble 2ℵq+81---18ℵ, qui ſeront eſgaux à 41, quarré de la diagonalle; & partant l'equation viẽdra entre 1q, & 9ℵ---20: Parquoy la valeur de la moindre racine ſera 4; & partant les coſtez ſeront 4 & 5.

15. *La diagonalle eſtant cogneuë, & la raiſon des coſtez, leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car comme l'aggregé des quarrez des termes de la raiſon eſt au quarré de l'vn d'iceux termes, ainſi le quarré de la diagonalle eſt au quarré du coſté correſpondant au terme pris. Ce que nous demonſtrerons ainſi: Soit vn rectangle ABCD, dont la diagonalle eſt AC, & les coſtez AB, BC, ſoiẽt entr'eux, comme EB à BF: ie dis que comme l'aggregé des quarrez de EB, BF, eſt à l'vn ou l'autre d'iceux quarrez, & ſoit pour exemple à celuy de EB, ainſi le quarré de la diagonalle AC eſt auſſi à l'vn ou à l'autre des quarrez des coſtez AB, BC, ſçauoir eſt à celuy de AB, correſpondant à EB. Car ayant poſé BF à angle droict ſur EB, & tiré EF, les triangles ACB, & EFB ſeront equiangles par la 6. p. 6. & partant tous les coſtez au long des angles egaux proportionnaux par la 4. p. 6. tellement que comme EF ſera à EB, ainſi AC ſera à AB. Mais le quarré de EF eſt egal aux deux quarrez de EB, BF par la 47. p. 1. Donc comme le quarré de EF, ſera au quarré de EB, ainſi le quarré de AC ſera au quarré de AB. Parquoy ſi on fait que comme l'aggregé des quarrez des termes de la raiſon EB & BF, eſt au quarré de EB, ou BF, ainſi le quarré de la diagonalle AC ſoit à vn autre, viendra le quarré du coſté AB, puis de BC.



Si donc la diagonalle AC eſt 10, & la raiſon des coſtez AB, BC eſt comme 4 à 3, les quarrez des termes d'icelle raiſon ſont 16 & 9; & leur aggregé 25: Ie fais donc que comme 25 eſt à 16, & à 9, ainſi 100, quarré de la diagonalle ſoit à 64, & à 36; & les racines de ces deux nombres ſont 8 & 6. d'autant ſont donc les coſtez AB, BC. Item la diagonalle ſoit $\sqrt{250}$, & les coſtez ſoient entr'eux comme $\sqrt{27}$ à $\sqrt{3}$. Soit fait que comme 30, aggregé des quarrez des termes de la raiſon, eſt à 27, & à 3, quarrez deſdicts termes, ainſi 250 ſoit à autres 225, & 25, dont les racines 15 & 5, ſont pour les coſtez AB, BC. Soit encore vne diagonalle de $\sqrt{116}$, & les coſtez ſoient entr'eux comme 5 à 2: ie poſe que le moindre coſté ſoit 2ℵ; & partant l'autre ſera 5ℵ: les quarrez deſdits

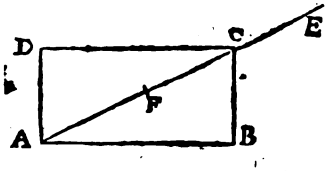
Digitized by Google

dits costez sont 49, & 259, qui joincts ensemble sont 297, qui sont esgaux à 116 quarré de la diagonalle ; & partant chasque quarré vaudra 4 ; & par consequent la valeur d'vne racine est 2: Parquoy le moindre costé sera 4, & l'autre 10.

Or il appert par la demonstration cy-dessus, qu'au lieu de prendre l'analogie des quarrez, on peut aussi prendre celle des costez : mais i'ay choisi celle des quarrez à cause que fort souuent il arriue des nombres sourds en l'operation, & alors il est plus aisé de suiure l'analogie des quarrez, que celle des costez : Et c'est pourquoy quelquesfois nous suiuons l'vne, & quelquesfois l'autre.

16. *Estant cogneu vn costé d'vn rectangle, & l'aggregé de l'autre auec la diagonalle, iceluy costé sera trouué.*

Car le costé cogneu est moyen proportionnel entre l'aggregé de l'autre costé auec la diagonalle, & leur difference : Ce que nous demonstrerons ainsi. Soit le rectangle ABCD, duquel la diagonalle AC soit prolongée iusques en E, tellement que CE soit esgale auquel on voudra des costez du rectangle, & soit pour exemple à BC, auquel soit aussi prins esgal CF, afin que AF soit la diff. d'entre ladite diagonalle AC & le costé BC: ie dis que l'autre costé AB est moyen proportionnel entre l'aggregé AE, & la difference AF. Car par la 6. p. 2. le rectangle de AE, AF auec le quarré de CE, c'est à dire BC, est esgal au quarré de AC. Mais à iceluy quarré de AC sont aussi esgaux les quarrez de AB, BC par la 47. p. 1. Donc le rectangle de AE, AF auec le quarré de BC est esgal aux deux quarrez de AB, BC: & partant si on oste le quarré de BC, restera le rectangle de AE, AF esgal au quarré de AB : & par la 17. p. 6. AE, AB, & AF seront proportionnelles. Parquoy AE estant cogneuë, & aussi AB, l'autre costé BC sera aussi cogneu : car diuisant le quarré du costé cogneu AB par l'aggregé AE, viendra la difference AF, & partant la moitié du reste FE sera le costé BC. Or si du quarré de l'aggregé AE, on oste le quarré du costé cogneu AB ; la moitié du reste estant diuisée par l'aggregé, viendra encore ledit costé BC : Et ce d'autant que le quarré de l'aggregé est esgal au quarré du costé cogneu, & deux fois le rectangle compris dudit aggregé, & de l'autre costé. Car par la 4. p. 2. le quarré de l'aggregé AE est esgal aux deux quarrez de AC, CE, c'est à dire BC, & deux fois le rectangle d'icelle AC, CB. Mais par la 47. p. le quarré de AC est esgal aux deux de AB, BC : Donc le quarré de l'aggregé AE sera esgal au quarré du costé AB, & deux fois le rectangle de l'aggregé AE, & costé CB.



Si donc l'aggregé AE est 16, & le costé AB 8 : diuisant 64, quarré de AB par l'aggregé 16, viendra 4 pour la difference AF : & partant FE sera 12, dont la moitié 6 sera le costé BC. Pareillement ostant de 256, quarré de l'aggregé AE, le quarré du costé AB 64, resteront 192, dont la moitié 96 estant diuisée par l'aggregé AE 16, vient derechef 6 pour ledit costé BC. Item l'aggregé AE estant 11, & le costé AB $\sqrt{55}$, ie diuise 55 quarré de AB par l'aggregé 11, & viennent 5 pour AE, & partant restent 6 pour FE, dont la moitié 3 est pour le co-

Digitized by Google

sté BC. Item l'aggregé AE estant 8, & le costé AB $\sqrt{32}$, ie pose que le costé BC soit 1ℜ: Donc la diagonalle AC sera 8---1ℜ : Parquoy le quarré d'icelle, sçauoir est 1q+64---16ℜ, sera esgal aux deux quarrez des costez AB, BC, sçauoir est 36; & partant l'equation viendra entre 1q, & 16ℜ---28; & par consequent vne racine vaudra 2, & tel sera le costé BC.

17. *Estant cogneu vn costé d'vn rectangle, & la difference de l'autre costé à la diagonalle, iceluy costé sera aussi cogneu.*

Car puisque par la precedente demonstration le costé cogneu est moyen proportionnel entre la difference de l'autre costé à la diagonalle, & leur aggregé, si on diuise le quarré du costé cogneu par la difference, viendra l'aggregé, duquel ayant osté ladite difference, la moitié du reste sera le costé cherché.

Soit donc vn rectangle duquel vn costé soit 8, & la difference de l'autre à la diagonalle 4: le quarré de 8, sçauoir est 64, estant diuisé par la difference 4, vient 16, desquels ladite difference estant ostée, reste 12, dont la moitié 6 est pour le costé requis. Soit vn autre rectangle duquel vn costé est $\sqrt{55}$, & la difference de l'autre à la diagonalle 5: le quarré du costé cogneu est 55, qui diuisez par la difference 5, viennent 11, desquels ladite difference estant ostée, restent 6, dont la moitié 3 est pour le costé incogneu. Item vn costé estant $\sqrt{32}$, & la difference de l'autre à la diagonalle 4: ie pose que le costé incogneu soit 1ℜ; & partant la diagonalle sera 1ℜ+4, dont le quarré est 1q+8ℜ+16, qui sera égal aux deux quarrez des costez 1q, & 32: Parquoy l'equation viendra entre 8ℜ & 16; & partant la valeur d'vne racine sera 2; d'autant sera donc le costé incogneu.

18. *Vn costé d'vn rectangle estant cogneu, & la raison de l'autre costé à la diagonalle, iceluy costé sera trouué.*

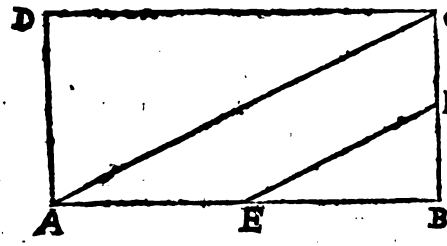
Car il appert par la demonstration de la 15. p. que comme la difference des quarrez des termes de la raison donnée est au quarré du moindre terme, ainsi le quarré du costé cogneu est au quarré de l'autre costé. Parquoy vn costé estant 9, & l'autre à la diagonalle comme 4 à 5: ie fais que comme 9, difference des quarrez des termes 4 & 5, est à 16, quarré du moindre terme 4, ainsi 81 quarré du costé cogneu, soit à vn autre 144, dont la racine quarrée 12 est pour l'autre costé du rectangle. Item vn costé estant $\sqrt{80}$, l'autre soit à la diagonalle comme 3 à 2: faisant que comme 5 difference des quarrez des termes de la raison est à 4, quarré du moindre terme, ainsi 80 quarré du costé cogneu soit à vn autre 64; la racine 8 sera l'autre costé du rectangle. Soit encore le costé d'vn rectangle $\sqrt{128}$, & la raison de la diagonalle à l'autre costé soit comme 3 à 1: Ie pose donc que le costé soit 1ℜ; & partant la diagonalle sera 3ℜ: leurs quarrez seront 1q, & 9q: Parquoy 1q+28 seront égaux à 9q; & ostant 1q, resteront 128 égaux à 8q: & partant chasque quarré vaudra 16, & vne racine 4: tellement que le costé requis sera 4, & la diagonalle 12.

19. *Estant cogneu l'aggregé de la diagonalle & des costez d'vn rectangle, & aussi la raison d'iceux costez, lesdits costez seront trouuez.*

Car comme l'aggregé des termes de la raison donnée, & du costé ou racine quarrée de l'aggregé des quarrez desdits termes, est à l'aggregé donné,

Digitized by Google

ainsi lequel on voudra d'iceux termes de la raison donnée est au costé homologue. Soit vn rectangle ABCD, dont la diagonalle est AC, & les deux costez AB, BC soient entr'eux comme EB à BF ; lesquels EB, & BF estans posez à angle droict, soit tirée EF, afin que le quarré d'icelle soit égal aux deux quarrez de EB, BF : ie dis que l'aggregé des trois costez EB, BF & EF est à l'aggregé des trois costez AB, BC, & AC, comme EB est à AB, & BF à BC. Car puisque les triangles ABC, EBF ont les costez au long de l'angle droict B proportionnaux, ils seront equiangles par la 6. p. 6. Et partant tous les trois costez de EBF seront proportionnaux aux trois de ABC par la 4. p. 6. Donc comme l'aggregé des costez de EBF sera à l'aggregé des costez de ABC, ainsi le costé EB sera au costé AB, & le costé BF au costé BC par la 12. p. 5.



Si donc l'aggregé des costez & diagonalle du rectangle ABCD est 48, & la raison des costez AB à BC soit comme 4 à 3 ; lesdits costez AB, BC seront aisément trouuez : car quarrant chascun des termes de ladite raison, viendront 16, & 9, dont l'aggregé 25 est le quarré de EF, & partant il sera 5, & l'aggregé d'iceluy costé EF, auec lesdits termes de la raison, sera 12 : Faisant donc que comme ledit aggregé 12 est à l'aggregé donné 48, ainsi chasque terme 4 & 3 soit à vn autre, viendra 16, & 12 pour les costez AB, BC, & partant la diag. AC sera 20. Item l'aggregé des costez AB, BC & diag. AC estant $\sqrt{72}+\sqrt{40}$, & la raison des costez AB, BC, comme 2 à 1 : l'aggregé des quarrez desdits termes 2 & 1, sera 5 ; & partant le costé EF est $\sqrt{5}$, & l'aggregé des costez de EBF sera $3+\sqrt{5}$: Faisant donc que comme $3+\sqrt{5}$ est à $\sqrt{72}+40$, ainsi chasque terme 2 & 1, soit à vn autre, viendront $\sqrt{32}$ & $\sqrt{8}$ pour les costez AB, BC. Item l'aggregé des costez & diag. estant 60, & la raison desdits costez comme 5 à 12 : Ie pose que le moindre costé soit 5x ; & partant l'autre sera 12x : leurs quarrez seront 25q, & 144q, qui adiouſtez ensemble font 169q, dont la racine est 13x, qui sera pour la diagonalle. Donc l'aggregé desdits costez & diagonalle sera 30x, qui seront égales à l'aggregé donné 60 : Parquoy 1x vaudra 2 ; & partant le moindre costé sera 10, & l'autre 24, mais la diagonalle 26.

Or il appert par la demonstration cy-dessus, qu'estant cogneu ledit aggregé, & la raison de la diagonalle à l'vn des costez que lesdits costez seront aussi trouuez, prenant la racine quarrée de la difference des quarrez des termes de la raison, au lieu que cy-dessus on a pris celle de l'aggregé desdits quarrez : Tellement que l'aggregé des costez & de la diagonalle estant 36, & la raison de la diagonalle à l'vn des costez comme 5 à 4 ; il faut oster le moindre quarré 16 du plus grand 25, & restent 9, dont la racine quarrée 3, estant adiouſtée aux termes de la raison, viennent 12 ; & faisant que comme 12 est à 36, ainsi chascun des termes 5 & 4 soit à vn autre, viendront 15 pour la diagonalle, & 12 pour l'vn des costez, & partant l'autre costé sera 9.

Digitized by Google

20 *Estant cogneu l'exces de la diagonalle d'vn rectangle par dessus l'vn & l'autre costé d'iceluy, lesdits costez seront cogneus.*

Car si du quarré du plus grand exces, on oste le quarré de la difference d'iceux, & au reste on adiouste le quarré du moindre exces, & à la racine quarrée du produict on adiouste ledit exces, viendra le moindre costé du rectangle, lequel estant adiousté à la difference des exces, viendra l'autre costé, comme on peut colliger du 98 prob. de la Geometrie de Henrion.

Parquoy l'exces de la diagonalle d'vn rectangle par-dessus le plus grand costé estant 2, & celuy par-dessus le moindre costé 4: Le quarré du plus grand exces 4 est 16, duquel i'oste le quarré de 2 difference des exces, & restent 12, à quoy i'adiouste 4 quarré du moindre exces 2, & viennent 16, dont la racine quarrée 4 estant adioustée audit exces 2, viendront 6, pour le moindre costé du rectangle, auquel i'adiouste 2 difference des exces, & viennent 8 pour le plus grand costé. Item l'excez de la diagonalle par-dessus le moindre costé estant 4, & celuy par-dessus le plus grand $7--\sqrt{40}$: Le quarré du plus grand exces est 16, duquel i'oste $49--\sqrt{1440}$ quarré de $\sqrt{40}--3$ difference des exces, & restent $\sqrt{1440}--33$, à quoy i'adiouste $89--\sqrt{7840}$ quarré du moindre exces $7--\sqrt{40}$, & viennent $56--\sqrt{2560}$, dont la racine quarrée est $\sqrt{40}--4$, à laquelle i'adiouste ledit exces $7--\sqrt{40}$, & vient 3 pour le moindre costé du rectangle, qui estant adiousté à $\sqrt{40}--3$ difference des exces, vient $\sqrt{40}$ pour le plus grand costé. Soit encore l'exces de la diagonalle par-dessus le moindre costé 3, & celuy par-dessus le plus grand $5--\sqrt{21}$: Ie pose que le moindre costé soit $1\mathfrak{x}$: dõc la diag. sera $1\mathfrak{x}+3$, & son quarré $1\mathfrak{q}+6\mathfrak{x}+9$, duquel estant osté celuy du moindre costé, restent $6\mathfrak{x}+9$ pour le quarré de l'autre costé par la 47. p. 1. & partant ledit costé sera $\sqrt{(6\mathfrak{x}+9)}$, que i'oste de la diag. & restent $1\mathfrak{x}+3--\sqrt{(6\mathfrak{x}+9)}$ qui seront égaux à l'exces $5--\sqrt{21}$: adioustõs $\sqrt{21}$ & $\sqrt{(6\mathfrak{x}+9)}$ de part & d'autre, & viendront $1\mathfrak{x}+\sqrt{21}+3$ égaux à $5+\sqrt{(6\mathfrak{x}+9)}$: ostons 5 de part & d'autre, & resteront $\sqrt{21}+1\mathfrak{x}--2$ égaux à $\sqrt{(6\mathfrak{x}+9)}$: prenons les quarrez, & seront $6\mathfrak{x}+9$ égaux à $1\mathfrak{q}+\sqrt{84}\mathfrak{x}+25-4\mathfrak{x}-\sqrt{336}$: & adiouſtant les moins, & soustrayant les plus comme il appartient, l'équation viendra entre $1\mathfrak{q}$, & $10\mathfrak{x}+\sqrt{336}--\sqrt{84}\mathfrak{x}--16$, dont ie prends la racine quarrée comme ensuit. La moitié des racines est $5--\sqrt{21}$, dont le quarré est $46--\sqrt{2100}$, auquel i'adiouste $\sqrt{336}--16$, & viennent $30--\sqrt{756}$, dont la racine sera trouuée estre $\sqrt{21}--3$, comme il est enseigné au dernier chap. de l'Algebre de Henrion, à quoy i'adiouste $5--\sqrt{21}$ moitié des racines, & vient 2 pour la valeur de $1\mathfrak{x}$; & partant le moindre costé sera 2, la diagonalle 5, & l'autre costé $\sqrt{21}$.

On pourra encore trouuer lesdits costez ainsi. Multipliez le double du moindre excez par le plus grand, & du produit en prenez la racine quarrée, & à icelle adiouſtez le moindre exces, & viendra le moindre costé. Repetons l'exemple precedent : le double du moindre excez $5--\sqrt{21}$ est $10--\sqrt{84}$, que ie multiplie par le plus grand exces 3, & viennent $30--\sqrt{756}$, dont la racine est $\sqrt{21}--3$, à laquelle i'adiouste le moindre exces $5--\sqrt{21}$, & vient 2 pour le moindre costé ; & quant à l'autre, il sera trouué comme dessus de $\sqrt{21}$.

21. *Estant cognen l'aggregé du costé d'vn quarré & sa diagonalle, on peut trouuer ledit costé.*

Digitized by Google

Car le quarré dudit aggregé eſt égal au quarré du coſté, & deux fois le rectangle compris d'iceluy coſté & dudit aggregé, c'eſt à dire que ledit aggregé eſt moyen proportionnel entre le coſté du quarré, & iceluy coſté ioinct au double dudit aggregé: Ce que nous demonſtrerons ainſi, ſoit AB le coſté d'vn quarré, & BC la diagonalle d'iceluy: tellement que AC eſt l'aggregé d'iceux. Dautant que par la 7.p.2. le quarré dudit aggregé AC auec le quarré de AB, eſt égal au quarré de BC, (c'eſt à dire à deux fois le quarré de AB par la 47. p.1.) & à deux fois le rectangle de AC, AB; le ſeul quarré de AC ſera égal au quarré de AB, & deux fois le rectangle de AC, AB, c'eſt à dire au rectangle compris ſoubs AB, & le double de AC ioinct à icelle AB. Donc par la 17.p.6. AC eſt moyenne prop. entre AB, & ſon double ioinct à la meſme AB; & partant icelle AC eſt la moyenne prop. dont ſon double eſt la difference des extremes. Parquoy ſi du coſté du quarré, qui eſt double de celuy fait de l'aggregé AC, on oſte ledit aggregé, reſtera le coſté AB.

Soit donc l'aggregé AC 6: ſon quarré ſera 36, & le double d'iceluy 72, dont la racine eſt $\sqrt{72}$, de laquelle i'oſte l'agg. 6. & reſte $\sqrt{72}-6$, pour le coſté AB. Item ledit aggregé AC eſtant $\sqrt{8}+2$, ſon quarré ſera $12+\sqrt{128}$, & ſon double $24+\sqrt{512}$, dont la racine eſt $4+\sqrt{8}$, de laquelle i'oſte l'agg. AC, & reſte 2 pour ledit coſté AB. Ledit aggregé ſoit encore 5: ie poſe que le coſté AB ſoit 1R, & partant la diagonalle BC ſera $5-1R$: Et puiſque le quarré d'icelle diag. eſt double du quarré du coſté, & que le quarré d'iceluy coſté eſt 1q, & le quarré de ladite diag. eſt $25-10R+1q$, il y a equation entre 2q, & $25-10R+1q$: & oſtant 1q de part & d'autre, elle ſera entre 1q, & $25-10R$: Parquoy la valeur d'vne racine ſera $\sqrt{50}-5$: tel ſera donc le coſté AB; & partant la diagonalle BC ſera $10-\sqrt{50}$.

22. *L'exces de la diagonalle d'vn quarré par-deſſus le coſté eſtant cogneuë, on trouuera ledit coſté.*

Car il appert tant par la precedente demonſtration, que celle du 41. prob. de la Geometrie de Henrion, que ayant doublé le quarré de l'exces donné, & à la racine quarrée d'iceluy double adiouſté ledit exces, viendra ledit coſté.

Parquoy l'exces du diamettre d'vn quarré par-deſſus le coſté d'iceluy eſtant 3, ie quarre ledit exces 3, & vient 9, dont ſon double eſt 18, & la racine d'iceluy $\sqrt{18}$, à laquelle i'adiouſte l'exces 3, & vient $\sqrt{18}+3$ pour le coſté du quarré, & partant ſa diagonalle eſt $\sqrt{18}+6$. Item l'exces ſoit $\sqrt{8}$: ſon quarré ſera 8, & le double d'iceluy 16, dont la racine eſt 4, à laquelle i'adiouſte ledit exces $\sqrt{8}$, & viennent $4+\sqrt{8}$ pour le coſté du quarré: & partant ſa diagonalle ſera $4+\sqrt{32}$. Soit encore ledit exces $15-\sqrt{200}$: ie poſe que le coſté ſoit 1R: donc la diagonalle ſera $1R+15-\sqrt{200}$. Et pource que le quarré de la diagonalle d'vn quarré eſt double du quarré du coſté d'iceluy, & que le quarré du coſté eſt 1q, & celuy de ladite diagonalle eſt $1q+30R+425-\sqrt{800R}-\sqrt{180000}$; il y aura equation entre 2q, & $1q+30R+425-\sqrt{800R}-\sqrt{180000}$: & oſtant 1q de part & d'autre, l'equation viendra entre 1q, & $30R+425-\sqrt{800R}-\sqrt{180000}$: Et prenant la racine, elle ſera trouuée de $\sqrt{50}-5$, qui eſt le coſté du

Digitized by Google

quarré, & partant ſa diagonalle ſera 10--$\sqrt{50}$.

23 *Eſtant cogneu le produit du coſté d'vn quarré multiplié par la diagonalle d'iceluy, ledit coſté & diagonalle ſeront trouuez.*

Car puiſque les quarrez de la diagonalle & du coſté de quelconque quarré ſont entr'eux en raiſon double, le rectangle ou produit de l'vn par l'autre eſtant cogneu, il ſera aiſé de trouuer leſdits coſtez & diag. ayant demonſtré que ſi quatre lignes ou nombres ſont proportionnaux, les rectangles ou produits du premier par le ſecond, du ſecond par le troiſieſme, & du troiſieſme par le quatrieſme, ſont continuellement proportionnaux: Ce que nous demonſtrerons ainſi. Soiēt quatre nombres proportionnaux A, B, C, D. De A en B ſoit faict E, mais F de B en C, & G de C en D: Ie dis que les trois produicts E, F, G, ſont proportionnaux. Car puiſque B multipliant A & C a produict E & F, par la 17. p. 7. E ſera à F, comme A à C: Item pource que C multipliant B & D a faict F & G, comme B eſt à D, ainſi F ſera à G. Mais la raiſon de B à D, eſt la meſme que de A à C par la 13. p. 7. donc comme E eſt à F, ainſi F eſt à G: ce qu'il falloit prouuer.

A.	B.	C.	D.
8.	4.	32.	16.
E.	F.	G.	
32.	128.	512.	

Il eſt donc manifeſte qu'ayant multiplié entr'eux A & B pris en raiſon double, & le produict E par le donné G, (que nous poſons eſtre le produict du quarré D par celuy de la diag. C) ſi du produit on prend la racine quarrée, elle ſera le moyen nombre F: Et puiſque ie ſçay qu'iceluy nombre F eſt creé de la multiplication de C par B; le diuiſant par B, viendra C, dont la racine 4 ſera le coſté du quarré requis. Ainſi auſſi le produit du coſté d'vn quarré par ſa diagonalle eſtant 10; ie multiplie 6 par 3, & viennent 18, qui multipliée par 100, quarré de 10, donnent 1800, dont la racine eſt $\sqrt{1800}$, que ie diuiſe par 6, ou pluſtoſt $\sqrt{36}$, & viennent $\sqrt{50}$, dont la racine quarrée eſt $\sqrt{\sqrt{50}}$: tel eſt donc le coſté du quarré requis, & ſa diagonalle $\sqrt{\sqrt{200}}$. Soit encore $\sqrt{1250}$ produit du coſté d'vn quarré par ſa diagonalle: Poſons que le coſté dudit quarré ſoit 1ℓ: Et puis que le coſté multiplié par la diagonalle a produit $\sqrt{1250}$, ſi on diuiſe ledit nombre $\sqrt{1250}$ par le coſté poſé, viendra $\frac{\sqrt{1250}}{1\ell}$ pour le diametre. Mais le quarré du diametre eſt double du quarré du coſté, lequel eſt 1q: donc le quarré dudit diametre $\frac{\sqrt{1250}}{1\ell}$, qui eſt $\frac{1250}{1q}$ ſera eſgal à 2q: & ſes deux nombres égaux eſtans reduits par multiplication croiſée, l'equation viendra entre 2q, & 1250; & partant 1ℓ vaudra 5: autant ſera donc le coſté cherché, & le diametre $\sqrt{50}$.

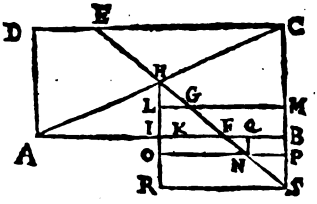
24. *Eſtans cogneus les coſtez d'vn rectangle couppé en deux trapeſes égaux par vne ligne droicte menée par vn poinct, dont les diſtances iuſques à chaſque coſté ſoient auſſi cogneuës: chaſque coſté deſdits trapeſes ſeront cogneus.*

Or le poinct ſera ou dedans ou dehors le rectangle; & nous appellons la diſtance d'iceluy poinct iuſques à chaſque coſté la perpendiculaire tombante d'iceluy poinct ſur chaſcun deſdits coſtez.

Soit donc le rectangle ABCD, dont le coſté AB eſt 12, & le coſté BC 4, le-

Digitized by Google

quel eſt couppé en deux trapeſes eſgaux ADEF, FBCE par la ligne EF, en laquelle eſt donné vn poinct G diſtant de AB par $1\frac{1}{2}$ & du coſté BC de 5 : Il faut cognoiſtre les lignes AF, FE & DE. Ayant tiré la diagonalle AC, il appert par ce qui eſt demonſtré au 43. prob. de la Geometrie de Henrion, qu'icelle AC, & la ligne EF s'entrecoupperont en deux egalement, & ſoit en H ; duquel poinct, & auſſi de G, ſoient menées HI, GK, paralleles à BC, & LM parallele à AB. Puiſque AC eſt couppée en deux egalement en H, auſſi AB le ſera en I, & HI ſera moitié de CB, par la 2. p. 6. & partant IB, ou ſon égale LM, ſera 6, & HI 2. Mais GM eſt 5, & GK ou LI ſon égale $1\frac{1}{2}$: donc GL ſera 1, & LH $\frac{1}{2}$. Parquoy l'hypotenuſe HG ſera $\sqrt{4\frac{1}{2}}$ par la 47. p. 1. Or les triangles HLG, HIF ſont equiangles, LG eſtant parallele à IF : donc comme HL eſt à LG, ainſi HI ſera à IF ; & partant icelle IF ſera $2\frac{1}{2}$, qui oſtée de IB 6, reſtera $3\frac{1}{2}$ pour chaſcun des ſegmens FB, DE : mais eſtant adiouſtée à AI 6, viendront $8\frac{1}{2}$ pour chaſcun des autres ſegmens AF, CE : Item comme HL eſt à HG, ainſi HI eſt à HF ; & partant icelle HF ſera $\sqrt{\frac{41}{4}}$: Parquoy le double d'icelle EF ſera $\sqrt{41}$. Nous auons donc trouué les lignes requiſes AF, EF, DE.



Maintenant le poinct donné ſoit hors le rectangle comme en N diſtant de AB par $\frac{1}{4}$ & de CB $1\frac{1}{2}$. Ayant tiré des poincts H & N, les lignes HO, NQ paralleles à CB, & ONP à AB qui rencontre HO en O, & CB prolongée en P ; au triangle rectangle HON, les deux coſtez de l'angle droict O ſeront cogneus ; car OI & NQ eſtant égales, comme auſſi IB, OP ; HO ſera de $2\frac{3}{4}$. & ON de $4\frac{1}{2}$. Et d'autant que les triangles HON, HIF ſont equiangles, comme HO eſt à ON, ainſi HI ſera à IF : & partant icelle IF ſera $3\frac{13}{33}$, qui eſtant adiouſtée à AI 6, le coſté AF ſera $9\frac{13}{33}$; mais eſtant ſouſtraitte de IB 6, reſtera FB de $2\frac{20}{33}$. Maintenant le triangle rectangle HIF a donc les deux coſtez de l'angle droict I cogneus ; & partant l'hypotenuſe ſera trouuée de $3\frac{31}{33}$: Parquoy le double d'icelle EF ſera $7\frac{29}{33}$. Les trois coſtez AF, ED, & EF ſont donc cogneus ainſi qu'il eſtoit requis.

Que ſi le poinct eſtoit donné au prolonguement de l'vn des coſtez comme en S, leſdits coſtez ſeront encores trouuez en la meſme maniere. Car ayant mené HR & SR paralleles aux coſtez, le triangle rectangle HRS aura deux coſtez cogneus, BS eſtant égale à IR, & ſera ſemblable au triangle rectangle HIF, qui a le coſté HI cogneu, & partant IF & HF ſeront cogneus comme deſſus.

Que ſi au lieu de la diſtance aux coſtez, celle iuſques aux deux angles eſtoit cogneuë, on viendroit auſſi à la cognoiſſance des coſtez deſdits trapeſes, ſuiuant la doctrine des triangles enſeignée cy apres : Car alors les trois coſtez d'vn triangle ſeroient cogneus, & partant on pourroit trouuer la perpendiculaire, & les ſegmens de la baſe, qui ſont les diſtances iuſques aux coſtez, & puis apres on procederoit comme deſſus auec leſdites diſtances.

Or nous enſeignerons icy à couppper telle partie qu'on voudra d'vn rectangle, n'eſtoit qu'au chap. 6. nous ferons le prob. general à toute ſorte de paral-

Digitized by Google

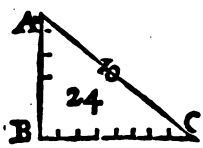
lelogramme, afin que les arpenteurs ou autres personnes, faisant partage à diuerses personnes de quelque piece de terre, iardin, vigne, prez, bois, ou autre chose de forme parallelogrammique, le puissent faire aisément, & cognoistre la valeur & quantité de chasque costé de la part d'vn chascun. Venons maintenant au deuxiesme chapitre de nostre Autheur.

Comment sont mesurez les triangles rectangles.

CHAP. II.

De tout triangle rectangle, la moitié de l'vn des costez, qui comprend l'angle droict multipliée par l'autre comprenant le mesme angle, produit le contenu du triangle.

COmme du triangle rectangle ABC, la moitié du costé AB, c'est à dire 3 multipliée par BC 8 produira 24, pour le contenu du triangle: la raison est, que le triangle rectangle est tousiours égal à la moitié du parallelogramme rectangle, qui aura BC pour longueur, & AB pour largeur, comme il a esté dit en la deffinition.



Or estant proposé à mesurer vne superficie triangulaire, il faut premierement regarder à l'œil si quelque angle d'icelle approche de l'angle droict, & à iceluy appliquer l'instrument afin d'en estre certain, & estant trouué tel, mesurez les deux costez qui comprenent ledit angle: Comme pour exemple voyant à l'œil que l'angle B au triangle ABC cy-dessus est comme droict, ie pose mon Compas sur son pied audit poinct B, & dispose les iambes d'iceluy en sorte qu'elles s'accordent sur les costez BA & BC: quoy faict ie trouue qu'il est ouuert de 90 degrez: Ie mesure donc mechaniquement lesdits costez BA, BC, qui font ledit angle B, puis multiplie l'vn par l'autre, & du produict en prends la moitié qui donne l'aire ou superficie dudit triangle ABC.

COROLLAIRE I.

De là est manifeste que le contenu estant donné auec l'vn des costez, qui comprend l'angle droict, il sera aisé de trouuer l'autre qui comprend aussi l'angle droict.

Car diuisant le contenu par la moitié du costé cogneu, le quotient sera la longueur de l'autre, comme 24 diuisez par 3 font pour quotient 8, qui est la longueur de BC, ou bien 24 diuisez par 4 font pour quotient 6, pour la longueur de AB.

COROL-

Digitized by Google

COROLLAIRE II.

Le contenu auſsi eſtant donné auec l'vn des coſtez qui comprend l'angle droict, les deux autres coſtez ſe pourront trouuer.

Car par le corollaire precedent, les deux coſtez qui comprennent l'angle droict eſtans cogneus, il eſt certain que le troiſieſme ſe trouuera *par la 47. du 1.* (le quarré faict du troiſieſme coſté, eſtant égal aux quarrez des deux autres coſtez qui comprennēt l'angle droict.) Or le quarré de AB, eſt 36, & le quarré de BC, 64, leſquels conioincts font 100, duquel nombre la racine quarrée 10, eſt la iuſte longueur de AC.

COROLLAIRE III.

Il eſt auſsi éuident que l'on pourra facilement trouuer le contenu d'vn triangle reſtangle, les deux coſtez d'iceluy eſtans donnez tels que l'on voudra.

Car ſi AB, & CB ſont donnez, on trouuera le contenu comme il a eſté monſtré. Mais ſi AC eſt donné auec AB, faudra ſoubſtraire le quarré de AB, (c'eſt à dire 36) du quarré de AC, qui eſt 100, & la racine quarrée du reſidu 64 (laquelle eſt 8) ſera la longueur de BC, *par la 47. du 1.* Tellement que les coſtez ainſi cogneus, le contenu ſe pourra trouuer ſans aucune difficulté.

COROLLAIRE IV.

De là eſt manifeſte, que de tout triangle rectangle dicible qui ſers en raiſon ſimple, l'vn des coſtez eſtant donné, lequel on voudra, ſe pourront auſsi trouuer les autres, & par conſequent le contenu d'iceluy.

Car des triangles dicibles, il n'y en a que de deux ſortes, ſçauoir eſt, de ceux qui ont le plus petit coſté nombre impair, le moyen pair, & le plus grand impair: & de ceux-cy le plus grand coſté n'excede iamais le moyen que de l'vnité, d'autant que le quarré du plus grand coſté, eſtant égal au quarré du moyen, & au gnomon qui eſt à l'entour *par la 4 du 2*, ſera touſiours nombre pair, afin que le plus petit quarré impair, ioinct auec le pair, faſſe le nombre du plus grand coſté impair.

Digitized by Google

L'autre ſorte eſt de ceux qui ont le plus petit coſté pair, & le moyen impair : de ceux-cy la moitié dudit plus petit coſté, multiplié par ſoy-meſme, produit vn nombre quarré, auquel ſi on adiouſte vn, ce ſera pour le plus grand coſté dudit triangle : & ſi on en oſte vn, ce ſera pour le moyen coſté : Et cecy eſt general & vniuerſel pour tous triangles rectangles dicibles en raiſon ſimple.

Si donc on propoſe vn triangle rectangle dicible, duquel le plus petit coſté en raiſon ſimple ſoit 5, faut multiplier 5 par ſoy-meſme qui produira 25, leſquels diuiſez en deux parties preſques egalles, ſans fraction, font 12 & 13 pour les deux autres coſtez cherchez : & ſi le plus petit coſté eſt pair en raiſon ſimple comme 8, la moitié ſera 4, multiplié par ſoy-meſme fait 16, auquel ſi on adiouſte vn, fait 17, pour le plus grand coſté ; & ſi on diminuë vn, reſteront 15, pour le moyen. Et pour trouuer le contenu de tels triangles, faut faire comme il a eſté monſtré en ce meſme chapitre. Que ſi les coſtez d'vn triangle ne ſe pouuoient exprimer par aucun nombre precis, pour faire toutes les operations deuant dictes, alors faut faire comme il a eſté monſtré des rectangles au chapitre precedent : car les triangles rectangles ſont moitiez des parallelogrammes rectangles (comme il a eſté dit) par conſequent y a meſme raiſon.

Ces deux manieres de trouuer les coſtez de triangles rectangles, ayans leurſdits coſtez commenſurables en nombre de parties égales ſans fraction, ſont attribuez à Pitagore & à Platon : ſelon lequel Pithagore, ſoit pris pour le moindre coſté quelconque nombre de parties nompair ; & iceluy nombre eſtant quarré ſoit oſté l'vnité de ſondit quarré, & la moitié du reſte d'iceluy quarré ſera le nombre du moyen coſté, auquel adiouſtant l'vnité prouiendra le plus grand : Comme pour exemple, prenant 7 pour le moindre coſté, ſon quarré eſt 49, duquel oſtant l'vnité, reſtent 48, dont la moitié 24 eſt pour le moyen coſté ; mais adiouſtant à iceluy l'vnité, viendront 25 pour le plus grand coſté. Mais ſelon Platon, ſoit pris quelconque nombre pair, & du quarré de la moitié d'iceluy ſoit oſté l'vnité, & reſtera le moyen coſté ; mais adiouſtant ladite vnité, nous aurons le plus grand coſté : Comme pour exemple, prenant 6 pour le nombre des parties du moindre coſté, le quarré de la moitié d'iceluy eſt 9, dont l'vnité eſtant oſtée, reſtent 8 pour le moyen coſté ; mais adiouſtant ladite vnité à iceluy quarré, nous aurons 10 pour le plus grand coſté.

Or nous enſeignerons icy comme par le moyen de trois nombres trouuez, ainſi que deſſus, on pourra diuiſer vn nombre quarré en tant d'autres nombres quarrez qu'on voudra : & pour ce faire poſons que nous voulions partir 36, nombre quarré en cinq quarrez. Premierement donc nous trouuerõs, comme dit eſt cy-deſſus, trois nombres quarrez, dont l'vn ſoit égal aux

Digitized by Google

deux autres, leſquels ſoient 5,4 & 3: Maintenant nous dirons, ſi 5 donnent 4, que donneront 6, qui eſt la racine de 36, nombre quarré propoſé; Item ſi 5 donnent 3, que donneront 6, & ſeront trouuez $4\frac{4}{5}$, & $3\frac{3}{5}$, pour la racine des deux quarrez égaux au quarré propoſé 36: derechef ſoit faict que comme 5 eſt à 4, & à 3, ainſi $3\frac{3}{5}$ à vn autre, & ſeront trouuez $2\frac{22}{25}$ & $2\frac{4}{25}$ racines de deux nombres quarrez égaux au nombre quarré de $3\frac{3}{5}$; & partant nous aurons deſia trois nombres, deſquels les quarrez ſont égaux au nombre quarré donné; & iceux nombres ſont $4\frac{4}{5}$, $2\frac{22}{25}$, & $2\frac{4}{25}$. Si derechef nous faiſons que comme 5 eſt à 4 & à 3, ainſi $2\frac{4}{25}$ ſoit à vn autre, ſeront trouuez deux autres nombres $1\frac{91}{125}$ & $1\frac{37}{125}$: Parquoy delaiſſant $2\frac{4}{25}$, auquel ſont égaux les deux derniers trouuez, nous aurons quatre racines $4\frac{4}{5}$, $2\frac{22}{25}$, $1\frac{91}{125}$, & $1\frac{37}{125}$, deſquels les nombres quarrez ſont égaux au nombre quarré propoſé 36. Et finablement ſi on faict derechef que comme 5 eſt à 4 & à 3, ainſi $1\frac{37}{125}$ ſoit à vn autre, ſeront trouuez deux autres racines $1\frac{23}{625}$ & $\frac{486}{625}$: parquoy delaiſſant $1\frac{37}{125}$, au lieu de laquelle nous auons trouué les deux dernieres racines, nous aurons cinq racines $4\frac{4}{5}$, $2\frac{22}{25}$, $1\frac{91}{125}$, $1\frac{23}{625}$, & $\frac{486}{625}$, les nombres quarrez deſquelles, (ſçauoir eſt $23\frac{4}{25}$, $8\frac{184}{625}$, $2\frac{15406}{15625}$, $1\frac{29879}{390625}$, & $\frac{236196}{390625}$) ſeront enſemble le nombre quarré propoſé 36. Et en ceſte maniere pourront eſtre trouuez dauantage de quarrez égaux au nombre propoſé 36, ſi on faict derechef que comme 5 eſt à 4 & à 3, ainſi la derniere racine trouuée ſoit à vne autre, &c.

Or d'autant qu'au chap. precedent nous auons inſeré pluſieurs propoſitions, concernant le parallelogramme rectangle, leſquelles peuuent eſtre adaptées au triangle rectangle, puis qu'il n'eſt autre choſe que la moitié dudit parallelogramme, nous les rapporterons icy auec autres, mais ſommairement, puis qu'elles ont ja eſté expliquées & demonſtrées.

1. *La difference des deux coſtez de l'angle droict d'vn triangle rectangle eſtant cogneuë, & auſſi l'aggregé d'iceux, les trois coſtez ſeront trouuez.*

Car ſi de la moitié de la ſomme des deux coſtez, on oſte la moitié de leur difference, reſtera le moindre coſté; mais ſi on l'adiouſte, viendra le plus grand coſté; & partant l'hypotenuſe ſera auſſi cogneuë, aſſemblant les quarrez d'iceux coſtez, & prenant la racine quarrée du produict. Si donc l'aggregé des deux coſtez eſt 14, & la difference 4; la moitié dudit aggregé eſt 7, dont i'oſte 2, moitié de la difference 4, & reſte 5 pour le moindre coſté; mais adiouſtant icelles moitiez, viennent 9 pour l'autre coſté: Et les quarrez de ces deux coſtez ſont 25 & 81, qui ſont enſemble 106, dont la racine quarrée $\sqrt{106}$ eſt le coſté ſouſtenant l'angle droict, qu'on appelle hypotenuſe. Or pour trouuer ladite hypotenuſe, les deux coſtez eſtans trouuez, nous ne le repeterons plus, puis que par la 47. p. 1. la racine quarrée de l'aggregé des quarrez deſdits deux coſtez, donne touſiours icelle hypotenuſe.

2. *Le contenu d'vn triangle rectangle eſtant cogneu, & la raiſon des deux coſtez de l'angle droict, on trouuera les trois coſtez du triangle.*

Car comme vn terme de la raiſon donnée eſt à l'autre, ainſi le double du triangle eſt au quarré du coſté homologue au ſecond terme. Parquoy le contenu d'vn triangle eſtant 48, & la raiſon des deux coſtez, comme 3 à 2: Ie poſe 3 au premier terme d'vne regle de prop. au ſecond 2, & au troiſieſme 96

Digitized by Google

double du triangle, & la regle eſtant faite viennent 64, dont la racine quarrée 8, eſt le moindre coſté. Mais faiſant que comme 2 eſt à 3, ainſi 96 ſoit à vn autre nombre ſeront trouuez 144, dont la racine quarrée 12 eſt le plus grand coſté: partant l'hypotenuſe ſera $\sqrt{208}$.

3. *La difference des deux coſtez de l'angle droict eſtant cogneuë, & la raiſon deſdits coſtez; on peut auſſi cognoiſtre tous les trois coſtez du triangle.*

Car comme la difference des termes de la raiſon eſt à l'vn ou l'autre d'iceux, ainſi la difference des coſtez eſt au coſté correſpondant: Parquoy la difference des coſtez eſtant 6, & leur raiſon comme 5 à 2: La difference des termes d'icelle raiſon eſt 3; partant comme 3 eſt au plus grand terme 5, ainſi 6 difference des coſtez eſt au plus grand coſté, qui ſera trouué de 10: Mais faiſant que comme 3 eſt au moindre terme 2, ainſi 6 ſoit à vn 4e proportionel, viendra 4 pour le moindre coſté; & partant l'hypotenuſe ſera $\sqrt{116}$.

4. *L'aggregé des deux coſtez qui comprennent l'angle droict d'vn triangle rectangle eſtant cogneu, & auſſi la raiſon d'iceux; on pourra trouuer les trois coſtez.*

Car comme l'aggregé des termes de la raiſon eſt auquel on voudra d'iceux, ainſi la ſomme des coſtez de l'angle droict eſt au coſté correſpondant. Parquoy les deux coſtez eſtans entr'eux comme 5 à 2, & l'aggregé d'iceux 14; ſi on trouue vn 4e nombre proportionnel à ces trois 7, 5 & 14, il ſera 10, & iceluy ſera pour le plus grand coſté des deux, & partant le moindre ſera 4, & l'hypotenuſe $\sqrt{116}$.

5. *Le contenu d'vn triangle rectangle eſtant cogneu, & l'aggregé des quarrez des deux coſtez de l'angle droict; les trois coſtez du triangle pourront eſtre trouuez.*

Car adiouſtant le quadruple dudit triangle audit aggregé des quarrez, viendra le quarré de la ſomme des coſtez; mais l'oſtant, reſtera le quarré de la difference deſdits coſtez. Parquoy le contenu d'vn triangle rectangle eſtant 24, & l'aggregé des quarrez des deux coſtez de l'angle droict 100; i'adiouſte audit aggregé 100, le quadruple du triangle, qui eſt 96, & viennent 196, dont la racine quarrée 14, eſt la ſomme des coſtez: mais oſtant ledit quadruple 96 dudit aggregé 100, reſte 4, dont la racine quarrée 2 eſt la difference d'iceux coſtez: partant l'vn eſt 8, & l'autre 6, & l'hypotenuſe 10.

6. *Le contenu d'vn triangle rectangle eſtant cogneu, & la difference des quarrez des deux coſtez de l'angle droict; on pourra cognoiſtre les trois coſtez du triangle.*

Car le quarré de la moitié de la difference des quarrez eſtant adiouſtée au quarré du double du triangle, on aura le quarré de la ſomme de la ſuſdite moitié, & quarré du moindre coſté; parquoy oſtant du coſté d'iceluy produit ladite moitié de la difference des quarrez, reſtera le quarré du moindre coſté: & partant les deux autres coſtez ſeront trouuez aiſément. Si donc le contenu d'vn triangle eſt 18, & la difference des quarrez des deux coſtez de l'angle droict eſt 65: ie double ledit triangle, & ſont 36, dont le quarré eſt 1296, auquel i'adiouſte $1056\frac{1}{4}$, quarré de la moitié de la difference des quarrez $32\frac{1}{2}$, & viennent $2352\frac{1}{4}$, dont la racine quarrée eſt $48\frac{1}{2}$, de laquelle i'oſte ladite moitié de la difference des quarrez, & reſtent 16, dont la racine quarrée 4 eſt le moindre coſté du triangle, par la moitié duquel ie diuiſe le contenu donné 18, & viennent 9 pour l'autre coſté de l'angle droict: &

Digitized by Google

partant l'hypotenuse est √97.

7. *Le contenu d'vn triangle rectangle estant cogneu, & la difference des costez de l'angle droict; on peut cognoistre les trois costez du triangle.*

Car estant adiousté à l'octuple du triangle le quarré de la difference des costez, viendra le quarré de la somme desdits costez: tellement que l'aggregé des costez, & leur difference sera cogneuë, & partant aussi chasque costé. Parquoy l'aire d'vn triangle rectangle estant 18, & la difference des costez de l'angle droict 5: i'adiouste 25 quarré d'icelle difference, à 144 octuple dudit aire, & viennent 169, dont la racine quarrée 13, est l'aggregé des deux costez de l'angle droict, duquel estant osté la difference 5, restent 8, dont la moitié 4 est le moindre costé, & partant le plus grand est 9, & l'hypotenuse √97.

8. *L'aire d'vn rectangle estant cogneu, & l'aggregé des costez de l'angle droict; les trois costez seront trouuez.*

Car si du quarré de la moitié dudit aggregé on oste le double de l'aire du triangle, restera le quarré de la moitié de la difference des costez: tellement que la moitié tant de l'aggregé, que de la difference des costez de l'angle droict, sera cogneuë, & partant les costez du triangle seront aisément trouuez. Soit donc vn triangle rectangle dont l'aire est 24, & l'aggregé des costez de l'angle droict 16: Le quarré de la moitié dudit aggregé est 64, dont i'oste 48, double de l'aire 24, & restent 16, dont la racine quarrée 4, est moitié de la difference des costez de l'angle droict: & icelle moitié estant ostée de 8, moitié de l'aggregé, restent 4 pour le moindre costé; mais estant adiousté, viennent 12 pour l'autre costé; & partant l'hypotenuse est √160.

9. *Estant cogneue la difference des costez de l'angle droict d'vn triangle rectangle, & la somme de leurs quarrez, les trois costez du triangle seront trouuez.*

Car si du double de la somme des quarrez on oste le quarré de la difference des costez, restera le quarré de l'aggregé desdits costez: tellement que la somme des costez de l'angle droict sera cogneuë, & aussi la difference: & partant chasque costé du triangle sera aisément cogneu. Parquoy la difference des costez de l'angle droict d'vn triangle estant 5, & l'aggregé des quarrez desdits costez 97: ie double iceluy aggregé des quarrez, & sont 194, dont i'oste 25, quarré de ladite difference 5, & restent 169, dont la racine quarrée 13 est la somme des costez, de laquelle i'oste la difference 5, & restent 8, dont la moitié 4 est pour le moindre costé de l'angle droict, & partant l'autre costé est 9, & l'hypotenuse √97.

10. *La difference des costez qui comprennent l'angle droict d'vn triangle estant cogneuë, & aussi la difference des quarrez d'iceux costez; les trois costez du triangle seront trouuez.*

Car diuisant la difference des quarrez par la difference des costez, viendra la somme desdits costez: & partant il sera aisé de trouuer iceux costez. Parquoy si la difference des costez de l'angle droict d'vn triangle est 5, & la difference des quarrez d'iceux costez 65: ie diuise 65 par 5, & viennent 13 pour la somme desdits costez de l'angle droit, de laquelle ayant osté la difference 5, restent 8, dont la moitié 4, est le moindre costé de l'angle droict, & partant l'autre costé est 9, & l'hypotenuse √97.

11. *Estant cogneu l'aggregé des costez qui comprennent l'angle droict d'vn triangle*

Digitized by Google

rectangle, & la somme de leurs quarrez; les trois costez du triangle seront trouuez.

Car si du double de la somme des quarrez on oste le quarré de l'aggregé des costez, restera le quarré de la difference desdits costez: tellement que tant l'aggregé des costez de l'angle droict que la difference sera cogneuë, & partant chasque costé sera aisément trouué. Si donc la somme des costez de l'angle droict est 12, & la somme de leurs quarrez 80; le double d'icelle somme des quarrez est 160, dont i'oste 144, quarré de 12 l'aggregé des costez, & restent 16, dont la racine quarrée 4 est la difference des deux costez de l'angle droict, qui ostée de l'aggregé 12, restent 8, dont la moitié 4 est le moindre costé: & partant l'autre sera 8, & l'hypotenuse $\sqrt{80}$.

12. *Estant cogneu l'aggregé des costez de l'angle droict d'vn triangle, & la difference de leurs quarrez; les trois costez du triangle seront trouuez.*

Car diuisant ladite difference des quarrez par ledit aggregé des costez, viendra la difference desdits costez: tellement qu'il sera aisé de trouuer chacun d'iceux. Soit donc l'aggregé des costez 13, & la difference de leurs quarrez 39: le diuise ladite difference 39, par ledit aggregé 13, & viennent 3 pour la difference des costez de l'angle droict, laquelle ostée de l'aggregé 13, restent 10, dont la moitié 5, est le moindre costé: & partant l'autre sera 8, & l'hypotenuse $\sqrt{89}$.

13. *Estant cogneu l'aire d'vn triangle rectangle, & l'hypotenuse, on peut trouuer les deux autres costez du triangle.*

Car ostant du quarré de l'hypotenuse le quadruple du triangle, restera le quarré de la difference des costez de l'angle droict: tellement que l'aire du triangle, & la difference des costez de l'angle droict seront cogneus: & partant lesdits costez pourront estre trouuez comme il est enseigné à la 7. prop. Le contenu d'vn triangle rectangle soit $10\frac{1}{2}$, & l'hypotenuse $\sqrt{58}$. De 58 quarré de l'hypotenuse, i'oste 42 quadruple de l'aire du triangle, & restent 16, dont la racine quarrée 4, est la difference des costez de l'angle droict: mais adiouſtant lesdits 16 à 84, octuple de l'aire, viennent 100, dont la racine quarrée 10 est l'aggregé desdits costez de l'angle droict, desquels i'oste la difference 4, & restent 6, dont la moitié 3, est le moindre costé, & partant restent 7 pour l'autre.

14. *Estant cogneuë l'hypotenuse d'vn triangle rectangle, & la difference des deux autres costez; on peut trouuer lesdits deux costez du triangle.*

Car ostant du quarré de l'hypotenuse le quarré de la difference des costez de l'angle droict, restera le quadruple de l'aire du triangle: tellement que le contenu dudit triangle sera cogneu, & aussi la difference des costez de l'angle droict: & partant iceux costez seront trouuez comme dit est cy-deuant à la prop. 7. L'hypotenuse d'vn triangle rectangle soit $\sqrt{58}$, & la difference des costez de l'angle droict 4: Le quarré de l'hypotenuse est 58, duquel estant osté 16, quarré de la difference, restent 42, dont le quart $10\frac{1}{2}$, est l'aire du triangle: Mais l'octuple dudit aire est 84, auquel i'adiouste 16, quarré de la difference, & viennent 100, dont la racine quarrée 10, est l'aggregé des costez de l'angle droict, duquel aggregé i'oste la difference 4, & restent 6, dont la moitié 3 est le moindre costé, & partant l'autre est 7.

Digitized by Google

15. *L'hypotenuſe d'vn triangle rectangle eſtant cogneuë, & l'aggregé des deux autres coſtez, iceux coſtez ſeront trouuez.*

Car oſtant le quarré de l'aggregé deſdits coſtez du double du quarré de l'hypotenuſe, reſtera le quarré de la difference d'iceux coſtez: & partant ils ſeront trouuez comme dit eſt cy-deuant. L'hypotenuſe d'vn triangle ſoit 10, & l'aggregé des deux coſtez de l'angle droict 14: Le quarré de l'hypotenuſe ſera donc 100, & ſon double 200, deſquels i'oſte 196 quarré de l'aggregé 14, & reſte 4, dont la racine quarrée 2 eſt la differẽce des coſtez de l'angle droict, laquelle difference oſtée de l'aggregé 14, reſtent 12, dont la moitié 6, eſt pour le moindre coſté, & partant l'autre eſt 8.

16. *L'hypotenuſe d'vn triangle rectangle eſtant cogneuë, & la raiſon des deux coſtez de l'angle droict; leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car ſi on faict que comme l'aggregé des quarrez des termes de la raiſon eſt au quarré de la diagonalle, ainſi le quarré de l'vn des termes ſoit à vn autre: iceluy ſera le quarré du coſté correſpondant au terme pris. Parquoy ſi l'hypotenuſe eſt √208, & que les coſtez ſoient entr'eux comme 3 à 2: leſdits coſtez ſeront 12 & 8: Car faiſant que comme 13 eſt à 208, ainſi 9 & 4 ſoit à vn autre, viendront 144 & 64, dont les racines ſont 12 & 8.

17. *Eſtant cogneu vn coſté de l'angle droict d'vn triangle rectangle, & l'aggregé des deux autres coſtez; on peut trouuer leſdits coſtez.*

Car diuiſant le quarré du coſté cogneu par l'aggregé des deux autres, reſtera leur difference; & partant la moitié dudit reſte ſera l'autre coſté de l'angle droict. Vn coſté de l'angle droit d'vn triangle ſoit 8, & l'aggregé des deux autres coſtez 16. Le quarré du coſté cogneu eſt 64, qui diuiſé par l'aggregé 16, viennent 4 pour la difference, laquelle oſtée dudit aggregé 16, reſtent 12, dont la moitié 6, eſt pour l'autre coſté de l'angle droict; & partant l'hypotenuſe eſt 10.

18. *Eſtant cogneu vn coſté de l'angle droict d'vn triangle, & la difference des deux autres coſtez; leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car ſi on diuiſe le quarré du coſté cogneu par la differẽce des deux autres coſtez, viendra l'aggregé deſdits coſtez; & partant oſtant d'iceluy aggregé la difference cogneuë, la moitié du reſte ſera l'autre coſté de l'angle droict. Vn coſté de l'angle droict d'vn triangle ſoit 12, & la difference des deux autres 8. Le quarré du coſté cogneu eſt 144, lequel eſtant diuiſé par la difference 8, viennent 18, deſquels oſtant ladite difference, reſtent 10, dont la moitié 5, eſt pour le moindre coſté de l'angle droict: & partant l'hypotenuſe eſt 13.

19. *Vn coſté de l'angle droict eſtant cogneu, & la raiſon des deux autres coſtez; leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car ſi on faict que comme la difference des quarrez des termes de la raiſon eſt au quarré de l'vn ou l'autre des termes, ainſi le quarré du coſté cogneu ſoit à vn autre, viendra le quarré du coſté homologue au terme pris. Parquoy ſi vn coſté eſt 8, & que les deux autres ſoient entr'eux comme 5 à 3, ils ſeront 10 & 6: Car faiſant que comme 16 difference des quarrez des termes de la raiſon, eſt au quarré de l'vn & l'autre terme 25 & 9, ainſi 64, quarré du coſté

Digitized by Google

cogneu, soit à vn autre, viendront 100, & 36, dont la racine est 10, & 6.

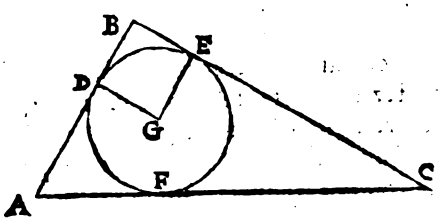
20. *L'aggregé des trois costez d'vn triangle rectangle estant cogneu, & la raison des deux costez de l'angle droict; les trois costez seront trouuez.*

Car si on faict que comme l'aggregé des termes de la raison donnée, & de la racine quarrée de l'aggregé des quarrez desdits termes, est à l'aggregé des costez, ainsi chascun des termes de ladite raison soit à vn autre, viendra le costé homologue audit terme. Parquoy si l'aggregé des costez d'vn triangle rectangle est 36, & que les costez de l'angle droict soient entre eux comme 4 à 3: soit trouuée la racine quarrée de l'aggregé des quarrez des termes 16 & 9, qui sera 5, laquelle soit adiousteé ausdits termes, & viendront 12: puis soit faict que comme 12 est à l'aggregé des costez 36, ainsi chascun des termes 4, & 3 soit à vn autre nombre, & seront trouuez 12, & 9 pour les costez de l'angle droict, & partant l'hypotenuse est 15.

Or si ledit aggregé des costez estoit donné, & la raison de l'hypotenuse à l'vn des deux autres costez; lesdits costez seroient aussi aisément trouuez: Car il n'y auroit que adiouster ledit aggregé donné auec la racine quarrée de la difference des quarrez des termes de la raison; & viendroit le premier nombre de l'analogie cy-dessus, &c.

21. *L'hypotenuse d'vn triangle rectangle estant cogneuë, & aussi le diametre du cercle inscript audit triangle; les deux costez de l'angle droict seront trouuez.*

Nous auons ja enseigné en la quinzieſme prop. qu'estant cogneuë l'hypotenuse, & l'aggregé des deux autres costez, iceux costez seront trouuez: Or nous auons icy l'hypotenuse cogneuë, & nous aurons ledit aggregé des costez de l'angle droict, adiouſtant le diametre du cercle à ladite hypotenuse: ce que nous demonſtrerons ainsi. Soit vn triangle rectangle ABC, dans lequel est inscript le cercle DEF, duquel le centre est G, & qui touche les costez du triangle és poincts D, E, F: ie dis que l'hypotenuse AC est moindre que l'aggregé des deux costez AB, BC, de la quantité du diametre du cercle DEF. Car ayant tiré du centre G, aux poincts d'attouchement D & E les semidiametres GD, GE; ils seront perpendiculaires aux costez AB, BC par la 18. p. 3. & partant le quadrilatere DBEG, a tous les angles droicts,



& par la 34. p. 1. il a les costez opposez égaux: il est donc quarré, & les deux costez DB, BE, seront ensemble égaux aux deux semidiametres GD, GE ensemble. Mais par le corol. de la 36. p. 3. les deux lignes AD, AF, sont égales entre elles, & aussi les deux CE, CF. Donc les deux AD, CB ensemble, seront egales aux deux AF, CF ensemble, c'est à dire à toute l'hypotenuse AC: icelle hypotenuse AC est donc moindre que les deux costez AB, BC ensemble, de la quantité de DB, BE ensemble, c'est à dire du diametre du cercle. Parquoy l'hypotenuse AC estant 10, & le semidiametre DG 2; i'adjouste tout le diametre 4 à ladite hypotenuse 10, & viennent 14, pour l'aggregé des costez de l'angle droict ABC; & partant le moindre costé AB sera 6, & l'autre BC 8.

Soit

Digitized by Google

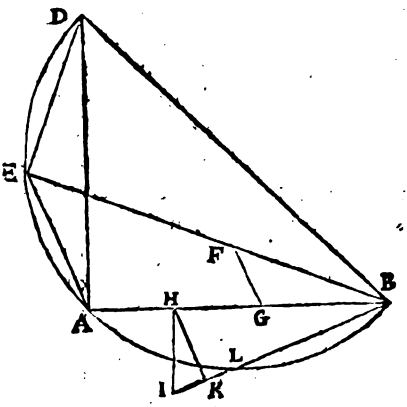
Soit encore l'hypotenuſe AC 9, & le diametre du cercle $\sqrt{45}-3$. Ladite hypotenuſe & diametre joincts enſemble, font donc $\sqrt{45}+6$; & tel ſera l'aggregé des coſtez de l'angle droict ABC, dont le quarré eſt $81+\sqrt{6480}$, qui oſté de 162, double du quarré de l'hypotenuſe AC reſtent $81-\sqrt{6480}$, dont la racine quarrée eſt $\sqrt{45}-6$, qui oſtée de l'aggregé $\sqrt{45}+6$, reſtent 12, dont la moitié 6 eſt pour le moindre coſté AB; & partant l'autre coſté BC eſt $\sqrt{45}$.

Il eſt donc manifeſte que ſi l'aggregé des deux coſtez de l'angle droict eſt cogneu, & auſſi le diametre du cercle inſcriptible audit triangle, que les trois coſtez ſeront pareillement trouuez: car oſtant dudit aggregé ledit diametre, reſtera l'hypotenuſe, & partant leſdits coſtez de l'angle droit ſeront trouuez comme deſſus.

Que ſi l'aggregé de tous les trois coſtez du triangle eſt cogneu, & ledit diametre du cercle inſcriptible, leſdits coſtez ſeront encores trouuez: Car oſtant ledit diametre dudit aggregé, la moitié du reſte ſera l'hypotenuſe, qui oſtée dudit aggregé reſtera la ſomme des deux coſtez de l'angle droict, chaſcun deſquels ſera trouué comme dit eſt cy-deſſus.

22. *Eſtant cogneue la difference des ſegmens faicts par la perpendiculaire, tombant de l'angle droict ſur l'hypotenuſe, & l'aggregé des coſtez dudit angle droict, les trois coſtez du triangle ſeront trouuez.*

Car comme le double du quarré de la ſomme des coſtez de l'angle droict, moins le quarré de la difference des ſegmens, eſt à ladite ſomme des coſtez, ainſi ladite difference des ſegmens eſt à la difference des coſtez, & ainſi auſſi ladite ſomme des coſtez eſt à l'hypotenuſe: ce que nous demonſtrerons ainſi. Soit vn triangle rectangle IHB, de l'angle droict duquel tombe la perpendiculaire HK, & ſoit priſe KL eſgale à IK, afin que LB ſoit la difference des ſegmens IK, KB; & ſoit continué le coſté BH, iuſques en A, en ſorte que HA ſoit eſgale au moindre coſté HI, afin que AB ſoit l'aggregé des coſtez de l'angle droict: puis ſur ladite AB, ſoit eſleuée la perpendiculaire AD eſgale à la meſme AB, & ayant joinct BD, ſoit deſcrit ſur icelle BD le demy cercle BAD, auquel ſoit accommodée la ligne droicte DE eſgale à la difference des ſegmens BL (ce qui ſe peut: car puiſque par la 20. p. 1. l'aggregé AB eſt plus grand que l'hypotenuſe BI, à plus forte raiſon DB, qui peut le double du quarré de AB ſera plus grand que BL,) afin que ayant tiré BE, elle puiſſe le double du quarré de AB, moins le quarré d'icelle DE par la 47. p. 1. ſoit auſſi priſe HG eſgale à HI, afin que GB ſoit la difference des coſtez de l'angle droict: Ie dis donc que comme BE, (dont le quarré auec celuy de DE difference des ſegmens eſt double du quarré de l'aggregé AB) eſt audit aggregé AB, ainſi la difference des ſegmens BL, eſt à la difference des coſtez



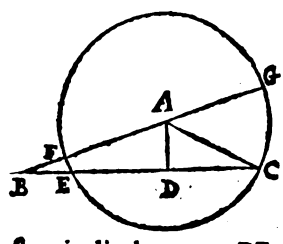
Digitized by Google

BG;& ainſi auſſi ledit aggregé AB eſt à l'hypotenuſe IB. D'autant que LB eſt la difference des ſegmens, & BG celle des coſtez, comme l'aggregé AB ſera à l'hypotenuſe BI, ainſi BL ſera à BG, comme il appert par ce qui eſt demonſtré à la 5. p. des triangles rectilignes de Henrion : Et en permutant comme AB ſera à BL, ainſi BI ſera à BG:& par la 22.p.6.comme le quarré de AB ſera au quarré de BL, ainſi le quarré de BI, ou les deux de AH, HB, ſera au quarré de BG:Et doublant les antecedans, comme le double du quarré de AB, c'eſt à dire le quarré de BD, eſt au quarré de BL, ou DE, ainſi le double des quarrez de AH, HB, c'eſt à dire les quarrez de AB, BG par la 10.p.2.eſt au quarré de BG:Et en diuiſant, comme le quarré de BE ſera au quarré de DE, ainſi le quarré de AB eſt au quarré de BG : Et par la 22. p. 6. comme BE ſera à DE, ainſi AB ſera à BG:donc en permutant, comme BE ſera à AB, ainſi DE ou BL ſera à BG. Mais nous auons demonſtré que BL eſt à BG, comme AB eſt à BI : Donc comme BE eſt à AB, ainſi BL eſt à BG, & ainſi auſſi AB à BI. Ce qu'il faloit demonſtrer.

Parquoy l'aggregé AB eſtant 35,& la difference BL 7:ie quarre 35, & viennent 1225, dont le double eſt 2450, duquel i'oſte 49, quarré de 7, & reſtent 2401, dont la racine quarrée 49 eſt pour BE : faiſant donc que comme 49 eſt à l'aggregé 35, ainſi la difference 7 ſoit à vn autre, viendront 5 pour BG difference des coſtez IH, HB; & partant IH eſt 15,& BH 20. Mais faiſant derechef que comme 49 eſt à 35, ainſi 35 ſoit à vn autre, viendront 25 pour l'hypotenuſe BI. L'aggregé AB ſoit derechef 28, & la difference BL $5\frac{1}{7}$: Le quarré de 28 eſt 784, & ſon double 1568, dont i'oſte $31\frac{2}{17}$ quarré de BL, & reſtent $1536\frac{16}{17}$, dont la racine quarrée eſt $37\frac{3}{7}$: faiſant donc que comme $37\frac{3}{7}$ eſt à l'aggregé 28, ainſi la difference $5\frac{3}{7}$ ſoit à vn autre, viendront 4 pour BG, difference des coſtez; & partant ils ſeront 12 & 16 ; & l'hypotenuſe 20.

23. *Eſtant cogneue la difference des coſtez de l'angle droict, & la difference des ſegmens faicts par la perpendiculaire, tombant de l'angle droict ſur l'hypotenuſe ; les coſtés du triangle ſeront trouués.*

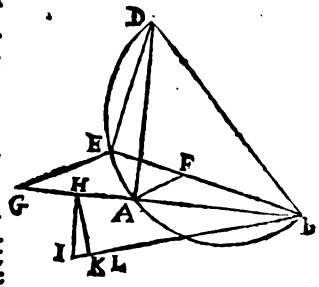
Car comme la ligne qui peut le double du quarré de la difference des coſtez de l'angle droict, moins le quarré de la difference des ſegmens de l'hypothenuſe, eſt à ladite difference des coſtez, ainſi ladite difference des ſegmens eſt à l'aggregé des coſtez de l'angle droict, & ainſi auſſi eſt ladite difference des coſtez à l'hypotenuſe. Ce que nous demonſtrerons, ayans prouué au prealable que la difference deſdits ſegmens, eſt moindre que la ligne droicte qui peut le double du quarré de la difference des coſtez de l'angle droict. Soit vn triangle ABC, ayant l'angle A droict, duquel tombe la perpendiculaire AD, qui couppe l'hypotenuſe en deux ſegmens inegaux BD, DC;& du centre A & internalle du moindre coſté AC, ſoit deſcrit vn cercle CEFG couppant l'hypotenuſe en E, & le coſté AB prolongé és poincts F & G : tellement que BE ſera la difference des ſegmens, & BF la difference des coſtez: ie dis donc que BE eſt moindre que la ligne droicte qui peut le double



Digitized by Google

du quarré de BF. Car d'autant que par le corollaire de la 36. p. 3. le rectangle de EBC eſt eſgal au rectangle de FBG; comme BC eſt à BG, ainſi BF eſt à BE par la 16. p. 6. & par la 22. p. 6. comme le quarré de BC ſera au quarré de BG, ainſi le quarré de BF ſera au quarré de BE, & doublant les antecedans, comme le double du quarré de BC ſera au quarré de BG, ainſi ſera le double du quarré de BF au quarré de BE. Mais par la 10. p. 2. les quarrez de BG, BF ſont enſemble double des quarrez de AB, AG, c'eſt à dire de BC; & partant le double du quarré de BC ſera plus grand que le ſeul quarré de BG: donc auſſi le double du quarré de BF ſera plus grand que le quarré de BE. Demonſtrons maintenant ce qui eſtoit propoſé.

Soit vn triangle rectangle BHI, de l'angle droict duquel tombe la perpendiculaire HK, & ſoit priſe KL eſgale à KI, afin que LB ſoit la difference des ſegmens IK, KB: puis ſoit auſſi priſe HA eſgale au moindre coſté HI, afin que AB ſoit la difference des coſtez, & ſoit continuée BH iuſques en G, en ſorte que HG ſoit eſgale à HI: en apres ſur AB ſoit eſleuée la perpendiculaire AD eſgale à icelle AB; & ayant tiré BD, ſoit deſcrit ſur icelle le cercle ADB, auquel ſoit accommodée BE eſgale à la difference des ſegmens BL, & tiré DE; le quarré d'icelle DE auec le quarré de la difference des ſegmens BE, ou BL, eſt eſgal au double du quarré de AB difference des coſtez par la 47. p. 1. Ie dis donc que comme ED eſt à la difference AB, ainſi la difference BL eſt à l'aggregé des coſtez GB; & ainſi auſſi ladite difference AB eſt à l'hypotenuſe IB. D'autant que comme l'hypotenuſe IB eſt à l'aggregé GB, ainſi la difference AB eſt à la difference LB; le quarré de IB, ou les deux de GH, HB, ſeront au quarré de GB, comme le quarré de AB ſera au quarré de BL, ou de BE; & doublant les antecedans, comme le quarré de BD ſera au quarré de BE, ainſi l'aggregé des quarrez de GB, AB, ſera au quarré de GB: & en diuiſant, le quarré de AB ſera au quarré de GB, comme le quarré de DE ſera au quarré de BE, ou de BL; & partant comme DE eſt à BA, ainſi BL eſt à GB par la 12. p. 6. Mais puiſque IB eſt à GB, comme AB eſt à BL; en permutant, comme AB ſera à BI, ainſi BL ſera à BG: donc comme DE eſt à AB, ainſi AB eſt auſſi à BI. Nous auons donc demonſtré ce qui eſtoit propoſé.



Si donc la difference des coſtez de l'angle droict AB eſt 3, & la difference des ſegmens BL eſt $4\frac{1}{7}$; le quarré de AB ſera 9, & ſon double 18, duquel oſtant $17\frac{16}{25}$ quarré de la difference BL, reſteront ſeulement $\frac{9}{25}$, dont la racine quarrée $\frac{3}{5}$ eſt pour la ligne DE: faiſant donc que comme $\frac{3}{5}$ eſt à la difference 3, ainſi la difference $4\frac{1}{7}$ ſoit à vn autre, viendront 21 pour l'aggregé GB; & partant le coſté HI ſera 9, & l'autre coſté HB 12.: Mais diuiſant le quarré de AB 9 par DE $\frac{3}{5}$, viendront 15 pour l'hypotenuſe BI. Soit encore la difference AB 7, & la difference LB $9\frac{2}{11}$: le quarré de AB ſera donc 49, & ſon double 98, pour le quarré de DB, duquel oſtant $83\frac{134}{169}$ quarré de la diffe-

Digitized by Google

rence des segmens, resteront $14\frac{15}{169}$ pour le quarré de DB; & partant icelle ligne sera $3\frac{10}{13}$: faisant donc que comme $3\frac{10}{13}$ sont à la difference 7, ainsi la difference $9\frac{2}{13}$ soit à vn autre, viendront 17 pour l'aggregé des costez GB; & partant le costé HI est 5, & HB 12, & l'hypotenuse IB 13.

24. *Estant cogneu vn costé de l'angle droict d'vn triangle rectangle, & l'alterne segment fait par la perpendiculaire, tombant de l'angle droict sur l'hypotenuse; les costez du triangle seront trouuez.*

Car il appert par la demonstration du 120 prob. Geom. de Henrion, que la moitié du segment estant adiousté à la ligne qui peut les quarrez du costé cogneu, & de ladite moitié du segment, viendra l'hypotenuse. Parquoy vn costé de l'angle droict d'vn triangle estant 20, & l'alterne segment 9, le quarré dudit costé sera 400, & celuy de la moitié du segment 9, est $\frac{81}{4}$, lesquels deux quarrez adiousté ensemble font $\frac{1681}{4}$, dont la racine quarrée est $20\frac{1}{2}$, à laquelle i'adiouste la moitié du segment, & viennent 25 pour l'hypotenuse; & partant l'autre costé est 15. Item le costé d'vn triangle rectangle estant 12, & l'alterne segment $12\frac{4}{5}$; le quarré dudit costé sera 144, & celuy de la moitié du segment $\frac{1012}{25}$, celuy-cy joinct à celuy-là, viennent $\frac{4624}{25}$, dont la racine quarrée est $13\frac{3}{5}$, à laquelle estant adiousté ladite moitié du segment $6\frac{2}{5}$, viennent 20 pour l'hypotenuse; & partant l'autre costé est 16.

25. *Estant cogneue la difference des costés de l'angle droict d'vn triangle, & la perpendiculaire tombant d'iceluy angle sur l'hypotenuse; les costés du triangle seront trouués.*

Car il est éuident par la demonstration du 121. prob. Geom. de Henrion, qu'adioustant la perpendiculaire à la ligne qui peut les quarrez de ladite perpendiculaire, & difference des costez, viendra l'hypotenuse. Parquoy si la difference des costez de l'angle droict d'vn triangle est 5, & la perpendiculaire 12; adioustant les quarrez de ladite difference & perpendiculaire, 25 & 144, viendront 169, dont la racine quarrée est 13, à laquelle estant adoustée la perpendiculaire, viendront 25 pour l'hypotenuse du triangle: & partant multipliant ladite hypotenuse par la perpendiculaire 12, viendront 300 pour le double de l'aire du triangle, que ie quadruple, & viennent 1200, ausquels i'adiouste 25 quarré de la difference des costez, & viennent 1225 pour le quarré de l'aggregé desdits costez, ainsi qu'il a esté dit cy-deuant à la 7. & 14. p. Parquoy ledit aggregé sera 35, & partant les costez seront 15 & 20. Soit encore la difference des costez de l'angle droict 3, & la perpendiculaire $7\frac{1}{2}$: leurs quarrez seront 9, & $\frac{2256}{25}$, qui font ensemble $\frac{2481}{25}$, dont la racine quarrée est $7\frac{1}{2}$, à laquelle i'adiouste la perpendiculaire $7\frac{1}{2}$, & viennent 15 pour l'hypotenuse, laquelle multiplie par ladite perpendic. viennent 108, qu'il faut quadrupler, & viendront 432, ausquels soit adiousté le quarré de la difference des costez, & seront 441, dont la racine quarrée 21 est l'aggregé des costez de l'angle droict; & partant ils seront 9 & 12.

26. *Estant cogneu l'aggregé des deux costés de l'angle droict d'vn triangle, & la perpendiculaire tombant dudit angle sur l'hypotenuse; les costés du triangle seront trouués.*

Car il est manifeste par la demonstration du 122. prob. Geom. de Henrion, qu'ostant la perpendiculaire de la ligne qui peut les quarrez de l'aggregé, & de ladite perpendiculaire, restera l'hypotenuse; & partant les costez de

Digitized by Google

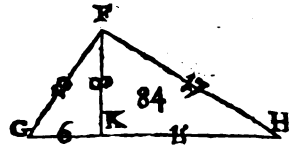
l'angle droict, pourront estre trouuez comme il est enseigné en la 15. prop. Parquoy si l'aggregé des costez de l'angle droict d'vn triangle est 35, & la perpendiculaire 12 adjoustant leurs quarrez 1225 & 144, viendront 1369, dont la racine quarrée est 37, de laquelle estant ostée la perpendiculaire 12, restent 25, pour l'hypotenuse du triangle, le quarré de laquelle estant doublé donne 1250, desquels i'oste le quarré de l'aggregé 35, qui est 1225, & restent seulement 25, dont la racine quarrée 5, est la difference des costez, & partant ils sont 15, & 20. Item l'aggregé des costez de l'angle droict estant 21, & la perpendiculaire $7\frac{1}{3}$; leurs quarrez feront 441, & $\frac{1936}{9}$, qui adjoustez ensemble feront $\frac{5625}{9}$, dont la racine quarrée est $22\frac{1}{3}$, de laquelle i'oste la perpendiculaire $7\frac{1}{3}$, & restent 15 pour l'hypotenuse, le quarré de laquelle est 225, & son double 450, desquels ayãt osté le quarré de l'aggregé 441, restent seulement 9; dont la racine quarrée 3, est la difference des costez de l'angle droict; & partant iceux costez seront 9 & 12.

Nous mettrons fin à ces propositions des triangles rectangles, pour venir au troisiesme chapitre de nostre Autheur.

Comment sont mesurez les triangles ambligones.

CHAPITRE III.

De tout triangle ambligone, le plus long costé multiplié par la moitié de la perpendiculaire qui tombe de l'angle obtus sur ledit costé, ou toute icelle perpendiculaire multipliée par la moitié du plus grand costé, produict l'aire du triangle.



COmme du triangle ambligone FGH, le plus long costé de GH 21 pieds, multiplié par la moitié de FK, (qui est la ligne tombante perpendiculairement de l'angle obtus F, sur ledit costé GH, laquelle nous posons estre de 8 pieds) le produict 84 sera le contenu de tout le triangle ambligone FGH: la raison est que la ligne KH, multipliée par la moitié de FK, produict le contenu du triangle rectangle FKH, & la ligne KG, multipliée par la moitié de FK, produict le contenu de l'autre triangle rectangle FKG, comme il a esté monstré au chapitre precedent, lesquels deux triangles sont egaux au tout FGH.

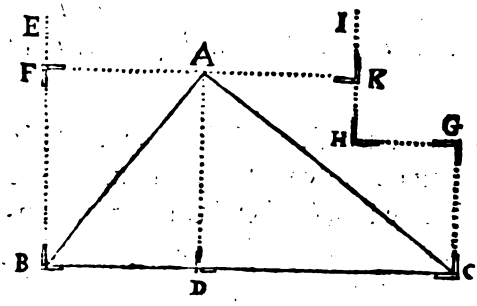
Ce que dit icy nostre Autheur des triangles ambligones, se peut aussi appliquer à toutes sortes de triangles: car Henrion a demonstré au commencement du chap. 2. du 3. liure de sa Geometrie pratique, qu'en tout triangle, la perpendiculaire tombant de l'vn des angles du triangle sur le costé oppose,

Digitized by Google

estant multiplié par la moitié d'iceluy costé, ou tout ledit costé par la moitié d'icelle perpendiculaire; est produict l'aire du triangle : ou bien qu'estant multiplié tout le costé par toute la perpendiculaire; la moitié du produit est l'aire du triangle. Ce qui me semble mieux, que de surcharger la memoire, d'autant de thoremes & preceptes qu'il y a despece de triangle. Et d'autant que nostredit Autheur n'enseigne point comme il faut cognoistre ny les costez, ny autres choses qu'il presuppose tousiours estre cogneuë, nous le monstrerons icy le plus brefuement qu'il nous sera possible.

Quand donc vous desirez mesurer vne piece de terre, ou autre superficie plane de forme triangulaire, mesurez premierement auec vne chaisne, corde, toise, verge, pas, ou autre chose, les trois costez de ladite figure, pour puis apres trouuer par le moyen d'iceux le contenu de ladite figure, comme sera dit au chap. 5. Ou bien mesurez l'vn des costez, & la perpendiculaire tombant sur iceluy de l'angle oppose : Et d'autant que lors que ladite perpendiculaire tombe dedans le triangle, l'operation me semble plus aisée; afin que cela aduienne asseurément, mesurez le plus grand costé, comme est icy BC; & pour trouuer le lieu où la perpendiculaire tombante sur iceluy de l'angle opposé le doit rencontrer, ouurez le Compas de proportion à angle droict, puis de B allez vers C, iusques à ce que l'vne des jambes dudit Compas estant le long de ladite BC, le ray visuel passant par les pinulles de l'autre jambe, aille rencontrer ledit poinct A, & soit de D, duquel vous mesurerez la distance iusques à A.

Que si on ne pouuoit mesurer ladite perpendiculaire DA par dedans le triangle, il la faudra mesurer par dehors ainsi : Le Compas estant à angle droict disposez-le en B, en sorte que l'vne des jambes s'accorde sur BC, & l'autre jambe aille à l'infiny vers E, où vous ferez planter vn piquet; puis ayant aussi planté vn piquet en B, vous-vous en irez vers ledit poinct E iusques à ce que l'vne des jambes du Compas estant selon BE, le ray visuel de l'autre jambe aille rencontrer le poinct A, & soit de F : quoy faict vous mesurerez la distance BF, qui sera égale à la perpendiculaire DA.



Que si ladite perpendiculaire ne se pouuoit mesurer en vne seule ligne, soit dedans ou dehors le triangle, à cause de la trop grande distance, ou de quelque autre obstacle qui empesche de veoir le poinct A, ou de continuër ladite perpendiculaire tant qu'il en seroit besoing, il se faudroit destourner à dextre ou à seneſtre, selon la commodité du lieu, tenant tousiours le Compas à angle droict: Comme pour exemple, presuppose que nous voulions tirer vne perpendic. du poinct C; le Compas estant à angle droict, & disposé audit lieu C en sorte que l'vne des iambes s'accorde sur CB, faictes planter vn piquet sur le ray visuel de l'autre iambe, comme en G, où il se rencontre

Digitized by Google

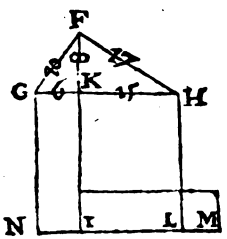
quelque obſtacle qui empeſche de pouuoir paſſer outre: ce faict, ayant planté vn piquet en C, allez audit lieu G, & y diſpoſez voſtre Compas en ſorte que l'vne des iambes s'accorde ſur GC; puis ſur le rayon viſuel qui paſſe par les pinulles de l'autre iambe, faictes auſſi planter vn piquet au poinct H, ſi eſloigné de G, que l'obſtacle rencontré audit lieu G ne puiſſe plus empeſcher de paſſer outre: En apres diſpoſez audit poinct H le Compas, en ſorte que l'vne des iambes ſoit le long de HG, & ſur le rayon viſuel de l'autre iambe faictes planter vn piquet, comme en I, vers lequel vous irez iuſques à ce que l'vne des iambes du Compas eſtant ſur HI, le ray viſuel paſſant par les pinulles de l'autre iambe aille rencontrer le poinct A: Quoy faict, vous meſurerez les diſtances KH, & GC, leſquelles ioinctes enſemble ſont égales à la perpendiculaire deſirée AD.

Que ſi on ne pouuoit meſurer mechaniquement que l'vn des coſtez, comme AB, il faudroit obſeruer les angles A & B; puis par la 6. p. des triangles rectil. de Henrion, trouuer le coſté oppoſé à l'vn d'iceux angles, comme BC; & par la 2. p. deſdits triangles, la perpendiculaire AD: Quoy faict, faudra trouuer l'aire comme dit eſt cy-deſſus.

COROLLAIRE I.

Les coſtez d'vn triangle ambligone eſtant donnez, ſe pourront trouuer les parties du coſté qui ſouſtient l'angle obtus diuiſé par la perpendiculaire.

CAr le quarré de FH, eſt moindre que les quarrez enſemble de GH, & FG, de la quantité deux fois du rectangle cõptis ſoubs GH, GK: Ce qui ſe prouue ainſi. Le quarré de FH, eſt égal aux quarrez de FK, & KH, *par la 47. du 1.* Or le quarré de GH, eſt plus grand que le quarré de KH, de la quantité du gnomon GIL: & le quarré de FG, eſt auſſi plus grand que le quarré de FK, du quarré de GK, qu'eſt LM: Le gnomon donc auec le quarré LM, eſt égal au rectangle compris deux fois ſoubs GH, GK: car MI eſt égale à HG, & GN égale à GH, *par la conſtruction*: Il s'enſuit donc (GH eſtant 21, GF 10 & FH 17) que diuiſant ce que les quarrez de GH, & GF, ont plus que le quarré de FH (c'eſt à dire 252) par la ligne GH (qui eſt 21) le quotient 12 ſera double à la ligne GK: laquelle par ce moyen ſera congneuë eſtre de 6 pieds, & KH de 15.



Ce que noſtre Autheur a voulu prouuer icy n'eſt autre choſe que ce qui eſt demonſtré à la 13. p. 2. Car encore qu'Euclide l'ait propoſé des triangles exigones ſeulement, neantmoins (comme a treſ-bien aduerty Henrion)

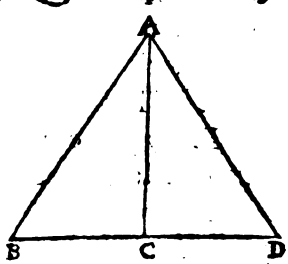
Digitized by Google

ladite prop. a auſſi lieu és triangles rectangles & ambligones, la perpendiculaire tombant de l'angle droict ou obtus: tellement donc qu'en tout triangle du plus grand angle, duquel tombe vne perpendic. ſur la baſe ou coſté oppoſé, ayant adiouſté le quarré de l'vn des coſtez auec celuy de ladite baſe, & du produict, oſté le quarré de l'autre coſté, ſi on diuiſe le reſte par la baſe, viendra le double du ſegment alterne au coſté dont le quarré aura eſté ſouſtraict. Leſdits ſegmens ſeront encore trouuez comme il eſt enſeigné à la 5. p. des triangles rectilignes de Henrion, & comme il a eſté dit cy-deuant, ſçauoir-eſt, faiſant que comme la baſe du triangle eſt à l'aggregé des deux coſtez, ainſi la difference deſdits coſtez ſoit à vn autre, qui ſera la difference deſdits ſegmens: & partant icelle difference eſtant oſtée de la baſe, la moitié du reſte ſera le moindre ſegment. Comme en l'exemple cy-deſſus, ſoit faict que comme la baſe 21, eſt à l'aggregé des coſtez 27, ainſi la difference d'iceux coſtez 7 ſoit à vn autre nombre, & viendront 9, qui oſtez de la baſe 21, reſtent 12, dont la moitié 6 eſt le moindre ſegment GK; & partant l'autre ſegment eſt 15. Ou bien encore autrement, ſoient quarrez les deux coſtez 10 & 17, & viendront 100 & 289, dont la difference eſt 189, laquelle ſoit diuiſée par la baſe 21, & viendront 9 pour la difference des ſegmens, & partant ils ſeront 6 & 15 comme deuant; & ce d'autant que la difference des quarrez des coſtez, eſt égal au rectangle faict de la baſe, & de la difference des ſegmens, comme on peut demonſtrer par la 47. p. 1. & 6. p. 2.

Mais eſt à notter que ſi le triangle propoſé eſtoit rectangle, il y a vne regle particuliere à iceluy, pour trouuer leſdits ſegmens, qui eſt plus prompte & facile à operer que celles cy-deſſus: Car diuiſant le quarré de l'vn des coſtez par la baſe ou hypotenuſe, ſeroit donné le ſegment ioignant ledit coſté; & ce d'autant que par le corol. de la 8. p. 6. iceluy coſté eſt moyen prop. entre ladite baſe & ledit ſegment.

Or quand les coſtez d'vn triangle ſont cogneus en nombre, on cognoiſtra l'eſpece du triangle ainſi qu'il enſuit: ayant quarré chaſque coſté, ſi le plus grand des quarrez eſt égal aux deux autres, le triangle ſera rectangle: Mais s'il eſt plus grand, le triangle ſera ambligone: & s'il eſt moindre, oxigone.

Quant à la premiere partie, elle eſt manifeſte par la 48. p. 1. Et pour la ſeconde, ſoit le triangle ABC, le plus grand coſté duquel ſoit AB, & par conſequent le quarré d'iceluy plus grand que chacun des deux autres AC, BC, mais auſſi plus grand que les deux enſemble: Ie dis que le triangle ABC eſt ambligone. Sur AC, & au poinct C ſoit eſleuée la perpendiculaire CD eſgale au coſté CB, & mené la ligne AD. Puiſque le triangle ACD eſt rectangle, par la 47. p. 1. le quarré de AD ſera égal aux quarrez de AC, CD, c'eſt à dire de AC, CB. Mais le quarré de AB, a eſté poſé plus grand que leſdits quarrez de AC, CB: Donc le quarré de AB ſera auſſi plus grand que le quarré de AD; & par conſequent la ligne AB plus grande que la ligne AD: Et puis que les coſtez AC, CB ſont égaux aux coſtez AC,



CD

Digitized by Google

CD, chacune au ſien, & que la baſe AB eſt plus grande que la baſe AD, l'angle ACB ſera plus grand que l'angle droict ACD par la 25. p. 1. & partant le triangle ACB, qui a l'angle ACB obtus, eſt ambligone.

Pour la 3e partie: Si le quarré de AB (qui eſt le plus grand coſté) eſtoit moindre que les deux quarrez des deux autres coſtez AC, CB; Ie dis que le triangle ACB ſeroit oxigone. Car ayant conſtruit le triangle ACD comme deſſus, le quarré de AD ſera plus grand que le quarré de AB; & partant icelle AD plus grande que AB: Parquoy l'angle droict ACD ſera plus grand que l'angle ACB par la 25. p. 1. Iceluy ACB eſt donc aigu; & par conſequent chacun des deux autres angles du triangle ACB ſeront auſſi aigus, chaſcun eſtant moindre qu'iceluy ACB par la 18. p. 1. le triangle ABC eſt donc oxigone.

COROLLAIRE II.

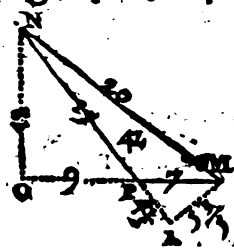
De là s'enſuit que les parties de la baſe ainſi trouuez, la perpendiculaire ſera facilement cogneuë.

Car le coſté FG, a pour ſon quarré 100, lequel eſt égal aux deux quarrez de FK & KG, *par la 47 du premier.* Si donc on ſouſtraict le quarré de GK, (c'eſt à dire 36) de 100, reſteront 64 pour le quarré de FK, deſquels 64 la racine quarrée 8 ſera la longueur de la perpendiculaire FK.

Ceſte maniere de trouuer la perpendiculaire eſt facile à operer quand il ne s'y rencontre que des nombres entiers: mais quand il y a des fractions, i'aymerois mieux proceder par la voye des ſinus, enſeignée en la 5. p. des triangles rectilignes de Henrion, ou pluſtoſt en la 3. p. Car deux coſtez d'vn triangle rectangle ſont cogneus, & la perpendiculaire cherchée eſt le troiſieſme coſté.

COROLLAIRE III.

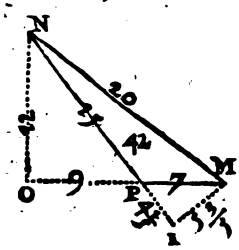
Les choſes ainſi demonſtrées cy-deuant, il eſt éuident que les trois coſtez d'vn triangle ambligone eſtans donnez, ſe pourra encor trouuer la perpendiculaire, qui tombera de l'angle aigu hors du triangle, ſur l'vn des coſtez prolongé, lequel eſt au long de l'angle obtus.



SOit donc le triangle ambligone NPM, 7, 15, 20, l'angle obtus d'iceluy au poinct O: Et le coſté MP, ſoit prolongé vers O: Apres ſoit tirée la perpendiculaire NO, il eſt manifeſte *par la 12 du 2*, que le quarré du coſté MN, qui ſouſtient l'angle obtus, eſt plus grand que les quarrez des deux autres coſtez de la quantité deux fois du rectangle com-

Digitized by Google

pris soubs le costé MP, & la ligne entre la perpendiculaire & l'angle obtus, sçauoir OP. Si donc on diuise par le costé MP, ce dequoy le quarré NM est plus grand que les quarrez des deux autres costez, c'est à sçauoir 126 par 7 : le quotient sera 18, double à la ligne PO, laquelle par ce moyen sera de 9, lesquels adiouſtez au costé PM feront 16. Or *par la 47 du 1.* le quarré de NM est égal aux quarrez de MO & ON: Si donc le quarré OM (c'est à dire 256) est soustraict du quarré de NM, il restera 144 pour le contenu du quarré de MO, duquel nombre la racine quarrée 12, sera la longueur de la perpendiculaire NO. Quand donc on multipliera icelle perpendiculaire, par la moitié du costé qui aura esté prolongé, où la moitié d'icelle perpendiculaire par le mesme costé, il en prouiendra l'aire du triangle ambligone. La raison est, que ce triangle est égal au triangle rectangle, duquel les costez comprenans l'angle droit, sont égaux aux lignes NO & PM. *Comme on peut colliger de la 38 du 1.*



Henrion a aussi enseigné en la 5.p. des triangles rectilignes à trouuer ladite perp. où il a demonstré que faisant comme la base 7 est à l'aggregé des costez 35, ainsi la difference desdits costez 5 soit à vn autre, iceluy nombre quatrieſme prop. 25, sera l'aggregé de la base 7 & du double de OP, tellement que OM sera 16; & partant le triangle rectangle ONM a deux costez cogneus, & par consequent le troisieſme ON, qui est la perpendiculaire requise, sera trouuée de 12, par la 3.p. desdits triangles rectilignes. On pourra donc operer par l'vne ou l'autre maniere cy-dessus. Soit donc que la perpendiculaire tombe dedans ou dehors le triangle, icelle sera trouuée, & aussi les segmens, par les susdites 5 & 3. p. Ce que nous disons encore icy, afin de ne le plus repeter cy apres.

COROLLAIRE IV.

Il s'ensuit aussi, que les deux costez d'vn triangle ambligone donnez, auec le contenu d'iceluy, le troisieſme costé se pourra trouuer.

Comme soit donné le contenu 42, & les deux costez PM 7, & PN 15 aussi donnez: faut diuiser 42 par la moitié de PM, c'est à dire par 3 & demy, & le quotient 12, sera la longueur de la perpendiculaire NO: Or le quarré de NO (c'est à dire 144) leué du quarré de NP (qu'est 225) restera 81, duquel nombre la racine quarrée 9 est la longueur de la ligne OP: laquelle iointe auec PM fera 16: Or le quarré de MO (sçauoir 256) ioinct au quarré de NO (qu'est 144) sera le nombre 400, duquel la racine quarrée 20 sera la longueur du costé cherché NM.

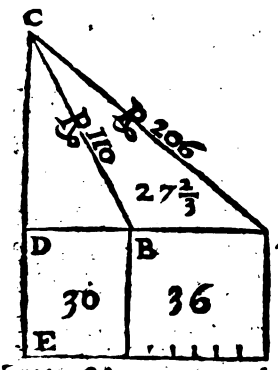
Digitized by Google

Que si auec le contenu, les deux costez NM & NP estoient donnez, faudroit diuiser le contenu 42, par la moitié du costé NP (c'est à dire par 7 & demy) & le quotient 5 & 3 cinquiesmes, seroit la longueur de la perpendiculaire, qui tomberoit de l'angle aigu M, sur le costé prolongé (NPI) le quarré de laquelle perpendiculaire monteroit au nombre 31 & 9 vingt-cinquiesmes, lequel leué du quarré MN (400) resteroit 368 & 16 vingt-cinquiesmes, pour le quarré de NI *par la 47 du 1*, desquels la racine quarrée 19 & 1 cinquiesme, seroit la longueur de NI, de laquelle si on soustraict le costé NP (qui est 15) restera seulement 4 & 1 cinquiesme pour la longueur de la ligne entre l'angle obtus & la perpendiculaire (sçauoir PI.) Or le quarré d'icelle ligne PI, (c'est à dire 17 & 16 vint-cinquiesmes) auec le quarré de la perpendiculaire (qui est 31 & 9 vingt-cinquiesmes) font le nombre 49: la racine quarrée 7 sera donc la longueur du costé cherché PM.

Que si les costez du triangle ambligone estoient incommensurables, ne se pouuans exprimer par aucun nombre precis pour faire toutes les operations deuant dictes, alors

Faut chercher le troisiesme nombre proportionnel apres le quarré de l'vn des costez qui comprend l'angle obtus, & l'vn des rectangles, dont le plus grand costé differe en puissance des deux autres: & le soustraire du quarré de l'autre costé qui comprend le mesme angle, alors restera le nombre du quarré de la perpendiculaire.

Comme soit le triangle ABC, duquel AC soit le costé d'vn autre quarré contenant 206: CB, le costé d'vn autre quarré contenant 110: & AB d'vn autre contenant 36. Faut soustraire 110 & 36 de 206, resteront 60, dont la moitié 30 sera égale au rectangle compris de AB & BD, *par la 12 du 2*. Le troisiesme nombre proportionnel apres 36 & 30 sera 25 pour le quarré de BD (car le rectangle BE) est moyen proportionnel entre les quarrez de AB, & BD (comme il a esté monstré) lequel soustraict de 110, resteront 80, pour le quarré de la perpendiculaire CD: le quart desquels (qui est le quarré de la moitié de la perpẽdiculaire,) multiplié par 36, feront 720, dont la racine quarrée (qui est presque 27,) est le contenu du triangle ABC. Et ainsi cest ambligone est me-

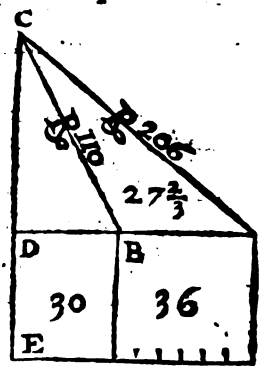


Digitized by Google

ſuré comme rectangle, ayant ſa baſe AB, & ſa ligne orthogonelle, la moitié de CA, *par les 37 & 38 du 1.*

D'autant qu'és deux impreſſions qui ont ja eſté faictes de ce liure, ſe ſont gliſſées diuerſes fautes en ceſt endroit, nous auons eſtimé eſtre beſoin pour le ſoulagement du Lecteur, de remettre icy la choſe en ſon entier.

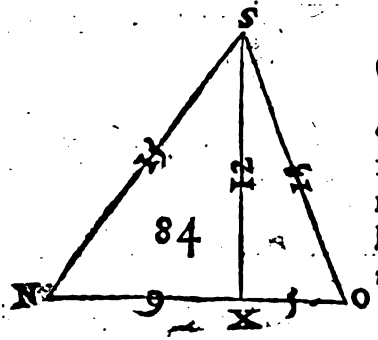
Soit le triangle ABC, duquel AC ſoit le coſté d'vn quarré contenant 206: CB le coſté d'vn autre quarré contenant 110: & AB le coſté d'vn autre quarré contenant 36. D'autant que par la 12. p. 2. le quarré de AC, (206) eſt égal aux deux quarré de AB, BC, (qui ſont 36 & 110), & à deux fois le rectangle de AB, BD; ayant oſté du quarré de AC, (206) les deux quarrez de AB, BC, (qui font 146) reſteront 60, pour les deux rectangles; & partant vn ſeul rectangle de AB, BD, vaudra 30. Mais ledit rectangle de AB, BD eſt moyen proportionnel entre les quarrez d'icelles lignes AB, BD, comme il a eſté demonſtré cy-deuant au chap. 1. Trouuant donc vn troiſieſme nombre proportionnel à 36 & 30, viendront 25 pour le quarré de BD. Or iceluy quarré de BD auec celuy de la perpendiculaire CD, eſt égal au quarré de BC par la 47. p. 1. Oſtant donc du quarré de BC 110, celuy de BD 25, reſteront 85 pour le quarré de ladite perpendiculaire CD: & partant icelle perpend. eſt $\sqrt{85}$, dont la moitié eſt $\sqrt{21\frac{1}{4}}$, qui multipliée par la baſe AB qui eſt 6, ou $\sqrt{36}$, viendront $\sqrt{765}$, qui ſont peu plus de $27\frac{2}{3}$. Et ainſi ce triangle ambligone eſt meſuré comme vn rectangle, ayant pour baſe le coſté AB, & pour ſa ligne orthogonelle la moitié de CD. Viendra le meſme ſi on poſe pour baſe le coſté BC: Car ayant oſté comme deſſus l'aggregé des quarrez de AB, BC 146, de celuy de AC 206, reſteront 60, dont la moitié eſt 30: & trouuant le nombre troiſieſme proportionnel à 110 & 30, qui ſera $8\frac{2}{11}$, & iceluy oſté de 36 quarré de AB, reſteront $27\frac{9}{11}$ pour le quarré de la perpendiculaire, qui eſtant multiplié par celuy de la baſe BC, qui eſt 110, viendront 3060, dont le quart 765 eſt le quarré dudit triangle ABC, & partant iceluy eſt peu plus de $27\frac{2}{3}$ comme deuant. Que ſi on vouloit prendre le coſté AC pour baſe, faudroit proceder comme ſera dit au ſecond article du Corrol. 3. du chap. ſuyuant.



Comment ſont meſurez les triangles exigones.
CHAPITRE IV.

Les triangles exigonez, ſont meſurez, en multipliant l'vn des coſtez, par la moitié de la perpendiculaire, qui tombe de l'angle oppoſé ſur iceluy coſté: ou en multipliant toute la perpendiculaire, par la moitié du meſme coſté: & le produict ſera le contenu du triangle.

Digitized by Google



COmme pour exemple le triangle SNO, duquel le costé NO (sur lequel tombe la perpendiculaire) soit de 14 pieds, & la perpẽdiculaire de 12, faut multiplier 14 par 6, & le produict 84, est le contenu du triangle donné, *par les raisons du chapitre precedent.*

COROLLAIRE I.

Il est donc éuident, que si tous les costez d'vn triangle oxigone sont donnez, on pourra trouuer les parties du costé sur lequel tombera la perpendiculaire, diuisé par icelle.

Car le quarré du costé NS est moindre que les quarrez des deux autres costez, du rectangle contenu deux fois soubs NO, OX, *par la 13 du 2.*

Or posons NS de 15, SO de 13, & NO de 14, il faut soustraire le quarré de NS (qui est 225) des deux autres quarrez des costez, (qui contiennent 365) & il restera 140, desquels la moitié 70, sera égale au rectangle compris soubs NO, OX. Si donc on diuise 70, par la base NO (qui est 14) le quotient sera 5, pour la partie XO, lesquels 5 soustraicts de 14, restera 9 pour l'autre partie NX.

COROLLAIRE II.

Il s'ensuit aussi que la perpendiculaire sera facilement trouuée.

Car le quarré SO, est esgal aux quarrez de SX & XO. Si donc le quarré de XO (c'est à dire 25) est soustraict du quarré SO (qui contient 169) il restera 144 pour le quarré de SX, desquels la racine quarrée 12, sera la iuste longueur de la perpendiculaire SX.

COROLLAIRE III.

Les deux costez d'vn triangle oxigone donnez auec le contenu d'iceluy, se pourra trouuer le troisiesme costé.

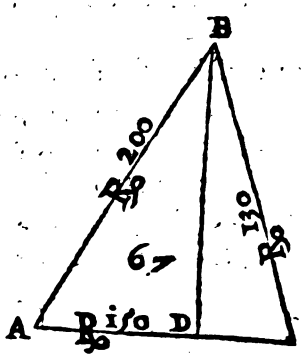
Comme soyent les deux costez NO 14, & NS 15 donnez auec le

Digitized by Google

contenu 84, faut diuiſer 84 par le coſté NO 14, & le quotient 6, ſera la moitié de la perpendiculaire SX: Icelle perpendiculaire ſera donc de 12, le quarré de laquelle (144) ſouſtraict du quarré de NS (225) reſtera le nombre 81, pour le quarré de la ligne NX, *par la 47 du* 1: la racine quarrée duquel nombre (9) eſtant la longueur de NX, ſouſtraicte de NO, reſtera 5 pour la longueur XO: mais les quarrez de SX & XO (c'eſt à dire 169) ſont eſgaux au quarré de SO: la racine quarrée donc de 169 (ſçauoir 13) ſera la iuſte longueur de SO.

Que ſi les coſtez d'vn oxigone ne ſont point dicibles.

Cherchez le troiſieſme nombre proportionnel, apres le quarré du coſté comprenant l'angle aigu ſur lequel tombe la perpendiculaire, & l'vn des rectangles, duquel le quarré du coſté ſouſtenant ledit angle, eſt different des deux autres quarrez des coſtez: Et iceluy nombre ſouſtrait du quarré du coſté comprenant le meſme angle (ſur lequel ne tombe point la perpendiculaire) reſtera le nombre de la perpendiculaire.



Soit la puiſſance de AB 200; de AC 150; de BC 130, & ſoit ſouſtraict 200 de 150 & 130 (qui font 280 (reſtera 80, dont la puiſſance AB differe des puiſſances de AC, BC: la moitié donc (ſçauoir 40) eſt eſgale au rectangle de AC, CD. Soit le troiſieſme proportionnel apres 150 & 40, le nombre 10 & 2 tiers pour le quarré de DC, lequel ſouſtraict de BC (qui eſt 130) reſtera 119 & 1 tiers pour le quarré de la perpend. le quart duquel (qui eſt le quarré de la moitié d'icelle) multiplié par 150, produit 4475, dont la racine quarrée (preſque 67) eſt le contenu du triangle oxigone donné: lequel par ce moyen eſt meſuré comme rectangle, ayant AC en longueur, & la moitié de BD en largeur. Voyla donc, tant en l'ambligone que en l'oxigone vne meſure plus preciſe qu'en cherchant la racine de chacun coſté.

Le meſme aire viendra auſſi ſi on poſe pour baſe le coſté AB. Car adiouſtant enſemble les deux quarrez de AB, & AC, viendront 350, deſquels ayant oſté le quarré de l'autre coſté BC, & pris la moitié du reſte 220, on aura 110, pour le rectangle de la baſe AB, & diſtance de l'angle A à la perpend. tombant de C ſur ladite baſe; le quarré duquel rectangle (ſçauoir eſt 12100)

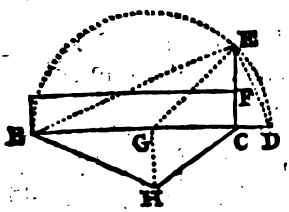
Digitized by Google

eſtant diuiſé par le quarré de ladite baſe, viendront 60 ½ pour le quarré de ladite diſtance ou ſegment, lequel quarré eſtant oſté de celuy de AC 150, reſteront 89 ½ pour le quarré de la perpend. & partant icelle perpend. ſera √89 ½, qui multipliée par la moitié de la baſe AB, c'eſt à dire par √50, viendront comme deuant 4475, dont la racine quarrée (qui eſt preſque 67) donne l'aire dudit triangle ABC. Iceluy aire ſera encore trouué poſant BC pour baſe, &c.

COROLLAIRE IV.

Les choſes cy deuant ainſi demonſtrées, il s'enſuyura que tout triangle ſera égal au quarré, duquel le coſté ſera la moyenne proportionnelle, entre la baſe & la moitié de ſa perpendiculaire.

Comme ſoit le triangle BCH, reduit en parallelogramme rectangle BF: la ligne CF ſera donc eſgale à la moitié de la perpendiculaire GH. Soit prolongée ſa baſe BC iuſques à D, en ſorte que CD ſoit eſgale à CF. Soit auſſi prolongée CF vers E, & ſoit faict le demy cercle DEB. Il eſt éuident *par la 5 du 2*, que le rectangle compris de BC, CD, auec le quarré de GC, eſt eſgal au quarré de la moitié de BD, c'eſt à dire GE. Que ſi le quarré de l'entre-moyenne GC commun, eſt oſté, il reſtera que le quarré de EC ſera eſgal au rectangle BF: car le quarré GE vaut les quarrez de GC & EC, *par la 47 du 1*. Or que EC ſoit moyenne entre BC & CD, il appert: car *par la 8, du 6*, le triangle BEC eſt équiangle à EDC, telle raiſon a donc BC à CE que CE à CD, *par la 4 du 6*.



Ce que i'ay penſé neceſſaire à declarer, pour ſeruir és demonſtrations ſuyuantes.

Or tout ainſi qu'au chap. 2. nous auons inſeré pluſieurs belles propoſitions concernant les triangles rectangles, ainſi auſſi en rapporterons-nous icy pluſieurs concernant non ſeulement les triangles oxigone, dont eſt parlé en ce chap. mais qui s'addaptent auſſi à toutes ſortes & eſpeces de triangles, & d'autres qui ſont peculieres à quelque eſpece ſeulement.

1. *Eſtant cogneu le coſté d'vn triangle equilateral; trouuer l'aire d'iceluy.*

D'autant que tirant vne perpend. d'vn angle compris par deux coſtez égaux d'vn triangle ſur l'autre coſté, elle le couppe en deux également; ſi du quarré d'vn deſdits coſtez égaux on oſte le quarré de la moitié de la baſe, reſtera le quarré de la perpendiculaire, qui multiplié par ledit quarré de la moitié de la baſe, donnera le quarré de l'aire du triangle. Parquoy le coſté d'vn triangle équilateral eſtant 12: le quarré d'iceluy ſera 144, & le quarré de la moitié 6 ſera 36, qui oſté de 144, reſtent 108, pour le quarré de la perpendiculaire du

Digitized by Google

triangle, qui multiplié par le quarré 36, produit 3888 pour le quarré de l'aire du triangle; & partant iceluy est $\sqrt{}3888$, qui est presque $62\frac{11}{12}$. Soit encore vn triangle équilateral, dont chasque costé soit $\sqrt{}20$: le quarré dudit costé sera donc 20, & celuy de la moitié 5; & la soustraction faicte restent 15, qui multipliez par 5, viennent 75, dont la racine quarrée $\sqrt{}75$, est l'aire du triangle. Ainsi le triãgle équilateral dont chasque costé est seulement 1, l'aire est $\sqrt{\frac{3}{16}}$. Et d'autant que les figures semblables sont entr'elles, comme les quarrez de leurs costez homologues; faisant que comme 1 est au quarré du costé de quelconque triangle équilateral proposé, ainsi $\sqrt{\frac{1}{16}}$ soit à vn 4e nombre proportionnel, iceluy sera l'aire du triangle. Parquoy ayant multiplié par soy-mesme le quarré du costé d'vn triangle équilateral proposé, si on multiplie derechef le produict par 3; ce qui viendra estant diuisé par 16, donnera le quarré de l'aire du triangle. Es petits nombres, si on multiplioit seulement le quarré du costé proposé par 13, & le produit diuisé par 30, viendroit aussi l'aire assez precis.

2. *Estans cogneu l'aire d'vn triangle équilateral; le costé d'iceluy triangle sera trouué.*

Car d'autant que par les 19 & 20. p. 6. les figures semblables sont entr'elles en raison doublée de leurs costez homologues, en laquelle sont aussi les quarrez desdits costez, & que l'aire du triangle équilateral, dont le costé est seulement 1, est $\sqrt{\frac{3}{16}}$, faisant que comme $\sqrt{\frac{1}{16}}$ est à l'aire proposé, ainsi 1, soit à vn 4e nombre prop. iceluy sera le quarré du costé cherché; c'est à dire qu'ayant multiplié le quarré de l'aire donné par 16, & diuisé le produict par 3, viendra le quarré de quarré du costé du triangle: parquoy prenant la racine quarrée dudit produict, & derechef la racine quarrée de celle-cy, viendra ledit costé du triangle. Ainsi estant proposé à trouuer le costé d'vn triangle équilateral dont l'aire est 60; ie quarre 60, & viennent 3600, qui multipliez par 16, donnent 57600, qui diuisez par 3, viennent 19200, dont la racine censicensique est $\sqrt{\sqrt{}}19200$, & autant est le costé du triangle, c'est à dire $1.\frac{77}{100}$ peu plus. Or és petits nombres, si ayant multiplié l'aire donné par 30, on diuise le produict par 13: viendra assez precisément le quarré du costé du triangle: Ainsi en l'exemple cy-dessus; multipliant 60 par 30, viennent 1800, qui diuisez par 13. le quotient $138\frac{6}{13}$ est le quarré du costé du triangle, dont la racine est $\sqrt{}138\frac{6}{13}$, ou presque $11\frac{10}{13}$, & tel est le costé du triangle; tellement que ledit costé seroit trouué plus grand par ceste maniere que par le precedent seulement de $\frac{9}{1300}$.

3. *Estans cogneus les trois costez d'vn triangle isoscelle; cogneistre l'aire.*

Il faut oster du quarré de la moitié de la base le quarré du costé, & restera le quarré de la perpendiculaire, qui multiplié par ledit quarré de la moitié de la base, sera produict le quarré de l'aire, lequel on aura aussi par les regles precedentes, sçauoir est multipliant ladite moitié de la base par ladite perpendiculaire. Ainsi les costez d'vn triangle isoscelle estans chascun de 13, & la base 10: ie quarre 13, & viennent 169, desquels i'oste le quarré de la moitié de la base 5, qui est 25, & restent 144, qui multipliez par ledit quarré 25, sont produits 3600, dont la racine quarrée 60, est l'aire du triangle.

4. *Le contenu d'vn triangle isoscelle estant cogneu, & l'vn des trois costez; lesdits costez seront trouuez.*

Car

Digitized by Google

Car si l'aire & la base du triangle sont cogneus, diuisant ledit aire par la moitié de ladite base, viendra la perpendiculaire, le quarré de laquelle estant ioinct au quarré de ladite moitié de la base, viendra le quarré du costé : Ainsi l'aire d'vn triangle isoscelle, dont la base est 8, estant 12 ; ie diuise 12 par 4, & viennent 3, dont le quarré 9, estant adiousté au quarré 16, viennent 25 pour le quarré du costé du triangle, qui partant est 5. Mais si l'aire est cogneu, & l'vn des costez ; la moitié de la base sera trouuée, & la perpendiculaire, comme il est enseigné à la 12. p. des rectangles ; car l'aire dudit triangle isoscelle, est aussi celuy du parallelog. rectangle, dont la diagonalle est égale au costé du triangle isoscelle : tellement que selon ladite prop. les costez du rectangle seront bien trouuez : mais pour discerner lequel sera moitié de la base du triangle propolé, il est besoing d'auoir la cognoissance de l'espece de l'angle du sommet dudit triangle. Car lors que ledit angle est aigu, le plus petit costé trouué est moitié de ladite base du triangle ; & lors qu'il est droict, icelle moitié est égale à la perpendiculaire ; mais quand il est obtus, le moindre costé trouué est la perpendiculaire : Ce qui est si manifeste par la figure d'vn thombe, dont le costé est celuy du triangle isoscelle, qu'il n'est besoing d'employer temps à le demonstrer. Parquoy l'aire d'vn triangle isoscelle, dont le costé est 10, estant 48 ; i'oste le double dudit aire du quarré du costé 100, & restent 4, qui est quarré de la difference de la perpendiculaire à la moitié de la base, & partant icelle perpend. est 2 ; Et adiousstant ledit quarré 4 au quadruple du triangle, qui est 192, viennent 196, dont la racine quarrée 14, est l'aggregé de la perpend. & de la moitié de la base ; & partant puisque leur difference est 2, l'vne sera 6, & l'autre 8 : tellement que si l'angle opposé à ladite base est aigu, icelle base sera 12 ; mais s'il est obtus, elle sera 16.

5. Estans cogneuë la perpendiculaire tombant de l'vn des angles d'vn triangle sur le costé opposé, la difference des segmens faicts par icelle, & la difference des costez ; les trois costez du triangle seront trouuez, & par consequent l'aire du triangle.

Car puisque par la demonstration du 118. prob. Geom. de Henrion, il est manifeste que comme la difference des quarrez des differences des segmens de la base, & des costez, est à l'aggregé de la susdite difference & quadruple du quarré de la perpendiculaire, ainsi le quarré de la difference des costez est au quarré de la base, & ainsi aussi le quarré de la difference des segmens est au quarré de l'aggregé des costez : ayant osté du quarté de la difference des segmens de la base celuy de la difference des costez, & adiousté ce qui restera au quadruple du quarré de la perpendiculaire ; soit faict que comme ledit reste est audit aggregé, ainsi le quarré de la difference des costez soit à vn autre, viendra le quarré de la base du triangle ; mais faisant qu'ainsi soit le quarré de la difference des segmens à vn autre, viendra le quarré de l'aggregé des costez. Ainsi la perpendiculaire d'vn triangle estant 12, la difference des costez 7, & la difference des segmens de la base 11 : Pour trouuer les trois costez, soient pris les quarrez desdites differences, qui seront 49, & 121, le moindre desquels soit soustraict du plus grand, & resteront 72, que i'adiouste à 576 quadruple de 144 quarré de la perpendiculaire, & viennent 648 : puis soit faict que comme le reste 72 est à l'aggregé 648, ainsi 49 quarré

Digitized by Google

de la difference 7 ſoit à vn autre, & viendront 441, dont la racine 21 eſt pour la baſe : Mais faiſant que comme 72 eſt à 648, ainſi 121 quarré de la difference 11, ſoit à vn autre, viendront 1089, dont la racine quarrée 33 eſt l'aggregé des coſtez ; & partant l'vn eſt 13, & l'autre 20 : multipliant donc la baſe 21 par 6, moitié de la baſe, viendront 126 pour le contenu du triangle. Soit encore vn triangle duquel la perpendiculaire ſoit 12, la difference des ſegmens 4, & la difference des coſtez 2 : Pour trouuer les coſtez par voye Algebraïque, poſons que le moindre ſegment de la baſe ſoit 1ℵ : Donc le plus grand ſegment ſera 1ℵ+4 : Or le quarré du moindre ſegment eſtant ioinct au quarré de la perpend. eſt produict le quarré du moindre coſté du triangle : iceluy quarré ſera donc 1q+144. Mais le quarré du plus grand ſegment auec celuy de ladite perpendiculaire eſt auſſi égal au quarré du plus grand coſté du triangle ; & partant iceluy quarré ſera 1q+8ℵ+160 : Parquoy le moindre coſté ſera ℣ (1q+144), & le plus grand ℣ (1q+8ℵ+160). Et pour ce que 2 eſt l'excez du plus grand coſté par-deſſus le moindre, il y aura égalité entre 2+℣(1q+144), & ℣ (1q+8ℵ+160 :) donc auſſi entre leurs quarrez, qui ſont 1q+148+℣(16q+2304), & 1q+8ℵ+160 : oſtons de chaſque coſté 1q+148, & reſteront ℣ (16q+2304) égaux à 8ℵ+12 : prenons les quarrez, & viendront 16q+2304 égaux à 64q+192ℵ+144 : oſtons de part & d'autre 16q, & 192ℵ+144, reſteront 48q égaux à 2160—192ℵ ; tellement qu'vn quarré vaudra 45—4ℵ ; & partant 1ℵ vaudra 5 : le moindre ſegment ſera donc 5, le plus grand 9, la baſe 14, le moindre coſté 13, & le plus grand 15. Multipliant donc ladite baſe 14 par la moitié de la perpendiculaire viendront 84 pour l'aire du triangle.

Or ce probleme eſt conſiderable, veu qu'ayant eſté propoſé par Regiomontanus, & par luy reſould ſeulement par voye Algebraïque, il a depuis eſté ſubiect d'exercite aux plus ſubtils Mathematiciens, entre leſquels le treſ-docte Cyriac en ſes animaduerſions a deſnoué tous les nœuds & difficultez qui pouuoient arriuer ſur ce probleme.

6. *Eſtant cogneuë la baſe d'vn triangle, la perpendiculaire, & la difference des coſtez : leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car de la meſme demonſtration du prob. precedent on peut colliger que comme la difference des quarrez de la baſe & difference des coſtez, eſt à l'aggregé d'icelle difference des quarrez au quadruple du quarré de la perpendiculaire, ainſi le quarré de la difference des coſtez eſt au quarré de la difference des ſegmens de la baſe faicts par la perpeudiculaire : Parquoy ayant oſté du quarré de la baſe cogneuë, celuy de la difference des coſtez, & adiouſté le reſte au quadruple du quarré de la perpendiculaire ; ſi on faict que comme ledit reſte eſt audit aggregé, ainſi le quarré de la difference des coſtez ſoit à vn autre, viendra le quarré de la difference des ſegmens de la baſe ; & partant faiſant puis apres que comme la difference des coſtez eſt à la difference des ſegmens, ainſi la baſe ſoit à vn autre, viendra l'aggregé des coſtez, & partant chacun d'iceux ſera cogneu, puis que leur difference eſt cogneuë. Soit donc vn triangle dont la baſe eſt 14, la perpendiculaire 12, & la difference des coſtez 2 : Le quarré de la baſe 14 eſt 196, duquel i'oſte le quarré de la

Digitized by Google

difference des costez 2, qui est 4, & restent 192, que i'adiouste à 576 quadruple de 144 quarré de la perpendiculaire 12, & viennent 768 : faisant donc que comme le reste 192, est à l'aggregé 768, ainsi 4 quarré de la difference des costez soit à vn autre, viendront 16, dont la racine quarré 4 est la difference des segmens de la base faicts par la perpendiculaire : Maintenant faisons que comme la difference des costez 2, est à icelle difference des segmens 4, ainsi la base 14 soit à vn autre, & viendront 28 pour l'aggregé des costez, dont la difference est 2 ; & partant le moindre sera 13 & l'autre 15. Soit encore vn triangle, dont la base est 21, la perpendiculaire 12, & la difference des costez 7. Posons que le moindre segment de la base soit 1ℵ : donc l'autre segment sera 21—1ℵ ; & partant les quarrez d'iceux segmens seront 1q, & 1q+441—42ℵ, à chascun desquels estant adiousté le quarré de la perpendiculaire 12, sçauoir est 144, viendront 1q+144, & 1q+585—42ℵ, pour les quarrez des deux costez du triangle ; & par consequent iceux costez seront $\mathcal{V}$(1q+144), & $\mathcal{V}$(1q+585—42ℵ.) Et puisque la difference desdits costez est 7, adioustant 7 au moindre costé $\mathcal{V}$(1q+144,) viendront $\mathcal{V}$(1q+144)+7 égaux à $\mathcal{V}$(1q+585—42ℵ) : dõc aussi leurs quarrez 1q+193+$\mathcal{V}$(196q+28224) & 1q+585—42ℵ seront égaux : ostons de part & d'autre 1q+193, & resteront $\mathcal{V}$(196q+28224) égaux à 392—42ℵ : prenons les quarrez, & viendront 196q+28224 égaux à 1764q+153664—32928ℵ : Adiousstons de part & d'autre 32928ℵ, & ostons 196q+28224 ; nous aurons 1568q égaux à 32928ℵ—125440 : Parquoy chasque quarré vaudra 21ℵ—80 ; & par consequent 1ℵ vaudra 5 : (nous prenons tant icy qu'ailleurs la moindre racine, quand nous voyons que la grande n'est propre à la chose donnée.) Le moindre segment de la base sera donc 5, le quarré duquel estant ioinct à celuy de la perpendiculaire, vient 169, dont la racine quarrée 13 est pour le moindre costé, & partant le plus grand sera 20.

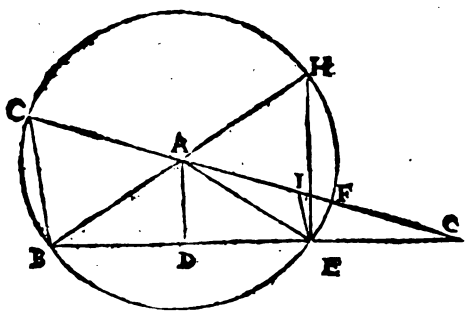
Or quand nous parlons de la difference des segmens de la base faicts par la perpendiculaire, nous entendons qu'elle tombe dedans le triangle, & couppe la base en deux parties inégales, comme és exemples cy-dessus : Car quant aux triangles, esquels la perpendiculaire tombe dehors, il ne viendra pas la difference des segmens, ains la base d'vn autre triangle dont les costez seront égaux à ceux du proposé, & la difference des segmens égale à la base donnée : Neantmoins suiuant les analogies cy-dessus on paruiendra tousiours à la cognoissance des costez de quelconques triangles, c'est à dire que faisant que comme le reste trouué est à l'aggregé, ainsi le quarré de la difference des costez soit à vn autre ; & puis apres que comme ladite difference des costez est au costé ou racine quarrée du nombre trouué, ainsi la base donnée soit à vn autre, viendra tousiours l'aggregé des costez. Ainsi la difference des costez d'vn triangle estant 2, la base 4, & la perpendiculaire 12 ; Soit faict que comme 12 est à 588, ainsi 4 soit à vn autre, & viendrõt 196, dont la racine quarrée est 14 : Soit aussi faict que comme la difference 2 est à 14, ainsi la base 4 soit à vn autre, & viendront 28 pour l'aggregé des costez, & partant ils sont 13 & 15. Soit encore vn triangle dont la base est 9, la perpendiculaire 12, & la difference des costez 3 : faisant que comme 72 est à 648, ainsi 9 soit à vn autre,

Digitized by Google

viendront 81, dont la racine quarrée est 9: & faisant derechef que comme la difference 3 est à 9, ainsi la base 9 soit à vn autre, viendront 27 pour l'aggregé des costez; & partant ils seront 12 & 15: tellement que l'vn d'iceux sera le mesme que la perpendiculaire, & partant le triangle est rectangle.

On cognoistra donc par l'operation où tombera la perpendiculaire, & partant quel sera le triangle: Car si le quarré trouué est moindre que celuy de la base donnée, ladite perpendiculaire tombera dedans le triangle; mais s'il est plus grand, dehors; & si égal, elle sera vn costé du triangle: Neantmoins on cognoistra encore cela, diuisant seulement le quarré de la base par la difference des costez: & si l'exces du quotient par-dessus ladite difference des costez est plus grand que le double de la perpendiculaire, icelle perpendiculaire tombera dedans le triangle; s'il est moindre, dehors; & si égal, elle sera costé du triangle: ce que nous demonstrerons ainsi.

Soit premierement vn triangle ABC, duquel la perpendiculaire AD couppe la base BC en deux segmens inegaux; & du poinct A comme centre, & interuale du moindre costé AB soit descrit le cercle BEF, qui couppe la base BC en E, & le costé AC en F, tellement que EC est la difference des segmens de la base, & FC la difference des costez. Ie dis que le quarré de la base BC appliqué sur la difference des costez FC, donne vne latitude, dont l'exces par-dessus ladite difference FC est plus grand que le double de la perpendiculaire AD. Soit continué le costé CA iusques à ce qu'il rencontre la circonference en G. D'autant que par le Corol. de la 36. p. 3. le rectangle de BC, EC est égal au rectangle de GC, FC, iceluy rectangle de BC, CE estant appliqué sur CF, donnera la latitude ou costé CG, dont l'exces par-dessus la difference CF est le diametre GF, lequel est plus grand que le double de la perpendiculaire AD, le semidiametre AB estant plus grand qu'icelle perpend. AD par la 19. p. 1. Mais par la 2. p. 2. le quarré de BC est plus grand que le rectangle de BC, EC: donc iceluy quarré de BC estant appliqué sur ladite difference CF, donnera vn costé, duquel l'excez par-dessus icelle difference FC, sera beaucoup plus grand que ladite perpendiculaire AD.



2. Soit le triangle AEC, duquel la perpendiculaire AD tombe hors le triangle sur le costé CE prolongé iusques à la circonference B: ayant descrit le cercle BGH, & tiré le diametre BAH, soit menée HE, laquelle sera double de la perpendiculaire AD; BH & BE estant couppées en deux également par icelle AD: finalement ayant ioinct BG, soit tirée EI parallele à BG. Puisque le rectangle de BC, EC est égal au rectangle de GC, FC par le susdit Corollaire de la 36. p. 3. comme GC est à BC, ainsi EC est à FC. Mais aussi comme GC est à BC, ainsi IC est à EC par la 4. p. 6. Donc comme IC est à EC, ainsi EC est à FC; & partant par la 17. p. 6. le quarré de EC sera égal au rectangle de-

Digitized by Google

IC, FC. Parquoy le quarré de EC estant appliqué sur la difference FC, viendra IC, dont l'excez par-dessus FC est IF, que ie dis estre moindre que EH double de la perpendiculaire AD. Car puisque BG, EI sont paralleles, comme GI est à IC, ainsi BE est à EC par la 2. p. 6. & partant BE est à GI, comme EC est à IC. Mais EC est moindre que IC, (car nous auons demonstré que FC, EC, & IC sont prop.) Donc aussi BE sera moindre que GI. Et d'autant que par la 2. p. 6. EH & AD sont paralleles, l'angle BEH sera droict, estant égal au droict ADB par la 29. p. 1. & par la 47. p. 1. le quarré de BH est égal aux deux quarrez de BE, EH: Mais le quarré de GF est égal à celuy de BH: Donc le quarré de GF, moins celuy de BE, sera égal au quarré de EH: Parquoy le mesme quarré de GF estant diminué du quarré de GI, plus grand que celuy de BE, restera vn plan moindre que ledit quarré de EH. Mais par la 4. p. 2. le quarré de GF est égal aux deux quarrez de GI, IF, & deux fois le rectangle d'icelles GI, IF: donc le quarré de GF, moins le quarré de GI, sera égal au quarré de IF, & deux fois le rectangle de GI, IF: Parquoy le quarré de IF, & deux fois le rectangle de GI, IF, seront moindre que le quarré de EH: donc le seul quarré de IF, sera beaucoup moindre qu'iceluy quarré de EH; & partant la ligne IF sera aussi moindre que la ligne EH double de la perpendiculaire AD.

3. La troisiesme partie est si manifeste par la premiere figure & demonstration de la 36. p. 3. qu'il n'est besoing de nous y arrester d'auantage.

7. *Estant cogneuë la perpendiculaire d'vn triangle, la difference des segmens de la base faicts par icelle, & l'aggregé des costez; les trois costez du triangle seront trouuez, & par consequent aussi le contenu d'iceluy.*

Car par la demonstration du prob. 119. de Henrion, il est éuident que comme la difference d'entre le quarré de l'aggregé des costez, & celuy de la difference des segmens est à la difference d'entre ledit quarré de l'aggregé, & le composé du quarré de ladite difference des segmens auec le quadruple de celuy de la perpendiculaire, ainsi ledit quarré de l'aggregé des costez est au quarré de la base; & ainsi aussi le quarré de la difference des segmens est au quarré de la difference des costez: Parquoy ayant osté le quarré de la difference des segmens de celuy de l'aggregé des costez, & mis le reste à part, soit adiousté ledit quarré de la difference des segmens au quadruple du quarré de la perpendiculaire, & ostez le produict du quarré dudit aggregé des costez; puis faictes que comme le premier reste est à celuy-cy, ainsi ledit quarré de l'aggregé soit à vn autre, & viendra le quarré de la base: Mais faisant qu'ainsi soit ledit quarré de la difference des segmens à vn autre, viendra le quarré de la difference des costez. Ainsi la perpendiculaire d'vn triangle estant 12, l'aggregé des iambes 33, & la difference des segmens de la base 11: pour trouuer les costez du triangle, soient pris les quarrez de l'aggregé des iambes, & de la difference des segmens, qui seront 1089 & 121: le moindre desquels quarrez soit osté du plus grand, & resteront 968, lesquels soient gardez à part: puis i'adiouste ledit quarré 121 auec 576 quadruple du quarré de la perpendiculaire, & seront 697, lesquels soient ostez desdits 1089 quarré de l'aggregé des iambes, & resteront 392: Maintenant soit faict que comme le premier reste.

Digitized by Google

968 est à celuy-cy 392, ainsi 1089 quarré de l'aggregé soit à vn autre & viendront 441, pour le quarré de la base du triangle, qui partant sera 21 : Mais faisant que comme lesdits 968 sont ausdits 392, ainsi 121 quarré de la difference des segmens soit à vn autre nombre, viendront 49, pour le quarré de la difference des costez, qui partant sera 7 : Et puisque l'aggregé d'iceux costez est 35, le moindre sera 13, & l'autre 20. Multipliant donc la base 21 par la moitié de la perpendiculaire, sçauoir est par 6, viendront 126 pour le contenu du triangle proposé.

Soit encore vn triangle, duquel la perpendiculaire estant 12, l'aggregé des costez est 28, & la difference des segmens de la base 4. Posons que le moindre costé soit 1ℛ : Donc l'autre sera 28—1ℛ ; & partant leurs quarrez seront 1q, & 1q+784—56ℛ : de chascun desquels ostons le quarré de la perpendiculaire 144, & resteront 1q—144 pour le quarré du moindre segment, & 1q+640—56ℛ pour le quarré du plus grand segment ; & partant lesdits segmens seront √(1q—144), & √(1q+640—56ℛ.) Et puisque l'excez desdits segmens est 4, adiouſtons 4 au moindre segment, & viendront √(1q—144) +4 égaux au plus grand segment √(1q+640—56ℛ), prenons les quarrez de part & d'autre, & viendront 1q—128+√(64q—9216) égaux à 1q+640—56ℛ. Ostons 1q—128 de chascun, & resteront √(64q—9216) égaux à 768—56ℛ : prenõs les quarrez, & viẽdront 64q—9216 égaux à 3136q+589824—86016ℛ : Adiouſtons de part & d'autre 9216, & viendront 64q égaux à 3136q+599040—86016ℛ : adiouſtons encore 86016ℛ, & viendront 64q+86019ℛ égaux à 3136q+599040 : Ostons finablement de part & d'autre 64q, & 599040, & resteront 86016ℛ—599040 égaux à 3072q : Parquoy 1q vaudra 28ℛ—195 ; & partant 1ℛ vaudra 13 : donc le moindre costé sera 13, l'autre 15, & la base 14 : laquelle estant multipliée par 6 moitié de la perpendiculaire, viendront 84 pour le contenu du triangle.

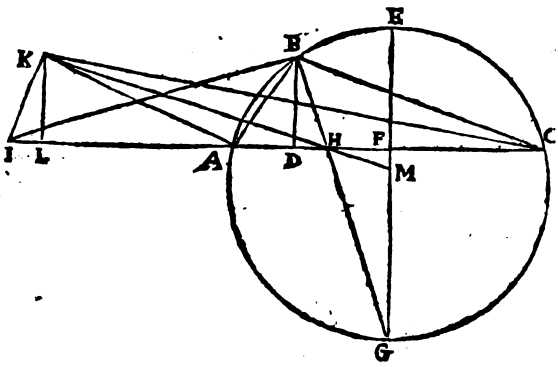
8. *La base d'vn triangle estant donnée, la perpendiculaire, & aussi la raison des iambes ; icelles seront trouuez.*

Car faisant que comme la moitié de la difference des segmens de la base, couppée selon la raison donnée, est au moindre segment, ainsi le plus grand segment soit à vn autre, iceluy sera l'aggregé des extrémes de trois proportionnelles, desquelles la perpendiculaire donnée est la moyenne, & chascune d'icelles extrémes, la distance de ladite perpendiculaire, iusques au poinct de la susdite section : Ce que nous demonstrerons sommairement ainsi qu'il ensuit, delaissant au Lecteur à veoir ce que les doctes Viettes, Cyriac, & Andretson ont faict & remarqué sur ce prob. lequel auoit ja esté traicté par Regiomontanus & Nonius, mais par voye Algebraïque seulement.

Soit vn triangle ABC, duquel la perpendiculaire est BD, qui tombant dans ledit triangle couppe la base AC en deux segmens inégaux, desquels le moindre est AD, & le plus grand DB : icelle base soit aussi couppée en deux également & à angles droicts par la ligne EFG, afin qu'en icelle soit le centre du cercle ABCG, qui circonscrit le triangle ABC, & qu'elle couppe la periphere AGC en deux également en G, ainsi qu'il appert par le Corol. de la 1. p. 3. & 30. p. du mesme liure : estant donc mené la ligne droicte BHG, elle

Digitized by Google

couppera l'angle ABC en deux également par la 27. p. 3. & la baſe AC ſelon la raiſon des coſtez AB, BC par la 3. p. 6. Finablemẽt ſur icelle BG, & au point B ſoit eſleuée la perpendiculaire BI ſi grande qu'elle aille rencontrer la baſe CA prolongée en I. (Ce qui doit aduenir, les deux angles IBD, AHB eſtans moindres que deux droicts.) Et puiſque les angles HBI, HFG ſont droicts, & les angles BHI, HFG égaux par la 15. p. 1. les triangles IBH, GHF ſont équiangles; & par la 4. p. 6. comme IH eſt à HB, ainſi GH eſt à HF; & par la 16. p. 6. le rectangle de IH, HF ſera égal au rectangle de BH, HG. Mais par la 35. p. 3. iceluy rectangle de BH, HG eſt égal au rectangle de AH, HC: donc le rectangle de IH, HF ſera auſſi égal au rectangle de AH, HC; & partant par la 16. p. 6. comme HF eſt à HA, ainſi HC eſt à HI. Mais icelle HI eſt oppoſée à l'angle droict IBH, duquel tombe la perpendiculaire BD: dõc par le Corol. de la 8. p. 6. icelle BD eſt moyenne prop. entre les ſegmens ID, DH; & partant IH eſt l'aggregé des extrémes de trois prop. dont la perpend. BD eſt la moyenne, & DH moindre extréme, la diſtance de ladite perpend. au poinct de ſection H, auquel la baſe eſt couppée ſelon la raiſon des coſtez AB, BC.



Que ſi la perpendiculaire tombe hors le triangle, comme eſt icy KL, qui tombe hors le triangle AKC, on demonſtrera en la meſme maniere que deſſus, que comme HF eſt à HA, ainſi HC ſera à HI; & ce ayant deſcrit vn cercle à l'entour dudit triangle AKC, mené KM, & la perpendiculaire KI ſi longue qu'elle aille rencontrer la baſe CA prolongée. La ligne HI eſt donc l'aggregé des extrémes de trois proportionnelles, la perpendiculaire KL la moyenne, & LH la plus grande deſdits extrémes, laquelle eſt la diſtance de ladite perpendiculaire au poinct de ſection H faict ſelon la raiſon des coſtez AK, KC. Nous auons donc demonſtré ce qui eſtoit propoſé.

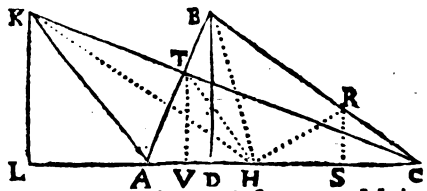
Si donc la baſe AC eſt 42, la perpendiculaire BD, ou KL 36, & la raiſon des coſtez eſt comme 13 à 15; ſoit premierement trouué chaſque ſegment AH, HC, faiſant que comme 28 (qui eſt l'aggregé des termes de la raiſon donnée) eſt à 13, ainſi la baſe 42 ſoit à vn autre, & viendront $19\frac{1}{2}$ pour le moindre ſegment AH, & partant l'autre ſegment HC eſt $22\frac{1}{2}$, & HF moitié de la difference deſdits ſegmens $1\frac{1}{2}$: faiſant donc que HF $1\frac{1}{2}$ eſt à AH $19\frac{1}{2}$, ainſi HC $22\frac{1}{2}$ ſoit à vn autre, viendront $292\frac{1}{2}$ pour HI, dont la moitié eſt $146\frac{1}{4}$, & le quarré d'icelle $\frac{342225}{16}$ duquel eſtant oſté $\frac{2025}{16}$ quarré de la perpendiculaire, reſtent $\frac{321489}{16}$, dont la racine quarrée $141\frac{3}{4}$ eſtant oſtée de ladite moitié $146\frac{1}{4}$, reſteront $4\frac{1}{2}$, pour la moindre extréme DH, qui oſtée de AH $19\frac{1}{2}$, reſtera 15 pour AD moindre des ſegmens faicts par la perpendiculaire BD; &

Digitized by Google

partant le costé AB sera de 39, & BC de 45. Mais ladite racine 141 $\frac{3}{4}$ estant adiousteé à la susdite moitié 146 $\frac{1}{4}$ viendront 288 pour la plus grande extréme HL, de laquelle estant osté le segment AH 19 $\frac{1}{2}$, resteront 268 $\frac{1}{2}$ pour la distance AL, & partant la toute LC sera 310 $\frac{1}{2}$: adiousstons donc à chascun des quarrez d'icelles LA, LC, le quarré de KL, & viendront $\frac{293553}{4}$ & $\frac{390825}{4}$ pour les quarrez des costez AK & KC; & partant ils seront $\gamma\frac{293553}{4}$ & $\gamma\frac{390825}{4}$. Or iceux sont entr'eux en la raison donnée, sçauoir est comme 13 à 15; car multipliant les extrémes $\gamma\frac{293553}{4}$ & 15 entr'eux, & aussi les milieux $\gamma\frac{390825}{4}$ & 13 entr'eux, prouient vn mesme nombre, sçauoir est $\gamma\frac{66049425}{4}$.

Or nous ne parlons point icy de la raison d'égalité, pource que quand telle raison est donnée, la cheutte de la perpendiculaire, & aussi le poinct de section faicte en la base selon ladite raison, aduiennent en vn mesme poinct, sçauoir est au milieu de ladite base, comme appert par ce qui est demonstré tant en la 3. p. 6. qu'au scholie de la 26. p. 1. Parquoy le quarré de ladite moitié de la base estant adiousté au quarré de la perpendiculaire, viendra le quarré de chasque costé du triangle.

Nous trouuerons encore par autre maniere lesdits costez: Soit donc derechef le triangle ABC, ayant les mesmes choses que deuant données, & soit couppé l'angle ABC en deux également par la ligne BH, afin que la base AC soit aussi couppée en H, selon la raison des costez AB, BC; & ayant pris BR égale à AB, soit menée HR, & du poinct R abbaissé la perpendiculaire RS. Or puisque la base AC est 42, & la perpendiculaire BD 36, le contenu du triangle ABC sera 756. Mais par la 1. p. 6. les triangles ABC, ABH, & HBC sont entr'eux comme leurs bases AC, AH, & HC: Faisant donc que comme AC 42 est à AH 19 $\frac{1}{2}$, ainsi le contenu du triangle ABC 756 soit à vn autre, viendront 351 pour le contenu du triangle AHB; lequel on auroit aussi multipliant la base AH par la moitié de la perpend. BD 18: le contenu de l'autre triangle HBC sera donc 405. Mais les deux triangles ABH, HBR ont le costé BH commun, & les costez AB, BR égaux, & les angles ABH, HBR aussi égaux; & partant ils sont égaux par la 4. p. 1. & la base HR égale à AH sera 19 $\frac{1}{2}$. Ostant donc le contenu du triangle ABH de celuy de ABC, resteront 54 pour le contenu du petit triangle HRC, qui diuisé par la base HC 22 $\frac{1}{2}$, viendront 2 $\frac{2}{5}$ pour la moitié de la perpendiculaire RS, & partant icelle est 4 $\frac{4}{5}$, dont le quarré estant osté de celuy de HR, resteront $\frac{357\frac{21}{100}}{100}$ pour le quarré de HS; & partant icelle HS sera 18 $\frac{9}{10}$, & par consequent le reste SC sera 3 $\frac{3}{5}$. Et d'autant que les triangles rectangles BDC, RSC sont équiangles, faisant que comme RS 4 $\frac{4}{5}$ est à SC 3 $\frac{3}{5}$, ainsi BD 36 soit à vn autre, viendront 27 pour DC; & partant l'autre segment AD sera 15. Maintenant les deux triangles rectangles AKD, KDC ont chascun les deux costez de l'angle droict cogneus; & partant le costé AK sera trouué de 39, & KC de 45, comme deuant. Quant aux costez AK, KC, du triangle AKC, ils seront aussi trouuez en la mesme maniere, ayant pris KT égale à AK, & tiré HT, TV; telle



Digitized by Google

tellement que VH sera trouuée de $18\frac{9}{16}$, comme HS, & icelle iointe à HC, viendront $41\frac{3}{5}$ pour VC, au moyen de laquelle, LC sera trouuée de $310\frac{1}{5}$, & partant LA de $268\frac{1}{5}$, &c.

Or il appert qu'estant cogneuë la base, l'aire, & la raison des costez; qu'iceux costez seront trouuez tout ainsi que dessus, puisque diuisant l'aire par la moitié de la base, viendra la perpendiculaire.

Or nous mettrõs encore icy l'operatiõ Algebraïque de Regiomontanus: Soit vn triangle duquel la base soit 20, la perpendiculaire 5, & la raison du moindre costé au plus grand soit comme 3 à 5. Posons que la difference des segmens de la base faicts par la perpendiculaire soit $2\,\mathcal{R}$: Donc le reste de la base, qui est le double du moindre segment sera $20-2\mathcal{R}$; & partant iceluy segment sera $10-1\mathcal{R}$, & l'autre $10+1\mathcal{R}$: les quarrez d'iceux segmens seront donc $1q+100-20\mathcal{R}$, & $1q+20\mathcal{R}+100$; à chascun desquels estãt adiousté 25, quarré de la perpendiculaire, viendront $1q+125-20\mathcal{R}$, & $1q+20\mathcal{R}+125$, pour les quarrez des costez du triangle. Et puisque lesdits costez sont entre eux comme 3 à 5, leurs quarrez seront entr'eux comme 9 à 25; & partant $1q+125-20\mathcal{R}$ est à $1q+20\mathcal{R}+125$, comme 9 à 25; tellement que multipliant les extrémes entr'eux, & les moyens aussi entr'eux, les produicts seront égaux, sçauoir est $25q+3125-500\mathcal{R}$ à $9q+180\mathcal{R}+1125$. Adiousstant & soustrayant choses égales de part & d'autre, viendront finablement $16q$ égaux à $680\mathcal{R}-2000$: & partant la valleur de $1\mathcal{R}$ sera $\frac{85}{4}-\mathcal{V}\frac{5225}{16}$. Et puisque le moindre segment a esté trouué de $10-1\mathcal{R}$, iceluy sera $\mathcal{V}\frac{5225}{16}-11\frac{1}{4}$, & son quarré $453\frac{1}{8}-\mathcal{V}165322\frac{17}{64}$, auquel estant adiousté 25, quarré de la perpendiculaire, viendront $478\frac{1}{8}-\mathcal{V}165322\frac{17}{64}$, pour le quarré du moindre costé, & partant iceluy costé sera $\mathcal{V}(478\frac{1}{8}-\mathcal{V}165322\frac{17}{64})$. Or le plus grand segment a esté trouué de $10+1\mathcal{R}$; Iceluy sera donc $31\frac{1}{4}-\mathcal{V}\frac{5225}{16}$, & son quarré $1303\frac{1}{8}-\mathcal{V}1275634\frac{49}{64}$, auquel adiousstãt le quarré de la perpendiculaire viendront $1328\frac{1}{8}-\mathcal{V}1275634\frac{49}{64}$ pour le quarré du plus grand costé du triangle, qui partant sera $\mathcal{V}(1328\frac{1}{8}-\mathcal{V}1275634\frac{49}{64})$. Il faut donc que comme 3 est à 5, ainsi $\mathcal{V}(478\frac{1}{8}-\mathcal{V}165322\frac{17}{64})$ soit à $\mathcal{V}(1328\frac{1}{8}-\mathcal{V}1275634\frac{49}{64})$, & par consequent que le produict des extrémes soit égal à celuy des moyens.

Or nous auions encore mais icy plusieurs autres problemes, mais pour la commodité des Imprimeurs, qui n'auoient telle quantité de chiffres & autres caracteres qu'il en estoit besoin pour mettre & inserer tous lesdits problemes de suitte, nous les auons transferé à la fin du chapitre suiuant, & dispersez çà & là parmy d'autres que l'ordre ne permettoit estre mis ailleurs qu'à la fin dudit chapitre.

Par quel moyen est trouuée la capacité de tout triangle, sans autre perquisition que des costez.

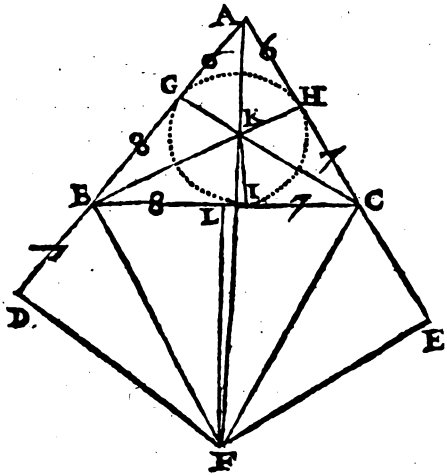
CHAP. V.

Si les trois costez d'vn triangle sont soustraicts separément de la moitié

Digitized by Google

du circuit dudit triangle, les trois differences, desquelles vn chascun costé est different de la moitié du circuit, multipliées, sçauoir la premiere par la seconde, & le produict par la troisiesme, & tiercement tout le produict par icelle moitié du circuit du triangle, la racine quarrée du dernier produict, sera le nombre du contenu du triangle.

POur exemple, soit le triangle ABC, duquel les costez sont 13, 14, & 15: ioincts ensemble font 42, la moitié est 21: de laquelle ie leue 13, restent 8: de laquelle encores ie leue 14, restent 7: & d'icelle encor ie leue 15 & restent 6. Ie multiplie donc la premiere difference 8, par la seconde 7, & le produict est 56, lequel ie multiplie par la troisiesme difference 6, & le produict est 336: ie multiplie encores ce nombre par la moitié du circuit du triangle 21, dont prouient 7056, desquels la racine quarrée 84, est la capacité du triangle proposé. Cela se prouue ainsi qu'il s'ensuit.



Mais il faut estre aduerty, que si le costé d'vn quarré, multiplie deux fois quelque nombre, le produict sera égal à ce qui sera faict du quarré du mesme costé multiplié par ce mesme nombre, par les 16, 17, 18. p. du 7. & par la 7. p. du 9.

Soit donc inscript au triangle le cercle, *par la 4. du 4*, & soient tirées *par la 18. du 3*, les perpendiculaires KG, KH, KI, qui serõt égales, soient aussi tirées KA, KB, & KC. Si donc on multiplie la moitié des trois costez AB, BC, CA, par KG, on obtiendra le contenu cherché *par le 3. ch. de ce liure.*

Or entre le quarré de la ligne AD, (laquelle nous posons estre égale à la moitié du circuit du triangle, comme il sera monstré) & le quarré de GK, le rectangle compris soubs AD, GK (c'est à dire l'aire du triangle ABC) est le moyen proportionnel: d'autant que le quarré de AD est soubs mesme hauteur qu'iceluy rectangle, & cestuy, soubs mesme hauteur que le quarré de KG. Maintenant la ligne BG est égale à BI: CI à CH: AG à AH, *par la 26 du 1.* Si donc AB est pro-

Digitized by Google

longée iuſques à D, en ſorte que BD ſoit égale à IC: il eſt euident que AD ſera la moitié du circuit du triangle. Soit apres tirée en angles droicts la ligne DF, iuſques à ce qu'elle rencontre la ligne droicte AKF. Apres ſoit prolongée AC iuſques à E, en ſorte que CE ſoit égale à BI: alors AE ſera égale à AD, ſoit auſſi tirée EF, laquelle ſera égale à DF *par la 4 du 1*, (d'autant qu'elles ſont ſubtendentes, vne chacune de la moitié de l'angle du poinct A.) Soit auſſi menée FC: Apres ſoit faicte BL égalle à BD, & ſoyent tirées FB, FL. Il eſt manifeſte que le quarré de FC (eſtant égal aux quarrez de CE, EF) n'excedera le quarré de FB, que de ce que le quarré de CE (c'eſt à dire CL) excedera le quarré de DB, ou BL. Il s'enſuit donc (*comme on peut colliger de la 13 du 2*) que FL eſt perpendiculaire ſur BC, & par conſequent l'angle BLF droict. La figure donc quadrangulaire DBLF, ayant deux angles droicts, nous faict cognoiſtre que les autres angles DBL & DFL, ſont égaux à deux droicts, *comme on peut colliger de la 32 du 1*, Comme ſont auſſi DBL, & ABL *par la 13 du 1*. Si donc le commun angle DBL eſt oſté, les deux reſtans DFL & ABL ſeront égaux: C'eſt à dire le demy angle DFB au demy angle ABK, dont s'enſuyura que le triangle GKB, ſera équiangle à BDF, & que le rectangle compris ſoubs GK, DF, ſera égal au rectangle de GB, BD, *par la 16 du 6*.

Or le quarré de GK, eſt au rectangle compris ſoubs DF, GK, comme la ligne GK à la ligne DF, *par la premiere du 6*: laquelle eſt comme AG à AD *par la 4 du 6*. Parquoy la raiſon de AG à AD, ſera comme le quarré de KG au rectangle compris ſoubs DF, KG, c'eſt à dire au rectangle de GB, BD, *par la 11 du 5*. Voila donc quatre grandeurs proportionnelles: Sçauoir comme la ligne AG, eſt à la ligne AD, ainſi eſt le quarré de la perpendiculaire KG, au rectangle de GB, BD: Tellement qu'en multipliant le quarré de la perpendiculaire GK par la ligne AD, il en ſera produict autant, comme en multipliant le rectangle de GB, BD, par la ligne AG, *par la 16 du 6*, (Qu'eſt multiplier les trois differences, cõme il ſera mõſtré cy apres) & ce produict ſera 336: mais ſi ce produict eſt multiplié derechef par AD, il en ſera faict 7056, qu'eſt autant comme ſi le quarré de AD multiploit le quarré de KG, *comme il a eſté dit*: donc la racine quarrée 84, eſt la moyenne proportionnelle entre le quarré de AD & le quarré de KG, *par le corollaire de la 17 du 6*, & par conſequent égale à la capacité du triangle ABC, eſtant l'aire du triangle moyen.

Digitized by Google

entre leſdicts deux quarrez; *comme il a eſté dit.*

Or que GB, BD, & AG ſoyent les trois differences, il ſe prouue ainſi. La ligne AD eſt la moitié du circuit du triangle, la ligne AB faict 14, BD ſera donc 7 (c'eſt à dire IC) qui eſt l'vne des differences, de laquelle le coſté AB eſt moindre que AD.

Secondement BG eſt égalle à BI, *par la 26 du* 1, laquelle BI doit contenir 8, eſtant BC de 15. Il s'enſuit donc, que GD eſt égale au coſté BC, & differe de AD, de la ligne AG, qui eſt vne autre difference contenant 6. Tiercement, BD eſt égale à IC (c'eſt à dire à HC) & GA à HA, *par la 26 du* 1: il reſte donc manifeſte le coſté AC eſtre different de AD, de la ligne GB (qui eſt 8) *ce qu'il falloit demonſtrer.*

Cecy eſt auſſi demonſtré au chap. 2. du 5. l. de la Geometrie de Henrion: & i'eſtime que ſa demonſtration ſera trouuée plus facile & intelligible que celle-cy: & pour en faciliter la pratique, nous mettrons encore icy deux exemples; la premiere d'vn triangle ambligone, & l'autre d'vn rectangle. Soit donc vn triangle, dont les coſtez ſoient 7, 15, & 20: I'adiouſte iceux coſtez, & font 42; la moitié eſt donc 21, de laquelle i'oſte chaſque coſté & reſtent 14, 6, & 1: leſquels reſtes multipliez entr'eux, font 84, qui multipliez par la moitié 21, donnent 1764, dont la racine 42 eſt l'aire du triangle propoſé. Les coſtez d'vn triangle ſoient encore 6, 8 & 10: l'aggregé d'iceux eſt 24, la moitié 12, & la difference d'icelle moitié à chaſque coſté eſt 6, 4, & 2, leſquelles differences multipliees entr'elles produiſent 48, qui multipliez par ladite moitié 12, ont produict 576, dont la racine 24 eſt le contenu du triangle. Venons maintenant aux prop. & problemes cy-deuant promis.

1. *Les coſtez d'vn triangle eſtans cogneus; le diametre du cercle inſcriptible en iceluy ſera trouué.*

Car puiſque par la demonſtration de noſtre Autheur, il appert que le rectangle fait ſoubs la moitié du circuit de quelcõque triangle, & le ſemy-diametre du cercle inſcript en iceluy, eſt égal au contenu dudit triangle; ayant trouué ledit aire du triangle, ſi on le diuiſe par la moitié du circuit, viendra au quotient le ſemy-diametre du cercle propoſé. Ainſi pour trouuer le diametre du cercle GHI inſcript au triangle ABC, dont les coſtez ſont cogneus, ſçauoir eſt 13, 14, & 15; ſoit cherché l'aire dudit triangle, lequel eſtant trouué de 84, ſoit diuiſé iceluy nombre par 21, moitié du circuit dudit triangle, & viendront 4 pour le ſemy-diametre GK; & partant le diametre entier eſt 8.

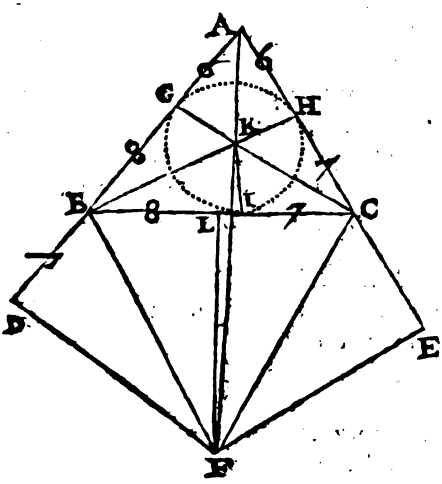
D'auantage, puiſque tant le rectangle compris ſoubs la baſe d'vn triangle, & la perpendiculaire tombante ſur icelle, que celuy faict ſoubs la moitié du circuit dudit triangle, & le ſemy-diametre du cercle inſcript; comme la moitié du perimetre ou circuit du triangle eſt à la baſe, ainſi la perpendiculaire ſera au diametre du cercle: Parquoy ayant trouué la perpendiculaire du triangle cy-deſſus ABC eſtre $11\frac{1}{2}$, faiſant que comme 21 moitié du circuit eſt à la baſe BC 15, ainſi ladite perpendiculaire $11\frac{1}{2}$ ſoit à vn autre, viendra dere-

Digitized by Google

chef 8 pour le diametre dudit cercle G H I. Ledit diametre pourroit auſſi eſtre trouué par les ſinus : car puiſque les trois coſtez ſont cogneus, on trouuera les angles, & puis apres on aura vn triangle A K B, dont les angles ſeront cogneus, & la baſe AB ; tellement qu'on cognoiſtra l'vn des coſtez comme AK, par le moyen duquel on trouuera GK.

2. *Les coſtez d'vn triangle eſtans cogneus, les diſtances de chaſcun des angles iuſques au centre du cercle inſcript en iceluy ſerons cogneus, & auſſi les ſegmens de chaſcun deſdits coſtez faicts par les poinctz d'attouchemens dudit cercle.*

Car, puiſque par la demonſtration precedente il appert que AD, moitié des coſtez du triangle A B C, eſt compoſée du coſté AB, & du ſegment CI ; ſi de ladite moitié AD 21 on oſte ledit coſté AB 14, reſtera BD, ou CI de 7 ; & partant l'autre ſegment BI ſera 8 : Et puiſque les deux ſegmens qui comprennent chaſque angle du triãgle ſont égaux ; le ſegment BG ſera 8 ; & partant AG & AH chaſcun de 6, & CH de 7. Quant aux diſtances AK, BK & CK, elles ſont hypotenuſes des trois triãgles rectangles AKG, BKG, & CKI, leſquels (ayant trouué par la precedente prop. le ſemy-diametre K G de 4) ont les deux coſtez de l'angle droict cogneus ; & partant A K ſera trouuée de $\sqrt{52}$, B K de $\sqrt{80}$, & C K $\sqrt{65}$. Poſons encore que AB ſoit 15, BC 20, & AC 7 : la moitié de l'aggregé d'iceux coſtez eſt 21, & le ſemy-diametre 2 ; oſtons de ladite moitié 21, AB 15, & reſteront 6 pour le ſegment CI ; & partant les ſegmens égaux BI, BG ſeront chaſcun 14 ; & AG, AH, 1, & C H 6. Mais la diſtance A K ſera donc ſeulement $\sqrt{5}$; B K $\sqrt{200}$; & C K $\sqrt{40}$.



Les meſmes choſes pouroient auſſi eſtre trouuées par les ſinus, mais non ſi precisément que par la voye cy-deſſus, pource que la table des ſinus n'eſtant d'elle meſme exacte, ce qui en viendra ne le ſera auſſi ; toutesfois les erreurs ſont inſenſibles. Si donc on veut proceder par ladite voye des ſinus ou demy-cordes, ſoient trouuez premierement les angles dudit triangle oxigone ABC, qui ſeront, ſçauoir A 67 d. 22 m. 49 ſec. B 53 d. 8 m. 9 ſec. & C 59 d. 29 m. 2 ſec. tellement que chaſcun des triangles AKB, BKC a deux angles cogneus, & vn coſté ; & partant les autres coſtez AK, BK, & CK ſeront trouuez, ſçauoir eſt AK enuiron $7\frac{6}{19}$, BK $8\frac{17}{19}$, & CK $8\frac{1}{16}$: Maintenant chaſcun des triangles rectangles AKG, BKI & AKH a les angles cogneus, & vn coſté ; & partant les autres coſtez ſeront trouuez, ſçauoir eſt le ſemy-diametre KG 4 ; le ſegment AG 6, BI 8, & AH 6 ; & par conſequent les ſegmens reſtans ſeront, ſçauoir BG 8, CI 7, & CH 7. Mais preſupoſant la demonſtration cy-deſſus, le ſegment AG eſtant trouué, il ne ſeroit beſoing chercher les au-

Digitized by Google

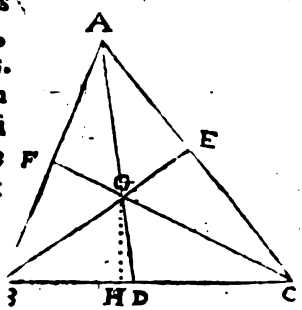
ties, veu que par iceluy segment AG ils peuuent estre cognens.

3. Le diametre d'vn cercle inscript en vn triangle estant cogneu, & aussi la proportion des costez d'iceluy triangle, lesdits costez seront trouuez.

Car ayant trouué le diametre du cercle inscriptible au triangle faict des termes de la proportion donnée; iceluy diametre sera à chasque terme, comme le diametre donné est au costé homologue, veu que les triangles sont équiangles. Parquoy le diametre d'vn cercle inscript dans vn triangle, dont les costez sont entr'eux comme les nombres 3, 4 & 5, estant 12: le diametre du cercle inscript dans le triangle, ayant pour costez ces nombres 3, 4 & 5, sera trouué par la 11. prop. estre 2; & faisant que comme 2 est à 3, ainsi 12 soit à vn autre, viendra 18 pour le moindre costé cherché; que comme 2 est à 4, ainsi 12 soit à vn autre, viendront 24 pour le moyen costé; & que comme 2 est à 5, ainsi 12 soit à vn autre, viendront 30 pour le plus grand costé; tellement que 18, 24 & 30, sont les costez du triangle, auquel peut estre inscript vn cercle ayant le diametre de 12, & selon la proportion donnée.

4. Estans cogneus les costez d'vn triangle, duquel les angles soient couppez en deux également par lignes droictes qui couppent aussi les costez opposez; les segmens tant d'iceux costez, que d'icelles lignes seront trouuez.

Soit le triangle ABC, duquel le costé AB est 13, AC 15, & BC 14; & les angles A, B, & C sont couppez en deux également par les lignes droictes AD, BE, CF, lesquelles s'entrecouppent en G: Ie dis que les segmens AF, BF, AE, CE, BD, CD, AG, GD, BG, GE, CG, & GF peuuent estre cogneus. Car puisque les angles A, B & C sont couppez en deux également par les lignes AD, BE, & CF, qui couppent aussi les bases opposées, les segmens de chascune d'icelles seront entr'eux comme les deux autres costez; par la 3. p. 6. & partant comme AB est à AC, ainsi BD sera à DC; & en composant comme BAC est à AC, ainsi BC sera à DC: Iceluy DC sera donc $7\frac{1}{2}$; & partant BD $6\frac{1}{2}$: Par mesme raison comme ABC sera à BC, ainsi AC sera à CE, qui partant sera $7\frac{7}{8}$; & AE $7\frac{1}{8}$: Semblablement comme ACB est à CB, ainsi AB est à BF, qui partant sera $6\frac{6}{13}$, & AF $6\frac{11}{13}$: voila donc desia les segmens des costez cogneus: Et quant à ceux des lignes couppantes AD, BE & CF, nous demonstrerons premierement qu'icelles s'entrecouppent mutuellement en vn seul poinct G. D'autant que AB est à AC, comme BD est à DC; en permutant AB sera à BD, comme AC à CD: tellement que les angles B & C des triangles ABD, ACD, qui ont vne mesme base AD, estans couppez en deux également par les lignes BE, CF; icelles lignes coupperont aussi ladite base AD en la raison des costez desdits angles, & par consequent en vn mesme poinct G, puis qu'icelles raisons sont vne mesme, & les costez homologues de mesme part. Maintenant donc le poinct G estant le centre du cercle inscriptible en iceluy triangle; les semy-diametres d'iceluy cercle, tombant au poinct d'attouchement des costez dudit triangle ABC & les segmens de chasque costé faicts



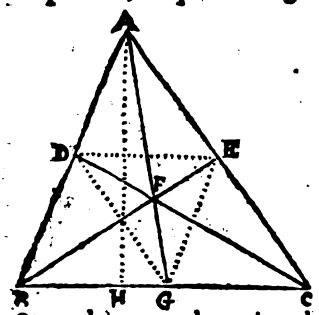
Digitized by Google

par lesdits semy-diametres seront cogneus par les choses cy-deuant dictes, ou aussi les segmens AG, BG, & CG ; par le moyen desquels il sera aisé de trouuer les segmens restans GD, GE & GF: comme pour exemple, voulant cognoistre BG & GD ; ie trouue premierement que le semy-diametre ou perpendiculaire GH est 4 ; le segment BH 6, qui osté de BD $6\frac{1}{2}$, reste $\frac{1}{2}$ pour HD : le triangle BGD a donc les deux segmens de la base BH, HD cogneus, & la perpendiculaire GH ; & partant puisque par la 47. p. 1. le quarré du costé opposé à l'angle droit H est égal aux deux quarrez des deux autres costez, BG sera $\gamma 52$, & GD $\gamma 16\frac{1}{4}$: Procedant en la mesme maniere és autres triangles, les segmens seront cogneus, sçauoir AG $\gamma 65$, qui adiouſtez à GD $\gamma 16\frac{1}{4}$, viendront $\gamma 146\frac{1}{4}$ pour toute la ligne AD : FG $\gamma 16\frac{64}{841}$, & GC $\gamma 80$, qui adiouſtez ensemble donnent $\gamma 167\frac{821}{841}$ pour toute la ligne CF : GE $\gamma 16\frac{4}{21}$ qui adiouſtez à BG $\gamma 52$, donnent $\gamma 125\frac{67}{21}$ pour toute la ligne BE. Nous auons donc trouué toutes les lignes proposées.

Les mesmes lignes pourroient aussi estre trouuées assez aisément par les sinus : Car puisque les trois costez du triangle ABC sont donnez, les trois angles seront trouuez, puis apres tous les triangles ABG, ABD, BGC, BEC, & BFC auront chascun deux angles cogneus, & vn costé, & partant le reste d'iceux sera trouué, qui sera le requis.

5. Estans cogneus les costez d'vn triangle, lesquels soient couppez en deux également par lignes droictes menées des angles opposez ; icelles lignes seront cogneues, & aussi les segmens d'icelles faicts par leur interſection.

Afin de rendre l'operation de cecy plus facile & intelligible, nous demonstrerons au prealable que lesdites lignes s'entrecouppent mutuellement en vn poinct ; & que les segmens de deuers les angles sont doubles des autres.



Soit vn triangle ABC, duquel deux costez AB & AC soient couppez en deux également és poincts D & E par les lignes droictes BE, CD, qui s'entrecouppent en F, par lequel poinct soit menée de l'angle A la ligne droicte AFG : ie dis que le costé BC est aussi couppé en deux également en G, & que le segment BF est double du restant FE ; CF de FD ; & AF de FG. Car ayant tiré la ligne droicte DE, elle sera parallele à BC par la 2. p. 6. AD estant à DB comme AE à EC ; & par la 35. p. 1. les triangles BDC, CED seront égaux, desquels ostant le commun BFC, les restans BDF, CEF serõt égaux. Mais par la 1. p. 6. le triangle ADF est égal au triangle BDF, & le triangle AEF au triangle CEF : donc tout le triangle AFB sera égal à tout le triangle AFC. Mais comme le triangle AFB est au triangle BFG, ainsi le triangle AFC est au triangle CFG, estant en mesme raison que les bases AF, FG, par la 1. p. 6. donc les triangles BFG, CFG seront égaux, & les bases BG, CG égales ; tellement que le costé BC sera couppé en deux également en G. Et d'autant que comme AB est à AD, ainsi BC est à DE ; icelle BC est double de DE : Mais les triangles DFE estans équiangles, comme BC est double de DE, ainsi aussi BF sera double de

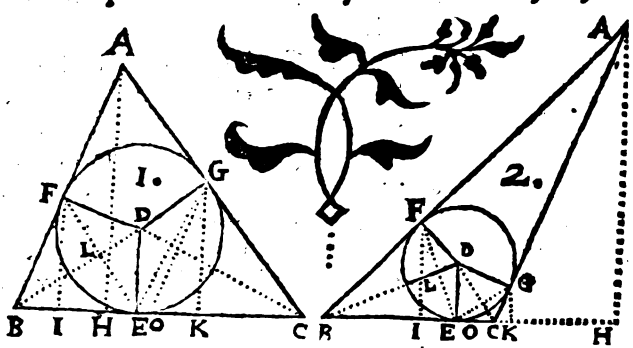
Digitized by Google

FE;& CF de FD : Par meſmes raiſons AF ſera double de FG : appert donc ce qui eſtoit propoſé à demonſtrer ; & d'auantage que les trois poincts de ſection eſtans ioincts par lignes droictes, que tout le triangle ſera diuiſé en 4 triangles égaux. Maintenant pour cognoiſtre icelles lignes AG, BE, CD, ſoit trouué la perpendiculaire tombante de chaſque angle ſur ſon coſté oppoſé, & les ſegmens dudit coſté faicts par icelle perp. comme pour exemple, voulant trouuer la ligne AG, ſoit trouué la perpendiculaire AH, qui ſera 12, (le coſté AB eſtant 13, BC 14 & AC 15) & le ſegment BH 5, qui oſté de BD 7, reſtera 2 pour HG, dont le quarré 4 eſtant adiouſté au quarré de AH, qui eſt 144, viennent 148, dont la racine quarrée γ148 eſt pour la ligne AG : Et puis qu'elle eſt triple de FG, AF ſera $\gamma 65\frac{7}{9}$, & FG $\gamma 16\frac{4}{9}$. Et procedant ainſi pour les autres lignes ; BE ſera $\gamma 126\frac{1}{4}$, BF $\gamma 56\frac{1}{9}$, FE $\gamma 14\frac{1}{36}$, CD $\gamma 168\frac{1}{9}$, CF $\gamma 74\frac{7}{9}$, & FD $\gamma 18\frac{25}{36}$. Et quant aux lignes qui conioignent les poincts de ſection des coſtez, elles ſeront aiſément cogneuës s'il en eſt beſoing ; chaſcune eſtant moitié du coſté oppoſé ; tellement que DE ſera 7, DG $7\frac{1}{2}$ & EG $6\frac{1}{2}$.

Les meſmes choſes pourront auſſi eſtre trouuées par la computation des triangles rectilignes ; car puiſque les trois coſtez du triangle ſont cogneus, & couppez en deux également, il y aura en chaſque triangle deux coſtez cogneus, & l'angle qu'ils comprennent.

6. *Eſtant cogneu le ſemy-diametre d'vn cercle inſcript dans vn triangle, dont les ſegmens de l'vn des coſtez d'iceluy, faicts par le poinct d'attouchement dudit cercle, ſoient auſſi cogneuz ; les deux autres coſtez du triangle ſeront trouuez.*

Soit le triangle oxigone ABC, dans lequel eſt inſcript le cercle EFG, du centre duquel tombent les ſemy-diametres DE, DF, DG aux points d'attouchemens E, F, G; eſtans chaſcun 4, & les ſegmens BE 6, EC 8 ; Ie dis que les coſtez AB, AC peuuent eſtre trouuez. Car il appert par les choſes demonſtrées és precedentes prop. que BF ſera 6, CG 8, BD $\gamma 52$, & CD $\gamma 80$: des poincts F, A, G ſoient abbaiſſées les perpendicul. FI, AH & GK. D'autant que les triangles rectangles BFD, BED ont les coſtez égaux, eſtant menée la ligne droicte FE, elle couppera BD à angles droicts en L; & partant les triangles BED, DLE ſont ſemblables ; & comme BD $\gamma 52$ eſt à BE 6, ainſi DE 4 ſera à EL $\gamma 11\frac{1}{13}$, & partant ſon double FE ſera $\gamma 44\frac{4}{13}$: Ainſi EG ſera trouuée de $\gamma 51\frac{1}{9}$. Parquoy les triangles iſoſcelles BFE, CGE ont les trois coſtez cogneus, & partant les perpendiculaires, & ſegmens faicts par icelles ſeront trouuez, ſçauoir eſt FI $5\frac{7}{13}$, BI $2\frac{4}{13}$, GK $6\frac{2}{9}$ & KC $4\frac{4}{9}$. Maintenant puiſque les triangles ABH, FBI ſont ſemblables, & auſſi AHC, GKC; comme FI $5\frac{7}{13}$ eſt à BI $2\frac{4}{13}$, c'eſt à dire comme 1 à $\frac{5}{11}$, ainſi AH eſt à HB; &



com

Digitized by Google

comme GK 6 $\frac{8}{9}$ est à KC 4 $\frac{4}{9}$, c'est à dire comme 1 à $\frac{3}{4}$, ainsi AH sera à HC: Parquoy BH sera à HC, comme $\frac{5}{12}$ à $\frac{3}{4}$; & partant BC 14 estant diuisé selon ceste raison, BH sera 5 & HC 9. Et comme IB 2 $\frac{4}{15}$ est à BF 6, ainsi BH 5 sera à 13, autant sera donc AB: & comme KC 4 $\frac{4}{9}$ est à CG 8, ainsi HC 9 sera à AC 15.

Mais le triangle estant ambligone, comme en la seconde figure, en laquelle suppose que BE soit 6, EC 1, & le semy-diametre DE 2; BD sera $\sqrt{40}$, CD $\sqrt{5}$, EF $\sqrt{14\frac{1}{9}}$, EG $\sqrt{3\frac{1}{9}}$, FI 3 $\frac{3}{5}$, BI 4 $\frac{4}{5}$, GK $\frac{4}{5}$, & CK $\frac{3}{5}$: Parquoy BH sera à CH, comme 1 $\frac{1}{3}$ à $\frac{3}{4}$; & partant BC à BH, comme $\frac{7}{12}$ à 1 $\frac{1}{3}$: icelle BH sera donc 16, & CH 9; & partant comme IB 4 $\frac{4}{5}$ est à BF 6, ainsi BH 16 sera à AB 20; & aussi comme CK $\frac{3}{5}$ est à CG 1, ainsi CH 9 sera à AC 15.

Or ayant trouué comme dit est BI, IF, CK, GK, si du poinct G on conçoit estre menée GO parallele à FB; les triangles FBI, GOK seront semblables; & partant les costez GO & KO seront trouuez: quoy faict le triangle GOC, qui est semblable au triangle ABC, aura les costez cogneus; & partant on trouuera encore les deux costez AB, AC.

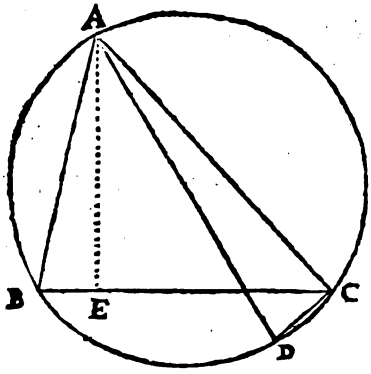
Lesdits costez seroient encore trouuez bien plus promptement par la computation des triangles: Car les triangles rectangles BDE, CDE ont chascun les deux costez de l'angle droict cogneus; & partant les angles EBD, ECD seroient trouuez; Et puisque ils sont moitiez des angles ABC, ACB, le triangle ABC auroit deux angles cogneus & vn costé: & par consequent les deux autres costez AB, AC seroient trouuez par la 6. p. des triangles de Henrion.

Les mesmes costez seront encore trouuez assez facilement par Algebre: Et pour ce faire posons que le segment AF soit 1ℛ: donc aussi AG, qui luy est égal, sera encore 1ℛ: ainsi AB sera 6+1ℛ, & AC 8+1ℛ: Parquoy tout le circuit du triangle sera 28+2ℛ, & la moitié 14+1ℛ; tellement que les differences des costez à icelle moitié seront 1ℛ, 8, & 6; lesquelles differences & moitié estans multipliées entr'elles, produisent 48q+672ℛ pour la valeur du quarré de l'aire du triangle. Mais ladite moitié du circuit estant multipliée par le semy-diametre du cercle inscript, produit aussi l'aire du triangle: Parquoy multipliant icelle moitié du perimetre 14+1ℛ par ledit semy-diametre 4, viendront 56+4ℛ, pour la valeur de l'aire du triangle, qui multipliée par soy-mesme, viendront 3136+448ℛ+16q, qui partant seront égaux au quarré cy-dessus trouué, sçauoir est à 48q+672ℛ: ostons de part & d'autre 16q, & 448ℛ, & resterent 3136 égaux à 32q+224ℛ: tellement que 1q sera égal à 98—7ℛ: & 1ℛ sera trouuée valoir 7. Donc adioustant 7 à chasque segment BF, CG, viendront 13 & 15 pour les costez AB, & AC.

7. *Estans cogneus les trois costez d'vn triangle inscript dans vn cercle; le diametre d'iceluy cercle sera aussi cogneu.*

Au cercle ABC soit inscript le triangle ABC, duquel le costé AB est 13, BC 14, & AC 15: Ie dis que AD diametre du cercle peut estre cogneu. Car ayant tiré la perpendiculaire AE, & ioinct DC, les triangles ABE, ADC seront semblables, les angles ABE, ADC estans égaux par la 21. p. 3. & les angles à E & C droicts: Parquoy comme AE est à AB, ainsi AC sera à AD. Or puisque les trois costez du triangle sont cogneus, la perpendiculaire AE

Digitized by Google



ſera trouuée de 12 ; & partant les trois quantitez AE 12, AB 13, & AC 15 ſont maintenant cogneuës: la 4e AD ſera donc trouuée de $16\frac{1}{4}$.

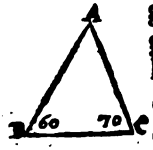
Or ſi vn ſeul coſté du triangle eſtoit cogneu, & l'angle oppoſé, ledit diametre ſeroit auſſi trouué par la doctrine des ſinus: Car il appert par ce qui eſt demonſtré à la 33. p. 3. que ſi on conçoit eſtre conſtruit ſur le coſté cogneu vn triangle iſoſcelle, dont les coſtez ſoient le ſemy-diametre du cercle, les angles d'iceluy triangle ſeront cogneus, ceux de deſſus la baſe ou coſté cogneu, eſtans chaſcun complement de l'angle donné: & partant ledit ſemy-diametre ſera trouué par la 6. p. des triangles rectilignes de Henrion. Ou bien ledit diametre ſera encore cogneu comme nous dirons cy apres à la 20. p.

8. *Le diametre d'vn cercle eſtant cogneu, & la proportion des coſtez du triangle inſcriptible en iceluy; leſdits coſtez peuuent eſtre trouuez.*

Car ayant trouué le diametre du cercle circonſcriuant le triangle faict des termes de la proportiõ donnée, comme iceluy diametre trouué ſera à chaſcun des termes de ladite prop. ainſi le diametre donné ſera à chaſque coſté homologue du triangle requis. Ainſi le diametre d'vn cercle eſtãt 24, & que la proportion des coſtez d'vn triangle inſcript en iceluy cercle ſoit comme 2, 3, & 4: La perpend. du triangle faict de ces trois termes 2, 3, & 4 eſt $\surd 2\frac{7}{64}$, & le diametre du cercle circonſcriuant ledit triangle eſt $\surd 17\frac{9}{135}$: faiſant donc que comme $\surd 17\frac{9}{135}$ eſt à chaſque terme 2, 3, & 4, ainſi le diametre propoſé 24 ſoit à d'autres, ſeront trouuez $\surd 135$, $\surd 303\frac{3}{4}$, & $\surd 540$, pour les coſtez du triangle, à l'entour duquel eſtant deſcrit vn cercle, le diametre d'iceluy ſera 24: & la perpendiculaire d'iceluy triangle tombante ſur le plus grand coſté $\surd 540$ ſera $\surd 71\frac{49}{135}$.

9. *Eſtant cogneus deux angles d'vn triangle, & l'aggregé de deux coſtez d'iceluy triangle; les trois coſtez ſeront trouuez.*

Car d'autant que les coſtez ſont entr'eux, comme les ſinus des angles oppoſez, en compoſant, comme l'aggregé des ſinus ſera à l'vn d'iceux, ainſi l'aggregé des coſtez ſera au coſté oppoſé au ſinus pris: Ainſi au triãgle ABC, l'angle B eſtant de 60 degrez, & l'angle C de 70, mais l'aggregé des coſtez oppoſez AB, AC 70: pour diſcerner leſdits coſtez, i'aſſemble 86603, & 93969 ſinus des angles oppoſez auſdits coſtez, & font 180672, & faiſant que comme ce nombre eſt à 86603, ſinus de 60 degrez, ainſi l'aggregé donné 70, ſoit à vn autre, viendront enuiron $33\frac{1}{5}$ pour le coſté oppoſé AC; & partant le coſté AB eſt $36\frac{4}{5}$: & quant à l'autre coſté BC, il ſera auſſi trouué de $29\frac{2}{5}$ peu plus.



Que ſi l'aggregé n'euſt eſté des coſtez oppoſez aux angles cogneus, neantmoins iceux coſtez euſſent auſſi eſté cogneus en la meſme maniere, prenant

Digitized by Google

les sinus des angles opposez à iceux. Et si l'aggregé des trois costez estoit donné, auec deux angles, chascun d'iceux costez seroient aussi trouuez en la mesme maniere, assemblant les sinus des trois angles.

10. *Estant cogneu l'aire d'vn triangle, & la proportion des costez; iceux costez peuuent estre trouuez.*

Car d'autant que par la 19.p.6. les triangles semblables sont en raison doublée de leurs costez homologues, c'est à dire en mesme raison que les quarrez desdits costez homologues; ayant trouué l'aire du triangle construit des termes de la proportion donnée, ou de quelconques autres nombres qui soient entr'eux selon ladite prop. comme ledit aire trouué sera au quarré de chasque terme, ou costé du triangle, ainsi l'aire proposé sera au quarré du costé homologue du triangle requis. Ainsi l'aire d'vn triangle dont les costez sont entr'eux comme 2, 3, & 4, estant γ1215: Ie cherche l'aire du triangle faict de ces trois termes 2, 3, & 4, & trouue qu'il est $\gamma 8\frac{7}{12}$: puis ie fais que comme iceluy aire $\gamma 8\frac{7}{12}$ est à 4, quarré du terme 2, ainsi l'aire proposé γ1215 soit à vn autre, & viennent γ48 pour le moindre costé cherché; & procedant de mesme auec les deux autres termes 3 & 4, seront trouuez γ108, & γ192, pour les deux autres costez du triangle.

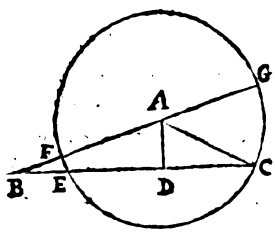
Lesdits costez pourroient aussi estre trouuez par Algebre, mais à cause que l'operation en est beaucoup plus longue que par la voye precedente, nous n'en dirons rien.

Or puisque les costez sont en mesme raison que les sinus des angles opposez; il est manifeste qu'estans cogneus l'aire d'vn triangle, & deux angles d'iceluy, que les costez seront trouuez en la mesme maniere que dessus.

Pareillement si la perpendiculaire est cogneuë auec la proportion des costez, ou bien auec deux angles, il ne sera difficile de trouuer lesdits costez, ce que nous auons dit cy dessus estant bien entendu.

11. *Estans cogneus les segmens de la base faicts par la perpendiculaire, & l'aggregé des nombres; icelles seront trouuées.*

Soit le triangle ABC, duquel la perpendiculaire AD couppe la base BC en deux segmens, desquels BD contient 16, & DC 5; mais l'aggregé des costez AB, AC est 33: Ie dis que chascun d'iceux peut estre trouué. Car ayant descrit du centre A, & interualle du moindre costé AC, vn cercle EFG; il appert que BG sera l'aggregé des costez AB, AC; & BF la difference d'iceux, mais BE la difference des segmens, laquelle sera cogneuë, puisque lesdits segmens le sont. Or par le Corrol. de la 36.p.3. le rectangle de BG, BF sera égal au rectangle de BC 21, BE 11; & partant il sera 231, qui diuisé par l'aggregé BG 33, viendront 7, pour la difference BF; & par consequent FG sera 26, le costé AB 20, & le costé AC 13.



Or le segment BD soit encore 9, DC 5, & l'aggregé des costez AB, AC 28. Posons que AB soit 14: donc AC sera 28—14: tellement que les quarrez d'iceux costez seront 19, & 784+19—56$\mathcal{A}$: & de chascun d'iceux quarrez

N ... VILLE DE LYON

Digitized by Google

estant osté le quarré du segment correspondant, resteront 1q—81, & 759+1q—56 R, pour le quarré de la perpendiculaire AD: Il y a donc égalité entre 1q—81, & 759+1q—56 R: Adioustons & sousstrayons de part & d'autre selon les preceptes desdites équations, & viendront finablement 56 R égales à 840: Parquoy la valeur de 1R sera 15: & partant le costé AB sera 15, & le costé AC 13.

Il est donc manifeste que si au lieu de l'aggregé des costez, leur difference est donnée, qu'iceux costez seront aussi trouuez: Et en oultre que si les costez sont cogneus, & la difference des segmens de la base; icelle base sera aussi trouuée.

12. *Estans cogneus les segmens faicts par la perpendiculaire, & la raison des deux iambes; icelles pourront estre trouuees.*

Car soit le triangle ABC en la figure precedente, duquel les segmens BD, DC soient cogneus, & aussi la raison du costé AB au costé AC: en diuisant icelle raison, celle de BF à FA sera aussi cogneuë, & par consequent celle de BF à FG, & encore celle de BF à BG. Mais le rectangle faict soubs la difference des segmens BE, & l'aggregé d'iceux BC, est égal au rectangle faict soubs la difference des costez BF, & aggregé d'iceux BG: Nous auons donc le contenu du rectangle cogneu, & la raison des costez; & partant iceux costez seront trouuez comme il est dit au 2. Corol. du chap. 1. de ce liure. Le segment BD soit donc 9, & le segment DB 4, la difference BE 5; mais le costé AB soit au costé AC comme 3 à 2. En diuisant icelle raison de 3 à 2, viendra 1 à 2 pour la raison de BF à FA; & partant BF sera à FG double de FA, comme 1 à 4, & par consequent BF sera à BG, comme 1 à 5: Mais multipliant BC 13 par BE 5, viendront 65, pour le contenu du rectangle de GBF; & partant iceluy diuisé par le terme de la raison 5, viendront 13, dont la racine quarrée $\sqrt{13}$ est pour la difference BF: Mais multipliant ledit contenu 65, par ledit terme 5, viendront 325, dont la racine quarrée $\sqrt{325}$, est pour l'aggregé BG: duquel ostons la difference BF $\sqrt{13}$ & resteront $\sqrt{208}$ pour FG; & partant la moitié $\sqrt{52}$ sera pour le costé AC, qui osté de BG $\sqrt{325}$, resteront $\sqrt{117}$ pour l'autre costé AB.

Le segment BD soit encore 18, & le segment DC 10, mais le costé BA soit au costé AC comme $1\frac{3}{13}$ à 1. Posons que AB soit 15 R: donc AC sera 13 R: Parquoy les quarrez d'iceux costez seront 225q, & 169q: ostons de chascun le quarré du segment correspondant, & resteront 225q—324, & 169q—100; chascun desquels restes est le quarré de la perpendiculaire AD: tellement qu'il y a équation entre ces deux nombres 225q—324, & 169q—100; laquelle équation estant reduite viendra entre 56q, & 224: Parquoy 1q vaudra 4, & par consequent la valeur de 1R sera 2: Parquoy le costé AB sera 30, & AC 26.

Or les costez AB, AC estans cogneus, & la raison des segmens BD, DC; il est manifeste qu'en la mesme maniere la base BC sera trouuée.

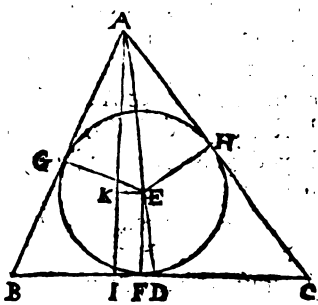
13. *Estans cogneue la base d'vn triangle, l'aggregé des iambes, & l'angle du sommet; icelles iambes pourront estre cogneues, & aussi les deux autres angles.*

Car il appert par la construction Geometrique de ce probleme, qui est le

Digitized by Google

113 de Henrion, qu'ayant conceu vn triangle, dont la base soit la donnée, vn costé l'aggregé donné, & l'angle du sommet, la moitié du donné; si on trouue les deux autres angles d'iceluy triangle par la 9. p. des triangles rectilignes dudit Henrion, on aura les angles du triangle proposé cogneus, & la base d'iceluy: & partant les deux costez seront trouuez par la 6. p. desdits triangles. Ainsi estant proposé vn triangle, la base duquel soit 21, l'aggregé des deux costez 33, & l'angle du sommet 75 d. 46 m. Soit imaginé vn triangle dont la base soit 21, vn des costez 33, & l'angle du sommet 37. d. 53. m. Donc les deux autres angles seront trouuez, sçauoir celuy opposé audit aggregé 33 peu plus de 74 d. 47 m. (Presuppossant que iceluy soit aigu, car il peut aussi estre obtus) & l'autre de 67. d. 20. m. Maintenant soit conceu vn autre triangle ayant pour base la donnée 21, l'angle du sommet, le donné 75. deg. 46. m. & l'vn de dessus ladite base, le dernier trouué 67. d. 20. m. partant l'autre sera 36. d. 54. m. les costez seront donc trouuez, sçauoir l'vn 20, & l'autre 13.

Regiomonté en la 15. prop. du 2. liure de ses triangles enseigne deux moyens, pour souldre ceste prop. au premier desquels correspond celuy cy dessus; & pour l'intelligence du second, soit le triangle ABC, duquel la base BC soit 14, l'aggregé des deux costez AB, AC 28, & l'angle du sommet A de 59. deg. 29. m. 23. sec. L'angle donné A soit couppé en deux également par la ligne droicte AD, en laquelle & au poinct E soit le centre du cercle inscript FGH, qui touche les costez du triãgle és poincts F, G, H, ausquels soient menées du centre E les lignes droictes EF, EG, EH, qui seront perpẽdiculaires ausdits costez du triãgle, par la 18. p. 3. & de l'angle donné A, soit tirée perpendiculairement sur la base BC la ligne droite AI. Or icelle AI tombera entre le costé AB, & la ligne coupante AD, si ledit costé AB est moindre que le costé AC; car l'angle ABC sera plus grand que l'angle ACB par la 18. p. 1. & partant les deux angles ABD, BAD qui sont égaux à l'angle ADC, par la 32. p. 1. seront plus grands que les deux DAC, ACD; ausquels est égal ADB par la mesme 32. p. 1. Donc ADC est plus grand que ADB, & partant ladite perpendiculaire doit tomber du costé de AB, comme il est demonstré au scholie de la 17. p. 1. Pour mesmes raisons le demy diametre EF tombe entre B & D: Finablement du centre E soit tirée EK perpendiculaire à AI. Maintenant il appert par le Corol. de la 36. p. 3. que BG est égale à BF, & CH à CF; & partant AG, AH sont ensemble la difference de l'aggregé des iambes AB, AC, à la base BC; c'est à dire 14; Et puisque par la 26. p. 1. ou Coroll. de la 36. p. 3. icelles AG, AH sont égales entr'elles, chascune d'icelle sera 7. Le triangle rectangle AHE a donc le costé AH cogneu, & l'angle aigu EAH, estant 29. d. 44. m. 41. sec. $\frac{1}{2}$ moitié de l'angle donné A: Parquoy le costé AE sera trouué d'enuiron $8\frac{1}{16}$, & le semy-diametre EH 4. Or puis qu'il a esté demonstré cy-deuant que l'aire du triangle est produict

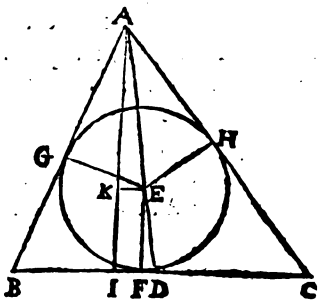


Digitized by Google

multipliant la moitié du circuit par le semy-diametre du cercle inscript en iceluy; si nous multiplions 21, moitié du perimetre du triangle ABC par le semy-diametre 4, viendront 84 pour l'aire dudit triangle proposé. Mais iceluy aire est aussi produit multipliant la moitié de la base BC par la perpendiculaire AI: & partant si nous diuisons l'aire 84 par 7 moitié de la base BC, viendront 12 pour ladite perpendiculaire AI: de laquelle estant osté KI, qui est égal au semy-diametre EF 4 par la 34. p. 1. restera AK 8: Parquoy le triangle rectangle AKE a les deux costez AK, AE cogneus; & partant l'angle KAE sera trouué d'enuiron 7.d.8.m. $\frac{1}{4}$, qui osté de l'angle GAE 29. d. 44. m. 41. seconde $\frac{1}{2}$, moitié de l'angle A donné, resteront 22.d.36.m.26.sec. $\frac{1}{2}$ pour l'angle BAI: le triangle rectangle ABI a donc l'angle aigu BAI cogneu, & le costé AI 12; & partant le costé AB sera trouué de 13; & par consequent l'autre costé AC sera 15.

14. *Estans cogneus la base d'vn triangle, la perpendiculaire tombante sur icelle, & l'aggregé des iambes; chascune d'icelles iambes pourra estre cogneuë.*

L'operation precedente estant bien entenduë, celle-cy n'est difficile, c'est pourquoy disons sommairement qu'au triangle ABC, la base BC estant 14, la perpendiculaire AI 12, & l'aggregé des costez BAC 28; BG, CH ensemble feront 14, estant égales à BF, FC; & partant chascune des égales AG, AH 7; & l'aire dudit triangle sera 84, qui diuisé par 21, moitié du circuit, donne 4 pour le semy-diametre du cercle inscript FGH; & partant le triangle rectangle AGE ayant deux costez cogneus AG 7 & GE 4, on trouuera l'angle GAE, & le costé AE; tellement que le triangle AKE aura deux costez cogneus AK 8, & AE $8\frac{1}{7}$, & partant l'angle KAE sera trouué, lequel estant osté de l'angle GAE cy-deuant cogneu, restera l'angle GAI cogneu: Parquoy le triangle rectangle ABI aura vn costé AI cogneu, & l'angle aigu BAI; & par consequent le costé AB sera trouué.



Autrement. Puisque l'aire d'vn triangle est produict par la base, & moitié de la perpendiculaire, & aussi le quarré d'iceluy par la moitié du circuit multipliée alternatiuement par la difference des costez à icelle; multiplions la base BC 14 par 6 moitié de la perpendiculaire AI, & viennent 84 pour l'aire du triangle proposé ABC, dont le quarré 7056, estant diuisé par ladite moitié du circuit 21, donne 336, qui diuisez par 7 difference d'icelle moitié 21 à la base 14, donnent 48, qui est le produict de la multiplication des differences des costez AB, AC à ladite moitié 21; l'aggregé desquelles differences nous auons monstré cy-deuant estre égale à la base du triangle: iceluy aggregé est donc 14: Parquoy il faut partir 14 en deux nombres qui multipliez entr'eux produisent 48, & nous trouuerons par la 6. p. du chap. 1. qu'iceux nombres sont 6 & 8: Ostons donc iceux nombres de ladite moitié du circuit 21, & resteront 15 pour le plus grand costé AC, & 13 pour le moindre AB.

Il y a encore plusieurs autres manieres, par lesquelles on peut souldre ce-

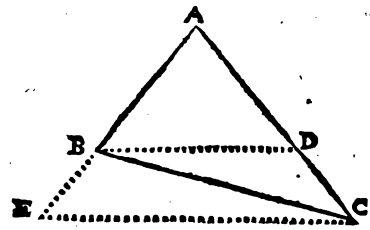
Digitized by Google

ſte prop. deſquels nous mettrõs ſeulement ceſte Algebraïque. Poſons que le moindre coſté AB ſoit 14—1R; l'autre coſté AC ſera donc 14+1R: Adiouſtons les trois coſtez enſemble, la ſomme ſera 42; la moitié 21, de laquelle oſtons chaſque coſté, & reſteront pour les differences 7,7+1R,&7—1R: multiplions ladite moitié 21, par ces differences, & viendront finablement 7203—147q pour le quarré de l'aire du triangle: Mais la baſe BC 14 eſtant multipliée par la moitié de la perpend. 6, donne 84 pour ledit aire, dont le quarré eſt 7056: Il y a donc égualité entre 7056,& 7203—147q; donc auſſi entre 147,& 147q: Parquoy la valeur de 1R ſera 1; & partant le moindre coſté AB ſera 13,& le coſté AC 15.

Or eſtant cogneu l'aire, la baſe, & la ſomme des coſtez; iceux coſtez ſeront trouuez en la meſme maniere que deſſus.

15. *Eſtans cogneuë la baſe d'vn triangle, la difference des iambes, & l'angle du ſommet; leſdites iambes pourront eſtre trouuées.*

Car ſoit le triangle ABC, duquel la baſe BC ſoit 21, l'angle du ſommet A 75. d. 46. m. & CD difference des coſtez AB, AC ſoit 7: Ie dis que leſdits coſtez AB, AC ſeront trouuez. Car ayant mené la ligne BD, le triangle ABD ſera iſoſcelle, dont les angles de deſſus la baſe BD ſeront cogneus, eſtans chaſcun de 52. d. 7. m. Et partant l'angle BDC ſera de 127. d. 53. m. Le triangle BDC a donc deux coſtez cogneus BC, CD, & l'angle BDC; & partant l'angle CBD ſera trouué d'enuiron 15. d. 15. m. qui adiouſté à l'angle ABD 52. d. 7. m. viennent 67. d. 22. m. pour l'angle total ABC: Maintenant le triangle propoſé ABC a les deux angles A & B cogneus, & le coſté BC; & partant le coſté AC ſera trouué de 20, & le coſté AB de 13.



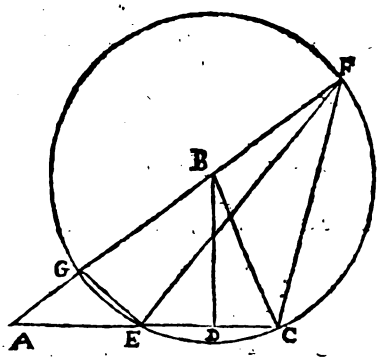
Or ſi au lieu de l'angle A, celuy de la baſe C eſtoit cogneu, le triangle BDC auroit auſſi deux coſtez cogneus, & l'angle qu'ils comprennent: partant l'angle D ſera trouué, puis AB. Mais ſi au lieu dudit angle A, l'angle ABC eſtoit le cogneu; prolongeant AB, iuſques en E, tellement que BE ſoit égale à la difference donnée, & ioignant EC, le triangle BCE auroit les deux coſtez BC, BE cogneus, & l'angle EBC qu'ils comprennent; & partant les deux autres angles ſeront trouuez comme il eſt dit en la 8. p. des triangles de Henrion, le moindre deſquels eſtant oſté du plus grand E, reſtera l'angle ACB: tellement que le triangle ABC aura les angles cogneus & vn coſté, & partant le reſte ſera trouué comme dit eſt.

16. *Eſtant cogneu la difference des ſegmens de la baſe d'vn triangle, l'aggregé des coſtez, & l'angle du ſommet; les trois coſtez du triangle peuuent eſtre trouuez.*

Soit le triangle ABC, & que de l'angle B tombe ſur la baſe AC la perpendiculaire BD; & du centre B, & interualle du moindre coſté BC ſoit deſcrit le cercle CEF, qui couppe la baſe CA en E, tellement que AE eſt la difference des ſegmens AD, DC; & ſoit continué le coſté AB iuſques en F, afin que AF ſoit l'aggregé des coſtez AB, BC: Ie dis que ſi l'angle du ſommet

Digitized by Google

B est cogneu, la difference AE, & l'aggregé AF, que les costez AB, AC & BC pourront estre cogneus. Car ayant mené les lignes EF, CF; l'angle CEF sera moitié de l'angle CBF par la 20. p. 3. Mais iceluy angle CBF est cogneu, estant la difference du cogneu ABC à deux droicts: donc CEF sera aussi cogneu; & partant AEF le sera pareillement: Parquoy le triangle AFE aura deux costez cogneus AF, FE, & vn angle opposé; & partant les angles restans seront trouuez: Ce faict le triangle AFC aura les deux angles A & ABC cogneu, auec l'aggregé des deux costez AB, BC; & partant les costez dudit triangle seront trouuez comme il est enseigné à la 9. prop. Ainsi la difference AE estãt 11, l'aggregé des costez AB, BC 33, & l'angle du sommet ABC 75. d. 46. m. l'angle CBF sera 104. d. 14. m. & partant CEF 52. d. 7. m. & AEF 127. d. 53. m. Parquoy l'angle AFE sera trouué de 15. d. 15. m. & par consequent l'angle A sera de 36. d. 52. m. & l'angle C de 67. d. 22. m. & par la 9. prop. le costé AB sera trouué de 20, BC de 13, & la base AC de 21.



Que si au lieu de l'angle du sommet ABC, l'angle A estoit cogneu, il est manifeste que lesdits costez du triangle pourroient aussi estre trouuez: Car le triangle AFE auroit touſiours deux costez cogneus, & l'angle A qu'ils comprennent, & partant l'angle AEF seroit trouué comme il est enseigné en la 8. p. des triangles de Henrion: Parquoy CEF seroit aussi cogneu, le double duquel estant osté de deux droicts, resteroit l'angle du sommet ABC cogneu; tellement que le triangle ABC auroit deux angles cogneus, & l'aggregé des costez AB, BC, comme dessus.

17. *Estant cogneuë la difference des segmens de la base d'vn triangle, la difference des costez, & l'angle du sommet; les trois costez peuuent estre trouuez.*

Soit vn triangle ABC, de l'angle du sommet duquel tombe sur la base AC la perpendiculaire BD, & du centre B, & interualle du moindre costé BC soit descrit le cercle CEGF, qui couppe ladite base AC en E, & le costé AB en G; tellement que AE est la difference des segmens AD, DC; & AG la difference des costez AB, BC: ie dis que si lesdites differences AE, AG sont cogneuës, & aussi l'angle du sommet B, que les costez AB, AC, & BC le seront aussi. Soit prolongé le costé AB, iusques à ce qu'il rencontre la circonference en F, & ioinct GE, EF & CF. D'autant que le quadrilatere EGFC est inscript au cercle, les angles opposez GEC, GFC sont égaux à deux droicts par la 22. p. 3. Mais les angles GEC, GEA sont aussi égaux à deux droicts par la 13. p. 1. Donc les deux angles GEC, GFC seront égaux aux deux angles GEC, GEA; & partant ostant le commun GEC; restera l'angle GFC égal à l'angle GEA. Mais par la 20. p. 3. l'angle A B C au centre est double de l'angle AFC, en la circonference: donc aussi l'angle A B C sera double de l'angle AEG. Mais iceluy ABC est cogneu: donc aussi AEG sera cogneu. Parquoy le triangle AGE aura les deux costez AE, AG

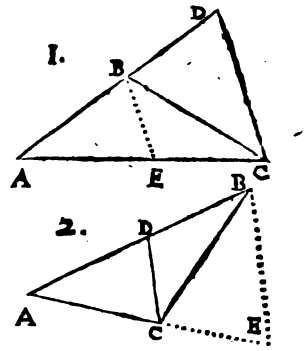
Digitized by Google

AE cogneus, & auſſi l'angle AEG oppoſé à AG, auec l'eſpece de l'angle AGE, (car iceluy eſt obtus eſtant égal aux deux EFE & GEB, qui eſt droict par la 31. p. 3.) Parquoy les deux angles AGE, & A ſeront trouuez par la 9. p. des triangles de Henrion. Le triangle AFE aura donc les angles cogneus auec le coſté AE; & partant le coſté AF ſera trouué, & par conſequent auſſi les coſtez AB, BC: donc le triangle AFC, ou bien ABC aura les angles cogneus & vn coſté; partant la baſe AC ſera trouuée. Soit donc la difference AB 11, la difference AG 7, & l'angle B 75. d. 45. m. L'angle AEG ſera donc 37. d. 52. m. $\frac{1}{2}$, & partant l'angle obtus AGE ſera trouué d'enuiron 105. d. 15. $\frac{1}{2}$ m. & A peu plus de 36. d. 52. m. Parquoy l'angle AEF ſera 127. d. 52 $\frac{1}{2}$ m. & AFE 15. d. 15 $\frac{1}{2}$ m. Le coſté AF ſera donc trouué de 33, & partant le coſté AB ſera 20, & le coſté BC 13. Et puiſque l'angle A eſt de 36. d. 52. m. & l'angle ABC de 75. d. 45. m. la baſe AC ſera trouuée de 21.

Or il eſt manifeſte que ſi au lieu de l'angle du ſommet B, celuy oppoſé au moindre coſté BC eſtoit cogneu, que leſdits coſtez du triangle ſeroient auſſi trouuez: Car le triangle AGE auroit deux coſtez cogneus, & l'angle qu'ils comprennent; & partant les autres angles ſeroient trouuez, comme il eſt enſeigné en la 8. p. des triangles de Henrion: Ce faict le triangle AFE auroit les angles cogneus, & le coſté AE ainſi que deuant, &c.

18. *Eſtant cogneu l'angle du ſommet d'vn triangle, l'vn des coſtez qui comprennent iceluy, & la difference de l'autre coſté à la baſe; les deux coſtez incogneus peuuent eſtre trouuez.*

Soit le triangle ABC, duquel l'angle du ſommet B ſoit cogneu, comme auſſi le coſté BC, & la difference d'entre l'autre coſté AB & la baſe AC: ie dis qu'iceux coſtez AB, AC, peuuent eſtre cogneus. Car ayant faict AD égale à AC, & ioinct CD; BD ſera la difference de AB à AC: Et d'autant que l'angle ABC eſt cogneu, l'angle DBC le ſera auſſi: ainſi le triangle DBC a les deux coſtez BC, BD cogneus, & l'angle qu'ils comprennent; partant les deux autres angles BDC, BCD ſeront trouuez, & celuy-cy oſté de celuy-là (en la premiere figure, mais adiouſté au reſte de deux droicts en la ſeconde,) donnera l'angle ACB: tellement que le triangle propoſé ABC aura deux angles cogneus & vn coſté BC, partant les deux autres coſtez ſeront trouuez.



Si donc l'angle ABC de la premiere figure eſt de 112. deg. 37 $\frac{1}{4}$ m. le coſté BC 13, & la difference du coſté AB à la baſe AC 9: au triangle BDC, l'angle CBD ſera 67. d. 22 $\frac{3}{4}$ m. le coſté BD 9, & le coſté BC 13: partant l'angle BDC ſera trouué de 71. d. 33 $\frac{3}{4}$ m, & l'angle BCD de 41. d. 3. m. $\frac{1}{2}$. Et puiſque le triangle ADC eſt iſoſcelle, les angles ACD, ADC ſeront égaux: & partant oſtant BCD de BDC, reſteront 30. d. 30 $\frac{3}{4}$ m. pour l'angle BCA: tellement que le triangle ABC a les deux angles ABC, BCA cogneus, & le coſté BC; & partant l'autre angle A ſera de 36. d. 52 $\frac{1}{2}$ m. le coſté AB 11, & la baſe AC 20.

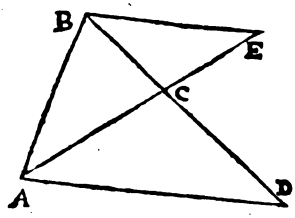
Mais l'angle B (en la ſeconde figure) ſoit 30. d. 30. $\frac{3}{4}$ m. le coſté BC 13, & la

Digitized by Google

difference de la baſe AC au coſté AB 9 : donc le triangle DBC a l'angle B cogneu, & les les deux coſtez qui le comprennent: partant l'angle BDC ſera trouué de 108.d.26 $\frac{1}{4}$m. & l'angle BCD de 41.d.3 $\frac{1}{2}$ m. qui adiouſté à ACD, ou ADC, qui ſont chaſcun de 71. d.33 $\frac{3}{4}$ m. reſte de BDC, & viendront 112. d. 37 $\frac{1}{4}$ m. pour tout l'angle ACB: partant l'angle A ſera trouué de 36. d. 52 $\frac{1}{2}$ m. le coſté AB 20, & la baſe AC 11.

Or ſi au lieu de l'angle du ſommet eſtoit cogneu celuy oppoſé au coſté cogneu ; il eſt manifeſte que les deux autres coſtez pourroient auſſi eſtre trouuez : Car alors le triangle BDC auroit l'angle BDC cogneu, & les deux coſtez BC, BD, &c. Mais ſi l'angle ACB eſtoit cogneu, il appert auſſi que leſdits coſtez pourroient encore eſtre trouuez : car ayant faict AE égale à AB & tiré BE, les triangles CBE auroient deux coſtez cogneus, & l'angle qu'ils comprennent, &c.

19. *L'angle du ſommet d'vn triangle eſtant cogneu, & l'vn des coſtez qui le comprennent, & auſſi l'aggregé des deux autres coſtez ; iceux coſtez pourront eſtre trouuez.*



Soit le triangle ABC, duquel l'angle du ſommet B ſoit cogneu, comme auſſi le coſté AB, & l'aggregé des deux autres coſtez AC, BC : Ie dis que chaſcun d'iceux peut eſtre cogneu. Car ayãt continué BC iuſques en D, en ſorte que CD ſoit égal à AC, & ioinct AD ; le triangle ABD aura les deux coſtez AB, BD cogneus, & l'angle B qu'ils comprennent ; partant l'angle D ſera trouué par la 8. p. des triangles de Henrion, au double duquel eſt égal l'angle ACB : Parquoy le triangle ABC aura les deux angles B & ACB cogneus, & le coſté AB ; & par conſequent chaſcun des coſtez AC, & CB ſera trouué. Soit donc l'angle B de 67. d. 22 $\frac{1}{4}$ m. le coſté AB 21, & l'aggregé de la baſe AC & coſté BC, ſçauoir eſt BD 33 : L'angle D ſera trouué d'enuiron 37. d. 52 $\frac{1}{2}$ m. partant ACB qui eſt double d'iceluy ſera 75.d.45.m. Le triangle ABC a donc les deux angles B & BCA cogneus auec le coſté AB ; & par conſequent la baſe AC ſera trouuée de 20, qui oſtez de l'aggregé 33, reſteront 13 pour le coſté BC.

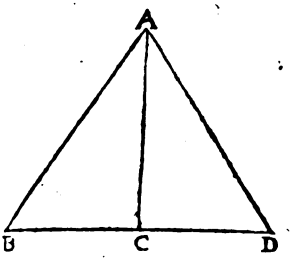
Or ſi au lieu de l'angle du ſommet eſtoit cogneu celuy oppoſé au coſté cogneu, il eſt manifeſte que leſdits deux coſtez pourroient auſſi eſtre trouuez : Car puiſque l'angle BCA oppoſé audit coſté cogneu AB, eſt double de l'ãgle D ; i celuy angle D ſeroit auſſi cogneu ; tellement que le triangle ABD auroit deux coſtez cogneus, & vn angle ; partant l'angle B ſeroit trouué, & puis apres la baſe AC. Mais ſi l'angle BAC euſt eſté le cogneu, leſdits coſtez euſſent encore eſté trouuez, prolongeant AC au lieu de BC, afin que AE fuſt l'aggregé, & le triangle ABE auroit deux coſtez cogneus, & l'angle qu'ils comprennent comme cy-deſſus.

20. *Eſtant cogneu l'aire d'vn triangle, la baſe, & vn angle d'icelle ; trouuer les autres coſtez.*

Soit le triangle ABD, duquel l'aire eſt 84, la baſe BD 14, & l'angle B 51. d. 7 $\frac{5}{8}$ m. il faut trouuer les coſtez AB, AD. Il eſt manifeſte que diuiſant l'aire

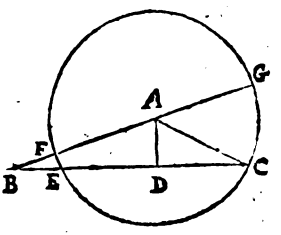
Digitized by Google

84 par la moitié de la baſe, viendra la perpendiculaire AC, qui ſera 12 : le triangle rectangle ABC a donc vn coſté cogneu AC, & vn angle oblique B; partant le coſté AB ſera trouué de 15, & le ſegment BC de 9; & par conſequent CD ſera 5: le triangle ACD a donc les deux coſtez de l'angle droict cogneus; & partant l'hypotenuſe AD ſera trouuée de 13.



21. *Eſtant cogneu l'aire d'vn triangle, vn angle de la baſe, la ſomme des iambes, & la raiſon de la difference d'icelles iambes à la difference des ſegmens de la baſe; trouuer les trois coſtez du triangle.*

Soit vn triangle ABC, le contenu duquel eſt 504, l'angle C 67.d.22.m.49. ſec. l'aggregé des coſtez AB, AC, qui eſt BG 66, & la raiſon de la difference BE à la difference BF, ſoit comme 11 à 7 : Il faut trouuer les coſtez AB, AC & BC. Or par les choſes demonſtrées cy-deuant, il appert que comme BG eſt à BC, ainſi BE eſt à BF : faiſant donc que comme 11 eſt à 7, ainſi 66 ſoit à vn autre, viendront 42 pour la baſe BC; tellement que diuiſant l'aire donné 504 par la moitié d'icelle baſe, viendront 24 pour la perpendiculaire AD.

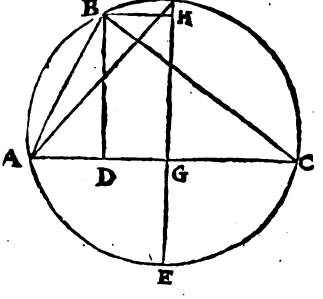


Le triangle rectangle ADC a donc vn coſté cogneu, & vn angle aigu; partant le coſté AC ſera trouué de 26, qui oſtez de l'aggregé 66, reſtent 40 pour le coſté AB.

Or puiſque par le moyen de la raiſon des differences BE, BF, & de l'aggregé BG nous auons trouué la baſe, & puis apres la perpendiculaire, il eſt manifeſte, qu'eſtans ſeulement cogneus l'aire du triangle, l'aggregé des coſtez, & la raiſon deſdites differences, qu'on peut auſſi cognoiſtre leſdits coſtez du triangle; Car ayant trouué la baſe & la perpendiculaire, comme dict eſt, les iambes ſeront trouuées comme il eſt enſeigné à la 14. p. de ce chap.

22. *Eſtant cogneus la baſe d'vn triangle, la perpendiculaire, & l'angle du ſommet; les deux coſtez peuuent eſtre trouuez.*

Soit vn triangle ABC, duquel la baſe AC ſoit cogneuë, comme auſſi la perpendiculaire BD, & l'angle du ſommet ABC: Ie dis que les coſtez AB, BC peuuent eſtre trouuez. Car ayant deſcrit à l'entour du triangle le cercle ABCE, duquel le diametre EF couppe la baſe AC en deux également en G, ſoit ioinct AF, & mené BH parallele à DG. D'autant que le diametre EF couppe la baſe AC à angles droicts; l'arc AEC ſera couppé en deux également en E, & l'angle AFG ſera moitié de ABC; & partant cogneu, comme auſſi AG: tellement que le triangle rectangle AFG a vn coſté cogneu, & vn angle aigu: donc les deux autres coſtez AF



VILLE DE LYON
Biblioth. du Palais des Arts
Digitized by Google

FG seront trouuez. Mais d'autant que AG est moyenne proportionnelle entre FG, & GE; icelle GE sera aussi cogneuë; & partant tout le diametre FE. Et puisque BD est cogneuë, GH son égale le sera aussi, qui ostée de GF, mais adioustée à GE, on aura les deux lignes EH, HF cogneuës, entre lesquelles BH est moyenne proportionnelle, & sinus de l'arc BF; & partant iceluy arc sera pareillement cogneu, lequel estant adiousté à l'arc FC, (qui est aussi cogneu par le moyen de l'angle FAC,) mais soustraict de son égal FA, on aura les arcs BFC, & BA cogneus: Parquoy le triangle ABC aura les angles cogneus, & la base AC: dont les costez AB, BC seront trouuez.

Ainsi la base AC estant 21, la perpendiculaire BD 12, & l'angle du sommet ABC 75. d. 45. m. L'angle AFG sera de 37. d. 52 $\frac{1}{2}$ m. & partant l'angle FAC sera de 52. d. 7 $\frac{1}{2}$ m. & l'arc FC, ou FA 104. d. 15. m. Mais le costé AG est 10 $\frac{1}{2}$: partant le costé FG sera trouué de 13 $\frac{1}{2}$, par lequel estant diuisé 220 $\frac{1}{2}$ quarré de AG, viendront 8 $\frac{1}{2}$ pour GE, & partant tout le diametre EF sera 21 $\frac{1}{2}$. Et d'autant que GH est égale à DB 12, HE sera 1 $\frac{1}{2}$, & EH 20 $\frac{1}{2}$, qui multipliez entr'eux, donnent $\frac{121}{4}$, dont la racine quarrée 5 $\frac{1}{2}$ est pour BH sinus de l'arc BF, lequel sera trouué de 30 7 60; partant iceluy arc contient 30. d. 30 $\frac{7}{8}$ m. & iceluy estant adiousté à l'arc CF 104. d. 15. m. viendront 134. d. 45 $\frac{7}{8}$ m. pour l'arc BFC; mais osté resteront 73. d. 44 $\frac{3}{4}$ m. pour l'arc AB: & par consequent l'angle BAC sera de 67. d. 22 $\frac{1}{2}$ m. & l'angle ACB de 36. d. 52 $\frac{1}{2}$ m. Le triãgle proposé ABC a donc maintenant les angles cogneus, & la base AC; & partant le costé AB sera trouué de 15, & BC de 20.

Or si l'angle donné ABC estoit obtus, l'operation n'en seroit differente: Mais s'il estoit droict, elle seroit facile, pource que la base AC seroit diametre du cercle, & la perpendiculaire BD sinus de l'arc AB; partant iceluy arc, & par consequent l'angle ACB, seroit aisément cogneu.

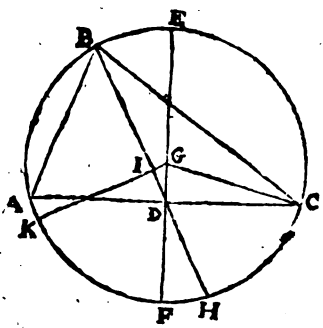
Mais il est manifeste, que si au lieu de l'angle du sommet, l'vn de ceux de dessus la base estoit cogneu, comme pour exemple BAC; les deux costez AB, BC seroient encores plus aisément trouuez: car le triangle rectangle ABD auroit vn angle aigu cogneu, & le costé AD; & partant les deux costez AB, & AD seroient trouuez; & par consequent aussi DC: tellement que le triangle rectangle DBC auroit les deux costez de l'angle droict cogneus; & partant l'autre costé BC seroit trouué.

29. *Estant cogneue la base d'vn triangle, l'angle du sommet, & la ligne droicte, laquelle tirée dudit angle à ladite base, la coupe en deux également; les deux iambes du triangle peuuent estre trouuées.*

Soit le triangle ABC, duquel la base AC soit cogneuë, comme aussi l'angle du sommet ABC, & la ligne BD, qui coupe la base AC en deux également: ie dis que les costez AB, BC peuuent estre trouuez. A l'entour du triangle ABC soit circonscript le cercle ABECF, duquel le centre soit G, & le diametre EF, qui coupe à angles droicts la base AC en D: puis ayant continué la ligne BD, iusques à ce qu'elle rencontre la circonference en H, soit tirée GIK à angles droicts sur icelle BH, afin qu'elle la coupe en deux également en I, & la circonference BAH en K; & soit ioinct CG. Or d'autant que le diametre EF coupe la base AC en angles droicts, la circonference AFC sera

Digitized by Google

couppée en deux également en F : partant l'angle FGC sera égal à l'angle ABC. Parquoy le triangle rectangle GDC a le costé DC cogneu, & l'angle aigu DGC ; & partant DG, & le semy-diametre GC seront trouuez. Et puisque par la 35. p. 3. le rectangle de AD, DC est égal au rectangle de BD, DH ; diuisant le quarré de AD par BD, viendra DH : tellement que la toute BH (qui est la corde de l'arc BAH) sera cogneuë ; & par consequent DI : Donc le triangle rectangle DIG aura les deux costez DI, DG cogneus : partant l'angle IGD, ou l'arc FK, sera trouué. Mais l'arc AF est aussi cogneu à cause de l'angle donné ABC : ostant donc d'iceluy l'arc FK, restera cogneu l'arc AK, lequel estant osté de l'arc BK, moitié de l'arc BAH, restera aussi cogneu l'arc AB ; & par consequent l'angle ACB. Nous aurons donc au triangle ABC, deux angles cogneus, & vn costé : partant les deux costez AB, AC seront trouuez. Or la base AC soit 21, l'angle ABC 75. d. 45. m. & la ligne BD 13 $\frac{4}{5}$: l'angle DGC sera donc aussi 75. d. 45. m. & le costé DC 10 $\frac{1}{2}$; partant le semy-diametre GC sera trouué de 10 $\frac{5}{8}$, & DG $\frac{5}{7}$. Or le quarré de AD 10 $\frac{1}{2}$ est 110 $\frac{1}{4}$, qui diuisé par BD 13 $\frac{4}{7}$, donne 8 $\frac{13}{18}$, pour DH, qui adioustez à icelle BD, viendront 21 $\frac{143}{440}$ pour la toute BH ; & par consequent la moitié BI sera 10 $\frac{483}{880}$, & ID 2 $\frac{373}{880}$. Mais BI est sinus de l'arc BK : iceluy arc sera donc presque 84. d. 7. m. Et puis qu'au triangle rectangle GID, les costez GD, DI sont cogneus, l'angle IGD sera trouué d'enuiron 67. d. 22. m. qui ostez de l'angle donné 75. d. 45. m. restent 10. d. 23. m. pour l'arc AK, qui osté de l'arc BAK 84. d. 7. m. resteront 73. d. 44. m. pour l'arc AB ; & partant l'angle ACB sera de 36 d. 52. m. Le triangle ABC a donc les deux angles ABC & ACB cogneus, auec la base AC : partant le costé AB sera trouué de 13, & le costé BC de 20.



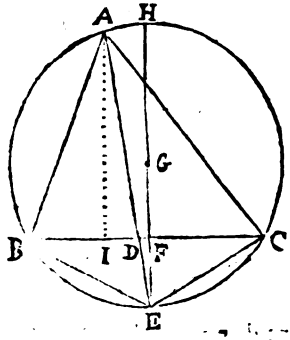
Or si au lieu de l'angle du sommet, l'vn des deux de la base estoit cogneu, comme pour exemple BAC ; lesdits deux costez AB, BC seroient encore plus facilement cogneus ; pource que le triangle ABD auroit deux costez cogneus, & vn angle opposé : partant l'autre costé AB seroit trouué ; & puis apres le triangle ABC auroit deux costez cogneus, & l'angle qu'ils comprennent ; & par consequent l'autre costé seroit trouué.

24. *Estant cogneue la ligne droicte qui couppe l'angle du sommet en deux également, & la base en deux segmens aussi cogneus ; les deux costez peuuent estre trouuez.*

Soit le triangle ABC, duquel l'angle du sommet est couppé en deux également par la ligne droicte AD cogneuë, & aussi les segmens de la base BD, DC : Ie dis que les costez AB, AC peuuent estre cogneus Car ayant descrit à l'entour d'iceluy triangle le cercle BACE, & continuée AD iusques à ce qu'elle rencontre la circonference en E, d'iceluy poinct soit tiré le diametre EFGH, lequel couppera la base BC en deux également, puisque la ligne AE couppe l'angle BAC en deux également, & par consequent aussi l'arc BEC en E. Et d'autant que par la 35. p. 3. le rectangle compris soubs les

Digitized by Google

segmens BD, DC est égal au rectangle compris soubs AD, DE; icelle DE sera trouuée, estant quatriesme proportionnelle aux trois cogneuës AD, BD & DC. Mais DF estant la difference du moindre segment BD, à la moitié BF, sera aussi cogneuë. Parquoy le triangle rectangle DEF aura deux costez cogneus; & partant l'autre costé EF sera trouué. Mais ayant tiré la perpendiculaire AI, les deux triangles rectangles AID, EFD sont équiangles: partant comme DE sera à AD, ainsi EF sera à AI, & FD à DI: tellement que DI sera cogneuë, & icelle estant ostée de BD, restera BI aussi cogneu; & par consequent aussi IC. Les deux triangles rectangles ABI, ACI ont donc chascun les deux costez de l'angle droict cogneus; & partant les deux costez AB & AC le seront aussi. Si donc la ligne AD est $\gamma 146\frac{1}{4}$, & le segment BD $6\frac{1}{2}$, mais DC $7\frac{1}{2}$: Multipliant lesdits segmens BD, DC entr'eux, viennent $48\frac{1}{4}$, qui diuisez par AD $\gamma 146\frac{1}{4}$, viennent $\gamma 16\frac{1}{4}$ pour DE. Mais puisque BC est 14, la moitié BF est 7, de laquelle estant osté le segment BD $6\frac{1}{2}$, reste $\frac{1}{2}$ pour DF, dont le quarré estant osté du quarré de DE, restent $\gamma 16$: partant EF est 4. Et d'autant que comme DE $\gamma 16\frac{1}{4}$ est à DA $\gamma 146\frac{1}{4}$, ainsi EF 4 est à AI; & DF $\frac{1}{2}$ à DI: Icelle AI sera 12, & DI $1\frac{1}{2}$, qui osté de BD $6\frac{1}{2}$ restent 5 pour BI, mais adiousté à DC, donne 9 pour IC. Maintenant les quarrez de AI, IB adiousteż ensemble font 169, dont la racine 13 est pour le costé AB: Mais les quarrez de AI, IC, font ensemble 225, dont la racine 15 est pour le costé AC.



Or qui voudra operer par les sinus, le pourra faire, veu que AE est la corde de l'arc ABE, & BC celle de l'arc BEC, par le moyen desquels arcs il sera aisé de cognoistre les angles du triangle proposé ABC.

25. *Si vne ligne droicte couppant l'angle du sommet en deux également, couppe la base à angles inégaux, desquels l'vn soit cogneu, & aussi les segmens de ladite base; les deux costez du triangle peuuent estre trouuez.*

Soit le triangle ABC, duquel l'angle du sommet BAC est couppé en deux également par la ligne droicte AD, qui couppe la base BC à angles inegaux, l'vn desquels (sçauoir ADB) soit cogneu, & les segmens BD, DC: Ie dis que les costez AB, AC seront aussi cogneus. Car comme en la precedente, DF difference de la moitié BF au moindre segment BD sera cogneuë: tellement que le triangle rectangle EDF a vn costé cogneu, & l'angle aigu EDF, iceluy estant égal à l'angle ADB cogneu; & partant les deux costez ED, EF seront trouuez; & puis apres AD quatriesme proportionnelle aux trois grandeurs cogneuës ED, BD & DC: Et procedant en outre comme en la precedante, on paruiendra finablement à la cognoissance des costez AB, AC.

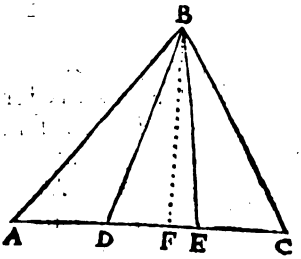
Soit donc le triangle ABC, auquel l'angle ADB soit 82.d.52 $\frac{1}{2}$ m. le segment BD $6\frac{1}{2}$, & le segment DC $7\frac{1}{2}$: donc la moitié de la base BF sera 7, & DF $\frac{1}{2}$: mais l'angle EDF, (qui est égal à ADB,) 82. d. 52 $\frac{1}{2}$ m. Parquoy le costé EF sera trouué d'enuiron 4, & DE de $4\frac{1}{31}$, par lequel estant diuisé $48\frac{1}{4}$, produict des

Digitized by Google

segmens BD, DC, viendront $12\frac{3}{32}$ pour AD : Et puisque comme DE $4\frac{1}{32}$ est à AD $12\frac{3}{32}$, ainsi EF 4 est à AI ; & DF $\frac{1}{2}$ à DI ; icelle perpendiculaire AI sera 12, & DI $1\frac{1}{2}$: ostant donc DI $1\frac{1}{2}$ de BD $6\frac{1}{2}$, restera BI 5, qui osté de toute la base BC, restera IC 9. Et puisque les triangles rectangles AIB, AIC ont chascun les deux costez de l'angle droict cogneus, le costé AB sera trouué de 13, & AC de 15.

26. *Estans cogneus les costez d'vn triangle, diuiser iceluy en tant de parties égales qu'on voudra par lignes menées de l'vn des angles au costé oppose, & trouuer chasque costé d'icelles parties couppees.*

Soit le triangle ABC, duquel le costé AB soit 14, le costé BC 13, & la base AC 15 : Il faut diuiser iceluy triangle en trois parties égales par lignes menées de l'angle B à la base AC, & trouuer les lignes de chasque partie. La base AC soit diuisée en tel nombre de parties égales qu'il est requis, sçauoir est en trois par les poincts D, & E, & tiré les lignes droictes BD, BE. Or il est manifeste que les trois triangles ABD, DBE, & EBC sont égaux, & que les bases AD, DE & EC sont chascune de 5 : ne reste donc plus qu'à trouuer les deux lignes BD, & BE. Puisque les costez du triangle ABC sont cogneus, la perpendiculaire BF sera trouuée de $11\frac{1}{5}$, le segment AF de $8\frac{1}{5}$, & FC de $6\frac{3}{5}$: partant DF sera $3\frac{2}{5}$, & FE $1\frac{3}{5}$: Parquoy le quarré de BD estant égal aux deux quarrez de BF, DF, & celuy de BE aux deux de BF, FE ; icelle BD sera $\gamma 137$, & BE $\gamma 128$.



Les mesmes lignes BD, & BE pourroient aussi estre trouuées par les sinus : Car puisque les trois costez du triangle ABC sont cogneus, les angles d'iceluy peuuent estre trouuez ; & puis apres les triangles ABD, BEC auroient chascun deux costez cogneus, & l'angle qu'ils comprennent : partant l'autre costé seroit trouué.

Or s'il faloit de l'angle B mener vne ligne qui diuise le triangle selon vne raison donnée, comme pour exemple, que la partie de deuers A soit à la partie de deuers C, comme 4 à 3 : il faudroit diuiser icelle base AC selon ladite raison ; faisant que comme 7 est à 4, ainsi 15 soit à vn autre, & viendront $8\frac{4}{7}$ pour le segment de ladite base vers A, & partant l'autre seroit $6\frac{3}{7}$: Et quãt à la ligne couppante, elle seroit trouuée, tout ainsi que dessus.

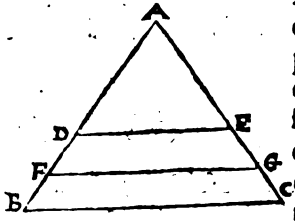
27. *Estans cogneus les costez d'vn triangle, duquel il faut oster vne partie requise par vne ligne parellele à l'vn desdits costez ; trouuer les costez d'icelle partie.*

Soit le triangle ABC, duquel le costé AB est 14, le costé AC 13, & la base BC 15 ; & du contenu d'iceluy (qui est 84) il en faut retrancher 30 par la ligne DE parallele à la base BC : trouuer les costez AD, AE & DE. D'autant que BC, DE sont paralleles, les triangles ABC, ADE sont semblables ; & partant ils sont entr'eux en raison doublée des costez homologues, en laquelle sont aussi les quarrez d'iceux costez : Parquoy comme le triangle ABC 84 est au triangle ADE 30, ainsi le quarré du costé AB, qui est 196, est au quarré du costé AD, qui sera 70 ; dont la racine est $\gamma 70$, & autant est ledit costé AD : ainsi AE sera trouué de $\gamma 60\frac{5}{14}$, & DE de $\gamma 80\frac{5}{14}$.

Digitized by Google

28. *Eſtans cogneus les coſtez d'vn triangle, lequel il faut couper en tant de parties égales qu'on voudra, par lignes paralleles à l'vn des coſtez; trouuer les coſtez de chaſque partie.*

Soit le triangle ABC, duquel le coſté AB eſt 14, le coſté AC 13, & la baſe BC 15; tellement que le contenu d'iceluy triangle eſt 84: Et il le faut diuiſer en trois parties égales par lignes paralleles à la baſe BC, & trouuer les coſtez de chaſcune deſdites parties. Puis qu'il faut partir iceluy triangle ABC en trois parties égales, chaſcune d'icelle ſera 28. Et procedant comme au probleme precedant, le coſté AD ſera trouué de $\sqrt{65\frac{1}{3}}$, AE $\sqrt{56\frac{1}{3}}$, & DE $\sqrt{75}$. Maintenant conceuons le triangle AFG eſtre double de ADE, ou les deux tiers de ABC, c'eſt à dire 56; & trouuons les coſtez d'iceluy par la meſme voye que deſſus, faiſant que comme 84 eſt à 56, ainſi 196 quarré de AB ſoit à $130\frac{2}{3}$, dont la racine quarrée $\sqrt{130\frac{2}{3}}$ ſera pour AF, de laquelle eſtant oſtée AD $\sqrt{65\frac{1}{3}}$, reſteront $\sqrt{130\frac{2}{3}} - \sqrt{65\frac{1}{3}}$ pour DF: Mais icelle AF eſtant oſtée de AB 14, reſteront $14 - \sqrt{130\frac{2}{3}}$ pour BF: en la meſme maniere AG ſera trouuée de $\sqrt{112\frac{2}{3}}$, qui oſtée de AC, reſteront $13 - \sqrt{112\frac{2}{3}}$ pour GC; mais oſtant AE $\sqrt{56\frac{1}{3}}$ d'icelle AG, reſteront $\sqrt{112\frac{2}{3}} - \sqrt{56\frac{1}{3}}$ pour EG: Ainſi FG ſera trouuée de $\sqrt{150}$. Mais elle ſera auſſi trouuée plus promptement, à cauſe que le quarré d'icelle eſt double du quarré de DE; & pareillement celuy de AF double de celuy de AD, & celuy de AG, double de celuy de AE: Et par ainſi il eſt manifeſte qu'il eſt aiſé de trouuer les coſtez de quelconque partie requiſe d'vn triangle propoſé, ſoit qu'on procede par la raiſon des quarrez des coſtez ou autrement: Bref, ayant multiplié le coſté du triangle par telle partie d'iceluy qu'il ſera requis, la racine quarrée donnera le coſté homologue: Comme pour exemple, voulant que le triangle ADE ſoit vn quart du triangle ABC; ie multiplie le coſté AB 14 par le quart d'iceluy coſté, ſçauoir eſt par $3\frac{1}{2}$, & viennent 49, dont la racine quarrée 7 eſt pour le coſté AD. Mais voulant que le triangle AFG ſoit $\frac{2}{3}$ de ABC: pour trouuer le coſté FG, ie multiplie le coſté BC 15 par les $\frac{2}{3}$ d'iceluy, qui ſont 9, & viennent 135, dont la racine quarré $\sqrt{135}$ eſt ledit coſté FG, ainſi des autres coſtez, & parties requiſes.



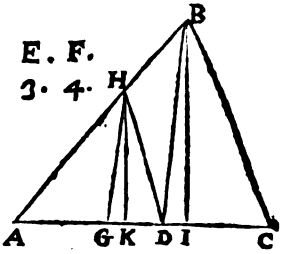
29. *Eſtans cogneus les coſtez d'vn triangle, en l'vn deſquels eſt donné vn poinct, duquel il faut mener vne ligne droicte qui diuiſe le triangle en deux parties, qui ayent entr'elles vne raiſon donnée; trouuer les coſtez d'icelles parties.*

Or afin que l'operation numeralle ſoit plus intelligible, nous rapporterons icy la conſtruction Geometrique de ce probleme qui eſt le 48. des memoires Mathematiques de Henrion. Soit donc le triangle ABC, & le poinct donné D, duquel il faut mener vne ligne droicte qui diuiſe le triangle en deux parties, telles que celle qui ſera vers A ſoit à l'autre vers C, comme E à F. Soit diuiſé le coſté AC en G ſelon la raiſon donnée, puis ayant mené DB, ſoit tirée GH parallele à icelle DB; puis menée DH, qui couppera ledit triangle ABC en deux ſegmens qui ſeront entr'eux ſelon ladite raiſon donnée, ainſi qu'il eſt demonſtré audit 48 prob. de Henrion.

Main-

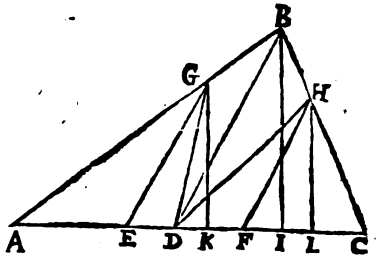
Digitized by Google

Maintenant appliquons les nombres: le costé AB soit 15, BC 13, & la base AC 14, en laquelle est le poinct D distant de A par AD 8, & la raison de E à F soit 3 à 4. Soit donc couppée la base AC 14, selon icelle raison, faisant que comme 7 est à 3, ainsi 14 soit à vn autre, qui sera 6 pour AG; & partant GD sera 2. Et puisque les trois costez du triangle ABC sont cogneus, la perpendiculaire BI sera trouuée de 12, & le segment AI 9: tellement que GI sera 3, & DI 1: Mais GH estant parallele à DB, les triangles ABD, AHG sont semblables; partant comme AD 8 est à AB 15, ainsi AG 6 sera à AH $11\frac{1}{4}$, & par consequent HB sera $3\frac{3}{4}$. Maintenant soit conceu que du poinct H tombe vne perpendiculaire HK, afin que les triangles ABI, AHK soient semblables; & partant que comme AB 15 est à BI 12, ainsi AH $11\frac{1}{4}$ soit à HK 9, & comme AB 15 à AI 9, ainsi AH $11\frac{1}{4}$ soit à AK $6\frac{3}{4}$; & par consequent KD sera $1\frac{1}{4}$. Le triangle rectangle HKD a donc les deux costez de l'angle droict cogneus; & partant l'autre costé HD sera trouué de $\sqrt{82\frac{9}{16}}$. Nous auons donc trouué les costez des segmens AHD, & HBCD qui sont entr'eux, comme 3 à 4. Car puisque la base AC est 14, & la perpendiculaire BI 12, l'aire du triangle ABC sera 84, qui diuisez selon la raison de 3 à 4, viennent 36 & 48: Il faut donc que l'aire du triangle AHD soit 36. Or nous auons trouué que la perpendiculaire HK est 9, & la base AD a esté posée de 8: donc le contenu d'iceluy triangle AHD est 36: & partant appert ce qui estoit proposé.



30. *Estans cogneus les costez d'vn triangle, qu'il faut diuiser en tant de parties égales qu'en voudra par lignes droictes menées d'vn poinct donné en l'vn desdits costez; trouuer les costez de chascune desdites parties.*

Pour faciliter & rendre plus intelligible l'operation numeralle de ce probleme, nous en rapporterons encore icy la construction Geometrique. Soit vn triangle ABC, & le poinct donné D, duquel il faut mener des lignes qui diuisent ledit triangle ABC en trois parties égales. Ayant ioinct BD, & couppé AC en trois parties égales és poincts E & F; d'iceux poincts soient menées les lignes droictes EG, FH, paralleles à BD: puis du poinct D soient menées les lignes DG, DH, lesquelles diuiseront le triangle ABC en trois parties égales AGD, GBHD, & DHC, ainsi qu'il est demonstré au 49. prob. de Henrion.



Venons maintenant à l'operation numeralle: Le costé AB soit 20, BC 13, & AC 21; & la distance de A au poinct D 10. Puisque AC est couppé en trois également en E & F; le segment ED sera 3, & DF 4: Et les lignes GE, BD, HF estans paralleles, les triangles ABD, AGE, & DBC, FHC sont semblables; & comme AD 10 est à AB 20, ainsi AE 7 sera à AG 14; & partant GB est 6: pareillement comme DC 11 est à CB 13, ainsi CF 7 est à CH, qui sera $8\frac{3}{11}$, & par consequent HB sera $4\frac{8}{11}$. Mainte-

Digitized by Google

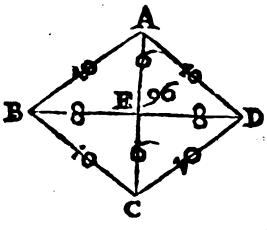
nant si on conçoit que des poincts G, B, H tombent les perpendiculaires GK, BI, & HL; les triangles ABI, AGK, & DBC, LHC seront semblables. Mais puisque les costez du triangle ABC sont cogneus; la perpendiculaire BI sera trouuée de 12, le segment AI 16, & l'autre segment IC 5: donc comme AB 20 est à BI 12, ainsi AG 14 sera à GK $8\frac{2}{5}$: & comme AB 20 est à AI 16, ainsi AG 14 est à AK $11\frac{1}{5}$; & partant KD sera $1\frac{1}{5}$. Item comme BC 13 est à BI 12, ainsi HC $8\frac{1}{11}$ sera à HL $7\frac{7}{11}$; & comme BC 13 est à CI 5, ainsi HC $8\frac{1}{11}$, sera à CL $3\frac{2}{11}$; & partant DL sera $7\frac{9}{11}$. Les triangles rectangles GKD, & HLD ont maintenant les deux costez de l'angle droit cogneus, & par consequent le costé GD sera trouué de $\sqrt{72}$, & DH $\sqrt{119\frac{53}{121}}$. Voila donc tous les costez des trois segmens du triangle ABC trouuez ainsi qu'il estoit requis: & selon iceux costez trouuez, chascun des triangles AGD, DHC, sera trouué contenir 42, qui est le tiers de 126 contenu du triangle donné ABC; & partant le quadrilatere DGBH sera l'autre tiers dudit triangle donné.

Or nous eussions peu mettre encore icy plusieurs autres problemes sur le subiect des triangles, lesquels pour briefueté nous delaissons iusques à vne autre fois, & viendrons au chap 6. de nostre Autheur.

De la mesure des rhombes, & rhomboïdes.

CHAP. VI.

Les rhombes sont mesurez, en multipliant l'vne de leur diagonale par la moitié de l'autre, & le produict sera le contenu du rhombe.



COmme du rhombe ABCD, la diagonalle DB soit 16, & AC 12: ie multiplie 16 par 6, & trouue 96 pour le contenu: la raison est éuidente, d'autant que le rhombe est diuisé par sa diagonalle en deux triangles égaux, *comme la figure le monstre.*

Quelqu'vn voulant mesurer le contenu d'vne piece de terre, prez, vignes, ou autre chose de figure quadrilatere, laquelle il estime estre vn rhombe, pour en estre certain il faut mesurer, ou tous les costez auec vn angle, ou bien deux costez seulement auec deux angles opposez, lesquels estans trouuez égaux, & non droicts, ledit quadrilatere sera vn rhombe: Ce que vous cognoistrez encore, si ayant fiché deux piquets à deux angles opposez, comme pour exemple és angles B & D, & ouuert vostre compas de proportion à angle droict, vous allez le long de la diagonalle BD, iusques à ce qu'estant venu en quelque lieu E, l'vne des iambes dudit compas estant selon ladite diagonalle BD, vous puissiez voir par les pinulles de l'autre iambe le poinct A; & ledit compas demeurant ainsi disposé, si le rayon visuel venant de A vers E,

Digitized by Google

va rencontrer l'autre angle C, la figure proposée ABCD sera quarrée ou rhombe; tellement que mesurant BE & EA, on paruiendra à la cognoissance de l'aire dudit rhombe, comme dit icy nostre Autheur.

Or si ayant cogneu par quelque maniere que ce soit, que le quadrilatere proposé est vn rhombe, on ne pouuoit mesurer actuellement sur le champ les diagonalles, il faudroit obseruer l'vn des angles: Ce faict on auroit l'hypotenuse d'vn triangle rectangle, (sçauoir est le costé dudit rhombe) l'vn des angles aigus, lequel seroit moitié de l'angle obserué: partant on pourroit trouuer les deux costez de l'angle droict dudit triangle, comme il est enseigné en la 3. prop. des triangles rectilignes de Henrion, lesquels deux costez estans multipliez entr'eux, donneroient l'aire dudit rhombe comme dit icy nostre Autheur.

COROLLAIRE I.

De là s'ensuit, que les diametres estans donnez, on trouuera le costé du rhombe.

Car les quarrez des deux demy diametres ioincts ensemble sont égaux au quarré du costé, *par la* 47. *du* 1, comme le quarré de AE 36, ioinct auec le quarré de EB 64, faict 100, desquels la racine 10, est la longueur du costé AB.

Il est aussi manifeste que le costé du rhombe estant donné, & l'vn des diametres, on trouuera l'autre diametre: Car le quarré du demy diametre cogneu estant osté de celuy du costé, restera le quarré de la moitié du diametre qui estoit incogneu. Comme le quarré de BE 64, osté du quarré de AB 100, restent 36, desquels la racine 6 est la longueur du semy-diametre AE.

Item, si l'vn des angles du rhombe est cogneu, auec le costé, ou l'vn des diametres, le reste sera aussi cogneu. Car la moitié de l'angle cogneu sera l'angle aigu d'vn triangle rectangle, dont l'vn des costez sera donné. Comme l'angle A estant 106. deg. 15 $\frac{1}{2}$ m. & le diametre BD 16; le triangle rectangle ABE aura l'angle BAE de 53 d. 7 $\frac{1}{2}$ m. & le costé BE 8; partant l'autre angle aigu ABE sera 36. d. 52 $\frac{1}{2}$ m. le costé AB 10, & le semy-diametre AE 6.

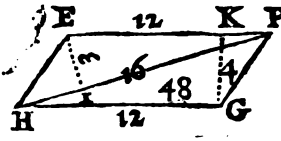
En outre, puis que le contenu du rhombe est égal au rectangle compris d'vn des diametres, & de la moitié de l'autre, ou bien égal au double du rectangle, qui a pour costez les semy-diametres dudit rhombe, & pour diagonalle le costé d'iceluy; il est manifeste que nous pourrions mettre icy autant de propositions concernant les rhombes, que nous en auons mis à la fin du chap. 1. de ce liure sur le subiect des rectangles: Mais d'autant que les solutions en sont peu differentes, nous laissons cela aux Lecteurs qui s'y voudront exercer; Car de grossir ce liure d'icelles propositions, i'estime que ce seroient repetitions & redites inutiles.

Les rhombeïdes se mesurent, en multipliant l'vne de leur diagonalle,

Digitized by Google

par la perpendiculaire, qui tombe de l'angle opposé sur icelle : ou en multipliant l'vn des costez, par la perpendiculaire qui tombe de l'autre costé oppose, & parallele sur iceluy : & le produict sera l'aire d'iceluy rhomboïde.

Comme soit le rhomboïde EFGH, duquel la diagonalle HF,



contienne 16, & la perpendiculaire EI, 3 : ie multiplie 16 par 3, dont prouient 48 pour le contenu de tout le rhomboïde, & ce d'autant qu'il est reduict en deux triangles égaux : tellement que la diagonalle ainsi multipliée par toute la perpendiculaire produict tout le contenu des deux triangles, qui composent le rhomboïde.

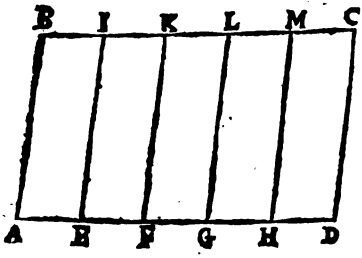
Ou autrement, multiplie la ligne EF (que nous posons de 12) par la perpendiculaire KG de 4, & le produict sera de mesme : Et ce d'autant que le parallelogramme rectangle qui aura mesme base & haulteur, sera égal au rhomboïde donné, *par la 35 du 1.*

Or pour cognoistre si vn quadrilatere qu'on voit est vn Rhomboïde, il faut mesurer tous les costez, & tous les angles, & si on trouue seulement les opposez égaux, ledit quadrilatere sera vn rhomboïde : Ou bien ayant trouué seulement deux costez opposez égaux, si les deux angles qu'ils font auec l'vn des deux autres costez sont inegaux entr'eux, mais égaux ensemble à deux droicts ; icelle figure sera aussi vn rhomboïde.

Quant à la diagonalle & perpendiculaire, elles seront cogneuës, les mesurant mechaniquement sur le champ, ou bien par la doctrine des triangles, ayant obserué quelques angles & costez, ainsi qu'il a esté dit cy-deuant. Or tout ainsi qu'au chap. precedent, nous auons enseigné à partir & diuiser les figures triangulaires, aussi ferons-nous icy les parallelogrammes : & puis apres nous rapporterons aussi quelques autres prob. concernans particulierement le rhombe & rhomboïde.

1. *Estans cogneus les costez d'vn parallelogramme, lequel il faut diuiser en tant de parties égales qu'on voudra par lignes paralleles à l'vn des costez ; trouuer les costez de chasque partie.*

Soit le parallelogramme ABCD qu'il faut diuiser (pour exemple) en 5 parties égales par lignes paralleles au costé AB,



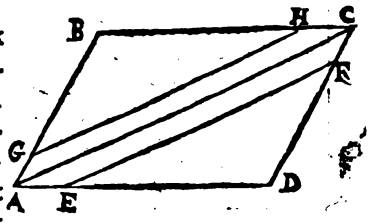
qui est de 30, mais AD de 50 ; & trouuer les costez de chasque partie. Soit diuisé le costé AD en autant de parties qu'il en est requis, sçauoir est en 5, és poincts E, F, G, H, & mené les lignes EI, FK, GL, HM paralleles à AB : Il est éuident que le parallelogramme ABCD est diuisé en cinq parallelogrammes égaux AI, EK, FL, GM, & HC par la 38. p. 1. ou 1. du 6. chascun desquels a deux costez égaux à AB 30, & les deux autres

opposez chascun de 10, puisque AD 50 est couppé en 5 parties égales.

Or s'il estoit requis couppper ledit parallelogramme selon vne raison ou proportion dõnée, il est manifeste qu'il n'y auroit qu'à couppper le costé AD selon ladite raison ou proportion, puis tirer les paralleles de chasque poinct de section.

2. *Estans cogneus les costez d'vn parallelogramme, qu'il faut diuiser en tant de parties égales qu'on voudra par lignes paralleles à l'vne des diagonalles d'iceluy aussi cogneue; trouuer les lignes ou costez de chasque partie.*

Soit vn parallelogramme ABCD, duquel le costé AB est 12, BC 21, & la diagonalle AC 30: Il faut partir iceluy parallelogramme (pour exemple) en trois parties égales par lignes droictes paralleles à la diagonalle AC. Nous auons enseigné au 28. prob. du chap. precedent à diuiser vn triangle en tant de parties égales qu'on voudra par lignes droictes paralleles à l'vn des costez: Et puisque par la 34. p. 1. la diagonalle AC couppe le parallelogramme ABCD en deux triangles égaux ABC, ACD, il est manifeste qu'ayant diuisé l'vn d'iceux triangles en autant de parties égales qu'il est requis couppper le parallelogramme, deux d'icelles parties du triangle ioinctes en semble en feront vne seulement du parallelogramme; c'est pourquoy le requis est aisé à donner, ledit 28 prob. estant bien entendu. Veu donc qu'il faut couppper le parallelogramme en trois parties égales, il est besoing seulement de trouuer les costez du triangle DEF qui soit les $\frac{1}{3}$ du triangle ADC, afin que le reste ACFE en soit vn tiers, qui ioinct auec AGHC son égal, le tout AGHCFE soit vn tiers du parallelogramme proposé ABCD, & les triangles GBH, EFD aussi chascun vn tiers: trouuons donc les costez d'icelles parties. Puisque DEF doit estre les $\frac{1}{3}$ de ACD, multiplions le costé AD 21, par les deux tiers d'iceluy, sçauoir est par 14, & viendront 294, dont la racine quarrée est $\sqrt{}$ 294, qui est pour DE, & BH son égale; & partant AE & HC sont chascune 21—$\sqrt{}$ 294: Mais multipliant DC 12 par les deux tiers 8, viendront 96, dont la racine quarrée $\sqrt{}$ 96 est le costé DF, ou son égal BG, & partant chascun des restes CF, AG sera 12—$\sqrt{}$ 96. Ne reste donc plus à trouuer que le costé EF ou GH, lequel on aura, faisant que comme AB 12 est à AC 30, ainsi BG $\sqrt{}$ 96 soit à vn autre GH, qui sera donc $\sqrt{}$ 600.



Que si le nombre des parties requises estoit pair, l'operation seroit plus aisée. Car couppant chasque triangle ABC, ADC, en la moitié d'iceluy nombre de parties demandées, on auroit le requis.

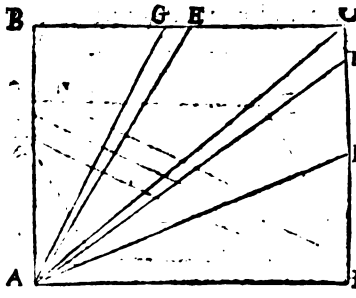
Or qui voudroit faire ladite diuision selon vne raison ou proportion donnée, il faudroit proceder tout ainsi que dessus, ayant couppé le costé selon ladite raison ou proportion. Comme pour exemple, voulant couppper ledit parallelogramme ABCD en deux parties, dont celle vers B soit à celle de la part de D, comme 5 à 7; il est manifeste que de 12 parties que contient tout le parallelogramme, il en faut prendre seulement 5 vers l'angle B; tellement que le triangle ACD en contiendra 6, & le triangle ABC autant: parquoy il

Digitized by Google

faut coupper ledit triangle ABC par la ligne GH, en sorte que le triangle AGH soit $\frac{1}{5}$ dudit triangle ABC, c'est à dire quintuple de AGHC. Ce que nous ferons, multipliant AB 12 par les $\frac{2}{5}$ d'iceluy, c'est à dire par 10, & viendront 120, dont la racine quarrée $\surd$ 120 est pour BG; & partant AG sera 12 — $\surd$ 120: Mais multipliant BC 21 par les $\frac{2}{5}$ d'iceluy, & viendront $\surd$ 377 $\frac{1}{2}$, pour BH, & partant le reste HC sera 21 — $\surd$ 377 $\frac{1}{2}$: & faisant que comme AB 12 est à AC 30, ainsi BG $\surd$ 120 soit à GH, icelle sera trouuée de $\surd$ 750.

3. *Estans cogneus les costez, & la diagonalle d'vn parallelogramme, qu'il faut diuiser en tant de parties égales qu'on voudra par lignes menées de l'vn des angles d'iceluy; trouuer les costez de chasque partie.*

Soit vn parallelogramme ABCD, duquel le costé AB est 15, BC 20, & la diagonalle AC 25: Il faut diuiser ledit parallelogramme en quatre parties égales par lignes droictes menées de l'angle A, & trouuer les costez de chascune desdites parties. D'autant que les parties proposées sont en nombre pair, & que les triangles ABC, ACD sont chascun moitié du parallelogramme; il est manifeste que si on diuise chascun desdits triangles en deux parties égales, comme nous auons enseigné au probleme 26. du chap. precedent, que tout ledit parallelogramme ABCD sera diuisé en quatre parties égales: Il n'y a donc qu'à coupper les costez opposez BC, CD en deux également és poincts E & F, & mener les lignes droictes AE & AF, lesquelles auec la diagonalle AC coupperont le parallelogramme ABCD en 4 parties égales ABE, AEC, ACF & AFD: & le costé AE sera trouué de $\surd$ 325, mais AF $\surd$ 456 $\frac{1}{4}$.



Que si le nombre des parties proposées estoit impair, comme pour exemple 5, il faudroit prendre la 5e partie de BC, & de DC, vers C, & diuiser le reste tirant vers B & D, comme dit est cy-dessus.

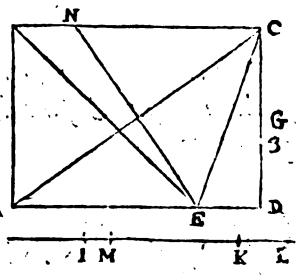
Si aussi la diagonalle AC n'eust esté cogneuë, ains celle de B à D, opposée à l'angle A, il eust fallu trouuer les angles du parallelogramme par la 7. p. des triangles de Henrion, par le moyen desquels on eust trouué puis apres la diagonalle AC, voire mesmes les perpendiculaires necessaires pour la cognoissance des costez, comme nous auons dit aux 26. prob. du chap. precedent.

Que si on vouloit faire ladite diuision selon vne raison ou proportion donnée, il n'y auroit qu'à coupper les costez opposez selon icelle, obseruant ce que nous auons dit au prob. precedent: Comme pour exemple, s'il falloit diuiser ledit parallelogramme en trois parties qui soient entr'elles comme 2, 3, & 4: l'aggregé de ces nombres est 9; tellement que tout le parallelogramme proposé estant 9, l'vne des parties d'iceluy en doit contenir 2, l'autre 3, & la 3e 4. Et à cause que ledit nombre 9 est impair, il faut conceuoir que chasque moitié dudit parallelogramme contienne aussi 9, & doubler aussi les termes de la proportion donnée; & ainsi ils seront 4, 6, & 8, selon lesquels soient diuisez les costez opposez à l'angle A: Ainsi soit coupé de BC le

segment BG, qui soit les $\frac{4}{5}$ d'iceluy, tellement que GC ne contiendra plus que $\frac{5}{5}$, & partant le second terme de la proportion, sçauoir est $\frac{5}{5}$, tombera au costé CD, duquel il faut donc prendre $\frac{1}{5}$, & soit CH; tellement que le reste HD sera $\frac{3}{5}$ de tout CD: & ayant tiré les lignes AG, AH, les trois parties ABG, AGCH, & AHD, seront entr'elles comme 4, 6, & 8, ou bien 2, 3 & 4, ainsi qu'il appert par la 1 p. 6.

4. *Estans cogneus les costez, & la diagonalle d'vn parallelogramme, qu'il faut diuiser en deux parties qui soient entr'elles selon vne raison donnée, par vne ligne droicte menée d'vn poinct donné en l'vn des costez; trouuer les costez de chasque partie.*

Afin de rendre l'operation numeralle de ce probleme plus intelligible, nous rapporterons la construction Geometrique, non seulement pour diuiser vn parallelogramme, mais aussi quelconque figure rectiligne proposée.



Soit vn parallelogramme ABCD, & vn poinct E donné au costé AD, duquel poinct il faut mener vne ligne droicte qui diuise ledit parallelogramme, en sorte que la partie vers A soit à la partie vers D, selõ vne raison donnée F à G. Du poinct donné E, soient menées aux angles opposez B & C les lignes droictes EB, EC, qui diuisent la figure donnée en triangles ABE, EBC, & ECD, puis soient trouuées les lignes HI, IK, & KL qui soient entr'elles comme lesdits trois triangles; (ce qui se faict construisant des rectangles égaux ausdits triangles, & de mesme haulteur:) en apres la ligne totalle HL soit couppée en M, selon la raison donnée de F à G: & d'autant que le poinct de section M tombe en la ligne IK homologue au triangle EBC, soit diuisé le costé BC opposé à l'angle BEC au poinct N, tellement que BN soit à NC, comme IM à MK; & estant tirée la ligne EN, elle diuisera le parallelogramme ABCD selon la raison de F à G, ainsi qu'il estoit requis, & comme il est demonstré au probleme 93 de Henrion.

Maintenant appliquons les nombres: le costé AB soit 15, BC 20, & la diagonalle AC 25; la distance AE 16, & la raison de F à G comme 2 à 3. Or puisque le triangle ABC a les costez cognus, les angles d'iceluy seront trouuez, & par consequent seront aussi cogneus ceux des triangles ACD, ABE, EBC, & ECD; tellement que l'aire de chascun d'iceux triangles ABE, EBC & ECD pourront estre trouuez; & soient iceux 120, 187 $\frac{1}{2}$, & 67 $\frac{1}{2}$; lesquels il faut reduire en rectangles de mesme haulteur, laquelle (pour exemple) soit 10: les bases HI, IK, & KL seront donc 12, 18 $\frac{3}{4}$ & 6 $\frac{3}{4}$; tellement que la toute HL sera 37 $\frac{1}{2}$, qui couppée en M, selon la raison de 2 à 3, le segment HM sera 15, & ML 22 $\frac{1}{2}$; & partant IM sera 3 $\frac{1}{4}$, & MK 15 $\frac{3}{4}$: Il faut donc couppper BC 25 en N, selon la raison de 3 à 15 $\frac{3}{4}$; & BN sera trouuée de 4, & par consequẽt NC sera 21: Ne reste donc plus à trouuer que la ligne couppãte EN, qui le sera à cause que le triangle ENC a les deux costez EC, CN cogneus auec l'angle qu'ils comprennent, qui plustost la perpendiculaire, & les segmens de la base: & icelle sera $\sqrt{369}$.

Digitized by Google

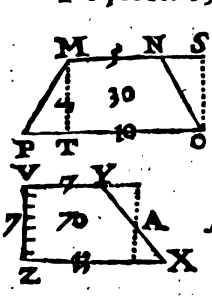
Or si vn angle du parallelogramme estoit cogneu au lieu de la diagonalle, l'operation n'en seroit que plus prompte. Et par mesme maniere que dessus, on peut coupper le parallelogramme en tant de parties égales qu'on voudra, couppant la ligne HL en tel nombre de parties égales qu'il sera requis coupper le parallelogramme, & puis apres les costez du parallelogramme homologues aux bases où tomberont les sections, comme il apparoistra au chapitre suivant.

Des trapezes, & autres figures irregulieres.

CHAP. VII.

Les trapeses, & autres figures rectilignes irregulieres, tombent auſſi soubs la meſure & ſans difficulté, eſtans reduicts en triangles, ou parallelogrammes.

COmme le trapese MNOP, duquel les deux costés parallels MN, PO, soient 5 & 10: ie multiplie OT, (c'est à dire 7 & demy) par la ligne perpendiculaire MT qui contient 4, & le produict 30, est le contenu du trapese MNOP: car il vaut autant comme le parallelogramme MSOT, estant le triangle MPT de dehors, égal à celuy qui y est adiousté NSO: *comme on peut colliger tant des definitions des parallelogrammes, comme de la 4 & 34 du 1.*



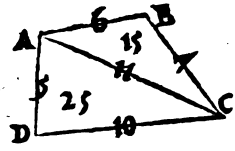
Le trapesoïde VYXZ, qui a deux angles droicts, est mesuré en ceste sorte. Regarde combien ZX est plus long que VY, & pose que ce soit de 6, estans VY de 7, & ZX de 13: duquel auantage prend la moitié, & l'adiouste à VY, tu auras 10, lesquels multipliés par VZ (c'est à dire par 7) feront 70 pieds, pour le contenu vniuersel du trapese: la raison de ce est, d'autant que le rectangle contenu soubs 10 & 7 (estant le triangle XA égal au triangle AY) est égal au trapese donné.

COROLLAIRE I.

Les autres trapesoïdes sont mesurez estans reduicts en triangles.

Comme de la tablette ABCD, estant couppée en deux triangles par la ligne droicte AC, le contenu sera facilement trouué, en mesu-

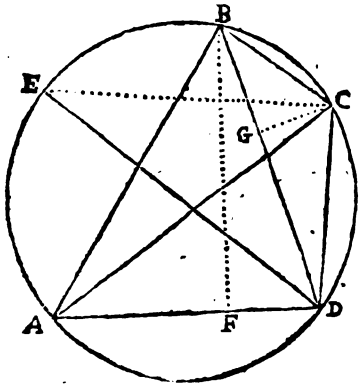
Digitized by Google



meſurant les triangles à part, *comme il a eſté monſtré cy-deuant*: Comme pour exemple le triangle ABC a trois coſtés de 11, 7, 6, qui font 24, la moitié eſt 12, de laquelle ie leue 7, reſtent 5, ie leue 6, reſte 6, ie leue 11 & reſte 1: ie multiplie donc 5 par 6, dont prouient 30: puis ce produict multiplié par l'autre difference 1, ne faict que 30: puis derechef 30 multiplié par 12, prouient 360, deſquels la racine quarrée 19, eſt le contenu du triangle ABC. L'autre triangle ACD eſtant meſuré de meſme, pourra contenir enuiron 25, leſquels ioincts au contenu de l'autre triangle 9, font enſemble 44, pour tout le contenu de la figure ABCD. Et ainſi ſeront meſurées toutes autres figures quadrilateres, reduictes en deux triangles.

Combien que par ceſte maniere on puiſſe trouuer l'aire d'vn quadrilatere inſcript au cercle, neantmoins nous enſeignerons icy vne voye plus prompte & facile pour obtenir ledit aire; & auſſi à cognoiſtre tant les diagonalles, que le diametre du cercle circonſcriuant ledit quadrilatere.

Soit vn quadrilatere A B C D inſcript au cercle duquel E D eſt diametre, dont le coſté A B eſt 16, B C 8, C D 12, & A D 20: & il faut trouuer l'aire d'iceluy quadrilatere. Soient adiouſtez enſemble leſdits coſtez, & viendront 56, dont ſoit prinſe la moitié, qui ſera 28, & d'icelle ſoient oſtez chaſcuns deſdits coſtez afin d'auoir les differences, qui ſeront 12, 20, 16, & 8, leſquelles differences ſoient multipliées entr'elles, & viendront 30720, dont la racine quarrée $\sqrt{}$ 30720 ſera l'aire du quadrilatere propoſé A B C D. Ce qu'eſtant veritable, il faut que l'aire des deux triangles A B D, B C D, faſſent enſemble le meſme aire $\sqrt{}$ 30720: Voyons donc ſi cela eſt, & pour ce faire, trouuons premierement les diagonalles A C, B D ainſi qu'il enſuit. D'autant que comme l'aggregé des deux rectangles faicts ſoubs les coſtez des angles oppoſez, eſt à l'aggregé des deux rectangles, faicts ſoubs les coſtez des autres angles; ainſi l'aggregé des deux rectangles compris des coſtez oppoſez, eſt au quarré de la diagonalle ſubtendante des premiers angles: pour auoir la diagonalle B D, adiouſtons 320 (produict de A D 16 par A B 20) à 96, (produict de B C 8 par C D 12) & viendront 416; puis adiouſtons auſſi 160 (produict de A B 20 par B C 8) à 192 (produict de A D 16 par D C 12) & viendront 352: adiouſtons encore 240 (produict de A B 20 par C D 12) à 128, (produict de A D 16 par B C 8,) & viendront 368: Maintenant ſoit faict que comme 416 eſt à 352, ainſi 368 ſoit à vn autre nombre $311\frac{25}{13}$, dont la ra-



Digitized by Google

cine quarrée $\gamma 311\frac{5}{13}$ eſt pour la diagonalle requiſe BD. Mais pour trouuer la diagonalle AC, nous adiouſterons le produict de AB 20 en BC 8, auec celuy de AD 16 en DC 12, & ſeront 352; mais le produict de AD 16 en AB 20, auec celuy de BC 8 en CD 12, faict 416; & le produict de AB 20 en CD 12, auec celuy de AD 16 en BC 8, faict 368: faiſant donc que comme 352 eſt à 416, ainſi 368 ſoit à vn autre, qui ſera $434\frac{10}{11}$, dont la racine quarrée $\gamma 434\frac{10}{11}$ eſt pour la diagonalle requiſe AC: laquelle on euſt auſſi obtenuë, diuiſant leſdits 3688 aggregé des produicts des coſtez oppoſez, par la diagonalle BD $\gamma 311\frac{5}{13}$. Maintenant les triangles ABD, & BCD ont chaſcuns les trois coſtez cogneus: & partant la perpendiculaire BF ſera trouuée de $\gamma 284\frac{4}{169}$, & CG de $\gamma 21\frac{51}{3289}$. Parquoy l'aire du triangle ABD ſera $\gamma 18177\frac{87}{169}$, & celuy du triangle BCD $\gamma 1635\frac{165}{169}$: leſquels deux aires, ou contenus des triangles ABD, BCD, eſtans ioincts enſemble, font $\gamma 30720$, comme deuant. Trouuons encore le diametre du cercle DE, & pour ce faire ſoit tirée la ligne droicte CE, afin que le triangle rectangle DCE ſoit ſemblable au triangle rectangle BCG: tellement que faiſant comme la perpendiculaire CG $\gamma 21\frac{51}{3289}$ eſt à BC 8, ainſi CD 12 ſoit à vn autre; iceluy ſera $\gamma 438\frac{8}{13}$; & autant ſera ledit diametre DE.

COROLLAIRE II.

Toutes autres figures de plus de quatre coſtez, & irregulieres, tombent auſſi ſoubs la meſure, eſtans reduites en triangles.

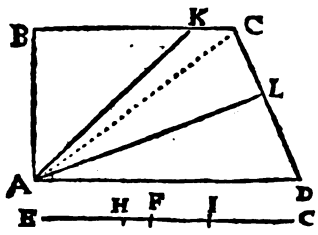
Pource que les ſuperficies des triangles particuliers miſes enſemble, compoſent l'aire & contenu de la figure irreguliere, *comme on voit en ceſte figure*; iceux triangles pourront eſtre meſurez, comme nous venons de monſtrer en la meſure des trapeſes: ou bien en multipliant la baſe de chaſcun triangle, par la moitié de la perpendiculaire, qui tombe de l'angle oppoſé ſur icelle, *ainſi qu'il a eſté monſtré aux 3 & 4. chap. de ce liure.*

Or il aduient ſouuent que les diagonalles, ou les perpendiculaires neceſſaires pour paruenir à la cognoiſſance de l'aire de quelconque figure rectiligne, ne peuuent eſtre meſurées actuellement ſur le champ; pour à quoy remedier, vous verrez ce que dit Henrion ſur ce ſubiect au chap. 4. du liure 3 de ſa Geometrie pratique, auquel lieu il enſeigne les moyens de paruenir au but deſiré, nonobſtant quelconque obſtacle & empeſchement qu'on puiſſe rencontrer; c'eſt pourquoy nous n'vſerons icy de redites & repetitions de ce que tu peux voir là: tellement que taiſant ces choſes, nous enſeignerons ſeulement icy le moyen par lequel on pourra partager à diuerſes perſonnes quelconque piece de terre, prez, vignes, ou autre choſe compriſe & l'imitée par lignes droictes; & pour ce faire qu'on meſure tous les coſtez de la figure, & auſſi les angles, & puis apres qu'on procede comme dit eſt en l'vne ou l'autre des deux propoſitions ſuiuantes.

Digitized by Google

1. Eſtans cogneus les coſtez & les angles de quelconque figure rectiligne, laquelle il faut diuiſer en tant de parties égales qu'on voudra par lignes droictes menées de l'vn deſdits angles; trouuer chaſque ligne d'icelles parties.

Or encore que ceſte prop. & la ſuiuante peuſſent eſtre pratiquées par ceux qui auront ja veu & entendu celles cy deuant enſeignées ſur ce ſubiect des partages & diuiſions, neantmoins pour tant plus ayder & ſoulager les plus rudes & moins verſez en ces choſes, nous auons eſtimé que ces deux prop. ne ſeroient inutiles en ce lieu, & que comme en celles-là nous auons enſeigné la conſtruction Geometrique, pour en faciliter l'operation numeralle, auſſi le faloit-il faire en celles-cy. Soit donc vne figure rectiligne ABCD, laquelle



il faut diuiſer en trois parties égales par lignes droictes menées de l'angle A. Soit diuiſée ladite figure donnée en triangles par lignes droictes menées de l'angle A propoſé à tous les autres angles oppoſez, comme eſt icy AC; puis ſoient trouuées les lignes EF, FG, qui ſoient entr'elles comme les triangles ABC, ACD, eſquels ladite figure eſt diuiſée par ladite ligne AC; (icelles lignes ſont trouuées, conſtruiſant des rectangles de meſme haulteur, & égaux auſdits triangles:) en apres la toute EG ſoit couppée en autant de parties égales qu'il faut diuiſer la figure donnée, ſçauoir eſt en trois parties és poincts H & I, deſquels H tombe en la ligne EF homologue au triangle ABC; & I en la ligne FG correſpondante au triangle ACD: finablement les coſtez BC & CD oppoſez à l'angle A, eſtans couppez ſelon la raiſon des parties dicelles EF, & FG, ſçauoir eſt BC en K; tellement que comme EH eſt à HF, ainſi BK ſoit à KC; & CD en L, en ſorte que comme FI eſt à IG, ainſi CL ſoit à LD, ſoient menées les lignes AK, & AL, leſquelles diuiſeront la figure donnée ABCD en trois parties égales ainſi qu'il eſtoit requis.

Or combien que nous ayons deſia renuoyé pluſieurs fois le Lecteur aux demonſtrations faictes de ſemblables prop. aux problemes Geom. de Henrion; neantmoins nous en rapporterons icy vne pour toutes; laquelle rendra manifeſte toutes autres prop. & problemes de ſemblable conſtruction que celuy-cy. D'autant que par la conſtruction comme le triangle ABC eſt au triangle ACD, ainſi la ligne EF eſt à la ligne FG, & que par la 1. p. 6. les triangles ABK, AKC ſont entr'eux comme leurs baſes BK, KC, c'eſt à dire comme EH à HF; tellement que le premier triangle ABC couppé par la ligne AK, & la premiere partie EF diuiſée au poinct H, ſont couppez proportionnellement: partant comme EH eſt à HG, ainſi le triangle ABK ſera au quadrilatere AKCD, par ce qui eſt demonſtré au theor. 1. de la 22. p. 5. & par conſequent comme EH eſt à la toute EG, ainſi le triangle ABK ſera à toute la figure rectiligne ABCD. Mais EH eſt la troiſieſme partie de EG: donc auſſi le triangle ABK eſt la troiſieſme partie de ladite figure ABCD. Par meſmes raiſons, on demonſtrera que ALD eſt auſſi la troiſieſme partie d'icelle figure propoſée; & partant que le quadrilatere AKCL eſt l'autre tiers d'icelle figure. La figure rectiligne ABCD eſt donc diuiſée par les lignes AK, AL, en

Digitized by Google

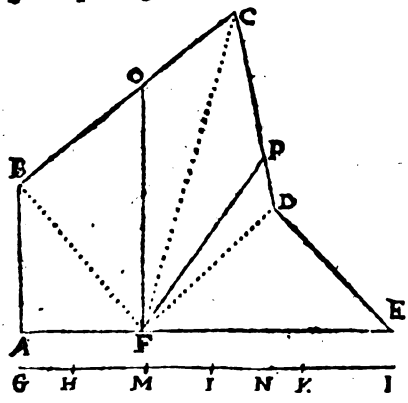
trois parties égales ainsi qu'il estoit requis.

Addaptons maintenant les nombres aux lignes & angles de ladite figure. Le costé AB soit 12, BC 16, CD 13, & AD 21; mais l'angle A soit de 90. degrez, comme aussi l'angle B, & l'angle C soit 112. deg. 37 $\frac{1}{2}$ m. & par consequent l'angle D 67. deg. 22 $\frac{1}{2}$ m. Or la diagonalle AC sera trouuée de 20; & partant l'aire du triangle ABC sera 96, & le contenu du triangle ACD 126: Et ces deux nombres estans appliquez à quelconque nombre, comme pour exemple à 12, viendront 8 pour EF, & 10 $\frac{1}{2}$ pour FG; tellement que la toute EG sera 18 $\frac{1}{2}$, qui couppée en trois parties égales, chascune d'icelles EH, HI, & IG sera 6 $\frac{1}{6}$; & par consequent le segment HF sera 1 $\frac{5}{6}$, & le segment FI 4 $\frac{1}{3}$. Et puisque comme EF 8 est à EH 6 $\frac{1}{6}$, ainsi BC 16 est à BK, icelle sera 12 $\frac{1}{3}$; & partant le reste KC sera 3 $\frac{2}{3}$: & aussi que comme FG 10 $\frac{1}{2}$ est à FI 4 $\frac{1}{3}$, ainsi CD 13 est à CL, icelle CL sera 5 $\frac{23}{63}$; & partant le reste LD sera 7 $\frac{40}{63}$. Ne reste donc plus à trouuer que les deux lignes couppantes AK, AL, lesquelles on obtiendra par le moyen des triangles ABK, ALD, qui ont chascun deux costez cogneus auec l'angle qu'ils comprennent: ainsi AK sera trouuée de 7 $\frac{1}{2}$ 96 $\frac{1}{2}$, & AL 19 $\frac{3}{7}$ peu moins.

Mais est à noter que tant en ce probleme qu'au suiuant, il est necessaire que du poinct donné on puisse mener des lignes droictes à tous les angles opposez de la figure proposée.

2. *Estans cogneus les costez, & les angles de quelconque figure rectiligne, laquelle il faut diuiser en tant de parties égales qu'on voudra par lignes droictes menées d'vn poinct donné en l'vn des costez; trouuer la valeur & quantité des lignes de chasque partie.*

Soit vne figure rectiligne ABCDE, laquelle il faut diuiser en trois parties égales par lignes droictes menées du poinct donné F. D'iceluy poinct F soient menées aux angles opposez les lignes droictes FB, FC, FD, qui diuisent ladite figure donnée en triangles ABF, BCF, FCD, FDE; puis soient trouuées les lignes GH, HI, IK & KL, qui soient entr'elles comme les susdits triangles: Et apres la toute GL soit couppée en trois parties égales és poincts M, N, desquels M tombe en la partie HI correspondante au triangle BCF; & l'autre poinct N, en la partie IK homologue au triangle FCD: finablement ayant couppé le costé BC en O, selon la raison de HM à MI, & le costé CD en P, selon la raison de IN à NK, soient tirées les lignes droictes FO & FP, lesquelles couppperont le rectiligne donné ABCDE en trois parties égales ainsi qu'il estoit requis.



Maintenant adaptons les nombres aux costez & angles de ladite figure. Le costé AB soit 12, BC 20, CD 17, DE 16, & AE 29; mais l'angle A soit droict, l'angle B 126 deg. 52 $\frac{1}{2}$ m. l'angle C 61 deg. 55 deg. 55 $\frac{1}{3}$ m. l'angle exterieur CDE 151 deg. 55 $\frac{1}{3}$ m. & par consequent l'autre angle E est 53 deg. 7 m.

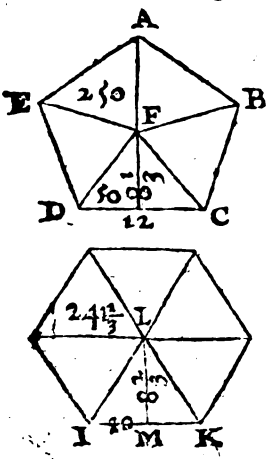
Digitized by Google

Mais le poinct F, duquel il faut mener les lignes qui diuiſent la figure donnée en trois parties égales, ſoit diſtant de A par 9, & par conſequent de E par 20. Le triangle ABF a donc deux coſtez cogneus, & l'angle A qu'ils comprennent: partant le coſté BF ſera trouué 15, & l'angle ABF de 36 deg. 52 $\frac{1}{6}$ m. & par conſequent l'angle FBC ſera droict: tellement que le triangle BCF a deux coſtez cogneus, & l'angle qu'ils comprennent; & partant l'autre coſté FC ſera trouué de 25, & l'angle BCF de 36 d. 52 $\frac{1}{6}$ m. Parquoy reſtera FCD de 25 deg. 3 $\frac{1}{2}$ m. & les deux coſtez qui le comprennent eſtans cogneus, l'autre coſté FD ſera trouué de 12; Ainſi tous les quatre triangles ABF, BCF, CDF & DEF, ont chaſcun les trois coſtez cogneus; & partant l'aire ſera trouué, ſçauoir eſt ABF de 54, BCF 150, CDF 90, & EDF 96: leſquels eſtans aſtruits & appliquez à 12, viendront 4 $\frac{1}{2}$ pour GH, 12 $\frac{1}{2}$ pour HI, 7 $\frac{1}{2}$ pour IK, & 8 pour KL: tellement que la toute GL ſera 32 $\frac{1}{2}$, qui couppée également en trois és poincts M & N, chaſque partie ſera 10 $\frac{5}{6}$; & partant le ſegment HM ſera 6 $\frac{1}{3}$, & IN 4 $\frac{2}{3}$: Et d'autant que comme HI 12 $\frac{1}{2}$ eſt à HM 6 $\frac{1}{3}$, ainſi BC 20 eſt à BO, icelle BO ſera 10 $\frac{2}{15}$, & OC 9 $\frac{13}{15}$: tellement que le triangle rectangle FBO a les deux coſtez de l'angle droict cogneus; & partant l'autre coſté FO ſera trouué de $\sqrt{}$ 327 $\frac{154}{225}$. Semblablement puiſque comme IK 7 $\frac{1}{2}$ eſt à IN 4 $\frac{2}{3}$, ainſi CD 17 eſt à CP, iceluy ſegment CP ſera 10 $\frac{16}{45}$, & PD 6 $\frac{29}{45}$: tellement que le triangle FPD a les deux coſtez FD & DP cognus, auec l'angle qu'ils comprennent; & partant l'autre coſté FP ſera trouué de $\sqrt{}$ 257 $\frac{2576}{3025}$. Nous auons donc trouué toutes les lignes requiſes: ainſi ſ. au ch. ſuiuant.

Comment tombent ſoubs la meſure les polygones reguliers.

CHAP. VIII.

Les figures, ou polygones reguliers de plus de quatre coſtez, ſont meſurez en multipliant leur circuit, par la moitié de la perpendiculaire, qui tombe du centre en angles droicts ſur l'vn des coſtez.



COmme le pentagone ABCDE, compoſé de cinq triangles iſoſcelles égaux, deſquels la baſe d'vn chaſcun ſoit 12, & la perpendiculaire qui tombe du centre ſur chaſcune baſe au coſté, 8 & 1 tiers: il eſt manifeſte que chaſcun triangle meſuré à part contiendra 50: car multipliant CD, par la moitié de la perpendiculaire FG, il en viendra le meſme. Si donc tout le circuit ABCDE eſt multiplié par la moitié de la perpendiculaire (c'eſt à dire par 4 & 1 ſixieſme) le produict 250, ſera égal au pentagone donné.

Digitized by Google

La raiſon de cecy eſt treſbien demonſtrée par Henrion au chap. 5. du 3. liure de ſa Geometrie, c'eſt pourquoy nous n'en ferons icy repetition ; mais dirons que le coſté dudit pentagone eſtant 12, comme noſtre Autheur le poſe, la perpendiculaire ne peut eſtre $8\frac{1}{3}$, ainſi qu'il veut, ains ſeulement $\gamma(36+\gamma 1036\frac{4}{9})$, dont s'enſuit que l'aire dudit pentagone ſera ſeulement $\gamma(32400+\gamma 839808000)$, qui ſont preſque $247\frac{1}{3}$.

Ainſi en ſera-il de l'hexagone, qui eſt compoſé de ſix triangles iſopleures, & égaux, multipliant IK par la moitié de LM, il en ſera produict le contenu de chaſcun triangle. Si donc on multiplie tout le circuit de l'hexagone (qui faict 60) par la moitié de LM (qui eſt enuiron 4 & 1 tiers) il en prouiendra 241 & 1 tiers : lequel nombre ſera égal à l'aire, & au contenu de tout l'hexagone.

Le coſté de l'hexagone eſtant 10, à prendre exactement la perpendiculaire LM, elle ſera $\gamma 75$, qui eſt fort peu moins de $8\frac{1}{3}$, comme noſtre Autheur la poſe ; mais ſelon icelle, l'aire ne doit eſtre $241\frac{1}{3}$, comme il dit, ains 260, ou pluſtoſt $\gamma 67500$, qui ſont peu plus de $259\frac{41}{113}$.

En toutes autres figures regulieres (comme heptagone, octogone, & les autres) le meſme ſe demonſtre : Car en multipliant le circuit par la moitié de la perpendiculaire qui tombe du centre ſur chaſcun coſté, il en prouiendra le contenu de la figure entiere.

Or puiſqu'il eſt neceſſaire d'auoir la cognoiſſance de la perpendiculaire qui tombe du centre ſur l'vn des coſtez, nous enſeignerons icy à la trouuer : Ayant meſuré tous les coſtez d'vne piece de terre ou autre choſe bornée & limitée de lignes droictes, s'ils ſont trouuez égaux entr'eux, & auſſi les angles qu'ils comprennent ; elle ſera figure reguliere : & pour en meſurer la perpendiculaire mechaniquement ſur le champ, trouuez premierement l'angle du centre de ladite figure, diuiſant 360 degrez par le nombre des coſtez d'icelle, lequel vous ſouſtrairez puis apres de 180 degrez, & de la moitié du reſte ouurez le compas de proportion, & le poſez ainſi ouuert à l'vn des angles de la figure, en ſorte que l'vne des iambes dudit compas s'accorde ſur le coſté d'iceluy : comme pour exemple, voulant meſurer en la figure hexagonalle cy-deſſus, la perpendiculaire LM, ie diuiſe 360 degrez par 6, nombre des coſtez d'icelle figure, & viennent 60 pour l'angle du centre dudit hexagone, lequel i'oſte de 180, & reſtent 120, dont la moitié eſt 60 : I'ouure donc mon compas de 60 degrez, & le diſpoſe au poinct I, en ſorte que l'vne des iambes correſponde au coſté IK, & ſelon le rayon IL, qui paſſe par les pinulles de l'autre iambe, ie fais planter vn piquet tant en I, qu'en quelconque autre lieu L : Ce faict, ie transfere mon compas au poinct M, milieu du coſté IK, & le diſpoſe en ſorte qu'eſtant ouuert à angle droict, l'vne des iambes s'accorde derechef auec ledit coſté IK, & ſelon le rayon ML, qui paſſe par les pinulles de l'autre iambe, ie fais marcher vn homme iuſques à ce qu'il paruienne au rencontre du rayon IL, & ſoit en L, qui ſera le centre de ladite figure ; tellement que meſurant la diſtance ML, on aura la perpendiculai-

Digitized by Google

requiſe; mais meſurant IL, nous aurons le ſemy-diametre du cercle auquel pourroit eſtre inſcript l'hexagone propoſé.

Mais au lieu de meſurer ainſi la perpendiculaire, i'aymerois beaucoup mieux la trouuer par la doctrine des triangles rectilignes : Car pour exemple, le triangle iſoſcelle DFC de la figure pentagonalle cy-deſſus, aura les angles cogneus auec le coſté DC; & partant le triangle rectangle DF 12 aura auſſi les angles cogneus auec vn des coſtez de l'angle droict, qui eſt moitié du coſté de la figure DC: parquoy ladite perpendiculaire, & ſemy-diametre DF ſeront aiſément trouuez. Or ſur ce ſubiect des figures regulieres, il y a au chap. 5. du 3e liure de la Geometrie de Henriõ deux tablettes aſſez vtiles, leſquelles non plus que leurs vſages nous ne voulons rapporter icy, puiſque cela ne ſeruiroit qu'à groſſir ce volume : Mais au lieu de ce, nous adiouſterons encore icy quelques prop. concernant ce meſme ſubiect des figures regulieres.

1. *Eſtant cogneu le coſté d'vn triangle équilateral; trouuer le ſemy-diametre du cercle auquel il peut eſtre inſcript, & auſſi la perpendiculaire tombant d'vn angle d'iceluy triangle ſur le coſté oppoſé.*

Pour ce faire nous auons ja enſeigné diuerſes manieres, mais en reſte encore vne qui ſe tire de la 12. p. 13. & ſuiuant icelle, ſi ayant quarré le coſté du triangle propoſé, on prend le tiers d'iceluy quarré, viendra le quarré du ſemy-diametre du cercle auquel peut-eſtre inſcript ledit triangle : Comme pour exemple, le coſté d'vn triangle équilateral eſtant 12, ſon quarré ſera 144, & le tiers d'iceluy 48, ſera le quarré du ſemy-diametre du cercle, qui partant ſera $\sqrt{}$ 48. Et puiſque par le Corol. de la meſme 12. p. 13. le quarré dudit coſté du triangle eſt au quarré de la perpendiculaire, comme 4 eſt à 3; faiſant que comme 4 eſt à 3, ainſi 144, quarré du coſté du triangle propoſé ſoit à vn autre, viendront 108 pour le quarré de la perpendiculaire, qui partant ſera $\sqrt{}$ 108.

D'auantage il appert par ledit Corol. de la 12. p. 13. que le ſemy-diametre du cercle qui peut eſtre inſcript audit triangle eſt moitié de celuy qui le circonſcript, ou bien le tiers de la perpendiculaire; & partant ledit ſemy-diametre ſera $\sqrt{}$ 12.

Il eſt donc manifeſte que par le contraire de ce que deſſus, le ſemy-diametre du cercle inſcript ou circonſcript eſtant cogneu, ou bien la perpendiculaire, que le reſte ſera auſſi trouué.

2. *Eſtant cogneu le coſté du quarré inſcript au cercle; cognoiſtre le ſemy-diametre dudit cercle.*

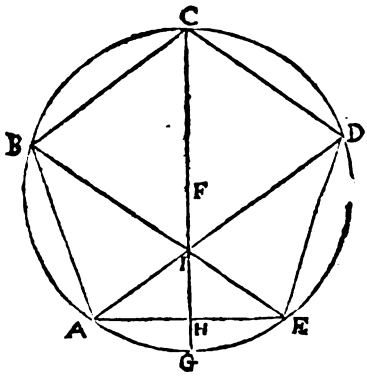
Veu que la diagonalle dudit quarré eſt le diametre du cercle qui le circonſcript, la moitié du quarré dudit coſté ſera le quarré dudit ſemy-diametre du cercle: Ainſi le coſté d'vn quarré eſtant 12, ſon quarré ſera 144, dont la moitié 72 ſera le quarré du ſemy-diametre du cercle, qui partant ſera $\sqrt{}$ 72.

Par le contraire, le ſemy-diametre du cercle ou diametre entier eſtant cogneu, le coſté du quarré inſcript en iceluy ſera aiſément trouué.

3. *Eſtant cogneu le coſté d'vn pentagone; trouuer le ſemy-diametre du cercle auquel il peut eſtre inſcript, & auſſi la perpendiculaire tombant du centre dudit cercle ſur l'vn des coſtez dudit pentagone.*

Digitized by Google

Soit vn cercle ABCDE, duquel le centre est F, & le diametre CFG ; & en iceluy soit inscript le pentagone regulier ABCDE, l'vn des costez duquel sçauoir AE est couppé à angles droicts par le diametre CG ; tellement que FG est le semy-diametre du cercle, & FI la perpendiculaire tombant du centre F sur ledit costé AE : ie dis qu'iceluy costé AE estant cogneu ledit semy-diametre FG, & aussi la perpendiculaire FI, qui est le semy-diametre du cercle inscriptible audit pentagone seront aussi cogneus. Car d'autant que par la 9. p. 13. il appert qu'vne ligne droicte estant couppée en la moyenne & extréme raison, le moindre segment d'icelle est le costé du decagone inscrit au cercle, dont le semy-diametre est le plus grand segment, & que par la 10. p. 13. l'aggregé des quarrez d'iceux est égal au quarré du costé du pentagone inscript au mesme cercle ; il sera aisé de trouuer ledit semy-diametre du cercle ou costé de l'hexagone, ayant couppé quelconque nombre en la moyenne & extréme raison : ce que nous ferons ainsi, voulant couppper le nombre 2 en deux parties, telles que la moindre soit à la plus grande, comme icelle plus grande au tout ; adiousstons le quarré dudit nombre proposé au quarré de la moitié d'iceluy, & sera 5, dont la racine quarrée qui est $\sqrt{5}$, soit ostée de l'aggregé dudit nombre 2 & de sa moitié 1, c'est à dire de 3, & restera $3-\sqrt{5}$, qui sera la moindre partie, qui ostée du tout 2, restera $\sqrt{5}-1$ pour la plus grande partie. Il y a donc telle raison de 2 à $\sqrt{5}-1$, que de $\sqrt{5}-1$ à $3-\sqrt{5}$; & partant si nous posons la plus grande partie estre 2, la moindre sera $\sqrt{5}-1$: & pource que le quarré de 2 est 4, & celuy de $\sqrt{5}-1$ est $6-\sqrt{20}$; l'aggregé d'iceux quarrez sera $10-\sqrt{20}$, dont la racine quarrée sera le costé du pentagone inscriptible au cercle, duquel le semy-diametre ou costé de l'hexagone est 2. Maintenant pour trouuer le semy-diametre FG, le costé du pentagone AE estant 10, suiuons l'analogie des figures semblables, faisant que comme $10-\sqrt{20}$, quarré du costé du pentagone est à 4, quarré du semy-diametre du cercle auquel est inscript ledit pentagone, ainsi 100 quarré du costé AE soit à vn autre, & viendront $50+\sqrt{500}$ pour le quarré du semy-diametre FG, qui partant sera $\sqrt{(50+\sqrt{500})}$. Mais si dudit quarré de FG nous ostons le quarré de AH, sçauoir est 25, resteront $25+\sqrt{500}$ pour le quarré de la perpendiculaire FH, & partant icelle sera $\sqrt{(25+\sqrt{500})}$.



Il appert donc que la raison du diametre du cercle au costé du pentagone inscript en iceluy, est comme 4 à $\sqrt{(10-\sqrt{20})}$.

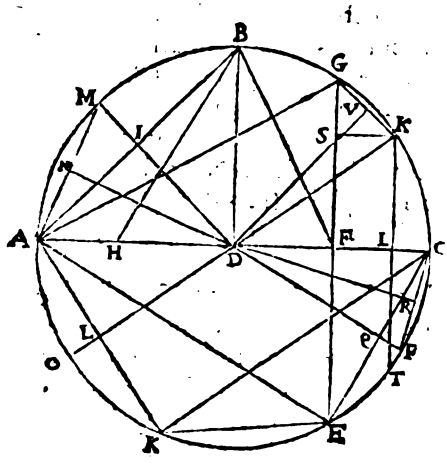
Que si la corde ou subtendante AD ou BE estoit requise, elle seroit aussi aisément trouuée : Car puisque par la 8. p. 13. icelles subtendantes AD, BE s'entrecouppent en I en la moyenne & extréme raison, & que le plus grand segment est égal au costé du pentagone AE ; faisant que comme $\sqrt{5}-1$ est à 2, ainsi

Digitized by Google

ainsi le costé AE 10 soit à vn autre, viendront γ 125+5 pour ladite AD, de laquelle estant osté le segment DI 10, restera γ 125—5 pour le segment AI. Il est donc manifeste, qu'au contraire ladite subtendante estant cogneuë, ou le semy-diametre du cercle, que toutes les autres lignes susdites seront aussi cogneuës : mais pour plus grande & facile intelligence de ce, nous adiousterons encore la proposition suiuante, en laquelle nous expliquerons les nombres sourds des costez, perpendiculaires, & superficies des figures y mentionnées par nombres absolus, afin que par le moyen d'iceux on puisse plus promptement trouuer les mesmes choses en quelconques autres figures semblables, lors qu'il en sera besoing.

4. *Le diametre d'vn cercle estant cogneu ; trouuer les costez du triangle, quarré, pentagone, hexagone, octogone, decagone, dodecagone & quindecagone, inscript audit cercle, & aussi les perpendiculaires tombantes du centre sur chascun desdits costez.*

Soit vn cercle ABC, duquel le centre est D, & le diametre AC soit 4 : donc le semy diametre DC sera 2 ; & autant est le costé de l'hexagone CE, le quarré de la moitié duquel estãt osté du quarré dudit semy-diametre DC, restera 3, dont la racine quarrée, sçauoir est γ 3, ou $1\frac{732}{1000}$, est pour la perpendiculaire EF, laquelle multipliée par le triple de DC, sçauoir est par 6, viendront γ 108, ou $10\frac{392}{1000}$ pour l'aire de l'hexagone inscript audit cercle ABC.



La perpendiculaire EF estant continuée iusques en G, il est manifeste que la ligne EG sera costé du triangle équilateral inscript au cercle ; & partant qu'iceluy costé estant double de la perpẽdiculaire EF, il sera γ 12, ou $3\frac{464}{1000}$, & la perpendiculaire AF estant les trois quarts du diametre AC, elle sera 3, & DF excellement que l'aire ou superficie du triangle équilateral AGE sera γ 27, ou $5\frac{196}{1000}$.

Ayant esleué du centre D la perpendiculaire DB, & tiré AB, icelle sera le costé du quarré inscript, le quarré duquel costé estant égal au double du quarré du semydiametre AD ; iceluy costé AB sera γ 8, ou $2\frac{828}{1000}$, & sa moitié AI γ 2 ; & partant la perpendiculaire DI, qui luy est égale, sera aussi γ 2, ou $1\frac{414}{1000}$, par laquelle estant multiplié le double de AB, sçauoir est γ 32, viendront 8 pour la superficie du quarré inscript audit cercle ABC.

Ayant mené BF, & pris FH égale à icelle, soit tirée BH, laquelle sera le costé du pentagone, & DH costé du decagone, ainsi qu'il appert par la 8. p. de la construction de la table des sinus de Henrion : A iceluy costé BH, soit faict égal AK ou KT : Or puisque BD est 1, & DF 1 ; BF, ou FH sera γ 5, de laquelle estant osté DF 1, restera γ 5—1 pour DH, dont le quarré estant adiousté

Digitized by Google

auec le quarré de BD, viendront $10-\sqrt{20}$, pour le quarré de BH; & partant icelle BH ou KT sera $\sqrt{(10-\sqrt{20})}$, ou $2\frac{7}{40}$, & la moitié KL $\sqrt{(2\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{5}{4}})}$, ou $1\frac{7}{40}$, le quarré de laquelle estant osté du quarré du semy-diametre DK, restera $1\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}}$, dont la racine quarrée $\sqrt{(1\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}})}$, c'est à dire $\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}}$, ou $1\frac{18}{25}$, est pour la perpendiculaire DL, qui multipliée par x2 $\sqrt{(2\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{5}{4}})}$ donne $2\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}}$, dont la racine est l'aire d'vn des 5 triangles du pentagone, qui partant est $\sqrt{(2\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}})}$, lequel estant multiplié par 5, viendront $\sqrt{(62\frac{1}{2}+\sqrt{781\frac{1}{4}})}$ ou peu plus de $9\frac{1}{2}$ pour l'aire de tout le pentagone. On obtiendra encore ledit aire multipliant les $\frac{5}{8}$ du diametre du cercle, par la ligne qui conioinct deux costez dudit pentagone, laquelle ligne est differente dudit costé du pentagone seulement en signe; tellement qu'en ceste exemple où ledit costé du pentagone est $\sqrt{(10-\sqrt{20})}$, ladite ligne subtendante sera $\sqrt{(10+\sqrt{20})}$, qui multipliée par $2\frac{1}{2}$, qui sont les $\frac{5}{8}$ du diametre, donne le mesme aire que dessus.

Mais, ayant prolongé la perpendiculaire DI iusques en M, & tiré la ligne droicte AM; icelle AM sera le costé de l'octogone: Et d'autant que DI est $\sqrt{2}$, & le semy-diametre DM 2, IM sera $2-\sqrt{2}$, le quarré de laquelle sera $6-\sqrt{32}$, auquel estant adiousté le quarré de AI, viendront $8-\sqrt{32}$ pour le quarré de AM, qui partant est $\sqrt{(8-\sqrt{32})}$ ou $1\frac{53}{100}$, & la moitié d'iceluy AN $\sqrt{(2-\sqrt{2})}$, dont le quarré estant soustraict de celuy du semy-diametre AD, restera $2+\sqrt{2}$ pour le quarré de la perpendiculaire DN, qui partant sera $\sqrt{(2+\sqrt{2})}$ ou $1\frac{105}{153}$, par laquelle estant multiplié $\sqrt{(128-\sqrt{8192})}$ quadruple de AM, viendront $\sqrt{128}$ ou $11\frac{47}{150}$ pour l'aire de l'octogone inscript au cer- ABC.

Il a ja esté dit cy-dessus que DH est le costé du decagone, & qu'iceluy est $\sqrt{5}-1$, ou $1\frac{58}{178}$; il ne reste donc qu'à oster le quarré de la moitié d'iceluy costé du quarré de BD, afin d'auoir la perpendiculaire tombant du centre du cercle sur ledit costé du decagone inscript audit cercle ABC, qui partant sera $\sqrt{(2\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}})}$ ou $1\frac{76}{77}$, par laquelle estant multiplié la moitié du circuit dudit decagone, sçauoir est $\sqrt{125}-5$, quintuple du costé DH, viendront $\sqrt{(250-\sqrt{12500})}$ ou $11\frac{3}{4}$, pour l'aire ou superficie dudit decagone.

Puisque le costé de l'hexagone est EC, l'ayant couppé en deux également par la ligne droicte DP, qui rencontre la circonference du cercle en P, & tiré la ligne droicte CP, icelle sera le costé du dodecagone: Et d'autant que ledit costé de l'hexagone est 2, & la perpendiculaire tombante du centre sur iceluy est $\sqrt{3}$; PQ sera $2-\sqrt{3}$, dont le quarré est $7-\sqrt{48}$, lequel estant adiousté au quarré de CQ, moitié dudit costé de l'hexagone, donnera $8-\sqrt{48}$, pour le quarré de CP; & partant ledit costé du dodecagone CP sera $\sqrt{(8-\sqrt{48})}$, c'est à dire $\sqrt{6}-\sqrt{2}$, ou $1\frac{7}{100}$, & la moitié CR $\sqrt{1\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}}$, dont le quarré estant osté du quarré du semy-diametre DC, restera $2+\sqrt{3}$ pour le quarré de la perpendiculaire DR, qui partant sera $\sqrt{(2+\sqrt{3})}$, c'est à dire $\sqrt{1\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}}}$, ou $1\frac{14}{17}$, par laquelle estant multiplié $\sqrt{216}-\sqrt{72}$, moitié du perimetre ou circuit dudit dodecagone, viendront 12 pour l'aire d'iceluy.

Maintenant il est manifeste que le costé du pentagone KT estant parallele au costé du triangle équilateral EG; la subtendante GK sera costé du quin-

Digitized by Google

decagone; & partant que l'aggregé des quarrez de la moitié de la difference dudit costé du pentagone à celuy du triangle, & de la difference de la perpendiculaire de l'vn à celle de l'autre, sera le quarré d'iceluy costé du quindecagone : Parquoy ostons ledit costé KT γ (10—γ20) du costé EG γ12, & resteront γ12—γ (10—γ120) pour la difference desdits costez, & partant la moitié SG sera γ3—γ ($2\frac{1}{2}$—$\gamma\frac{3}{4}$), & son quarré $5\frac{1}{2}$—$\gamma\frac{5}{4}$—γ (30γ180): Ostons aussi la perpendiculaire DF 1, de la perpendiculaire DL $\frac{5}{2}$+—$\frac{5}{4}$, & resteront $\gamma\frac{5}{4}$—$\frac{1}{2}$, pour la difference dicelles perpendiculaires FL ou SK; tellement que son quarré sera $1\frac{1}{2}$—$\gamma\frac{5}{4}$, qui adiousté au quarré de SG, donnera 7—γ5—γ (30—γ180) pour le quarré du costé GK, qui partant sera γ (7—γ5—γ) (30—γ180), ou $\frac{1}{4}$: Parquoy la moitié SV sera γ ($1\frac{1}{4}$—$\gamma\frac{5}{16}$—γ ($1\frac{7}{8}$—$\gamma\frac{45}{64}$), & son quarré $1\frac{5}{4}$—$\gamma\frac{5}{16}$—γ ($1\frac{7}{8}$—$\gamma\frac{45}{64}$), qui osté du quarré du semy-diametre DK, resteront $2\frac{1}{4}$+$\gamma\frac{5}{16}$+γ ($1\frac{7}{8}$—$\gamma\frac{45}{64}$) pour le quarré de la perpendiculaire DV; & partant icelle sera γ ($2\frac{1}{4}$+$\gamma\frac{5}{16}$+γ ($1\frac{7}{8}$—$\gamma\frac{45}{64}$) ou $1\frac{5}{8}$; par laquelle estant multipliée la moitié du costé GK, & le produict par 15, viendra l'aire ou surface dudit quindecagone.

Or ledit costé du quindecagone sera encore trouué ainsi: D'autant que la ligne droicte AK est costé du pentagone, AE costé du triangle équilateral, & EC costé de l'hexagone; il est manifeste que KE est subtendante de deux costez du quindecagone, & CK double de DL perpendiculaire tombant du centre du cercle sur le costé du pentagone AK, (car les triangles rectangles ALD, AKC, estans équiangles, comme AC est double de AD, aussi CK sera double de DL). Parquoy le quadrilatere AKEC a les trois costez AC, CE, AK cogneus, auec les deux diagonalles AE, CK; & partant on peut cognoistre l'autre costé EK; & iceluy cogneu on trouuera puis apres le costé dudit quindecagone, tout ainsi que nous auons trouué cy-dessus AM, & CP, costez des octogone & dodecagone: Car en la mesme maniere que nous auons trouué iceux costez, on doit trouuer tous les costez des autres poligones, qui s'obtiennent par la bisection des costez ja trouuez.

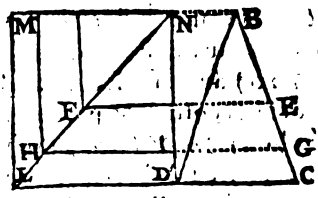
Que si les costez des figures regulieres sont incommensurables auec leurs demy-diametres, & que les quarrez de ceux-cy soient cogneus, elles seront mesurées, comme il a esté monstré au Corollaire 4. du chap. 5. de ce liure.

Et pource que toute superficie rectiligne de plusieurs costez est diuisée en triangles, il sera facile de monstrer par quel moyen

Tout triangle sera diuisé par lignes droictes & parelleles, & que les portions d'iceluy auront telle proportion qu'on voudra.

Soit donné le triangle proposé BCD, lequel on desire diuiser en trois parties égales, par lignes droictes & parelleles. Il conuient descrire vn quarré NMLD de mesme hauteur que le triangle, & le diuiser en trois parties égales, & icelles reduire en quarré, en sorte que le premier soit égal à la tierce partie de tout le quarré, & le secõd

Digitized by Google



aux deux tiers, & les disposer (ainsi qu'il est icy monstré) sur la ligne ND : alors faudra tirer les paralleles FE, HG, lesquelles diuiseront le triangle selon la proportion donnée. La raison est, que le triangle est diuisé proportionnellement, comme l'autre triangle NDL, *par la* 1, 2, 10 *&* 22, *du* 6.

I'estime qu'il seroit plus prompt & facile de coupper le costé BC en trois parties égales, puis trouuer la moyenne proportionnelle entre ledit costé BC, & vne des trois parties d'iceluy, puis 1: Car icelles moyennes prop. donneroient BE, & BG, suiuant ce qui est enseigné & demonstré au 30 prob. de la Geometrie de Henrion.

De la mesure du Cercle.

CHAP. IX.

MEsurer l'aire d'vn cercle, & celle d'vn polygone, est vne mesme chose. Et comme nous auons cy-deuant monstré, qu'il faut prendre vne ligne droicte égale au circuit du polygone, & la multiplier par la moitié de la perpendiculaire tirée du centre sur chascun costé, pour auoir le contenu du polygone, ainsi,

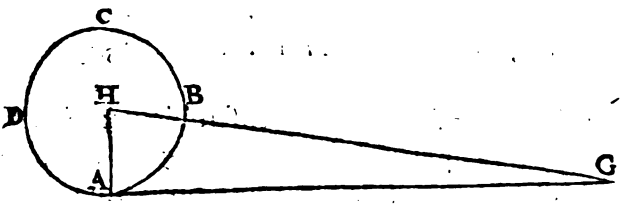
Pour obtenir le contenu d'vn cercle, il conuient multiplier sa circonference, par la moitié de la perpendiculaire, c'est à dire, par la moitié du demy-diametre dudit cercle, & le produict sera le contenu dudit cercle.

Car le triangle rectangle, qui a l'vn des costez comprenant l'angle droict, égal au demy-diametre du cercle, & l'autre costé comprenant le mesme angle égal à la circonference du cercle, est égal à la superficie du mesme cercle, comme il sera monstré.

Soit le cercle ABOD, & le triangle rectangle HAG, duquel le costé HA, soit le demy-diametre du cercle, & AG soit égal à la circonference du cercle. Maintenant presupposons la superficie du cercle estre plus grande que le triangle. Premierement il est notoire qu'au cercle peut estre inscripte vne figure rectiligne, & de tant de costez, qu'elle pourra estre en fin plus grande que le triangle: car entre deux grandeurs inégales, peuuent estre infinies grandeurs inegalles, *par la commune sentence premise*. Il est certain que le circuit de telle figure rectiligne inscripte, sera plus court que la circonfe-

Digitized by Google

rence du cercle, c'eſt à dire que AG, & la ligne perpendiculaire tirée du centre ſur l'vn des coſtez de la figure, ſera auſſi plus courte que le demy-diametre du cercle (c'eſt à dire HA): & pourtant icelle figure rectiligne deuroit auſſi eſtre plus petite que le triangle HAG, ce qui a eſté poſé autrement.

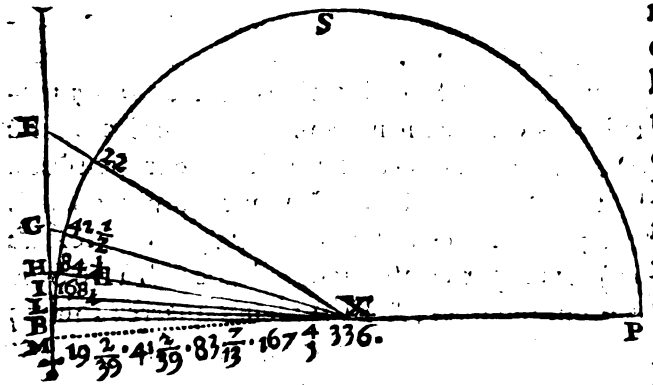


Apres poſons que la ſuperficie du cercle eſt plus petite que le triangle. Nous pourrons auſſi circonſcrire au cercle vne figure rectiligne, & de tant de coſtez, qu'elle pourra en fin eſtre moindre que le triangle: Or le circuit de telle figure, eſt plus grand que la circonferẽce du cercle (c'eſt à dire que AG): & la perpendiculaire du centre tombante ſur l'vn des coſtez d'icelle figure, eſt le demy-diametre du cercle, ſçauoir HA. Il s'enſuiura donc que le triangle HAG, ſera plus petit que la figure circonſcripte. Ce qui eſt abſurde. Il eſt donc égal à la ſuperficie du cercle ABCD.

Mais d'autant que iuſques à preſent, la iuſte longueur de la circonference du cercle n'a point eſté trouuée, on a accouſtumé d'vſer de l'inuention *d'Archimedes*, laquelle eſt plus prompte, & plus approchante de la iuſte meſure que nulle autre. Ceſte inuentiõ eſt que

La circonference du cercle, contient trois fois le diametre, & peu moins d'vne ſeptieſme partie d'icelluy diametre, & plus de la huictieſme partie du meſme diametre.

Ce qui ſe demonſtrera ainſi que s'enſuit. Soit le centre X, le diametre PB, la circonference PSB, la ligne contingẽte le meſme cercle ET, au poinct B. L'angle EXB, ſoit la tierce partie d'vn droict, & double à GXB: ceſtuy double à HXB: ceſtuy-cy double à IXB: & finalement ceſtuy double à LXB.



Digitized by Google

La raiſon de EX à XB ſera comme EG à GB: *par la 3 du 6*, & ainſi de tout le reſte, les coſtez d'vn triangle, duquel l'angle eſt diuiſé en deux également, ont telle raiſon l'vn à l'autre, que les parties de la baſe.

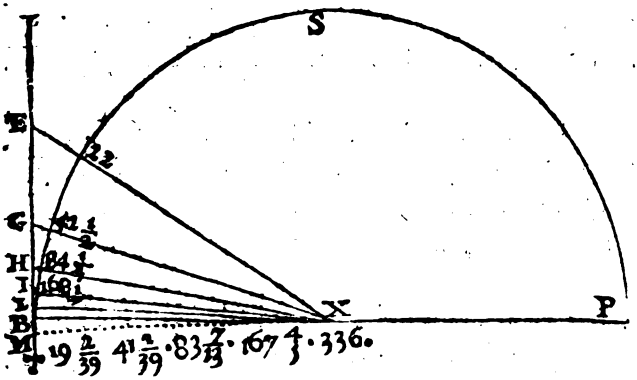
Et conioinctement, la raiſon de EX & XB enſemblement à XB, eſt ſemblable à celle de EB à la partie GB *par la 18 du 5*, & ainſi de tous les autres triangles les deux coſtez enſemble ont telle raiſon à l'vn, comme toute la baſe à la partie de la baſe vers le coſté auquel on aura égard.

Et alternement, la raiſon EX & XB à BE, eſt comme la ligne XB à BG *par la 16 du 5*, & ainſi de tous les autres triangles ſuiuans, les deux coſtez enſemble auront meſme raiſon à la baſe, que le plus petit coſté à la plus petite partie de la baſe diuiſée comme dit a eſté, par la ligne qui couppe l'angle en deux également.

Poſons donc premierement que EX contient 22 parties. EB eſtant égale à la moitié de EX contiendra 11, & le quarré de 11 (c'eſt à dire 121) ſoubſtrait du quarré de 22 (c'eſt à dire de 484) reſtera 363, deſquels la racine quarrée (qui eſt preſque 19 & 2 trente-neufieſmes) ſera le coſté dicible XB *par la 47 du 1*. Or la raiſon de la ligne XB à la ligne EB eſt donc plus grande que 19 & 2 trente-neufieſmes à 11, *par la 8 du 5*; & par conſequent les lignes EX & XB conioinctes ont vne plus grande raiſon à la ligne EB que 41 & 2 trente-neufieſme à 11. Et auſſi la ligne XB à BG. Si donc XB eſt poſé de 41 & 2 trente neufieſmes, & BG 11, leurs quarrez enſemble ſeront 1806 & plus d'vn quart: duquel nombre la racine quarrée 42 eſt la longueur dicible de XG. Dont eſt manifeſte que les deux lignes enſemble GX & XB ont vne plus grande raiſon à BG que 41 & 2 trente-neufieſmes & 42 & demy (qu'eſt peu moins de 83 & 7 trezieſmes) à 11: & par conſequent XB à BH. Soit donc XB poſé de 83 & 7 trezieſme & BH de 11: Leurs quarrez ioincts feront 7099: La racine quarrée ſera peu plus de 84 & 1 quart pour la longueur dicible de XH. Dont eſt euident que les lignes HX & XB ont vne plus grande raiſon à BH que 83 & 7 trezieſmes & 84 & 1 quart (qu'eſt preſque 167 & 4 cinquieſmes) à 11: & par conſequent la ligne XB à BI. Soit derechef XB 167 & 4 cinquieſmes, & BI 11: leurs quarrez ioincts feront 28277, deſquels la racine quarrée (qui eſt peu plus de 168 & 1 ſeptieſme) ſera pour la longueur dicible de XI: & par ainſi eſt clair que les lignes IX & XB enſemble ont plus grande raiſon à BI que

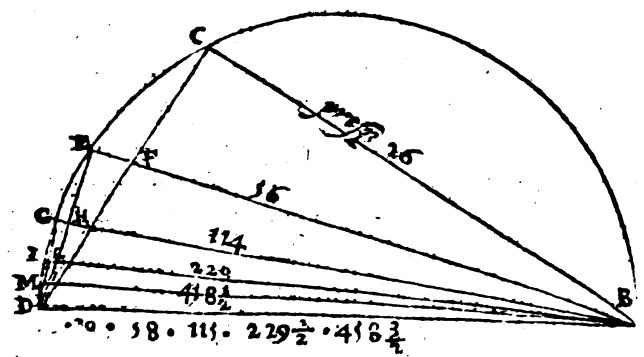
Digitized by Google

167 & 4 cinquieſmes, & 168 & 1 ſeptieſme (qu'eſt preſque 336) à 11: & par conſequent la ligne BI, & le diametre PB, (double à XB) à LM (que nous poſons double à BL) auront vne plus grãde raiſon que 336 à 11.



Or LM eſt le coſté d'vn polygone de 96 coſtez; tellement que 96 multipliez par 11 font 1056 pour le circuit dudit polygone, & le diametre eſtant poſé de 336 & ſouſtraict 3 fois de 1056, reſtera 48, qu'eſt la ſeptieſme partie de 336. Or le diametre du cercle & du polygone eſt vn meſme *par la conſtruction*, & la circonference du cercle moindre que celle du polygone: dont s'enſuyura finalement que la circonference du cercle, eſt moindre que trois fois & vne ſeptieſme partie de ſon diametre.

En apres. Soit le cercle propoſé BCD, dans lequel ſoyent tirez tous les triangles rectangles, en ſorte que le plus grand CBD, ait l'angle CBD égal à la tierce partie d'vn droict, & qui ſoit double à EBD, & ceſtuicy double à GBD, & encores ceſtuycy double à IBD, & finalement ceſtuy double à MBD: il eſt euident que le triangle BCF eſt équiangle à BED,



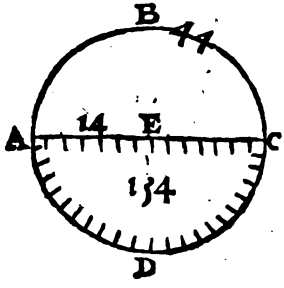
BEH à BGD, BGL à BID: finalement BIN à BMD: car ils obtiennẽt chaſcun vn angle droit *par la 3 du 3*, & les angles au poinct B égaux, dont s'enſuit qu'eſtans equiangles, ils ont les coſtez proportionnaux *par la 4 du 6*. Apres il a eſté monſtré que comme DB & BC conioinctement à CD, ainſi BC à CF, & ainſi des autres triangles ſuyuans.

Poſons donc BD de 30 parties, CD en aura 15, & BC peu moins de

Digitized by Google

26. Parquoy la ligne BC aura plus petite raiſon à la ligne CD, que 26 à 15: Donc la compoſée de DB & BC à la ligne CD (c'eſt à dire la ligne BC à CF, ou BF à ED) aura vne plus petite raiſon que 30 & 26 (ſçauoir 56) à 15.

Si doncques nous poſons BE faire 56, & ED 15, le coſté BD ſera preſque 58, *par la* 47 *du* 1. Donc les lignes BE & BD à DE (c'eſt à dire BG à GD) auront plus petite raiſon que 56 & 58 (c'eſt 114) à 15. Soit donc BG 114, & GD 15, le coſté BD ſera preſque 115. Donc les lignes BG & BD à GD (c'eſt à dire BI à ID) auront plus petite raiſon que 114 & 115 (qui ſont 229) à 15. Soit derechef BI 229, & ID 15, le coſté BD ſera preſque 229 & demy. Donc les lignes BI & BD à ID (c'eſt à dire BM à MD) auront plus petite raiſon que 229 & 229 & demy (qu'eſt 458 & demy) à 15. Soit finalement poſé BM de 458 & demy, & MD de 15. le coſté BD ſera preſque 458 & 3 quarts. Il eſt donc ſuident que MD eſt le coſté d'vn polygone de 96 faces, qui aura de circuit 1440: dans lequel nombre ſe trouue trois fois 458 & 3 quarts, & reſtent 63 & 3 quarts: mais ce nombre eſt plus de la huictieſme partie de 458 & 3 quarts; (car la huictieſme partie eſt 57 & 11 trente-deuxieſmes ſeulement.) Il s'enſuit donc que le cercle (qui eſt plus grand que le polygone) contient trois fois le diametre BD, & plus d'vne huictieſme partie d'iceluy diametre. Mais il a eſté monſtré cy-deuant que la circonference du meſme cercle contient trois fois le diametre & moins d'vne ſeptieſme partie. Ie concluds donc, que ladite circonferẽce contient trois fois le diametre, & moins d'vne ſeptieſme partie, & plus toutesfois d'vne huictieſme partie, *ce qu'il faloit demonſtrer.* Mais d'autant que 63 & 3 quarts ſont plus pres de la ſeptieſme partie du diametre (laquelle eſt 65 & 15 vingt-huictieſmes) que de la huictieſme (laquelle eſt 57 & 11 trẽte-deuxieſmes) on a accouſtumé pour approcher plus pres de la choſe meſme, donner à la circonferẽce du cercle trois fois le diametre & vne ſeptieſme partie. Ceſte demonſtration eſt d'Archimedes, & non le nombre que nous prenons (qui eſt plus petit) pour la facilité.



Soit donc le cercle à meſurer ABCD, duquel le diametre ſoit 14 pieds, la circonference ſera 44, *par les demonſtrations precedentes*, eſquelles auſſi a eſté monſtré, que la circonference multipliée par la moitié du demy-diametre produict le contenu du cercle: mul-

Digitized by Google

tipliant donc 44 par 3 & demy, ou 22 par 7, en prouiendra pour la ſuperficie du cercle 154 pieds.

Le liuret d'Archimedes touchant la dimenſion du cercle contient ſeulement trois propoſitions, leſquelles tu pourras voir au chap. 6. du 3. l. de la Geometrie pratique de Henrion; c'eſt pourquoy nous ne nous arreſterons icy à expliquer pluſieurs choſes que noſtre Autheur dit & demonſtre aſſez obſcurément, mais rapporterons ſur ce ſubiect de la dimenſion du cercle quelques regles & propoſitions aſſez vtiles.

1. *Eſtant cogneu le diametre d'vn cercle; trouuer la circonference d'iceluy.*

Faiſant que comme 7 eſt à 22, ainſi le diametre cogneu (lequel pour exemple nous poſons eſtre 35) ſoit à vn 4e nombre proportionnel, viendra 110 pour vne circonference quelque peu plus grande que la vraye: Car puiſque par ce qui eſt demonſtré cy-deſſus, il appert que la raiſon de la circonference au diametre eſt moindre que triple ſeſquiſeptieſme; & que celle de 110 à 35, qui eſt la meſme que de 22 à 7, eſt triple ſeſquiſeptieſme; par la 10. p. 5. le nombre 110 ſera plus grand que la circonference du cercle, duquel le diametre eſt 35. Mais faiſant que comme 71 eſt à 223, ainſi le diametre cogneu 35 ſoit à vn autre nombre, viendront 109 $\frac{66}{71}$ pour vne circonference quelque peu moindre que la vraye, pour les meſmes raiſons que deſſus; tellement que nous auons deux circonferences, ſçauoir l'vne plus grande que la requiſe, & l'autre moindre, mais on a accouſtumé comme dit noſtre Autheur prendre la plus grande, comme la plus facile à trouuer: que ſi on adiouſte les deux enſemble; la moitié de l'aggregé ſera encore plus proche de ladite circonference cherchée.

2. *La circonference d'vn cercle eſtant cogneuë; trouuer le diametre d'iceluy.*

Faiſant que comme 22 eſt à 7, ainſi la circonference cogneuë 110 ſoit à vn autre, ſera produict 35 pour vn diametre quelque peu moindre que celuy cherché: Mais faiſant que comme 223 eſt à 71, ainſi ladite circonference cogneuë 110 ſoit à vn autre, viendront 35 $\frac{5}{223}$ pour vn diametre quelque peu plus grand que le requis; & ce pour les meſmes raiſons que deſſus.

3. *Par le moyen du diametre d'vn cercle; cognoiſtre l'aire d'iceluy.*

D'autant qu'Archimedes a demonſtré en la 2. p. dudit liuret de la dimenſion du cercle, que le quarré du diametre du cercle eſt à l'aire d'iceluy preſque comme 14 à 11; faiſant que comme 14 eſt à 11, ainſi le quarré du diametre cogneu ſoit à vn autre, viendra l'aire dudit cercle: tellement que le diametre d'vn cercle eſtant 10, ſon quarré ſera 100; & faiſant que comme 14 eſt à 11, ainſi 100 ſoit à vn autre nombre, viendront 78 $\frac{4}{7}$; & autant ſera preſque l'aire du cercle duquel le diametre eſt 10.

4. *Par la circonference d'vn cercle; cognoiſtre l'aire d'iceluy.*

Soit faict que comme 88 eſt à 7, ainſi le quarré de la circonference donnée ſoit à vn autre, & viendra vn nombre qui ſera preſque l'aire dudit cercle: tellement que la circonference d'vn cercle eſtant 44, ſoit faict que comme 88 eſt à 7, ainſi 1936 quarré de la circonference 44, ſoit à vn autre, viendra 154 pour l'aire du cercle, duquel la circonference eſt 44.

Digitized by Google

Or encore que ces choſes approchent fort de la verité, ſi eſt-ce neantmoins qu'és grands cercles, l'erreur ſeroit ſenſible : c'eſt pourquoy és petits cercles ie voudrois bien m'ayder de la raiſon d'Archimedes cy-deſſus; mais és grands cercles de celle trouuée par Ludolphe de Collogne, laquelle eſt plus preciſe : Car il a trouué que ſi le diametre du cercle eſt 100000000000000000000, la circonference ſera moins que 314159265358979323847, mais plus que 314159265358979323846.

5. *Eſtant cogneu l'aire d'vn cercle ; cognoiſtre tant le diametre d'iceluy que la circonference.*

Faiſant que comme 11 eſt à 14, ainſi l'aire donné ſoit à vn autre ; iceluy ſera preſque le quarré du diametre ducercle propoſé : tellement que l'aire d'vn cercle eſtant 154, ie fais que comme 11 eſt à 14, ainſi 154 ſoit à vn autre 196, dont la racine quarrée 14 approche fort du diametre dudit cercle, dont l'aire eſt 154. Mais faiſant que comme 7 eſt à 88, ainſi l'aire donné 154 ſoit à vn autre nombre 1936, iceluy ſera le quarré de la circonference dudit cercle, qui partant ſera 44.

6. *Eſtans cogneus les diametres de deux cercles, ou les circonferences ; ou bien les deux coſtez homologues de deux figures ſemblables & ſemblablement poſées ; cognoiſtre quelle raiſon les cercles, ou les figures, ont entr'elles.*

D'autant que les cercles, & les figures ſemblables, ſont en raiſon doublée des diametres, ou des circonferences, & des coſtez homologues ; ſi le plus grand diametre, ou circonference eſt diuiſée par la moindre, & le plus grand coſté homologue par le moindre, ſera produict le denominateur de la raiſon que le plus grand diametre, ou circonference a à la moindre, ou le plus grand coſté homologue au moindre. Si donc ce denominateur eſt multiplié en ſoy, ſera produict le denominateur de la raiſon doublée, que le grand cercle ou figure a au moindre. Comme ſi le diametre d'vn cercle eſtoit 56, & la circonference 176 ; mais le diametre d'vn autre cercle 14, & la circonference 44 : diuiſant 56 par 14, ou 176 par 44, le quotient ſera 4, qui multiplié en ſoy produict 16, denominateur de la raiſon du plus grand cercle au moindre. La meſme raiſon aura vne figure à vne moindre ſemblable & ſemblablement poſée, ſi les coſtez homologues ſont 56 & 14, ou 176 & 44.

7. *Eſtans cogneus les diametres, ou les circonferences de pluſieurs cercles : Item les coſtez homologues de pluſieurs figures ſemblables & ſemblablement poſées ; cognoiſtre le diametre, ou la circonference d'vn cercle qui ſoit égal à tous les propoſez : Item cognoiſtre le coſté de la figure ſemblable, & égale à toutes les propoſées.*

Les diametres, ou les circonferences, ou bien les coſtez homologues ſoient chaſcun multipliez en ſoy, & les nombres produicts recueillis en vne ſomme ; & la racine quarrée d'icelle ſera le diametre, ou la circonference, ou bien le coſté homologue cherché. Comme pour exemple, ſi quatre diametres, ou circonferences de cercles, ou coſtez homologues de figures ſemblables, ſont 84, 12, 4, & 3 ; chaſcun d'iceux eſtant multiplié par ſoy-meſme, viendront 7056, 144, 16, & 9, deſquels l'aggregé ſera 7225, & la racine quarrée 85, ſera le diametre, ou circonference du cercle, ou bien le coſté homologue cherché : tellement que le cercle duquel le diametre, ou la cir-

Digitized by Google

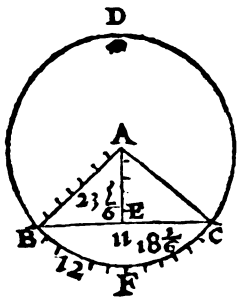
conference eſt 85, ou bien la figure faicte ſur 85 & ſemblable aux données, ſera égal aux quatre cercles, ou figures propoſées. Car puiſque 7225 quarré de la racine 85, eſt égal aux quatre quarrez 7056, 144, 16, & 9 des racines 84, 12, 4, & 3, & que par la 2. p. 12. les cercles ſont entr'eux comme les quarez de leurs diametres; & partant auſſi comme les quarrez de leurs circonferences, icelles eſtans proportionnelles aux diametres: Item que les figures ſemblables ſont entr'elles comme les quarrez des coſtez homologues, pource que par la 20. p. 6. tant les quarrez que les figures ont la raiſon doublée des coſtez: pareillement tant le cercle duquel le diametre, ou la circonference eſt 85, ſera égal aux quatre cercles, deſquels les diametres, ou les circonferences ſont 84, 12, 4, & 3, que la figure conſtruite ſur le coſté 85, & ſemblable aux quatre, deſquelles les coſtez ſont 84, 12, 4, & 3, ſera égale à icelles.

COROLLAIRE I.

Toutes les parties du cercle ſeront auſſi facilement meſurées.

Comme le ſecteur ABFC, la ligne circulaire ou baſe duquel nous poſons eſtre de 12 pieds: il faut donc par l'inſtruction de ce chap. multiplier 12 par 3 & demy, ou 6 par 7, & ce qui en prouiendra (ſçauoir 42) ſera le contenu du ſecteur propoſé: iceux 42 leuez de 154, reſtent 112, pour le contenu de l'autre plus grand ſecteur BDCA.

Or puiſque pour obtenir le contenu d'vn ſecteur de cercle, il eſt beſoin de cognoiſtre tant le ſemy diametre du cercle, que la circonference ou baſe du ſecteur, nous dirons qu'ayant meſuré actuellement ledit ſemy-diametre, il faudra de l'vn ou l'autre des trois poincts A, B, C, obſeruer l'angle du centre BAC: Car par le moyen d'iceluy on trouuera plus exactement l'arc ou baſe BC, que non pas de la meſurer actuellement, à cauſe de la courbure d'icelle: Et pour ce faire vous trouuerez premierement toute la circonference du cercle par le moyen dudit ſemy-diametre cogneu; puis vous ferez vne regle de trois, au premier terme de laquelle vous poſerez 360 degrez, au ſecond ce que vous aurez trouué pour l'entiere circonference du cercle, & au troiſieſme l'angle obſerué *BAC*; & ladite règle faicte, vous aurez ledit arc ou baſe BC.



Que ſi on veut meſurer l'vne & l'autre ſection, ſçauoir BECD & BECF, il faut regarder de combien eſt la ligne droicte BC: & poſé icelle eſtre 11, & la perpendiculaire AE de 4 & 1 tiers, puis multiplie la ligne droicte BC par la moitié de la perpendiculaire, *ſuyuant l'inſtruction des chap. 3 & quatrieſme de ce liure*, ou bien meſure le triangle BCA, *comme il a eſté monſtré au chap. 5.* Ainſi nous trouuerons que 11 fois 2 & 1 ſixieſme, font

Digitized by Google

23 & 5 sixiesmes pour le contenu du triangle, lequel soustraict du secteur ABFC (c'est à dire de 42) resteront 18 & 1 sixiesme pour la section BCF: iceux 18 & 1 sixiesme leuez derechef de tout le cercle (sçauoir de 154) resteront 135 & 5 sixiesmes pour l'autre section BDC.

Puisque pour auoir l'aire d'vn segment de cercle, il est necessaire de cognoistre tant la ligne droicte que courbe qui le comprennent, & aussi le semy-diametre du cercle, nous enseignerons icy à les cognoistre. Premierement soit mesurée la ligne droicte BC, puis au milieu d'icelle, sçauoir est en E, soit posé le compas de proportion ouuert à angle droict, en sorte que l'vne des iambes s'accorde sur ladite BC, & selon le rayon visuel passant par les pinulles de l'autre iambe, soit aussi mesurée la distance EF: Ce faict soit multipliée BF par soy-mesme, puis diuisez le produict par EF, & ce qui en viendra estant adiousté à ladite EF, on aura tout le diametre du cercle; & par consequent sera cogneu tant le semy diametre BA que la perpendiculaire AE; tellement qu'il sera aisé de trouuer puis apres l'angle du centre BAC, & par consequent cognoistre la circonference BC, ainsi qu'il a esté enseigné cy-deuant. Et est à notter que nostre Autheur ayant posé le semy-diametre AB de 7, & la circonference BFC 12; l'angle BAC sera trouué de 98 degrez $\frac{5}{11}$; la ligne droicte BC peu plus de $10\frac{19}{70}$, & la perpendiculaire AE presque $4\frac{117}{100}$: & suiuant ce, le contenu du triangle ABC sera peu plus de $24\frac{1}{4}$, qui soustraict de 42, contenu du secteur ABFC, resteront $17\frac{1}{4}$ pour le segment BCF, lequel estant soustraict de 154, contenu de tout le cercle, resteront $136\frac{1}{4}$ pour l'autre segment BDC

Mais s'il aduenoit qu'on ne peust mesurer actuellement EF prise au milieu de BC, on pourroit la prendre ailleurs qu'audit milieu, & alors on auroit la base & la perpendiculaire d'vn triangle cogneus, auec les segmens faicts par icelle, & partant il seroit aisé de trouuer les deux autres costez du triangle par ce que nous auons enseigné cy-deuant, & puis apres le diametre du cercle circonscriuant ledit triangle.

Que si on ne pouuoit encore mesurer aucune perpendiculaire, il faudroit obseruer les angles qui se feroient sur BC, conceuant quelconque triangle audit segment BFC: Car alors on auroit deux angles d'vn triangle rectiligne cogneus & vn costé, & partant les deux autres costez seront trouuez comme dit est, & puis apres le diametre du cercle circonscriuant ledit triangle. Ou bien d'autant que les deux angles qui seront obseruez & trouuez és poincts B & C, sont ensemble moitié de l'angle du centre BAC; les angles du triangle isoscelle BAC seront cogneus auec la base BC, parquoy les costez ou semy-diametre AB sera trouué comme dit est par la doctrine des triangles rectilignes: Ces choses expliquées, nous ioindrons encore icy les six prop. suiuantes.

1. *Estant cogneu le contenu d'vn cercle; cognoistre les lignes d'vn secteur d'icelury, qui soit au cercle selon vne raison donnée.*

Il faut trouuer tant le diametre que la circonference du cercle, ainsi qu'il

Digitized by Google

eſt enſeigné cy-deuant en la 5. p. puis faire que comme le plus grand terme de la raiſon donnée eſt au moindre, ainſi la circonference trouuée ſoit à vne autre, qui ſera l'arc ou baſe du ſecteur requis. Ainſi le contenu d'vn cercle, duquel il faut prendre vn ſecteur qui ſoit à iceluy cercle comme 2 à 5, eſtant 154; ie trouue que le diametre du cercle ſera 14, & ſa circonference 44, puis faiſant que comme 5 eſt à 2, ainſi 44 ſoit à vn autre nombre, viendront 17 $\frac{1}{5}$, qui ſera la baſe du ſecteur requis, & le ſemy-diametre 7; tellement que le contenu dudit ſecteur ſera 61 $\frac{3}{5}$.

2. *Eſtant cogneu l'aire d'vn cercle, & auſſi le contenu d'vn ſecteur d'iceluy cercle; cognoiſtre la baſe dudit ſecteur.*

Il faut trouuer le diametre du cercle, & puis apres diuiſer le contenu du ſecteur par le quart dudit diametre trouué, & viendra la baſe cherchée. Ainſi l'aire d'vn cercle eſtant 154, & le contenu d'vn ſecteur du meſme cercle 30: pour trouuer la baſe d'iceluy ſecteur, ie trouue premierement que le diametre du cercle eſt 14, dont le quart eſt 3 $\frac{1}{2}$, par lequel ie diuiſe le contenu du ſecteur 30, & viennent 8 $\frac{4}{7}$ pour l'arc ou baſe du ſecteur propoſé.

3. *Eſtant cogneu l'aire d'vn cercle, & la raiſon du diametre à la ſubtendente d'vn ſegment d'iceluy cercle; cognoiſtre l'aire d'iceluy ſegment.*

Soit trouué le diametre du cercle, puis la corde ou ligne droicte du ſegment ſelon la raiſon donnée; en apres ſoit trouué l'arc par le moyen des ſinus, & puis apres le contenu tant du ſecteur que du ſegment, le tout comme il appert en l'exemple ſuiuant. Soit vn cercle dont l'aire eſt 78 $\frac{4}{7}$, & la raiſon du diametre à la ligne droicte ou baſe d'vn ſegment d'iceluy comme 5 à 4, & il faut trouuer tant l'arc que la corde qui comprennent ledit ſegment, afin d'auoir ſon contenu. Premierement donc le diametre ſera trouué de 10; & puiſque comme 5 eſt à 4, ainſi le diametre du cercle eſt à la baſe du ſegment propoſé, icelle ſera 8. maintenant ſoit faict que comme 5 eſt à 4, ainſi le ſinus total 100000 ſoit à vn autre, & viendront 80000, qui eſt le ſinus de 53 deg. 7 m. 49 ſec. & partant l'arc du ſegment propoſé ſera de 106 d. 15 m. 38 ſec. lequel arc eſtant reduit en meſmes parties que celles du diametre ſera trouué valoir d'icelles parties enuiron 9 $\frac{5}{18}$, & ſa moitié 4 $\frac{23}{36}$, qui multipliez par le ſemy-diametre 5, donnent 23 $\frac{7}{36}$, pour l'aire & ſurface du ſecteur, qui a pour ſegment celuy propoſé: & puiſque la corde dudit ſegment eſt 8, & le ſemy-diametre du cercle 5, le contenu du triangle iſoſcelle compris de ladite corde & de deux ſemy-diametres du cercle ſera 12, qui oſtez du ſecteur trouué 23 $\frac{7}{36}$, reſteront 11 $\frac{7}{36}$ pour le contenu du ſegment propoſé à trouuer.

4. *Eſtant cogneu l'aire d'vn cercle, le contenu d'vn ſegment d'iceluy, & la difference du diametre du cercle à la baſe dudit ſegment; cognoiſtre tant l'arc que la baſe ou corde du ſegment.*

Soit trouué le diametre du cercle, duquel ſoit oſtée la difference donnée, & reſtera la corde du ſegment propoſé, & partant on trouuera l'arc d'iceluy par le moyen des ſinus, comme il eſt dit cy-deſſus. Ainſi le contenu d'vn cerle eſtant 78 $\frac{4}{7}$, vn ſegment d'iceluy 11 $\frac{7}{36}$, & la difference du diametre du cercle à la baſe ou ligne droicte dudit ſegment 2: Le diametre du cercle ſera trouué eſtre de 10, duquel eſtant oſtée la difference 2, reſtera 8 pour la baſe.

Digitized by Google

du segment proposé; & procedant ainsi que deuant, l'arc sera trouué d'enuiron $9\frac{5}{18}$.

5. Estant cogneu le diametre d'vn cercle, & la difference d'vn segment d'iceluy cercle à son secteur, trouuer le contenu dudit segment.

Ayant osté du quarré du semy-diametre du cercle le double de la difference du segment au secteur, & adiousté le reste au quadruple de ladite difference, soit prise la racine quarrée de ce qui en viendra, à la moitié de laquelle soit adiousté la moitié de la racine quarrée dudit reste premierement trouué, & viendra la moitié de la base du segment proposé, & partant il sera aisé de trouuer l'arc d'iceluy segment, comme il a esté enseigné cy-deuant. Soit vn cercle duquel le diametre est 10, & que la difference d'vn secteur d'iceluy à son segment soit 12: & il faut trouuer tant l'arc que la corde dudit segment, afin de cognoistre le contenu d'iceluy. Le quarré du semy-diametre est 25, qui osté de 24 double de la difference donnée, reste 1, qui adiousté à 48, quadruple de ladite difference, viennent 49, dont la racine quarrée est 7, à la moitié de laquelle i'adiouste $\frac{1}{2}$, moitié de la racine quarreé du reste trouué, & viennent 4 pour la moitié de la corde requise; & partant icelle est 8: Maintenant soit faict que comme 5, moitié du diametre donné est au sinus total 100000, ainsi 4 moitié de ladite corde soit à vn autre, viendront 80000, qui est le sinus de 53 d. 7 m. 49 sec. dont le double 106 d. 15 m. 38 sec. est l'arc du segmẽt requis, qui reduit en mesmes parties du diametre donné, vaudra enuiron $9\frac{5}{18}$; & partant la moitié d'iceluy $4\frac{23}{36}$ estant multipliée par le semy-diametre 5, viendront $23\frac{7}{36}$ pour l'aire du secteur, duquel estant ostée la difference donnée 12, resteront $11\frac{7}{36}$ pour le contenu du segment requis.

6. Estant cogneu le diametre d'vn cercle, & la distance du centre d'iceluy à la base d'vn segment dudit cercle; trouuer le contenu d'iceluy segment.

Ayant adiousté au semy-diametre du cercle la distance donnée, & multiplié la somme par le reste du diametre; la racine quarré du produict donnera la moitié de la base du segment, qui multipliée par ladite distance donnée, viendra le contenu du triangle, dont le segment proposé differe à son secteur; & partant iceluy secteur sera trouué comme dit est cy-dessus, & puis apres le segment requis. Ainsi le diametre d'vn cercle estant 10, & la distance du centre dudit cercle iusques à la base d'vn segment d'iceluy 3: pour trouuer le contenu dudit segment, i'adiouste icelle distance 3 au demy-diametre 5, & viennent 8, que ie multiplie par 2, reste du diametre, & viennent 16, dont la racine quarrée 4, est moitié de la ligne droicte du segment, qui multipliée par la distance 3, donne 12 pour le contenu du triangle, par lequel le segment proposé differe de son secteur: maintenant donc procedant comme nous auons enseigné cy-deuant l'aire dudit secteur, sera trouué d'enuiron $23\frac{7}{36}$, duquel estant osté ladite difference 12, restent $11\frac{7}{36}$ pour le contenu du segment proposé à trouuer.

7. Estant cogneu le diametre d'vn cercle; cognoistre le costé du quarré égal à iceluy cercle.

Ce probleme est vn de ceux dont la solution Geometrique n'est encore cogneuë, combien que plusieurs graues Autheurs, tant anciens que moder-

Digitized by Google

ges ayent taſché d'en acquerir la gloire, voire meſmes ces iours paſſez, P. Lanſbergius penſant l'auoir acquiſe, le treſ-docte & ingenieux Andreſſon auroit auſſi toſt deſcouuert & monſtré le parallogiſme d'iceluy Lanſbergius. Nous dirons donc icy, (ſuyuant la tradition d'Archimede) qu'ayant multiplié le diametre cogneu par les $\frac{11}{14}$ d'iceluy, la racine quarrée du produict donnera le coſté d'vn quarré fort peu different de celuy égal au cercle. Ainſi pour trouuer le coſté d'vn quarré égal à vn cercle dont le diametre eſt 6 : ie prends les $\frac{11}{14}$ d'iceluy diametre, qui ſont $4\frac{5}{7}$, par leſquels ie multiplie le diametre 6, & viennent $28\frac{2}{7}$, pour l'aire ou ſurface dudit cercle, dont la racine quarrée $\sqrt{28\frac{2}{7}}$ eſt le coſté du quarré prochainement égal au cercle propoſé.

8. *Eſtant cogneu le coſté d'vn quarré ; cognoiſtre le diametre du cercle égal à iceluy.*

8. Soit faict que comme 11 eſt à 14, ainſi l'aire du quarré donné ſoit à vn autre, & viendra le quarré du diametre requis ; & partant la racine quarrée d'iceluy donnera le diametre du cercle prochainement égal au quarré propoſé. Ainſi le coſté d'vn quarré eſtant 10, l'aire d'iceluy ſera 100, & faiſant que comme 11 eſt à 14, ainſi 100 ſoit à vn autre nombre, iceluy ſera $127\frac{3}{11}$, dont la racine quarrée eſt $\sqrt{127\frac{3}{11}}$, & autant eſt le diametre du cercle égal au quarré propoſé.

Or puiſque toutes figures rectilignes ſe peuuent reduire en quarré, & au contraire qu'à tout quarré on peut donner vne figure rectiligne égale & ſemblable à vne propoſée ; il s'enſuit qu'on peut trouuer le diametre du cercle égal à quelconque figure rectiligne cogneuë ; & au contraire bailler les coſtez de quelconque figure rectiligne égale à vn cercle donné, non toutesfois exactement, mais ſi pres de la verité que l'erreur en ſera inſenſible, ſoit qu'on ſuiue les regles & preceptes cy-deſſus enſeignez au regard des nombres, ou bien les conſtructions Geometriques que le treſ-docte Viette a baillez ſur ce ſubiect de la quadrature du cercle, leſquelles auec autres voyes trouuées par quelques anciens, nous delaiſſons comme eſloignées de noſtre but & intention.

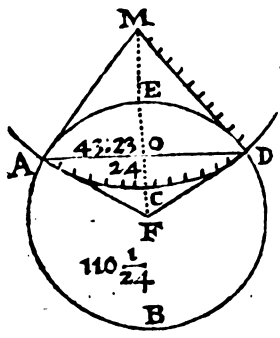
COROLLAIRE II.

Il s'enſuiura auſſi que la ſection d'vn cercle faicte par vn autre cercle pourra eſtre meſurée.

Comme ſoit la ſection à meſurer ABDC d'vn cercle qui a 14 pieds de diametre, couppée par vn autre cercle ADC, duquel le diametre eſt 21, & la circonference 66, il faut meſurer le ſecteur MAD *par le Corollaire precedent* : Poſons donc la ligne circulaire ou baſe du ſecteur ACD eſtre de 12 pieds & demy : maintenant il conuient multiplier 12 & demy par la moitié du demy-diametre CM (c'eſt à dire par 5 & 1 quart) & en prouiendra 65 & 5 huictieſmes pour le contenu du ſecteur MACD : deſquels il faut leuer le triangle recti-

Digitized by Google

ligne ADM, duquel chaſcun des deux coſtez MA, MD, faict 10 & demy: & la ligne droicte AD enuiron 12, la perpendiculaire MO 8, & 2 tiers, laquelle multipliée par DO (c'eſt à ſçauoir par 6) produira 52 pour le contenu du triangle: iceux 52 ſouſtraits du ſecteur MACD, qui contient 65 & 5 huictieſmes, reſtera le nombre 13 & 5 huictieſmes pour la ſection AODC.

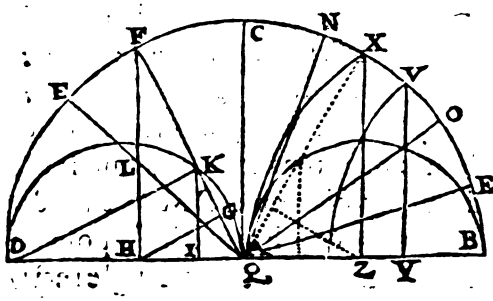


Ce faict faut meſurer le ſecteur FAED: poſons donc l'arc AED de 14: Et pource que 14 ſont la tierce partie de toute la circonference 44, il s'enſuyura que le ſecteur FAED ſera auſſi la tierce partie du contenu du cercle AEDB, & contiendra 51 & 1 tiers: mais il faut maintenant oſter le triangle rectiligne ADF pour obtenir le contenu d'vne chaſcune ſection. Il a eſté dit que FD eſt de 7, comme auſſi FA de 7, & AD 12. Si donc on multiplie OF par OD (c'eſt à dire 3 & demy par 6) il en prouiendra 21 pour le contenu du triangle ADF, leſquels 21 oſtez du ſecteur 51 & 1 tiers, reſtera 30 & 1 tiers que contiendra la ſection AODE. Et par ainſi il eſt manifeſte que l'autre ſection AODB contiendra 123 & 2 tiers, deſquels ſi finalement nous leuons la ſection AODC, qui contient 13 & 5 huictieſmes, reſtera le nombre 110 & 1 vingt-quatrieſme, qui ſera le contenu de la ſection courbeligne ACDB. Que ſi on adiouſte les meſmes 13 & 5 huictieſmes à l'autre AODE (qui contient 30 & 1 tiers) on aura 43 & 23 vingt-quatrieſme pour le contenu de l'autre figure courbeligne AEDCA.

COROLLAIRE III.

Les choſes ainſi demonſtrées, la ſuperficie du cercle pourra eſtre diuiſée en ſections, qui auront telle proportion qu'on voudra.

Soit pour exemple de demy-cercle BCD à diuiſer en deux demy-ſections leſquelles ayent telle proportion l'vne à l'autre que la circonference BE à la circonference ED. Il eſt notoire *par les precedentes* que le ſecteur EBA a la meſme proportion au ſecteur EDA. Soit donc faict le demy-cercle



Digitized by Google

cle DKA, apres adiouſte au ſecteur DEA vn autre ſecteur EFA, en ſorte que la baſe d'iceluy EF ſoit égale à la ligne droicte IK (i'entens ſelon la vulgaire tradition d'Archimedes) laquelle IK ſoit auſſi parallele à CA, & couppe le coſté FA au meſme poinct K. Ce faict tire la ligne FH parallele à CA, & tu auras la demy-ſection DFH égale au ſecteur DEA. La raiſon eſt que le ſecteur EFA, eſt égal au triangle rectiligne DKA *par la conſtruction*, & par conſequent au triangle FHA, *comme on peut colliger par la 36 du 6*: tellement que le triangle commun FLA eſtant oſté, l'eſpace EFL ſera égal au triangle LHA. Que ſi on veut acheuer tout le cercle, on aura les ſections toutes entieres, qui auront l'vne à l'autre la meſme proportion.

COROLLAIRE IV.

Le cercle pourra auſſi eſtre diuiſé en telle proportion qu'on voudra, par vn autre cercle.

Comme ſi ie veux diuiſer le demy-cercle de la figure precedente en telle proportiõ que DO à BO. Ie diuiſe en deux égallement OB, & rends par ce moyen la demy-ſection BVY égale au ſecteur EBA *par la precedente*. Apres ie tire vne ſemblable & égale demy-ſection ſçauoir VYI, & par tel moyen ceſte figure VBIV eſt égale au ſecteur OBS: & par conſequent a la meſme proportion à l'autre partie du cercle VCLI.

Que ſi on veut coupper encor vne autre partie par le meſme cercle, laquelle ſoit égale au ſecteur ONA: Il conuiendra lors diuiſer en deux également la circonference NB (& ſoit pour exemple au poinct O) & rendre vne demy-ſection (comme XZB) égale au ſecteur OBA *par les precedentes*. Puis deſcrire vne autre ſemblable demy-ſection XQZ qui ſera par ce moyen égale au ſecteur ONA, par ainſi ſe pourront continuer telles diuiſions par le meſme cercle. Et de cecy ne s'en eſt encor trouué rien de plus precis.

COROLLAIRE V.

De là eſt manifeſte que le cercle peut eſtre ſouſtraict de quelconque figure rectiligne qui luy ſera circonſcripte, & de laquelle la capacité ſera cogneue, & par ce moyen le contenu de ce qui reſtera ſera auſſi cogneu.

Digitized by Google

COROLLAIRE VI.

Les figures rectilignes inscriptes au cercle, pourront aussi estre soustraictes d'iceluy, si leur contenu est cogneu, & par ce moyen ce qui restera du cercle sera cogneu.

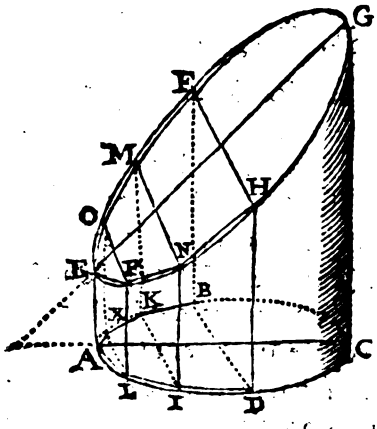
COROLLAIRE VII.

S'ensuit aussi que les places & superficies mixtes, c'est à dire comprises de lignes droictes & circulaires (les portions de cercles connexes ou concaues estans cogneuës) seront facillement mesurees.

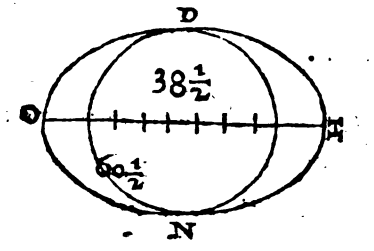
De la mesure de l'ouale.

CHAPITRE X.

La superficie de l'ouale peut estre mesurée, ayant la connoissance de la superficie du cercle descrit sur le plus petit diametre: car la superficie de ce cercle est au mesme ouale, comme le plus petit diametre est au plus grand.



CEla se prouue ainsi. Soit le cylindre duquel la base circulaire A B C D correspõde à l'ouale E F G H, lequel ouale soit coupé du cylindre par vne superficie plane, mais non en angles droicts n'y parallele à la base (*comme il est dit en la definition.*) Il est certain que F H estant le plus petit diametre correspondra aussi au diametre de la base B D, & le plus grand diametre E G, à l'autre diametre A C, s'entrecouppans en angles droict au centre d'vne chascune figure. Or dans le cercle de la base peut estre inscripte vne figure rectiligne reguliere, contenant plusieurs trapezes, comme B I, K L, & le triangle L A X: & le cylindre aussi peut estre couppé par superficies planes rectangles & paralleles l'vne à l'autre, eleuées de la base orthogonelle-



Digitized by Google

ment iuſques à l'ouale, comme BFHD, KMNI, XOPL, qui couperont les diametres EG & AC en angles droicts proportionnellement, *par la 17 du 11.*

Tous les trapezes donc auec le triangle, qui ſeront dedans le cercle ſçauoir BL, KL, & le triangle X A L, auront meſme raiſon aux trapezes & au triãgle FN, MP, OEP, comme AC à EG, *par le Corollaire de la premiere du 6.*

Il ne ſe peut donc inſcrire au cercle aucune figure rectiligne qui ait au contenu de l'ouale ſemblable raiſon, d'autant que la ſuperficie de l'ouale eſt plus grande que toutes les figures rectilignes qui luy ſont inſcriptes. Semblablement auſſi ne ſe pourra circonſcrire au cercle aucune figure rectiligne qui ait la meſme raiſon à l'ouale: d'autant que telles figures circõſcriptes aurõt la meſme raiſon aux circonſcriptes de l'ouale: & celles-cy ſont plus grandes & ſpatieuſes que l'ouale. Il s'enſuit donc que le contenu du cercle a telle raiſon au contenu de l'ouale, comme le petit diametre AC (c'eſt à dire FH) à E G.

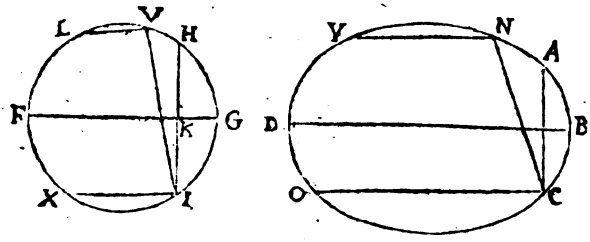
Si donc on propoſe vn ouale à meſurer, ayant pour ſon plus grand diametre 11 toiſes, & pour le plus petit 7: meſure le cercle duquel le diametre eſt 7, il contiendra 38 & demy: leſquels diuiſez par 7 donnent pour quotient le nombre 5 & demy: lequel multiplié par 11, faict 60 & demy, qu'eſt iuſtement l'aire de l'ouale: Car 60 & demy à 38 & demy a meſme raiſon que 11 à 7.

COROLLAIRE I.

Il eſt euident que ſi le grand diametre & celuy du cercle ſont couppez en meſme raiſon & en angles droicts par la baſe d'vn ſecteur, les ſections auront auſſi la meſme raiſon l'vne à l'autre.

Comme la ſection ABCD, laquelle eſt coupée par A C en angles droicts ſur le grand diametre DB, a meſme raiſon à la ſection du cercle HIG (couppée auſſi en angles droicts ſur FG, & en ſorte que DE eſt à FK, comme de DB à FG) que DB à FG *par les raiſons deuant dites.*

Digitized by Google



Encores si les diametres sont coupez autrement, comme NC, VI, & que les lignes NY, OC paralleles au diametre DB, ayent la raison deuant dite aux lignes VL & IX paralleles au diametre FG: la section NCD aura aussi la mesme raison à l'autre section VIG, que D B à FG, *par les prealeguées*. Et par tel moyen & consideration se pourront mesurer toutes autres sections d'ouale.

Posons donc la section du cercle HIG contenir 7 & 7 douziesmes (comme estant la circonference HGI la tierce partie du cercle qui a son diametre de 7) il est certain que la section de l'ouale ACB contiendra 11 & 11 douziesmes, pour obseruer la raison deuant dite.

COROLLAIRE II.

Il s'ensuit aussi que l'ouale peut estre soustraict de toute figure cogneuë qui luy sera circonscripte, & par consequent le residu sera facilement mesuré.

COROLLAIRE III.

Comme aussi toute figure cogneuë peut estre soustraicte de l'ouale, & le residu sera mesuré.

Ce que nostre autheur dit & demonstre en ce chapitre, est colligé des 5 & 6 p. du liure des Conoïdes & Spheroïdes d'Archimedes, à l'ayde de laquelle 5 p. Henrion a aussi demonstré au ch. 8. du 3 liure de sa Geometrie, que le cercle ayant pour diametre la moyenne proportionnelle entre le moindre & le plus grand diametre d'vne Elipse (ou figure semblable à icelle, vulgairement nommée oualle) est égal à ladite Elipse: suiuant lequel theoreme trouuons derechef l'aire ou surface de l'oualle proposée par nostre autheur. Multiplions donc le plus grand diametre 11 par le moindre 7, & viendront 77, dont la racine quarrée sera $\sqrt{77}$, pour le diametre du cercle égal à ladite oualle: & partant faisant que comme 14 est à 11, ainsi 77 soit à vn autre nombre; iceluy sera $60\frac{1}{2}$ pour le contenu dudit cercle ou surface de l'oualle proposée. Or nous ioindrons icy quelques problemes sur ce subiect de l'Elipse.

1. *Estant cogneu le moindre & le plus grand diametre d'vne Elipse; cognoistre le diametre du cercle égal à icelle Elipse.*

L'operation de cecy est manifeste, par ce que nous venons de dire cy dessus:

Digitized by Google

tellement qu'il n'y a qu'à trouuer le moyen proportionnel entre les diametres donnez, & on aura le requis : Ainſi le moindre diametre de l'oualle propoſee eſtant 8, & le plus grand 18, le moyen proportionnel entre ces diametre 8 & 18 eſt 12 : autant eſt donc le diametre du cercle égal à l'Elipſe propoſee.

Au contraire, diuiſant le quarré du diametre du cercle donné par quelconque nombre, iceluy & le quotient ſeront le moindre, & le plus grand diametre d'vne Elipſe égale audit cercle proposé.

2. *Eſtant cogneu le moindre ou le plus grand diametre d'vne Elipſe, & l'aire d'icelle, cognoiſtre l'autre d'iceux diametres.*

Puiſque quelconque Elipſe eſt égale au cercle, dont le diametre eſt moyen proportionnel entre le moindre & le plus grand diametre d'icelle : il eſt manifeſte qu'ayant trouué par le 5. prob. du ch. precedent le quarré du diametre du cercle, dont l'aire ſoit égal à l'Elipſe propoſee, ſi on diuiſe ledit quarré par le diametre de l'Elipſe cogneu, viendra l'autre diametre d'icelle. Ainſi le moindre diametre d'vne Elipſe, qui contient 154 en ſuperficie, eſtant 8, ie fais que comme 11 eſt à 14, ainſi 154 ſoit à vn autre nombre, & viendront 196 pour le quarré du diametre du cercle égal à ladite Elipſe proposée, lequel quarré 196 ie diuiſe par 8 diametre donné, & viennent au quotient 24 $\frac{1}{2}$ pour le plus grand diametre de ladite Elipſe.

3. *Eſtant cogneu le moindre, ou le plus grand diametre d'vne Elipſe égale à vne autre, de laquelle le plus petit & le plus grand diametre ſoient auſſi cogneus, cognoiſtre l'autre deſdits diametres.*

D'autant que les Elipſes égales ont les moindres & les plus grands de leurs diametres proportionnellement reciproques ; ayant multiplié les deux diametres cogneus entr'eux, & diuiſé le produict par l'autre diametre cogneu, viendra le diametre requis. Ainſi le plus grand diametre d'vne Elipſe eſtant 16, & que le moindre & le plus grand diametre d'vne autre Elipſe égale à icelle, ſoiét 8 & 12 ; ie multiplie ces deux diametres l'vn entr'eux, & viennent 96, que ie diuiſe par l'autre diametre 16, & viennent 6 pour le moindre diametre de l'Elipſe propoſee.

4. *Eſtans cogneus les moindres & les plus grands diametres de deux Elipſes diſſemblables ; cognoiſtre le moindre & le plus grand diametre d'vne autre Elipſe ſemblable à l'vne des propoſées, & égale à l'autre.*

Soient trouuez les moyens proportionnaux entre leſdits deux diametres de chacune deſdites Elipſes propoſees, qui ſeront diametres de cercles égaux à icelles Elipſes ; puis ayant trouué vn troiſieſme proportionnel à ces deux diametres trouuez, ſoit fait que comme le premier d'iceux diametres eſt à ce troiſieſme proportionnel, ainſi le quel on voudra des deux diametres de l'Elipſe, à laquelle on en veut faire vne ſemblable, ſoit à vn autre nombre ; & finalement entre ces deux derniers ſoit trouué vn moyen proportionnel, qui ſera le diametre de l'Elipſe requiſe homologue à celuy pris : Ce que nous rendrons manifeſte par l'exemple ſuiuant. Soient A 8, & B 18 les moindre & plus grand diametre d'vne Elipſe, mais C 9 & D 36 ceux d'vne autre ; & il faut trouuer le moindre & le plus grand diametre d'vne autre Elipſe qui ſoit

Digitized by Google

semblable à celle des diametres A, B, mais égale à celle de C, D. Premierement ie trouue le le moyen proportionnel L 12, mais entre B & K le moyen proportionnel M 27, lesquels moyens proportionnaux L & M sont le moindre & le plus grand des diametres d'vne Elipse semblable à celle dont A & B sont le moindre & le plus grand diametre, mais égale à celle des diametres C & D. Car d'autant que comme E est à G, ainsi A est à H, & B à K, & qu'entre iceux, L & M sont moyens proportionnaux: il y aura telle raison de A à L, que de B à M: & par consequent comme le diametre A est au diametre B, ainsi le diametre L, est au diametre M: Parquoy l'Elipse d'iceux diametres L & M sera semblable à celle des diametres A & B. D'auantage, puisque les cercles dont E & F sont diametres, sont égaux aux Elipses des diametres A, B, & C, D; comme E est à G, ainsi l'Elipse de A, B sera à l'Elipse de C, D: Mais aussi comme E est à G, ainsi ladite Elipse de A, B est à l'Elipse de L, M: icelle Elipse de L, M est donc égale à l'Elipse de C, D, ainsi qu'il estoit requis.

A.	E.	B.	C.	F.	D.
8.	12.	18.	9.	18.	36.
	G.		H.	K.	
	27.		18.	$40\frac{1}{2}$	
		L.		M.	
		12.		27.	

On obtiendra encore le mesme, si ayant trouué l'aire de l'vne & l'autre Elipse proposee, ainsi qu'il est dit cy deuant, sçauoir est de A, B $113\frac{1}{7}$, & de C, D $254\frac{4}{7}$, on fait que comme celle là $113\frac{1}{7}$ est à 64 quarré du diametre A, & à 324 quarré du diametre B, ainsi celle-cy $254\frac{4}{7}$ soit à d'autres, viendront 144, & 729, qui seront les quarrez des diametres L & M, qui partant seront 12 & 27 comme deuant; & ce d'autant que les Elipses semblables sont entr'elles comme les quarrez de leurs diametres homologues. Derechef, puisque le cercle du diametre F est égal, tant à l'Elipse des diametres C & D, qu'à celle requise L, M, qui doit estre semblable à celle de A & B: & par consequent L, F, M proportionnaux à A, E, B: il est manifeste que lesdits diametres L & M seront encore trouuez bien plus promptement que dessus, faisant que comme E est à chacun des diametres A & B, ainsi F soit à chacun des diametres L & M.

Or si au lieu de l'vne des Elipses proposees, vn cercle estoit donné, tellement qu'il les falust trouuer diametres susdits d'vne Elipse semblable à la proposee, mais égale audit cercle donné, l'operation n'en seroit dissemblable, mais encore plus prompte & aisee qu'auec les deux Elipses.

5. Estans cogneus les moindres & les plus grands diametres de tant d'Elipses qu'on voudra; cognoistre le plus grand & le petit diametre d'vne autre Elipse égale aux proposees, mais semblable à l'vne d'icelles.

L'operation de cecy est manifeste, puisque par les choses cy-deuant dites on peut trouuer les diametres des cercles égaux ausdites Elipses donnees,

Digitized by Google

& puis apres le diametre d'vn autre cercle égal à tous ceux-là: & finalement le moindre & le plus grand diametre d'vne Elipſe égale à ce cercle cy, & ſemblable à vne autre. Exemple, Soient trois Elipſes, deſquelles les plus petits diametres ſont A 2, C 4, & E 9, mais les plus grands ſont B 8, D 9, & F 16: Et il faut trouuer le moindre & le plus grand diametre d'vne autre Elipſe égale à toutes ces trois, mais ſemblable à la premiere. Premierement, ie trouue par le 1. probl. cy-deſſus les diametres des cercles égaux à icelles Elipſes, leſquels diametres ſont G 4, H 6, & I 12; puis par la 7 prop. du chap. precedent ie trouue que le diametre du cercle égal à tous ces trois là eſt K 14: finalement par le prec. prob. ie trouue L 7 pour le moindre diametre de l'Elipſe requiſe, & M 28 pour le plus grand.

	A.	G.	B.	C.	H.	D.	E.	I.	F.
	2.	4.	8.	4.	6.	9.	9.	12.	16.
			L.	K.		M.			
			7.	14.		28.			

Et puiſque à quelconque figure rectiligne propoſée on peut trouuer vn quarré égal, & puis à ce quarré vn cercle, ainſi que nous auõs enſeigné au ch. precedent, & finalement à vn cercle vne Elipſe: il eſt manifeſte & apparent qu'eſtans propoſees tant qu'on voudra de figures rectilignes, circulaires, & eliptiques, on peut donner vne autre figure égale à toutes les données, & ſemblable à celle qu'on voudra d'icelles.

6. Eſtans cogneus les moindres & les plus grands diametres de deux Elipſes inégales, cognoiſtre le moindre & le plus grand diametre d'vne autre Elipſe égale à la difference des propoſees, mais ſemblable à l'vne d'icelles.

Il eſt éuident qu'ayant trouué les diametres des cercles égaux aux deux Elipſes propoſees, & ſouſtrait le quarré du moindre deſdits deux diametres du quarré de l'autre, reſtera le quarré du diametre d'vn cercle égal à la difference deſdits deux cercles, ou Elipſes propoſees; & partant il ſera aiſé de trouuer le moindre & le plus grand diametre d'vne Elipſe égale à icelle difference, & ſemblable à laquelle on voudra deſdites deux Elipſes propoſees. Ainſi eſtant propoſees deux Elipſes inégales, deſquelles les moindres diametres ſoient A 2, & C 4, mais les plus grands B 8, & D 9: Et il faut ſouſtraire la moindre deſdites Elipſes de la plus grande, & trouuer le moindre & le plus grand diametre d'vne autre Elipſe égale au reſte, ou difference d'icelle, mais ſemblable à la premiere. Premierement ie trouue les diametres des cercles égaux à icelles Elipſes propoſees, qui ſont E 4, & F 6, deſquels les quarrez ſont 16 & 36: & celuy-là ſouſtrait de ceſtuy-cy, reſtent 20 pour le quarré de G diametre du cercle égal à la difference deſdits deux cercles, ou Elipſes propoſees: & faiſant que comme E eſt à chacun des diametres A & B, ainſi G $\sqrt{20}$ ſoit à autres H $\sqrt{5}$, & K $\sqrt{80}$, qui ſeront le moindre & le plus grand diametre de l'Elipſe requiſe.

	A.	E.	B.	C.	F.	D.			
	2.	4.	8.	4.	6.	9.			
		H.		G.		K.			
		$\sqrt{5}$.		$\sqrt{20}$.		$\sqrt{80}$.			

Or ce que nous auons dit au prob. precedent, touchant l'addition des diuerſes figures, a auſſi lieu en la ſouſtraction, c'eſt à dire qu'on peut ſouſtraire

Digitized by Google

vne figure rectiligne ou circulaire d'vne Eliptique; & au contraire, & en baillet vne égale au reste & differēce des proposees, mais semblable à celle qu'on voudra.

7. *Estans cogneus le moindre & le plus grand diametre de tant d'Elipses qu'on voudra; cognoistre la proportion qu'elles ont entr'elles.*

Si les Elipses proposees estoient semblables, elles seroient entr'elles comme les quarrez de leurs diametres homologues; mais quelles qu'elles soient, elles sont en la proportion des rectangles compris soubs le plus grand & le moindre de leursdits diametres. Parquoy les moindres diametres de trois Elipses estans A 2, C 4, & E 9, mais les plus grands B 8, D 9, & F 16, pour trouuer la proportion que lesdites Elipses ont entr'elles, ie multiplie le plus grand diametre de chacunes d'icelles par le moindre, & viennent 16, 36, & 144, & telle est la proportion desdites Elipses, ou bien comme 4, 9, & 36.

A.	B.	C.	D.	E.	F.
2.	8.	4.	9.	9.	16.

8. *Estans cogneus le moindre & le plus grand diametre d'vne Elipse; cognoistre ceux d'vne autre Elipse semblable, qui soit à la proposée, selon vne raison donnée.*

Il est manifeste que procedant tout ainsi qu'és figures rectilignes, on aura l'Elipse requise, c'est à dire qu'ayant trouué vn quatriesme nombre proportionnel aux deux termes de la raison donnée, & à l'vn ou l'autre diametres cogneus, si on trouue le moyen prop. entre iceluy quatriesme trouué, & ledit diametre pris, ledit moyen prop. sera le diametre homologue à celui pris. Ainsi le moindre diametre d'vne Elipse estant A 2, & le plus grand B 8; & qu'il faille trouuer les diametres homologues d'vne autre Elipse semblable à icelle proposee, & à laquelle ladite donnée soit comme C 4, à D 5. Faisant que comme C est à D, ainsi le diametre A soit à vn autre, viendra E $2\frac{1}{2}$, qui multiplié par A, viennent 5, dont la racine quarrée F $\sqrt{5}$ est pour le moindre diametre de l'Elipse requise: mais faisant que comme A est à B, ainsi F soit à vn autre, viendront $\sqrt{80}$ pour le plus grand diametre de ladite Elipse cherchée.

A.	B.	C.	D.
2.	8.	4.	5.

E.	F.	G.
$2\frac{1}{2}$	$\sqrt{5}$.	$\sqrt{80}$.

De la mesure de la superficie enclose dans vne ligne spirale.

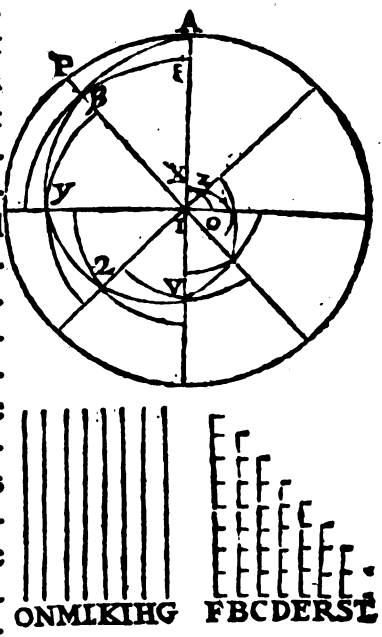
CHAP. XI.

La superficie enclose dans vne spirale en sa premiere reuolution, est égalle à la tierce partie du cercle, duquel le diametre est égal à la ligne de la premiere reuolution d'icelle spirale.

Comme

Digitized by Google

COmme ſoit laſpiralle IVQYA, & ligne de premiere reuolution IA, laquelle contienne pour exemple 7. Il a eſté mõſtré au chap. 9. que le cercle qui aura 7 pour demy-diametre contiendra 154, deſquels le tiers 51 & 1 tiers eſt égal à la ſuperficie encloſe de la ſpiralle & de la ligne de premiere reuolution IA. Ce qui ſe prouue ainſi. Soient autant de lignes droictes qu'on voudra, & leſquelles s'excedent l'vne l'autre également, & que l'exces ſoit egal à la plus petite d'icelles, comme TSREDCBF: ſoient encores autant d'autres lignes droictes, vne chacune égale à la plus grande F, comme GHHKLMNO, les quarrez d'vne chacune de celles-cy, auec le quarré de F, enſemble le produit de toutes les lignes TSREDCBF, & de la ligne T, ſeront triples aux quarrez faicts d'vne chaſcune TSREDCBF: Car 9 fois 64 pour les quarrez des huict grandes lignes & de F, font 576, auec le produit de 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, par la ligne T (c'eſt à dire 36) font 612, qui ſont triples aux quarrez de TSREDCBF, qui valent ſeulement 204. Et de là eſt manifeſte, que les quarrez des huict lignes (vne chaſcune deſquelles eſt égale à la plus longue) ſont moindres que triples aux quarrez des lignes qui s'excedent également, veu que pour eſtre triples il y faut adiouſter. Or comme tous cercles ſont ſemblables, & ont telle raiſon l'vn à l'autre que les quarrez de leur diametre, *par la 2 du 12*: ainſi ſont leurs parties équiangles encloſes dans la ſpiralle. Or ſi l'eſpace compris en la ſpiralle n'eſt égal à la tierce partie du cercle deuant dit, il ſera plus grand ou plus petit. Et poſons qu'il ſoit plus petit. Il eſt certain qu'à l'entour de la ſpiralle peut eſtre deſcrite vne figure compoſée de pieces ſemblables, en ſorte qu'elle ſera encore moindre que la tierce partie du meſme cercle, *par la commune ſentence premiſe*. Soit donc ainſi circonſcrite la figure de laquelle la plus grande piece ſoit IPA, & la plus petite IXZ: les lignes comprenãt telles pieces inegales (equiangles neãtmoins) menees dans le cercle du poinct I à la ligne ſpiralle



s'excedent l'vne l'autre également (*comme on peut colliger par la definition de la ſpiralle*) deſquelles la plus grande eſt I A, & la plus petite I Z, laquelle I Z eſt egale à l'excés, duquel vne chacune ſurpaſſe ſa precedente. Or il y a autant de lignes deſquelles chacune eſt égale à la plus grande, comme de celles qui s'excedent également: celles-cy ſont tirees du poinct I à la ſpiralle, les autres du meſme poinct I à la circonference du cercle, & les pieces compriſes, tant des vnes que des autres ſont ſemblables & equiangles: les pieces donc qui ſont compriſes des lignes égales à la plus longue, ſont moindres que triples aux autres pieces contenuës de lignes, qui s'excedent egalement, *comme il a eſté monſtré cy deuant.* Or les pieces compriſes des lignes egales à la plus longue ſont egales au cercle, qui a pour demi-diametre la ligne de premiere reuolution, & les pieces compriſes des lignes qui s'excedent egalement, ſont egales à la figure circonſcrite, que nous auions poſee eſtre moindre que la tierce partie du cercle. Ce qui ſe trouue faux. Poſons encor la ſuperficie encloſe en la ſpirale plus grande que la tierce partie du cercle. Soit dans la ſpiralle inſcrite vne figure de pieces ſemblables & equiangles, laquelle ſoit plus grande que la tierce partie du cercle deuant dit: & ſoit la plus grande piece I$^{\beta}$ ι, & la plus petite I Z O. Or il y a autant de lignes tirees de I à la circonference du cercle, comme de celles qui s'excedent egalement tirees à la ſpiralle: de celles-cy la plus grande eſt I A, & la plus petite I Z, egale à l'excés: & des vnes & des autres ſont compriſes ſemblables pieces & equiangles: les pieces donc contenuës & compriſes de celles qui s'excedent egalement (hors & excepté la piece qui ſe fait de la plus grande I A, laquelle n'eſt point nombree entre les pieces inſcrites) ſont moindres que la tierce partie des pieces compriſes des lignes egales à la plus grande: *comme il a eſté monſtré*: mais ces pieces cy ſont egales au contenu du cercle, que nous auons poſé moindre que triple à la ſuperficie compriſe en la ſpiralle. Ce qui eſt abſurde. Icelle donc n'eſtant ny plus grande, ny plus petite que la tierce partie de ſon cercle, ſera par neceſſité egale.

Ce que noſtre autheur a voulu icy prouuer, eſt demonſtré en la 24 p. du liure des Spirales d'Archimedes, où aura recours l'amateur d'entiere & parfaite demonſtration: car Archimede auparauant que venir à ladite 24 p. a demonſtré beaucoup de choſes qui meritent eſtre prouuees, & leſquelles noſtre autheur dit icy ſans s'arreſter à les demonſtrer, ſoit à cauſe des longues, ennuyeuſes & peu vtiles repetitions qu'il euſt falu faire icy, ou bien qu'il eſtima y auoir peu de perſonne curieux & amateurd'icelles demonſtrations, qui ne les

Digitized by Google

puisse voir és œuures de l'Autheur d'icelles; Et c'est aussi pourquoy nous les delaisserons, & dirons seulement qu'estant cogneu l'aire ou contenu d'vn plan spiral, compris d'vne ou plusieurs reuolutions, il sera aisé de cognoistre le diametre du cercle égal audit plan, par ce qui est enseigné és prob. du 9 ch. & puis apres qui desireroit les diametres d'vne Elipse, ou le costé de quelconque figure rectiligne reguliere, égale audit plan Spiral, le pourra aussi trouuer par ce que nous auons dit cy-deuant. Quant à ce que dit nostre autheur en l'article suiuant, il est demonstré en la 27 prop. des mesmes Spyrales d'Archimedes.

Quant aux autres reuolutions, comme deuxiesme, troisiesme, quatriesme, &c. Il me suffira de dire comme en passant, que la seconde est au cercle second, comme 7 à 12: la troisiesme est double à la seconde. La quatriesme triple à la mesme seconde. La cinquiesme est quadruple. Et ainsi des autres suiuantes. Quant à la premiere reuolution, c'est la sixiesme partie de la seconde. De cecy ie ne bailleray autre raison que l'authorité *d'Archimedes*, qui en a amplement traitté, ensemble des sectiõs de telles superficies, lesquelles nous laissons à cause de briefveté, ioint aussi que le fondement a esté mechanique: & ce que nous auons traitté de la premiere reuolution, est d'autant que elle est plus simple, plus cogneuë & vulgaire, & que le mesme Archimedes s'en sert pour monstrer la longueur de la circonference du cercle, & aussi que telles demonstrations ne peuuent estre desagreables à ceux qui se delectent és subtilitez Geometriques.

Fin du second Liure.

Digitized by Google

A MONSEIGNEVR D'O,

CHEVALIER DES DEVX ORDRES du Roy, &c. Gouuerneur & Lieutenant general pour ſa Majeſté à Paris, & Iſle de France.

MONSEIGNEVR,

I'ay eſté aſſez long-temps en ſuſpend, auant que me reſoudre à vous offrir ce petit traitté. Ie penſois que la main d'où il partoit, le pourroit rendre meſpriſable : D'autre coſté, ie me repreſentois voſtre bon naturel & humanité, qui a touſiours eu plus d'égard à la bonne volonté, qu'à la grandeur & valeur des preſens. Ceſte derniere conſideration l'a emporté. Ie vous ſupplie donc le receuoir de bon œil, cela me donnera courage de rechercher les moyens, ſous voſtre aduen, de mettre en lumiere choſe qui vous ſera plus agreable. Cependant ie demeureray,

Voſtre tres-humble & tres-obeïſſant ſeruiteur,

L. ERRARD.

Digitized by Google

LE TROISIESME LIVRE.

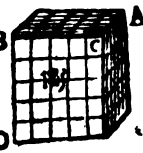
De la meſure des Solides; Et premier des Rectangles.

CHAPITRE I.

TOVT ainſi qu'en la meſure des ſuperficies planes nous auons commencé par le quarré, auſſi en la meſure des ſolides conuient commencer par le cube, comme par le plus ſimple de tous les ſolides rectangles, & par lequel ſont meſurez tous autres ſolides, *comme il a eſté dit és definitions.*

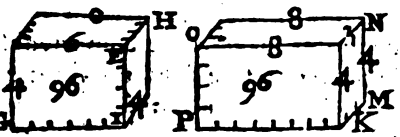
De tout ſolide rectangle, la plus petite face multipliee par le plus long coſté, ou la plus grande face par le plus petit coſté, produit le contenu du rectangle ſolide donné.

Comme ſoit premierement le cube donné ABCD, ayant de chacun coſté 5 pieds: faut multiplier B D par BC, c'eſt à dire 5 par 5, & il en prouiendra 25 pour l'vne des faces, leſquels multipliez par le coſté C A (qui eſt 5) produiront 125 pieds cubes, qui eſt le contenu vniuerſel du cube *par la 19. definition du 7.*



Soit encor le ſolide rectangle long d'vn coſté G H, ayant les lignes de ſes coſtez 4 & 6: ie multiplie I E par E H (c'eſt à dire 4 par 4) qui produiſent 16 pour la plus petite face I H, laquelle multipliee par I G, qui eſt 6, produit 96 pieds cubes, pour le contenu du corps donné G H. Ou autrement ie multiplie la plus grande face E G qui contient 24 par le plus petit coſté E H (qui eſt 4) & en vient le meſme produit.

Soit auſſi le ſolide rectangle long des deux coſtez PN: ie multiplie la plus petite face NK (qui contient 12) par KP (c'eſt à dire par 8) & le produit 96 eſt le contenu du ſolide. Ou bien ie multiplie la plus grande



Digitized by Google

face O K (qui est 12) par le plus petit costé K M (qui est 3) & en vient le mesme produit.

Or tout ainsi qu'au liure precedent nous auons adjoint à chasque ch. quelques propositions sur le subiect d'iceluy, aussi ferons-nous en celuy-cy, mais plus brefvement toutesfois qu'au precedent.

1. *Estant cogneu le costé d'vn cube; cognoistre la superdiagonalle d'iceluy.*

Puis que par la 47 p.1. ou 15 p.13. il est manifeste que le quarré dudit costé du cube est le tiers de celuy de la superdiagonalle; si ayant multiplié le costé du cube proposé en soy, & triplé le produit, on prend la racine quarree de ce qui en viendra, elle sera la superdiagonalle requise. Ainsi le costé d'vn cube estant 5; ie multiplie 5 en soy, & viennent 25, que ie triple, & sont 75, dont la racine quarree est $\sqrt{75}$, qui sera pour la superdiagonalle dudit cube proposé.

2. *Estant cogneuë la superdiagonalle d'vn cube; cognoistre le costé d'iceluy.*

Il est manifeste que le tiers du quarré de ladite superdiagonalle, est celuy du costé du cube. Parquoy la superdiagonalle d'vn cube estant 6, son quarré sera 36, dont le tiers est 12, & la racine d'iceluy tiers est $\sqrt{12}$, qui sera le costé du cube, duquel la superdiagonalle est 6.

3. *Estant cogneuë la somme du costé d'vn cube & de la superdiagonalle d'iceluy; on peut cognoistre ledit costé du cube.*

Car la moytié du quarré dudit aggregé est egal à la somme du quarré dudit costé du cube, & du rectangle compris d'iceluy costé & aggregé donné: Parquoy ayant posé que la racine quarree de la moitié du quarré de l'aggregé donné soit moyenne proportionnelle entre deux nombres, desquels la difference soit ledit aggregé (si on trouue le moindre desdits deux nombres, comme nous auons dit cy deuant) il sera le costé du cube requis. Ainsi l'aggregé du costé d'vn cube auec sa superdiagonalle estant $\sqrt{48}+4$; le quarré d'iceluy aggregé sera $64+\sqrt{3072}$, & sa moytié $32+\sqrt{768}$, que i'adiouste à $16+\sqrt{192}$, quarré de la moytié dudit aggregé donné, & viennent $48+\sqrt{1728}$, dont la racine est $6+\sqrt{12}$, de laquelle racine i'oste la moytié dudit aggregé donné, & reste 4 pour le costé du cube cherché. Trouuons encore ledit costé par voye Algebraïque: Ie pose que ledit costé du cube requis soit 1 N: donc la superdiagonalle d'iceluy sera $\sqrt{48}+4-1$ N, & son quarré sera $1\text{ Q}+64+\sqrt{3072}-\sqrt{192}$ N -8 N; qui seront egaux à 3 Q, puis que le quarré de la superdiagonalle d'vn cube est triple du quarré du costé d'iceluy: Et procedant à la reduction de l'equation viendra 1 Q egal à $16+\sqrt{192}-\sqrt{12}$ N -2 N; & partant l'extraction donnera 4 pour la valeur dudit costé du cube, comme deuant.

4. *Estant cogneu l'excez de la superdiagonalle d'vn cube par dessus le costé d'iceluy; on peut cognoistre ledit costé.*

Car la moytié du quarré de l'excez donné, est egal au quarré du costé du cube moins le rectangle compris dudit costé & excez: Parquoy si on trouue le plus grand de deux nombres, entre lesquels le costé de ladite moytié du quarré de l'excez donné soit moyen proportionnel, & iceluy excez leur difference; iceluy nombre sera le costé du cube requis. Ainsi l'excez ou difference d'entre la superdiagonalle d'vn cube, & le costé d'iceluy estant $\sqrt{48}-4$, &c

Digitized by Google

trouue que le quarré d'icelle difference est 64—γ3072, & partant sa moytié sera 32—γ768, que i'adiouste au quarré de la moytié dudit excez donné, & viennent 48—γ1728, dont la racine quarree est 6—γ12, à laquelle i'adiouste la moytié de l'excez donné, & viennent 4 pour le costé du cube requis. L'operation Algebraique ne sera difficile apres celle du precedent prob. c'est pourquoy nous la delaisserons.

5. Estant donné le nombre produit de la superdiagonalle d'vn cube multipliee par le costé d'iceluy; cognoistre ledit costé.

D'autant que le tiers du quarré dudit produit est egal au quarré de quarré du costé du cube, ayant multiplié le nombre donné par soy-mesme, & pris le tiers de ce qui en viendra; la racine quarree d'iceluy tiers donnera le quarré du costé requis. Ainsi le produit de la superdiagonalle d'vn cube multipliee par le costé d'iceluy estant γ243; le quarré d'iceluy produit sera 243, duquel le tiers est 81, dont la racine quarree est 9, & la racine quarree d'iceluy est 3; autant est le costé du cube cherché. Soit derechef proposé γ1875 pour le produit de la superdiagonalle d'vn cube multiplié par le costé dudit cube; & il faut trouuer iceluy costé. Ie pose que ledit costé soit $\frac{m}{1}$; la superdiagonalle sera donc $\frac{\gamma 1875}{1\frac{m}{1}}$, & son quarré $\frac{1875}{1\frac{m}{1}}$, mais celuy du costé sera $1\frac{m}{1}$; & partant $3\frac{m}{1}$ seront egaux à $\frac{1875}{1\frac{m}{1}}$, & par multiplication croisee $3\frac{mm}{1}$ seront egaux à 1875, c'est à dire $1\frac{qq}{1}$ egaux à 625: Parquoy 1 vaudra 5: autant sera donc le costé du cube demandé.

6. Estans cogneus les costez de la base d'vn parallelipipede rectangle, & aussi sa hauteur; cognoistre la superdiagonalle d'iceluy.

Il est manifeste par la 47. p. 1. que l'aggregé des quarrez des deux costez de la base estant adiousté au quarré de la hauteur, donnera le quarré de ladite superdiagonalle: Parquoy estant requis la superdiagonalle d'vn parallelipipede rectangle, les costez de la base duquel soient 3 & 4, & sa hauteur 12; ie multiplie chasque costé de la base, & hauteur en soy, & viennent 9, 16, & 144, que i'adiouste ensemble, & viennent 169, dont la racine quarree 13, est la diagonalle requise.

7. Estant cogneu la difference de la hauteur d'vn parallelipipede rectangle à chasque costé de la base, & la somme de tous les trois; cognoistre icelle hauteur & costez.

Si l'vne & l'autre difference sont de mesme sorte, l'aggregé d'icelles soit adiousté ou soustrait de la somme donnée (c'est assavoir adiousté si lesdites differences sont excés de la haulteur pardessus les costez, mais osté, si elles sont excés des costez pardessus ladite haulteur) & le tiers du reste sera la haulteur requise, à laquelle estant adiousté ou soustrait chacune des differences données, viendrons les costez de la base cherchez. Ainsi l'excés d'vn costé de la base d'vn parallelipipede pardessus la haulteur d'iceluy estant 5, & celuy de l'autre costé 3, mais l'aggregé d'iceux costez & haulteur soit 20: pour trouuer iceux costez & haulteur, i'assemble lesdites differences, & sont 8, que i'oste de l'aggregé 20 (à cause que lesdites differences sont excés pardessus la haulteur)

Digitized by Google

& restent 12, dont le tiers 4, sera la haulteur du parallelipipede proposé, à laquelle i'adjouste chacune des differences données 5 & 3, & viennent 9 & 7 pour lesdits costez de la base dudit parallelipipede.

Mais si lesdites differences n'estoient de mesme sorte, la difference d'icelles soit adioustée ou soustraite de l'aggregé donné, (adioustee, si desdites differences donnee l'excés de la haulteur est la plus grande, mais ostee, si elle est la moindre,) & le tiers du reste sera la haulteur requise, à laquelle estant adioustee & soustraite chacune des differences données, viendront les costez de la base. Ainsi l'excés d'vn costé de la base d'vn parallelipipede pardessus la haulteur d'iceluy estant 2, & l'excés de ladite haulteur pardessus l'autre costé 4, mais la somme tant desdits costez que hauteur soit 19 : La difference d'iceux excez est 2, que i'adiouste à l'aggregé donné 19, & sont 21, dont le tiers 7 sera la hauteur du parallelipipede proposé; & partãt l'vn des costez de la base d'iceluy est 9, & l'autre 3. Soit encore 5 l'excez d'vn costé de la base pardessus la hauteur, & 2 l'excez d'icelle hauteur pardessus l'autre costé, mais que l'aggregé d'iceux costez & hauteur soit 15. Ie pose que ladite hauteur soit 1℞ : donc le plus grand costé sera 5+1℞, & l'autre 1℞—2; leur aggregé sera donc 3℞+3, qui seront egaux à 15 : ostons 3 de part & d'autre, & resteront 3℞ egales à 12; & partant chasque racine vaudra 4 : & autant sera la hauteur cherchee, & par consequent le plus grand costé sera 9, & le moindre 2.

8. *La difference de la hauteur d'vn parallelipipede à chasque costé de la base d'iceluy estant cogneuë, & aussi la raison d'icelle à l'vn desdits costez; cognoistre icelle hauteur & costez.*

D'autant que comme la difference des termes de la raison est à celuy correspondant à la hauteur, ainsi la difference d'icelle au costé correspondant, sera à ladite hauteur; il est aisé de cognoistre icelle hauteur, & puis apres les costez. Ainsi l'excez d'vn costé de la base d'vn parallelipipede pardessus la hauteur d'iceluy soit 3, & la raison d'icelle hauteur à iceluy costé soit comme 2 à 3, mais l'excez d'icelle pardessus l'autre costé de la base soit 4. La difference des termes de la raison est 1, faisant donc que comme 1 est à 2, (terme de la raison correspondant à la hauteur) ainsi la difference 3 soit à vn autre, viendront 6 pour ladite hauteur, & partant le plus grand costé de la base sera 9, & l'autre 2. Derechef l'excez d'vn costé pardessus la hauteur soit 4, & de l'autre costé 2, mais la raison du moindre costé à ladite hauteur soit comme 3 à 2. Ie pose que ladite hauteur soit 2℞ : Donc le moindre costé de la base sera 3℞ : & partant leur difference sera 1℞, laquelle sera egale à la difference donnee 2. Donc la hauteur cherchee sera 4 : & par consequent le plus grand costé sera 9, & le moindre 6.

9. *Estant cogneuë la somme des costez de la base d'vn parallelipipede & hauteur d'iceluy, & encore la proportion d'iceux; on peut cognoistre lesdits costez, & hauteur du parallelipipede.*

Car comme la somme des termes de la proportion est auquel on voudra d'iceux, ainsi la somme donnee est au costé correspondant. Parquoy l'aggregé des costez de la base d'vn parallelipipede auec sa hauteur estant 18, & la proportion d'iceux costez & hauteur, comme 4, 3, 2 : l'aggregé des termes d'i-

Digitized by Google

celle proportion est 9, & faisant que cõme 9 est à chacun d'iceux termes 4, 3, 2 : ainsi l'aggregé donné 18 soit à autres, viendront 8, 6, & 4, pour iceux costez & hauteur requise. Soit encore 17 l'aggregé des costez de la base, auec la hauteur d'vn parallelipipede, qui sont entr'eux comme 3, $\frac{3}{4}$, 2. Ie pose que le plus grand costé soit 3ℵ : l'autre costé sera donc $\frac{3}{4}$ℵ, & la hauteur 2ℵ : & la somme d'iceux sera $5\frac{3}{4}$ℵ, qui sont egales à 17 : diuisant donc 17 par $5\frac{3}{4}$, viendront 3 pour la valeur d'vne racine : & partant le plus grand costé sera 9, le moindre 2, & la hauteur 6.

10. *Estant cogneu le contenu d'vn parallelipipede rectangle, & la proportion que les costez de la base & hauteur d'iceluy ont entr'eux ; cognoistre lesdits costez & hauteur du parallelipipede.*

D'autant que les corps semblables sont en raison triplee de leurs costez homologues : si on conçoit vn parallelipipede compris des termes de la proportion donnee, il y aura telle raison du contenu d'iceluy parallelipipede à celuy donné, que du cube de chacun terme de la proportion donnee au cube du costé homologue au terme pris : Parquoy le contenu d'vn parallelipipede estant 480, & la proportion des costez de la base & hauteur d'iceluy comme 5, 4, 3 : pour trouuer lesdits costez & hauteur dudit parallelipipede, i'en conçois vn autre dont les costez de la base soient 5 & 4, & la hauteur 3 : & partant le contenu d'iceluy parallelipipede sera 60 : Maintenant ie fais que comme 60 est à 480, ainsi le cube de chacun des termes de la proportion, sçauoir est 125, 64, & 27, soit à vn autre, & viendront 1000, 512, & 216, pour les cubes des costez, & hauteur requises : tellement que l'vn des costez de la base du parallelip. proposé sera 10, l'autre 8, & la hauteur 6. Soit derechef vn parallelipipede, dont le contenu soit 216, & la proportion des costez de la base & hauteur d'iceluy soit comme 4, 2, 1 : pour trouuer lesdits costez & hauteur, ie pose que le plus grand costé de la base soit 4ℵ, l'autre sera donc 2ℵ, & la hauteur 1ℵ : multiplions ces racines entr'elles, & viendront 8 cubes egaux à 216 : & partant chasque cube vaudra 27, & par consequent la valeur d'vne racine sera 3 : Ainsi le plus grand costé du parallelipipede proposé sera 12, l'autre 6, & la hauteur 3.

11. *Estant cogneue la superdiagonalle d'vn parallelipipede rectangle, & la proportion que la hauteur, & costez de la base d'iceluy ont entr'eux ; cognoistre icelle hauteur & costez de la base dudit parallelipipede.*

Ayant trouué la superdiagonalle du parallelipipede compris sous les termes de la proportion donnee, soit fait que comme ceste superdiagonale trouuee sera à la donnee, ainsi chasque terme de la proportion soit à vn autre, & viendront les costez & hauteur requises. Ainsi la superdiagonalle d'vn parallelipipede, duquel les costez de la base & hauteur sont entr'eux comme 5, 4, 3, estant $\sqrt{200}$; pour trouuer lesdits costez & hauteur d'iceluy parallelip. i'assemble les quarrez des termes de la proportion donnee, afin d'auoir celuy de la diagonalle du parallelipipede rectangle compris d'iceux termes, & trouue qu'icelle diagonalle est $\sqrt{50}$: faisans donc que comme icelle diagonalle $\sqrt{50}$ est à la donnee $\sqrt{200}$, ainsi chasque terme de la prop. donnee 5, 4, & 3 soit à vn autre, viendront 10, 8, & 6, pour les costez & hauteur requises. Soit en-

Digitized by Google

core vn parallelipipede, duquel les costez de la base & hauteur soiēt entr'eux comme 4, 2, & 1, & la superdiagonalle $\sqrt{189}$: Ie pose que le plus grand costé de la base soit 4℞: Donc l'autre sera 2℞, & la hauteur 1℞; & partant la superdiagonalle sera 21q, qui seront donc egaux à $\sqrt{189}$, & par consequent on trouuera qu'vne racine vaut 3, & ainsi le plus grand costé de la base du parallelipipede proposé sera 12, l'autre 6, & la hauteur d'iceluy 3.

12. *Estant cogneu l'aggregé de la superdiagonalle, des costez de la base, & de la hauteur d'vn parallelipipede rectangle, & aussi la proportion que lesdits costez & hauteur ont entr'eux; cognoistre iceux costez & hauteur.*

Ayant trouué la superdiagonalle du parallelipipede compris sous les termes de la proportion donnee: comme l'aggregé d'icelle diagonalle, & des termes de ladite proportion sera à l'aggregé donné, ainsi chasque terme d'icelle proportion sera à son homologue requis: Parquoy l'aggregé de la diagonalle d'vn parallelipipede, & des costez de la base & hauteur d'iceluy estant $\sqrt{200}+24$, & la proportion desdits costez & hauteur comme 5, 4, & 3: Ie trouue que la diagonalle du parallelipede compris des termes d'icelle propor. est $\sqrt{50}$, & l'aggregé d'icelle diagonalle auec lesdits termes $\sqrt{50}+12$: faisant dōc que comme $\sqrt{50}+12$ est $\sqrt{200}+24$, ainsi chasque terme de la prop. donnee 5, 4, & 3 soit à vn autre, viendront 10, 8, & 6, pour les costez & hauteur requises. Soit encore vn parallelipipede, duquel les costez, & hauteur soient entr'eux comme 4, 2, & 1, & l'aggregé d'iceux costez & hauteur auec la superdiagonalle soit $\sqrt{189}+7$: Ie pose que le plus grand costé de la base soit 4℞: l'autre sera donc 2℞, & la hauteur 1℞, & la diagonalle 21q: tellement que 21q+7℞ seront egaux à $\sqrt{189}+7$: & partant la valeur d'vne racine sera 3, & par consequent le plus grand costé de la base du parallelipipede sera 12, l'autre 6, & la hauteur 3.

13. *Estant cogneu le costé d'vn cube, trouuer le costé d'vn autre, qui soit au donné, selon vne raison proposee.*

Soit fait que comme le terme de la raison donnée, correspondant au cube proposé, est à l'autre terme, ainsi le costé dudit cube proposé soit à vn autre, puis entre ledict costé du cube, & ce nombre trouué soit cherché le premier de deux millieux proportionnaux; & iceluy sera le costé du cube requis. Ainsi le costé d'vn cube estant 4, qu'il faille trouuer le costé d'vn autre cube, auquel le donné soit comme 2 à 5: pour ce faire, soit fait que comme 2 est à 5, ainsi 4 soit à vn autre nombre, & viendra 10, lequel ie multiplie par le costé donné 4, & viennent 40, que ie multiplie derechef par 4, & viennent 160, qui est le contenu du cube requis, dont la racine cubique est $\sqrt{c}$ 160, qui est le costé cherché. Mais est à notter que si on vouloit trouuer le costé d'vn cube double, triple, quadruple, &c. d'vn proposé, ou biē qui fut moitié, tiers, quart, &c. d'iceluy: il seroit plus prompt de doubler, tripler, quadrupler, &c. le contenu du cube proposé, ou bien en prendre la moitié, le tiers, &c. selon qu'il seroit proposé, & la racine cubique de ce, donneroit le costé du cube requis. Ainsi voulant trouuer le costé d'vn cube qui soit quintuple d'vn autre, dont le costé est 3: le contenu d'iceluy cube est 27, qui multiplié par 5, viennent 135, qui est pour le contenu du cube requis, & son costé sera $\sqrt{c}$ 135.

Or en la mesme maniere que dessus, on peut aussi trouuer les costez d'vn

rallelipipede, (ou de quelconque autre ſolide) qui ſoit à vn ſemblable propoſé, ſelon vne raiſon donnée: Car ayant fait que comme le terme correſpondant au ſolide donné, eſt à l'autre terme, ainſi chacun des coſtez dudit ſolide proposé ſoit à vn autre, ſi on trouue le premier de deux moyens proportionnaux entre le coſté pris, & ce quatrieſme proportionnel trouué, viendra le coſté du ſolide homologue au coſté pris. Ainſi les coſtez de la baſe d'vn parallelipipede rectangle eſtans 3, & 4, mais la haulteur 6: pour trouuer les coſtez de la baſe & haulteur d'vn autre ſolide ſemblable à celuy-cy, & auquel il ſoit comme 2 à 3: ſoit fait que comme 3 eſt à 2, ainſi la haulteur 6 ſoit à vn autre nombre, & viendra 4, que ie multiplie par ladite haulteur 6, & viennent 24, que ie multiplie derechef par 6, & viennent 144, dont la racine cubique, ſçauoir eſt $\sqrt{c}$ 144, eſt pour la haulteur du parallelipipede requis: & procedant tout ainſi auec les deux coſtez de la baſe donnée 3 & 4, on trouuera $\sqrt{c}$ 18, & $\sqrt{c}$ 42 $\frac{2}{3}$ pour les deux coſtez de la baſe du ſolide requis. Et eſt à notter, qu'ayant trouué l'vn des coſtez, on peut trouuer les autres par vn quatrieſme proportionnel: Ainſi ayant trouué cy deſſus que la haulteur du ſolide demãdé eſtoit $\sqrt{c}$ 144, faiſant que comme la haulteur 6, eſt à la trouuée $\sqrt{c}$ 144, ainſi chacun des coſtez de la baſe propoſee, 3 & 4 ſoit à vn quatrieſme proportionnel, it celuy ſera le coſté homologue à celuy pris.

14. *Eſtans cogneus les coſtez homologues de pluſieurs parallelipipedes, ou autres ſolides ſemblables; cognoiſtre le coſté d'vn autre ſolide ſemblable, & égal aux propoſez.*

Les coſtez homologues donnez ſoient chacun multipliez cubiquement, & les nombres produicts eſtans recueillis en vne ſomme, la racine cube d'icelle ſera le coſté homologue cherché. Comme pour exemple, ſi les coſtez homologues de deux figures ſolides ſemblables ſont 2 & 4: le cube de chacun d'iceux coſtez ſera 8 & 64, qui adiouſtez enſemble font 72, & la racine cubique d'iceluy nombre eſt $\sqrt{c}$ 72: & autant eſt le coſté homologue du ſolide ſemblable, & égal aux propoſez. Le meſme coſté ſeroit auſſi trouué, ſi ayant vn quatrieſme nombre pris continuellement proportionnel aux deux coſtez donnez 4 & 2, on l'adiouſte au premier 4, viendra 4 $\frac{1}{2}$, & le premier de deux moyens proportionnaux d'entre ces deux cy 4 & 4 $\frac{1}{2}$, ſera le meſme coſté $\sqrt{c}$ 72.

15. *Eſtans cogneus les coſtez homologues de deux parallelipipedes ou autres ſolides ſemblables & inégaux; cognoiſtre le coſté homologue d'vn autre ſolide ſemblable, & égal à la difference des donnez.*

Ayant multiplié cubiquement chaſque coſté donné, ſoit oſté le moindre produict du plus grand, & la racine cube du reſte ſera le coſté homologue d'vn corps ſemblable aux propoſez, & égal à leur difference. Ainſi les coſtez homologues de deux parallelipipedes ſemblables eſtans 4 & 2; pour trouuer le coſté homologue d'vn autre parallelipipede ſemblable, & égal à la difference des donnez, ie multiplie cubiquemẽt chaſque coſté donné 4 & 2, & viennẽt 64. & 8, deſquels le moindre oſté du plus grand, reſtent 56, dont la racine cubique eſt le coſté du parallelipipede égal à la difference des propoſez. On trouueroit encore ledit coſté prenant vn quatrieſme nombre continuellement proportionnel aux deux coſtez donnez 4 & 2, qui ſeroit $\frac{1}{2}$, lequel oſté du pre-

Digitized by Google

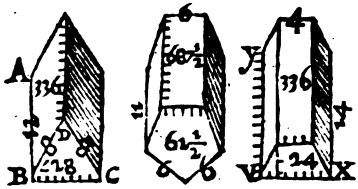
mier & plus grand costé 4, restent $3\frac{1}{2}$: & puis apres le premier de deux moyens proportionnaux entre ces deux cy 4, & $3\frac{1}{2}$, sera le mesme costé V c 56.

Comment sont mesurées les colomnes.

CHAP. II.

De toute colomne, l'vne des bases multipliée par la hauteur de ladite colomne, produict le contenu solide d'icelle.

COmme soit premierement le prisme ABCD, duquel la base soit vn triangle equilateral, ayant pour chacun costé 8 : il est certain que tel triangle pourra contenir enuiron 28 ; lesquels multipliez par la hauteur A B, (que nous poserons de 12) produiront 336 pieds cubes, pour le contenu du prisme. La raison est, que si la base est reduite en rectangle, la colomne quadrangulaire de mesme hauteur, esleuée orthogonellement sur iceluy rectangle, sera egalle au prisme donné.



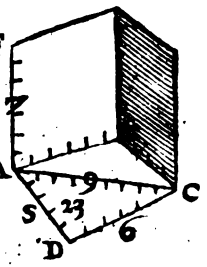
Soit encores la colomne pentagonalle, de laquelle la base ayant pour chacun costé 6, & estant mesurée, *par le ch. 8. du liure precedent*, contiendra 62 & demy, lesquels aussi multipliez par la hauteur 11, produiront en fin 687 & demy, pour le contenu de toute la colomne : *& ce par les raisons prealeguées* : & ainsi seront facilement mesurées toutes autres colomnes regulieres.

Soit aussi à mesurer le prisme trapeze V X Y Z, duquel le costé de la base V X contienne 8. pieds, & celuy qui luy est opposé 4. Et la ligne perpendiculaire de l'vn à l'autre soit aussi 4. il est manifeste, *par le chap. 7. du second liure*, que la superficie de telle base sera de 24. pieds, lesquels multipliez par la hauteur V Y (que nous posons de 14) produiront 336 pieds cubes pour tout le contenu du prisme trapeze donné.

Par la mesme facilité sera aussi mesurée la colomne, de laquelle la base est figure irreguliere, comme tablette : sçauoir en reduisant icelle base en deux triangles, comme A B C, A C D, desquels la superficie sera mesurée, *comme il a esté monstré au liure second en traittant des triangles.*

Digitized by Google

Si donc AB contient en longueur 6, BC 4, AC 9, DA 5, DC 6: le triangle ABC pourra contenir enuiron 9 pieds, & le triangle ACD 14: lesquels ioincts feront 23 pour toute la superficie de la figure ABCD: icelle multipliée par la hauteur perpendiculaire AE (que nous posons de 7) produira 161 pieds solides pour tout le contenu du corps EC. Et pour mesurer la superficie.



De toute colomne esleuee orthogonellement sur la base (hors les deux bases) faut multiplier la circonference de la base par la hauteur d'icelle colomne, & le produit sera egal à la superficie des costez.

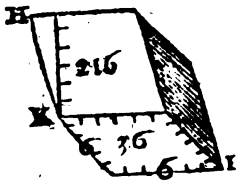
Est icy à notter qu'il faut que la base de tout corps proposé à mesurer soit trouuee le plus exactement que faire se pourra, d'autant que peu d'erreur en icelle se multiplie par la hauteur du solide, & par consequent l'erreur se rendra tant plus sensible que ladite hauteur sera grande: Ainsi nostre autheur presupposant que l'aire de la base triangulaire BCD est 28, trouue pour le contenu du prisme ABCD 336, & il ne peut estre que $332\frac{1}{2}$ peu plus: car la base est seulement $27\frac{13}{18}$: Pareillement posant que la base pentagonalle ayant 6 de chasque costé est $62\frac{1}{2}$, le contenu solide de toute la colomne est $687\frac{1}{2}$, & il ne peut seulement estre $681\frac{5}{12}$: car ladite base n'est pas qu'enuiron $61\frac{55}{72}$: Tellement qu'en ces deux exemples-là nostre autheur excede de beaucoup la iuste mesure: mais au dernier exemple de la colomne ABCDE, qui a pour base la tablette ABCD, nostredit autheur luy baille 5 moins qu'il ne faut: car il trouue que ledit corps contient en sa solidité seulement 161, & il en contient presque 166: pource que sa base ayant ses costez selon qu'ils sont cottez, contiedra en sa surface enuiron $23\frac{79}{112}$. Il est donc manifeste par ces exemples de combien il importe que la base de tout corps proposé à mesurer soit exactement supputee: Ce que nous dirons seulement icy pour ne le repeter en plusieurs endroits de ce liure où nostre autheur ne s'arreste guere aux penibles & ennuyeuses supputations, lesquelles toutefois i'estime vtiles & neccessaires aux choses reelles & materielles, esquelles est besoin de conseruer le droict à vn chacun de ceux à qui l'affaire touche & preiudicie.

Comment sont mesurez les Rhomboïdes solides.

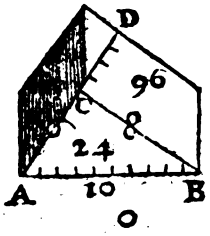
CHAP. III.

De tout Rhomboïde, ayant les deux bases paralleles, & egales, la superficie de l'vne multipliee par la perpendiculaire qui tombe de l'vne desdites bases à l'autre, produit le contenu solide de tout le Rhomboïde.

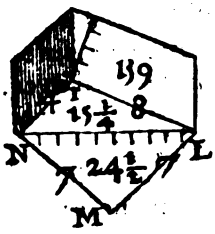
Digitized by Google



POur exemple, ſoit du Rhomboide HI (qui a ſes deux baſes paralleles & egales) la ſuperficie de l'vne d'icelles meſuree, comme KI, laquelle ſoit quarree & de 6 pieds de chacun coſté: icelle contiendra 36, laquelle multipliee par la perpendiculaire qui tombe de l'vne à l'autre (comme OK, que nous poſons auſſi de ſix pieds) produira 216, pour tout le tout le contenu ſolide du Rhomboïde HI. La raiſon eſt que la colomne quadrangulaire qui aura ſa baſe egale à celle du Rhomboïde, & ſa hauteur auſſi egale à OK, le contenu ſera egal au contenu du Rhomboïde HI: *comme on peut colliger par la 31. du 11.*



Si le Rhomboide a ſa baſe triangulaire, de laquelle les coſtez ſoient 6, 8, & 10, comme ABC, tel triangle ſera rectangle, *par la 47. du 1.* & contiendra 24, leſquels multipliez par DC (qui eſt la perpendiculaire entre les deux baſes, & qui contiendra 4) produirons 96, pour le contenu ſolide du Rhomboïde ABCD.



Mais ſi quelqu'autre Rhomboïde auoit ſa baſe irreguliere, comme NILM, lors conuiendroit la reduire en deux triãgles, ainſi qu'il eſt icy monſtré. Et poſons que l'vn ait pour trois coſtez 4, 8, & 10, & l'autre 7, 7, & 10: ceſtuy-cy pourra contenir 24 & demy, & l'autre enuiron 15 & 1 quart: leſquels ioints enſemble font 39 & 3 quarts, multipliez par l'eſpeſſeur du Rhomboïde, c'eſt à dire, par la ligne perpendiculaire, qui tombe d'vne des baſes ſur l'autre IO, (que nous poſons de 4 pieds) produiront 159 pieds cubes, pour le contenu vniuerſel du Rhomboïde NILMO. Et ainſi ſeront meſurez tous autres ſolides, qui auront leurs baſes paralleles, egales, & de pluſieurs angles, ſoient reguliers ou irreguliers, Rhomboides, ou non.

Mais quant aux autres ſolides compris de pluſieurs ſuperficies planes & irregulieres, & non paralleles, ils ſeront meſurez en les reduiſant premierement en pyramides, leſquelles on pourra facilement meſurer, ſi leurs coſtez peuuent eſtre diſtinguez & cogneus, comme il ſera monſtré cy apres: car autrement ne s'en peuuent donner aucuns preceptes.

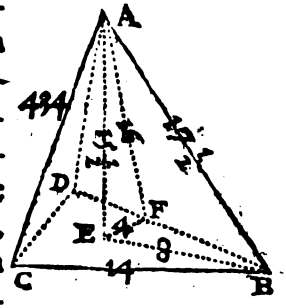
Digitized by Google

Comment ſont meſurees les Pyramides.

CHAP. IV.

De toute Pyramide, la ſuperficie de la baſe multipliee par le tiers de la ligne perpendiculaire, qui tombe de la cime & ſommet de la Pyramide ſur icelle baſe : ou le tiers d'icelle ſuperficie multipliee par toute icelle perpendiculaire, produit le contenu ſolide de la Pyramide.

COmme ſoit la Pyramide equilatere à meſurer A B C D, de laquelle la baſe ſoit vn triangle Iſopleure B C D, ayant de chacun coſté 14 pieds: tel triangle pourra contenir enuiron 84. Apres poſons la longueur de chacun coſté de la Pyramide (comme A B) de 17. pieds & demy: il eſt manifeſte, *par la 47 du 1*, que le quarré de A B eſt egal au quarré de la perpendiculaire A E (laquelle tombe du ſommet de la Pyramide en angles droits ſur le centre de la baſe E) & au quarré de E B. Or E B peut auoir 8 pieds de longueur, le quarré de laquelle 64, ſouſtrait du quarré de A B, qui eſt 306, reſtent 242, pour le quarré de la perpendiculaire A E, la racine quarree deſquels (ſçauoir enuiron 15 & demy) eſt la hauteur d'icelle perpendiculaire. Si donc ie multiplie toute la baſe 84 par le tiers de 15 & demi, ou le tiers de la baſe (28) par 15 & demi, il en prouiendra 434 pieds cubes, pour le contenu vniuerſel de la Pyramide propoſee. La raiſon eſt, que ceſte Pyramide eſt la tierce partie du priſme qui aura meſme baſe & hauteur, *comme il ſe collige des Corollaires de la 7. du* 12. Et ainſi ſeront meſurees toutes autres Pyramides, tant regulieres qu'irregulieres, & ayans leurs baſes de tant d'angles qu'on voudra.



I'eſtime que la plus grande difficulté qu'on puiſſe rencontrer en la meſure du contenu ſolide d'vne Pyramide, eſt à trouuer la hauteur d'icelle, laquelle on obtiendra, ſoit qu'on la meſure ainſi qu'il eſt enſeigné au premier liure, ou bien qu'on accommode au ſommet d'icelle quelque plan parallel à la baſe, duquel tombe quelque plomb ou perpendicle ſur le plan de ladite baſe: On obtiendra encore icelle hauteur par la doctrine des triangles rectilignes, ayant meſuré vn des coſtez de la Pyramide, & l'inclination d'iceluy à la baſe, ſoit par le moyen du compas de prop. d'vne Sauterelle, ou autre inſtrument à ce propre. Il y a encore quelques autres moyens (mais peculiers ſou-

Digitized by Google

lement à quelques Pyramides) dont les Geometres se pourront fort bien seruir, & mettre en pratique lors que l'occasion s'en presentera, comme quād la Pyramide a tous ses costez & la base triangulaire, ou de costez egaux, à cause qu'alors la perpendiculaire tiree du sommet d'icelle Pyramide à la base va rencontrer le centre du cercle circonscrit ou inscrit en icelle; tellemēt que par le moyen d'vn costé de la Pyramide, comme A B, & de la distance du centre du cercle inscrit en la base iusques à l'angle d'icelle, comme E B, ou bien par le moyen de la perpendiculaire tiree du sommet au plan de l'vn des costez de la Pyramide comme A F, & du semi-diametre dudit cercle inscrit, comme E F; on obtiendra facilemēt la perpendiculaire ou hauteur de la Pyramide. Or nous auons enseigné au liure precedent à trouuer lesdites distances E F & E B, c'est pourquoy nous n'en dirons rien icy, mais bien adiousterons en cest endroit vn plus court moyen peculier au Tetraedre, qui est tel: A cause que par la 13. p. 13. le quarré du diametre de la sphere est au quarré du costé du Tetraedre en raison sesquialtere, si on fait que comme 2 est à 3, ainsi le quarré dudit costé du Tetraedre soit à vn autre, viendra le quarré du diametre de la sphere, auquel peut estre inscrit iceluy Tetraedre; & partant la racine quarree de ce 4. nombre proportionnel sera le diametre de ladite sphere, les deux tiers duquel seront la hauteur cherchee par le Corol. de ladite 13. p. 13.

Et pour mesurer la superficie des costez de la Pyramide, faut y proceder comme il a esté monstré és chap. 3. & 4. du 2 liure. Ou autrement mesure le triangle qui sera equiangle à la base, & duquel la ligne tiree de son centre en angles droits sur l'vn des costez de la base, sera la moyenne proportionnelle entre A F & F E: car iceluy sera egal à la superficie cherchee. Ce qui se monstre ainsi.

La base est à la superficie laterale, comme E F à F A: *par la 1 du 6*, d'autant qu'elles ont vn mesme multipliant (sçauoir la moytié du circuit de la base), pour produire leur contenu. Or la base sera au triangle predit de la moyenne proportionnelle, comme E F à F A (c'est à dire en raison double des costez) *par la 19 du 6*. Dont s'ensuiura *par la 9. du 5.* que ce triangle sera egal à la superficie laterele de la Pyramide.

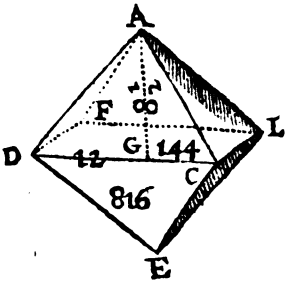
COROLLAIRE I.

Les corps reguliers composez de plusieurs Pyramides regulieres equicrures, seront aussi facilement mesurez.

Comme soit l'octahedre ABCDEF, lequel est composé de huit Pyramides trilateres equicrures & egales, ou de deux Pyramides quadrilateres semblables equicrures & egales: ie pose que la base commune

Digitized by Google

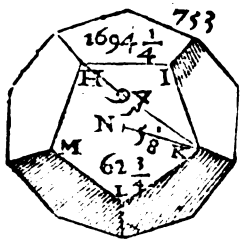
commune de ces deux BCDF, ait pour chacun costé 12: Icelle base contiendra 144, le tiers desquels (sçauoir 48) multiplié par la perpendiculaire A G (c'est à dire 8 & demy) produira 408 pour le contenu de la moytié de l'Octahedre: lequel nombre 408 doublé fera 816 pour le contenu solide de tout l'octahedre A B C D E F.



Nostre autheur n'enseigne point à trouuer la perpendiculaire AG, pource qu'il est aisé de la cognoistre, estant manifeste par la 47. p. 1. que le quarré d'icelle est moytié du quarré du costé de l'octahedre proposé. Maiseste à noter que si on multiplie le quarré du costé de l'octahedre proposé par le diametre d'iceluy (qui est le mesme que celuy de la sphere qui peust circonscrire ledit octahedre, & lequel on aura si du double du quarré dudit costé de l'octahedre on prend la racine quarree par la 14. p. 13.) le tiers du produit donnera encore le contenu solide de tout l'octahedre.

Le Dodecahedre sera aussi facilement mesuré. Comme pour exemple posons que l'vn de ses pentagones H I K L M ait pour chacun costé 6 pieds, iceluy pourra contenir en sa superficie enuiron 62 & 3 quarts, *comme il est monstré au chap. 8. du 2 liure.* Mais afin de trouuer au plus prés la perpendiculaire qui tombe du centre de tout le corps sur le centre de chacun pentagone, & les longueurs des lignes de telle pyramide, qui sont incommensurables, ie mettray icy en auant ce qui peut estre tiré des elemens d'Euclide. Il faut donc estre aduerty que la ligne H K subtendente l'vn des angles du pentagone est le costé d'vn cube inscrit en la mesme sphere, en laquelle est aussi inscrit le Dodecahedre, *par le probleme 5 du 13.* C'est à dire que la superdiagonalle du cube est le diametre de la mesme sphere, & par consequent double au costé de la pyramide qui a pour sa base le pentagone H I K L M. Si donc les lignes H K & N K sont cogneuës, il sera facile de trouuer le costé de la pyramide, & par consequent la perpendiculaire. Mais la superdiagonalle de ce cube (c'est à dire le diametre de la sphere circonscrite au Dodecahedre) est triple par puissance au costé du mesme cube, *par le probleme 3 du 13.* Il conuient donc multiplier H K (laquelle pourra auoir de longueur enuiron 9 & 4 cinquiesmes) par soy-mesme, le produit sera 96: lequel produit triplé fera 288, desquels la racine quarree (qui est quasi 17) sera la longueur du diametre de ladite sphere, double au costé de la pyramide,

Digitized by Google

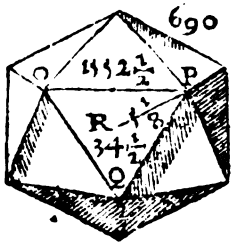


lequel costé (c'est à dire 8 & demy) multiplié par soy-mesme fait le nombre 72, egal aux quarrez de N K, & de la perpendiculaire tiree du centre de la figure solide sur le poinct N. *par la 47 du 1.*

Si donc nous posons N K de 5 & 1 huitiesme, son quarré 26 & 1 quart soubstrait de 72 resteront 45 & 3 quarts, desquels la racine quarree (qui est enuiron 6 & 3 quarts) sera la hauteur de la perpendiculaire cherchee.

Si nous multiplions le pentagone (c'est à dire 62 & 3 quarts) par le tiers de la perpendiculaire, il en prouiendra 141 & 3 seiziesmes, pour le contenu de l'vne des douzes pyramides du Dodecahedre: iceux 141 & 3 seiziesmes, multipliez par 12, produiront finalement 1694 pieds & 1 quart solides pour tout le contenu vniuersel du Dodecahedre.

Quant à l'Icosahedre, & pour trouuer sa mesure, il faut estre aduerty *par la 4 du 14.* Qu'vn mesme cercle comprend & le pentagone du Dodecahedre, & le triangle de l'Icosahedre inscrits en vne mesme sphere: dont est euident que les perpendiculaires & les costez des pyramides de l'vn & de l'autre inscrits en vne mesme sphere, sont egaux entr'eux: & par consequent le solide du Dodecahedre au solide de l'Icosahedre sera comme la superficie de l'vn, à la superficie de l'autre: c'est à dire comme la ligne H K à la ligne O P, *par la 16 & 8 du 14.* & cecy se peut aisément demonstrer, si on diuise les 12 pentagones en 60 triangles: car la moytié du costé d'vn triangle (c'est à dire la moytié de 5 & 1 huitiesme) multipliee par la moytié de H K, produit la superficie de l'vn des 60 triangles: comme en semblable si les 20 triangles de l'Icosahedre sont diuisez en 60 triangles, la perpendiculaire d'vn chacun sera la moytié de 5 & 1 huitiesme, laquelle multipliee par la moytié de O P, produira le contenu de l'vn de ces 60 triangles.



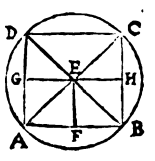
Si donc on mesure la superficie de l'vn des triangles, comme O P Q: le costé duquel est quasi de 9 pieds, le contenu de ce triangle pourra estre 34 pieds & demy, multipliez par le tiers de la perpendiculaire qui tombe du centre de l'Icosahedre sur le poinct R, laquelle nous auons trouuee de 6 & 3 quarts, produit 77 pieds solides & 5 hui-

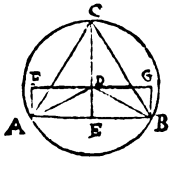
Digitized by Google

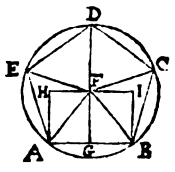
tiesmes, pour le contenu de la pyramide trilatere, qui a sa base OPQ: lesquels 77 & 5 huitiesmes multipliez par 20, font 1552 pieds & demy cubes pour tout le contenu vniuersel de l'Icosahedre.

Dont est euident que le solide du Dodecahedre 1694 fait 49 parties, desquelles le solide de l'Icosahedre 1552 en fait vn peu moins de 45: comme aussi la superficie de l'vn 753 faisant 49 parties, la superficie de l'autre 690 en fera peu moins de 45, qui est quasi comme 12 à 11: & ainsi sera la raison de la ligne H K à la ligne O P: ce qu'il falloit demonstrer.

Afin de rendre plus intelligible ce que dit icy nostre autheur, touchant la mesure du contenu solide, tant du Dodecahedre que de l'Icosahedre, nous dirons encore quelque chose sur ce moyen de mesurer, non seulement ces deux corps reguliers, mais aussi l'appliquerons aux trois autres corps reguliers. D'autant que si du centre de la base de quelque corps que ce soit sont tirees des lignes droites à chasque angle d'icelle base, elle sera diuisee en autant de triangles qu'il y a d'angles ou de costez en icelle; & partant si ce nombre de triangle est multiplié par le nombre des faces ou superficies qui comprennent le corps regulier proposé, le produit monstrera le nombre de tous les triangles contenus en toute la superficie conuexe dudit corps. Ainsi la base quarree d'vn cube A B C D estant diuisee en quatre triangles par lignes droites menees du centre E aux quatre angles dudit quarré; les six faces d'iceluy cube contiendront ensemble 24 tels triangles. Item la base triangulaire d'vn Tetraedre, Octaedre & Icosaedre A B C, estant diuisee en trois triangles par lignes droites menees du centre D à chasque angle de ladite base;





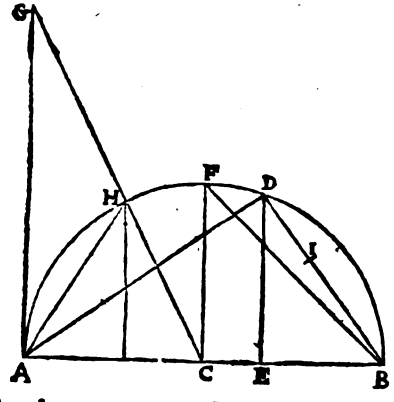


le Tetraedre qui est compris de 4 faces ou bases, contiendra en toute sa superficie conuexe 12 tels triangles; & l'Octaedre en contiendra 24 en ses 8 bases: mais l'Icosaedre estant compris de 20 bases, aura 60 tels triangles en toute sa surface conuexe. Pareillement le Dodecaedre ayant 12 faces pentagonalles, telles que la base A B C D E, laquelle est diuisee en 5 triangles par lignes droites menees du centre F; aura en toute sa superficie conuexe 60 tels triangles. Maintenant puisque deux tels triangles sont ensemble egaux au rectangle contenu sous la perpendiculaire tiree du centre de la base au costé, & sous ledit costé, il y aura 12 tels rectangles en toute la superficie du cube: six en celle du Tetraedre, douze en la surface de l'Octaedre, & 30 tant en la superficie du Dodecaedre que de l'Icosaedre. Or estant tiree en la base du cube A B C D la perpendiculaire E F, elle sera egale à la moytié du costé du cube. Car puis que par ce qui est demonstré au scholie de la 26. p. 1. la perpendiculaire E F couppe la base AB egalement, & que par la 6. p. 1. elle est egale

Digitized by Google

à A F, il conſte qu'icelle E F eſt egale à la moytié du coſté du cube. Mais eſtant tiree en la baſe du Tetraedre, Octaedre, & Icoſaedre, vne perpend. D E, elle ſera moytié du ſemi-diametre C D. Veu donc que par la 12. p. 13. le quarré du coſté A C eſt triple du quarré du ſemi-diametre C D; ſi on fait que comme 1 eſt à 1, ainſi le quarré du coſté donné A C ſoit à vn autre, ſera produit le quarré du ſemi-diametre C D: & partant la moytié de la racine quarree d'iceluy produit donnera la perpendiculaire D E. Finalement eſtant tiree en la baſe pentagonalle du Dodecaedre la perpendiculaire F G, elle ſera cogneuë oſtant du quarré du ſemi-diametre A F, le quarré de A G moytié du coſté de la baſe pentagonalle du Dodecaedre, ou bien prenant moytié de l'aggregé du ſemi-diametre A F, & du coſté du decagone inſcrit au cercle A B D par la 1. p. 14. Ayant donc cogneu le coſté de la baſe d'vn corps regulier, & la perpendiculaire menee du centre d'icelle baſe au coſté, on trouuera la ſuperficie conuexe d'iceluy corps propoſé, laquelle eſtant multipliee par la perpendiculaire tombant du centre d'iceluy corps ſur l'vne de ſes baſes, le tiers du produit donnera le contenu ſolide dudit corps regulier propoſé.

Or pour d'autant plus illuſtrer & rendre manifeſte les choſes cy-deſſus, nous enſeignerons encore à cognoiſtre tant les coſtez des cinq corps reguliers inſcriptibles en vne meſme Sphere, dont le diametre ſoit cogneu, que les perpendiculaires tombantes du centre de la Sphere ſur la baſe de chacun deſdits corps reguliers, comme auſſi leurs ſuperficies conuexes, & contenus ſolides, ayant au prealable trouué leſdits coſtez, ſuiuant ce qui eſt dict & demonſtré en la 18 p. 13.



Soit donc la ligne droite A B le diametre d'vne Sphere: Et il faut trouuer les coſtez des 5 corps reguliers inſcriptibles en icelle. Ayant deſcrit ſur iceluy diametre A B le demy cercle A D B, ſoit diuiſé icelui diametre en E, tellemẽt que A E ſoit double de E B, & du poinct E ſoit eſleuee la perpendiculaire E D, & mené A D, qui ſera le coſté du Tetraedre: mais ayant mené B D, icelle ſera le coſté du cube: en apres du centre C ſoit eſleué à angles droicts le ſemi-diametre C F, & menee B F, qui ſera le coſté de l'Octaedre: par apres ſoit eſleuee la perpendiculaire A G egale au diametre A B, & menee C G coupant la periphere en H, & ayant mené A H, elle ſera le coſté de l'Icoſaedre: Finalemẽt ſoit coupé le coſté du cube B D en la moyenne & extréme raiſon en I, & le plus grand ſegment B I ſera le coſté du Dodecaedre. Maintenant appliquons les nombres à ceſte conſtruction Geometrique.

Le diametre de la Sphere A B ſoit 12: la partie A E ſera donc 8, & E B 4; & partant la moïenne proportionnelle E D ſera $\sqrt{32}$, dont le quarré 32 eſtant

Digitized by Google

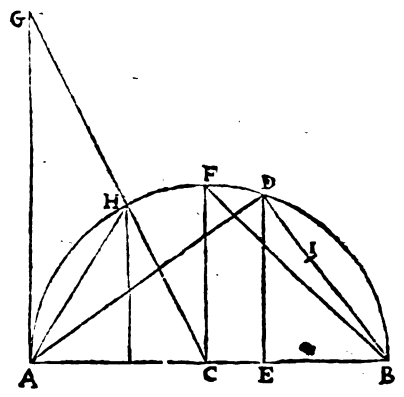
adiousté au quarré de AE, viendront 96, dont la racine, sçauoir est $\sqrt{96}$, sera pour AD costé de la pyramide ou tetraedre; lequel sera aussi donné comme dict est cy-deuant, si on fait que comme 3 à 2, ainsi 144 quarré du diametre AB soit à vn autre 96: ou bien faisant que comme 3 est à $\sqrt{6}$, ainsi le diametre 12 soit à vn autre $\sqrt{96}$. Et puis que par le corol. de la 12. p. 13. le quarré du costé du triangle equilateral est au quarré du diametre du cercle qui le circonscrit comme 3 à 4; faisant que comme 3 est à 4, ainsi 96 quarré du costé AD soit à vn autre, viendront 118 pour le quarré du diametre du cercle circonscriuant la base du tetraedre; & partant le semi-diametre sera $\sqrt{32}$, & sa moitié à laquelle est egale la perpendic. menee du centre de la base au costé sera $\sqrt{8}$. Mais nous auons dit que la superficie conuexe du tetraedre contient six rectangles faicts soubs ladite perpendiculaire & le costé: multipliant donc le costé $\sqrt{96}$ par la perpendicul. $\sqrt{8}$, viendront $\sqrt{768}$, qui multipliez par 6, donneront $\sqrt{27648}$ pour l'aire ou superficie conuexe dudit tetraedre. Or puis que par le corol. de la 13. p. 13. la perpendiculaire tombant du sommet du tetraedre au plan de la base, est les deux tiers du diametre de la sphere AB, icelle perpendicul. sera 8: & par le mesme corol. la perpendicul. tombante du centre de la sphere audit plan de la base est la sixiesme partie dudit diametre AB; partant icelle perpendiculaire est 2, par laquelle estant multipliée la superficie conuexe cy-dessus trouuee, viendront $\sqrt{110592}$, dont le tiers est $\sqrt{12288}$: & autant est le contenu solide de tout le tetraedre.

Maintenant le quarré du costé AD estant osté du quarré du diametre AB, resteront 48, dont la racine quarrée $\sqrt{48}$ est le costé du cube BD; lequel seroit aussi donné prenant le tiers du quarré dudit diametre AB. Or il est manifeste que tant la perpendiculaire tombante du centre de la base au costé, que celle tõbante du centre du cube à ladite base, est egale à la moitié dudit costé; & partant chacune d'icelle sera $\sqrt{12}$: & puis que la superficie conuexe du cube contient 12 rectangles compris soubs ladite perpendiculaire, & le costé; multipliant le costé $\sqrt{48}$ par ladicte perpendiculaire $\sqrt{12}$, viendront 24, qui multipliez par 12, viendront 288 pour la superficie conuexe du cube, laquelle multipliee derechef par la perpendicul. $\sqrt{12}$, viendront $\sqrt{995328}$, dont le tiers $\sqrt{110592}$ est pour le contenu solide du cube.

Quant à l'octaedre, le quarré du diametre AB est double du quarré d'iceluy costé de l'octaedre BF; & partant ledit costé BF est $\sqrt{72}$. Mais par la 12. p. 13. le semidiam. du cercle circonscriuant la base triangulaire dudit Octaedre sera $\sqrt{24}$; & partant la perpendiculaire tiree du centre d'icelle base au costé sera $\sqrt{6}$. Et puis que la superficie conuexe dudit octaedre est egale à douze fois le rectangle compris soubs icelle perpendiculaire, & le costé de la base; multipliant ledit costé $\sqrt{72}$ par icelle perpendiculaire $\sqrt{6}$, viendront $\sqrt{432}$, qui multipliez par 12, viendront $\sqrt{62208}$ pour la superficie conuexe de l'octaedre, qui multiplee par $\sqrt{12}$ (qui est la perpendicul. tombante du centre de la sphere à la base de l'octaedre; car icelle est la moitié du costé du cube inscrit en vne mesme sphere, ou bien à cause que le quarré du semidiametre de ladite sphere est triple du quarré de ladite perpendic.) viendront $\sqrt{746496}$, dont le tiers 288 est le contenu solide de l'octaedre.

Digitized by Google

Pour le regard du costé du dodecaedre, qui est BI, il sera $\gamma 60 - \gamma 12$, puis qu'il est le plus grand segment de BD $\gamma 48$ couppé en la moyenne & extreme raison. Or nous auons trouué au liure precedent, que la raison du diametre du cercle au costé du pentagone inscrit en iceluy cercle est comme 4 à $\gamma(10 - \gamma 20)$; & partant si on fait que comme $10 - \gamma 20$ est à 4, ainsi $72 - \gamma 2880$ quarré du costé du pentagone de la base du dodecaedre soit à vn autre, viendront $24 - \gamma 115\frac{1}{3}$ pour le quarré du semi-diametre du cercle circonscriuant la base pentagonale du dodecaedre; & par consequent iceluy semidiametre est $\gamma(24 - \gamma 115\frac{1}{3},)$ du quarré duquel estant osté le quarré de la moitié du costé, scauoir est $18 - \gamma 180$, resteront $6 + \gamma 7\frac{1}{3}$ pour le quarré de la perpendiculaire tombante du centre de la base au costé d'icelle; & partant icelle perpend. sera $\gamma(6 + \gamma 7\frac{1}{3})$, par laquelle estant multiplié le costé de ladite base $\gamma 60 - \gamma 12$, viendront $\gamma(288 - \gamma 16588\frac{4}{9})$, qui multipliez par 30 (à cause que la superficie conuexe du dodecaedre contient 30 fois ce produit) donneront $\gamma(259200 - \gamma 13436928000)$ pour toute la superficie conuexe du dodecaedre, qui a $\gamma 60 - \gamma 12$ pour chasque costé de ses bases. Et pour auoir la perpendiculaire tombante du centre de la sphere sur chacune d'icelles bases, soit osté le quarré du semi-diametre du cercle qui les circonscrit de celuy du semidiametre de la sphere, scauoir est $24 - \gamma 115\frac{1}{9}$ de 36, & resteront $12 + \gamma 115\frac{1}{9}$, pour le quarré de ladite perpendiculaire, qui partant est $\gamma(12 + \gamma 115\frac{1}{9})$, par laquelle soit multipliee ladite superficie conuexe trouuee, & le tiers du produit, scauoir est $\gamma(207360 + \gamma 23887872000)$ sera le contenu solide dudit dodecaedre inscrit en la sphere qui a 12 pour diametre.



Reste finalement l'icosaedre, dont le costé est AH; pour trouuer lequel soit tiree de H la perpendiculaire HK, afin d'auoir les deux triangles rectangles AGC, KHC equiangles. Et d'autant que AG est egal au diametre AB & AC la moitié d'iceluy, GC sera $\gamma 180$; & faisant que comme GC $\gamma 180$ est à GA 12, ainsi CH 6 soit à vn autre, viendront $\gamma 28\frac{4}{5}$ pour HK; & partant KC sera $\gamma 7\frac{1}{5}$, qui osté de AC 6, resteront $6 - \gamma 7\frac{1}{5}$ pour AK, duquel le quarré est $43\frac{1}{5} - \gamma 1036\frac{4}{5}$, qui adiousté au quarré de KH $28\frac{4}{5}$, viendront $72 - \gamma 1036\frac{4}{5}$ pour le quarré de AH costé de l'icosaedre, & partant iceluy costé est $\gamma(72 - \gamma 1036\frac{4}{5})$. Et puis que par la 3. p. 14. vn mesme cercle circonscrit le pentagone du dodecaedre, & le triangle de l'icosaedre inscrit en vne mesme sphere, le semi-diametre du cercle circonscriuant ledit triangle de l'icosaedre sera $\gamma(24 - \gamma 115\frac{1}{5})$ du quarré duquel estant osté le quarré de la moitié du costé, scauoir est $18 - \gamma 64\frac{4}{5}$ resteront $6 - \gamma 7\frac{1}{5}$, pour le quarré de la perpendiculaire menee du centre de l'vne des bases au costé d'icelle; & partant icelle perpendicul. est $\gamma(6 - \gamma 7\frac{1}{5})$, par laquelle estant multiplié ledit costé de la base

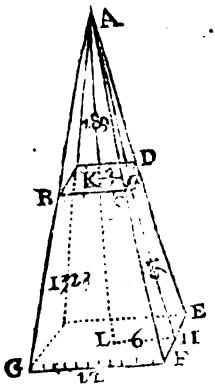
Digitized by Google

& le produict $\sqrt{(518\frac{4}{5}-\sqrt{149299\frac{1}{5}})}$ estant aussi multiplié par 30, viendront $\sqrt{(466560-\sqrt{120932352000})}$ pour toute la superficie de l'icosaedre. Et puis que par la susdite 3. prop. 14. vn mesme cercle circonscrit tant le pentagone du dodecaedre que le triangle de l'icosaedre, il s'ensuit que les perpendiculaires tombantes du centre de la sphere sur la base de l'vn & l'autre solide sont egales: icelle est donc telle que dessus, sçauoir est $\sqrt{(12+\sqrt{115\frac{1}{5}})}$, par laquelle estant multipliee la superficie cy-dessus trouuee, & pris le tiers du produict, viendront $\sqrt{(207360+\sqrt{85996339 2})}$ pour le contenu solide de l'icosaedre, dont le costé AH est $\sqrt{(72-\sqrt{1036\frac{4}{5}})}$.

COROLLAIRE II.

Toute pyramide reguliere equicrure, & recindee par vn plan semblable & parallele à la base, sera mesuree auec la mesme facilité.

Car continuant les costez d'icelle iusques à ce qu'ils se rencontrent en vn mesme sommet, la pyramide sera parfaite, & pourra estre mesuree comme il a esté monstré: comme aussi sera mesuree à part la petite pyramide qu'on aura adiousteé dessus la pyramide recindee & imparfaite, comme dit est.



Pour exemple. Soit la pyramide imparfaite à mesurer BCDEFG quadrilatere, equicrure, recindee & couppee par le plan BD, semblable & parallele à la base: de laquelle base vn chacun costé soit 12: & de l'autre plan BD vn chacun costé de 6. Il est manifesté que telle raison qu'a GF à BC, telle & semblable a la toute FCA à AC, & par consequent HIA à AI, & LKA à KA, *par la 2. du 6. & par les 1. & 2. problesmes du mesme.* Que si GF est double à BC, la ligne AH sera double à AI, & AL à AK: & s'ensuit, que si HI contient 16, IA contiendra aussi 16, & sera par ce moyen la pyramide coupee par la moyté de sa hauteur iustement. Et pource que du quarré de HA 1024, faut soustraire le quarré de LH 36, afin que la racine quarree de ce qui restera soit la hauteur de LA, *par la 47. du premier.* Il est euident qu'icelle LA pourra estre de 31 & demy: la moitié desquels sont 15 & 3 quarts pour la hauteur LK, ou KA.

Or la base GE contient 144, le tiers desquels (sçauoir 48) multiplié par 31 & demy produira 1512, pour le contenu vniuersel de toute la pyramide AGE.

Digitized by Google

Apres conuient mesurer la petite pyramide ABD, la base de laquelle contient 36: le tiers (sçauoir 12) multiplié par 15 & 3 quarts produira 189, lesquels soustraits de 1512, resteront 1323 pieds solides pour le contenu de la pyramide imparfaite proposee BDFG. Or pour mesurer la superficie d'icelle (excepté les deux bases) cela a esté monstré en la mesure des trapezes: car les costez sont quatre trapezes.

Ou autrement mesure le quarré qui aura son demi-diametre egal à la moyenne proportionnelle entre la ligne IH, & la composee de KI, LH: car iceluy sera egal à la superficie des costez. La raison est, que pour mesurer les deux bases, il faut multiplier la moytié de la composee par le tour & circuit d'icelles bases: & pour mesurer la superficie des costez faut multiplier la moytié de LH par les mesmes circuits: ce qui est euident: dont S'ensuit *par la premiere du* 6, que la superficie des costez a telle raison aux bases que IH a la composee de KI, LH: la figure donc semblable & equiangle à l'vne des bases, & de laquelle le demi-diametre se trouuera moyen entre IH, & la composee de KI, LH, sera egale à la superficie des costez, *par la* 19. *du* 6.

Si nostre autheur auoit demonstré que pour mesurer les deux bases GE, BD, il faut multiplier la moytié de la composee de LH, KI par le tour & circuit d'icelles bases, la consequence qu'il tire par la 1. p. 6. pourroit bien auoir lieu; mais cela ne pouuant estre, ladite consequence demeure nulle; ce que nous disons seulement en passant afin que personne ne s'ahurte en cet endroict, nous estant contenté de corriger en quelque façon les fautes qui s'estoient glissees és precedentes impressions en plusieurs endroits de ce Corol. 2. tant par le changement de deux lettres en la figure qu'autrement.

COROLLAIRE III.

Par mesme moyen aussi sont mesurees les pyramides Rhomboides.

Comme soit la pyramide Rhomboide ABCD, de laquelle la base contienne 35, & la hauteur perpendiculaire 15: laquelle hauteur soit iustement sur le poinct C: c'est à dire que le costé AC soit orthogonal: ie multiplie 35 par 5, ou 11 & 2 tiers par 15, & le produit 175, est le contenu solide de la pyramide Rhomboide ABC, la raison est qu'iceluy est egal à la pyramide equicrure de mesme base & hauteur, *par les* 5. *&* 6. *du* 12.

Et ainsi se mesureront toutes autres pyramides Rhomboïdes panchantes & enclinees (c'est à dire, desquelles la perpendiculaire tombera

Digitized by Google

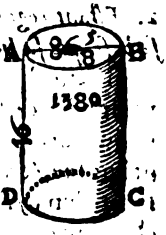
tombera du sommet hors la base): car elles auront tousiours mesme raison à autres pyramides de mesme hauteur, que leurs bases auront l'vne à l'autre: *par les mesmes.*

Et pour trouuer telles perpendiculaires, quand elles tombent hors la base, il sera facile à celuy qui aura bien entendu comment se trouue la perpendiculaire qui tombe hors de la base d'vn triangle ambligone: *comme il a esté monstré au Corollaire troisiesme du troisiesme chap. du second liure.*

Comment sont mesurez les corps compris des superficies circulaires, & premierement le cylindre.

CHAP. V.

De tout cylindre la base multipliee par la hauteur orthogonelle d'iceluy, produit le contenu solide du mesme cylindre.



Comme pour exemple le cylindre A B C D ait pour base 86 & 5 huitiesmes, (estant son diametre 10 & demy) il faut multiplier 86 & 5 huitiesmes par la hauteur orthogonelle du cylindre, que nous posons de 16: le produit 1386 est le contenu solide dudit cylindre. La raison est que le rectangle solide de base & hauteur egale, luy est aussi egal en son contenu, *par le Corollaire de la septiesme du 12.*

Quant à sa superficie (hors les bases) elle sera trouuee en multipliant la circonference de la base par icelle haulteur orthogonelle: car le produit sera egal à la superficie cherchee: la raison de ce est euidente. Ou autrement d'autant que la mesme superficie a telle raison à la base que BC au quart du diametre de la mesme base, *par la 1. du 6*, mesure le cercle, duquel le quart du diametre soit moyen entre BC, & le quart du diametre de la base du cylindre: car iceluy sera egal à la superficie du costé dudit cylindre, *par la 19. du 6.*

Par la 13. p. du liure de la sphere & cylindre d'Archimede, ladite superficie conuexe du cylindre est egale au cercle duquel le demi-diametre est moyen proportionnel entre la hauteur du cylindre & le diametre de la base d'iceluy: Ce qui me semble plus aisé que ce que dessus. Or nous aduertirons encore le lecteur, que nostre autheur n'ayant pris la peine de faire ses supputations exactes, nous les auõs corrigees en plusieurs endroits de ce liure esquels les fautes estoient sensibles, comme on pourra voir és figures, où les nombres d'icelles supputations sont encores tottez, & ce à cause qu'icelles figures ont

Digitized by Google

esté taillees sur celles des precedentes impressiõs: Comme pour exemple, en la supputation du cylindre cy-dessus, il y auoit seulement 1380, & il y faloit 1386, lesquels 1380 sont encore demeurez en la figure; & au Corol. suiuant, les nombres du discours ne correspondent à ceux de la fig. & neantmoins nous ne les auons voulu changer, estimãt que l'intention de nostre autheur a esté de diuersifier l'exemple precedent; & partant que l'erreur est en la fig. & non au discours: le lecteur ne s'aheurtera dõc à ces diuersitez, mais prendra peine de suiure exactement les regles & preceptes y mentionnez. Adioustõs encore icy quelques propositions sur ce suject des cylindres.

1. *Estant cogneu le contenu solide d'vn cylindre, & la base d'iceluy; cognoistre le diametre d'icelle base, & la hauteur du cylindre.*

Il faut diuiser le contenu du cylindre par la base d'iceluy, & viendra sa hauteur; & quant au diametre de la base, il sera trouué par ce qui est enseigné au 5. prob. du 9. chap. du liure precedent. Ainsi le contenu solide d'vn cylindre estant 924, & sa base 154; pour trouuer sa hauteur ie diuise le contenu 924 par la base 154, & viennent 6 pour ladite hauteur: mais faisant que comme 11 est à 14, ainsi la base 154 soit à vn autre, viendront 196, dont la racine quarree 14, est pour le diametre de ladite base du cylindre proposé.

2. *Estant cogneu le contenu solide d'vn cylindre, & la hauteur d'iceluy; cognoistre tant sa base, que sa superficie conuexe.*

Il faut diuiser le contenu du cylindre par sa hauteur, & viendra sa base, la periphere de laquelle soit trouuee, comme il est enseigné au 5. prob. du chap. 9. du liure precedent: puis soit multipliee icelle periphere par la hauteur proposee, & viendra la superficie conuexe du cylindre proposé. Ainsi le contenu d'vn cylindre estant 924, & sa hauteur 6: pour trouuer sa base ie diuise le contenu 924 par la hauteur 6, & viennent 154 pour la base du cylindre: mais faisant que comme 7 est à 88, ainsi ladite base 154 soit à vn autre nõbre, viendront 1936, dont la racine quarree 44 donne la periphere de la base du cylindre proposé.

3. *Estant cogneuë la base d'vn cylindre, & sa superficie conuexe; trouuer le contenu du cylindre.*

Soit trouuee la circonference du cercle de la base donnee, ainsi qu'il est dit au 5. prob. du 9. chap. du second liure: puis par icelle periphere soit diuisee la superficie conuexe proposee, & le quotient donnera la hauteur du cylindre, par laquelle estant multipliee ladite base donnee, viendra le contenu du cylindre. Ainsi la base d'vn cylindre estant 154, & la superficie conuexe 220: pour sçauoir le contenu en solidité d'iceluy cylindre, ie trouue premierement que la periphere de la base 154 est 44, par laquelle ie diuise la superficie 220, & viennent 5 pour la hauteur du cylindre, par laquelle hauteur ie multiplie la base 154, & viennent 770 pour le contenu solide du cylindre proposé. On pourroit encore trouuer ladite hauteur du cylindre par le moyen du cercle egal à la superficie conuexe, mais il seroit beaucoup plus long & difficile que par la maniere cy dessus: Car il faudroit premierement trouuer tant le diametre du cercle egal à la superficie conuexe donnee, que celuy de la base proposee: puis à ce diametre cy, & moytié de celuy-là, trouuer vn troisiesme

Digitized by Google

proportionnel, qui ſeroit la hauteur requiſe.

4. *Eſtant cogneuë la baſe d'vn cylindre, & la raiſon d'icelle à la ſuperficie conuexe dudit cylindre; cognoiſtre le contenu ſolide d'iceluy.*

Faiſant que comme le terme de la raiſon donnee correſpondant à la baſe eſt à l'autre terme, ainſi ladite baſe ſoit à vn autre nombre, iceluy ſera la ſuperficie conuexe: tellement que la hauteur ſera trouuee, comme dit eſt, au precedent prob. Ainſi la baſe d'vn cylindre eſtant 154, & la raiſon d'icelle à la ſuperficie conuexe d'iceluy ſoit comme 7 à 10: pour trouuer la hauteur ie fais que comme 7 eſt à 10, ainſi la baſe donnee 154 ſoit à vn autre nombre, & viendra 220, qui ſera la ſuperficie conuexe du cylindre: Et apres, ie trouue que la periphere du cercle de la baſe ſera 44, par laquelle ie diuiſe la ſuperficie trouuee 220, & vient 5 pour la hauteur du cylindre: & partant la baſe 154 eſtant multipliee par 5, viendront 770 pour le contenu en ſolidité du cylindre propoſé.

5. *Eſtant cogneuë la ſuperficie conuexe d'vn cylindre, & la raiſon d'icelle à la baſe; cognoiſtre le contenu du cylindre.*

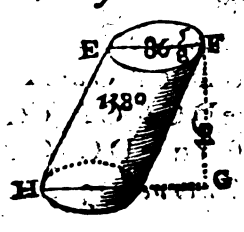
Faiſant que comme le terme de la raiſon donnee homologue à la ſuperficie eſt à l'autre terme, ainſi ladite ſuperficie ſoit à vn autre nombre, viendra la baſe, de laquelle il faudra trouuer la periphere, comme dit eſt cy deſſus: puis diuiſer la ſuperficie donnee par icelle periphere, & viendra la hauteur du cylindre, par laquelle eſtant multipliee la baſe, viendra le contenu ſolide du cylindre: Ce qui eſt ſi manifeſte & aiſé à pratiquer apres l'exemple du precedent prob. qu'il n'eſt beſoin d'en mettre d'autre.

6. *Eſtant cogneu le contenu ſolide d'vn cylindre, & la raiſon du diametre de la baſe d'iceluy à ſa hauteur; cognoiſtre tant la baſe que la hauteur du cylindre.*

Soit vn cylindre le contenu ſolide duquel ſoit 924, & que le diametre du cercle de la baſe d'iceluy ſoit à ſa hauteur comme 7 à 3: pour trouuer la baſe & la hauteur du cylindre, ie cherche premierement quel eſt le contenu en ſolidité du cylindre, duquel le diametre de la baſe eſt 7, & ſa hauteur 3, & trouue que le contenu d'iceluy eſt $115\frac{1}{2}$: puis apres ie fais que comme iceluy contenu trouué $115\frac{1}{2}$ eſt au contenu donné 924, ainſi 3 (terme de la raiſon donnee homologue à la hauteur) ſoit à vn autre nombre, & viennent 24: Finalement ie cherche le premier de deux moyens proportionnaux entre ledit terme 3, & les 24 trouuez, & iceluy eſt 6: autant eſt donc la hauteur du cylindre popoſé, par laquelle eſtant diuiſé le contenu donné, viennent 154 pour la baſe d'iceluy, tellement que ſon diametre ſera 14.

COROLLAIRE I.

Les cylindres Rhomboïdes ſont meſurez par vn meſme moyen.



Comme ſoit le cylindre Rhomboïde EFH, duquel la baſe contienne 86 & 5 huitieſmes (à cauſe du diametre de 10 & demy) & la hauteur orthogonelle GF 14, ie multiplie 86 & 5 huitieſmes par 14, le produit 1212 & 3 quarts eſt le contenu cherché *par les raiſons deuant dites.*

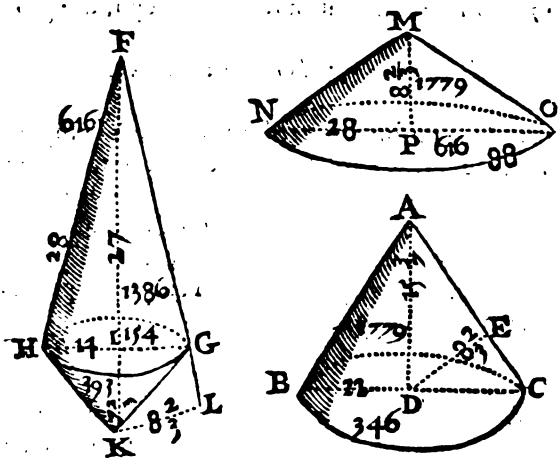
Digitized by Google

De la mesure des Cones, Rhombes & Rhomboïdes.

CHAPITRE VI.

De tout cone la superficie de la base multipliee par le tiers de la hauteur orthogonelle, ou toute icelle hauteur par le tiers de la base, produit le contenu solide dudit cone.

COmme soit le cone ABC, duquel la base contienne 346 & demy, (à cause du diametre qui est de 21) & la hauteur perpendiculaire AD soit de 15 & 3 septiesmes. Ie multiplie 346½ par 5 & vn septiesme, ou 15 & 3 septiesmes par 115 & 1 tiers, le produit 1782, est le contenu solide d'iceluy cone: parce que le cone est la tierce partie du cylindre qui a base & haulteur egale: *par la 10. du 12.*



Et pour auoir le contenu de la superficie laterale, multiplie toute la circonference de la base 66 par la moytié du costé AC (c'est à dire par 9 & 1 tiers) ou tout le costé AC 18 & 2 tiers par la moytié de la circonference, & le produit 616, sera egal à la superficie cherchee: car il est euident que telle superficie n'est autre chose qu'vn secteur de cercle qui a son diametre egal à AC.

Ou autrement mesure le cercle, qui aura pour demi-diametre la moyenne proportionnelle entre AC & CD: car iceluy sera egal à la mesme superficie, ce qui se demonstre ainsi. DC multiplié par la moitié de la circonference de la base, produit le contenu d'icelle base: & aussi AC multiplié par la moytié de la mesme circonference, produit la superficie laterale du cone: veu donc que ces deux superficies ont vn mesme multipliant, elles sont l'vne à l'autre comme AC à CD, *par la 1. du 6.* Or la moyenne proportionnelle entre DC & CA (c'est à dire 14) décrit vn cercle, duquel la base a telle raison, que DC à CA (c'est à dire raison doublee des costez) *par les Corollaires de la 19. & 20.*

Digitized by Google

du 6, (car les cercles sont l'vn à l'autre comme les quarrez de leurs diametres (*par la 2. du 12.*) Il s'ensuit donc que tel cercle est egal à la superficie lateralle du cone donné *par la 9. du 5.* Il ne sera point inutile ny desagreable de donner encores vn autre exemple, pour le regard de la mesure solide. Soit le cone MNO, ayant le diametre de sa base 28 : icelle base contiendra 616, & sera egale à la superficie lateralle du cone A B C, & posons que sa hauteur soit egale à la ligne D E du premier cone, laquelle est tiree en angles droits du centre de la base sur le costé AC. Ceste hauteur M P sera donc 8 & $\frac{70}{10}$. Ie dis que ce cone est egal au premier ABC. Car comme la superficie lateralle 616 du cone ABC est à sa base 346 & demy, ainsi A C à C D (c'est à dire AD à D E : car les triangles sont equiangles & proportionnaux) *par la 4. du 6.* Les hauteurs doneques de ces deux cones ont à leurs bases vne mutuelle proportion & reciproque (c'est à dire que comme la base NO à la base BC, ainsi AD à MP) il s'ensuiura donc qu'ils seront egaux, *par la 15. du 12. ou par la 16. du 6* : car de quatre grandeurs proportionnelles, ce qui est fait des extrémes est égal à ce qui est produit des moyennes. Multiplie aussi 610 par 2 & $\frac{21}{10}$, il en viendra le mesme nombre 1782.

Tout ainsi qu'és autres chap. nous auons dit quelque chose sur le sujet d'iceux, aussi ferons-nous icy, inserant quelques problesmes concernant le cone orthogonel.

1. *Estant cogneu le contenu d'vn cone, & la base d'iceluy ; trouuer tant sa hauteur, que son costé.*

Il n'y a qu'à diuiser le contenu du cone par sa base, & le triple du quotient sera la hauteur d'iceluy cone : en apres soit trouué le semi-diametre de la base, comme il est enseigné au 5. prob. du chap. 9. du second liure, & le quarré d'iceluy semi-diametre estant joint au quarré de la hauteur trouuee, on aura le quarré du costé du cone ; & partant iceluy costé sera cogneu. Ainsi vn cone contenant en sa solidité 616, & en la superficie de sa base 154 ; pour trouuer la hauteur d'iceluy, ie diuise le contenu 616 par la base 154, & viennent 4, dont le triple 12, est la hauteur du cone proposé ; mais pour trouuer le costé d'iceluy, ie fais que comme 11 est à 14, ainsi la base 154 soit à vn autre nombre, & viennent 196, dont la racine quarree 14 est pour le diametre de la base : tellement que le semi-diametre est 7, duquel le quarré 49 estant ioint au quarré de la hauteur 144, viennent 193, dont la racine quarree est le costé du cone proposé ; iceluy costé est donc $\sqrt{193}$.

2. *Estant cogneu le contenu d'vn cone, & la hauteur d'iceluy ; cognoistre tant sa base que sa superficie conuexe.*

Il faut diuiser le contenu du cone par le tiers de sa hauteur, & viendra au quotient la base du cone, la periphere de laquelle soit trouuee par le susdit 5.

Digitized by Google

prob. & puis apres ſoit trouué le coſté du cone, comme il eſt dit cy deſſus, par la moytié duquel eſtant multipliee la periphere de la baſe, viendra la ſuperficie conuexe du cone. Ainſi le contenu d'vn cone eſtant 616, & ſa hauteur 12, pour trouuer ſa baſe ie diuiſe le contenu 616 par la hauteur 12, & viennent 154 pour ladite baſe: & faiſant que comme 7 eſt à 88, ainſi la baſe trouuee 154 ſoit à vn autre nombre, viennent 1936, dont la racine quarree 44 eſt la periphere de la baſe: mais faiſant que comme 11 eſt à 14, ainſi la meſme baſe 154 ſoit à vn autre nombre, viendroit le quarré du diametre, lequel diametre on aura plus promptement faiſant que comme 22 eſt à 7, ainſi la circonference trouuee 44, ſoit à vn autre nombre 14, qui ſera le diametre: & partant le quarré du ſemi-diametre ſera 49, qui adiouſté à 144, quarré de la hauteur du cone, viennent 193, dont la racine quarree $\sqrt{193}$, eſt le coſté du cone, qui multiplié par la moytié de la circonference trouuee, viendront $\sqrt{93412}$ pour la ſuperficie conuexe du cone propoſé.

3. *Eſtant cogneuë la baſe d'vn cone, & ſa ſuperficie conuexe, cognoiſtre le contenu du cone.*

Il faut premierement trouuer tant le diametre du cercle de la baſe que ſa periphere: puis par la moytié d'icelle periphere, ſoit diuiſee la ſuperficie conuexe du cone, & viendra le coſté d'iceluy, du quarré duquel ſoit oſté celuy du ſemi-diametre de la baſe, & reſtera le quarré de la hauteur du cone, par le tiers de laquelle hauteur eſtant multipliee la baſe, viendra le contenu dudit cone. Parquoy la baſe d'vn cone eſtant 254 $\frac{3}{7}$, pour trouuer le contenu d'vn cone, ie trouue, comme dit eſt cy deſſus, que le diametre de la baſe ſera 18, & ſa periphere 56 $\frac{4}{7}$, par la moitié de laquelle periphere 28 $\frac{2}{7}$, ie diuiſe la ſuperficie conuexe donnee 424 $\frac{1}{7}$, & viennent 15 pour le coſté du cone, dont le quarré eſt 225, duquel i'oſte 81 quarré du ſemi-diametre de la baſe, & reſtent 144, dont la racine quarree 12, eſt la hauteur du cone, par le tiers de laquelle hauteur ie multiplie la baſe donnee 254 $\frac{4}{7}$, & viennent 918 $\frac{3}{7}$ pour le contenu ſolide du cone propoſé.

4. *Eſtant cogneuë la baſe d'vn cone, & la raiſon d'icelle à la ſuperficie conuexe du cone; cognoiſtre le contenu ſolide d'iceluy cone.*

Faiſant que comme le terme de la raiſon donnee homologue à la baſe eſt à l'autre terme, ainſi ladite baſe ſoit à vn autre nombre, viendra la ſuperficie laterale: tellement que nous aurons la baſe, & la ſuperficie conuexe d'vn cone cogneus: & partant le contenu d'iceluy ſera trouué, comme il eſt dit au precedent probl. Ce qui eſt ſi manifeſte, & facile à operer, qu'il n'eſt beſoin d'exemple, non plus que ſi la ſuperficie conuexe eſtoit cogneuë, & la raiſon d'icelle à la baſe.

5. *Eſtant cogneu le contenu ſolide d'vn cone, & la raiſon du diametre de la baſe à la hauteur d'iceluy; cognoiſtre tant la baſe que la hauteur du cone.*

Soit vn cone le contenu duquel eſt 616, & le diametre du cercle de la baſe d'iceluy ſoit à ſa hauteur comme 7 à 6: pour trouuer tant la baſe que la hauteur du cone, ie cherche premierement le contenu ſolide du cone, dont le diametre du cercle de la baſe ſeroit 7, & ſa hauteur 6, & trouue que le contenu d'iceluy cone ſeroit 77: Secondement ie fais que comme iceluy nombre trouué 77 eſt au donné 616, ainſi 6 (terme de la raiſon donnee homologue à

Digitized by Google

la hauteur) ſoit à vn autre nombre, lequel eſt 48: En apres ie cherche le premier de deux moyens proportionnaux entre ledit terme 6, & ledit nombre trouué 48, & trouue qu'iceluy eſt 12: autant eſt donc la hauteur ducone, par le tiers de laquelle ie diuiſe le contenu donné, & viennent 154 pour la baſe du cone propoſé, & partant ſon diametre ſera 14.

6. Eſtant cogneuë la baſe d'vn cone & la raiſon du diametre de la baſe d'iceluy à ſa hauteur; cognoiſtre le contenu du cone.

Veu que le coſté d'vn cone eſt l'hypotenuſe d'vn triangle rectangle, duquel vn des coſtez de l'angle droit eſt la hauteur du cone, & l'autre coſté la moytié du diametre du cercle de la baſe dudit cone, nous pourrions inſerer icy beaucoup de prob. ſur ce ſujet des cones: mais d'autant que ceux qui entendront bien ce que nous auons dit juſques icy, les pourront faire d'eux-meſmes, & reſoudre à l'ayde des prob. que nous auons inſeré à la fin du ch. 2. du ſecond liure, nous les delaiſſons, nous contentant de celuy-cy, qui ſe reſoud par le moyen du 16. prob. dudit chap. 2. Soit donc vn cone duquel le coſté eſt 15, & la raiſon du diametre du cercle de la baſe d'iceluy à ſa hauteur ſoit comme 3 à 4: & il faut trouuer le contenu d'iceluy cone. Il eſt manifeſte que le ſemi-diametre de la baſe ſera à la hauteur, comme 3 à 4: les quarrez d'iceux termes ſont 9 & 16, mais leur aggregé 25, & le quarré du coſté du cone eſt 225: Faiſant donc que comme ledit aggregé 25 eſt au quarré du coſté 225, ainſi le quarré du terme homologue au ſemi-diametre 9 ſoit à vn autre, viendra 81 pour le quarré dudit ſemi-diametre, qui partant eſt 9: & par conſequent la hauteur ſera 12: & procedant comme deſſus, le contenu ſolide du cone ſera trouué de $918\frac{3}{4}$.

COROLLAIRE I.

De là s'enſuit que le tiers de la ſuperficie laterale d'vn cone multipliée par la ligne qui tombe perpendiculairement du centre de la baſe ſur le coſté du meſme cone produira le contenu ſolide d'iceluy.

Cecy meſme ſe peut démonſtrer par les pyramides de pluſieurs coſtez, leſquelles ſe pourront reduire en pluſieurs pyramides trilateres, & qui auront vne chacune leur ſommet & cime au poinct D; & lors les pyramides inſcrites au cone ſe trouueront moindres que le cone, & les circonſcrites plus grandes.

COROLLAIRE II.

Auſſi eſt euident que la baſe d'vn Rhombe multipliee par le tiers de la hauteur des cones deſquels il eſt compoſé, ou toute icelle hauteur par le tiers de la baſe, produira le contenu dudit Rhombe.

Comme ſoit le Rhombe F G H K duquel la baſe G H contienne

Digitized by Google

154, à cauſe du diametre de 14, & le coſté F G 28: la perpendiculaire F I pourra eſtre de 27, laquelle multipliee par le tiers de la baſe, ou toute la baſe par le tiers de la hauteur FI, produira 1386, pour le contenu ſolide du cone F G H.

Apres poſons la perpendiculaire I K de 7 & 2 tiers: le tiers donc de la baſe multiplié par 7 & $\frac{2}{7}$ ou le tiers de 7 & $\frac{2}{7}$ par toute la baſe, produira 396 pour le contenu de l'autre cone G H K: les deux joints enſemble feront 1782, pour tout le contenu ſolide du Rhombe propoſé.

COROLLAIRE III.

D'où s'enſuiura auſſi que le Rhombe eſt egal au cone, qui aura baſe & hauteur egale.

COROLLAIRE IV.

Le Rhombe auſſi eſt egal au cone duquel la baſe eſt egale à la ſuperficie laterale de l'vn des cones du Rhombe, & la hauteur egale à la ligne qui tombe perpendiculairement du ſommet de l'autre cone ſur le coſté de l'oppoſé.

Soit meſuree la ſuperficie laterale de FGH (comme il a eſté monſtré) icelle contiendra 616, & ſera egale à la baſe du cone M N O: Apres ſoit la ligne K L (procedant du sõmet de l'autre cone oppoſé, & tombant en angles droicts ſur le coſté prolongé F G L) egale à la hauteur M P: il eſt euident que la baſe N O à meſme raiſon a la baſe H G, que F G à G I (c'eſt à dire F K à K L) d'autant que les triangles F G I & F K L ſont equiangles & proportionnaux *par la 4. du 6.* Or nous auons mis M P egale à K L: il s'enſuit donc que le cone M N O eſt egal *par la meſme 15. du 12*, au cone qui aura baſe & hauteur egale au Rhombe, c'eſt à dire au Rhombe meſme F G H K.

COROLLAIRE V.

Il s'enſuit que le tiers de la ſuperficie de l'vn des cones d'vn Rhombe multipliee par la ligne qui tombe du ſommet de l'autre cone perpendiculairement ſur le coſté du premier cone, produira le contenu ſolide du Rhombe.

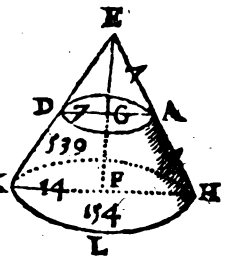
Car les pyramides trilateres Rhomboïdes inſcrites au Rhombe deſquelles le ſommet ſoit au poinct K, ſeront moindres que le Rhombe, & les circonſcrites plus grandes, cela eſt euident.

COROL-

Digitized by Google

COROLLAIRE VI.

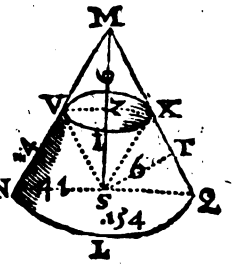
Par vn meſme moyen ſont meſurez les cones imparfaits & recindez par vn plan parallele à la baſe.



Comme ſoit le cone imparfait ADKH, ayant le diametre de l'vne de ſes baſes HK de 14, & le diametre de l'autre AD de 7, & le coſté AH auſſi de 7: il conuient conſiderer tout le cone parfait en ceſte ſorte: comme FH eſt à GA, ainſi toute la ligne FE à EG (c'eſt à dire HE à EA) *par la 4. du 6.* Or HF eſt double à GA, il s'enſuit donc que HE eſt double à EA, & FE double à EG. Ainſi EA ſera de 7, & la perpendiculaire EF enuiron 12. Si donc on meſure tout le cone parfait, *par les regles de ce chapitre*, il pourra contenir 616: deſquels faut leuer le petit cone adjouſté EDA, qui contiendra 77, ainſi reſtera 539 pour le contenu ſolide du cone imparfait ADKH.

COROLLAIRE VII.

De là eſt manifeſte qu'ayant eſté vn Rhombe de quelque cone, le reſidu pourra facilement eſtre meſuré.



Comme ſoit le cone MNQ, ayant chacun coſté de 14, & le diametre de la baſe NQ auſſi 14: l'autre diametre VX de 7: il eſt euident *par le Corollaire precedent*, que MZ ſera egale à ZS, & pourra eſtre 6. Le cone donc MVX contiendra 77, & le Rhombe MVSX 154: Leſquels ſouſtraits de tout le cone MNQ (qui contient 616) reſtera 462 pour le cõtenu ſolide du reſidu NVSXQ.

COROLLAIRE VIII.

Il s'enſuit auſſi que ce reſidu eſt egal au cone qui a baſe egale à la ſuperficie laterale dudit reſidu, & ſa hauteur egale à la ligne tiree perpendiculairement du centre de la baſe au coſté du meſme reſidu.

Car les pyramides quadrilateres inſcrites en ce reſidu, deſquelles le ſommet & cime ſoit en S, ſeront enſemble moindres que ledit re-

Digitized by Google

ſidu, & les circonſcrites plus grandes. Ou autrement ſoient expoſez trois cones ayans meſme hauteur, ſçauoir S T perpendiculaire ſur X Q, deſquels le premier ait ſa baſe egale à la ſuperficie laterale du petit cone M V X: le ſecond ait auſſi la baſe egale à la ſuperficie laterale du reſidu de queſtion: & le troiſieſme ait ſa baſe egale à la ſuperficie laterale du cone M N Q, c'eſt à dire aux baſes des deux autres. Il reſtera manifeſte que ce troiſieſme eſtant egal à tout le cone parfait M N Q *par les demonſtrations precedentes*, ſera auſſi egal au premier & ſecond enſemble: d'où s'enſuiura que ſi de ce troiſieſme on oſte le premier qui eſt egal au Rhombe M V S X, le ſecond ſera egal au reſidu N V S X Q.

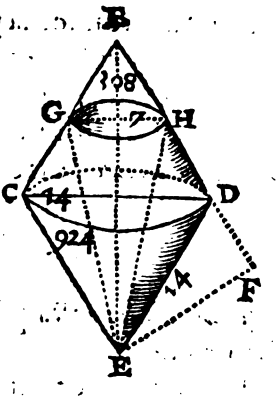
Mais pour meſurer la ſuperficie du cone imparfait V X Q N (hors les deux baſes) il conuient multiplier la ligne X Q par la compoſee de la moitié de la circonference de l'vne des baſes N Q, & de la moitié de l'autre circonference V X: & le produit ſera egal à la ſuperficie cherchee. Car elle ſe meſure comme vn trapeze: *ainſi qu'on peut colliger de la meſure du cercle & de ſes parties.* Ou autrement meſure le cercle qui aura pour demi-diametre la moyenne proportionnelle entre X Q, & la ligne compoſee des deux demi-diametres: Car iceluy ſera egal à la meſme ſuperficie cherchee: la raiſon eſt que M X multipliant les deux lignes X I V & X Z ſeparément, les deux produits auront telle raiſon l'vn à l'autre que la circonference au diametre *par la 17. du 7.* Auſſi X Q multiplié par deux lignes (ſçauoir par la compoſee de X I V & Q L N, & par l'autre compoſee de X Z & Q S, les produits auront la meſme raiſon que la circonference au diametre *par la 18. du 5.* Or la moyenne entre M X & X I V, eſt le coſté du quarré egal à la ſuperficie laterale du petit cone M X V: *par la derniere du 2.* la moyenne entre M X & X Z, eſt le demi-diametre d'vn cercle egal à la meſme ſuperficie, *comme il a eſté monſtré.* Il s'enſuit donc (la moyenne entre X Q & la compoſee de X I V & Q L N, eſtant le coſté d'vn quarré egal à la ſuperficie laterale du cone imparfait ou du reſidu V S Q) que la moyenne entre X Q & la compoſee des deux diametres X Z & Q S, ſera le demi-diametre d'vn cercle egal à ceſte meſme ſuperficie du cone imparfait V X Q N.

COROLLAIRE IX.

Si d'vn Rhombe on ſouſtrait vn autre Rhombe, le contenu du reſidu ſera facilement cogneu.

Digitized by Google

Comme si le Rhombe B C D E, qui a 14 de chacun costé, & le diametre de la base commune C D aussi de 14, contient 1232: & d'iceluy on leue l'autre Rhombe B G H E, qui a le diametre de la base commune G H de 7, & qui contient 308: il restera 924 pour le residu G C E D H.



COROLLAIRE X.

Dont s'ensuiura que ce residu est egal au cone qui aura la base egale à la superficie laterale du cone imparfait entre les deux bases, & sa hauteur egale à la ligne tiree du sommet du residu en angles droits sur le costé du mesme cone imparfait.

Car les pyramides quadrilateres Rhomboïdes inscrites en ce residu, desquelles le sommet sera en E, seront moindres que ledit residu, & les circonscrites plus grandes. Ou autrement soient presentez trois cones de mesme hauteur, sçauoir de E F, & que la base du premier soit egale à la superficie laterale de B G H: la base du second soit egale à la superficie latetale entre G H & C D: & la base du troisiesme egale à la superficie du cone B C D (c'est à dire aux bases des deux autres.) Il est manifeste que ce troisiesme sera egal au Rhombe B C D E, *comme il a esté monstré*: mais le premier a aussi esté monstré egal au Rhombe B G H E. Si donc on le soustrait du troisiesme, il restera le second estre egal au residu du Rhombe de question: d'autant que ce troisiesme est egal aux deux premiers.

COROLLAIRE XI.

Le contenu solide des cones Rhomboïdes est mesuré de mesme que le contenu des cones equicrures.

Comme soit le cone Rhomboïde K L M ayant la base 38 & demy (à cause du diametre qui est de 7) & sa hauteur perpendiculaire K N de 12. Il faut multiplier 38 & demy par 4, ou 12 & 5 sixiesmes par 12, & le produit 154 sera egal au cone Rhomboïde donné: la raison est que ce cone Rhomboïde est egal au cone equicrure qui a base & hauteur egale *par la 11. du 12.*

Digitized by Google

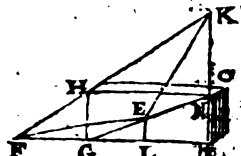
Et pour trouuer la perpendiculaire quand elle tombe hors la base regarde le Corollaire troisiéme du chapitre troisiéme du second liure: car le plus long costé K L, & le plus petit K M, auec le diametre de la base L M, font vn triangle ambligone, duquel il est facile *par le mesme Corollaire* de trouuer la perpendiculaire K N.

COROLLAIRE XII.

Tous solides rectangles, pyramides, cylindres, & cones peuuent estre reduits en cube.

D'autant que tout solide rectangle qui a base egale à vne pyramide, & sa hauteur egale à la tierce partie de la hauteur d'icelle, est egal à icelle mesme pyramide. Il sera necessaire pour seruir aux demonstrations suiuantes, de monstrer par quel moyen tels corps rectãgles sont reduits en cube. Soit donc la plus petite face du solide rectangle mise en quarré comme I O: apres cherche deux moyennes cõtinuellement proportionnelles entre G I & I N, car la seconde proportionnelle sera le costé d'vn cube egal au solide G N O: d'autant que le cube de I N a au cube de la seconde moyenne la raison triplee du costé du second cube, *comme on peut colliger par la 33. & 34. du 11.* Mais pour obtenir deux lignes moyennes proportionnelles entre deux autres lignes, nous n'auons rien de plus exacte que l'inuention de Hieron & Apollonius, laquelle nous demonstrerons presentement.

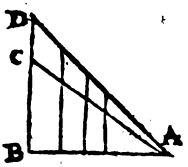
Soit donc le mesme solide rectangle G I N O: entre les costez desquels sçauoir G I & I N faut trouuer deux moyennes continuellement proportionnelles. Il conuient tirer la ligne I N iusques à K & I G iusques à F, en sorte que du centre du parallelogramme G N (sçauoir de E) les lignes E K & E F soient egales, & de telle sorte encor que la ligne droite tiree de K à F, passe par le poinct H, alors nous obtenons la chose desiree: car soit tiree la perpendiculaire E L, icelle coupera I G en deux egalement: le rectangle donc fait de I F, F G auec le quarré de G L sera egal au quarré de L F: *par la 6. du 2*, adioustant le quarré commun E L, le rectangle compris sous I F, F G, auec les deux quarrez de G F, L E sera egal aux quarrez de F L & L E: c'est à dire au quarré de F E, *par la 47. du 1.*



Tellement que le rectangle sous I F, F G auec le quarré de G E, se-

Digitized by Google

ra egal au quarré de F E. Semblablement & par les meſmes raiſons (I N eſtant diuiſee en deux egalement) ſera monſtré que le rectangle ſous I K, K N, auec le quarré E N, ſera egal au quarré de E K (qui eſt egale à E F:) Oſtant donc les quarrez de G E, E N (qui ſont egaux) le rectangle compris ſous I F, F G ſera egal au rectangle de I K, K N. Dont s'enſuit *par la 16. du 6.* que comme F L à I K, ainſi I K à K N & K N à F G. Or comme F I à I K, ainſi H N à N K *par la 2. du 6*, & F G à G H. Voila donc entre H N & H G deux moyennes continuellement proportionnelles, ſçauoir K N & G F: tellement que nous pourrons conclurre *par les choſes ainſi demonſtrees*, que le cube duquel le coſté ſera le ſecond proportionnel (ſçauoir G F) ſera egal au ſolide G O. Quant aux cylindres & cones, ils peuuent eſtre reduits de meſme en rectangles ſolides, puis en cube; & de cecy pluſieurs perſonnes en ont traitté, mais auec les meſmes demonſtrations.



Voila donc le moyen d'adjouſter à tout cube, pyramide, cylindre ou cone, telle portion qu'on voudra ſans changer la forme: Car le cube de la ſeconde moyenne deuenant plus grand, augmentera auſſi ſon coſté, & ſera facile d'adjouſter aux autres trois lignes ſelon la meſme proportion, ſçauoir en les diſpoſant paralleles, & que leurs extremitez ſoient ſous deux lignes droites, comme on void en ceſte figure A B C: Car lors adjouſtãt à la ſeconde, & tirant du poinct A vne autre ligne droite A D, elle adjouſtera aux autres la meſme proportion *par la 4. du 6.* Et lors la plus grande ſera le coſté de la baſe du corps augmenté, en la meſme raiſon qu'au premier, *cecy eſt euident.*

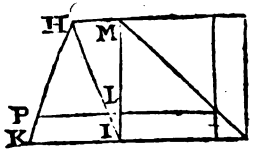
COROLLAIRE XIII.

De là s'enſuit que toutes pyramides & cones peuuent eſtre diuiſez par plans parallels à la baſe ſelon la proportion donnee.

Soit la pyramide H K I à diuiſer en deux egalement: & ſoit fait vn cube de hauteur egale à la pyramide, comme M I: & ſoit fait encores vn autre cube M L, qui ſoit au premier comme la proportion donnee, ie dis que diuiſant le coſté de la pyramide par L P parallele à la baſe de la pyramide paſſant par la ſection coupera ladite pyramide ſelon la proportion donnee.

Car la pyramide trilatere M I N (de laquelle la baſe eſt vn triangle rectangle Iſoſcelle) ayant l'angle droict au poinct I, eſt la ſixieſme

Digitized by Google



o partie du cube M I N O *par les Corollaires de la 7. du 12.* & eſt diuiſé ſelon la proportion donnee. Il s'enſuiura auſſi que la pyramide H K I, ayant telle baſe qu'on voudra, receura auſſi la meſme proportion en ſes parties, icelle eſtant la ſixiéme partie d'vn ſolide parallelipipede, de meſme hauteur & largeur, *par les meſmes Corollaires de la 7. du 12.*

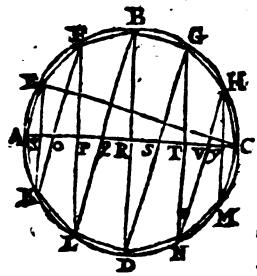
La raiſon des cones eſt ſemblable à celle des pyramides, comme il a eſté monſtré.

De la meſure de la Sphere.

CHAPITRE VII.

TOut ainſi que le cercle eſt l'enclos de toutes les figures plaines regulieres, & comme ce qu'elle comprend peut eſtre meſuré, auſſi tombe-elle ſous la meſure, tant pour le regard de ſa ſuperficie que de ſon contenu ſolide. Mais pour venir à ce contenu ſolide, il conuient meſurer premierement la ſuperficie, pour les raiſons qui ſeront cy apres monſtrees.

Or la ſuperficie de la Sphere contient quatre fois autant que le plus grand cercle d'icelle.



Cecy ſe preuue ainſi. Soit le plus grand cercle de la ſphere à meſurer A B C D, dans lequel ſoit inſcrite vne figure reguliere de pluſieurs coſtez & angles, comme A E F B G H C M N D L K, le diametre du cercle ſoit A C: ſoient auſſi tirees les lignes E K, F L, B D, G N, H M, leſquelles auront telle raiſon au diametre A C que la ligne droite de C au premier angle E (ſçauoir C E) au coſté E A: car E X a telle raiſon à X A que K X à X O, *par la 29. du 1, & par la 21. du 3.* Et ainſi des autres ſuiuantes: comme F P à P O, ainſi L P à P Q: B R à R Q: D R à R S: G T à T S: N T à T V: H Y à Y V: M Y à Y C. Tellement que les toutes conjointes, ont vne meſme raiſon à toutes les autres conjointes, (c'eſt à dire au diametre A C): comme E X à X A, *par la 18. du 5.* Or comme E X à X A, ainſi C E à E A, d'autant que le triangle E K A eſt equiangle au triangle C E A, *par la 8. du 6.*

Digitized by Google

Or ſi nous preſuppoſons en la ſphere vne figure ſolide d'autant d'angles,& compoſee de pluſieurs cones imparfaits, comme EFLK, FBDL,BGND,GHMN,& de deux cones entiers comme EAK & HCM,il ſera euident que la ſuperficie du cone EAK eſt egale au cercle qui a pour demi-diametre la moyenne proportionnelle entre AE & EX: la ſuperficie du cone imparfait EL eſt auſſi egale au cercle duquel le demi-diametre eſt la moyenne proportionnelle entre la ligne EF(c'eſt à dire EA)& la compoſee de PL,XE. Le cercle duquel le demi-diametre ſera moyen proportionnel entre FB (c'eſt à dire AE)& la compoſee de PL,BR,eſt egal à la ſuperficie du cone imparfait FD. Le cercle auſſi duquel le demi-diametre eſt moyen proportionnel entre BG (c'eſt à dire EA) & la compoſee de RD,GT,eſt egal à la ſuperficie du cone imparfait BN. Le cercle auſſi qui a ſon demi-diametre moyen proportionnel entre GH(c'eſt à dire AE)& la compoſee de TN,HY,eſt egal à la ſuperficie du cone imparfait GM : finalement le cercle duquel le demi-diametre eſt moyen entre YM & HC (c'eſt à dire EA) eſt egal à la ſuperficie du cone HCM. Toutes ces choſes ont eſté cy deuant amplement demonſtrees. Il eſt donc euident que le cercle duquel le demi-diametre ſera moyen porportionnel, entre le coſté EA & la ligne compoſee de EK, FL, BD, GN, HM,ſera egal à la ſuperficie de telle figure ſolide inſcrite en la ſphere, comme dit eſt: lequel cercle ſera auſſi moindre que quadruple au plus grand cercle de la ſphere, ainſi qu'il ſera preſentement monſtré. Soit donc le demi-diametre de ce cercle qui eſt egal à la ſuperficie de la figure inſcrite λ. Il a eſté mon-

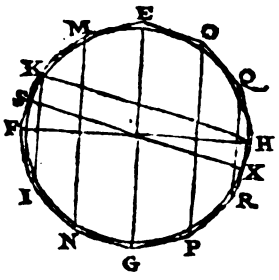
---

ſtré que la ligne compoſee predite, eſt à la ligne AC, comme CE à EA: icelles quatre lignes ſont donc proportionnelles: tellement que *par la 16. du 6*, ce qui eſt fait de la compoſee par EA, eſt egal à ce qui prouient de AC par EC: doncques la moyenne proportionnelle λ ſera auſſi moyenne proportionnelle entre AC & EC (car il n'y a qu'vn produit *par la 1. commune ſentence* d'Euclide.) Mais d'autant que AC eſt plus grand que EC *par la 15. du 3*, il s'enſuiura auſſi que la meſme AC ſera plus grande que la moyenne proportionnelle λ, & par conſequent le cercle décrit ſur le demi-diametre λ moindre que le cercle duquel le demi-diametre ſera AC (qui eſt quadruple au plus grand cercle de la ſphere ABCD) *par la 2. du 12.*

Pareillement ſera monſtré que la ſuperficie de ſemblable figure

Digitized by Google

ſolide circonſcrite à l'entour de la ſphere, ſera plus grande que quadruple au plus grand cercle d'icelle ſphere. Soit donc icelle figure circonſcrite E K F G H: il eſt euident *par les raiſons deuant dites* que la ligne compoſee de I K, M N, E G, O P, Q R, a telle raiſon au diametre F H, que la ligne H K à K F: la ſuperficie donc de la figure circonſcrite eſt egale au produit de la compoſee par K F (c'eſt à dire de F H par H K) *par les raiſons premiſes*: la moyenne donc entre F H & H K eſt plus grãde que H K, laquelle H K eſt egale au diametre de la ſphere S X, *par la 2. du 6.* Il s'enſuit donc que le cercle duquel le demi-diametre ſera egal à la moyenne, ſera plus grand que le cercle qui aura ſon demi-diametre egal au diametre de la ſphere, lequel eſt quadruple au plus grand d'icelle. Veu donc qu'on ne peut inſcrire ny circonſcrire en la ſphere aucune figure ſolide de laquelle la ſuperficie n'ait plus petite, ou plus grande raiſon à la ſuperficie d'icelle ſphere, que le cercle quadruple au plus grand cercle d'icelle, à la ſuperficie d'icelle meſme ſphere: nous conclurrons icelle ſuperficie ſpherique eſtre iuſtement egale au cercle quadruple au plus grand cercle de la ſphere. Si donc le diametre de la ſphere eſt 14, la circonference ſera 44, & le contenu de ce plus grand cercle 154: lequel multiplié par 4 produira 616, pour tout le contenu de la ſuperficie de la ſphere.



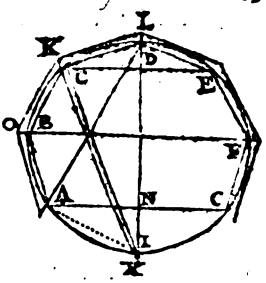
COROLLAIRE I.

Si vne ſphere eſt couppee par vn plan, les ſuperficies conuexes des ſections ſont l'vne à l'autre comme les parties du diametre (couppé par le meſme plan) ſont l'vne à l'autre en longitude.

Soit donc la ſphere couppée par A H G, & ſoit dans l'vne des ſections inſcrite vne figure ſolide de pluſieurs angles & coſtez egaux comme A B C D E F G, & ſoient auſſi tirees les lignes C E, B F. Il eſt euident *par les demonſtrations precedentes* que telle raiſon que la ligne compoſee de C E, B F, A G, a en la ligne D H, telle auſſi a la ligne I C à C D. De ces quatre proportionnelles donc ce qui eſt faict de la compoſee par C D, eſt egal à ce qui eſt fait de I C par D H, *par la 16. du 6.* Or le cercle qui a ſon demidiametre egal à la moyenne entre la compoſée & C D, (c'eſt à dire entre I C & D H) eſt egal à la ſuperficie de

Digitized by Google

de la figure solide inscrite en la portion de la Sphere, *par les raisons prealeguées*. Mais tel cercle est moindre que celuy qui a pour demidiametre DA (car icelle DA est moyẽne entre DI & DH) *par la 8. du 6*: lesquelles sont plus grãdes que IC & HD *par la 15. du 3*. Semblablement si on circonscrit à l'entour de la mesme section de Sphere vne figure solide semblable,



d'autant d'angles & costez comme OKL, &c. la superficie d'icelle sera egale au cercle qui aura pour diametre la moyenne entre le costé KL & la ligne composée de toutes les lignes qui conjoindront les angles (comme il a esté monstré cy deuant). Icelle moyenne sera aussi moyenne entre XK & LH (qui sont plus longues que IC & DH) & par consequent plus grandes que AD (qui est la moyenne proportionnelle entre DI & DH). Veu donc que la superficie de toute figure solide inscrite en la section de la sphere, est egale à vn cercle, duquel le demi-diametre est moindre que DA: & que la superficie de toute figure circonscrite à l'entour de la mesme section, est egale au cercle, duquel le demi-diametre est plus grand que la mesme DA: nous conclurrons qu'icelle DA est le demidiametre d'vn cercle egal à la superficie conuexe de la section ACDFG.

Nous pourrons aussi par les mesmes raisons & demonstrations prouuer que IA est le demi-diametre d'vn cercle egal à la superficie conuexe de l'autre section AIG.

Posons donc DI de 14, & DH de 10 & demy: telle raison qu'a DH à HA, telle obtient aussi AH à HI: *par la 4. & 8. du 6*. Or AD est à IA, comme AH à HI, *par la mesme*. Mais *par le Corollaire des 19. & 20. du 6*. comme DH est à HI en longitude, ainsi AH à HI par puissance (c'est à dire AD à IA aussi par puissance, car les lignes sont monstrees proportionnelles) dont s'ensuit, que comme DH est à HI en longitude, ainsi est la superficie conuexe de la grande section ABDG, à la superficie conuexe de la petite section AIG. Or DH est posé contenir trois fois autant que HI: la superficie conuexe de la grande section contiendra donc trois fois autant que la superficie conuexe de la petite: mais d'autant que la superficie des deux contient 616, la grande sera de 462, & la petite de 154. Ainsi seront facilement mesurees les superficies conuexes de toutes sections: car telle raison qu'aura la plus grande partie du diametre (couppé par le plan)

Digitized by Google

à la plus petite en longitude: telle & semblable aura par puissance la superficie conuexe de la plus grande section à la superficie conuexe de la plus petite. Cecy est par nous traitté plus amplement en la description du planisphere.

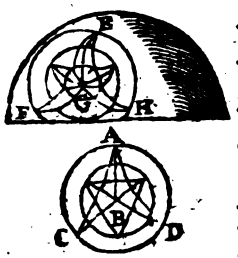
COROLLAIRE II.

Des choses cy deuant demonstrees, il s'ensuiura que la superficie conuexe de toute section de sphere sera egale au cercle, duquel le demi-diametre est egal à la ligne qui est tiree du sommet de la section à la circonference du cercle qui separe icelle section du reste de la sphere.

COROLLAIRE III.

Il est aussi tres-euident, que toute figure plane peut estre auec quelque facilité soubscrite à la superficie de la sphere, rapportant les angles plans aux spheriques: & conuersement.

Comme si sur la sphere nous desirons décrire la figure plane A B C D. Il faudra tracer l'arc G E, en sorte que sa corde soit egale à B A, & l'arc G H, qui ait sa corde egale à B D: semblablement l'arc G F, qui ait sa ligne droite egale à B C: & le tout en sorte que l'angle spherique E G H, soit egal à l'angle plan A B D, & ainsi consequemment tous les autres angles qui seront en G, soient egaux aux angles plans qui sont en B: & alors fermant la figure aux extremitez des lignes, on obtiendra finalement vne superficie egale à la superficie donnee, & semblablement descrite selon le sujet.



Que si la figure E F H G, est plus grande que l'autre: il est certain que dans icelle se pourra tracer vne figure de plusieurs pieces de cercle, laquelle sera encores plus grande que A C B D: *par la commune sentence premise.* Ce qui est absurde, d'autant que telle figure seroit egale à vne autre figure de plusieurs pieces de cercle inscrite en A C D, *par les precedentes*: & la circonscrite à E F H, seroit aussi egale à la circonscrite à l'entour de A C D: il faut donc par necessité que E F H soit egale à A C D.

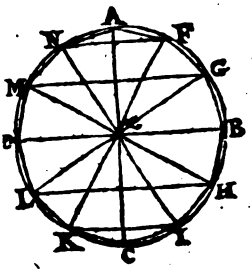
Or des circonferences & circuits de telle figure suscrites à la superficie de sphere, on n'en peut donner aucun precepte: mais on ap-

Digitized by Google

prochera d'autant plus pres de la verité, diuiſant la figure plane en pluſieurs angles, au poinct B: car la multitude d'iceux reduits ſur la ſphere, rendront la figure plus preciſe, *comme il eſt par nous plus amplement demonſtré au traitté de la mappemonde & planiſphere.*

Seconde partie de ce chapitre.

Le contenu ſolide de la ſphere eſt quadruple au cone, qui a pour baſe le plus grand cercle de la ſphere, & ſa hauteur egale au demi-diametre d'icelle.



Faut donc premierem̃et demonſtrer, que quelconque figure ſolide compoſee de deux cones & cones imparfaicts (comme la deuant dite) inſcrite en la ſphere, eſt egale au cone, duquel la baſe eſt egale à la ſuperficie d'icelle figure, & la hauteur egale à la ligne tiree perpendiculairement du centre de la figure à l'vn de ſes coſtez. Soit donc entenduë icelle figure inſcrite comme eſt la preſente: & ſoient décrits les cones ſur les cercles N F, M G, L H, K I, ayans leurs ſommets au centre X. Il a eſté monſtré au chap. precedent que le cone duquel la baſe eſt egale à la ſuperficie du cone N A F, & la hauteur à la ligne tiree de l'extremité X en angles droits ſur N A, eſt egal au Rhombe N A F X. Semblablement que le cone (duquel la baſe eſt egale à la ſuperficie d'entre les cercles N F, M G, & la hauteur à la ligne tiree de X en angles droits ſur M N (ou ſur N A) eſt egal au reſidu compris entre les ſuperficies laterales du cone N X F (par dedans) & du cone M X G (par dehors). Auſſi que le cone duquel la baſe eſt egale à la ſuperficie laterale entre les cercles M G & D B, & la hauteur à la ligne tiree de X en angles droits ſur D M (ou N A) eſt egal au reſidu qui eſt entre le plus grand cercle D B, & la ſuperficie laterale du cone M X G, qui a le ſommet en X. Et ainſi a eſté & peut eſtre demonſtré de l'autre hemiſphere. Veu doncques que la ſuperficie des baſes de ces cones, eſt egale à la ſuperficie exterieure de telle figure ſolide inſcrite, & la hauteur egale en tous: il s'enſuiura, qu'vn ſeul donc duquel la baſe ſera egale à toutes les baſes des autres enſemble, & la hauteur de meſme (c'eſt à dire la ligne procedant de X, & tombant perpendiculairement ſur N A) ſera egal à la figure ſolide, *comme on peut colliger par la 11. du 12.*

Digitized by Google

Or la ſuperficie de ceſte figure inſcrite a eſté monſtrée moindre que quadruple au plus grand cercle de la ſphere: & la ligne perpendiculaire de X ſur N A moindre auſſi que le demi-diametre X A. Il s'enſuit donc que ce cone ſera auſſi moindre que quadruple au cone qui aura pour baſe vn grand cercle & ſa hauteur le demidiametre de la ſphere.

Semblablement a eſté demonſtré que la ſuperficie d'vne ſemblable figure circonſcrite à l'entour de la ſphere, eſt plus grande que quadruple au plus grand cercle d'icelle ſphere: il s'enſuit donc que le cone, duquel la baſe ſera egale à la ſuperficie d'icelle circonſcrite, & la hauteur egale à la ligne tiree perpendiculairement ſur l'vn des coſtez (c'eſt à dire au demi-diametre de la ſphere) ſera plus que quadruple à la ſphere. Veu donc qu'on ne peut circonſcrire, qui ne ſoit plus que quadruple au cone qui aura vn grand cercle comme A B C D pour baſe, & ſa hauteur X A: nous conclurrons, que ce cone ſera egal à la quatrieſme partie de la ſphere: & ſera icelle ſphere quadruple au meſme cone; ce qu'il falloit demonſtrer.

Si donc le plus grand cercle de la ſphere a pour diametre 14, ſa circonference ſera 44, & ſon contenu 154, qui ſeront pour la baſe du cone qui aura 7 de hauteur: iceux 154 multipliez par le tiers de 7, ou 7 par le tiers de 154, produiront 359, & vn tiers, pour le contenu ſolide du cone qui ſera egal à la quatriéme partie de la ſphere. Ce nombre multiplié par 4 produira 1437 & vn tiers pour le contenu vniverſel de la ſphere propoſee.

Corollaire I. de la ſeconde partie de ce chapitre.

Tout ſecteur de ſphere eſt egal au cone, duquel la baſe eſt egale à la ſuperficie conuexe d'iceluy ſecteur, & ſa hauteur au diametre d'icelle ſphere.

Car le ſecteur M A G X (de la figure ſolide inſcrite en la ſphere) eſt egal au cone, duquel la baſe eſt egale à la ſuperficie exterieure d'iceluy ſecteur, & ſa hauteur egale à la ligne perpendiculaire de X ſur l'vn des coſtez: l'autre plus grand M C G, eſt auſſi egal au cone, duquel la baſe eſt egale à la ſuperficie exterieure d'iceluy ſecteur, & ſa hauteur auſſi egale à la ligne tiree en angles droits du centre X ſur l'vn des coſtez, *comme on a peu entendre par le diſcours cy deuant.* Or la ſuperficie de tels ſecteurs eſt moindre que celle des ſecteurs de la ſphere: & la ſuperficie des ſecteurs d'vne figure circonſcrite, eſt plus

Digitized by Google

grande que la superficie de la mesme sphere : il s'ensuit donc (*par les regles devant dites*) que la proposition de ce Corollaire est veritable, sçauoir que *Tout secteur de sphere est egal au cone duquel, &c.*

Comme pour exemple, soit le secteur à mesurer A B C E, duquel les lignes droites A B, B C, C E, & E A, soient chacune de 7. pieds, la ligne droite A C pourra estre de 12 & 1 huitiesme. Il a esté mõstré que A B est le demi-diametre d'vn cercle egal à la superficie cambre de la section de la sphere A B C : ce cercle contiendra donc 154 le tiers desquels multiplié par B E (c'est à dire par 7) sera produit 359 & 1 tiers pour le contenu du secteur de sphere A B C E.

Que si on soustrait 359 & 1 tiers de tout le contenu de la sphere 1432 & 1 tiers, restera 1078, pour l'autre contenu de l'autre plus grand secteur A D C E : auquel, si on adiouste le cone A C E (qui a pour base le cercle couppant les sections, & duquel le diametre est A C) on obtiendra le contenu de la section A D C A.

Soit donc le diametre de la base de ce cone 12 & 1 huitiesme, *comme il a esté posé* : la circonference sera vn peu plus de 38 : le contenu enuiron 116 : lequel contenu multiplié par le tiers de F E c'est à dire par 1 & 1 sixiesme, ou F E par le tiers de 116, qui est 38 & 2 tiers, produira 135, pour le contenu solide du cone A E C, lequel 135 adiouste à 1078, sera fait le nombre 1213, egal à la plus grande section A D C : finalement le mesme nombre 135 leué de 359 & 1 tiers restera 224 & 1 tiers, egal au contenu solide de la plus petite section A B C A.

COROLLAIRE II.

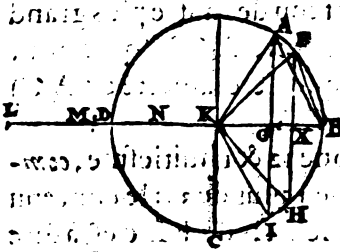
Il est donc manifeste par les choses cy deuant demonstrees, que le cylindre qui a vn grand cercle de la sphere pour base, & sa hauteur egale au diametre de la sphere est sesquialtere à icelle sphere : Et la superficie aussi (y compris les deux bases) est sesquialtere à la superficie de la mesme sphere.

COROLLAIRE III.

Les solides aussi seront auec quelque facilité diuisez par sections, qui auront l'vne à l'autre telle proportion qu'on voudra.

Digitized by Google

Comme en la sphere A D C B soit la proportion donnee le grand secteur F D H K, & le petit F B H K, auquel petit faut faire vne section egale. Il a esté monstré, que le cone qui aura pour base le cercle descrit sur la ligne droite B F, sera egal au secteur F H K. Soit donc faite vne autre ligne droite B A, & de telle longueur, que ce dequoy le cercle descrit sur icelle excedera le cercle de B F, soit au cercle de la perpendiculaire A G, comme A K est à K G en longueur: lors ie dis que la section A I B sera egale au secteur F H K: d'autant que tel excés, multiplié par le tiers de A K, produit le contenu du solide A K F, qui a esté adiousté à l'entour du premier secteur F H K, *comme il a esté monstré tant au Corollaire 7. du chap. 6. de ce liure, qu'en ce chap. present.* Il s'ensuit donc *par les mesmes*, que le cone A I K sera egal au solide ainsi adiousté: Car la base de l'vn est à la base de l'autre, comme la hauteur de l'autre à la hauteur de cestuy *selon la construction.*



Si donc on soustrait le cone A I K: il restera la section A I B egale au secteur F B H K: mais cecy n'est point simplement determiné, & n'a-on encor trouué la raison entre telles lignes, non plus que du cercle à son diametre. Et Archimedes n'a point autrement declaré, qu'en ce qu'il dit, qu'au diametre B D faut adiouster D L egale au demi-diametre, & couper L D selon la proportion donnee, comme L M. Alors diuisant en N, en sorte que D B soit à N B par puissance, comme N L à L M en longueur, la sphere sera aussi couppee selon la proportion deuant dite, par vn plan qui passera en angles droicts par le poinct N.

Suiuant donc ce qui a esté monstré, la sphere sera aussi couppee selon la proportion donnee par superficies spheriques, tant conuexes que concaues, *selon l'instruction de la diuision du cercle.*

COROLLAIRE IV.

Par ces choses, il s'ensuit qu'on peut augmenter vne sphere selon toute proportion donnee.

Car tout le contenu estant reduit en cube, on trouuera incontinent la raison de l'axe de la sphere, laquelle luy sera egale.

De toutes les choses demonstrees en ce chap. nous auons colligé & recueilly les problemes suiuens, afin de rendre les operations d'icelles demonstrations tant plus intelligibles:

Digitized by Google

1. *Le diametre d'vne sphere estant cogneu ; trouuer la superficie d'icelle.*

Il faut trouuer l'aire ou surface d'vn cercle, ayant pour diametre celuy de la sphere donné, ainsi qu'il est enseigné en la 3. p. du chap. 9. du second liure, & le quadruple d'icelle superficie sera la surface de la sphere dont le diametre est donné. Ainsi le diametre d'vne sphere estant 12, le contenu du plus grand cercle d'icelle sera $113\frac{1}{7}$: Car faisant que comme 14 est à 11, ainsi 144 (quarré du diametre 12) soit à vn autre nombre, viennent $113\frac{1}{7}$ pour l'aire du cercle qui a son diametre de 12, & iceluy multiplié par 4, viennent $452\frac{4}{7}$ pour la superficie de la sphere proposee : laquelle on obtiendra encore, si ayant trouué la circonference d'vn cercle ayant pour diametre celuy de la sphere donné, on multiplie ladite periphere par ledit diametre ; tellement qu'en ceste exemple, faisant que cõme 7 est à 22, ainsi le diametre 12 soit à vn autre nombre $37\frac{5}{7}$, qui multiplié par ledit diametre 12, viendra la mesme superficie $452\frac{4}{7}$.

2. *Estant cogneuë la circonference d'vn grand cercle de la sphere, cognoistre la superficie conuexe d'icelle.*

Faisant que comme 22 est à 7, ainsi le quarré de la periphere dõnee soit à vn autre nombre, iceluy sera la superficie de la sphere proposee. Ainsi la periphere d'vn grand cercle d'vne sphere estant 44 ; ie fais que comme 22 est à 7, ainsi 1936 soit à vn autre, & viennent 616 pour la superficie conuexe de ladite sphere.

3. *Estant cogneuë la surface d'vne sphere, cognoistre le diametre d'icelle.*

Soit pris le quart de la superficie donnee, puis soit fait que comme 11 est à 14, ainsi ledit quart de la superficie donnee soit à vn autre nombre, & viendra le quarré du diametre de la sphere. Ainsi la superficie conuexe d'vne sphere estant 616, voulant cognoistre le diametre d'icelle, ie fais que comme 11 est à 14, ainsi 154 (quart de la superficie donnee) soit à vn autre, viennent 196, dont la racine quarree 14 est le diametre de la sphere proposee.

4. *Estant cogneu le diametre d'vne sphere, cognoistre le contenu solide d'icelle.*

Soit premierement trouué l'aire ou superficie d'vn cercle, qui ait mesme diametre que le proposé, & icelle superficie estant multipliee par la sixiesme partie dudit diametre de la sphere, sera produit le contenu solide d'vn cone, qui a pour base vn grand cercle de la sphere, & pour hauteur le semidiametre d'icelle, lequel contenu estant multiplié par 4, viendra le contenu solide de la sphere. Ainsi pour trouuer le contenu solide d'vne sphere, de laquelle le diametre est 12, ie fais que comme 14 est à 11, ainsi 144 (quarré du diametre 12) soit à vn autre, & viennent $113\frac{1}{7}$, que ie multiplie par 2, (qui est la sixiesme partie du diametre de la sphere) & viennent $226\frac{2}{7}$, que ie multiplie par 4, & sont produits $905\frac{1}{7}$ pour le contenu solide de la sphere, dont le diametre est 12. lequel on peut encore obtenir par diuerses autres manieres, desquelles j'estime la suiuante plus prompte & aisee à pratiquer que nulle autre. Soit fait que comme 21 est à 11, ainsi le cube du diametre de la sphere proposee (qui est icy 1728) soit à vn autre nombre, qui sera le requis : viendra donc comme deuant $905\frac{1}{7}$ pour le contenu solide de la sphere proposee.

Digitized by Google

5. La periphere d'vn grand cercle de la sphere estant cognuë; trouuer le contenu solide d'icelle sphere.

Soit fait que comme 2904 est à 49, ainsi le cube de la circonference donnee soit à vn autre, & viendra ladite solidité de la sphere proposee. Ainsi pour trouuer le contenu solide d'vne sphere de laquelle la circonference d'vn grand cercle d'icelle est 44; ie fais que comme 2904 est à 49, ainsi 85184 (cube de la periphere donnee 44) soit à vn autre, & viennent $1457\frac{1}{3}$ pour le contenu solide de la sphere proposee.

6. Estant cogneuë la superficie d'vne sphere; cognoistre le contenu solide d'icelle.

Soit trouué le diametre de la sphere, comme dit est cy dessus; puis soit multipliee la moytié de la superficie donnee par le tiers du diametre trouué, ou bien le tiers de ladite superficie par ledit semi-diametre, & viendra la solidité de la sphere. Parquoy la superficie conuexe d'vne sphere estant 616; pour en sçauoir le contenu solide, ie fais que comme 11 est à 14, ainsi 154 (qui est le quart de la superficie donnee) soit à vn autre nombre, qui sera 196, dont la racine quarree 14 est le diametre de la sphere, par la moytié duquel ie multiplie $205\frac{1}{3}$ (qui est la troisiesme partie de la superficie donnee), & viennent $143\frac{1}{3}$ pour le contenu solide de la sphere, dont la superficie conuexe est 616.

7. Estant cogneu le contenu solide d'vne sphere, cognoistre le diametre d'icelle.

Soit fait que comme 11 est à 21, ainsi le contenu solide proposé soit à vn autre nombre, duquel la racine cubique donnera le diametre requis: Ainsi le contenu d'vne sphere estant $905\frac{1}{7}$; pour en obtenir le diametre, ie fais que comme 11 est à 21, ainsi la solidité donnee $905\frac{1}{7}$ soit à vn autre nombre 1728, duquel la racine cube 12 est le diametre requis.

8. Estant cogneu le diametre du cercle qui fait de base à vne portion de sphere, & la hauteur d'icelle portion; cognoistre la superficie conuexe de ladite portion spherique.

Soit adiousté le quarré du semi-diametre de la base au quarré de la hauteur de la portion spherique proposee, & viendra le quarré du semi-diametre du cercle egal à la superficie conuexe de ladite portion, par le moyen duquel semi-diametre se trouue le requis. Ainsi voulant trouuer la superficie conuexe d'vne section de sphere, dont le diametre de la base est 8, & la hauteur, ou partie du diametre de la sphere coupee à angle droit par ladite base 3; i'adiouste 16 & 9 (quarrez du semi-diametre 4 & hauteur 3) & viennent 25, quo ie quadruple, & sont 100: puis ie fais que comme 14 est à 11, ainsi le nombre trouué 100 soit à vn autre, & viendront $78\frac{4}{7}$ pour le contenu de la superficie conuexe de la portion proposee. Soit encore proposé à trouuer la superficie d'vne autre portion de sphere, dont le diametre du cercle de sa base soit pareillement 8, mais sa hauteur $5\frac{1}{2}$; les quarrez de 4, & $5\frac{1}{2}$ seront 16 & $28\frac{1}{4}$, qui adiouſtez ensemble font $44\frac{1}{4}$, dont le quadruple est 177: & faisant que comme 14 est à 11, ainsi 177 soit à vn autre, viendront $139\frac{5}{7}$ pour la superficie conuexe de l'autre portion spherique. Or ces deux superficies iointes ensemble font $218\frac{1}{14}$, qui est pour la surface de toute la sphere, dont le diametre sera composé des hauteurs des deux portions spheriques cy dessus 3 & $5\frac{1}{2}$: car trouuant, comme dit est cy dessus, la superficie conuexe de la

sphere,

Digitized by Google

ſphere, dont le diametre eſt $8\frac{1}{5}$, viendra le meſme nombre $218\frac{2}{25}$.

9. *Eſtans cogneu le diametre d'vne ſphere, & celuy de la baſe d'vne portion d'icelle; cognoiſtre la ſuperficie conuexe de ladite portion ſpherique.*

Veu que le ſemi-diametre de la baſe d'vne portion de ſphere, eſt la moyenne de trois proportionnelles, dont la compoſee des extrémes eſt le diametre de la ſphere; ayant trouué l'vne deſdites extrémes, (ſçauoir eſt la moindre, ſi la portion ſpherique eſt propoſee moindre que l'hemiſphere, mais la grande, ſi c'eſt vne ſection maieur) on aura cogneu le diametre de la baſe de la ſection & ſa hauteur: partant la ſuperficie conuexe d'icelle portion ſera trouuee, comme dit eſt au precedent probl. Ainſi eſtant propoſé à trouuer la ſuperficie conuexe d'vne portion mineure de ſphere, dont le diametre eſt 13, & le diametre de la baſe ou plan coupant la ſphere 12: i'oſte le quarré du ſemi-diametre de la baſe, du quarré du demi-diametre de la ſphere, & reſte $\frac{25}{4}$, dont la racine $2\frac{1}{2}$ eſtant oſtee du ſemi-diametre de la ſphere, reſtent 4 pour la hauteur de la portion ſpherique propoſee, dont le quarré eſt 16, qui adiouſté au quarré du ſemi-diametre de la baſe 36, viennent 52, dont le quadruple eſt 208, & faiſant que comme 14 eſt à 11, ainſi 208 ſoit à vn autre, viendront $163\frac{3}{7}$ pour la ſuperficie conuexe de la portion de ſphere propoſee. Mais la portion eſtãt propoſee plus grande que l'hemiſphere, i'adiouſte la racine $2\frac{1}{2}$ au demi-diametre de la ſphere $6\frac{1}{2}$, & viennent 9 pour la hauteur de ladite portion maieur, le quarré de laquelle hauteur eſtant adiouſté au quarré du ſemi-diametre 36, viennent 117, dont le quadruple eſt 468: & faiſant que comme 14 eſt à 11, ainſi 468 ſoit à vn autre, viendront $367\frac{5}{7}$ pour la ſuperficie conuexe de ladite portion ſpherique: laquelle ſuperficie eſtant iointe à celle de la portion mineure, ſera produit $531\frac{1}{7}$ pour la ſuperficie conuexe de toute la ſphere: car le meſme nombre eſt auſſi produit, faiſant comme il eſt enſeigné en la premiere prop. ſçauoir eſt, que comme 7 eſt à 22, ainſi le diametre 13 ſoit à vn autre nombre $40\frac{6}{7}$, & multipliant iceluy par le meſme diametre 13.

10. *Eſtans cogneuë la baſe d'vne portion de ſphere, & la ſuperficie conuexe d'icelle; cognoiſtre le diametre de la ſphere.*

Soit premierement trouué tant le ſemi-diametre de la baſe, que de la ſuperficie conuexe donnee, ainſi qu'il eſt enſeigné en la 5. prop. du chap. 9. du ſecond liure: en apres ſoit oſté le quarré du moindre ſemi-diametre de celuy du plus grand, & reſtera le quarré de la hauteur de la portion ſpherique, qui ſera vne des extrémes de trois proportionnelles, dont le ſemi-diametre de la baſe eſt la moyenne: & partant l'autre extréme ſera aiſément trouuee, & par conſequent tout le diametre de la ſphere cogneuë. Comme ſi la ſuperficie conuexe d'vne portion de ſphere eſt $78\frac{4}{7}$, & le contenu de ſa baſe ou plan coupant la ſphere $50\frac{2}{7}$, pour trouuer le diametre de la ſphere d'icelle portion, ie fais que comme 11 eſt à 14, ainſi $78\frac{4}{7}$ ſoit à vn autre nombre, & encore $50\frac{2}{7}$ à vn autre, & viennent 100, & 64, la difference du quart deſquels deux nombres eſt le quarré de la hauteur de la portion ſpherique propoſee, qui partant eſt 3, par laquelle eſtant diuiſé 16 quart dudit nombre 64, viennent $5\frac{1}{3}$ pour la hauteur de la portion maieure, qui adiouſtee à la hauteur 3, donne $8\frac{1}{3}$ pour

Digitized by Google

tout le diametre de la sphere, dont la portion donnee est coupee.

11. *Estant cogneu le diametre d'vne sphere, & la superficie conuexe de la portion spherique d'vn secteur d'icelle sphere; cognoistre le contenu solide dudit secteur.*

Cecy est aisé, puis que pour auoir la solidité d'vn secteur de sphere, il faut trouuer la superficie conuexe de la portion spherique, laquelle estant multipliee par le tiers du semi-diametre de la sphere, ou bien le tiers de ladite superficie par tout le semi-diametre, est produit ladite solidité du secteur. Ainsi pour obtenir le contenu solide d'vn secteur de sphere, de laquelle le diametre est 12, & la superficie conuexe de la portion spherique d'iceluy secteur 180: Ie multiplie la superficie 180 par 2, & viennent 360 pour le contenu du secteur proposé. Que si au lieu de la superficie conuexe de la portion de la sphere, estoit cogneu le diametre, ou la periphere du cercle seruant de base à ladite portion spherique, on pourroit aussi trouuer ladite solidité du secteur, moyennant qu'on sçache s'il est moindre ou plus grand que l'hemisphere: Car par le moyen d'iceluy diametre, ou periphere on pourra trouuer la superficie conuexe, comme dit est cy dessus.

12. *Estant cogneu le diametre d'vne sphere, & aussi celuy de la base d'vne portion d'icelle; cognoistre le contenu solide d'icelle portion.*

Si la portion proposee est moindre que l'hemisphere, ayant trouué le contenu du secteur d'icelle portion, en soit osté le contenu d'vn cone ayant mesme base que la portion, mais pour hauteur la perpendiculaire tombante du centre de la sphere en ladite base, & restera la solidité de la portion spherique proposee: Mais si ladite portion estoit plus grande que l'hemisphere, au contenu du secteur soit adiousté le contenu dudit cone, & viendra la solidité de la portion maieure. Ainsi soit vne portion mineure d'vne sphere, dont le diametre est 13, & le diametre de la base 12: Il faut trouuer la solidité d'icelle portion. Il appert par le 9. prob. que la superficie conuexe de ceste portion spherique sera $163\frac{3}{7}$, & aussi que la ligne perpendiculaire tombante du centre de la sphere sur la base de la portion proposee sera $2\frac{1}{2}$: Multipliant donc ladite superficie conuexe $163\frac{3}{7}$ par $2\frac{1}{6}$, (qui est le tiers du semi-diametre de la sphere) viendront $354\frac{5}{11}$ pour le contenu solide du secteur. Reste donc à cognoistre le contenu solide d'vn cone, dont le diametre de la base est 12, & la hauteur $2\frac{1}{2}$, qui par le chap. 6. sera trouué de $94\frac{2}{7}$, lequel osté du contenu solide du secteur $354\frac{5}{11}$, resteront $259\frac{17}{11}$ pour le contenu solide de la moindre portion de sphere proposee. Mais pour auoir la solidité de la portion maieur, ie trouue que sa superficie conuexe est $367\frac{5}{7}$, laquelle multipliee par le tiers du semi-diametre de la sphere, viendront $796\frac{5}{7}$ pour le contenu solide du secteur maieur, auquel estant adiousté le cone susdit $94\frac{2}{7}$, viendront 891 pour la solidité de ladite portion maieure. Que si on adiouste ensemble le contenu solide d'icelles deux portions spheriques, viendront $1550\frac{17}{11}$, à quoy deura estre egale la solidité de toute la sphere; & icelle sera trouuee d'autant par le 4. probl.

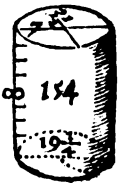
Digitized by Google

Des corps compris de ſuperficies ouales. Et premierement du cylindre ouale.

CHAP. VIII.

De tout cylindre ayant ſes baſes ouales, l'vne d'icelles multipliee par la hauteur orthogonelle du meſme cylindre, produit le contenu ſolide d'iceluy.

Comme ſoit le cylindre, duquel la baſe eſtant ouale (ayant ſon plus long diametre 7, & le plus petit 3 & demy) contienne 19 & 1 quatriéme: & la hauteur d'iceluy cylindre ſoit 8: il conuient multiplier la baſe 19 & 1 quatriéme par 8: & le produit 154 eſt egal au contenu ſolide du cylindre ouale donné.



De la meſure du cone ouallé.

CHAP. IX.

De tout cone ouale la baſe multipliee par le tiers de la hauteur orthogonelle d'iceluy, produit le contenu ſolide du meſme cone.

Comme ſoit le cone duquel la baſe eſt ouale ſemblable & egale à la baſe du cylindre precedent, & la hauteur orthogonelle de 9 pieds: il faut multiplier le tiers de la baſe par 9, ou le tiers de 9 par toute la baſe, & le produit 57 & 3 quarts eſt egal au contenu ſolide du cone propoſé.

Quant aux autres cylindres, & cones ouales, rhomboïdes, ils ſeront meſurez facilement, ſi on obſerue diligemment la ligne perpendiculaire qui tombe du ſommet de chacun corps ſur la baſe, ou ſur la continuation directe d'icelle, *comme il a eſté monſtré és autres cylindres & cones precedens.* Et le tout neantmoins fondé ſur les raiſons par nous cy deuant alleguees, que ie ne repeteray à cauſe de briefueté.

De la meſure du Spheroïde.

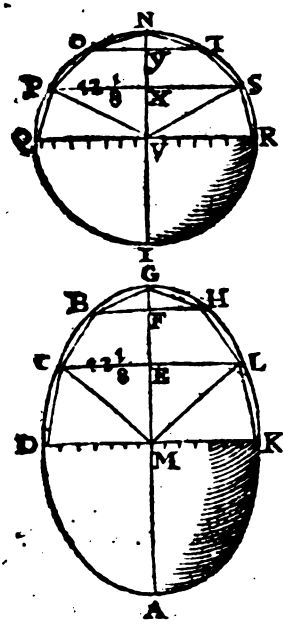
CHAP. X.

Le contenu ſolide du ſpheroïde oblong eſt double au Rhombe, qui a pour

Digitized by Google

hauteur le plus long diametre (c'eſt à dire l'axe du Spheroïde) & la baſe commune ſur le cercle du plus petit diametre.

COmme ſoit le Spheroïde G D A K, duquel l'axe ſoit G A, & le plus petit diametre D K. Il faut monſtrer que le ſpheroïde eſt double au rhombe duquel la baſe eſt le cercle N Q I R, & la hauteur G A, c'eſt à dire quadruple au cone qui aura le meſme cercle pour baſe, & la hauteur G M. Soit donc inſcrite au demi-cercle Q N R vne figure reguliere de tant de coſtez qu'on voudra comme Q P O N T S R, & ſoient tirees les lignes O T, P S, Q R, paralleles. Apres ſoit coupé le demi-diametre G M en meſme raiſon que N V, ſçauoir comme X N à E G, ainſi N V à G M: & ainſi des autres parties, & ſoient tirees les lignes B H, C L, D K. Icelles ſeront egales aux lignes O T, P S, Q R, *comme il a eſté monſtré au chap. 10. du 2. liure en la meſure de l'oualle.* Finalement ſoient auſſi tirees les lignes droites D C B G H L K.



Si donc nous preſuppoſons en l'hemiſphere Q N R, & au demi-ſpheroïde vne figure ſolide d'autant d'angles & coſtez, compoſee de cones & cones imparfaits, il eſt manifeſte, *par les choſes cy deuant demonſtrees,* que le cone O T N a au cone B H G telle raiſon que Y N à F G: *par la 14. du 12, c'eſt à dire* N V à G M. Secondement le cone imparfait P O T S a meſme raiſon au cone imparfait C B H L, que Y X à F E (qu'eſt N V à G M) ainſi eſt le cone imparfait Q S au cone imparfait D L: d'autant que le cone imparfait de la ſphere eſtant acheué le diametre du cercle compant le cone, aura au diametre de la baſe telle raiſon que la perpendiculaire du cone adiouſté à la perpendiculaire de tout le cone parfait *par la 4. du 6.* (Ainſi eſt des cones imparfaits du ſpheroïde, s'ils ſont acheuez.) Les hauteurs donc de tous les cones parfaits de la ſphere auront meſme raiſon aux hauteurs des cones parfaits du ſpheroïde que les reſtes Y X, X V à F E, E M (c'eſt à dire N V à G M) *par la conuerſe de la 11. du 7.*

Toute figure ſolide inſcrite en la ſphere, a donc la meſme raiſon à l'autre inſcrite au ſpheroïde, que N V à G M: & la raiſon ſera de meſme és figures ſolides circonſcrites: *ainſi qu'on peut colliger du 7. chap. de*

Digitized by Google

ce liure. Dont eſt manifeſte que la ſphere aura auſſi au ſpheroïde la meſme raiſon, ſçauoir de N V à G M.

Or il a eſté monſtré que l'hemiſphere eſt double au cone qui a le cercle N Q I R pour ſa baſe & la hauteur N V. Mais ce cone a au cone qui a le meſme cercle pour ſa baſe, & ſa hauteur G M, la meſme raiſon que N V à G M *par la 14. du 12.* Il s'enſuit donc que la moytié du ſpheroïde eſt double au cone, qui a ſa hauteur G M, & ſa baſe le cercle duquel le diametre eſt D K. Ainſi ſera monſtré de l'autre hemiſphere Q I R, & de l'autre moytié de ſpheroïde D A K. Si donc nous poſons D K de 14, & G A de 28, la ſphere de laquelle l'axe eſt 14, contiendra en ſon contenu ſolide 1437 & 1 tiers: & le ſpheroïde 2874 & 2 tiers, qui eſt le double de la ſphere, d'autant que G M eſt double à D K.

COROLLAIRE L.

Des choſes cy deuant demonſtrees, il s'enſuit que le ſecteur & la ſection de la ſphere ont meſme raiſon au ſecteur & ſection du ſpheroïde, que le plus petit diametre du ſpheroïde a l'axe d'iceluy ſpheroïde.

Comme ſoit la ſection de la ſphere P N S, laquelle coupe la ligne N V au poinct X, en meſme raiſon comme la ſection du ſpheroïde C G L coupe la ligne G M au poinct E. Il eſt euident que dans l'vne & l'autre ſection peuuẽt eſtre inſcrites certaines figures ſolides d'autant de coſtez & angles l'vne que l'autre, & en ſorte que celle inſcrite en la ſection de ſphere, aura meſme raiſon à l'autre inſcrite à la ſection du ſpheroïde, que N V à G M: comme auſſi pourront eſtre circonſcrites à l'entour dicelles ſections ſemblables figures, qui auront l'vne à l'autre la meſme raiſon, *cela a eſté monſtré au chap. 7.* Or le cone duquel le diametre de la baſe eſt P S, & la hauteur X V, a meſme raiſon au cone duquel le diametre de la baſe eſt G L, & la hauteur E M que D M à G M. Il s'enſuit donc que le ſecteur & la ſection de la ſphere, ont meſme raiſon au ſecteur & ſection du ſpheroïde, que D M à G M. Si donc nous poſons la hauteur de la ſection de ſphere N X eſtre le quart de I N: il s'enſuiura *par le premier Corollaire du chap. 7. de ce liure*, que la ſuperficie conuexe de la ſection, ſera le quart de la ſuperficie de la ſphere: tellement que le cone qui aura ſa baſe egale à icelle ſuperficie de ſection, & ſa hauteur le demi-diametre N V, ſera la quatriéme partie de la meſme ſphere, & egal au ſecteur P N S V, qui contiendra par ce moyen 359 & 1 tiers. Or le ſecteur du ſpheroïde

Digitized by Google

C G L M est demonstré double à iceluy secteur de sphere. Il s'ensuit donc qu'il contiendra 718 & 2 tiers: duquel secteur C G L M si on oste finalement le cone C L M, qui contient 270, il restera 448 & 2 tiers, pour le contenu solide de la section du spheroïde C L G.

Seconde partie.

La superficie du Spheroïde est à la superficie de la sphere inscrite, comme la circonference de l'vn à la circonference de l'autre.

D'autant que les superficies des cones imparfaits, tant inscrits que circonscrits, sont les vnes aux autres comme leurs costez, cecy est manifeste. Si donc nous posons la circonference G D A K de 62, icelle multipliee par 14 produira 868 pour la superficie du spheroïde. Or que la circonference du spheroïde à la circonference de la sphere ait mesme raison que le grand diametre au petit, cela est manifeste en la demonstration du cylindre coupé par vn plan non en angles droits.

COROLLAIRE II.

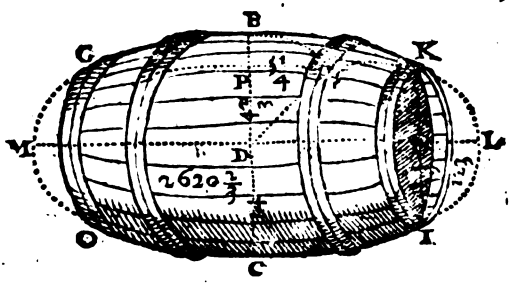
Le spheroïde se diuisera aussi selon toute proportion donnee, par plans qui couperont l'axe en angles droits.

Car si la sphere inscrite est diuisee premierement (comme il a esté monstré) selon la proportion donnee, il s'ensuiura (diuisant l'axe du spheroïde en semblable raison que l'axe de la sphere aura esté diuisé) que les sections de l'vn auront mesme raison aux sections de l'autre, *par les demonstrations precedentes.*

Or pour mettre fin à la mesure des spheroïdes, ie mettray encores en auant comment se peuuent mesurer les muids & tonneaux, qui sont vases & corps les plus fameux entre tous les autres. Posons donc la pinte (ou autre mesure commune) contenir autant que le cube qui aura 5 poulces de chacun costé, laquelle longueur (pour plus facile intelligence) nous appellerons poignee. Maintenant soit le tonneau duquel la longueur G K est de 21 poignees, la hauteur C B 14, & le diametre de l'vne des faces coupee K I 9 & 1 tiers: maintenant il conuient sçauoir la longueur de D L, pour laquelle obtenir, mettons la ligne D P egale à H K, & soit imaginee la ligne droite P K: soit aussi tiré le demi-diametre D S, egal à D B: le quarré d'iceluy sera 49, egal aux quarrez de P D & P S, *par la 47. du 1.* Si donc de 49 on leue le quarré de P D (c'est à dire 21 & 7 neufiémes) resteront 27 & 2 neufiémes, la

Digitized by Google

racine quarree desquels est enuiron 5 & 1 quart, pour la longueur de la ligne P S. Mais il a esté monstré, que telle raison que P S a à P K, telle aussi a B D à D L. Il s'ensuit donc que P K est double à P S, & D L aussi double à B D. Soit donc mesuré le rhõbe duquel la base commune est le cercle qui a son diametre B C (c'est à dire 14) & l'axe ou hauteur la ligne M L, (c'est à sçauoir 28) iceluy contiendra 1437 & 1 tiers, egal à la sphere de laquelle le diametre est B C: ce nombre doublé fait 2874 & 2 tiers egal au spheroïde, *comme il a esté monstré.* Apres soit imaginee la sphere coupee par vne superficie plane, en sorte que le diametre d'icelle sphere soit aussi coupee en mesme raison que M H, H L: la superficie conuexe de telle section sera la huitiéme partie de la superficie de la sphere, (car H L est la huitiéme partie de l'axe M L), & par consequent le secteur compris sous icelle superficie sera aussi la huitiéme partie solide de la mesme sphere, *cela a esté monstré.* Dont est euident, que le secteur du spheroïde D I L K, est la huitiéme partie de tout le corps parfait, & contiendra 359 & 1 tiers: duquel secteur si on oste & soustrait le cone duquel la base est le cercle K I, & la hauteur H D, le reste sera le contenu de la section K I L retranchee du tonneau. Soit donc mesuré le cone, duquel le diametre de la base est 9 & 1 tiers, en ceste sorte: multiplie la circonference d'icelle base (c'est à dire enuiron 29) par le quart de 9 & 1 tiers (sçauoir par 2 & 1 tiers) le produit sera 67 & 2 tiers. Derechef, multiplie ce produit par le tiers de H D (c'est à dire par 3 & demy) le produit sera presque 237, lequel leué & soustrait de 359 & 1 tiers restera le nombre 122, lequel est egal au contenu de la section K I L. Les deux sections donc K I L & G O M leuees de tout le spheroïde (c'est à dire 244 de 2874 & 2 tiers) restera le nombre 2630 & 2 tiers, qui est le contenu du tonneau au proposé: c'est à dire qu'il contiendra 2630 poignees cubes, pintes, ou autres mesures communes que tu auras posé auec deux tierces parties, ce qu'il falloit demõstrer.

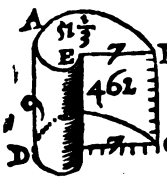


Digitized by Google

Des corps desquels les bases sont spiralles.

CHAP. XI.

De toute colomne, de laquelle la base sera enclose en vne spirale, la mesme base multipliee par la hauteur orthogonelle d'icelle colomne produira le contenu solide de la mesme colomne.



COmme pour exemple soit la colomne ABCDE, de laquelle l'vne des bases spiralles soit de 51 & 1 tiers de pied, à cause de la ligne E B (qui est de 7) qui monstre que le cercle ayant pour demi-diametre E C contiendra 154 *par le chap. 9. du 2. liure*, le tiers desquels est 51 & 1 tiers pour la superficie encloſe en la spiralle *par le chap. 11. du 2. liure*. Iceux 51 & 1 tiers multipliez par la hauteur C B (qui est de 9) produiront 462 pieds, à quoy se monte le contenu solide du corps ABCD.

Du cone spiral.

CHAP. XII.

De tout cone, duquel la base sera encloſe en vne spiralle, la mesme base multipliee par le tiers de la hauteur orthogonelle du cone, produira le contenu solide du mesme cone.

COmme soit le cone spiral, duquel la base contienne 51 & 1 tiers, & la hauteur orthogonelle 9: icelle base multipliee par 3 produira 154 pieds solides, pour le contenu du mesme cone.

Si ces corps (desquels les bases sont spiralles) sont rhomboïdes & panchans, ils seront mesurez, si on obtient leur hauteur orthogonelle, comme il a esté dit des autres corps rhomboïdes, *le tout par les raisons tant de fois alleguees en la mesure des cylindres & cones.*

De la mesure des corps irreguliers.

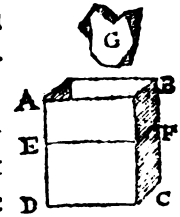
CHAP. XIII.

QVant aux autres corps irreguliers, nous n'en auons aucune chose precise, sinon suiuant l'inuention qu'Archimedes trouua contre

Digitized by Google

contre la tromperie de l'orfeure, qui auoit falsifié la couronne d'or dediee aux Dieux par le Roy Hieron.

Ceste inuention est telle. Soit preparé vn vaisseau rectangle parallelipipede (comme A B C D) dans lequel y ait de l'eau à suffisance.

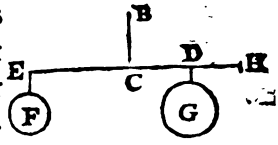


Et soit le corps irregulier G à mesurer, lequel conuient mettre au vaisseau en sorte qu'il soit couuert d'eau: & lors l'eau se haussant (comme pour exemple depuis E iusques à A) monstrera le contenu de G: car il est tres-euident que le rectangle solide qui aura les mesmes dimensions que ce haussement d'eau A E F B, sera egal au corps irregulier.

De la maniere de peser.

CHAP. XIV.

D'Autant que la science de peser depend de la Geometrie, il ne sera inutile de monstrer comment on peut par vn seul poids & par vne seule balance cognoistre les pesanteurs. *Archimedes* au Theoreme sixiéme du premier liure *de æque ponderantibus*, dit que deux pesanteurs inegales seront en equilibre, si elles sont mises & constituees en distances selon la proportion de leurs poids.



Si donc en la balance B E H, les deux corps inegaux F, G sont egalement balancez, il faut que la ligne E C soit à C D, comme la pesanteur G à F: tellement que l'vn des poids estant cogneu, comme posons F estre vne liure, & la ligne E C double à C D, il est certain que le poids G sera double au poids F *par la conuerse de ce theoreme*. Et cecy est general, que telle proportion qu'il y aura aux lignes de costé & d'autre de l'examen B C, telle & semblable sera aux poids suspendus.

Il y a encor vne autre maniere de peser en vne balance plusieurs liures auec peu de poids: mais la subiection y est plus grande qu'en ceste-cy, & pourtant nous la laisserons, à cause de briefueté: & pour mettre fin à ceste œuure, nous declarerons & demonstrerons encore ceste nostre inuention, de la maniere de distinguer les metaux de semblable forme, & de pesanteur egale mis & cachez en autres corps egaux & semblables, tant pour respondre à ceux qui estiment chose

Digitized by Google

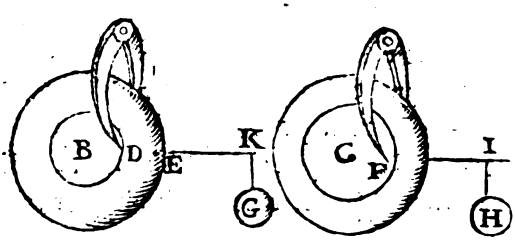
impossible au seruiteur de l'Empereur de pouuoir choisir sans difficulté ny doute la boite plaine d'or, & laisser celle plaine de plomb, que pour orner & enrichir ceste fin de liure d'vne telle inuention, de laquelle dependent plusieurs belles & gentilles subtilitez, qui ne seront inutiles aux amateurs & studieux de ceste science. Il faut donc premierement estre aduerty que

Deux metaux de mesme forme, & egale pesanteur, ne sont pas d'egale grandeur.

L'experience nous a fait assez cognoistre que l'or est le plus pesant de tous les metaux occupant le moins de place: il s'ensuiura donc que mesme pesanteur de plomb occupera plus de lieu.

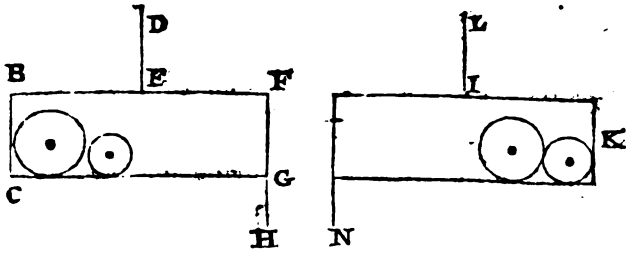
Si donc on presente deux globes de bois, ou autre matiere, semblables & egaux, dans l'vn desquels, & au milieu y ait vn autre globe de plomb pesant vne liure (comme C) & au milieu de l'autre y ait aussi vn autre globe d'or pesant vne liure (comme B:) il est euident, que les centres des pesanteurs seront aussi les centres des globes, soit neantmoins le tout fait en sorte que la boete & le contenu d'vn costé soit egal & de mesme pesanteur à la boete & contenu de l'autre.

Et pour sçauoir auquel des deux est l'or, prends vn instrument en forme de compas crochu, & pince par les pointes d'iceluy vne partie du globe comme tu vois d'vn costé D, alors fiche dans le globe au milieu des deux pointes du compas vne aiguille, ou autre chose semblable de certaine grandeur (comme E K) au bout de laquelle mets vn poids G, tel qu'il soit en equilibre auec le globe premier suspẽdu sur les poinctes du mesme compas. Fais le mesme en l'autre globe: lors si tu ne trouue aucune difference entre les distances du poids suspendu à l'aiguille de chacun globe, prends dauantage de circonference auec les pointes dudit compas, & en fin tu pourras aussi comprendre partie du globe interieur, où les pointes seront iustemẽt sur l'extremité d'iceluy globe interieur, comme pour exemple en D: & posons que le poids G soit en equilibre auec tout le reste: il est certain qu'en l'autre ou sera le plomb, les pointes estant de mesme ouuerture, & tenant le globe suspendu, comme au poinct F, comprendront partie du globe interieur de plomb, & ceste partie



Digitized by Google

de plomb entre F & N, aidera au poids H, & diminuera de l'autre coſté C: Qui ſera cauſe, que pour rendre H en equilibre auec C, la diſtance N I ne ſera ſi grande que E K, *par le theoreme precedent.* De là nous conclurrons, que là où ſera la plus petite diſtance entre le poids ſuſpendu en l'aiguille & la circonference du globe, là dedans ſera le plomb, & en l'autre, l'or.



Soit encor propoſee vne boete en forme de cylindre qui ait pour diametres de ſes baſes B C, F G, en laquelle ſoient mis deux globes de diuers metaux (comme d'or & de cuiure) egaux en poids: & ſoit l'or le plus petit (comme il a eſté dit cy deuant) & le plus proche de l'examen D E que nous poſons au milieu de la ligne B F, (qui eſt le coſté de la boete) & le poids H tenant icelle boete en equilibre. Il eſt euident, ſi l'or change de lieu, & ſe trouue le plus eſloigné du meſme examen comme en K, & le meſme poids H ſoit ſuſpendu de l'autre coſté comme en N, que l'examen L I ne pourra pas eſtre au milieu du coſté de la boete, comme il eſtoit premierement pour tenir le tout en equilibre, ains ſera plus proche de K, d'autant que le centre de la grauité des deux globes eſt plus eſloigné du milieu de la boete qu'en la premiere figure: tellement que l'examen demeurant touſiours au milieu, il faudroit augmenter le poids N pour auoir l'equilibre deſiré, & cognoiſtre qu'en ceſte ſorte l'or eſt le plus eſloigné dudit examen, & en l'autre, le cuiure.

Et ainſi ces regles ſeront generales & vniuerſelles pour toutes autres formes: car on trouuera touſiours en fin quelque difference en l'equilibre, qui fera cognoiſtre non ſeulement les metaux cachez en quelques boetes, mais auſſi l'ordre de leur ſituation, à celuy qui ſera accort & ſubtil au maniement de telle affaire.

OR voila (amy Lecteur) les trois liures de la Geometrie du ſieur Errard: ſur les derniers chapitres deſquels nous n'auons rien annotté,

Digitized by Google

pource qu'il y a tant de choſes à dire & demonſtrer ſur le ſujet d'iceux, que cela merite bien vn traitté particulier, lequel attendant tu receuras en bonne part ce que ledit ſieur Errard te donne en ces trois liures: Quant à ces miennes annotations que tu y trouueras, ie te les preſente, (afin qu'ainſi que i'ay commencé par vne ſimilitude priſe de Mr du Vair auſſi ie finiſſe) comme Appelles & Polyclette faiſoient leurs tableaux & images, le pinceau & le ciſeau encore à la main preſt à amender & reformer tout ce qu'vn plus ſubtil & ingenieux y trouuera à redire.

FIN.

VILLE DE LYON
Biblioth. du Palais des Arts

TRAICTE'

Digitized by Google

TRAICTE' FAMILIER,
POVR TOISER, MESVRER,
ET
EXACTEMENT CALCVLER TOVTES SVPERFICIES ET SOLIDITEZ; COMME
toute sorte de Maçonnerie, les plates-formes, turcies, & leuées de riuieres, fossez, & vuidanges de terres.

VILLE DE LYON
Bibloth. du Palais des Arts

A PARIS,

M. DC. XX.

Digitized by Google

Digitized by Google

TRAITTE' FAMILIER,

POVR TOISER, MESVRER, ET exactement calculer toute Maçonnerie, tant en quarré & ſuperficie, que cube & maſſiue : comme auſſi les plates-formes, turcies, & leuées de riuieres, foſſez, & vuidanges de terres, fait par Alexandre Guybert, Conſeiller du Roy, & Eſleu ſur le faict de ſes Aydes & Tailles en l'eſlection d'Orleans.

Auparauant que commencer audit toiſé & calcul, nous ferons mention des dimenſions de Geometrie, dont ſon propre ſuject eſt magnitude (qui n'eſt autre choſe qu'vne quantité continuë) à laquelle ſont aſſignées trois dimenſions. C'eſt à ſçauoir Altimetrie, Planimetrie, & Stereometrie.

Deffinition d'icelles trois Dimenſions.

ALTIMETRIE eſt ſeulement vne longitude imaginée, ſoit en longueur, ou en hauteur, ſans aucune largeur, comme vne ligne droicte, vne toiſe, vne aulne, ou vne perche. Cecy ſoit toutefois entendu ſainement, & pour l'ayde des ſens, d'autãt que la toiſe, l'aulne & la perche ont quelque largeur, & non la ligne, laquelle ſelon la definition que Euclide luy donne au premier liure de ſes Elemens Geometriques, n'eſt qu'vne longueur ſans largeur.

Planimetrie, autrement appellée ſuperfice, ou ſuperficie, comprend longueur & largeur, comme vne toiſe quarrée, vne aulne quarrée, vne perche quarrée, & ainſi des autres.

Solidimetrie, ou Stereometrie, contient longueur, largeur, &

VILLE DE LYON
Biblioth. du Palais des Arts
Digitized by Google

profondité, & eſt vulgairement appellée Cube, corps, ou ſolide, comme pierre de taille, vuidanges de terre, coulonnes maſſiues, & autres ſoliditez.

Et ainſi vne figure peut auoir longueur & largeur tant ſeulement, & alors elle ſe nomme ſuperficie. Elle peut auſſi auoir longueur, largeur, eſpaiſſeur, ou profondeur. Et lors elle ſe nomme ſolide, ou corporelle.

Ce que deſſus preſuppoſé, nous viendrons à la diuiſion & ſubdiuiſion de la toiſe de long.

La toiſe ſe diuiſe en ſix pieds de Roy de long, dont pour trois pieds de long ſera compté demie toiſe de long.

Pour vn pied & demy, ſera compté vn quart de toiſe de long.

Pour deux pieds de long, ſera compté vn tiers de toiſe de long.

Pour vn pied de long, ſera compté vn ſixieſme de toiſe, ou demy tiers de toiſe de long.

Pour trois quarts de pied de long, ſera compté la huictieſme partie d'vne toiſe, ou autrement le demy quart d'vne toiſe de long.

Chacun deſdits ſix pieds eſt diuiſé en douze poulces de long, & iceux poulces ſont ſubdiuiſez en vingt-quatre demis poulces, ou bien chacun deſdits poulces eſt, ſelon le vulgaire, diuiſé en douze lignes.

Leſdites douze lignes ſe peuuent encores ſubdiuiſer en douze autres particulieres, & meſme en demies lignes, toutesfois l'on ne procede point couſtumierement outre la diuiſion des lignes.

Pour ſix poulces de long, ſera compté demy pied de long.

Pour trois poulces de lõg, ſera compté vn quart de pied de long.

Pour vn poulce & demy, demy quart de pied de long, ou vn huictieſme.

Pour vn poulce de long, ſera compté la douzieſme partie d'vn pied de long.

Ce que deſſus ſuffit quant à la longitude ſimplement.

De la toiſe quarrée.

LA toiſe quarrée contient ſix pieds de long ſur ſix pieds de large, qui ſont trente-ſix pieds quarrez, que comprend ladite toiſe quarrée en face, ou ſuperfice, d'autãt que ſix fois ſix font trente-ſix.

Digitized by Google

Le pied quarré contient douze poulces de long, ſur douze poulces de large, qui ſont cent quarante quatre poulces quarrez.

Et partant la toiſe quarrée contient trente-ſix fois cent quarante quatre poulces, ou 72. poulces de haut, ſur 72. poulces de large, qui ſont 5184. poulces quarrez que contient ladite toiſe quarrée.

Exemple.

144	72
36	72
864	144
432	504
5184. poul. qu.	5184. poulces quarrez.

Diuiſion de la toiſe quarrée.

LA toiſe quarrée ſe diuiſe en deux demies toiſes, dont pour chacune demie toiſe faut compter 18. pieds quarrez.

Plus ladite toiſe ſe diuiſe en quatre quarts, dont pour chacun quart faut compter neuf pieds quarrez.

Elle ſe diuiſe encores en huict demis quarts, ou $\frac{8}{8}$, dont chacun demy quart, ou $\frac{1}{8}$, vaut $4\frac{1}{2}$ pieds quarrez.

Elle eſt derechef diuiſee en $\frac{16}{16}$, dont pour chacun ſeizieſme l'on prend $2\frac{1}{4}$ pieds quarrez.

Plus elle ſe peut auſſi diuiſer en trois tierces parties, dont pour chacune tierce partie ſera compté 12. pieds quarrez.

Elle eſt encore diuiſee en ſix demy tiers, ou $\frac{6}{6}$, dont chacun demy tiers, ou ſixieſme, vaut & eſt compté pour ſix pieds quarrez.

Dauantage eſt auſſi diuiſee en $\frac{9}{9}$, dont pour chacun neufieſme ſera compté quatre pieds quarrez.

Plus eſt encores diuiſee en $\frac{12}{12}$, dont pour chacune douzieſme ſera compté trois pieds quarrez.

De tout eſt cy-deſſous monſtré & enſeigné pour plus claire intelligence.

36. pieds quarrez, — vne toiſe quarree.
18. pieds quarrez, — demie toiſe quarrée.

Digitized by Google

12. pieds quarrez, vn tiers de toiſe.
9. pieds quarrez, vn quart de toiſe.
6. pieds quarrez, demy tiers, ou vn ſixieſme de toiſe.
4 ½ pieds quarrez, demy quart, ou vn huictieſme de toiſe.
4. pieds quarrez, vne neufieſme de toiſe.
3. pieds quarrez, vne douzieſme partie de toiſe.

Diuiſion du pied quarré.

LE pied quarré eſt diuiſé en 144. poulces, ainſi qu'il eſt cy-deſſus declaré, dont la moictié, qui eſt 72. poulces, vaut demy pied quarré, car deux fois ſeptante-deux font 144. poulces quarrez.

Le quart d'vn pied vaut 36. poulces quarrez, parce que quatre fois trente-ſix poulces font cent quarante-quatre poulces, qui eſt tout ledit pied quarré.

Plus, dix-huict poulces quarrez font le demy quart d'vn pied quarré, ou la huictieſme partie d'iceluy, pource que la huictieſme partie de cent quarante-quatre poulces quarrez ſont dix huict, car huict fois dix huict font 144.

Item, neuf poulces quarrez font la ſeizieſme partie d'vn pied quarré, d'autant que ſeize fois neuf font cent quarante-quatre.

Dauantage, quarante-huict poulces font vn tiers de pied, parce que trois fois quarante-huict font cent quarante-quatre.

Plus, vingt-quatre poulces font le demy tiers, ou le ſixieſme de pied, parce que ſix fois vingt-quatre, font cent quarante-quatre poulces quarrez que tient ledit pied quarré.

Auſſi douze poulces quarrez font la douzieſme partie d'vn pied quarré, parce que douze fois douze font cent quarante-quatre, qui eſt ledit pied quarré. Et ainſi faut entendre des autres diuiſiõs, & en tant de partie que l'on voudra; Et chacune diuiſion, ſuiuant ſon ordre, ſe peut voir cy-deſſouz.

144. poulces quarrez, vn pied quarré.
72. poulces, demy pied quarré.
48. poulces, vn tiers de pied,
36 poulces, vn quart de pied.
24. poulces, demy tiers, ou vn ſixieſme de pied.

Digitized by Google

18. poulces, demy quart, ou vn huictieſme de pied.
12. poulces, la douzieſme partie d'vn pied quarré.
9. poulces, la ſeizieſme partie d'vn pied.

Diuiſion d'vn poulce en quarré.

LE poulce quarré ſe diuiſe en deux demis poulces.
Il eſt encores party en quatre quarts de poulces.
Et finalement le poulce quarré ſe diuiſe en 144. lignes quarrees.

Autre diuiſion & declaration bien exacte & particuliere de la toiſe, pied & poulce, tant en leur longueur, que quarré & ſuperfice.

LA toiſe a de longueur 6. pieds.
La toiſe a de longueur 72. poulces.
La toiſe a de longueur 864. lignes.
Le pied a de longueur 12. poulces.
Le pied a de longueur 144. lignes.
Le poulce a de longueur 12. lignes.

La toiſe quarree contient 36. pieds quarrez, d'autãt que ſix pieds qu'elle a de longueur multipliez en ſoy, font 36.

La toiſe quarree contient 5184. poulces quarrez; Pource que trente-ſix pieds quarrez que contient ladite toiſe en ſa ſuperficie, multipliez par cent quarante-quatre (qu'vn pied quarré vaut de poulces quarrez) en prouient 5184. Ou bien multipliant 72. poulces (que la toiſe a de longueur par ſoy-meſmes) en prouient le meſme nombre 5184.

La toiſe quarrée contient ſept cens quarante-ſix mil quatre cens quatre vingts ſeize lignes quarrées; Pource que cinq mil cent quatre vingts quatre poulces quarrez, que contient ladite toiſe quarree, multipliez par cent quarante-quatre (qu'vn poulce quarré vaut de lignes quarrées) en prouient ledit nombre 746496. lignes quarrees. Ou bien multipliant en ſoy-meſme huict cens ſoixante-quatre lignes (que la toiſe a de longueur) en prouient le meſme nombre ſept cens quarante-ſix mil quatre cens quatre vingts ſeize lignes quarrées.

Digitized by Google

Vn pied quarré contient en ſa ſuperficie 144. poulces quarrez, pource que dõuze poulces (longueur du pied) multipliez en ſoy font 144.

Le pied quarré contient auſſi en ſõ aire & ſuperficie vingt mil ſept cens trente-ſix lignes quarrees; Pource que multipliant cent quarante-quatre poulces, que contient le pied quarré par meſme nombre cent quarante-quatre (que le poulce quarré contient de lignes quarrees) en vient ledit nombre 20736. lignes quarrees: Ou bien nous dirons que multipliant cent quarãte quatre lignes (longueur du pied par ſoy-meſme) en viendra ledit nombre 20736. lignes quarrées.

Vn poulce quarré a en ſa ſuperfice 144. lignes quarrees, d'autant que multipliant douze lignes (longueur du poulce par ſoy-meſme) en vient ledit nombre 144. lignes quarrees.

Briefve declaration & éualuation de toiſes, pieds, poulces, & lignes quarrées.

TOiſes multipliees par toiſes, en vient toiſes quarrees.

Toiſes multipliées par pieds, en vient pieds, dont les ſix font la toiſe quarrée, & chacun d'iceux pieds vaut ſix pieds quarrez.

Toiſes multipliées par poulces, en vient poulces, dont pour chacun poulce faut prendre demy pied quarré, qui ſont 72. poulces quarrez.

Vne toiſe ſur vne ligne, ou vne ligne courant ſur vne toiſe, vaut ſix poulces quarrez.

Vne toiſe ſur demie ligne, ou demie ligne courant ſur vne toiſe, vaut trois poulces quarrez.

Vne toiſe ſur vn quart de ligne, vaut vn poulce & demy quarré.

Pieds multipliez par pieds, en vient pieds, dont en faut trente-ſix pour la toiſe quarrée.

Pieds multipliez par poulces, en vient poulces, dont en faut douze pour le pied quarré, & chacun d'iceux poulces vaut douze poulces quarrez.

Vn pied ſur vne ligne, ou vne ligne courant ſur vn pied, eſt vn poulce quarré.

Vn pied ſur demie ligne, ou demie ligne courant ſur vn pied, eſt demy

Digitized by Google

demy poulce quarré.

Vn pied ſur vn quart de ligne eſt vn quart de poulce quarré.

Poulces multipliez par poulces, en vient poulces ſimplement, deſquels cent quarante quatre font vn pied quarré.

Poulce ſur lignes, ou lignes courans ſur poulces, en vient lignes, dont en faut 12. pour vn poulce quarré, & chacunes d'icelles lignes vaut douze lignes quarrees.

Lignes multipliees par lignes, en vient lignes ſimplement, deſquelles cent quarante quatre font vn poulce quarré.

Les choſes predictes bien entenduës ſeruiront grandement à l'intelligence du toiſé & calcul de toute maçonnerie.

Eualuation ou multiplication de toiſes, & pieds courans, auec leurs exemples, pour l'intelligence d'icelles.

TOiſes de long, ſur toiſes de large, c'eſt à dire, que toiſes multipliees par toiſes rendent toiſes quarrees.

Soit pour exemple huict toiſes de long, ſur quatre toiſes de large, vallent 32. toiſes quarrees, parce que quatre fois huict font trente deux.

Toiſes multipliees par pieds, ou pieds par toiſes, que les maçons diſent communément & vulgairement pieds ſur toiſes, autrement appellez pieds courans ſur toiſes, rendent pieds, dont les ſix font la toiſe quarree. Et chacun deſdicts ſix pieds vaut ſix pieds quarrez.

Auſſi eſt à noter, que apres auoir multiplié les pieds par toiſes, pour chacune fois ſix pieds, il faut compter vne toiſe quarree vallant trente ſix pieds quarrez, & pour chacun pied reſtant ſix pieds quarrez.

Exemple.

SIl eſtoit propoſé, que vallent huict toiſes de long ſur cinq pieds de large, il faut multiplier cinq par huict, il en viendra au produict quarante, que nous ſuppoſions eſtre quarante pieds, & pource qu'en quarante y a ſix fois ſix, qui ſont trente ſix, l'on doit compter ſix toiſes quarrees, chacune toiſe de trente ſix pieds quarrez, & y aura quatre pieds, reſtans pour chacun deſquels ſera compté ſix

Digitized by Google

pieds, qui ſera pour les quatre pieds vingt-quatre pieds quarrez, qui vallent demie toiſe ſix pieds quarrez, & partant cinq pieds courans ſur huict toiſes, ou cinq pieds de huict toiſes (ainſi que proferent les maçons de Paris) vallẽt ſix toiſes, vingt-quatre pieds quarrez, ou ſix toiſes & demie, ſix pieds quarrez.

Si on veut reduire leſdicts vingt-quatre pieds à parties de toiſes quarrees, nous dirons que leſdicts vingt-quatre pieds valent $\frac{24}{36}$ de toiſe, parce que la toiſe, comme dit eſt, tient trente-ſix pieds quarrez, leſquels $\frac{24}{36}$ abreuiez font $\frac{2}{3}$ de toiſe quarree, ou bien demie toiſe ſix pieds quarrez (qui eſt choſe ſemblable): & pour l'entendre plus vulgairement, attendu que vingt-quatre pieds, comprennent dix-huict pieds vallans demie toiſe, & reſte ſix pieds. Nous pouuons dire & prononcer iceux vingt-quatre pieds valloir demie toiſe & ſix pieds quarrez.

La raiſon de ce, eſt, ſi vous multipliez quarante-huict pieds, que huict toiſes tiennent en longueur: (Car huict fois ſix, ou ſix fois huict font quarãte-huict) par cinq pieds de large, vous aurez, deux cents quarante pieds, leſquels diuiſez par trente ſix pieds (que contient la toiſe quarree) vous aurez ſix toiſes, vingt-quatre pieds quarrez, ou ſix toiſes & demie ſix pieds quarrez comme deſſus.

Ou autrement pource que trois pieds eſt demie toiſe, prenez la moitié de huict toiſes, & vous aurez quatre toiſes, puis pour deux pieds, qui reſtent de cinq pieds (qui eſt le tiers d'vne toiſe de long) prenez le tiers de huict toiſes (qui eſt deux toiſes, vingt-quatre pieds) puis adiouſtez quatre toiſes, auec deux toiſes vingt-quatre pieds, monte ſix toiſe vingt-quatre pieds quarrez comme deuant.

Exemple.

Pour 3. pieds la moictié de Pour 2. pieds, le tiers de	8. toiſes.	4. toiſes 2. toiſes 24 pieds.
		6. toiſes 24. pieds.

Digitized by Google

Pour éualuer poulces ſur toiſes.

TOiſes multipliees par poulces, ou poulces ſur toiſes vallent demis pieds quarrez, qui eſt pour chacun demy pied quarré, ſoixante douze poulces quarrez, & la raiſon eſt, que la toiſe de long contient ſix pieds, & chacun pied, douze poulces de long, qui ſont ſix fois douze poulces vallent ſoixante douze poulces, que tire toute la longueur de la toiſe reduicte à poulces.

Et pour ceſte raiſon, qui fait courir vn poulce de large ſur 72. poulces de long (qui eſt la toiſe de long) il a demy pied quarré: car vne fois ſoixante douze, eſt touſiours 72. (qui eſt la moitié de cent quarante poulces) que cõtient en ſuperfice le pied quarré.

Ou autrement, pour éualuer poulces ſur toiſes, ou toiſes ſur poulces, faut prendre ſur les toiſes les parties d'vn pied qui vallent les poulces, & icelles adiouſter enſemble. Ce qui prouiendra de l'addition, ſeroit repreſentez pieds: mais pour chacune fois ſix pieds qui ſe trouueront en icelle addition ſera compté vne toiſe quarree, & pour chacun pied reſtant ſix pieds quarrez, & pour chacun demy pied, trois pieds quarrez.

Soit pour exemple 7. poulces courans ſur 77. toiſes, ou 7. poulces de 77. toiſes, faut premierement pour 6. poulces (qui eſt demy pied) prendre la moitié de 77. toiſes, & l'on aura 38 $\frac{1}{2}$ pieds, qui diuiſez par ſix, en viendra ſix toiſes quarrees, & pour les deux pieds & demy, reſtans deſdits trente-huict pieds & demy, faut compter 15. pieds quarrez, & ainſi l'on aura 6. toiſes 15. pieds quarrez, puis pour vn poulce reſtant deſdicts 7. poulces courans ſur 77. toiſes (& lequel poulce eſt la ſixieſme partie deſdicts ſix poulces) faut encores prendre la ſixieſme partie de ſix toiſes quinze pieds, & l'on aura vne toiſe deux pieds & demy, que faut adiouſter auec les ſix toiſes quinze pieds, il en viendra 7. toiſes 17. pieds $\frac{1}{2}$ quarrez, & tant vallent 7. poulces courans ſur 77. toiſes, comme il appert par le calcul cy-deſſouz.

	7. poulces.	
Pour 6. poulces, la moitié de 77. toiſes	38 $\frac{1}{2}$ pieds vallant	
	6. toiſes 15. pieds quarrez.	
Pour vn poulce reſtant de 7. la ſixiéme partie de 6. toiſes 15. pieds quarrez.	1. toiſes 2 $\frac{1}{2}$ pieds quarrez.	
	7. toiſes 17 $\frac{1}{2}$ pieds quarrez.	

Digitized by Google

Pour éualuer demis poulces & quarts de poulces ſur toiſes.

TOiſes ſur demis poulces, ou demis poulces ſur toiſes compoſent quarts de pieds quarrez, dont pour chacun quart de pied l'on comptera trente ſix poulces quarrez, d'autant que trente ſix poulces quarrez ſont vn quart de 144. poulces quarrez, (qui eſt le contenu du pied quarré en ſa ſuperfice) & auſſi trente ſix poulces quarrez eſt la moictié de 72. poulces quarrez (qui eſt demy pied.)

Toiſes ſur quarts de poulces ſont demy quart de pied, ou la huictieſme partie de pied, qui vaut dix-huict poulces quarrez.

Pour éualuer lignes courans ſur toiſes.

VNe ligne courant ſur vne toiſe, vault 6. poulces quarrez. La raiſon eſt, qu'vne ligne eſt la douzieſme partie d'vn poulce, qui courant ſur 72. poulces ne comprend que la douzieſme partie de 72. poulces qui ſont ſix poulces quarrez. Parquoy vne ligne courant ſur 72. poulces, que tient la toiſe de long reduite à poulces, voudra ſix poulces quarrez.

Pour éualuer pieds ſur pieds.

PIeds multipliez par pieds vallent pieds quarrez, deſquels en faut trente-ſix pour faire la toiſe quarree.

Pour éualuer pieds courant ſur poulces.

PIeds multipliez par poulces, ou poulces par pieds, ſeroient repreſentez poulces, mais pour chacune fois douze poulces, ſera prins vn pied quarré (qui vaut 144. poulces quarrez) & pour chacun poulce reſtant ſeront comptez douze poulces quarrez. en les multipliant par douze, & fault entendre que ladicte multiplication de poulces ſe peut reduire en parties d'vn pied quarré, comme ſera cy-apres declaré.

Soit pour exemple 8. poulces ſur 5. pieds ou 5. pieds ſur 8. poul-

Digitized by Google

ces; faut multiplier cinq par huict, en viendra 40. (que supposerons estre 40. poulces.) Lesquels diuisez par douze en vient 3. pieds quarrez, & le reste (qui est quatre) faut multiplier par douze, en viendra 48. poulces quarrez (qui est vn tiers de pied quarré.) Car quarante-huict est la tierce partie de cent quarante quatre poulces quarrez (que tient vn pied quarré) & par ainsi nous dirons que cinq pieds sur huict poulces, ou huict poulces sur cinq pieds (qui est chose semblable) vallent trois pieds & vn tiers de pied quarré.

Cecy se peut prouuer en ceste maniere, soient reduicts les cinq pieds en poulces de longueur, comptant pour chacun pied douze poulces de long, & l'on aura soixante poulces, lesquels multipliez par huict poulces, en est produict quatre cents quatre vingts poulces, qu'il faut partir par 144. (nombre des poulces que tient vn pied quarré) viendra de la diuision trois pieds quarrez, & restera quarante-huict poulces est vn tiers de pied quarré comme dist est.

Aussi se peut prouuer par tel moyen, pour six poulces (qui est demy pied courât sur cinq pieds,) soit prins la moitié de cinq pieds, & l'on aura 2. pieds 6. poulces, puis pour les deux pieds restans de huict poulces (qui sont le tiers de six poulces) soit prins le tiers de deux pieds six poulces, & l'on aura dix poulces, qui adioustez auec les deux pieds & demy, font trois pieds quatre poulces, lesquels poulces valent quarante huict poulces quarrez, comme dict est, desquels trois exemples nous en auons cy-dessoubs faict le calcul & supputation.

8
5
———
40. poulces.

~~1~~4
~~4~~~~0~~ | 3 $\frac{1}{3}$ pieds.
~~1~~~~2~~

12
5
—
60
8
—
480 poulces quarrez.

4
~~1~~ ~~6~~ 8
~~4~~ 8 ~~0~~ | 3. pieds 48. poulces quarrez.
~~1~~ ~~4~~ ~~4~~

8. poulces.

Pour 6. poulces, la moitié de 5. pieds.	2. pieds 6. poulces.
Pour 2. poulces restans, le tiers de 2. pieds 6. poulces.	0. pieds 10. poulces.
	3. pieds. 4. poulces valãt 48. poulces quarrez.

Pour éualuer poulces courans sur poulces.

QVi multiplie poulces par poulces, il en vient poulces quarrez (desquels 144. font vn pied quarré.)

Soit pour exemple 16. poulces courans sur 9. poulces, multipliez l'vn par l'autre en vient 144. poulces quarrez valans vn pied quarré.

16
9
144 poulces quarrez.

Ainsi vn poulce courant sur vn pied vaut 12. poulces quarrez.

Demy poulce courant sur vn pied vaut 6. poulces quarrez.

Vn poulce courant sur vn poulce vaut vn poulce quarré.

Demy poulce courant sur vn poulce, en vient demy poulce quarré.

Finablement demy poulce, sur demy poulce fait vn quart de poulce quarré.

Application des Reigles cy-dessus mentionnées.

LE moyen de toiser & calculer vne maçonnerie, où il y a seulemẽt des toises & des pieds, tant en sa longueur que largeur.

Soit pour exemple, vne muraille ayant 6. toises 4. pieds de longueur, ou haulteur, sur 5. toises 5. pieds de largeur, il faut en premier lieu multiplier les cinq toises de largeur par les quatre pieds de longueur, en viendra 20. pieds valant trois toises quarrees, & restera deux pieds, chacun desquels vaut 6. pieds quarrez, qui sont pour les deux, douze pieds quarrez, ce faict vous multiplierez lesdites cinq toises de large par les six toises de long, en viẽdra tren-

Digitized by Google

te toiſes auſquelles faudra adiouſter les trois toiſes cy-deſſus proue, nuës de la multiplication deſdites cinq toiſes par quatre pieds de longueur, ce ſera trente trois toiſes quarrees.

En apres vous multiplierez les cinq pieds de largeur par les quatre pieds de longueur, en viendra vingt pieds quarrez, & finablement conuient multiplier leſdits cinq pieds de largeur par les ſix toiſes de longueur, en viendra au produict trente pieds, valans à raiſon de ſix pieds pour toiſe, cinq toiſes quarrees, & le calcul ainſi faict ſe trouuera, que la ſuperficie de ladite maçonnerie reuiendra à 38. toiſes 32. pieds quarrez, ou 38. toiſes $\frac{1}{4}$ 5. pieds quarrez, comme par le calcul cy-deſſoubs appert.

6. toiſes	4. pieds.	longueur.
5. toiſes	5. pieds.	largeur.
33	12	
5	20	
38. toiſes	32. pieds quarrez.	

Ou autrement, quand il n'y aura que toiſes pieds, vous reduirez le tout en pieds, tant la longueur, que largeur, & puis multiplierez l'vn par l'autre, & le produict diuiſerez par trente ſix (nombre des pieds que contient la toiſe quarrée) & le quotient ſera ce que demandez.

Nous prendrons pour ceſt exemple, le nombre des toiſes & pieds de la precedente reigle & propoſition, & reduirons les ſix toiſes de long en pieds, monteront trente ſix pieds, auſquels eſtans adiouſtez les quatre pieds de longueur, en viendra pour toute la longueur 40. pieds, & les cinq toiſes de largeur auſſi reduictes en pieds, en viendra trente pieds, auquel nombre eſtans adiouſtez les cinq pieds de largeur, ladicte largeur entiere ſera de trẽte cinq pieds, leſquels multipliez par ladicte longueur, en viendra au produict quatorze cens pieds, & iceux diuiſez par trente ſix (nombre des pieds que contient la toiſe quarrée) en viendra 38. toiſes 32. pieds quarrez comme deuant, ainſi qu'il appert par le calcul cy-deſſoubs.

Digitized by Google

6 toiſes 5 toiſes

6 6

36 30

4 5

40. pieds. long. 35. pieds. largeur.

40

35

200

120

1400. pieds quarrez.

38. toiſes 32. pieds quarrez.

Si au deſſus du quarré de ladite muraille il y auoit vn pignõ en forme de triãgle, il le faudroit toiſer & calculer comme cy-deſſoubs eſt declaré.

Soit pour exemple, que au deſſus du quarré de la maçonnerie de la precedente reigle, il y euſt vn pignon repreſentant comme dict eſt la figure d'vn triangle, vous aurez pour baze d'iceluy la largeur de ladicte muraille, (qui eſt 35. pieds) & ſuppoſons que la perpendiculaire, ou ligne à plomb, qu'on appelle auſſi cathetenſe, deſcendant de la poincte en haut dudit triangle, ſur ladicte baze, euſt dix pieds: pour auoir la ſuperficie dudit triãgle, ou pignon depuis ledit quarré, vous multiplierez ladicte baze (qui eſt de 35. pieds) par la moitié de ladite perpendiculaire (qui eſt cinq pieds) en viendra au produict cent ſoixante quinze pieds quarrez, leſquels diuiſez par trente ſix, le quotient ou ce qui viendra de ladicte diuiſion ſera quatre toiſes, trente vn pied quarré, pour la ſuperficie dudit triangle, qu'il faudra adiouſter auec leſdits trente huict toiſes, trente deux pieds que contient ladicte muraille iuſques à ſon quarré, afin d'auoir toute la ſuperficie d'icelle muraille & pignon, & l'addition faicte ſe trouuera contenir

en

Digitized by Google

en tout quarante trois toiſes vingt ſept pieds quarrez, valans leſdits pieds trois quarts de toiſe, comme appert par le calcul cy-deſſoubs.

35. pieds, baze du triangle.
5. pieds, moitié de la perpendiculaire.

175. pieds quarrez.

3 [4. toiſes 31. pieds quarrez pour la ſuperficie du pignon ou triangle.

38. toiſes	32. pieds.
4. toiſes	31. pieds.
43. toiſes	27. pieds quarrez.

Addition des deux nombres pour la ſuperficie entiere de ladicte muraille & pignon.

Le moyen de toiſer & calculler vne maçonnerie, où y a toiſes, pieds & poulces tant en longueur que largeur.

POur ſçauoir que valent en quadrature, ou contiennent en ſuperficie, ſix toiſes quatre pieds ſix poulces de longueur ſur deux toiſes quatre pieds quatre poulces de largeur, ſoit le nõbre eſcript, & couché ainſi qu'il eſt cy-deſſoubs.

6. toiſes	4. pieds.	6. poul.	longueur.
2. toiſes	4. pieds.	4. poul.	largeur.

Ce faict vous commencerez voſtre operation, en multipliant les deux toiſes de largeur, par les ſix poulces de longueur, en viendra douze poulces, & d'autant que toiſes multipliees par poulces, le produict repreſente demis pieds quarrez, ce ſera ſix pieds quarrez, vous mettrez donq' o deſſoubs les poulces & retiendrez ſix pieds.

En apres vous multiplierez leſdictes deux toiſes de largeur, par quatre pieds de longueur, ce ſeront huict pieds, ſix deſquels pieds valent vne toiſe quarrée, ainſi vous retiendrez vne toiſe, & vous reſtera deux pieds, chacun deſquels vaut ſix pieds quarrez, qui ſeroit pour les deux douze, & ſix que vous auez retenu de la multi-

Digitized by Google

plication des poulces par toiſes, y aura dix-huict pieds quarrez.

Cela expedié, vous multiplierez leſdites deux toiſes par les ſix toiſes de longueur, en viendra douze toiſes, que vous poſerez ſouz les toiſes auec vne que vous aurez retenuë de la multiplication des toiſes & des pieds, ce ſeront 13. toiſes.

Ce faict vous multiplierez les quatre pieds de largeur par les ſix poulces de longueur, en viendra vingt quatre poulces, douze deſquels valent vn pied quarré, ainſi vous poſerez o ſoubs & à l'endroit deſdits poulces, & retiendrez deux pieds.

Conſequemment vous multiplierez les quatre pieds de largeur par les quatre pieds de longueur, en viendra ſeize pieds quarrez, & deux que vous auez retenu, ce ſeront dix-huict pieds quarrez que vous poſerez ſoubs les pieds.

Semblablement vous multiplierez leſdits quatre pieds de largeur par les ſix toiſes de longueur, en viendra vingt quatre pieds, (ſix deſquels valent vne toiſe quarrée) ainſi ce ſeront quatre toiſes que vous poſerez ſoubs les toiſes.

En apres viennent à multiplier les quatre poulces de largeur par les ſix poulces de longueur, ce ſeront vingt quatre poulces quarrez, dont en faut 144. pour faire vn pied quarré.

D'auantage faut multiplier iceux quatre poulces de largeur par les quatre pieds de longueur, en viendront 16. poulces, douze deſquels valent vn pied quarré, & chacun des quatre reſtant, douze poulces quarrez, qui ſeront quarante huict poulces quarrez, que vous poſerez ſoubs leſdits poulces, & mettrez vn pied ſoubs les pieds.

Finalement leſdits quatre poulces de largeur doiuent eſtre multipliez par les ſix toiſes de longueur, en viendra au produict vingt-quatre, qui ſeront vingt-quatre demis pieds quarrez, ainſi vous mettrez ſoubs les pieds douze, & trouuerez apres toutes les precedentes operatiõs faictes, que ceſte quadrature & ſuperficie monte dix-huict toiſes treize pieds & ſoixante douze poulces quarrez, (qui eſt demy pied) ainſi qu'il appert par le calcul & operation ſuiuante.

Digitized by Google

6. toiſes	4. pieds.	6. poul. longueur.
2. toiſes	4. pieds.	4. poulces largeur.
13	18	0
4	18	0
	8	24
	12	48
18 toiſes	13. pieds.	72 poulces quarrez.

Pour auoir la quadrature & ſuperficie de la muraille cy-deſſus propoſée autremẽt que par la precedente reigle & exemple; Il faut en premier lieu, multiplier les deux toiſes de largeur par les ſix poulces de longueur, en viendra douze poulces, valans vn pied, dont les ſix pieds ſont vne toiſe quarrée, pource que ce ſont poulces ſur toiſes, parquoy l'on poſera o deſſouz & à l'endroit des poulces, & ſera retenu vn pied pour leſdits douze poulces.

Ce faict conuient multiplier leſdits deux toiſes de largeur par les quatre pieds de longueur, le produict monte huict pieds, & vn pied qu'auez gardé à part, ce ſont neuf pieds, qui valent vne toiſe quarrée, & trois pieds, (chacun deſquels pieds vaut ſix pieds quarrez) parquoy faut poſer 3. pieds deſſouz, & à l'endroit des pieds, & garder & retenir vne toiſe.

En apres vous multiplierez les deux toiſes de largeur par les ſix toiſes de longueur, en viendront 12. toiſes quarrées, & vne que vous auez retenuë, ce ſeront treize toiſes, que vous eſcrirez deſſoubs & à l'endroit des toiſes.

Et d'autant qu'il reſte quatre pieds, quatre poulces courans ſur leſdictes ſix toiſes quatre pieds ſix poulces, prenez pour trois pieds (qui eſt demie toiſe) la moitié de ſix toiſes 4. pieds, ſix poulces, & vous aurez 3. toiſes 2. pieds 3. poulces, que faut eſcrire & poſer ſuiuant leur ordre: (puis apres pour vn pied reſtant de quatre pieds, (qui eſt la tierce partie de trois) prenez le tiers de trois toiſes, deux pieds trois poulces, & vous aurez vne toiſe neuf poulces que faut ſemblablemeut eſcrire & poſer ſuiuant leur ordre.

Et pource que quatre poulces reſtans ſont la tierce partie d'vn pied, prenez le tiers d'vne toiſe neuf poulces, & vous aurez deux pieds trois poulces, que vous eſcrirez ſoubs les autres nombres ſui-

Digitized by Google

uant leur ordre, comme appert cy-dessoubs.

6. toises	4. pieds.	6. poulces.
2. toises	4. pieds.	4. poulces.
13	3	0
3	2	3
1	0	9
	2	3
18. toises	2. pieds.	3. poulces.
18. toises	13 $\frac{1}{2}$ pieds	quarrez.

Mais comme cy deuant est dict, faut pour lesdits deux pieds douze pieds quarrez, & pour les trois poulces, (qui est le quart d'vn desdits pieds, chacun desquels vaut six pieds quarrez) conuient aussi compter trois demy pieds quarrez, & finablement vous aurez pour toute ceste quadrature dix-huict toises treize pieds & demy quarrez, lequel demy pied vaut 72. poulces quarrez.

S'il y auoit tant en la longueur, que largeur de la muraille, toises, pieds, poulces & partie de poulces, comme cy-dessoubs est contenu.

2. toises 2. pieds. 2. poulces $\frac{1}{2}$ longueur.
2. toises 2. pieds. 2. poulces $\frac{1}{2}$ largeur.

Vous multiplierez les deux toises de largeur par demy poulce de longueur, en viendra demy pied quarré, vallant 72. poulces, que vous poserez soubs les poulces. En apres vous multiplierez lesdictes deux toises de largeur par les deux poulces de longueur, en viendra quatre, qui seront demy pieds quarrez, que vous poserez soubs les pieds, mettant o soubs les poulces. Puis vous multiplierez lesdites deux toises par les deux pieds de longueur, en viendra quatre pieds, chacun desquels vaut six pieds quarrez, qui seront vingt-quatre pieds quarrez, que vous poserez aussi soubs lesdits pieds. Ce faict vous multiplierez aussi icelles deux toises de largeur par les deux toises de longueur, en viendra quatre toises, que vous poserez soubs les toises.

Celà expedié, vous multiplierez les deux pieds de largeur par demy poulce de longueur, en viendra vn poulce, lequel poulce vaut douze poulces quarrez, que vous poserez soubs les poulces.

Digitized by Google

en apres vous multiplierez leſdits deux pieds de largeur par deux poulces de longueur, en viendra quatre poulces, chacun deſquels poulces vaut 12. poulces quarrez, ainſi les quatre vallent 48. poulces quarrez, que vous poſerez ſoubs leſdits poulces, puis vous multiplierez iceux deux pieds de largeur par les deux pieds de longueur, en viendra quatre pieds quarrez que vous poſerez ſoubs les pieds. Auſſi vous multiplierez leſdits deux pieds par les deux toiſes de longueur, en viendra quatre pieds, chacun deſquels vaut ſix pieds quarrez, ainſi les quatre reuiendroient à 24. pieds quarrez, que vous poſerez ſoubs les pieds.

Ceſte operation faicte, vous viendrez puis apres à multiplier les deux poulces de largeur par demy poulce de longueur, en viendra vn poulce quarré, que vous poſerez ſoubs les poulces. Ce faict vous multiplierez leſdits deux poulces de largeur par les deux poulces de longueur, en viendra quatre poulces quarrez, que vous poſerez ſous les poulces. En apres conuient multiplier leſdits deux poulces, par les deux pieds de longueur, en viendra quatre poulces, chacun deſquels vaut douze poulces quarrez, qui ſera pour les quatre, quarante-huict poulces quarrez, que vous poſerez ſoubs les poulces. Auſſi faut multiplier leſdits deux poulces par les deux toiſes de longueur, en viendra quatre poulces, chacun deſquels vaut demy pied quarré, (ainſi ce ſera deux pieds quarrez que vous poſerez ſoubs les pieds.)

Finablement le demy poulce de largeur doibt eſtre multiplié par le demy poulce de longueur, il en viendra vn quart de poulce, qui ſera mis ſoubs ladite fraction, puis ledit demy poulce ſera multiplié par deux poulces de longueur, en viendra vn poulce, que vous poſerez ſoubs les poulces: dauantage icelny demy poulce ſera multiplié par deux pieds de la longueur, en viendra vn poulce vallant douze poulces quarrez, qui ſeront poſez ſoubs les poulces, auſſi ledit demy poulce ſera multiplié par les deux toiſes de longueur, en viendra demy pied quarré, qui ſeront 72. poulces quarrez, que vous poſerez ſoubs les poulces.

Le calcul ainſi faict, & comme cy deſſus eſt bien diſtinctement & particulierem̃et declaré, l'on doit adiouſter le tout enſemble, & ſe trouuera que ladite muraille contiendra cinq toiſes, vingt-vn pied, ſix-vingts ſix poulces, vn quart de poulce quarré, comme appert par le prochain calcul.

Digitized by Google

2. toiſes	2. pieds.	2. poulces
2. toiſes	2. pieds.	2. poulces
4. toiſes	2	72
	24	0
	4	12
	24	48 c/2
	2	1
		4
		48
		8
		12
		72
5. toiſes	21. pieds	126. poulces c/2

Si par autre moyen que les precedentes reigles & exemples, vous voulez calculer le toiſé d'vne maçonnerie, où il y ait toiſes, pieds, & poulces, vous reduirez tant la longueur que largeur en poulces: ce fait vous multiplierez l'vn par l'autre, & le produict diuiſerez par 5184. (nombre des poulces quarrez que contient la toiſe quarrée.) Et ce qui en viendra ſera la ſuperficie demandée en toiſes quarrées.

Soit pour exemple, vne muraille ayant 6. toiſes 4. pieds 6. poulces de longueur ſur 2. toiſes quatre pieds 4. poulces de largeur, il faut reduire ladite longueur en poulces, icelle reduction faicte elle montera 486. & la largeur auſſi reduicte montera 196.

Ce faict conuient multiplier leſdites longueur & largeur, ainſi reduites en poulces l'vn par l'autre, en viendra au produit 95256. qu'il faut diuiſer par 5184. & le quotient ſera 18. toiſes, & reſtera à partir 1944: (qui ſont poulces quarrez.) & pour en auoir pieds, faut diuiſer ledit reſte par 144, (nombre des poulces quarrez que le pied quarré contient) en viendra 13. poulces, & reſtera à partir 72. poulces (qui eſt demy pied quarré) & par ainſi toute la quadrature & ſuperficie de ladite muraille aura 18. toiſes 13. $\frac{1}{2}$ pieds.

Digitized by Google

6 toises.
6

36
4

40
12

80
40

480
6
---
486 poulces longueur.

2. toises.
6

12
4

16
12

32
16

192
4
---
196. poulces largeur.

486
196

2916
4374
486

95256. poulces quarrez.

1
294
367
44424
95256 [18. toises.
5184
518

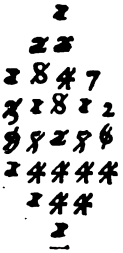
7
28
562
1944 [13. pieds 72. poulces.
1444
14

Mais à raison que en l'exemple precedente le partiteur 5184. est grand, & qu'aucuns non encores bien entendus en la diuision s'y trouueroient (peut estre) empeschez. Nous baillerons vn autre moyen vn peu plus facile, c'est que l'on diuisera ledit nombre 95256. poulces quarrez, par 144. valeur en poulces du pied en quarré, en viendra au produit 661. pieds quarrez, & restera 72. poulces.

En apres vous diuiserez lesdits 661. pieds par 36. (valeur en pieds de la toise en quarré,) en viendra au quotient dix-huict toises, & restera treize pieds : ainsi appert que lesdites deux operations se

Digitized by Google

rapportẽt, & que en l'vne & en l'autre ſe trouuent dix-huict toiſes treize pieds, & ſoixante douze poulces quarrez, valans demy pied quarré.



661. pieds, & reſtent 72. poulces quarrez.

18. toiſes quarrées, & reſtent 13. pieds quarrez.

S'il y auoit pieds, poulces & demy poulces, tant en la longueur que largeur d'vne pierre, ou muraille, vous reduirez le long ou le large, lequel des deux qu'il vous plaira en poulces, & parties de poulces, & iceluy coſté reduit vous le multiplierez par l'autre, reduict ſeulement en poulces, y eſtant ſa fraction adiouſtée, & le prouenu de ceſte multiplication doibt eſtre diuiſé par le double de cent quarante quatre pour auoir pieds, lequel nombre doublé mõtera 288. Ce qui viendra de ladicte diuiſion monſtrera quants pieds quarrez contiendra ladite maçonnerie: s'il reſtoit quelque choſe à partir, ce ſeroit demy poulces ou autre partie ſelon la reduction que vous aurez faicte.

Soit pour exemple vne pierre ayant quatre pieds trois poulces & demy de longueur, ſur deux poulces & demy de largeur, vous reduirez ladicte longueur en demy poulces, il y en aura 103. ce faict vous reduirez la largeur en poulces, il y en aura vingt-ſix, & adiouſtant la fraction, il y aura 26 $\frac{1}{2}$, par lequel nombre vous multiplierez 103. en viendra au produit 2729 $\frac{1}{2}$, & iceluy diuiſé par 288. (double de 144. nombre des poulces quarrez que contient le pied quarré) en viendra au quotient neuf pieds ſoixante huict poulces trois quarts quarrez.

2. pieds

Digitized by Google

4. pieds $3\frac{1}{2}$ poulces longueur.
2. pieds $2\frac{1}{2}$ poulces largeur.

4 — 12 — 48 — 3 — 51 — 51 — 1 — 103 demy poul. long.

2 — 12 — 24 — 2 — $26\frac{1}{2}$ poulces largeur.

103
$26\frac{1}{2}$
$51\frac{1}{2}$
618
206
$2729\frac{1}{2}$

1
3
9 0 7 [9. pieds $68\frac{3}{4}$ poulces
7 9 $\frac{1}{2}$ quarrez.
8 8

Lon peut aussi reduire, tant lesdites longueur que largeur en leur fraction, mais il fraudra diuiser le produict de leurs multiplications par le double de 288. qui sera 576. Comme il se cognoist par le calcul & operations suiuantes, faictes sur les precedens nombres de longueur & largeur.

103 longueur.
53 largeur.

309 — 515 — 5459

2
7 [9 pieds, & reste 275. quarts
9 5 de poulces valans $68\frac{3}{4}$ poul-
ces quarrez.
6

S'il y auoit seulement fraction à la longueur, ou largeur, vous re-

Digitized by Google

duirez celle où il y a fraction en ſa fractiõ, & icelle multiplierez par l'autre où il n'y en aura, que vous partirez ainſi que deſſus eſt dict, c'eſt à ſçauoir par 288. & le reſte ne pouuant eſtre party, ce ſera parties de la fraction.

Soit pour exemple 3. pieds 3 $\frac{1}{2}$ poulces de longueur ſur 2. pieds 5. poulces de largeur, vous reduirez ladite longueur en ſa fraction, montera 79. que vous multiplierez par 29. poulces largeur, en viendront 2291. lequel nombre vous diuiſerez par 288. en reſſortira au quotient 7. pieds, & reſtera 275. demy poulces valans 137. $\frac{1}{2}$ poulces quarrez.

Et s'il y a toiſes auec pieds, poulces, & parties de poulces, faut reduire la longueur, ou largeur en ſa fractiõ, laquelle reduction faicte, & ſi la fraction ſe trouue eſtre demy poulces, & voulez que le quotient repreſente toiſes quarrees, il conuient doubler 5184. (nombre des poulces quarrez que contient la toiſe quarrée,) lequel nombre doublé montera 10368. qui ſera le partiteur du nombre ainſi reduict pour auoir toiſes: & s'il y a aucun reſte apres ladite diuiſion, il faudra pour auoir pieds, partir ledit reſte par 288. double de 144. (que contient de poulces quarrez le pied quarré) il en viendra au quotient des pieds. Et s'il reſte encores quelque autre choſe à partir, ce ſeront demy poulces.

Eſt à noter & remarquer que ſi on reduiſoit tant la longueur que largeur en demy poulces, multipliant l'vn par l'autre, & partiſſant comme deſſus, le quotient ſeroit le double de ce qui doit eſtre, de ſorte qu'il faudroit diuiſer ledit quotient par la moitié. Vray eſt que ſi au lieu dudit nombre 10368 que vous auez nagueres prins pour partiteur pour auoir toiſes, & 288. pour auoir pieds, vous doublez leſdits nombres, qui ſeront 20736. d'vne part, & 576. d'autre, vous aurez ce que vous cherchez tout à vne fois, car multipliant $\frac{1}{2}$ par $\frac{1}{2}$ en vient $\frac{1}{4}$, qui vous demonſtre que cela ſe doit ainſi faire, & qu'il faut quadrupler comme deſſus leſdits nombres pour en auoir les partiteurs.

Sil y auoit lignes en la longueur ou largeur, outre le moyen qui a eſté donné cy deuant en éualuant & multipliant toiſes, pieds, & poulces par lignes, pour en auoir la ſuperficie & quarré d'vne maçonnerie, vous reduirez les toiſes, pieds & poulces en lignes, tant de la longueur que largeur: & ayant faict les multiplications l'vn par

Digitized by Google

l'autre ainsi qu'il est requis, vous diuiserez en premier lieu le produit desdites multiplications par 144. (que le poulce quarré a en sa superficie de lignes,) & le quotiẽt representera poulces, lequel quotient vous diuiserez en apres par mesme nombre 144. (que le pied quarré contient de poulces quarrez,) & ce quotient representera pieds quarrez, que vous diuiserez aussi par trente six (que la toise quarree contient de pieds quarrez) & ce qui viendra de ceste derniere diuision, ce seront toises quarrees.

Exemple.

IL est proposé de mesurer, toiser & calculer vne maçonnerie ayant deux toises, vn pied, deux poulces, cinq lignes de longueur, sur vne toise trois pieds vn poulce quatre lignes de largeur, vous reduirez en premier lieu la longueur en lignes, elle montera 1901. lignes, & la largeur 1312. lignes, que vous multiplierez l'vn par l'autre, en viendra au produict deux milions quatre cens quatre vingt quatorze mil cent douze lignes, lesquelles diuisees par 144. en vient au quotient 17320. poulces, & reste 32. lignes, lequel quotient aussi diuisé par cent quarante quatre, en vient au second quotient 120. pieds quarrez, & reste 40. poulces; cedict second quotient aussi diuisé par trente six, en vient au dernier quotient trois toises quarrees, & reste douze pieds quarrez (qui est vn tiers de toise:) ainsi toute ladite maçonnerie auroit trois toises, douze pieds, quarante poulces, & trente deux lignes quarrees, comme par le calcul & operations cy-dessoubs clairement est demõstré.

2. toises	1. toise
6	6
12	6
1	3
13. pieds.	9. pieds.
12	12
26	18
13	9
156	108
2	1
158. poulces	109. poul.

Digitized by Google

158 poulces.
12
316
158
1896
5
1901 lign. long.

109. poulces.
12
218
109
1308
4
1312. lignes larg.

1312
3802
1901
5703
1901
2494112.

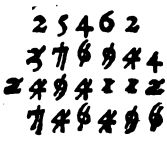
[17320. poulces, reste 32. lignes.

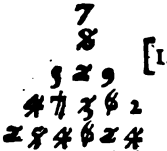
[120. pieds, reste 40. poulces.

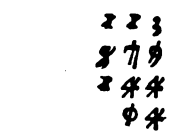
[3. toises, reste 12. pieds.

L'on peut tout à vne fois auoir les toises, en diuisant le produict des multiplications desdites longueur & largeur, par sept cens quarante six mil quatre cens quatre vingts seize, (que la toise quarree contient de lignes quarrees,) comme de ce appert par les calcul & operations suiuantes, & prendrons le mesme nombre cy-dessus, & au precedent exemple declaré.

Digitized by Google


[3. toises, & reste 254624. lignes, que vous diuiserez par 20736. (que le pied quarré contient de lignes quarrees.)


[12 pieds. Reste 5792. lignes, que diuiserez par 144. (que le poulce quarré contiẽt de lignes quarrees.)


[40. poulces, reste 32. lignes.

Lequel calcul se rapporte au precedent, & ainsi pourrez vser de tel des deux moyens qu'il vous plaira.

Le moyen de toiser & calculer le berceau & voûte d'vne caue, auec les murailles d'où part ladicte voûte.

FAut en premier lieu mesurer lesdites murailles à part & separément, en prenant la haulteur depuis le fondement iusques au hault & extremité d'icelles murailles, appellees en aucuns lieux chifles, en d'autres Gibles, & par aucuns maçons pieds droicts, dont de chacune desdictes murailles part la rotondité de la voûte & berceau: ce faict faut multiplier la hauteur & longueur de l'vne desdites murailles par sa largeur, & l'on aura la quadrature & superficie d'icelle, laquelle doibt estre doublee, pour auoir la superficie des deux murailles.

Et pour le regard du berceau & voûte de ladite caue, faut multiplier la longueur d'icelle par son circuit, & le produit sera la superficie & quarré de ladite voûte & berceau.

Soit pour exemple, que chacune desdites murailles ait 13. pieds de haut depuis le fondement iusques à l'endroit où elle regne hors rez de chaussee, & d'où part la rotondité de ladite voûte, & que la largeur soit de 4. toises, faut multiplier lesdits treize pieds par lesdites quatre toises, il en vient au produict cinquante deux pieds,

Digitized by Google

(ſix deſquels vallent vne toiſe quarree, attendu que ce ſont pieds ſur toiſes) & iceux reduicts à toiſes, reuiennent à huict toiſes & demy ſix pieds quarrez, & y en aura autant pour l'autre coſté, leſquelles adjouſtez enſemble montent dix-ſept toiſes douze pieds quarrez. En apres ſe trouue que la rotondité & circuit de la voûte à 14. pieds, leſquels faut multiplier par leſdites quatre toiſes longueur d'icelle, l'on aura neuf toiſes douze pieds quarrez pour la ſuperficie de ladite voûte, & qui adiouſte leſdits deux nombres enſemble, monte l'addition 26 ½ toiſes 6. pieds quarrez, & autant contient ladite voûte & berceau de caue, comprins leſdites murailles & Gibles.

Pour auoir exactement la rotondité & circuit de la voûte, faut meſurer tant le deſſus que deſſoubs d'icelle,) qui eſt l'exterieur & interieur, & des deux nombres adiouſtez enſemble, en prendre la moitié, qui ſera le millieu proportional, & le fort rapporté au foible, le nombre duquel millieu proportional ſera multiplié par ſa longueur (comme cy deuant eſt dict) pour auoir la ſuperficie de ladite voûte.

Pour toiſer & meſurer la maçonnerie d'vn puits.

IL faut meſurer la circonference de la bouche du puits tant par dedans que hors œuure, & du nombre des deux circonferences adiouſtez enſemble, en prendre la moitié, qui ſera le millieu proportional, laquelle moitié conuient multiplier par la profondeur du puits (i'entends iuſques à l'endroit ou la maçonnerie regne) & le produict ſera la quadrature & ſuperficie de la maçonnerie dudit puits: toutesfois les maçons veulent que la profondeur ſoit conſideree depuis la bouche & ouuerture du puits, iuſques à la ſuperficie de l'eau, d'autant qu'ils ont la peine de creuſer & fouiller iuſques à la ſource, & rompre & tailler le roc s'il s'en trouue, comme auſſi de faire toute la vuidange des terres: ce qui ſemble raiſonnable.

Exemple.

VN puits ayant de circonferẽce hors œuure 8. pieds, dans œuure 6. pieds, & de profondeur quarante deux pieds, eſtans les cir-

Digitized by Google

conferences adiouſtees enſemble monterons 14. dont la moitié eſt 7. qui ſera la circonference moyẽne: ce faict faut multiplier quarante deux pieds de profondeur par ledict nombre ſept, en viendra au produict 294. pieds quarrez pour la ſuperficie & quadrature de toute la maçonnerie dudit puits: & eſtant reduicts à toiſes, il y aura 8. toiſes 6. pieds quarrez (qui eſt $\frac{1}{6}$ de toiſe) & de tant doibt eſtre payé le maçon.

8. Les deux circonferences. 42

6.

14. 7

7. Circonference moyenne. 294

8 6
2 9 4 [8. toiſes 6. pieds quarrez.
3 6

Le moyen de meſurer le quarré & ſuperficie d'vn colombier, ou tour ronde.

SI l'on veut ſçauoir combien la maçonnerie d'vn Coulombier, ou tour ronde contient de toiſes quarrees, faut en premier lieu conſiderer ſi ladicte tour ou Coulombier eſt en forme de Cilindre, ayant meſme circonference tant au pied, qu'en la cyme & ſommité d'iceluy, ou bien ſi le circuit du pied eſt plus grand, & de plus gros corſage que celuy de la cyme.

S'il eſt en forme de Cylindre, faut multiplier la circonference par la haulteur, & le produict ſera le nombre & quantité des toiſes, pieds & parties quarrees que contient ladite tour ou Coulombier, comme pour exemple. Si le Coulombier auoit 48. pieds de circuit, & 40. pieds de haulteur, il faut multiplier le circuit par la haulteur, le produict ſera 1920. pieds quarrez pour la ſuperficie de ladite maçonnerie, leſquels pieds reduits en toiſes, il y aura cinquante trois toiſes 12. pieds quarrez (qui eſt vn tiers de toiſe.)

Mais ſi le circuit & circonference dudit Coulombier eſtoit plus grand & de plus gros corſage par le bas, que par le haut & ſommité d'iceluy, il faut adiouſter les deux circonferences enſemble &

Digitized by Google

de l'addition en prendre la moitié, laquelle moitié sera le circuit & circonference moyenne.

Soit pour exemple, le pied dudit Coulombier à 20. toises, & la cyme & sommité 15. toises, les deux nombres adioustez ensemble montent 35. toises, dont la moitié 17. $\frac{1}{2}$ toises, est le circuit & circonference moyenne, par lequel nombre 17. $\frac{1}{2}$ il faut multiplier la haulteur, que nous supposerons estre huict toises depuis le fondement iusques à la sommité, & en viendra 140. toises quarrees.

Est à noter & considerer, que en voulant auoir la circonference moyenne dudit Coulombier, il faut mesurer ladite circonference tant dedans, que hors œuure, à sçauoir en mesurant le pourtour & circuit exterieur, comme aussi l'interieur; & estans adioustez ensemble, prendre la moitié du nombre, laquelle moitié sera la circonference moyenne, & ce lors que ledit Coulombier sera en forme de Cylindre.

Et si le circuit estoit plus grand par le bas que par le hault & sommité, il faudroit pour auoir le milieu proportional, faire deux operations semblables tant au pied, que à la sommité.

Comme pour exemple, si l'exterieur du pied estoit de 16. toises, & l'interieur de 10. toises, les deux nombres adioustez monteront 26. dont la moitié 13. est la moyenne proportion du circuit du pied dudit Coulombier: & si l'exterieur de la cyme estoit de 12. toises, & l'interieur de 8. toises, lesdits deux nombres adioustez monteront 20. toises, dont la moitié & moyenne proportion est 10. toises. Or maintenant ayant lesdites circonferences moyennes tant du pied que sommité dudit Coulombier, vous les adiousterez ensemble, & monterõt 23 toises, dont la moitié & moyenne proportion sera 11. toises $\frac{1}{2}$, par lesquelles vous multiplierez la haulteur, que ie suppose estre de 10. toises, en viendra pour toute la quadrature & superficie de la maçonnerie dudit Coulombier cent quinze toises quarrees.

Si par autre & plus facile moyen vous voulez sçauoir le circuit & circonference moyenne dudit Coulombier, il faut mesurer en ligne droicte la distance qu'il y a depuis le commencement & entree exterieure du Coulombier, commençant vostre mesure à l'extremité exterieure de la maçonnerie de la porte & entree dudict Coulombier, iusques au rencõtre interieur de l'autre

costé

Digitized by Google

coſté de la muraille d'iceluy, & ainſi vous aurez le vray & iuſtifié diametre, moyennant lequel par la reigle du cercle vous aurez la circonference moyenne, laquelle conuient multiplier par la hauteur comme deſſus eſt dict, pour auoir le nombre des toiſes, pieds & poulces quarrez que contient iceluy Coulombier; mais cela s'entend ſi ledict Coulombier eſtoit en forme de Cylindre.

Et où iceluy Coulombier ne ſeroit en forme de Cylindre, mais que ſon circuit par le bas & fondement fuſt plus grand & de plus gros corſage que par le haut & ſommité, le moyen cy-deſſus declaré ne ſeroit bon ny aſſeuré, d'autant que lors qu'il aduient que le pied eſt de plus gros corſage que la ſommité, il y a retraicte en la maçonnerie depuis le fondement, & rez de chauſſee iuſques à la ſommité & haulteur d'icelle maçonnerie, laquelle ce faiſant, va en amortiſſant, qui eſt diminution d'vn poulce, ou deux, ou plus ou moins d'épeſſeur ſur la haulteur de chacune toiſe, & par ainſi pour ne rien faire à la vollee & ſans art & diſcretion, faut apres auoir prins le diametre du pied dudit Coulombier, comme cy-deſſus eſt declaré, prendre auſſi par le meſme moyen celuy de ſa cyme & ſommité, ayant lequel dernier diametre, il doibt eſtre adiouſté auec celuy du pied du Coulombier, & la moitié du nombre ſera le diametre moyen.

Nous baillerons icy le moyen pour trouuer la circonference, nous eſtant donné le diametre, & ce pour le ſoulagement de ceux qui ne ſont encores inſtruits en la regle du cercle, pour par ce moyen reduire à peu prés, ledit cercle d'vn corps rond en quarré.

Soit que le diametre moyen aye 5. toiſes, pour auoir la circonference, il faut faire ceſte regle de trois. Si 7. de diametre me donne 22. de circonference combien 5. (noſtre diametre donné) apres l'operation de ladite regle, ladite circonference ſe trouue eſtre de 15. toiſes $\frac{5}{7}$ de toiſes, lequel nombre multiplié par 8. toiſes haulteur dudit Coulombier, en vient 125. $\frac{5}{7}$ toiſes quarrees pour toute la maçonnerie.

Faut entendre que la circonference du cercle contient ſon diametre 3. $\frac{1}{7}$ à peu prés ſelon Archimede.

Digitized by Google

Si 7 22 5

5.

110

2 4 5
2 4 0 [15 $\frac{5}{7}$ toises circonference.
7 7

15 $\frac{5}{7}$
8

---

5 $\frac{5}{7}$
120

---

125 $\frac{5}{7}$ toises quarrees.

Du moyen de ſçauoir combien il faut de circuit de muraille pour enclorre vne piece de terre en forme & figure quarree & à angles droicts.

S'Il eſtoit propoſé combien il faudroit de circuit pour enclorre en quarré parfaict de muraille vne piece de terre contenant deux arpens ſept perches, cent quarante quatre pieds quarrez, à 20. pieds de long pour perche. Il faut en premier lieu reduire les arpens & perches en pieds, le tout montera 82944. pieds quarrez, à raiſon de quarante mil pieds quarrez pour arpent quarré, qui ſont cent perches quarrées pour chaſcun d'iceux à ladite raiſon de 20. pieds pour perche en longueur, & 400 pieds en quarré: ayant ainſi faict la reduction en pieds, en faut extraire la racine quarrée: & apres qu'aurez trouué ladite racine, il la faut diuiſer par ſix, (qui eſt la racine de trente ſix, que la toiſe quarrée contient de pieds quarrez) le quotient repreſentera les toiſes de longueur de chaſcun des quatre coſtez de ladite piece de terre.

20 pieds, longueur de la perche.
20

---

400 pieds quarrez, contenu de la perche quarrée.

400
7

2800 pieds quarrez, que les sept perches contiennent.

400
100

40000 pieds quarrez, que l'arpent en quarré contient.
2

80000
2800
144

82944 pieds quarrez, que contient toute la piece de terre.

```
1
4|45|6         4
8|29|44      2 8 8     [ 48 toises pour chascun costé de la mu-
                 6 6          raille.
2| 8  8
|48 6
```

Pour la preuue de ce que dessus, conuient multiplier 48 toises en soy & quarrément, en vient au produict 2304 toises, & encores ce produict par trente six (à raison que la toise quarrée contient trente-six pieds quarrez) & viendront à ce dernier produict 82944 pieds quarrez, contenu de ladite piece de terre.

Par le calcul & operations cy-dessus, a esté trouué que chascun des quatre costez de ladite muraille aura quarante-huict toises de longueur, lesquels quatre costez adioustez ensemble font 192 toises de circuit, qu'aura toute la piece de terre, & selon la haulteur que l'on voudra bailler à ladite muraille, il faudra multiplier par la largeur pour auoir toises, & pieds quarrez de toute ladite closture: si l'on donne à la muraille deux toises de haulteur comprins le fondement, il faudroit doubler lesdits 192 toises de circuit, en viendra 384 toises quarrées.

Qui ne voudroit diuiser la racine trouuée comme cy-deuant a esté dit par trente six, faudroit partir ledit nombre 82944 pieds (superfice de toute la piece de terre) par trente six, & du quotient extrai-

Digitized by Google

re la racine quarrée, laquelle racine sera l'vn des costez de ladite muraille, ce que vous cognoistrez par l'operation suyuante.

1
1 1 1 1
8 2 3 4 4 [2304 toises.
3 3 3 3 3
3 3 3

7 | 3
1 3 | 3 4
4 | 8 toises comme deuant.
8

Mais si la question estoit combien il faudroit que la muraille eust de longueur pour enclorre vne piece de terre que nous supposons contenir autant que la precedente en son aire & superficie, à laquelle on voudroit bailler de largeur 22 toises, il faut partir le contenu de ladite piece de terre (reduicte premierement en toises comme est la precedente qui contient 2304 toises) par ladite largeur donnée 22 toises, & vous aurez pour la longueur 104 $\frac{8}{11}$ toises, laquelle fraction vaut 26 pieds 26 poulces $\frac{3}{11}$ de poulce quarrez.

1
1 1 6
1 3 3 4 [104 toises $\frac{16}{11}$ longueur trouuée.
1 1 1 1 $\frac{8}{11}$
1 1

Pour la preuue de ce que dessus, que l'on multiplie l'vn par l'autre lesdites longueur & largeur, en viendra le mesme nombre de deux mil trois cens quatre toises, comme cy dessoubs est demonstré.

104 $\frac{8}{11}$	22
22	8
16	176
208	
208	8
2304 toises.	1 7 6 [16 toises.
	1

Si la longueur estoit donnée, il faudroit pour auoir la largeur diuiser le contenu de ladite piece de terre par ladite longueur, ainsi

Digitized by Google

que pour auoir cy-dessus la longueur, vous auez faict la diuision par la largeur.

La cognoissance de la precedente proposition pourra apporter commodité & vtilité à ceux qui voudront faire faire des parcs & closture de murailles, afin qu'ils puissent sçauoir auparauant que commencer, si leur bource est suffisamment garnie pour fournir aux frais & despence necessaires.

Il me semble, soubs correction, que les reigles & exemples cy-dessus suffisent pour bien & exactement calculler tout toisé de maçonnerie en son quarré & superfice, & que ce seroit chose inutile & superfluë d'y rien adiouster, ce qui me donne occasion d'y mettre fin, pour venir au toisé & calcul des dimensions cubiques & solides.

Pour donner commencement aux dimensions cubiques & solides, nous dirons qu'il n'y a que trois dimensions ou mesurées en tout corps parfaict, qui sont recogneus par trois positions de lieux, à sçauoir le haut & le bas pour la longueur, le droict & le gauche pour la largeur, & le deuant & derriere pour l'épesseur.

Declaration de la toise cube & massiue.

LA toise cube & massiue, est entenduë par six pieds de long & six pieds de large sur six pieds de profondeur, qui sont deux cens seize pieds cubes : cela s'entend par telles mesures égales, dont le corps sera composé, soit toises, pieds, brasses, ou autres mesures, & ainsi faut multiplier le long par le large, & puis ce produict par la profondité.

L'on cognoistra la toise cube contenir 216 (qui est nombre cube) duquel la racine cube est six, pource que six fois six font trẽte six (qui est le quarré) & six fois trente six font deux cens seize, qui est le cube, par lequel cube deuons entendre la longueur multipliée par la largeur, & le produict d'iceux par la profondité: Ainsi le cube contient profondité auec superfice.

Autre declaration exacte & particuliere de la toise cube, en toute ses parties & dimensions.

LA toise cube contient deux cens seize pieds cubes pour ce que trente six pieds quarrez, (que contient la toise quarrée) multi-

Digitized by Google

pliez par six pieds, longueur de ladite toise, en prouient deux cens seize.

La toise cube contient trois cens soixante & treize mil deux cens quarante-huict poulces cubes, d'autant que deux cens seize (que la toise cube contient de pieds cubes) multipliez par 1728 (que le pied cube contient de poulces cubes) en prouient ledit nombre de 373248 poulces cubes.

La preuue s'en faict encores par ce moyen en multipliant 5184 (que la toise quarrée contient des poulces quarrez) par 72 en prouient ledit nombre 373248 poulces cubes, & la raison pour laquelle la multiplication se faict par 72 est que la longueur de la toise est de six pieds, & chascun pied a douze poulces de long, & six multipliez par douze en vient 72 poulces pour la longueur de la toise.

Ladite toise cube contient six cens quarante quatre millions neuf cens soixante douze mil cinq cens quarante-quatre lignes cubes, car multipliant trois cens soixante treize mille deux cens quarante-huict (que la toise cube contient de poulces cubes) par 1728 (que le poulce cube contient de lignes cubes) en prouient ledit premier nombre 644972544 lignes cubes.

Ou bien si vous multipliez 746496 (que la toise quarrée contient de lignes quarrées) par 864, en prouiendra le mesme nombre 644972544 lignes cubes, & la raison pour laquelle ledit nombre 746496 se multiplie par 864 est que ledit nombre multiplicateur prouient de la multiplication de 72. (longueur de la toise en poulces) par douze lignes aussi longueur du poulce courant: de maniere que la longueur de la toise est de 864 lignes, & ainsi le quarré de la toise en lignes estant multiplé par le nombre des lignes de la longueur d'icelle toise, le produict represente lignes cubes pour le contenu de ladite toise cube.

Le pied cube contient 1728 poulces cubes, d'autant qu'vn pied quarré contient 144 poulces quarrez, lequel nombre multiplié par douze poulces (longueur du pied) en prouient 1728.

Le pied cube contient deux millions neuf cens quatre-vingt cinq mil neuf cens quatre-vingt quatre lignes cubes, & la raison est que multipliant 20736 que le pied quarré contient de lignes quarrées par 144 (que le poulce quarré contient de lignes quarrées) en vient le mesme nombre 2985984 lignes cubes: & si vous multipliez ledit nombre par 216 (que la toise cube contient de pieds cubes) il en vient

Digitized by Google

le nombre cy-deuant trouué 644972544 lignes cubes pour le contenu de la toise cube.

Le poulce cube contient 1728 lignes cubes, par la mesme raison que le pied cube contient semblable nombre de dix-sept cens vingt-huict poulces cubes, puis que le poulce se diuise en douze lignes de longueur, ainsi que le pied en 12. poulces.

La susdite declaration bien entenduë donnera facile entrée & ouuerture à l'intelligence du toisé & calcul des figures solides & corporelles.

Eualuation & reduction de toises & pieds cubes.

SOit quelque maçonnerie, ou autre chose solide, & massiue que l'on veut mesurer, dont la longueur & largeur soient toises, & la profondeur ou espesseur pieds, est bien à noter que multipliant la longueur & largeur l'vne par l'autre, & le produict par la profondité (qui sont pieds) il en vient pieds desquels six seulement font la toise cube: & ainsi ayant diuisé ledit produict par six, il en vient de ceste diuision toises cubes, & s'il restoit quelque chose à partir seroient parties de toises cubes, & chascune desdites parties vaudroit trente six pieds cubes.

Exemple.

VNe muraille ayant deux toises de long, deux toises de large, & six pieds d'épesseur: multipliant deux par deux, en vient quatre, & ledit quatre par six pieds de profondeur ou espesseur seront vingt quatre pieds, lesquels reduicts en toises, à raison desdits six pieds pour toise cube, en vient quatre toises cubes pour le contenu de ladite maçonnerie.

De ce que dessus sera baillé preuue familiere, c'est qu'en multipliant ladite longueur & largeur l'vne par l'autre, en vient quatre toises, lesquelles multipliees par la profondité (qui est vne toise, d'autant qu'vne toise tire six pieds de longueur) en vient toufiours quatre toises, qui sont par le moyen de ladite derniere multiplication toises cubes.

Mais si la longeur ou largeur sont pieds, comme aussi l'espesseur, il faudra trente-six desdits pieds, pour faire la toise cube, & pren-

Digitized by Google

drons nostre exemple de 2. toises de longueur, sur 12. pieds de largeur (que tirent deux toises) lesquels nombres multipliez l'vn par l'autre, en viendra vingt-quatre, & ce produict par six pieds d'espesseur, de ce dernier produict ressortira 144. pieds, lesquels diuisez par trente six, en viendra au quotient quatre, qui sont toises cubes comme dessus.

```
  12
   2
 ----
  24
   6
 ----
 144 pieds.
```

```
   2
1 4 4 [ 4 toises cubes.
  3 6
```

Ou autrement si lesdites longueur, largeur, & espesseur sont reduites en pieds, & icelles multipliées l'vne par l'autre comme il est requis, faudra diuiser le produict desdites multiplications par 216 (nombre des pieds cubes que contient la toise cube) ce qui viendra de ladite diuision seront toises cubes, & prendrons nostre exemple sur les longueur, largeur, & espaisseur precedentes, pour fortifier la preuue de ce que nous disons.

```
  12
  12
 ----
  24
 12
 ----
 144
   6
 864 pieds cubes.
```

```
   2
8 6 4 [ 4 toises cubes.
2 1 6
```

Eualuation & reduction des toises & poulces cubes.

SI la longueur, & largeur sont toises, & la profondeur ou espesseur poulces, lesdictes longueur & largeur multipliez entre eux, & le produit par la profondité, qui sont poulces, en viennent poulces, desquels faut seulement 72. pour la toise cube.

Soit pour exemple, vne maçonnerie ayant 3. toises de lõgueur, sur 2. toises de largeur, & 144. poulces d'espesseur, lesdictes toises multipliees entre elles, en vient au produit six: & multipliant encores ce pro-

produit par 144. poulces (qui eſt l'eſpeſſeur) en vient 864. lequel diuiſé par 72. poulces (que tire toute la longeur de la toiſe en poulces) en vient au produit douze toiſes cubes pour toute la maçonnerie.

La preuue en eſt familiere, c'eſt qu'en multipliant leſdites trois toiſes de longueur, par deux toiſes de largeur, en eſt produict ſix toiſes, & icelles multipliees par deux toiſes (que tirent de longueur 144. poulces) en viendra au produit le meſme nombre de douze toiſes cubes.

Mais ſi la longueur, ou largeur ſont poulces, comme auſſi l'eſpeſſeur & profondité, il faut multiplier leſdictes longueur, & largeur l'vne par l'autre, & le produict par l'eſpeſſeur; en vient poulces, deſquels il en faut 5184. pour la toiſe cube.

Soit le meſme exemple 3. toiſes de longueur, ſur 144. poulces de largeur, (que tirent deux toiſes) eſtans multipliees l'vne par l'autre, en vient au produict 432. & encores ce produict par 144. poulces profondeur ou eſpeſſeur, en eſt produict 62208. poulces lequel nombre diuiſé par 5184. en vient douze toiſes cubes comme deſſus, comme appert par le calcul & operations ſuyuantes.

144
3

432
144

1728
432

62208 pieds. [illegible] 12 toiſes cubes.

Ou autrement ſi le tout eſt reduict en poulces, & apres les multipications faites leſdictes longueur, largeur & eſpeſſeur, ainſi qu'il eſt requis, faudra diuiſer le produit deſdites multiplications par 373248. (que la toiſe cube contient de poulces cubes) ce qui viendra de ladicte diuiſion ſeront toiſes cubes, & ferons noſtre exemple ſur les meſmes dimenſions du toiſé precedent, comme appert en la page ſuyuante.

F

Digitized by Google

72 216
3 12 144
216 864
864
216
31104
144
124416
124416
31104
4478976

[12 toiſes cubes.

Eualuation & reduction de pieds & poulces cubes.

SI la longueur & largeur ſont pieds, & la profondité ou eſpeſſeur poulces, faut comme deſſus multiplier la longueur & largeur l'vn par l'autre, & le produit par l'eſpeſſeur, il en viendra poulces pour le contenu du corps ſolide, douze deſquels ſont vn pied cube, & s'il reſte quelque choſe à partir ou reduire, ce ſeront parties de pied cube, & chacune deſdictes parties vaudra 144. poulces cubes.

Soit pour exemple vne pierre ayant 3. pieds de longueur 2. pieds de largeur, & 12. poulces d'eſpeſſeur, multipliant trois par deux, en vient ſix, & le produict par douze poulces en viendra 72. poulces iceux reduicts en pieds à raiſon de douze deſdits poulces pour pied, il y aura ſix pieds cubes, qui eſt le contenu de ladite pierre conſideree en ſa ſolidité.

Pour la preuue familiere, multipliant la longueur & largeur qui ſont pieds l'vn par l'autre, en eſt produict ſix pieds quarrez, leſquels multipliez par vn pied (qui eſt l'eſpeſſeur) en vient touſiours ſix pieds, qui ſont pieds cubes comme deſſus.

Digitized by Google

Mais si la longueur ou largeur sont poulces, comme aussi l'espaisseur, il faudra 144. desdicts poulces pour faire vn pied cube, & pour le declarer, & demonstrer familierement, nous reprendrons la proposition precedente. Vne pierre ayant 3. pieds de longueur 24. poulces de largeur (qui sont deux pieds) & 12. poulces d'espesseur, (qui est vn pied) multipliant trois pied par 24. poulces, en est produit 72. poulces pour la superficie, lesquels multipliez aussi par l'espesseur (qui est 12. poulces) en vient à ce dernier produit 864 poulces, lequel nombre diuisé par 144. en vient au quotient six qui sont pieds cubes, ainsi qu'à la precedente prochaine operation a esté trouué.

Ou autrement, Si le tout est reduict en poulces, & apres les multiplicatiõs faites desdites longueur, largeur & espesseur, ainsi qu'il est requis, faudra diuiser le produit desdites multiplications par 1728. (que le pied cube contient de poulces cubes) & le quotient representera pieds cubes, ainsi qu'il est demonstré par les calcul & operations suyuantes faictes sur le precedent toisé.

36 poulces longueur
24 poulces largeur.

144
72

864
12 poulces espaisseur.

1728
864

10368 poulces cubes.

424
10368 [6 pieds cubes, contenu de ladite pierre.
1728

Si auec les toises, pieds, & poulces, il y auoit lignes, faudroit le tout reduire en lignes, & puis les multiplications faites des longueur, largeur & espaisseur de la muraille l'vn par l'autre, le produict doit estre diuisé par 1728, (que le poulce cube contient de lignes cubes) le quotient representera poulces cubes, ce fait conuient diuiser ledit quotient par mesme nombre 1728, (que le pied cube contient de poulces) viendra de ceste diuision pieds cubes, & finalement pour auoir toises cubes, faudra diuiser ce dernier quotient par 216. (que la toise cube contient de pieds cubes.)

Digitized by Google

Exemples.

VN mur ou muraille ayant 5. toiſes 2. pieds 3. poulces 6. lignes de longueur ou hauteur, ſur 4. toiſes 3. pieds 2. poulces 3. lignes de largeur, & 2. toiſes, vn pied, 4. poulces 4. lignes d'eſpaiſſeur, vous reduirez le tout en lignes, la longueur ou haulteur montera 4650. lignes, la largeur 3915. lignes, & l'eſpaiſſeur 1924. lignes, leſquelles longueur, largeur & eſpaiſſeur multipliées l'vne par l'autre, en vient au produict 35025939000. lignes cubes, leſquelles diuisées par 1728. (valleur du poulce cube en lignes cubes) en vient au quotient 20269640. poulces cubes, (& reſte 1080. lignes cubes, lequel nombre prouenu de ladite diuiſion auſſi diuisé par 1728. (valleur du pied cube en poulces cubes) vient au quotient 11730. pieds cubes, & reſte de ladite diuiſion 200. poulces cubes, lequel quotient pareillement diuisé par 216. (nombre des pieds cubes que contient la toiſe cube) en vient 54. toiſes, & reſte auſſi de ladite diuiſion 66. pieds cubes, ainſi appert que ledit mur contient en ſa ſolidité 54. toiſes 66. pieds 200. poulces, & 1080. lignes cubes, comme il appert par les calcul & ſupputations cy-deſſoubs.

5 toiſes.	4 toiſes.	2 toiſes.
6	6	6
30	24	12
2	3	1
32 pieds.	27 pieds.	13 pieds.
12	12	12
64	54	26
32	27	13
384	324	156
3	2	4
387 poul.	326 poul.	160 poul.
12	12	12
774	652	320
387	326	160
4644	3912	1920

Digitized by Google

4644 + 6 = 4650 lignes long.

3912 + 3 = 3915 lignes larg.

1920 + 4 = 1924 lignes espes.

4650 × 3915

23250
46650
41850
13950

18204750 superficie.

× 1924

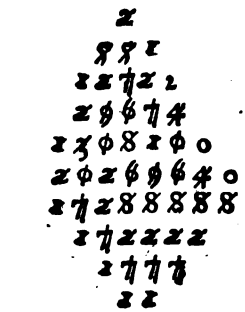
72819000
36409500
16384275 0
18204750

350259390000 lignes cubes.

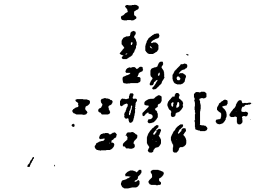
Contenu solide de toute la muraille.

[20269640 poulces, & reste 1080 lignes cubes.

Digitized by Google

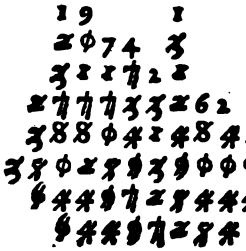


[11730 pieds, & reſte 200 poulces cubes.



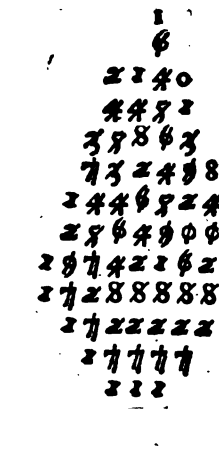
[54 toiſes cubes, & reſte 66 pieds cubes.

Se peut auſſi auoir ledit contenu en toiſes à vne ſeule fois, en diuiſant le nombre des lignes d'iceluy contenu par ſix cents quarante-quatre milions neuf cens ſoixante douze mil cinq cens quarante quatre lignes, que contient la toiſe cube, mais d'autant que le partiteur eſt grand, & l'operation peut eſtre plus penible & difficile à aucuns, non encores bien inſtruicts en la diuiſion & partition, nous auons vſé des diuiſions precedentes: toutes fois pour contenter les curieux, nous auons bien voulu icy adiouſter ledit moyen, & vſer de ladite derniere diuiſion, comme appert par le calcul & operations ſuiuantes.

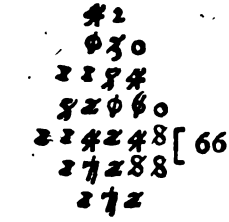


[54 toiſes cubes, & reſte 1974 21624 lignes, qu'il faut partir par 1728 pour auoir poulces.

Digitized by Google



114248 poulces, & reſte 1080 lignes; leſquels poulces faut partir par 1728 pour auoir pieds, il en vient 66, & reſte 20 poulces, ainſi appert que ledit mur ou muraille contient 54 toiſes 66 pieds 200 poulces 1080 lignes cubes, comme il a eſté trouué par le precedent exemple



66 pieds. Reſte 200 poulces.

Le moyen de meſurer vne plate forme rectangulaire.

POur meſurer & calculer le contenu d'vne plate forme rectangulaire, faut comme aux reigles precedentes, multiplier la longueur par la largeur, & le produict par l'eſpaiſſeur: & s'il y a auec les toiſes des pieds, vous y procederez ſelon les reigles precedentes, ou bien reduirez le tout en pieds: & les multiplications faites comme elles doiuent, diuiſerez le dernier produict par 216. (que la toiſe cube contient de pieds cubes) le quotient repreſentera toiſes, & s'il reſte quelque choſe à partir, ce ſeront pieds cubes.

Soit pour exemple vne plate forme ayant 18. toiſes 3. pieds de longueur ſur 12. toiſes 5. pieds de largeur, & 10. toiſes d'eſpaiſſeur ou profondeur, eſtans les toiſes de la longueur reduicte à pieds, monteront auec les trois pieds cens vnze pieds, & en eſtant autant faict de la largeur, y aura pour ladite largeur, y comprins les cinq pieds, ſoixante dix ſept pieds, leſquels deux nombres doiuent eſtre multipliez l'vn par l'autre, en viendra au produict 8547. pieds qu'il faut encores multiplier par l'eſpeſſeur (qui eſt 60. pieds valleur des dix toiſes).

Digitized by Google

viendra de ladicte multiplication 512820. pieds cubes, leſquels diuiſez par 216, en vient au quotient 2374. toiſes & 36. pieds cubes (qui eſt la ſixieſme partie d'vne toiſe cube.)

18 6 = 108 ; 3 = 111 pieds long.

12 6 = 72 ; 5 = 77 pieds largeur.

10 6 = 60 pieds eſpaiſſeur.

111 × 77 = 8547 ; 60 = 512820

[2374 toiſes 36 pieds cubes.

Apres auoir multiplié leſdictes longueur & largeur l'vne par l'autre reduictes en pieds comme deſſus, l'on pourra auoir le contenu de ladicte plate forme ſans reduire l'eſpeſſeur en pieds, mais ſeulement en multipliant le produict deſdictes multiplications de longueur & largeur par 10 toiſes d'eſpeſſeur, & ce dernier produict partir par trente-ſix, comme le calcul & operations ſuyuantes le monſtrent & enſeignent.

8547 pieds ſuperfice de la plate forme.

8547 × 10 = 85470

[2374 toiſes cubes, reſte 6 pieds vallans 36 pieds cubes.

Par lequel dernier calcul appert, que ladite plate forme contient deux mil trois cens ſoixante quatorze toiſes cubes, comme au prochain precedent exemple, & reſte ſix pieds, chaſcun deſquels vaut par

par les raisons cy-deuant deduites, six pieds cubes (ainsi les six seroient trente-six pieds cubes) comme audit precedent exemple.

Ou autrement pour auoir le contenu d'vne plate forme, ou autre figure solide.

EXEMPLE.

Soit qu'vne plate forme aye 6 toises de long, 3 toises de large, & 4 pieds d'espaisseur, faut multiplier les toises de longueur par celles de la largeur, en viendra au produict 18 toises: & pource que quatre pieds d'espaisseur sont les deux tiers de longueur d'vne toise, conuient prendre les deux tiers de dix-huict toises, qui sont douze toises, & ainsi ladite plate forme contiendroit douze toises cubes.

6
3
$\frac{2}{3}$ 18 — 36 — 33 [12 toises cubes.

Et si ladite plate forme estoit de longueur inegalle, ayant d'vn costé 20 toises, & de l'autre 10 toises, de largeur 30 toises, & de profondeur ou espaisseur 15 toises, faut pour sçauoir son contenu reduire les deux longueurs en longueur commune & moyenne, adioustant vingt auec dix, en vient trente, dont la moitié est quinze, pour la longueur moyenne, lequel nombre conuient multiplier par trente, largeur, vient de ceste multiplication 450 pour la superficie, que vous multiplierez par 15 profondeur ou espaisseur, en viendra 6750 toises pour tout le contenu de ladite plate forme.

20
10
30
15 Moyenne longueur.
30
15
150
30
450 superfice.

450
15

2250
450

6750 toiſes cubes, contenu de ladite plate forme.

Tour la vuidange d'vn foſſé.

L'On veut faire vn foſſé de 22 toiſes de long, de 4 toiſes de large par le haut & ouuerture dudit foſſé, de 3 toiſes par le fons, & de 4 toiſes de parfont: l'on demande de combien de toiſes cubes doit eſtre payé l'entrepreneur? pour ſoudre ceſte queſtion, il conuient multiplier 22 toiſes (qui eſt la longueur du foſſé) par $3\frac{1}{2}$ toiſes) qui eſt le millieu proportionnal de la largeur, à ſçauoir de quatre toiſes d'vne part, & trois toiſes d'autre, monte la multiplication 77 toiſes, lequel nombre faut encores multiplier par quatre toiſes, (qui eſt la profondeur du foſſé) & monte ce dernier produict trois cens huict toiſes cubes & maſſiues pour ladite vuidange & contenu dudit foſſé, & de tant de toiſes l'entrepreneur doit eſtre payé.

Propoſition & demande ſur la vuidange d'vn puiſet en forme ronde & Cylindrique.

VN quidam a entreprins de creuſer & faire la vuidange de terres d'vn puiſet rond & en forme d'vn Cylindre, ayant cinq pieds de diametre en ſon ouuerture, & cinq toiſes de profondeur, l'on demande quantes toiſes cubes & maſſiues il y a en ladite vuidange, ou bien de combien ledit puiſet ſeroit capable & contiendroit en toiſes cubes.

Pour ſoudre ceſte propoſition, il faut en premier lieu chercher la circonference dudit puiſet par la reigle du cercle, laquelle circonference ſe trouuera par le moyen qui s'enſuit, à ſçauoir en multipliant ledit diametre cinq par trois vn ſeptieſme, en viendra $15\frac{5}{7}$ pieds pour ladite circonference, ayant laquelle conuient trouuer la ſuperfice du cercle, ou ouuerture dudit puiſet, qui ſe trouuera par le moyen cy-apres declaré, c'eſt à ſçauoir en multipliant la circonference

Digitized by Google

par le diametre, & du produict en prendre le quart, lequel quart, ou quatrieſme partie monte 19 $\frac{9}{14}$ pieds, qu'il faut multiplier par la profondeur (qui eſt trente pieds valeur des cinq toiſes) en vient 589 $\frac{3}{7}$ pieds cubes qu'il faut diuiſer par deux cens ſeize, (que la toiſe cube contient de pieds cubes) en vient au quotient 2 toiſes $\frac{1}{7}$ de toiſe 13 $\frac{4}{7}$ pieds cubes, comme la demonſtré le calcul cy deſſoubs.

5 pieds diametre
3 $\frac{1}{7}$

1 5 $\frac{5}{7}$ pieds circonference

15 $\frac{5}{7}$
5

3 $\frac{4}{7}$
75

78 $\frac{4}{7}$

19 $\frac{9}{14}$
30

19 $\frac{4}{7}$
57

589 $\frac{3}{7}$ pieds cubes.

[19 $\frac{9}{14}$ Superfice du cercle ou ouuerture du puiſet.

Contenu dudit puiſet.

[2 toiſes 157 $\frac{4}{7}$ pieds cubes, pour le contenu dudit puiſet, leſquels pieds & parties de pied vallent $\frac{1}{7}$ de toiſe cube 13 $\frac{4}{7}$ pieds cubes.

Autre propoſition ſur les dimenſions cubiques.

IL y a vn celier ou caueau, en forme de quadrangle longuet eſtant au deſſus, & en ſa haulteur planchayé d'aix, poultres & ſoliueaux, ayant de longueur 6 toiſes, de largeur 3 toiſes & 7 pieds de haulteur ou profondeur, dans lequel on veut faire deux voûtes ou berceau de pierre en la longueur dudit celier, & au long & millieu d'iceluy vne muraille de deux pieds d'eſpaiſſeur, pour ſeruir de gibles ou chifles, ou pieds droicts, (comme aucuns maçons proferent) à l'vn des coſtez de l'vne & l'autre voûte.

La queſtion eſt combien par le moyen deſdites deux voûtes & muraille, ledit celier ſera rendu moins capables en tout le contenu d'iceluy.

Digitized by Google

36 pieds longueur.
18 pieds largeur.
7 pieds haulteur ou profondeur.

```
  36
  18
 ----
 288
 36
 ----
 648 pieds quarrez, superfice.
   7
 ----
4536 pieds cubes.
```

```
 2
 3 1
4 5 3 6 [ 21 toises cubes, contenu dudit celier.
2 1 6 6
 2 1
```

Par le calcul cy-dessus appert, que tout le celier ou caueau contient quatre mil cinq cens trente-six pieds cubes, lesquels reduits à toises vallent vingt & vne toise cube & massiue.

Ayant ainsi que dessus trouué tout le contenu du celier, il faut à present voir & cognoistre combien il contiendra estant faict & reduict en deux caueaux voûtez, & pour y donner commencemẽt, nous multiplierons trente-six pieds longueur du dit celier par la largeur de l'vn desdits caueaux (qui sera seulement de huict pieds) à raison que la muraille du milieu estant proposée de deux pieds d'espaisseur, la largeur entiere dudit celier qui est de dix-huict pieds en est d'autant diminuée, ainsi ne resteroit plus pour sa largeur que seize pieds (dont la moitié est huict pour la largeur de chascun desdits caueaux) viendra de ceste multiplication de huict pieds de largeur par trente-six pieds de longueur 288 pieds pour la superfice, lequel produict multiplié par trois (haulteur de ladite muraille) en viendra 864 pieds cubes pour le contenu dudit caueau, tant en sa lõgueur, largeur, que haulteur de trois pieds seulement, & autant pour l'autre caueau en mesme longueur, largeur & haulteur; ainsi les deux nombres adioustez monteront 1728 pieds cubes pour lesdits deux caueaux.

Ce faict, & pour auoir le contenu de l'vne desdites deux voûtes ou berceaux ayant de diametre huict pieds seulement pour les raisons cy-dessus deduictes, & aussi que la maçonnerie de l'vne & l'autre voûte ou berceau, qui part de ladite muraille faicte au milieu du-

Digitized by Google

dit celier remplit en la largeur de deux pieds (qu'occupe icelle muraille) les quatre pieds de vuides de hauteur depuis l'extremité & ſommité de ladite muraille, iuſques à la hauteur du plancher d'icelluy celier.

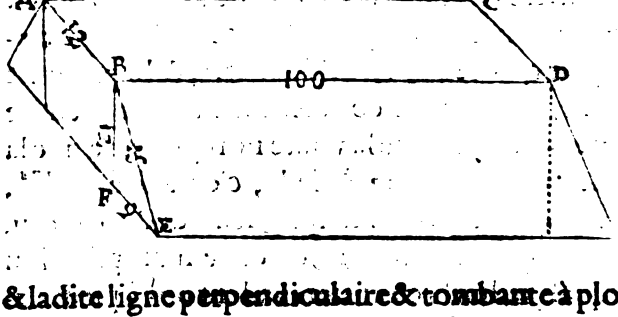
Ayant ledit diametre, faut trouuer le cercle & circonference de ladite voûte par la reigle du cercle (ainſi que par la precedente propoſition en a eſté enſeigné le moyen) laquelle circonference ſera de $25\frac{1}{7}$ pieds, leſquels reduits en ſeptieſme reuiennent à $\frac{176}{7}$.

Icelle circonference trouuée, conuient auſſi chercher la ſuperfice de tout le cercle & entiere circonference de l'vne deſdites voûtes: ce qui ſe fera en ceſte maniere en multipliant la moitié de ladite circonference (qui eſt $\frac{88}{7}$) par quatre moitié du diametre, & le produict ſera $\frac{352}{7}$ vallans $50\frac{2}{7}$ pieds; mais il nous conuient ſeulement prendre la moitié dudit nombre, au moyen que la voûte ne repreſente que la moitié du cercle, icelle moitié monte $25\frac{1}{7}$ pieds, c'eſt à ſçauoir $\frac{176}{7}$, par lequel nombre vous multiplierez la longueur dudit caueau, (qui eſt de trente-ſix pieds), & le produict de ceſte multiplication nous donnera $\frac{6341}{7}$, leſquels reduits en entiers vallent $905\frac{1}{7}$ pieds cubiques pour vn caueau, & y adiouſtant autant pour l'autre caueau, nous aurons pour les deux 1810 $\frac{2}{7}$ pieds cubes, leſquels nombres adiouſtez auec 1728 pieds cubes (contenu deſdits caueaux depuis le rez de chauſſée, iuſques aux trois pieds de hauteur de ladite muraille comme deſſus eſt dit) le tout adiouſté montera 3538 $\frac{2}{7}$ pieds cubes, pour le contenu deſdits deux caueaux; ainſi doncques ſi nous ſouſtrayons icelluy nombre de 4536 pieds cubes (contenu de tout ledit celier eſtant en ſon entier) reſtera 997 $\frac{5}{7}$ pieds cubes, leſquels reduits en toiſes cubes par la diuiſion de deux cens ſeize, en viendra 4 toiſes $133\frac{7}{7}$ pieds cubes, leſquels pieds vallent demie toiſe $25\frac{5}{7}$ pieds cubes, & ainſi leſdits deux caueaux faicts en voûte ſeront moins capables de ladite quantité de $4\frac{1}{2}$ toiſes $25\frac{5}{7}$ pieds cubes que ledit celier eſtant en ſon entier; dauantage que par les choſes cy-deſſus declarées appert que ſon contenu eſt de vingt & vne toiſe cube, & celuy deſdits deux caueaux de 16 toiſes $82\frac{2}{7}$ pieds cubes ſeulement, dont la difference ſeroit de $4\frac{1}{2}$ toiſes $25\frac{5}{7}$ pieds cubes, comme dit eſt.

Digitized by Google

Le moyen de ſçauoir le contenu d'vne turcie ou leuée de riuiere.

SOit pour exemple la figure ſuyuante, repreſentant vne turcie & leuée, dont ABCD eſt ſa couronne ou chemin, AB ou ED la largeur, BE la pante ou talu, BF la ligne droicte & tombante à plomb de l'vn des bouts & extremitez de la couronne, FE l'empatement de ladite pante ou talu.



La longueur de la couronne, ou chemin de ladite leuée eſt de 100 pieds, ſa largeur de douze pieds, la pante ou talu de 15 pieds, l'empatement de 9 pieds, & ladite ligne perpendiculaire & tombante à plomb (qui eſt la haulteur ou profondeur de ladite leuée) ſe trouuera par le calcul & operations ſuyuantes de 12 pieds.

En premier lieu pour paruenir audit toiſé & calcul, faut ſçauoir combien aura de longueur ladite ligne perpẽdiculaire, (que nous ſuppoſons eſtre ignorée) & pour en auoir cognoiſſance, il conuient multiplier la pante ou talu quarrément, & du produict montant 225 ſouſtraire le quarré de l'empatement (qui eſt 81) reſtera 144, duquel nombre faut extraire la racine quarrée, icelle racine ſera 12, qui demonſtre que ladite perpendiculaire a 12 pieds, qui eſt la haulteur ou profondeur du chemin & couronne.

Ce faict, conuient ſçauoir combien contient en ſuperficie le triãangle rectangle faict de la ligne perpendiculaire, de l'empatement, & de la pante ou talu: ce que vous ſçaurez en multipliant 6, moitié de la perpendiculaire par 9 baſe (qui eſt l'empatement) & le produict 54 ſera la ſuperficie dudit triangle.

Ladite operation faicte, & ayant cogneu la ſuperfice du triangle, vous multiplierez ladite ſuperfice (qui eſt 54) par 100 longueur de la couronne ou chemin, en viendra 5400 pieds cubes, pour le contenu de l'vne des pantes de ladite leuée, qui ſeroit pour les deux pantes 10800 pieds cubes, vallans cinquante toiſes cubes.

Digitized by Google

Ayant le contenu de laquelle pante, & pour auoir celuy de la couronne & chemin, vous multiplierez ladite perpendiculaire & profondeur 12 par 12 pieds de largeur, en viendra 144, lequel nombre faut encores multiplier par 100 (longueur de ladite couronne & chemin) en viendra 14400 pieds cubes pour le contenu de ladite couronne & chemin consideré en sa longueur, largeur, espaisseur & profondité.

Auquel nombre faut adiouster 10800 pieds cubes, contenu des deux pantes, le tout montera 25200 pieds cubes, & pour iceux reduire en toises cubes, les conuient diuiser par 216 (que la toise cube contient de pieds cubes) en viendra 116 toises cubes, & restera 144 pieds cubes, vallans deux tiers de toise cube, ainsi ladite turcie & leuée auroit en tout son contenu 116 ⅔ toises cubes.

9
9
81 Quarré de l'empatement.

15
15
75
15
225 Quarré de la pante.

225
81
144

12 Ligne perpendiculaire, hauteur ou profondeur.

9
6
54 Superfice du triangle.

54
400
500

5400 pieds cubes, contenu de l'vne des pantes.

Digitized by Google

12
12

24
12

144
100

14400 pieds cubes. Contenu de la couronne & chemin.
5400
5400

25200 pieds cubes, pour tout le contenu de ladite turcie & leuée.

1
2
4
8
16
32
64
128
256 [116 toises cubes 144 pieds cubes, pour tout le contenu de ladite turcie & leuée.
128
64
32
16
8
4
2
1

Et où il aduiendroit que la ligne perpendiculaire nous fust cogneuë, & que n'eussions cognoissance de la quantité de l'empatement, (qui est la base de ladite pante & talu) pour cognoistre la quantité dudit empatement, conuient multiplier la pante (qui est 15) en soy-mesme, en viendra au produict 225, duquel vous soubstrairez le quarré de la perpendiculaire (qui est 144) & restera 81, duquel nombre vous prendrez la racine quarrée, laquelle sera 9, (qui est la quantité de la ligne dudit empatement) ainsi qu'il appert par les calcul & operations suyuantes.

Digitized by Google

15
15
75
15
225 Quarré de la pante.
225
144
81

12
12
24
12
144 Quarré de la perpendiculaire.
81
9 Empatement.

Et pour ne laisser en arriere aucun moyen pour la dimension & mesure d'vne turcie & leuée, ou autre corps de mesme forme, si nous voulons auoir cognoissance de la quantité de la pante & talu (à nous incogneuë) sans la mesurer (nous estans la perpendiculaire & empatement cogneus,) il faut multiplier ladite perpendiculaire en elle-mesme & quarrément, comme aussi l'empatement, & adiouster les produits desdites multiplications ensemble, du nombre de l'addition en tirer la racine quarrée, icelle racine sera ladite pante & talu, ainsi qu'il appert par les calcul & operations cy-dessoubs mises.

12
12
24
12
144 Quarré de la perpendiculaire.
144
81
225 Addition des deux quarrez.

9
9
81 Quarré de l'empantement.

x
x | xy
1 | 5 Quantité de la pante & talu.
| x

Si par autre moyen que les precedens exemples on veut sçauoir le contenu de l'vne des pantes & talu de la turcie & leuée cy-dessus proposée, il faut proceder selon & comme cy-dessoubs est declaré.

Digitized by Google

En premier lieu, conuient multiplier la longueur de ladite pante, (qui eſt de 100 pieds) par neuf, (qui eſt l'empatement) en viendra 900 pieds quarrez, & ce produict multiplier encores par 12 pieds, haulteur ou profondeur de ladite couronne & chemin, (qui eſt la ligne perpendiculaire, de laquelle eſt fait mention aux precedens exemples) en viendra 10800 pieds cubes, duquel nombre faut prendre la moitié pour le contenu de l'vne deſdites pantes, laquelle moitié ſera 5400 pieds cubes, & pour les deux pantes le precedent nombre 10800 pieds cubes, valans cinquante toiſes cubes, ainſi appert ſoit par l'vne ou l'autre façon de proceder que leſdites deux pantes & talu contiẽnent le ſuſdit nombre 50 toiſes cubes: & d'autant que ce moyen eſt plus facile & aiſé que le precedent, ie l'ay bien voulu icy adiouſter pour le ſoulagement de ceux qui ne ſont encores bien verſez & inſtruicts en l'vſage & pratique de Geometrie, & regles d'Arithmetique, comme auſſi aux extractions des racines.

La raiſon pour laquelle l'on doit ſeulement prendre la moitié du nombre produict de la multiplication cubique de l'vne deſdites pantes & talu, eſt qu'elle ne repreſente que la moitié d'vn corps cubique & ſolide, & les deux pantes ioinctes en ſemble vn corps ſolide entier.

```
  100
    9
  ---
  900
   12
  ---
 1800
  900
  ---
10800 pieds cubes.
 5400 pieds cubes, contenu de l'vne deſdites pantes.
 5400
 5400
  ---
10800 pieds cubes, contenu deſdites deux pantes.
  3
200[50 toiſes cubes, contenu deſdites deux pantes.
 150
  --
  50
```

Ayant finablement continué iuſques icy le preſent traitté, il m'a ſemblé que les propoſitions, regles & exemples contenus en iceluy,

Digitized by Google

ſuffiſent pour inſtru ire ceux qui n'ont encore intelligence du calcul du toiſé, à bien & ex actement toiſer & calculer à l'aduenir preſque toute ſorte de maç onnerie, tant quarrée que cube & maſſiue, comme auſſi plates for mes, turcies & leuées de riuieres, & vuidanges de terres, qui me donne occaſion d'y mettre fin, priant tous Lecteurs vouloir benignement e xcuſer les fautes qui s'y pourrõt trouuer, en les compenſant auec le zele & bonne volonté que i'ay eu de profiter au public par ce mien trauail & labeur: & ſi i'ay vſé de quelques redictes, ç'a eſté p our rendre iceluy traitté plus clair & familier, pour le ſoulagement de ceux qui ne ſont encores bien v erſez & inſtruits és regles d'Arithmetique, & vſage de Geometrie.

FIN.

Digitized by Google

Digitized by Google

398924

DEVX CENS

QVESTIONS

INGENIEVSES

ET RECREATIVES

EXTRAICTES ET TIREES DES OEVVRES MATHEMATIQVES DE VALLENTIN MENHER Allemand.

Auec quelques Annotations de MICHEL COIGNET, ſur aucunes d'icelles queſtions.

Le tout corrigé, recueilly, & mis en cet ordre

Par D. H. P. E. M.

A PARIS.

M. DC. XX.

Digitized by Google

Digitized by Google

S'ENSVIVENT PLVSIEVRS QVESTIONS RECREATIVES, POVR DELECTER ET AGVISER L'ENTENDEMENT.

1. VN Marchand employe L 90 à diuerſes épiceries, à ſçauoir en poiure, à 3 ß la lb. cloux de girofles à 5 ß la lb. & en ſaffran à 22 ß la lb. en prenant de l'vne ſorte autant de lb. que de l'autre: on demande combien de lb. il aura? facit 60.

3
5 . . . 90
22 . . . 20

3|0 . . 1 . . 180|0--facit 60 lb.

2. Vn Marchand en Anuers achepte du velours à 13 $\frac{2}{3}$ ß l'aulne, & il l'enuoye à Dantzig, & illec luy reuient l'aulne à 70 $\frac{71}{72}$ gros polonois, ſans les fraiz: on demande, quelle proportion les aulnes d'Anuers ont à celles de Dantzig, quand le pair eſt compté à 134 $\frac{1}{2}$ gros? facit comme 6 à 5.

20 . . . 134 $\frac{1}{2}$ . . . 12 $\frac{2}{3}$
6 . . . 269 . . . 38
120 . . . 38 . . . 71
2152 . . . 70 — 72
807 . . . 5111
120 --- 10222 . . . 72

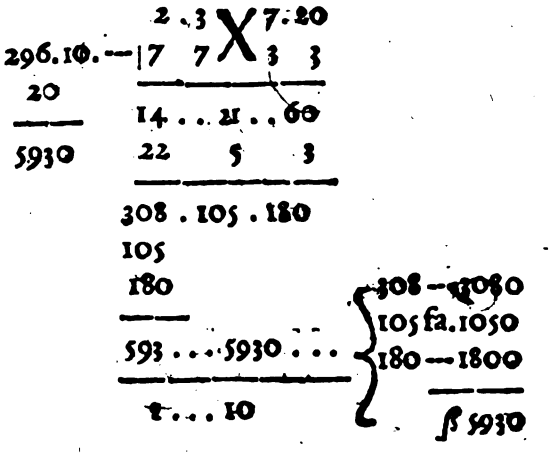
60 . . . 5111 X 5111
60 . . . 72

72 . . 60

Facit 6 . . . 5.

3. Vn Marchand veut employer L 296, ß 10 -- 9, & veut auoir du

poiure à 3 ß la lb. du cloux de girofles à 5 ß la lb. & du ſaffran à 22 ß la lb. en la ſorte comme s'enſuit; à ſçauoir que quand il prend 2 lb. du ſaffran, il prend 3 lb. des cloux de girofles, & pour 7 lb. des cloux de girofles, il prendra 20 lb. du poiure: on demande combien de lb. il prendra de chaſque ſorte? facit lb. 140 du ſaffran, lb. 210 des cloux, & lb. 600 du poiure.



22] 3080 5] 1050 3] 1800
Facit 140 lb. 210 lb. 600 lb.

4. Vn ſeigneur prend vn ſeruiteur pour vn an, auquel il promet pour ſon ſalaire 40 florins & vn cheual; & apres ſix mois ils deuiennent en diſcord: de ſorte que le ſeruiteur demande ſon ſalaire; & ayant compté enſemble, il reçoit auec ledit cheual encore 10 florins: on demande à combien le cheual eſt compté? facit à 20 florins.

12 . . . 40 . . . 1 ch.
6 . . . 10 . . . 1 ch.

6 . . . 30 . . . 12
1 2 2

60
40

Facit 20 florins pour le cheual.

5. Vn homme chaſſe vn liévre, qui court deuant le chien 50 ſauts du chien: & autant de fois que le liévre fait 7 ſauts, le chien n'en fait que 5; mais 2 ſauts du chien, font 3 ſauts du liévre: on demande en combien de ſauts le chien attaint le liévre? facit en 750 ſauts.

Digitized by Google

5
3...2..7 $4\frac{2}{3}$

2

3)14 $\frac{1}{3}$..5..50
$4\frac{2}{3}$ 3

1...15
50

Facit 750.

6. Si vne aulne de toille couste 7 ϑ, les 765 cousteront L 22. ϑ 75. combien de deniers sont comptez pour vne L? facit 240.

765
7

5355
75

22..5280..1

11.11) 2640

Facit 240 ϑ

7. Si 40 Daldres & ß 18. ϑ 4. valent L 11: combien vaut vn daldre? facit ß 5 ϑ $\frac{1}{2}$.

11 18.4
240 12

2640 . 220
220

40 2420..1

12) $60\frac{1}{2}$ ϑ.

Facit 5 ß $\frac{1}{2}$ ϑ.

8. Si vn drap vaut L $5\frac{1}{3}$. les 25 draps cousteront L 133. 6. 8. & vne L vaut 240 ϑ: combien de ϑ contiendra vn ß? facit 12; ergo 20 ß feront vne L.

I

25
5 ⅓

133 ⅓ ——— 133 . 6 . 8
1 . . 9) 240 . . ⅓

80 ß . . 6 . 8
8

6) 72 12) 240 ß

Facit 12 ß le ß. & 20 ß la L.

9. Vn Marchand prefte L 300 pour 4 mois, & L 500 pour 6 mois, & apres 4 mois le debiteur prie de luy laiffer tout cet argent pour le payer tout enfemble: que nul n'y foit intereffé, on demande, quand il le payera? facit 5 ¼ mois.

300 . . 4 . . 1200
500 . . 6 . . 3000

800 8) 4200

Facit 5 ¼ mois.

10. Item, il y a vn tonneau à 3 tuyaux, duquel fi on deftoupe le premier, toute l'eau s'efcoule en 3 heures, le fecond en 1 ½ heure, & le tiers en vne heure: on demande, fi on deftoupe tous les trois tuyaux enfemble, en combien de temps ledit tonneau fera vuide? facit en ½ heure.

3
3 ——— 1
1 ½ ——— 2
1 ——— 3

6 . . 3 . . 1. facit ½ heure.

11 Vn Marchand donne L 300 à intereft, & apres deux ans on luy rend L 363 tant pour capital que gain, & gain de gain: on demande, à combien le gain eft compté pour cent par an? facit 10.

363
300

108900 2
10 | 89 | 00
| 6 |

{330
300

30

300 . . 30 . . 100

100 10 Facit 10.

12. Item, 3 bouchers loüent vn pré pour 40. fl. pour paſturer leurs bœufs, le premier met 100 bœufs pour 40 iours, le ſecond 80 bœufs pour 36 iours, & le tiers 120 bœufs pour 60 iours: on demande, combien chacun payera à raiſon de ſes bœufs & du temps? facit le premier flor. $11\frac{4}{11}$. la ſeconde $8\frac{8}{11}$ flor. & le tiers $20\frac{5}{11}$ flor.

100 . . 40 . . 4000
80 . . 36 . . 2880
120 . . 60 . . 7200

14080

4000 --- 1000 --- 125
14080 --- 410 ——— 2880 --- 720 --- 90
7200 --- 1800 --- 225

352 --- 1

88 11) 125 --- 11) 90 --- 11) 225.

11 $11\frac{4}{11}$ $8\frac{8}{11}$ $20\frac{5}{11}$
A B C

13. Vn Seigneur fait vn accord auec vn paſteur de luy paſturer 100 brebis 3 ans. Il aduient qu'apres 10 mois il luy donne encore 100 brebis en garde, à raiſon de la premiere condition: la demande eſt, combien de temps il gardera les 200 brebis pour acheuer ſon ſeruice? facit 13 mois apres les 10 mois.

3 36 100
12 100 10

36 3600 1000
1000

100 ———
100 2600

2200 Facit 13 mois.

14. Item, 4 bourgeois à Francfort loüent vne barque pour aller à Meus, dont ils payent 3 flor. à telle condition, que ſi quelqu'vn entre dauantage en ladite barque, que la $\frac{1}{3}$ du profit ſera pour eux, & l'autre $\frac{1}{3}$ au patron de la barque. Or il aduient que 6 autres entrent en

Digitized by Google

ladite barque, & l'vn paye autant que l'autre: on demande combien chacun payera? facit $\frac{3}{7}$ flor.

6

3

4

7 . . 3 . . 1 Facit $\frac{3}{7}$ florins.

15. Item, il y a vn mur de 900 pieds de longueur, & 3 pieds d'eſpeſſeur, & chaque pierre eſt longue $\frac{1}{2}$ pied, large $\frac{1}{4}$ pied, & eſpeſſe $\frac{1}{8}$ pied, auec le mortier, & audit mur il y a 2000000 pierres: on demande la hauteur dudit mur? facit 11 $\frac{31}{32}$ pieds.

$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$. facit $\frac{1}{64}$ 2000000

900 8) 250000

3

1 2700 31250

2

245

3212 | 50 [11 $\frac{31}{32}$ pieds Facit.

2700 | 00

2

16. Vn Capitaine a 3570 pietons, leſquels il veut mettre en ordre quarree: on demande combien il mettra de rang? facit 59, & reſtent 89 pour ſeruir à l'ordre.

2

2089

35717 [59 de rang. Facit.

20

17. Vn Marchand achete du ſucre, & trouue que s'il paye la lb. à 12 ſ, que luy reſtent 37 ſ; mais s'il paye la lb. à 15 ſ, luy defaillent 44 ſ: on demande, combien d'argent il a eu? facit 27 lb. a-il acheté, & il a eu 361 ſ.

15 ---- 44	27	27
12 ---- 37	12	15
3) 81	324	405
facit 27 lb.	37	44
	Facit 361 ſ.	361 ſ.

Digitized by Google

18. Si 12 œufs moins 4 ♀ valent 8 ♀ & 2 œufs: on demande, combien vaut vn œuf? facit $1\frac{1}{3}$ ♀.

12 --- 4 = 8 --- 2

2 4

10 .... 12 1

5 .... 6 ($1\frac{1}{3}$ ♀ Facit.

♀

19. Item, 22 personnes, hommes & femmes, ont despendu 252 pat. à telle condition, qu'vn homme doit payer 16 pat. & vne femme 6 pat. on demande, combien il y a d'hommes & de femmes? facit 12 hommes & 10 femmes.

Par Alligation.

22 . . 1 . . 252 ($11\frac{5}{11}$ pat.

22

$16 . 5\frac{5}{11}$ | 6 | 0

$11\frac{5}{11}$

$6. 4\frac{6}{11}$ | 5 | 0

11 . . 22 . . } 6. 12 hommes facit

1 2 . . } 5. 10 femmes.

Autrement.

16 --- 10

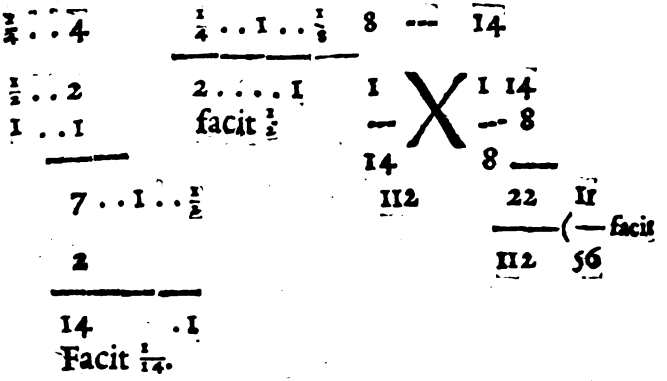
6) 6 --- 0 1|0 . 12|0

22 252

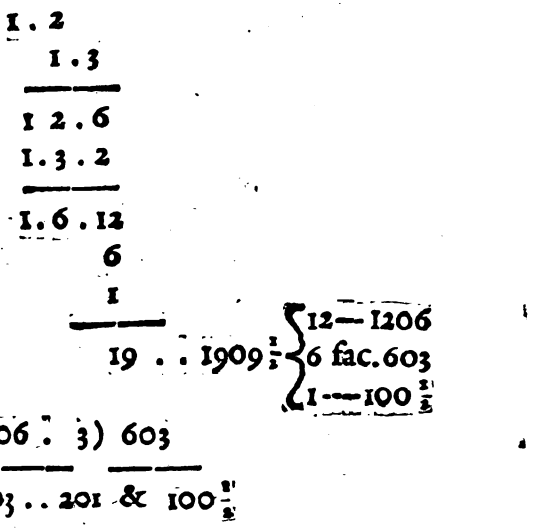
132 Facit 12 hommes, ergo 10 femmes.

20. Vn lyon, vn loup, & vn chien, ont à manger vne brebis, le chien dit aux autres deux, ie la mangerois bien tout seul en vne heure, le loup dit, ie la mangerois bien en $\frac{1}{2}$ heure, & le lyon dit, ie la mangerois bien en $\frac{1}{4}$ d'heure. Or dit le lyon, d'autant que ie suis vostre maistre, si vous voulez que ie me contente, donnez-moy licence que ie commence $\frac{1}{8}$ d'heure deuant vous autres, & apres nous mangerons le reste ensemble: on demande (le contract conclud en ceste sorte) en combien de temps la pauure brebis soit deuoree? facit $\frac{11}{56}$ d'vne heure.

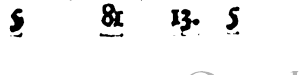
Digitized by Google



21. Vn homme terminant ſes iours laiſſa 2 fils, 3 filles, & la mere, & ordonna par teſtament, qu'ils aartiroient ſon bien eſtimé 1909 florins en ceſte ſorte: à ſçauoir, qu'vne fille auroit deux fois autant que la mere, & vn fils trois fois autant qu'vne fille: on demande, combien chacun aura? facit vn fils 903 florins, vne fille 201 florins, & la mere 100 florins.



22. Vn Marchand achete vn mont de pierres long 40 aul. large 4 aul. & haut 1 aul. & il paye pour 1 aul. de largeur 2 aul. de hauteur, & 1 aul. de longueur L: on demande, combien il monte en argent? facit L 17.6.8.



Digitized by Google

9		81	
9		13	
81	8	243	2
5	4	81	8
405	32	1053	6
	3	5	4
	96.	5265	24

405 . . . . $\frac{1}{3}$ L. 5265.
96 240 24
4

405 . 80 . 21060
80

1684800

2
603
1684800 { 4160
405555
4000
44

12) 4160

34|6 . 8

Facit L 17 . 6 . 8

23. Vn Seigneur fait fouyr vn puis de 100 pieds de profondeur, de ce il payera 8 L. Or il aduient que quand le fossoyeur a fouy 60 pieds de profondeur, qu'il deuient malade, & demande son salaire : on demande, comme il doit auoir quand son trauail monte en profondeur par progression naturelle? facit L 2 . 17 . 11$\frac{77}{101}$.

100	100	60	60
1		1	
	50		30
101		61	
50.		30	
505|0 --- 8		183|0	
240		384	
1920		732	
		1464	
101. 384		549	
		70272	

77
19687
70272 [695$\frac{77}{101}$
60272
20111 5|7 . 11
200
2

Facit L 2 . 17 . 11$\frac{77}{101}$.

Digitized by Google

24. Deux Marchands viennent à vn peage, l'vn a 7 casses de foye, & l'autre 11 casses: le premier paye vne casse pour peage, & on luy rend 50 ducats, & l'autre paye aussi vne casse, & on luy rend 20 ducats: on demande, à combien vne casse est contee, & combien on paye de peage d'vne casse? facit 102½ ducats pour la valeur d'vne casse, & le peage d'vne est 7½ ducats.

11 50

7 20 4) 30 . . 2

4 . . 30 . . 7 facit 7½

7

4.) 210

52½

50

Facit. 102½

25. Trouuez vn nombre, lequel party par 24, & son quotient multiplié par 2, & qu'on leue du produit 8, qu'il en restent 4? facit 144.

4

8

2) 12

6

24

Facit. 144.

26. Trois Marchands font compagnie, & mettent tous ensemble 26 L, pour les mesmes ils achetent 3 draps, chacun de 36 aul. le premier à 6 L, le second 8 L, & le tiers à 12 L la piece, & A paye 7 L, B 9 L & C 10 L. & chacun prend 36 aul. on demande, combien d'aulnes chacun prendra de chacun drap? facit A prend 24 aul. du premier drap, 9 aul. du second, & 3. aul. du tiers. B prend 10 aul. du premier, 12 du second, & 14 du tiers, & C prend 2. aul. du premier, 15 aul. du second. & 19 aulnes du tiers. Or ceste question a aussi plusieurs autres responces.

Digitized by Google

36 . . 6 . . 1 facit $\frac{1}{6}$ L
36 . . 8 . . 1 facit $\frac{1}{8}$ L
36 . . 12. . 1 facit $\frac{1}{12}$ L

6 — 3
4 — 1
3) 3 — 0

36

108

$\frac{1}{3}$ — 6
18) $\frac{1}{6}$ — 4
$\frac{1}{8}$ — 3

3) 18 . 1) 9

7 . 9 . 10
18. 18. 18
126.162.180
108.108.108
18. 54. 72

3 . 9 . 24 pour A

3) 54.1) 12

14 . 12.10 pour B

3) 72.1) 15

19. 15. 2 pour C

Preuue.

36	3 . 9 . 24
36	14. 12. 10
36	19 . 15. 2
36 . 36 . 36	

27. Vn Marchand donne 100 L à interest, à raison de 10 pour cent par an, à conter tous les $\frac{1}{3}$ d'vn an interest sur interest, à telle condition, qu'il receura chaque 4 mois le tiers du capital & du gain, & que l vn payement soit egal à l'autre: on demande, combien chacun payement montera? facit $35\frac{5}{91}$. à sçauoir le capital du premier $35\frac{35}{91}$. & $\frac{350}{819}$ L d'interest: & $34\frac{18}{91}$ L pour capital, & $\frac{540}{819}$ L pour interest du second payement: & $34\frac{38}{91}$ du capital, & $1\frac{42}{819}$ d'interest pour le troisiesme payement.

3) 100

$33\frac{1}{3}$

1 } 10 } $\frac{2}{3}$
3 } 10 } 1

3 . . 10. $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{9}$ 10.

9 ($1\frac{1}{9}$

$2\frac{2}{9}$

$3\frac{1}{27}$

100

$6\frac{2}{3}$

3) $106\frac{2}{3}$

facit. $35\frac{5}{91}$

K

Digitized by Google

$101\frac{1}{9}$ .. 100 .. $35\frac{5}{9}$? facit $35\frac{15}{91}$
$102\frac{2}{9}$ .. 100 .. $35\frac{5}{9}$? facit $34\frac{18}{23}$
$103\frac{1}{3}$ .. 100 .. $35\frac{5}{9}$? facit $34\frac{38}{93}$

Oftez chacun des capitaux de $35\frac{5}{9}$. & refteront les gains de chacun payement, à fçauoir pour le premier $\frac{320}{819}$ L, pour le fecond $\frac{160}{207}$ L, & $\frac{41}{279}$ L, pour le troifiefme.

28. Vn Marchand a vne fomme d'argent, auec laquelle il gagne 30 L, en apres il gagne auec la mefme fomme enfemble fon gain 46 L: on demande, combien d'argent il auoit quand il gagne vne fois autant pour cent que l'autre fois? facit $56\frac{1}{4}$.

46
30
———
16 .. 30 .. 30
30
———
900
———
4) 225
———
Facit $56\frac{1}{4}$

29. Item, il y a vne terre ronde de 154 verges quarrees, & au milieu d'icelle y a vn eftang rond, comprenant iuftement la moytié de toute la terre: on demande le diametre dudit eftang? facit $\sqrt{98}$: qui eft bien prés de 10.

154
———
11 .. 14 .. 77
7
———
1 98 7
Facit $\sqrt{98}$. qui eft bien prés de 10.

Notez, fi toute la terre fait 154. fa $\frac{1}{2}$ fera 77, pour l'aire de l'eftang. En apres conuient fçauoir, qu'Archimedes demonftre que l'aire d'vn cercle a proportion au quarré de fon diametre, comme 11 à 14. Partant ie dy: 11 me donnent 14. combien 77, & il en viennent 98, dont la racine quarree eft quafi 10. pour le diametre dudit eftang.

30. Item, il y a deux terres rondes, la circonference de l'vne eft 60

verges, & on la vend 100 L, & celle de l'autre n'est que 20 verges, & on la vend 26 L: on demande, laquelle terre soit venduë à meilleur profit? facit $14\frac{8}{9}$. L, qu'il a vendu la moindre terre plus qu'il ne doit à raison de la plus grande.

6|0 ---- 2|0

3 ------ 1   26

3 ------ 1 $11\frac{1}{9}$

9 ------ 1 ------ 100 L   L $14\frac{8}{9}$ gain.

9

Facit $11\frac{1}{9}$ L.

Notez que les superficies planes semblables ont proportion l'vne à l'autre, par la dix-neufiesme du sixiesme d'Euclide, comme la proportion doublee de leurs diametres, circonferences, ou autres costez reciproques. Dont s'ensuit, que si la proportion des circonferences de ces deux terres est comme 3 à 1, que celle de leurs aires sera comme 9 à 1. Partant ie dy: 9 me donnent 1, combien 100 L? & il en viennent $11\frac{1}{9}$ L, & tant doit-il vendre la moindre terre à raison de la premiere.

31. Vn tonnelier a deux tonneaux d'vne mesme longueur, l'vn contient 6 ames, & l'autre 4 ames, & il fait de ces deux tonneaux, vn tonneau, sans y oster ny adiouster du bois en la rondeur: on demande, combien le tonneau neuf contiendra? facit 19 ames $78\frac{18}{19}$ pots.

6   6   15

4   4   100

10   24   1500

4   1

√96 ($9\frac{15}{19}$ ames.   29

81   878

15   25000 [$78\frac{18}{19}$ pots.

299

2

10.

9. $78\frac{18}{19}$.

Facit 19 ames, $78\frac{18}{19}$ pots.

32. Item, il y a deux boules de fer, le diametre de l'vne est 4, & poise

Digitized by Google

lb. 6., & celuy de l'autre est 6: on demande, combien icelle poisera? facit lb 20 .

4 . . 6

2 . . 3
2 . . 3
2 . . 3

8 . . 27 . . 6
3

4 3

4) 81
Facit $20\frac{1}{4}$ lb.

Notez, que par la derniere du douziesme d'Euclide la proportion des soliditez ou poids que 2 boules ont l'vne à l'autre, vient de la proportion triplee de leurs diametres: dont s'ensuit, que par la proportion de leurs diametres, qui est en cest exemple, comme deux à 3, l'on trouue que celle de leurs poids est comme 8 à 27, partant ie dy, 8 me donnent 27, combien 6 lb? facit $20\frac{1}{4}$ lb.

33. Vn homme a vn tonneau de vin qui contient 360 pots, duquel il tire 30 pots, & le remplit d'eau, ce qu'il fait par trois fois, y remettant à chaque fois 30 pots d'eau: on demande, combien de vin reste au tonneau? facit $277\frac{7}{24}$ pots.

360
30

36|0 . 33|0

12 . . 11
2
248
2877
6688
2444
22
[$277\frac{7}{24}$ facit

12 . . 11
12 . . 11

144 . . 121 . . 330
55

24 605 55
605
6655

34. Vn Marchand a vn tonneau de vin tenant 150 pots, à 10 ꝗ le pot, duquel il tire 10 pots, & le remplit d'vne autre sorte de vin à 7 ꝗ le pot, ce qu'il fait par trois fois, y remettant à chaque fois 10 pots de

ce vin à 7 ₰ le pot: on demande, à combien reuient vn pot meslé? facit à $9\frac{494}{1125}$ ₰.

150
10

1510 ---- 1410
15 14

150
225 . . 196 . . 140 ? facit $121\frac{43}{45}$

$28\frac{2}{45}$.

1 . . 10 . . $121\frac{43}{45}$? $1219\frac{5}{9}$
1 . . 7 . . $28\frac{2}{45}$? $196\frac{14}{45}$

$1415\frac{39}{45}$

150 . . $1415\frac{23}{45}$ . . 1
15 15

2250 7078
1416

21238

1125 . 10619

4
49
2734
20619 [$9\frac{494}{1125}$ ₰ facit
1128

31. Vn Tauernier a vn tonneau de vin de 360 pots, duquel il tire aucuns pots & le remplit d'eau, & fait cela par trois fois, y remettant à chaque fois autant de l'eau qu'il a tiré du vin: on demande, combien de vin il a tiré à chaque fois, quand au dit tonneau ne restent que $208\frac{1}{3}$. pots de vin? facit 60 pots.

360
$208\frac{1}{3}$

75000
$208\frac{1}{3}$

ℛ c. 15625000

7 | 625 | 000 { 250.
28 | 228 |
8
1 6
7

2 . . 4. (8
3 3
6 . 12
250 125 . 25 . 5
360
360. 150. 60
℣ 90000 { 150
. . . 300 125
7625

Facit. 60 pots.

36. Vn bourgeois a vn tonneau de vin à 4 pat. le pot, du meſme il tire 30 pots, & le remplit d'eau, ce qu'il fait autrefois en remettant ſemblablement autres 30 pots d'eau, & trouue que le pot ainſi meſlé luy reuient à $3\frac{13}{16}$ pat. on demande, combien de vin ledit tonneau contient? facit 360 pots.

4
$3\frac{13}{16}$ 4
℣ $13\frac{4}{9}$ ($3\frac{2}{3}$
$\frac{2}{3}$ . . 30 . . 4
3
1 90
4

Facit 360 pots.

37. Vn Marchand a deux pieces de cire en la forme d'vn cubus, le premier eſt long, large & eſpais ſur chacun coſté 3 pieds, & vaut 25 fl. & l'autre a ſur chacun coſté 6 pieds: on demande, combien icelle piece vaudra à raiſon de la premiere? facit 200 flor.

3 . . 6.
1 . . 2
1 . . 2
1 . . 2
1 . . 8 . . 25
8

Facit 200 florins.

Digitized by Google

Ceſte propoſition tire ſes proportions de la derniere du douzieſme d'Euclide, comme la trente-deuxieſme queſtion.

38. Vn Marchand achete vne terre quadrangulaire de 18 verges 19 pieds de longueur, & 6 verges 5 pieds de largeur, à 3½ flor. de Brabant la verge: on demande, combien icelle vaut en monnoye de Flandres? facit L 43. 17. $3\frac{7}{9}$.

18.19. 6 . 5
20 20
379 125
47375

400 .. $3\frac{1}{2}$ .. 47375
3 2
1200 10.9) 94750
3 . . 2
36|00 20 fl. $10527\frac{7}{9}$
40 87|7.3
8|00 Facit 43.17.$3\frac{7}{9}$.
9 . . 2

39. Vn Seigneur achete vne terre qui tient 25 verges quarrees, & il paye de la premiere verge vne maille, de la ſeconde 2 mailles, de la tierce 4 mailles, de la quarte 8 mailles, & ainſi progrediſſant par progreſſion Geometrique double: on demande a combien luy reuient toute icelle terre, en contant 12 mailles pour vn ß de gros? facit L 11650. 16. $10\frac{7}{12}$.

1
2
4
8
16
32
64
128
256
512
1024
2048
4096

4096
4096
16777216
33555432
1
facit 33555431 mailles.
12) $2796202\frac{7}{12}$ ß
$233016\frac{7}{12}$. 10
Facit L 11650. 16. $10\frac{7}{12}$.

Digitized by Google

40. Vn Marchand achete 6 draps en progreſſion quarree, à ſçauoir, il paye pour le premier drap 1 L. pour le ſecond 4 L. pour le tiers 9 L. &c. on demande, combien il monte en argent? facit 91 L.

6 6 6
1 3 2
7 12
3 1
21 3) 13
4 1/3 4 1/3

Facit 91 L

41. Vn Marchand vend 6 aulnes de ſatin en progreſſion cubique: à ſçauoir, la premiere aul. vn pat. la ſeconde 8 pat. la tierce 27 pat. &c. combien monte-il en argent? facit L 3. 13. 6.

6. 6
1 3
7 3
7 9
49
9

6) 441
7 1/3. 6
facit L 3. 13. 6.

Facit 441 patarts.

42. Item, il y a vne progreſſion, de laquelle le premier terme eſt 3, & le dernier eſt 81: on demande, combien ſeront les autres 2 milieux proportionnaux? facit 9 & 27.

81
3
243
3
ɣ &c. 729 (9 pour le premier milieu.
ɣ 729 (27 facit le ſecond milieu.

43. Vn Seigneur a deux ſeruiteurs, auſquels il baille de la marchandiſe pour 11 L. le premier vend ſa marchandiſe, & perd 1/5 flor. du capital, & pour le reſte achete d'autre marchandiſe, ſur laquelle il gagne 3 L. le ſecond vend ſa marchandiſe & gagne le 1/4 de ſon capital, & deſpend

Digitized by Google

despend 2 L, & retournans vers leur maistre, il reçoiud d'eux en tout 13 L: on demande, combien chacun a receu? facit A 3 L, & rend 5 L, & B a receu 8 L, & ne rend que 8 L.

Posez,

(1/1) 5 A	(1/4) 6 B	4 A	7 B
1 1/2	1 1/2	1 1/2	1 1/4
3 1/2	7 1/2	2 1/2	8 1/4
3	4	2	2
6 1/2	5 1/2	5 1/2	6 1/4
		6 1/2	
13	6 1/2	12 6/12	13
11 5/6	5 1/2		12 6/12
1 1/2	11 6/12		25/12

5 X 1 1/2 | 7 1/2 | 3 | 8
4 X 7/12 | 7/2 | 1 | 5
1) 3

Facit 3 pour A.

Preuue.

A	B
3	8
2	2
2	10
3	2

Rend A 5 L . . 8 L que B rend.

8
3
Facit 13.

44. Item, deux nauires d'Angleterre ſont parties en vn meſme temps, l'vne vers France, & l'autre vers Eſpagne, & celle tirant vers France fait en vne heure 2 lieuës, & l'autre qui tire vers Eſpagne fait en vne heure 3 lieuës. Or quand elles ont nauigé 5 heures, ſont diſtantes l'vne de l'autre 6 lieuës, & arriuent toutes deux en 36 heures:

Digitized by Google

on demande la distance des arriuemens? facit 43⅓ lieuës.

5 . . 6 . . 36
6
5) 216
43⅓.

Notez, qu'en ceste question nous auons mis 6 lieuës pour la distance des nauires en 5 heures, mais Valentin n'auoit mis que 2 lieuës, lequel repugne à la vingtiesme du premier d'Euclide : car le lieu dont elles sont parties, auec les 2 lieuës d'arriuemens, font ensemble vn triangle, duquel il posoit les deux moindres costez ensemble moins que le troisiesme, lequel est impossible.

45. Vn Bourgeois pria vn iour 7 de ses voisins à souper auec luy, & estans assis à vne table quarree, tousiours deux à deux, en estans bien ioyeux, le prochain de l'hoste dit, ie vous prie aussi à souper demain auecques moy, & semblablement firent tous les autres ensuiuant l'ordre, lequel dura si longuement iusques à tant qu'ils pourroient changer leur ordre, & s'asseoir vne fois autrement qu'à l'autre fois: on demande, combien de temps leur bonne chere dureroit? facit 110 ans 143 iours.

1
2
3
6
4
24
5
120
6
720
7
5040
8
40320 banquets.

1
32
2487
40320
36555
366
3

110 ans. bissextes.

110
27
170
27
Facit 110 ans 143 iours.

46. Item, il y a deux plats d'vne mesme matiere & forme, le diametre du plus grand plat est triple à celuy du moindre, & poise 8 lb. on demande, combien le moindre plat poisera ? facit $4\frac{10}{17}$ once.

3 . 1
3 . 1
9 . 1
27 . 1 . . 128

8
16
128

2
40
128 { $4\frac{10}{17}$ onces facit.
27

Notez, que ceste question est semblable à la trente-deuxiesme, & partant elle tire ses proportions de la derniere du douziesme d'Euclide.

47. Item, vn homme a vne masse de cendree, qui poise certains marcqs, de laquelle il coupe vn marcq, en remettant vn marcq de cuiure, lequel il fait par quatre fois, en coupant à chaque fois vn marcq, y remettant à chaque fois vn marcq de cuiure, & finalement il trouue que le marcq est à 5 ♀ $18\frac{8}{9}$ gr. de fin : on demande, combien ladite masse poise ? facit 6 marcqs.

12 . 5 . $18\frac{8}{9}$
24 24
288 138
9 9
2592 1250
1296 --- 625

1296
625
810000
. . .
9 0 0.

1296
900
1166400

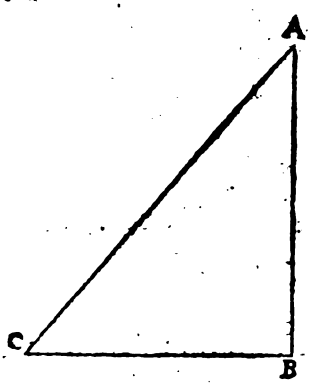
1166400 { 1296
1080
216 . . . 1 . . . 1296

{ 6.

Facit 6 marcqs.

48. Il y a vn triangle A B C, duquel l'angle B est droict, & A B se

Digitized by Google



nomme perpendiculaire, ou cathete, qui fait 80, & B C sur le plan se nomme base, qui fait 60, & la ligne A C se nomme hypothenuse.

Or quand le quadrat A B est adiousté auec le quadrat B C, & qu'on tire du produit ℣, il en vient la ligne ou le costé A C qui fait 100.

49. Quand on tire le quadrat B C du quadrat A C, & qu'on tire du reste ℣, il en vient A B.

50. Quand on tire le quadrat A B du quadrat A C, & qu'on tire du reste ℣, il en vient la ligne B C.

51. Pour trouuer l'aire dudit triangle, multipliez la moytié de A B auec B C, ou la moytié de B C auec A B, & en viendront 2400.

Ou bien si on multiplie A B auec B C, la moytié du produit fait aussi 2400.

Encore autrement, adioustez les trois costez, A B, B C, & C A ensemble, qui font 240, desquels la moytié fait 120, les mesmes posez 3 fois, & tirez de chacun costé, & resteront 60, 40, 20, lesquels multipliez l'vn par l'autre, & en viendront 48000, les mesmes multipliez encore par la moytié des 3 nombres, qui sont 120, & en viendront 5760000, desquels tirez ℣, & en viendront 2400 pour toute la superficie. Autrement par la cinquante-quatriesme.

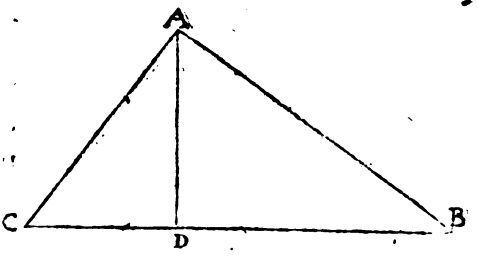
52. Si l'aire dudit triangle est 2400, & A B fait 80, combien est B C? Diuisez 2400 par 80, & en viendront 30, lesquels doublez, & feront 60 pour B C.

53. Il y a vn triangle rectangle, duquel la base a proportion auec le cathete, comme 3 à 4, & son aire est 2400, combien fait chacun costé? Multipliez $\frac{3}{4}$ par $\frac{1}{2}$, & en viendront $\frac{3}{8}$, puis diuisez 2400 par $\frac{3}{8}$, & en viendront 3600, desquels tirez ℣, & en viendra 60 pour la base, & 80 pour le cathete, car ainsi procede-il: Si ie prends pour l'vn 1 ♎, l'autre sera $1\frac{1}{3}$ ♎, dont multipliez l'vn en la moytié de l'autre, & en viennent $\frac{4}{3}$ ♌, egal à 2400, fait 1 ♎ egale à 60.

54. Item, il y a vn triangle A B C, duquel A B fait 15, B C 14, A C 13, pour cognoistre s'il est rectangle, oxigone, ou ambligone; sçachez que si le quadrat des moindres lignes monte plus que le quadrat de la plus grande ligne, le triangle est oxigone: & si les deux moindres

Digitized by Google

quadrats montent moins que le plus grand quadrat, il est ambigone: & si les deux moindres quadrats montent iustement autant que le plus grand, il est triangle rectangle; & chacun triangle a deux rectangles.



Pour y trouuer son aire, suiuez la cinquante-vniesme proposition, & en viendront 84; & si on diuise l'aire par la moytié de la base B C, il en viennent 12 pour la perpendicul. A D. Ou posez pour C D 1 ℓ, le costé B D sera 14 — 1 ℓ. Maintenant si on tire le quadrat C D du quadrat A C, il en resteront autant, que si on tire le quadrat B D du quadrat A B, & il en viendront 169 — 1 q, egaux à 28 ℓ + 29 — 1 q, & 1 ℓ est egale à 5, pour C D: le mesme quadrat tirez du quadrat A C, & du reste tirez γ, & en viendront 12 pour A D: les mesmes multipliez auec 7, la moytié B C, & en viendront 84 pour tout l'aire dudit triangle.

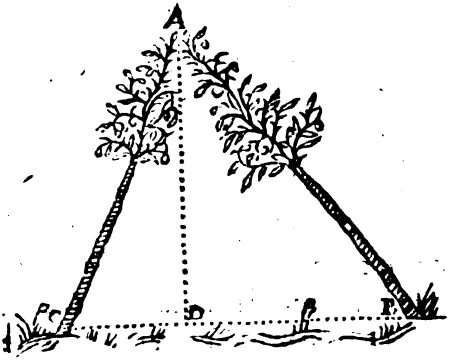
55. Pour trouuer la perpendicul. A D, diuisez l'aire par le demy costé sur lequel il pend, & en viendra 12 pour A D, & si on multiplie la perpendic. par la moytié de la base, il en vient l'aire dudit triangle.

Autrement: Quand on tire le quadrat B D du quadrat A B, il en reste autant que quand on tire le quadrat D C du quadrat A C. Posez donc pour B C 1 ℓ, & son quadrat sera 1 q, le mesme tirez du quadrat A B, & il en restera 225 — 1 q, & C D sera 14 — 1 ℓ: le mesme quadrat tirez du quadrat A C, & il resteront 28 ℓ — 27 — 1 q, egal à 225 — 1 q, facit 1 ℓ egale à 9 pour B D:

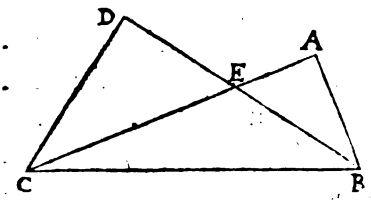
Encore autrement, si l'aire du triangle fait 84, posez par la fausse position que A D soit 8, lesquels multipliez par la moytié de B C, & en viendront 56, qui deuoient estre 84, est moins 28. Posez donc pour A D 6, & en viendront par la mesme maniere 42, qui deuoient estre 84, est moins 42: adonc monstrera l'operation de la fausse position, que A D fait 12.

56. Il y a deux arbres A B & A C, lesquels sont distans l'vn de l'autre 140 pieds, & la longueur A B fait 150, & A C 130, & lesdits 2 arbres sont tombez auec leurs pointes ensemble. La demande est, combien leurs pointes sont encore distantes de la terre, c'est à dire, combien est le perpendicle A D? fait 120 par la cinquante-cinq proposition. Ou si on dit, il y a deux arbres droits sur vne plaine, qui sont distants

Digitized by Google



l'vn de l'autre 140 pieds, les mesmes sont tombez auec leurs pointes ensemble: de sorte que la distance de leurs pointes droitement à terre, est 120 pieds, & la longueur de l'arbre A C fait 130 pieds. La demande est, combien soit la lõgueur de l'arbre A B? Responce: Tirez le quadrat du perpendicle A D, qui est 120, du quadrat de l'arbre A C, qui est 130, & en resteront 2500, des mesmes tirez γ, & en viendront 50 pour D C: les mesmes tirez de B C 140, & il resteront 90 pour B D, ce quadrat adiouſtez auec le quadrat A D 120, & en viendront 22500; des mesmes tirez γ, & en viendront 150 pieds pour la longueur de l'arbre A B.

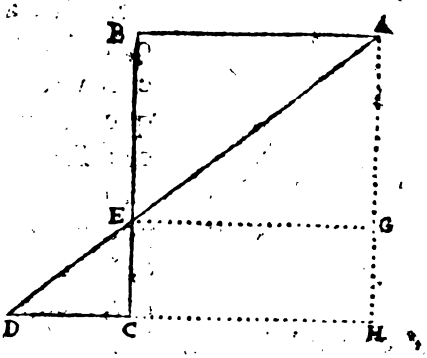


54. Il y a deux triangles A B C & B C D rectangles en A, & D, & leur hypothenuſe B C, a γ 185, & A B fait 4, & D C fait 8. La demande est, combien est B E, E D, A E, & E C? Resˆponce: Si on multiplie B A en E D, il en vient autant que si on multiplie A E en D C. Trouuez la longueur A C, & B D, par la quarante-huitieſme propoſition, & en viendra 13 pour A C, & 11 pour B D, & puis comme A B a proportion auec D C, ainſi a B E, auec E C, & comme A B, auec D C, ainſi A E, auec D E, & comme A E, auec E D, ainſi B E, auec E C. Poſez que A E ſoit 1 ℘, E D ſera 2 ℘, car A B a proportion douple auec D C, & ſi E D fait 2 ℘, E B fera 11 — 2 ℘; il faut donc que E C ſoit deux fois autant, qui font 22 — 4 ℘, leſquels tirez de A C, & reſtera 4 ℘ — 9, egaux à A E, qui eſt 1 ℘, fait 1 ℘ egale à 3 pour A E, & 10 pour E C: adonc viendra par la quarante-huitieſme propoſition 6 pour D E, & 5 pour B E.

58. Item, il y a deux lignes, à ſçauoir A D qui fait 15, & B C qui fait 9, leſquelles ſe couppent en E, & vne autre ligne vient de A ſur B à angles droits, & fait 8, & vne autre ligne de D ſur C auſſi à rectangles. La demande eſt, combien chacune ligne contient à part? Reſponce: Faites des lignes occultes, comme A H parallele auec B C: mais

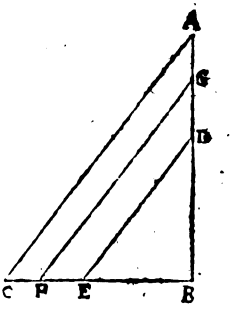
Digitized by Google

HC & GE parallel auec AB. Maintenant comme AE a proportion auec AB, ainsi a DE auec DC, & comme BC, ou AH auec AD, ainsi BE, ou AG auec AE. Posez pour BE, ou AG 1 ☉, & dites, 9 font 15, combien fait 1 ☉? facit $1\frac{2}{3}$ ☉ pour AE: les mesmes multipliez en soy, & en viendront $2\frac{7}{9}$ q. Plus adioustez le quadrat AB auec le quadrat BE, & il fera 1q + 64, egaux à $2\frac{7}{9}$ q, & 1 ☉ est egale à 6 pour BE: les mesmes tirez de 9, il resteront 3 pour EC, & par la quarante-huictiesme proposition, il en viendront 10 pour AE, & 5 pour DE, & par la quarante-neufiesme CD fera 4.

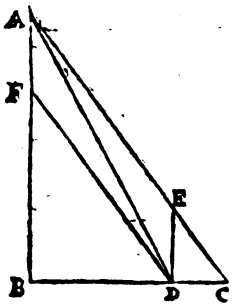


Autrement, tirez le quadrat AH 9 du quadrat AD 15, & il en resteront 144: des mesmes tirez ✓, & en viendront 12 pour DH: des mesmes tirez AB ou CH 8, & il en resteront 4 pour CD: les mesmes adioustez auec AB, & feront 12: en disant 12 font AD 15, combien feront 8? facit 10 pour AE, les mesmes tirez de AD 15, & il en resteront 5 pour DE.

56. Il y a vn triangle ABC rectangle en B, duquel AB fait 8, BC 6, lequel doit estre party en 3 parties egales, que l'vne aire faile autant que l'autre, & que les lignes soient paralleles auec l'hypothenuse. La demande est, ou les lignes AB C seront couppees? Responce. Prenez la proportion, laquelle le cathete a auec la base, qui est comme 1 à $\frac{3}{4}$, & puis trouuez toute l'aire dudit triangle par la cinquante-vniesme proposition qui fait 24, lesquels diuisez en 3 parties egales, & chacune sera 8: adoncques posez que BF, la premiere section soit 1 ☉, BD fera $1\frac{1}{3}$ ☉, desquels multipliez l'vn en la moytié de l'autre, & en viendra $\frac{1}{3}$ q, egaux à 8, & 24 egaux à 2 q, & 12 egaux à 1 q, & ✓ 12 egaux à 1 ☉ pour BE; & aux mesmes adioustez $\frac{1}{3}$, qui est ✓ $1\frac{1}{3}$, & en viennent ✓ $21\frac{1}{3}$ pour BD; & puis prenez les mesmes $\frac{1}{3}$ q, qui sont venus de la multiplication, lesquels sont aussi egaux à 16, qui sont les $\frac{2}{3}$ de toute l'aire, & en viendra 1 ☉ egale à ✓ 24 pour BF: aux mesmes adioustez aussi $\frac{1}{3}$, & en viendra ✓ $42\frac{2}{3}$ pour BG.

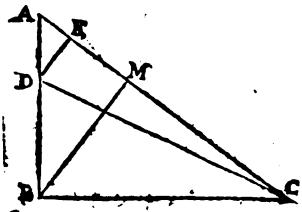


Digitized by Google



60. Il y a vn triangle orthogone A B C, duquel A B fait 16, B C 12, combien long doura eſtre vne autre perpendicle, qui ſoit E D, afin que le triangle C D E tienne 6 d'aire? Reſponce: Trouuez premierement l'aire de tout le triangle A B C par la cinquante-vnieſme propoſition, & en viendront 96, leſquels diuiſez par 6, & en viendront 16; & puis multipliez A B en ſoy, & en viendront 256, leſquels diuiſez par 16, & en produiront 16, de quels tirez la ℣, qui ſont 4 pour D E. Ou poſez pour C D 1 ℛ, la perpendicul D E ſera 1 ½ ℛ, multipliez l'vn auec la moytié de l'autre, & en viendront ¾ ℚ, egaux à 6: facit 1 ℛ, egale à 3 pour C D.

61. Item, ſi vne ligne eſt tiree en la preced. fig. de D en F, tellement qu'elle ſoit parallele auec A C, adonc ſera A E egale à F D, & A F ſera egale à D E. En apres multipliez F B en ſoy, & en viendront 144, leſquels adiouſtez auec le quadrat B D qui eſt 81, & en viendra 225, deſquels tirez ℣, & ſera 15 pour F D ou A E, leſquels adiouſtez auec E C qui ſont 5, & en viendront 20 pour A C: & ſi on tire l'aire de F B D, & E D C de toute l'aire A B C, il en reſtera 36 pour l'aire du rhomboïde A F D E, que vous pouuez prouuer par la cinquante-vnieſme propoſition. Et comme D C a proportion auec D E, ainſi a B C auec B A, & B D auec B F, & par la quarante-huitieſme propoſition ſera A D ℣ 337, & le triangle A D F ſera egal au triangle D A E.



62. Item, il y a vn triangle A B C rectangle en B, & A B fait 30, B C 40, A C 50, & de C eſt tiree vne autre ligne ſur A B en D, tellement que A C fait 10, D B 20, & de D eſt tiree vne autre ligne à rectangles ſur A C en E. La demande eſt, combien contient A E? Reſponce: Pour A E, poſez 1 ℛ, comme A B a proportion auec A C, ainſi a A E auec A D. Dites, A B 30, font A C 50, combien feront A E 1 ℛ? façit 1 ½ ℚ, egal à 10, & 1 ℚ à 6 pour A E.

63. Item, de l'angle B eſt tiree vne ligne perpendiculairement ſur A C en M. La demande eſt, combien A M contient? Reſponce: Multipliez la moytié de A B auec B C qui fait 600 pour l'aire, & par la quarante-huitieſme fera A C 50. Auec la moytié, qui ſont 25, diuiſez les 600, & il en viendront 24 pour B M. Comme maintenant A B a

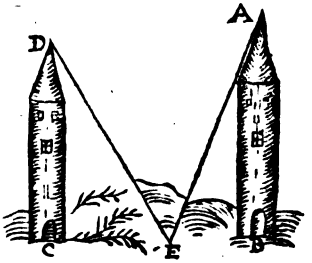
proportion

Digitized by Google

proportion auec B C, ainſi a A M auec M B. Dites, 40 font 30, combien font 24? facit 18 pour A M, & 32 pour M C: & quand on adiouſte le quadrat A M auec le quadrat M B, la racine quarree du produit fera 30 pour A B que i'ay voulu prouuer.

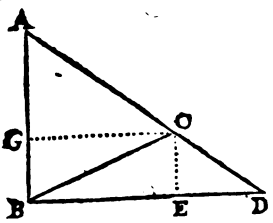
64. Item, il y a vn triangle A B C rectangle en B, & B C fait 40, & de C il eſt tiré vne ligne en D; tellement que D B fait 20, & vne autre ligne eſt tiree de D perpendiculairement ſur A C en E, qui fait 8. La demande eſt, combien que A E & A D, chacun ſoit pour ſoy? Reſponce: Poſez que A E ſoit 1 ☍, & dites, D E 8 font A E 1 ☍, combien feront B C 40? facit 5 ☍ pour A B: les meſmes multipliez auec la moytié de B C, il en viendront 100 ☍ pour l'aire du triangle A B C, & par la quarante-huitieſme propoſition fait D C ℣ 2000, & par la quarante-neufieſme fera E C 44: auec les meſmes adiouſtez 1 ☍, & viendront 1 ☍ + 44 pour A C: les meſmes multipliez auec la moytié de D E, il en viendront 4 ☍ + 176 pour l'aire de A C D. Plus multipliez la moytié de B D auec B C, il en viendront 400: les meſmes adiouſtez auec les 4 ☍ + 176, il en viendront 400: les meſmes adiouſtez auec les 4 ℞ + 176, & en viendront 4 ℞ + 576, egaux à 100 ℞; & 1 ℞ ſera egale à 6 pour A E, & par la quarante-huitieſme propoſition en viendront 10 pour A D.

65. Il y a deux tours A B & D C ſur vne plaine, & leur diſtance eſt 30 verges, & la hauteur de A B fait 20, & D C 15, & de A eſt tiree vne corde ſur la terre, & pareillement vne autre corde de D auſſi iuſques à terre: de ſorte que leſdites deux cordes viennent enſemble en E, & l'vne eſt auſſi longue que l'autre. La demande eſt, combien de diſtances ont les cordes en E, attachees de B & C, & combien longues? Poſez que B E ſoit 10; E C ſera 20, & puis multipliez B E en ſoy, & en viendront 100, leſquels adiouſtez auec le quadrat A B, & en viendront 500. Apres adiouſtez le quadrat E C auec le quadrat D C, & en viendront 625, qui deuroient eſtre 500, qui eſt plus 125. Poſez donc pour B E 15, & il en viendra plus 175, leſquels deux faux nombres demonſtrent par leur regle, que B E fait $12\frac{1}{12}$, & E C fait $17\frac{11}{12}$: & par la quarante-huitieſme propoſition fera A E ou D E ℣ $546\frac{1}{144}$, qui eſt bien pres de $23\frac{1}{10}$ pour l'vne & l'autre corde. Ou poſez pour C E 1 ℞ B E fera 30 — 1 ℞. Maintenant ſi on adiouſte le quadrat A B auec le quadrat B E, il



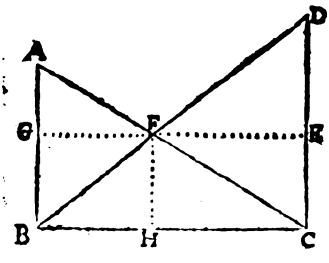
Digitized by Google

en viendra 1300 — 60 ℛ + 1 q, & le quadrat E C auec le quadrat D C fera 225 + 1 q, egaux à 1300 — 60 ℛ + 1 q, facit 1 ℛ egale à 17 $\frac{11}{11}$ pour C E, & 12 $\frac{1}{11}$ pour B E.



66. Il y a vn triangle A B C, duquel A B fait 14, B C 13, C A 15, & A B eſt mis perpendiculairement ſur vne ligne qui ſoit B D incogneuë, & A C eſt prolongee iuſques à ce qu'elle rencontre la baſe en D. La demande eſt, combien fera B D & D C? Reſponce: Faites vne perpendiculaire occulte, qui ſoit C F, pour laquelle poſez 1 ℛ, & la multipliez en ſoy, qui fera 1 q, lequel tirez du quadrat B C, & en reſtera 169 — 1 q, deſquels tirez ℽ, & fera ℽ 169 — 1 q pour B F, ou C G, leſquels multipliez en ſoy, & adiouſtez le produit auec le quadrat A G, & en viendra 365 — 28 ℛ egale à 225, fait 1 ℛ egale à 5, pour C F ou G B, qui ſe pourroit auſſi trouuer par la cinquante-cinquieſme propoſition. Leſquels 5 tirez de 14, & reſteront 9 pour G A. En apres dites par la regle de trois, ſi 9 font 15, combien feront 5? fait 8 $\frac{1}{3}$ pour C D, & puis par la quarante-huitieſme propoſition fera B D 18 $\frac{1}{3}$.

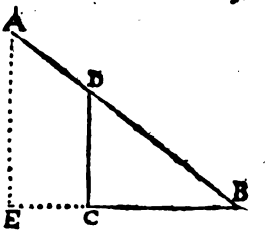
67. Il y a deux triangles A B C & D G B, rectangles en B & C; & A B fait 6, D C 8, & B C 10, & leurs hypothenuſes ſe coupent l'vne l'autre en F. La demande eſt, combien ſoit A F & F B? Reſponce: Faites deux lignes occultes, qui ſoient G E & F H par l'angle F, & que F H ſoit perpendiculaire ſur la baſe, & G E parallele à icelle baſe. Poſez pour H C 1 ℛ, en diſant B C 10 donne A B 6, combien donnera 1 ℛ? fait $\frac{3}{5}$ ℛ pour F H, & puis ſçachez que les 3 aires A B F, B C F, C D F enſemble font autant que les deux aires A B C, & B C D moins l'aire de B C F. Pource trouuez par la cinquante-vnieſme propoſition leſdits 3 aires, qui font enſemble 30 + 4 ℛ, & l'aire des deux triangles A B C, & B C D fait 70, deſquels tirez l'aire B C F, qui fait 3 ℛ, & reſteront 70 — 3 ℛ egaux à 30 + 4 ℛ, & 1 ℛ egale à $\frac{5}{7}$ pour H C ou F E; & B H ou G F fera 4 $\frac{2}{7}$; & puis par la quarante-huitieſme propoſition fera B F ℽ 30 $\frac{6}{49}$, & A F ℽ 24 $\frac{43}{49}$.



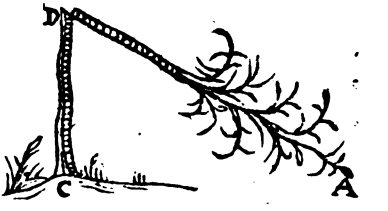
68. Il y a vn triangle B C D rectangle en C, duquel B C fait 8, C D 6, B D 10, & la ligne B D eſt prolongee iuſques en A, en ſorte que A D fait 5, & dudit poinct A on tire vne ligne en C. La demande eſt,

Digitized by Google

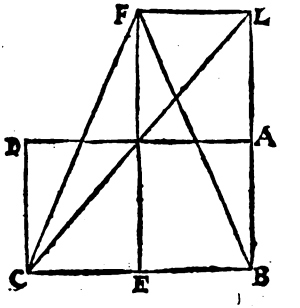
combien eſt ladite ligne A C? Reſponce: Tirez vne perpendiculaire obſcure de A ſur la baſe qui ſoit en E, & puis comme B C a proportion auec D C, ainſi a A B auec la perpendiculaire A E. Pource dites, ſi 10 font 6, combien font 15, qui eſt A B, & en viendra 9 pour A E. En apres tirez le quadrat A E du quadrat B A, & du produit tirez γ, & en viendra 12 pour B E, deſquels tirez B C, & en reſteront 4 pour C E, & puis par la quarante-huitieſme propoſition fera A C γ 97.



69. Plus, il y a vn arbre A D C long de 12 verges, lequel eſt couppé de ſorte que l'vne partie pend au tronc, & la pointe tombe outre vne riuiere; tellement que la baſe C A, ou la diſtance de la racine C iuſques aupres la pointe A, fait 4. La demande eſt, combien ſoit la partie D A? Poſez que D C ſoit 5, D A ſera donc 7. Multipliez D C en ſoy, & en viendront 25, leſquels adiouſtez auec le quadrat C A, qui eſt 16, & en viendront 41, qui deuroient eſtre 49, leſquels ſont D A, qui eſt moins 8. Poſez donc que C D ſoit 4, D A ſera 8, & en viendra moins 32, par leſquels on trouue que C D fait $5\frac{1}{3}$, & D A $6\frac{2}{3}$. Ou poſez que C D ſoit 1 $\mathcal{R}$, A D ſera 12 — 1 $\mathcal{R}$, ce quadrat fait 144 — 24 $\mathcal{R}$ + 1 q: & ſi on adiouſte le quadrat A C auec le quadrat C D, il en viendra 1 q + 16 egal à 144 — 24 $\mathcal{R}$ + 1 q, & 1 $\mathcal{R}$ ſera $5\frac{1}{3}$.

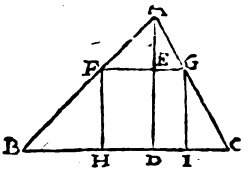


70. Plus, il y a vn triangle B C F, duquel B F & F C ſont d'vne longueur, & chacun de 10, & la baſe B C fait 8, lequel triangle doit eſtre changé en deux quadrangles rectãgles: cherchez F E par la quarante-neufieſme, & en vient γ 84, & puis tirez vne parallele, qui ſoit L B, & vne autre parallele F L, & puis fera le meſme quadrangle B E L F autant que le triangle B C F. En apres tirez vne ligne C L, laquelle diuiſera F E en deux parties egales, & fera vn triangle B C L, qui tiendra autant de ſuperficie que le triangle B C F fera autant que l'aire de L F B: & puis tirez vne ligne par la ſection de F E qu'elle ſoit A D parallele auec B C, & auſſi vn autre parallele D C, adoncques le



Digitized by Google

quadrat A B C D fera autant que le quadrat B E F L, ou le triangle B C F qui fait $\sqrt{1344}$.



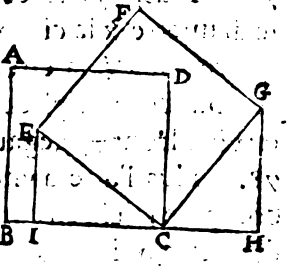
71. Plus, il y a vn triangle A B C, duquel le costé A C fait 13, B C 14, A B 15, dedans iceluy est fait sur B C vn quadrat le plus grand que faire se peut. La demande est, combien sera grand vn costé dudit quadrat? Premierement cherchez l'aire dudit triangle par la cinquante-vniesme proposition qui fait 84, & puis cherchez le perpendiculaire par la cinquante-cinquiéme proposition qui fait 12. En apres posez qu'vn costé du quadrat soit 6, le quadrat F G I H fera 36, & E A fera aussi 6, lesquels multipliez auec la moytié de F G, & en viendront 18: les mesmes adioustez auec 36, & en viendront 54, lesquels tirez de 84, & resteront 30 pour les deux superficies C I G, & B F H: si donc H I fait 6, il faut que C I auec H B facent 8, lesquels multipliez par la moytié de F H ou G I, & en viendront 24, qui deuroient estre 30, qui est -6: & si on prend 4 pour le costé du quadrat, il en vient moins 32, lesquels demonstrent par leur regle $6\frac{6}{13}$ pour le costé dudit quadrat. Ou posez pour le costé du quadrat $1\mathcal{R}$, l'aire fera $1q$, & A E sera $12-1\mathcal{R}$: les mesmes multipliez auec la moytié de F G, qui est $\frac{1}{2}\mathcal{R}$, & en viendront $6\mathcal{R}-\frac{1}{2}q$: & si on tire H I $1\mathcal{R}$ de B C 14, il en resteront $14-1\mathcal{R}$ pour B H & I C: les mesmes multipliez auec la moytié de G I, qui est $\frac{1}{2}\mathcal{R}$, & en viendront $7\mathcal{R}-\frac{1}{2}q$: les mesmes adioustez auec $1q$, & $6\mathcal{R}-\frac{1}{2}q$, & en viendront $13\mathcal{R}$ egales à 84, & $1\mathcal{R}$ est egale à $6\frac{6}{13}$ pour chacun costé dudit quadrat. Ou adioustez A E $12-1\mathcal{R}$ auec B H & I C $14-1\mathcal{R}$, & en viendront $26-2\mathcal{R}$: les mesmes multipliez auec la moytié de F G, & en viendront $13\mathcal{R}-1q$: auec les mesmes adioustez l'aire du quadrat, qui est $1q$, & en viendront aussi $13\mathcal{R}$ egales à 84, & $1\mathcal{R}$ fera $6\frac{6}{13}$.

72. Plus, il y a vn triangle A B C rectangle en C, dedans luy est fait le plus grand quadrat que faire se peut, & A C fait 8, & B C 6. La demande est, combien fera le costé dudit quadrat? Responce: Trouuez l'aire dudit triangle A B C par la cinquante-vniesme proposition, & fera 24: & puis adioustez A C auec C B, & fera 14, desquels prenez la moytié qui font 7. En apres prenez que le costé du quadrat soit 4, lesquels multipliez par 7, & en viendront 28, qui deuroient estre 24, & fait $+4$. Prenez donc que le costé dudit quadrat

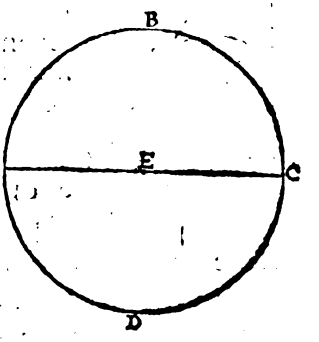
Digitized by Google

ſoit 6, & operez comme auez fait auec les 4, & en viendront + 18, leſquels demonſtrent par leur regle que chacun coſté fait $3\frac{1}{7}$. Ou ſi on poſe 1 ☉ pour le coſté, & qu'on le multiplie auec la moytié du coſté C B & B A, il en viendra 7 egales à 24, & 1 ☉ egale à $3\frac{1}{7}$.

73. Plus, il y a vn quadrat A B C D ſur vne ligne B H, & chacun coſté dudit quadrat fait 5, lequel doit eſtre eſleué, tellement que la perpendiculaire G H ſoit 4, & que le coin C ne ſe deſvoye hors de ſon poinct. La demande eſt, combien ſera C H C I, & le cathete E I? Reſponce: Il faut ſçauoir que le triangle C G H eſt egal au triangle E C I. Si donc le quadrat G H eſt tiré du quadrat G C, & la γ du produit fera 3 pour H C, & autant fait auſſi I E. Et ſi le quadrat fuſt eſleué en ſorte que E I fuſt egal à G H, adonc ſeroit l'aire des deux triangles E I C & G H C la moytié autant que l'aire du quadrat.



74. Plus, il y a vn cercle A B C D, c'eſt à dire, vne ſuperficie plane compriſe d'vne ſeule ligne appellee circonference, au milieu de laquelle eſt vn poinct E, qui s'appelle le centre, & la ligne droicte A C qui paſſe d'vn coſté à l'autre par le centre s'appelle le diametre: & par l'inuention de nos anciens la circonference a proportion auec le diametre, comme 22 à 7: & ſi on multiplie la moytié de la circonference auec la moytié du diametre, il en vient toute la ſuperficie, ou aire encloſe en ce cercle. Ie prends que le diametre ſoit 7, & la circonference (comme ſuſdit eſt) 22: ſi donc la moytié de 22, qui ſont 11 ſont multipliez auec la moytié de 7, il en vient $38\frac{1}{2}$ pour toute l'aire. La raiſon pourquoy on multiplie la moytié de la circonference auec la moytié du diametre pour auoir l'aire, eſt clairement demonſtré par Archimede. Ou multipliez le quarré du diametre, & du produict en prenez les $\frac{11}{14}$ parties; ou multipliez toute la circonference auec le diametre entier, le $\frac{1}{4}$ du produict ſera l'aire; ou multipliez le quarré de la circonference, & les $\frac{7}{88}$ parties ſont l'aire.



75. Plus, ſi on ſçait le diametre, & on veut ſçauoir la circonference, prenez que le diametre ſoit 12; dites par la regle, ſi 7 font 22, com-

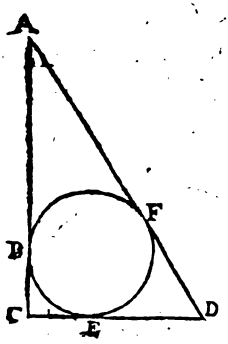
Digitized by Google

bien font 12 ? fait 37 $\frac{5}{7}$.

76. Plus, ſi on ſçait la circonference, & on veut ſçauoir le diametre, comme ſi la circonference eſt 37 $\frac{5}{7}$, dites 22 font 7, combien font 37 $\frac{5}{7}$? facit 12.

77. Plus, il y a vn cercle, duquel la ſuperficie fait 38 $\frac{1}{2}$, combien fera le diametre & la circonference chacun à part ſoy ? Poſez que le diametre ſoit 1 ℘, la circonference fera 3 $\frac{1}{7}$ ℘ ; car 7 à 22 ſont comme 1 à 3 $\frac{1}{7}$; pour ce multipliez la moytié de l'vn auec la moytié de l'autre, & en viendront $\frac{11}{14}$ q, egaux à 38 $\frac{1}{2}$, fait 1 ℘ egale à 7 pour le diametre.

78. Plus, l'aire d'vne circonference fait 38 $\frac{1}{2}$, & le diametre fait 7, combien fait la circonference dudit cercle ? Diuiſez l'aire par le $\frac{1}{4}$ du diametre, qui fait 1 $\frac{1}{4}$, & il en viendra 22 pour la circonference.



79. Plus, il y a vne ligne droicte de 29, de laquelle doit eſtre fait vn triangle rectangle pour enfermer dedans luy vn cercle qui a le diametre de 4 $\frac{1}{2}$. La demande eſt, combien fera chacun coſté ? Poſez pour l'hypothenuſe AD 10, les deux autres coſtez feront donc 19, deſquels tirez les 10, & en reſteront 9, qui doiuent eſtre 4 $\frac{1}{2}$, fait + 4 $\frac{1}{2}$; (car ſi on tire l'hypothenuſe des deux autres coſtez, il en reſte le diametre) : mettez donc pour l'hypothenuſe 8, & operez comme auec les 10, & en viendront + 8 $\frac{1}{2}$, qui demonſtrent par leur regle que AD fait 12 $\frac{1}{2}$, leſquels tirez de 29, & reſteront 16 $\frac{1}{2}$ pour AC & CD, leſquels diuiſez en deux parties, de ſorte que ſi on adiouſte leurs quadrats enſemble, qu'il en vienne autant que ſi on multiplie AD en ſoy, & en viendra 8 $\frac{1}{8}$ — γ 4 $\frac{57}{64}$ pour CD, & 8 $\frac{1}{8}$ + γ 4 $\frac{57}{64}$ pour AC.

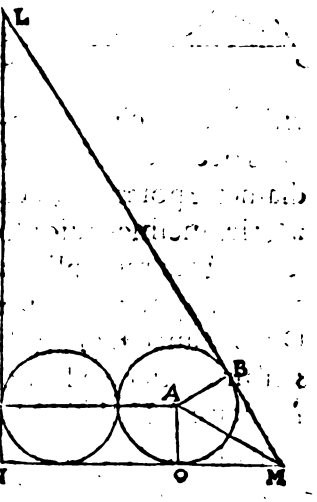
Autrement : Sçachez que les deux lignes qui viennent de C, l'vne vers A, & l'autre vers, D touchent la circonference en quelque place adonc ie dis, que les deux lignes de chacun angle iuſques au touchement de la circonference, qui eſt en B & E, ſeront egales l'vne à l'autre, comme DE eſt egal à DF & AF à AB, pource ſi le diametre fait 4 $\frac{1}{2}$, BC ou EC feront 2 $\frac{1}{4}$: & ſi ie prends pour DE 1 ℘, DF fera auſſi 1 ℘ : & puis ſi on tire BC, CD, & DF qui font enſemble 4 $\frac{1}{2}$ + 2 ℘ de 29, il en reſtera 24 $\frac{1}{2}$ — 2 ℘ pour AB & AF, deſquels la moytié fait 12 $\frac{1}{4}$ — 1 ℘ pour AB ou AF. Le coſté AC fera donc 14 $\frac{1}{2}$ — 1 ℘. Auec les meſmes adiouſtez CD 1 ℘ + 2 $\frac{1}{4}$, ils feront 16 $\frac{1}{4}$ pour AC & CD enſemble. Les meſmes tirez de 29, il reſteront 12 $\frac{1}{2}$ pour AD : les meſ-

Digitized by Google

mes tirez de 29, il resteront 16 $\frac{1}{4}$ pour A C & C D. Posez que A C soit 1 ☍, C D sera 16 $\frac{1}{4}$ — 1 ☍, & leurs quadrats ensemble feront 2 q + 280 $\frac{9}{16}$ — 33 $\frac{1}{2}$ ✱, qui sont egaux à 150 $\frac{1}{16}$, le quadrat de 12 $\frac{1}{4}$, ainsi sera 1 ☍ egale à 8 $\frac{1}{8}$ — ♈ 4 $\frac{17}{64}$ pour C D, & 8 $\frac{1}{8}$ + ♈ 4 $\frac{17}{64}$ pour A C.

80. Item, il y a vn triangle A C D rectangle en C, duquel A C fait 8, C D 6, A D 10, dedans le mesme est fait vn cercle si grand que se faire pouuoit. La demande est, combien soit son diametre? Responce: Par la cinquante-vniesme proposition l'aire sera 24, & pour le demi-diametre posez 1 ☍, & puis adioustez les 3 costez ensemble, qui feront 24, desquels la moytié fait 12, les mesmes multipliez auec 1 ✱, & feront 12 ✱ egales à 24, & 1 ✱ sera 2, & tout le diametre sera 4.

81. Item, il a vn triangle rectangle en N, duquel M N fait 10, N L 18, en iceluy sont faits deux cercles egaux si grands que faire se pouuoit sur le base M N. La demande est, combien contient le diametre de l'vn ou l'autre? Responce: Pour N P le demi-diametre posez 1 ✱, le reste P L sera 18 — 1 ✱. Plus, cherchez l'aire de tout le triangle par la cinquante-vniesme proposition qui fait 90. Plus ayant tiré la ligne A L, cherchez les 4 aires de A L P, A P N O, A O M, & A M L, à sçauoir, multipliez A P 3 ✱, auec la moytié de L P, qui est 9 — $\frac{1}{2}$ ☍, & il en viendront 27 ☍ — 1 $\frac{1}{2}$ q pour l'aire A L P. Plus,

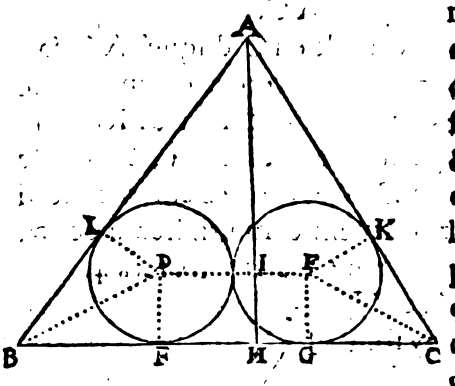


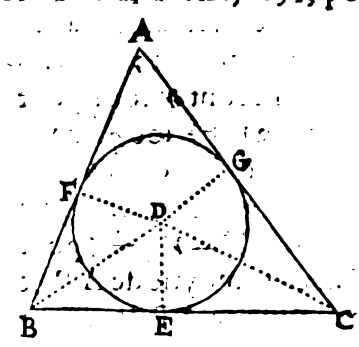
multipliez A P 3 ☍, auec P N 1 ✱, & il en viendront 3 q pour l'aire A P O N. Plus, multipliez A O 1 ✱, auec la moytié de M O, qui est 5 — 1 $\frac{1}{2}$ ✱, & il en viendront 5 ✱ 1 $\frac{1}{2}$ q. Encore adioustez le quadrat L N auec le quadrat M N, & du produit tirez ♈, & il en viendront ♈ 424: les mesmes multipliez auec $\frac{1}{4}$ ✱, ou ♈ $\frac{1}{4}$ q, & en viendront ♈ 106 q pour l'aire A L M, & tous les 4 aires ensemble feront 32 ✱ + ♈ 106 q, egaux à 90, ou 1024 q + 8100 — 5760 ✱, seront egaux à 106 q, ou 918 q + 8100 sont egaux à 5760 ✱, ou 1 q + 8 $\frac{14}{17}$ sont egaux à 6 $\frac{14}{17}$ ✱, & 1 ✱ sera egale à 3 $\frac{7}{17}$ — ♈ 1 $\frac{49}{1601}$: les mesmes doublez, & feront 6 $\frac{14}{17}$ — ♈ 4 $\frac{196}{1601}$ pour chacun diametre. Ou si on multiplie L N auec la moytié de A P, & M N auec la moytié de A O, & L M auec la moytié de A R, les 3 aires ensemble feront aussi 32 ✱ + ♈ 106 q, egaux à 90. Mais si les deux cercles estoient faits sur L N la plus longue ligne, les diametres de-

Digitized by Google

droient aussi plus grands par la mesme demonstration.

82. Item, il y a vn triangle A B C, duquel le costé A C fait 13, A B 14, B C 15, dans le mesme sont faits deux cercles egaux si grands que faire se pouuoit. La demande est, de combien est la longueur de leurs diametres ? Responce : Pour faire deux cercles d'vne grandeur, & au plus grand que faire se peut en vn triangle scalene, il faut que lesdits deux cercles touchent la plus grande ligne dudit triangle, qui est en F & G. Premierement cherchez l'aire de tout le triangle, qui fera 84 par la cinquante-vniesme, ou cinquante-quatrieſme proposition; & puis tirez des lignes occultes des deux centres D & E en A B C F G; & pour le demi-diametre posez 1 ℘, l'espace D E sera 2 ℘, & B F auec G C fera 15 — 2 ℘: les mesmes adioustez auec A B 14, & A C 13, & feront 42 — 2 ℘: les mesmes multipliez auec 1 ℘ le demi-diametre, & en viendront 21 ℘ — 1 ⧫ pour les 4 aires A E C, A D B, B D F, C E G. Plus, multipliez D E 2 ℘ auec E G 1 ℘, & feront 2 ⧫ pour l'aire D F E G. Plus, diuisez 84 l'aire entier par la moytié B C, & en viendront 11 $\frac{1}{5}$ pour la perpendiculaire A H, desquels tirez E G 1 ℘, & resteront 11 $\frac{1}{5}$ — 1 ℘ pour la perpendiculaire A I: les mesmes multipliez auec la moytié D E, & en viendront 11 $\frac{1}{5}$ ℘ — 1 ⧫ pour l'aire A D E: le mesme adioustez auec 21 ℘ — 1 ⧫, & 2 ⧫, & feront 32 $\frac{1}{5}$ ℘ egales à 84, facit 1 ℘ egale à 2 $\frac{14}{13}$ pour le demi-diametre, & 5 $\frac{1}{13}$ pour le diametre entier.





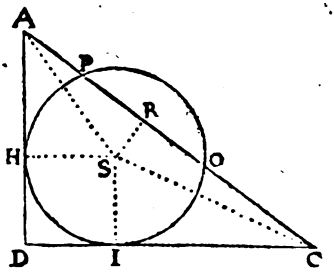
83. Plus, il y a vn triangle oxigone A B C, duquel A B fait 15, B C 14, A C 13, dedans luy est fait vn cercle si grand que faire se peut. La demande est, combien soit son diametre ? Responce: Trouuez par la cinquante-vniesme proposition son aire, & en viendra 84, & posez pour le diametre 1 ℘, & le demi-diametre sera $\frac{1}{2}$ ℘, & la moytié de tous les 3 costez fait 21, lesquels multipliez par $\frac{1}{2}$ ℘, & en viēdra 10 $\frac{1}{2}$ ℘ egales à 84, & 1 ℘ est egale à 8 pour le diametre.

84. Item,

Digitized by Google

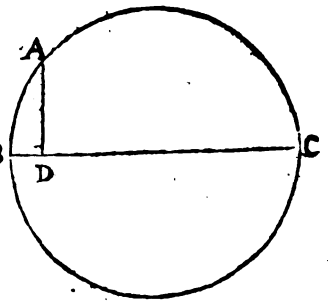
84. Item, il y a vn triangle ABC, duquel l'aire fait 84, & BC fait 1 plus que AC, & AB fait 1 plus que AB. Dedans le meſme triangle eſt fait vn cercle ſi grand que faire ſe peut, duquel le diametre eſt 8, combien eſt chacun coſté? Poſez pour AC 1 ℛ, BC fera 1 ℛ + 1, & AB fera 1 ℛ + 2, & le tout enſemble fait 3 ℛ + 3: les meſmes multipliez auec le $\frac{1}{4}$ de 8 tout le diametre, & en viendront 6 ℛ + 6, egales à 84, & 1 ℛ fera 13 pour AC, 14 pour BC, & 15 pour AB.

85. Plus, il y a vn triangle rectangle AD C, duquel AD fait 6, & DC 8, ſur lequel eſt mis vn cercle qui a le diametre 5, & la circonference touche les deux coſtez AD en H, & DC en I, & l'hypothenuſe paſſe par la circonference. La demande eſt, combien ſoit la partie OP, laquelle la circonference comprend. Premierement,



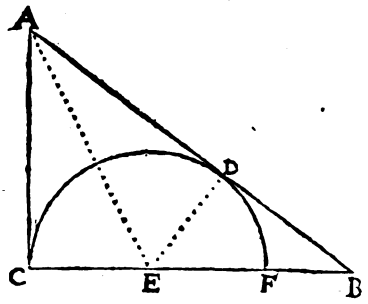
cherchez l'aire de tout le triangle par la cinquante-vnieſme propoſition, & fera 24, & puis tirez du centre S des lignes ſecrettes, qui font RS, CS, SA, SI, SH, par leſquelles ſont faites 4 ſuperficies, à ſçauoir, 3 triangles & vn quadrat. Poſez que RS ſoit 1 ℛ, & par la cinquante-vnieſme propoſition cherchez toutes les ſuperficies, & en viendront enſemble $17\frac{1}{2} + 5$ ℛ egales à 24, & 1 ℛ egales à $1\frac{3}{10}$ pour RS, leſquels adiouſtez auec le demi-diametre, & les tirez du demi-diametre, & en viendront $3\frac{8}{10}$, & $1\frac{3}{10}$, leſquels deux produits multipliez l'vn par l'autre, & en viendront $4\frac{14}{17}$: les meſmes multipliez par 4, & feront $18\frac{6}{17}$, deſquels tirez $\sqrt{}$, & fera $\sqrt{}\ 18\frac{6}{17}$ pour OP.

86. Plus, pour tirer racine quarree Geometrique, ie prends d'auoir $\sqrt{}$ de 9, faites vne ligne droite, & la meſme diuiſez en 9 parties egales, & ſoit DC: à la meſme adiouſtez vn (c'eſt à dire qu'il faut touſiours adiouſter vn à la meſme ligne qui ſoit DB), & puis diuiſez BC en deux parties egales, & mettez le pied d'vn compas au milieu de ceſte ligne, & l'autre pied eſtendez iuſques en B ou en C, & faites vne circonference, & puis tirez vne perpendiculaire de la circonference ſur D, qui ſoit AD: la meſme ligne ſera $\sqrt{}$ de 9, qui ſont 3; car ſi on multiplie BD en DC, la $\sqrt{}$ du produit fait AD.

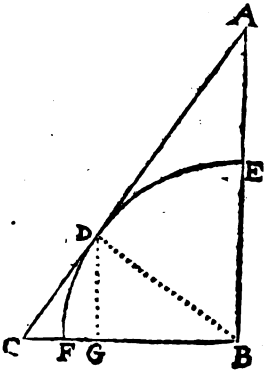


Digitized by Google

87. Plus, il y a vn cercle duquel le diametre B C fait 10, & le moyen proportionnal A D fait 3, combien font les deux extrémes B D & D C? Posez pour B D 1 ℛ, D C sera 10 — 1 ℛ, lesquels multipliez par 1 ℛ, & en viendra 10 ℛ — 1 q, egal à 9, qui est le quadrat de A D, & 10 ℛ seront egales à 1 q + 9, & 1 ℛ est egale à 1 pour B D, lesquels tirez de 10 resteront 9 pour D C.



88. Plus, il y a vn triangle A B C rectangle en C, duquel A C fait 6, B C 8, A B 10, dedans luy est fait sur la base B C le plus grand demy cercle que faire se peut. La demande est, combien sera son diametre F C. Premierement, cherchez l'aire par la cinquante-vniesme proposition qui fait 24, & puis adiousstez A B auec A C, il feront 16; & pour le demi-diametre posez 1 ℛ, lequel multipliez par la moytié de 16, & en viendront 8 ℛ egales à 24, & 1 ℛ est egale à 3 pour le demi-diametre, & 6 pour C F le diametre entier: & si le diametre du cercle couchoit sur A B, il feroit $6\frac{6}{7}$.

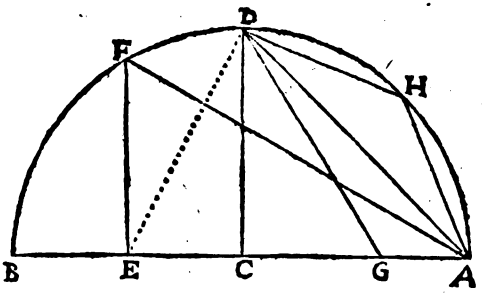


89. Plus, il y a vn triangle A B C rectangle en B, dedans luy est fait la quatriesme part d'vn cercle, au plus grand que faire se peut, duquel le demi-diametre fait 120, & B C fait 150, & de C vers A iusques en D, où la circonference touche la ligne A C, est 90. La demande est, combien sont A E & A D? Responce: Tirez vne ligne secrette de B en D, laquelle sera autant que B F: & puis cherchez l'aire du triangle B D C en multipliant D C 90, auec la moytié de B D qui est 60, & en viendront 5400: les mesmes diuisez auec la moytié de B C qui est 75, & en viendront 72 pour D G; & par la quarante-neufieſme proposition, il en viendra 54 pour C G, & il resteront 96 pour B G. Encore dites C G 54 donnent D G 72, combien donnera B C 150? facit 200 pour A B, desquels tirez B E 120, & il en resteront 80 pour A E; & par la quarante-huitieſme proposition sera A C 250: des mesmes tirez D C, & en resteront 160 pour A D.

90. Plus, pour faire en vn cercle vn decagone, exagone, penta-

Digitized by Google

gone, tetragone, octagone, & trigone si grand que faire se peut. Selon le premier liure du 9. chap. l'Almageste de Ptolomee, faites vn demy cercle, duquel le diametre A B soit pour exemple 24, & le diuisez par C D en deux quadrants, de sorte que A C, C D, B C fassent chacun 12; ceste ligne entrera 6 fois, & sera le costé d'vn exagone.



Plus, diuisez le demi-diametre B C en deux parties egales, & chacune fera 6, & multipliez B E 6 auec E A 18, & il en viendront 108: des mesmes tirez γ, & fera γ 108, pour le moyen proportionnal F E. Le mesme quadrat adiouſtez auec le quadrat A E, & de l'aggregat tirez γ, & en viendront γ 432 pour A F le costé d'vn trigone: & la proportion du diametre, auec le costé du trigone, est bien prés comme 15 à 13.

Plus, adiouſtez le quadrat C D auec le quadrat C A, & de l'aggregat tirez γ, & en viendront γ 288 pour A D le costé d'vn quadrat, qui est bien prés en proportion auec le diametre, comme 17 à 24.

Plus, prenez la distance de E en D, qui fait γ 180, & l'estendez de E vers, A qui vient en G: des mesmes tirez E C 6, & il en resteront γ 180 — 6 pour C G le costé d'vn decagone; qui est bien prés en proportion auec le diametre, comme 67 à 120.

Plus, adiouſtez le quadrat C G auec le quadrat C D, & en viendront 360 — γ 25920; des mesmes tirez γ, & en viendra γ vn. 360 — γ 25920 pour le costé d'vn pentagone, qui est en proportion auec le diametre, comme γ vn. 10 — γ 20 à 4, ou en nombres entiers fait-il bien prés comme 5 à 8.

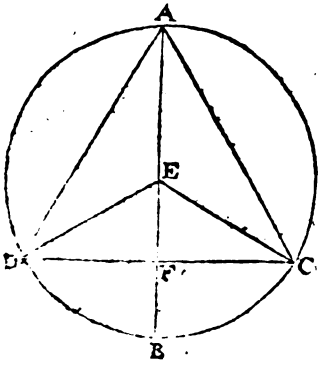
Plus, si on diuise le quadrat A D en deux parties egales, adonc fera A H, ou H D le costé d'vn octogone. Diuisez le diametre en 2 parties, de sorte que si on multiplie l'vn auec l'autre, qu'il en vienne γ 72, la moytié de A D par la 86. prop. il en viendra 12 — γ 72 pour la moindre extremité, lesquels multipliez en soy, & en viendront 216 — γ 41472: aux mesmes adiouſtez le quadrat des γ 72, & en viendront 288 — γ 41472, desquels la γ vn. fait γ vn. 288 — γ 41472, qui est bien prés $9\frac{1}{7}$; ainsi sera la proportion du diametre auec le costé de l'octogone, comme 60 à 23.

Digitized by Google

91. Item, il y a vn cercle duquel le diametre fait 8, & on veut ſçauoir combien le coſté de ſon octogone ſera. Dites 60 ſont 23, combien ſont 8? facit $3\frac{1}{15}$. Par ceſte regle trouuera-on auſſi tous les autres coſtez, en prenant la proportion de chacun entr'eux meſmes.

92. Item ſi le coſté d'vn pentagone fait 6, combien ſera ſon diametre? Par la 90. queſtion eſt trouué que la proportion du diametre eſt auec le coſté, comme 5 à 8; pource dites, 5 ſont 8, combien ſont 6? facit $9\frac{3}{5}$ pour le diametre. Et pareillement peut-on auſſi operer par les ſuſdites regles en nombres irrationnaux.

93. Item, il y a vn cercle, duquel le diametre eſt 24, pour y trouuer ſon heptagone, diuiſez 360 degrez, toute la circonferẽce par 7, & en viendront 51 degrez 26 minutes, deſquels la moytié fait 25 degrez 43 minutes, deſquels le ſinus fait 43392; les meſmes doublez, & feront 86784. Dites, 200000 tout le diametre ſur leſquels les tables des ſinus ſont comptez, ſont 24, combien feront 86784? fait bien prés $10\frac{4}{5}$ pour le coſté d'vn heptagone, qui ſe peut faire en vn cercle qui a le diametre 24. Ainſi a le diametre proportion auec le coſté de l'heptagone, comme 30 à 13. Et pareillement trouuera-on tous les autres coſtez egaux qu'on veut faire en vn cercle.



94. Plus, il y a vn cercle duquel la circonference eſt 22, dedans luy eſt fait vn triangle A D C equilateral, ſi grand que faire ſe pouuoit. La demande eſt, combien eſt chacun coſté? Reſponce: Par la ſoixante-quatorzieſme propoſition le diametre fait 7, deſquels prenez $\frac{1}{4}$, qui fait $1\frac{1}{4}$ pour B F, & $1\frac{1}{4}$ pour F E, & $3\frac{1}{2}$ pour A E, & ſi on multiplie B F $1\frac{1}{4}$ auec F A $5\frac{1}{4}$, il en viendront $9\frac{1}{16}$, deſquels $\surd$ fait $\surd 9\frac{1}{16}$ pour D F le demy coſté dudit triangle, leſquels multipliez par 2, c'eſt à dire, par $\surd 4$, & en viendront $\surd 36\frac{1}{4}$ pour chacun coſté dudit triangle. Et ſi A D eſt rationnal, la perpendiculaire A F ſera touſiours irrationnale: & ſi on multiplie A F auec la moytié de D C, il y en viendront $\surd 253\frac{1071}{1156}$ pour l'aire. Ou poſez pour A D 1 $\mathcal{R}$, & D F ſera $\frac{1}{2}$ $\mathcal{R}$, tirez le quadrat D F du quadrat A F, & du reſte tirez $\surd$, & en viendra $\surd \frac{1}{2}q$, egales à $5\frac{1}{4}$ pour A F, ou $\frac{3}{4}q$ ſeront egaux à $27\frac{9}{16}$: les meſmes diuiſez par $\frac{3}{4}q$, & en ſortiront $36\frac{1}{3}$ des meſmes tirez $\surd$, & ſera $\surd 36\frac{1}{4}$ pour A D. Ou multipliez le diametre A B 7 en ſoy, qui

Digitized by Google

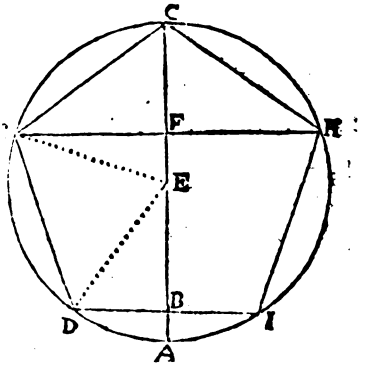
font 49: des meſmes tirez le $\frac{1}{4}$, & reſteront 36 $\frac{1}{4}$, des meſmes prenez $\surd$, & fera $\surd$ 36 $\frac{1}{4}$. Et ſi on tire le quadrat D F du quadrat A D, & qu'on tire $\surd$ du reſte, il en viendront 5 $\frac{1}{4}$ pour A F. Et ſi on prend $\frac{1}{3}$ de 5 $\frac{1}{4}$, il en viendront 1 $\frac{3}{4}$ pour B F. Et ſi on adiouſte A F 5 $\frac{1}{4}$ auec F B 1 $\frac{3}{4}$, il en viendront 7 pour A B tout le diametre, & l'aire du triangle auec l'aire du cercle a bien prés proportion comme 32 à 77.

95. Plus, il y a vn cercle duquel le diametre eſt 8, dedans le meſme eſt fait vn quadrat ſi grand que faire ſe pouuoit. La demande eſt, combien contient vn coſté? Reſponce: Multipliez 8 en ſoy, qui font 64, deſquels prenez la moytié qui font 32: des meſmes tirez $\surd$, & fera $\surd$ 32 pour chacun coſté dudit quadrat.

Plus, il y a vn quadrat qui a de chacun coſté $\surd$ 32, combien fera le diametre d'vn cercle qui l'enclot? Reſponce: Le diametre du cercle fait autãt que la diagonale du quadrat, pource multipliez $\surd$ 32 en ſoy, & feront 32: les meſmes doublez, & feront 64, deſquels tirez $\surd$, & en viendront 8, pour la plus grande ligne qui ſe peut faire audit cercle ou quadrat.

Item, ſi le coſté d'vn quadrat eſt vn nombre rationnal, ſa diagonale ſera irrationnale: & le contraire, ſi le dimetiens eſt rationnal, le coſté du quadrat ſera irrationnal.

96. Item, il y a vne circonference, dedans la meſme eſt fait vn pentagone D G C H I, & le diametre eſt 16. La demande eſt, combien ſoit le coſté dudit pentagone, & chacune des autres lignes à part? Reſponce: Par la 90. prop. le coſté du pentagone fera vn. $\surd$ 160 — $\surd$ 1520; & puis poſez pour E F 1 ℛ, F C fera 8 — 1 ℛ. Maintenant ſi on tire le quadrat E F, qui fait 1 q de E G 64, il en reſteront 64 — 1 q; & pareillement ſi on tire le quadrat C F du quadrat C G, il en reſtera 16 ℛ + 96 — 1 q — $\surd$ 5120, egaux à 64 — 1 q; fait 1 ℛ egale à $\surd$ 20 — 2 pour E F: les meſmes tirez de C E 8, & il en reſteront 10 — $\surd$ 20 pour C F.



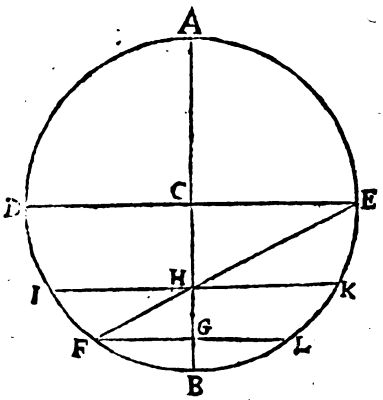
Plus, ſi on tire le qnadrat E F du quadrat E G, il en reſteront 40 + $\surd$ 320: des meſmes tirez $\surd$, & fera vn. $\surd$ 40 + $\surd$ 320 pour F G; les meſmes doublez, & en viendront vn. $\surd$ 160 + $\surd$ 5120 pour G H. Encore prenez la moytié de D I vn. $\surd$ 160 — $\surd$ 5120, qui fait vn. $\surd$ 40 — $\surd$ 320

Digitized by Google

pour D B : le meſme quadrat tirez du quadrat D E, & du reſte tirez γ, & en viendront vn. $\gamma 24 + \gamma 320$ pour B E : les meſmes tirez de A E 8, & il en reſteront $8 - \text{vn.} \gamma 24 + \gamma 320$ pour A B.

Item, quand on multiplie G H en ſoy, il y en vient autant que ſi on multiplie G H en G C, & qu'on adiouſte auec le produit le quadrat G C, & par la quatre-vingt-ſixieſme propoſition, ſi on multiplie A B auec B C, il vient autant que ſi on multiplie B D en ſoy. Et ſi on multiplie F G vn. $\gamma 40 + \gamma 320$, auec 4 la moytié de C E, il en vient vn. $\gamma 640 + \gamma 81920$ pour l'aire du triangle C E G, deſquels la ſuperficie de tout le pentagone contient 5 fois autant.

A C, 16.
A E, ou E C, D E, E G 8.
C F, $10 - \gamma 20$.
E F, $\gamma 20 - 2$.
B E, v. $\gamma 24 + \gamma 320$.
A B, $8 - \text{v.} \gamma 24 + \gamma 320$.
B D, v. $\gamma 40 - \gamma 320$.
F G, v. $\gamma 40 + \gamma 320$.
G H, v. $\gamma 160 + \gamma 5120$.
G C, v. $\gamma 160 - \gamma 5120$.

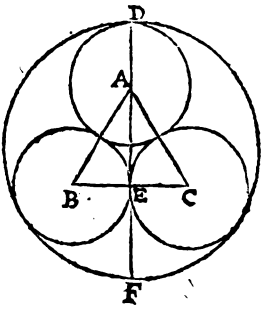


97. Plus, il y a vn cercle de deux diametres à rectangles A B & D E chacun de 10, & leur centre eſt C, & B C eſt diuiſé en 3 parties par H & G, dont H C fait $2\frac{1}{3}$ & le moyen proportionnal entre B G & G A, eſt F G, & fait 3; & puis eſt tiree vne ligne de F en E, laquelle tranche le diametre en H : adonc par la quarante-huitieſme propoſition fera E H $\gamma 31\frac{1}{4}$, & H F $\gamma 11\frac{1}{4}$: & par la cinquantieſme propoſition fera H G $1\frac{1}{2}$: & puis ſi on tire G C de B C, il en reſtera vn pour B G : adonc ſi B H eſt multiplié en H A, il en vient autant que ſi on multiplie F H en H E, ou I H en H K.

98. Plus, il y a vn cercle, duquel le diametre D F fait 12, & dedans luy ſont faits 3 autres cercles egaux & ſi grands qui peuuent entrer en cedit cercle. La demande eſt, combien ſoit vn de leur diametre?

Digitized by Google

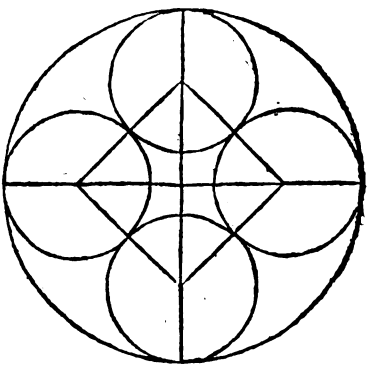
Posez que les 3 centres soient A, B, C, & puis tirez de chacun à l'autre vne ligne, & en viendra vn triangle A B C equilateral, dont chacun costé fait autant que le diametre d'vn des petits cercles. Prenez donc que A B soit 1 ℞, A E fera par la quarante-neufiesme proposition $\gamma \frac{3}{4} q$, desquels tirez le $\frac{1}{3}$, & en restera $\gamma \frac{1}{3} q$, laquelle adioustez auec A D, qui est la moytié autant que A B, & fera $\frac{1}{2}$ ℞ $+ \gamma \frac{1}{3} q$ egale à 6, & 1 ℞ sera egale à γ 1728 — 36.



99. Plus, si on dit il y a 3 cercles egaux, desquels chacun diametre fait 9, combien sera le diametre d'vn autre cercle qui enclot lesdits 3 cercles au plus prés que faire se peut? Responce: Multipliez tousiours le diametre d'vn petit cercle par $1 + \gamma 1 \frac{1}{3}$, & il en viendra le plus grand diametre qui fera icy $9 + \gamma 108$.

Autrement: Multipliez A C 9 en soy, & en viendront 81, & la moytié de 9, qui est $4 \frac{1}{2}$ pour C E en soy font $20 \frac{1}{4}$: les mesmes tirez de 81, & il resteront $\gamma 60 \frac{3}{4}$ pour A E; des mesmes tirez $\frac{1}{3}$, & en restera $\gamma 27$; auec les mesmes adioustez A D $4 \frac{1}{2}$, & feront $4 \frac{1}{2} + \gamma 27$ pour le demi-diametre, & $9 + \gamma 108$ pour le diametre entier, qui ont proportion auec 9, comme $1 + \gamma 1 \frac{1}{3}$ à vn, ou comme vn à $\gamma 12 - 3$.

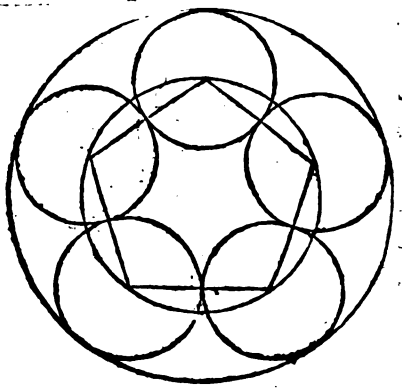
100. Plus, il y a vn cercle duquel le diametre fait 12, dedans le mesme sont faits 4 autres cercles d'vne grandeur, de sorte qu'il n'y en peut entrer de plus grands. La demande est, combien est chacun diametre? Posez que chacun soit 1 ℞, lequel multipliez en soy, & en viendra 1 q, lequel doublez, & il fera 2 q: des mesmes tirez γ, & fera $\gamma 2 q$: aux mesmes adioustez 1 ℞, & en viendra 1 ℞ $+ \gamma 2 q$ egaux à 12; fait 1 ℞ egale à $\gamma 288 - 12$. Ou si on diuise le plus grand diametre par $1 + \gamma 2$, il en vient aussi vn des moindres diametres. Ou si on multiplie les 12 auec $\gamma 2 - 1$, il en viendront aussi $\gamma 288 - 12$, qui ont proportion auec 12, comme $\gamma 2 - 1$ à 1.



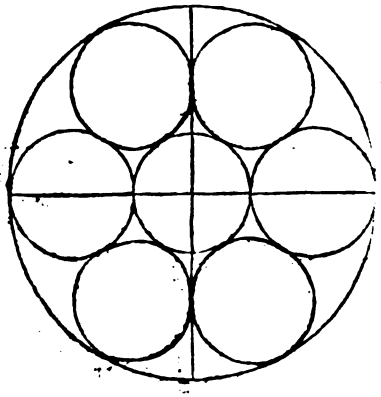
101. Plus, il y a 4 cercles d'vne grandeur, desquels chacun diametre fait $\gamma 288 - 12$, & on les veut enfermer d'vn autre cercle aussi prés que

Digitized by Google

faire ſe peut, combien ſera le diametre du plus grand cercle? Poſez 1 ℛ, & puis multipliez γ 288 — 12 en ſoy, & auec le double du produit adiouſtez γ 288 — 12, & en viendra 12 pour le plus grand diametre; ou ſi on multiplie γ 288 — 12 par 1 + γ 2, il en viendra auſſi 12.



102. Plus, il y a vn cercle duquel le diametre fait 4, & en la meſme circonference ſont faicts 5 autres cercles d'vne grandeur, & chacun touche l'autre, & tous les 5 centres viennent ſur la meſme circonference, & puis vn autre cercle plus grand les enferme ſi prés que faire ſe peut. La demande eſt, combien ſera chacun diametre? Reſponce: Sçachez, ſuiuant la 90. prop. que la proportion du diametre au coſté de ſon pentagone eſt comme 24 à v. γ 360 — γ 25920; adonc par la regle de trois le coſté du pentagone d'vn cercle, qui a 4 pour diametre ſera v. γ 10 — γ 20, & autant ſera auſſi le diametre d'vn des 5 cercles egaux, leſquels adiouſtez auec le diametre du moyen cercle, qui eſt 4, & en viendra 4 + v. γ 10 — γ 20 pour le diametre du cercle qui enferme tous les autres cercles, & fait bien prés $6\frac{7}{10}$.



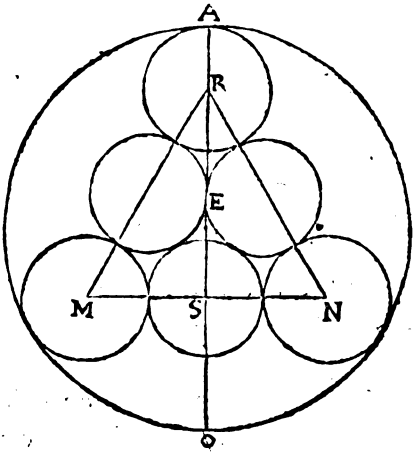
103. Plus, il y a vn cercle duquel le diametre fait 12, qui enferme 7 autres cercles d'vne grandeur, dont les 6 viennent en rondeur, & le ſeptieſme a le meſme centre du plus grand cercle. La demande eſt, combien eſt chacun diametre des petits cercles? Reſponce: Prenez $\frac{1}{3}$ de 12, qui fait 4, pour le diametre d'vn moindre cercle. Et ſi on dit il y a 7 cercles d'vne grandeur, deſquels chacun diametre fait 4, & on les veut enfermer enſemble par vn autre cercle, combien ſera le diametre du cercle qui les les doit enfermer? Reſponce: Multipliez le diametre d'vn moindre cercle par 3, & en viendront 12 pour le plus grand diametre.

Car ſi on fait 6 cercles egaux en vn cercle, au milieu il y reſte vne place,

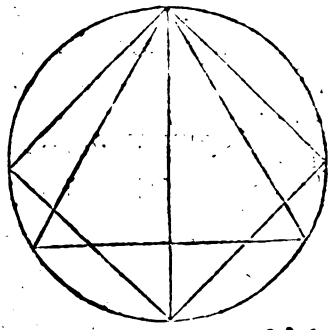
Digitized by Google

place, à la meſme il y entre vn des meſmes cercles, à cauſe que le demi-diametre d'vn cercle donne le coſté d'vn exagone audit cercle.

104. Plus, il y a vn cercle duquel le diametre fait 12, dedans luy ſont faits 6 autres cercles d'vne grandeur, & de ſorte que chacun touche l'vn l'autre en forme d'vn triãgle, & les trois extrémes touchent la circonference du plus grand cercle. La demande eſt, combien eſt le diametre d'vn chacun deſdits petits cercles? Reſponce: Poſez qu'il ſoit 1 ☍, adonc fera vn coſté du triangle R M N 2 ☍, & par la cinquantieſme propoſition fera R S γ 3 q, deſquels prenez $\frac{1}{3}$, qui fait $\gamma \frac{1}{3} q$, & reſteront $\gamma \frac{2}{3} q$, aux meſmes adiouſtez A R, qui eſt $\frac{1}{2}$ ☍, & en viendra $\frac{1}{2}$ ☍ + $\gamma \frac{2}{3} q$, egale à 6, qui eſt le demi-diametre A E, & 1 ☍ eſt egale à γ 40 $\frac{1}{165}$ — 2 $\frac{10}{13}$, pour vn diametre des petits cercles.

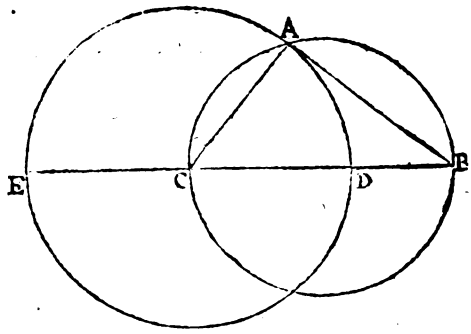


105. Plus, il y a vn cercle dedans le meſme eſt fait vn triangle equilateral, & vn quadrat, ſi grand qui ſe peut faire; de ſorte que ſi on multiplie le coſté du quadrat auec le coſté du triãgle, il en vient γ 7776. La demande eſt, combien eſt chacun coſté, & auſſi le diametre? Reſponce: Pour faire ceſte queſtion, il faut ſçauoir, que les deux coſtez du quadrat & du triangle ont proportion enſemble, comme γ 1 à γ 1 $\frac{1}{2}$. Poſez donc que le coſté du quadrat ſoit γ 1 q, le coſté du triangle fera γ 1 $\frac{1}{2} q$, leſquels multipliez l'vn par l'autre, & en viendront γ 1 $\frac{1}{2} q$ q, egaux à γ 7776, & 1 q eſt egal à 72, & 1 ☍ eſt egale à γ 72, pour le coſté du quadrat: & puis dites, ſi γ 1 q donne γ 72, combien donnera γ 1 $\frac{1}{2} q$? fait γ 108, pour le coſté du triangle, & par la 48. prop. fera le diametre 12.



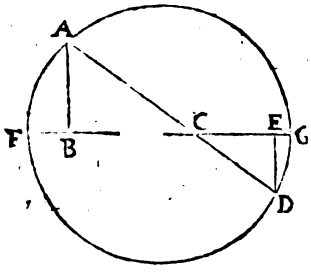
106. Plus, il y a deux cercles inegaux ſur vne ligne droicte B E, dont C eſt le centre du maieur cercle, & D C eſt ſon demi-diametre, & les 2 circonferences ſe couppent en A, & la ligne de A en B fait 6, & B D fait 2. La demande eſt, combien eſt chacun diametre? Reſponce

Digitized by Google

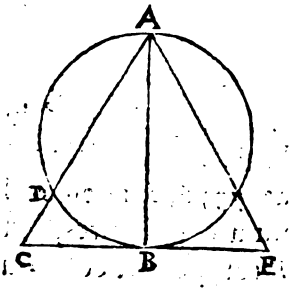


Posez que D C soit 1 ℘, A C fera aussi 1 ℘, & B C fera 1 ℘ + 2, lesquels multipliez en soy, & en viendrõt 1 q + 4 ℘ + 4, desquels tirez le quadrat A B 6, & en resteront 1 q + 4 ℘ — 32, egaux au quadrat A C qui fait 1 q, & 4 ℘ sont egales à 32, & 1 ℘ egale à 8 pour C D, 16 pour le diametre D E, & 10 pour B C.

107. Plus, il y a vn cercle duquel le diametre F G fait 10, sur lequel pendent deux moyens proportionnaux A B & D E, dont A B fait



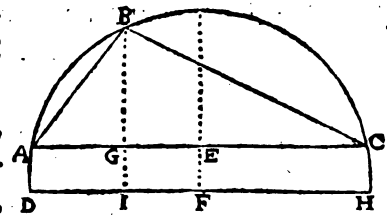
√24, & D E fait 4. La demande est, combien soit F B, B C, C E, E G? Responce: Posez que E G soit 1 ℘, F E fera 10 — 1 ℘, lesquels multipliez l'vn par l'autre, & en viendront 10 ℘ — 1 q, egaux à 16, qui est le quadrat de E D, & 1 ℘ fera 2 pour E G; & pareillement trouuez F B, & en viendront 4, lesquels adiouſtez auec 2, & feront 6: les mesmes tirez de 10, & resteront 4 pour B E, & encore posez pour C E 1 ℘, B C fera 4 — 1 ℘, pource si 1 ℘ donne 4, les 4 — 1 ℘ donneront $\frac{16-4\,℘}{1\,℘}$ egaux à √24, & 32 sont egaux à 1 q + 16 ℘, & 1 ℘ est egale à √96 — 8 pour C E, & 12 — √96 pour B C.



108. Plus, il y a vn cercle duquel A B est le diametre qui fait autant que le cathete A B d'vn triangle A E C equilateral, & la partie D C qui passe outre le cercle fait 4. La demande est, combien est vn costé dudit triangle, & aussi le diametre du cercle? Posez pour A D 1 ℘, A C fera donc 1 ℘ + 4, & B C fera ½ ℘ + 2. Et puis si on multiplie A C en C D, il en vient autant que si on multiplie B C en soy, & il en viendra ¼ ℘ + 16, egaux à ¼ q + 2 ℘ + 4, & 1 ℘ est egale à 12 pour A D, lesquels adiouſtez auec D C, & en viendront 16, pour A C, & par la 49. prop. fera A B √192.

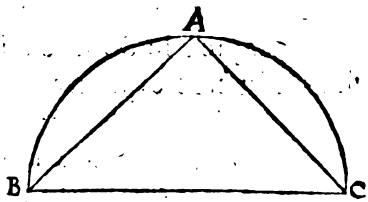
109. Plus, il y a vn demi-cercle duquel le diametre est D H: dedans

Digitized by Google



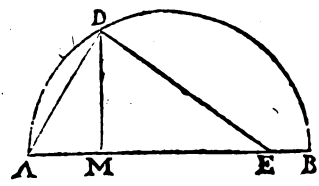
le meſme eſt fait vn triangle ambligone A B C, dont A B fait 4, B C 12, A C 14, & la circonference touche les 3 coings en A B & C. La demande eſt, combien ſera le diametre dudit demi-cercle? Reſponce: Premierement, cherchez l'aire dudit triangle par la cinquante-vniéme propoſition, & en viendront γ 495; les meſmes diuiſez par 7, ou γ 49, qui eſt la moytié de A C, & il en viendront γ 10 $\frac{5}{49}$ pour B G, & par la cinquante-cinquieſme propoſition ſera G C 11 $\frac{4}{7}$, & A G 2 $\frac{3}{7}$, & la moytié de A C fait 7, deſquels tirez A G, & reſteront 4 $\frac{4}{7}$ pour E G ou F I. En apres poſez pour E F 1 $\mathcal{R}$, laquelle multipliez en ſoy, & ſera 1 q, le meſme adiouſtez auec le quadrat A E, & en viendra 1 q + 49: des meſmes tirez γ, & il ſera γ 1 q + 49 pour le demi-diametre D F. En apres adiouſtez G E ou F I qui fait 4 $\frac{4}{7}$ auec le demi-diametre, & en viendra 4 $\frac{4}{7}$ + γ 1 q + 49 pour H I, & puis tirez 4 $\frac{4}{7}$ du demi-diametre, & en reſtera γ 1 q + 49 − 4 $\frac{4}{7}$, leſquels deux produits multipliez l'vn par l'autre, & en viendra 1 q + 28 $\frac{5}{49}$, egaux à 1 q + γ 40 $\frac{20}{49}$ q + 10 $\frac{5}{49}$, qui eſt le quadrat de 1 $\mathcal{R}$ + γ 10 $\frac{5}{49}$ de B I, & en viendront γ 40 $\frac{20}{49}$ q, egaux à 18, & 1 $\mathcal{R}$ egale à γ 8 $\frac{1}{77}$ pour E F ou G I. Maintenant ſi on adiouſte le quadrat A G qui fait 49 auec le quadrat E F qui fait 8 $\frac{1}{77}$, il en viendront 57 $\frac{1}{77}$: des meſmes tirez γ, & ſera γ 57 $\frac{1}{77}$ pour le demy, & γ 228 $\frac{4}{77}$ pour tout le diametre D H.

110. Plus, il y a vn demi-cercle, dedans lequel y a vn triangle A B C qui fait vn demy quadrat, pource que A B eſt ſi long que A C, & tous les 3 coſtez A B, A C & B C font enſemble v. γ 432 + γ 165888, combien fait chacun coſté pour ſoy? Reſponce: Tirez γ de 432 + γ 165888 en ceſte maniere: multipliez la moytié des 432 en ſoy, & en viendront 46656, deſquels tirez la moytié de γ 165888, qui eſt 41472, il en reſteront 5184, deſquels tirez γ, qui fait 72: les meſmes adiouſtez auec 216, & en viendront 288, & puis tirez auſſi 72 de 216, & reſteront 144, deſquels deux produits tirez γ, & en viendront 12 + γ 288: les meſmes diuiſez par 2 + γ 2, à cauſe ſi A B fait 1, A C ſera auſſi 1, qui font 2, & B C ſera γ 2, & les trois coſtez enſemble font 12 + γ 288: dites 2 + γ 2 font 12 + γ 288, combien ſera A B qui eſt 1, & en viendront γ 72 pour A B ou

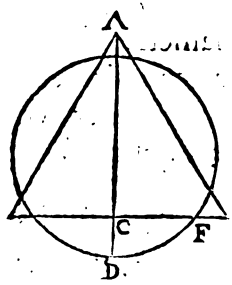


Digitized by Google

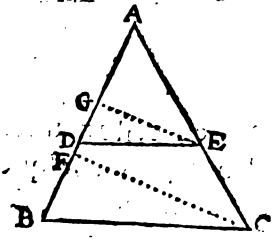
AC, & puis par la quarante-huitieſme propoſition fait BC 12.



111. Plus, il y a vn demi-cercle, duquel le diametre AB fait 7: dedans le meſme eſt fait vn triangle AED couchant ſur le diametre, & l'angle D & A touche la circonference, & AE fait 5, & AD fait 3. La demande eſt, combien ſoit DE? Poſez que AM ſoit 1 ℘, MB fera 7 — 1 ℘, leſquels multipliez par 1 ℘, & en viendra 7 ℘ — 1 q: aux meſmes adiouſtez le quadrat AM qui eſt 1 q, & en viendra 7 ℘ egales à 9, le quadrat de AD, & 1 ℘ egale à 1 $\frac{5}{7}$ pour AM. En apres trouuez DM par la 49. prop. & il fera $\surd$ 7 $\frac{17}{49}$. Encore tirez AM de AE, & il reſtera 3 $\frac{5}{7}$ pour ME, & puis par la quarante-huitieſme propoſition fera DE $\surd$ 21 $\frac{7}{49}$.



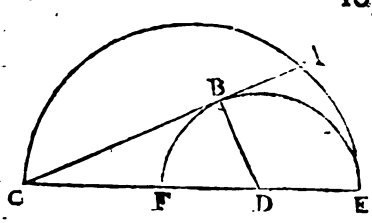
112. Plus, il y a vn cercle duquel le diametre fait 12, & encore il y a vn triangle equilateral, duquel le cathete AC fait auſſi 12, qui couche ſur le diametre que la circonference comprend les 3 coſtez du triangle de l'vn autant de longueur que de l'autre. La demande eſt, combien ſoit chacune partie couppee dans ledit cercle, c'eſt à dire, combien ſoit le double de CF? Prenez la moytié du diametre qui fait 6, & ſon quadrat fait 36. Encore prenez le $\frac{1}{3}$ de AC qui fait 4, & ſon quadrat fait 16: les meſmes tirez de 36, & il en reſteront 20: des meſmes tirez $\surd$, & fera $\surd$ 20, deſquels le double fait $\surd$ 80 pour toute la partie couppee dedans ledit cercle qu'on a demandé.



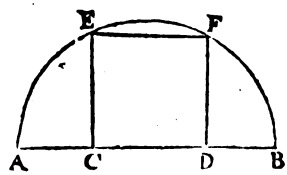
113. Plus, il y a vn triangle ABC, duquel AB fait 14, AC 15, & BC 13. En ce triangle eſt tiree vne ligne DE qui fait 8, & AE fait 9. La demande eſt, combien ſoit AD? Reſponce: Tirez deux perpendiculaires ſur AB qui ſont CF & EG, & la longueur CF fera par la cinquante-quatrieſme propoſition 12, & pour trouuer EG. Dites AC 15 ſont CF 12, combien ſont AE 9? facit 7 $\frac{1}{5}$, & par la 49. propoſition fera AF, & BF 5. Plus, dites AC 15 ſont AF 9, combien ſont AE? facit 5 $\frac{2}{5}$ pour AG. Plus, tirez le quadrat EG du quadrat DE, & $\surd$ du reſte fera $\surd$ 12 $\frac{4}{25}$ pour DG; les meſmes adiouſtez auec 5 $\frac{2}{5}$, & il fera 5 $\frac{2}{5}$ + $\surd$ 12 $\frac{4}{25}$ pour AD.

Digitized by Google

114. Plus, sur vne ligne C E sont faits deux demi-cercles, desquels les circonferences se rencontrent en E, & puis est tiree vne ligne de C en A, laquelle touche le moindre cercle en B; de sorte que A B fait 6, & B C 10. La demande est, combien soit E F le moindre diametre, & F C qui est la difference du moindre & plus grand diametre? Responce: Comme C A a proportion auec C E, ainsi a C B auec C D, pour ce mettez pour D C 1 ℛ, & dites si 10 donnent 1 ℛ, combien donneront 16? fait $1\frac{3}{5}$ ℛ pour E C: puis tirez 1 ℛ de $1\frac{3}{5}$ ℛ, & resteront $\frac{3}{5}$ ℛ pour E D ou D F, ou D B. En apres par la quarente-huitiesme proposition fera C D $\frac{2}{25}q + 100$, egaux à 1 q, & $12\frac{1}{2}$ seront egaux à 1 ℛ, qui est pour D C: pource dites, si 1 ℛ donne $12\frac{1}{2}$, combien donneront $\frac{3}{5}$ ℛ? fait $7\frac{1}{2}$ pour E D, & 15 pour E F, & 20 pour E C.



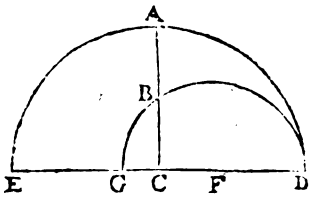
115. Plus, il y a vn demi-cercle, duquel le diametre A B fait 12, dedans luy est fait vn quadrat le plus grand que faire se peut. La demande est, combien fera chacun costé? Responce: Posez que C D soit 1 ℛ, pource il faudra que les deux residus A C & D B soient $12 - 1$ ℛ, desquels la moytié fait $6 - \frac{1}{2}$ ℛ pour A C ou B D; les mesmes adioustez auec C D, & feront $\frac{1}{2}$ ℛ $+ 6$, lesquels multipliez par $6 - \frac{1}{2}$ ℛ, & en viendra $36 - \frac{1}{4}q$, egaux à 1 q, qui est le quadrat d'vn costé, & les $\frac{5}{4}q$ seront egaux à 36, & 1 ℛ fera $\sqrt{}28\frac{4}{5}$ pour chacun costé dudit quadrat.



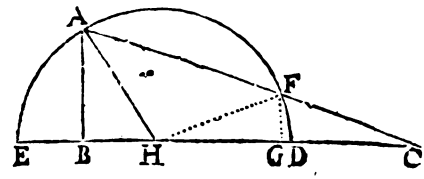
Autrement: Posez pour chacun costé 1 ℛ, & puis adioustez le quadrat d'vn costé auec le quadrat du demi-costé ensemble, & il en vient $\frac{5}{4}q$, egaux à 36, qui est le quadrat du demi-diametre, & 1 ℛ fait $\sqrt{}28\frac{4}{5}$. Autrement: Sçachez que la proportion du diametre est auec le costé du quadrat, comme $\sqrt{}5$ à 1, pource diuisez 12 par $\sqrt{}5$, & il en viendront aussi $\sqrt{}28\frac{4}{5}$.

116. Plus, il y a vn demi-cercle, duquel E D est le diametre, sur le mesme est fait vn autre demi-cercle, duquel le diametre fait D G, lesquels deux diametres ont telle proportion ensemble, que si on diuise le plus grand demi-cercle en deux quadrants par A C, adonc la mesme ligne couppe la moindre circonference; de sorte que A B fait 4, & la partie G E fait 6. La demande est, combien soit chacun dia-

Digitized by Google



metre? Reſponce: Poſez pour C G 1 ℞, D C ſera donc 6 + 1 ℞. Car G E fait 6, & G C fait 1 ℞, qui ſont enſemble 1 ℞ + 6. Et pource que D E eſt diuiſé en deux parties egales, il faut que C D ſoit auſſi 1 ℞ + 6. En apres multipliez C G en C D, & il en viendra 1 q + 6 ℞: des meſmes tirez γ, & le produit adiouſtez auec A B, & il en viendra 4 + γ 1 q + 6, egaux à 1 ℞ + 6, ou 1 ℞ + 2, egales à γ 1 q + 6 ℞, & 1 ℞ egale à 2 pour G C, leſquels adiouſtez auec C E, & il ſera 8 pour E C, & 16 pour E D: & puis adiouſtez G C auec D C, & en viendra 10 pour G D le moindre diametre.



117. Plus, il y a vne ligne droicte E C, ſur laquelle eſt fait vn demi-cercle, duquel le diametre eſt E D & la ligne pendante, où le moyen proportionnal A B fait 4, & de A en C eſt tiree vne ligne, laquelle couppe la circonference en F; tellemẽt que A F fait γ 50 & F C γ 450. La demande eſt, combien eſt le diametre dudit cercle? Reſponce: Premierement, adiouſtez A F auec F C qui feront γ 800, & puis par la quarante-huitieſme propoſition fera B C 28. Plus, tirez vne perpendiculaire occulte ſur B C qui ſoit F G: adonc comme A B a proportion auec B C, ainſi a F G auec G C. Poſez que F G ſoit 1 ℞, & dites C F γ 450 font F G 1 ℞, combien feront A C γ 800? facit γ $\frac{800}{450}$ q, egaux à 4, & 1 q eſt egal à 9, & 1 ℞ à 3 pour F G. En apres par la cinquantieſme propoſition fera G C 21; les meſmes tirez de B C 28, il reſteront 7 pour B G. Encore poſez pour B H 1 ℞, G H fera 7 — 1 ℞, & le quadrat A B auec le quadrat B H fait 1 q + 16, qui eſt egal au quadrat F G, & G H qui ſont enſemble 1 q + 58 — 14 ℞, & 1 ℞ eſt egale à 3 pour B H; les meſmes tirez de B G 7, il reſteront 4 pour H G; & par la quarante-huitieſme propoſition fera A H, ou H F 5 pour le demi-diametre, & 10 pour D E tout le diametre.

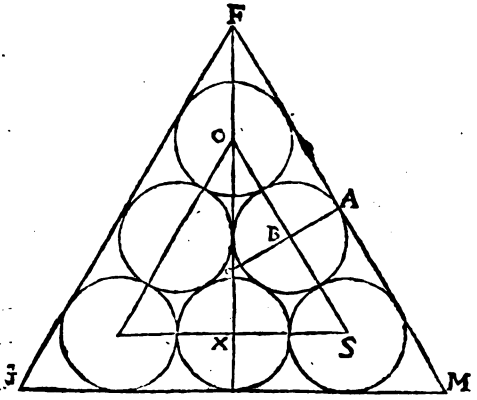
Autrement: mais ſeulement quand l'angle A H F eſt vn rectangle. Prenez la moytié de 50 qui ſont 25, deſquels tirez γ, & fera 5 pour A H le demi-diametre, ou poſez pour A H 1 ℞, H F fera auſſi 1 ℞, & leurs quadrats enſemble ſont 2 q, qui ſont egaux à 50, le quadrat de γ 50, & 1 q fera 25, & 1 ℞ ſera egale à 5.

118. Plus, il y a part d'vn cercle, duquel C fait le centre, & de A

Digitized by Google

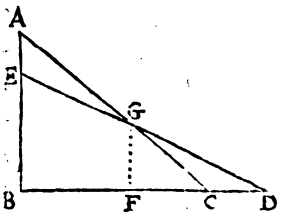
sur B C vient vne ligne perpendiculaire en D, en sorte que B D fait 4. La demande est, combien soit le diametre A C auec B C? Responce: Posez pour D C 1 ℛ, A C fera 1 ℛ + 4, lesquels multipliez en soy, & en viendront 1 q + 8 ℛ + 16, egaux à 2 q, qui est le quadrat de A D & D C, & en viendra 1 ℛ egale à 4 + ✓ 32 pour D C, lesquels adiouſtez auec D B, & il fera 8 + ✓ 32 pour B C, lesquels doublez, & en viendra 16 + ✓ 128 pour tout le diametre.

119. Plus, il y a vn triangle equilateral, en iceluy sont faicts six cercles d'vne grãdeur, si prés l'vn de l'autre que faire se peut, & chacun diametre d'eux fait 4. La demande est combien est vn costé dudit triangle? Responce: Par la quarante-neufiéme propoſition la perpendiculaire O X fera ✓ 48, desquels $\frac{1}{3}$ fait ✓ $\frac{48}{9}$ de B au centre C, & A C fera 2 + ✓ $\frac{48}{9}$. Adonc comme B C a proportion auec B O, ainſi a A C auec A F: pource dites si B C donne B O, combien donnera A C? qui fait 4 + ✓ 12 pour A F, lesquels doublez, & ils feront 8 + ✓ 48 pour chacun costé dudit triangle G M F.



120. Item, pour faire le contraire, prenez qu'vn costé dudit triangle soit 8 + ✓ 48, pour sçauoir combien est chacun diametre desdits 6 cercles, sçachez que le costé du triangle a proportion auec chacun diametre, comme 2 + ✓ 3 auec 1; pource dites 2 + ✓ 3 font 1, combien font 8 + ✓ 48? diuisez les 8 + ✓ 48 par 2 + ✓ 3, c'est à dire, multipliez les 8 + ✓ 48 auec le residu des 2 + ✓ 3, & en viendront 4 pour chacun diametre.

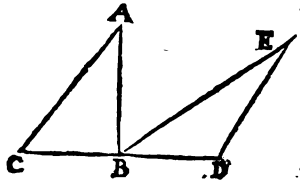
121. Plus, il y a deux lignes A B & B D miſes à rectangles en B, & de A est tiree vne autre ligne sur B D en C; tellement que C D fait 30, & C B 60. En apres est tiree vne autre ligne de D sur A B en E; en sorte que A E fait 20, & E B 60. La demande est, combien soit E G, G D, C G, G A chacun pour soy? Re-



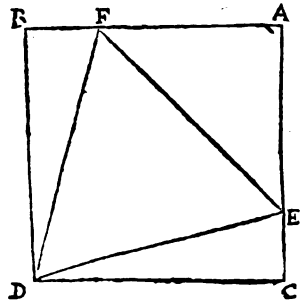
sponce: Cherchez par la quarante-huitieſme propoſition A C qui

Digitized by Google

fait 100, & ℣ 11700 pour E D, & pour C G posez 1 ℞, A G sera 100 — 1 ℞, & puis diuisez B D par C D, & en viendront 3. En apres multipliez G A par E B, & en viendront 6000 — 60 ℞. Encore multipliez C G, qui est 1 ℞ par A E qui est 20, & en viendront 20 ℞, par lesquels diuisez 6000 — 60 ℞, & en viendront $\frac{6000 - 60\,℞}{20\,℞}$ egaux à 3, ou 120 ℞ egales à 6000, & 1 ℞ egale à 50 pour C G, lesquels tirez de 100, & resteront 50 pour G A: & ainsi se trouuent les autres deux lignes, & en viendront ℣ 1300 pour E G, & ℣ 5200 pour G D: & pource que A C fait 100, & C G 50, il faut que G A fasse aussi 50, & la perpendiculaire G F diuisera la ligne C B en deux parties egales, pourtant B F fera 30, F C 30, F G 40, & ainsi se trouuent les lignes C G, G A, E G, G D, si bien quand l'angle B est droict que non droict.



122. Plus, il y a vne ligne D C diuisee en deux parties egales en B, desquelles chacune fait 6, sur laquelle est fait vn triangle A B C rectangle en B, duquel A B fait 8, & A C 10, & son aire fait 24; & puis apres s'enclinele poinct A vers la base; en sorte que toute l'aire ne tient plus que 20, comme l'angle B D E demonstre, & le costé B D est egal à B C, & D E est egal à B A. La demande est, combien est la ligne B E? Responce: Posez pour E B 1 ℞, & puis adioustez les 3 costez ensemble, qui feront 14 + 1 ℞, desquels prenez la moytié qui font 7 + $\frac{1}{2}$ ℞; des mesmes tirez chacun costé, & en restera 1 + $\frac{1}{2}$ ℞, $\frac{1}{2}$ ℞ — 1, & 7 — $\frac{1}{2}$ ℞, & puis multipliez 1 + $\frac{1}{2}$ ℞ par $\frac{1}{2}$ ℞ — 1, & il en viendra $\frac{1}{4}$ q — 1. Encore multipliez 7 + $\frac{1}{2}$ ℞ par 7 — $\frac{1}{2}$ ℞, & en viendront 49 — $\frac{1}{4}$ q, lesquels multipliez par $\frac{1}{4}$ q — 1, & en viendront 12 $\frac{1}{2}$ q — $\frac{1}{16}$ qq — 49: des mesmes prenez ℣, & fera ℣ 12 $\frac{1}{2}$ q — $\frac{1}{16}$ qq — 49, egaux à 20, ou 12 $\frac{1}{2}$ q — $\frac{1}{16}$ q q — 49, egaux à 400, quadrat de 20, adioustez les 49 auec 400, & feront 449: ainsi seront 12 $\frac{1}{2}$ q — $\frac{1}{16}$ q q egaux à 449, & 1 q q sera egal à 200 q — 7184, & 1 q sera egal à 100 + ℣ 2816, & 1 ℞ sera egale à v. ℣ 100 + ℣ 2816, qui est bien prés de 12 $\frac{1}{2}$ pour B E.

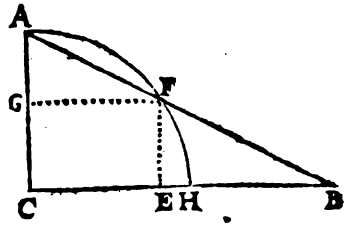


123. Plus, il y a vn quadrat A B C D de chacun costé 8, dedans luy est fait vn triangle equilateral au plus grand que faire se peut. La demande est, combien soit le costé? Responce:

Digitized by Google

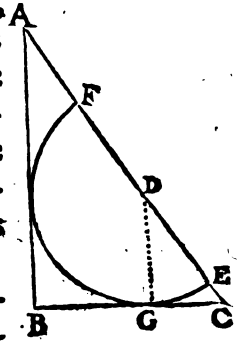
ſponce: Poſez que B F ſoit 1 ℞, A F ſera 8 — 1 ℞, & le quadrat F B auec le quadrat B D ſera 1 q + 64, deſquels tirez √, & en viendra √ 1 q + 64 pour F D, ou le coſté dudit triangle. En apres adiouſtez le quadrat A F auec le quadrat A E, & du produit tirez √, & en viendra 128 — 32 ℞ + 2 q, egaux à 1 q + 64, & 1 ℞ eſt egale à 16 — √ 192 pour F B: & puis par la quarante-huitieſme propoſition il fera v. √ 512 — √ 196608 pour vn coſté dudit triangle, qui eſt bien prés de 8 1/7.

124. Plus, il y a vne ligne droicte B C, ſur laquelle eſt fait la quatrieſme partie d'vn cercle, duquel le demi-diametre C H ou A C fait 75, & de A eſt tiree vne ligne en B, tranchant la circonference en F, & de F eſt tiree vne parallele à B C, laquelle eſt F G; tellement que A G fait 54, & G C 21. La demande eſt, combien ſoit H B? Reſponce: Tirez vne perpendiculaire de F en E, & adiouſtez G C auec A C, & en viendront 96, leſquels multipliez par 54, & en viendront 5184, deſquels tirez √, & en viendront 72 pour G F. Adonc comme A G a proportion auec F G, ainſi a A C auec C B, & en viendront 100 pour B C, deſquels tirez F G, & reſtera 28 pour E B; en apres tirez C E de C H, & reſteront 3 pour H E, & auſſi prenez C H de C B, & en reſteront 25 pour H B.



125. Itẽ, poſez que A B ſoit 125, & B H 25, cõbien fera le demi-diametre du cercle? Poſez qu'il ſoit 1 ℞, & C B fera 1 ℞ + 25, & puis adiouſtez le quadrat A C auec le quadrat C B, & en viendront 2 q + 50 ℞ + 625 egaux à 15625, & 1 ℞ fait 75 pour A C le demi-diametre.

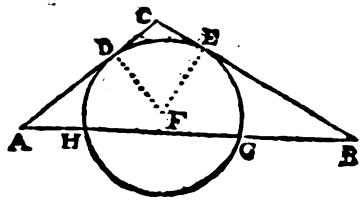
126. Plus, il y a vn triangle A B C rectangle en B, duquel A B fait 8, B C 6: dedans luy eſt fait le plus grand demi-cercle que faire ſe peut. La demande eſt, combien fera le diametre? Reſponce: La raiſon requiert que le diametre vienne en la ligne diagonale, & qu'il fera deux fois autant que le coſté du plus grand quadrat qui ſe peut faire dedans ledit triangle, qui fait par la 72. prop. 6 5/7.



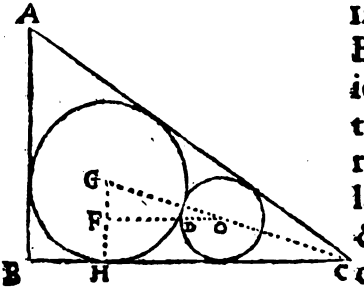
127. Il y a vn triangle rectangle, duquel l'hypothenuſe A C fait 10, ſur lequel eſt fait vn demi-cercle, qui a le diametre de 6 5/7, qui eſt E F, & la circonference touche la baſe & cathete, & E C fait 5/7. La demande eſt, cõbien ſoit A B & B C?

Digitized by Google

Reſponce: Adiouſtez $\frac{2}{7}$ auec $3\frac{1}{7}$, qui eſt le demi-diametre, & il en viendra $4\frac{3}{7}$, & puis dites, ſi $4\frac{3}{7}$ donnent $3\frac{1}{7}$, qui eſt D G, combien donnera A C qui eſt 10, il en viendra 8 pour A B. En apres tirez le quadrat A B du quadrat A C, & du reſte tirez $\surd$, & en viendra 6 pour B C.



128. Plus, il y a vn triangle A B C obtus-angle, duquel le coſté A C auec le coſté B C fait 46, ſur leſquelles deux lignes couche vn cercle, qui touche en D & E, & la tierce ligne A B paſſe par le cercle; tellement que la ligne G H qui eſt dedans ledit cercle fait 11, & G B fait 21, & A H fait 5. La demande eſt, combien eſt B C & A C chacun pour ſoy? Reſponce: Poſez que B E ſoit $1\frac{1}{2}$, & ſon quadrat ſera 1 q, qui eſt egal à 672, leſquels ſont venus de B H en B G, & $\surd$ 672 ſera B E: & pareillement multipliez A G par A H, il en viendra 80, egaux à 1 q, & A D ſera $\surd$ 80. Leſdits deux produits adiouſtez enſemble, ſeront $\surd$ 672 + $\surd$ 80, leſquels tirez de 46, & en reſteront 46 — L. $\surd$ 672 + $\surd$ 80 pour D C & C E, & la moytié de ceſte ſomme ſera 23 — L. $\surd$ 168 + $\surd$ 20 pour D C ou C E, leſquels adiouſtez auec A D $\surd$ 80, & en viendront 23 + $\surd$ 20 — $\surd$ 168 pour A C; & puis adiouſtez 23 — L. $\surd$ 168 + $\surd$ 20, auec $\surd$ 672, & en viendront 23 + 168 — $\surd$ 20 pour B C.

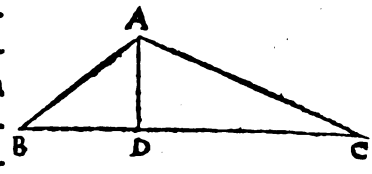


129. Plus, il y a vn triangle rectangle A B C, duquel A B fait 6, & B C 8, dedans iceluy ſont faicts deux cercles inegaux, de telle ſorte que la plus grande circonference touche les 3 coſtez dudit triangle, & la moindre circonference touche la baſe & l'hypothenuſe, & la plus grande circonference. La demande eſt, combien eſt chacun diametre? Reſponce: Les 3 coſtez dudit triangle ſont enſemble 24, & l'aire par la cinquante-vnieſme propoſition fait 24. Poſez pour le plus grand demi-diametre $1\frac{1}{2}$, le meſme multipliez auec la moytié des 3 coſtez, qui ſont 12, & en viendront 12 $\frac{1}{2}$ egales à 24, & $1\frac{1}{2}$ eſt egale à 2, & pour le plus grand diametre il en viennent 4. En apres poſez que le moindre demi-diametre O D ſoit $1\frac{1}{2}$, F G ſera 2 — $1\frac{1}{2}$, & O G ſera $1\frac{1}{2}$ + 2. Adonc comme G H a proportion auec H C, ainſi a G F auec F O, en diſant a

Digitized by Google

font 6 (car B C fait 8, & B H fait 2) combien feront 2 — 1 ℞? qui fait 6 — 3 ℞ pour F O, lesquels multipliez en soy, & adioustez le produit auec le quadrat F G, & en viendront 40 — 40 ℞ + 10 *q*, egaux à 4 + 4 ℞ + 1 *q*, & 44 ℞ egales à 9 *q* + 36, & 1 *q* + 4, egaux à 4 $\frac{8}{9}$ ℞, & 1 ℞ est egale à 2 $\frac{4}{9}$ — *γ* 1 $\frac{72}{81}$ pour O D, & 4 $\frac{8}{9}$ — *γ* 4 $\frac{72}{81}$ pour le moindre diametre.

130. Plus, il y a vn triangle ambligone A B C, duquel la perpendiculaire A D fait 4, & B C fait 12, & A C a proportion double à A B. La demande est, combien est A B & A C? Resſponce: Multipliez la moytié de B C en A D, & en viendront 24 pour l'aire A B C. En apres posez 1 ℞ pour A B, & A C fera donc 2 ℞, & puis par la cinquante-vniesme proposition vous trouuerez 160 *q* — 2304 — 1 *qq*, egaux à 1024, & 1 ℞ est egale à v. *γ* 80 — *γ* 3072 pour A B, & v. *γ* 320 — *γ* 49152 pour A C.

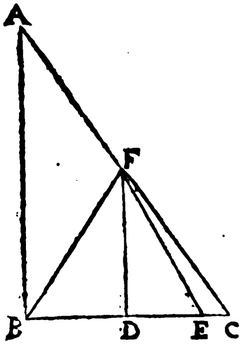


131. Il y a vn triangle A B C, duquel A C a proportion sesquialtere à A B: & si on tire de chacun quadrat 36, la *γ* des deux restes fera ensemble 13. La demande est, combien est chacun costé? Resſponce: Posez pour B D 1 ℞, D C fera 13 — 1 ℞, & les deux quadrats feront 1 *q*, & 169 — 26 ℞ + 1 *q*, à chacun desquels adioustez 36, & en viendront 1 *q* + 36, & 205 — 26 ℞ + 1 *q*, desquels tirez la *γ*, & en viendront *γ* 1 *q* + 36, & *γ* 205 — 26 ℞ + 1 *q*, lesquels multipliez par deux nõbres qui soient en proportion sesquialtere, qui est 2 & 3, ou *γ* 4 & *γ* 9, à sçauoir le moindre par le maieur, & le maieur par le moindre, & en viendront *γ* 9 *q* + 324, egaux à *γ* 820 — 104 ℞ + 4 *q*, ou 5 *q* + 104 ℞, egales à 496, & 1 ℞ est egale à 4 pour B D, lesquels tirez de 13, & resteront 9 pour D C, & leurs deux quadrats font 16 & 81, lesquels deux parties adioustez chacune auec 36, & en viendront 52 & 117, desquels tirez *γ*, & en feront *γ* 52 & *γ* 117, pour les deux nombres proposez.

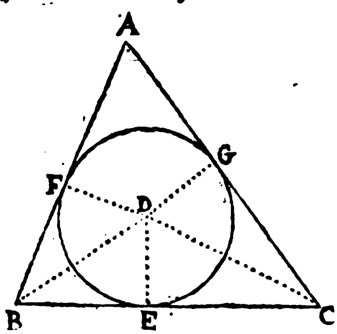
132. Plus, il y a vn triangle obtus-angle, comme le precedent, duquel le costé D C fait 3 fois autant que B D, & A D fait 2 $\frac{1}{7}$ fois autant que B D, & A D fait 8 moins que B C, & le quadrat A B auec la ligne A B fait 182. La demande est, combien est chacune ligne? Resſponce: Posez pour A B 1 ℞, & son quadrat fera 1 *q*, lesquels adioustez ensemble, & ils feront 1 *q* + 1 ℞, egale à 182, & 1 ℞ fait 13. En apres posez pour B D 1 ℞, & adioustez le quadrat B D auec le quadrat A D, & il en viendra 6 $\frac{12}{49}$ *q*, egaux à 169, qui est le quadrat de A B: car si B D fait

Digitized by Google

1 ℞, BC sera 2 $\frac{1}{3}$ ℞, & 1 q sera egale à √ 25, & 1 ℞ sera egal à 5 pour BD, & D C sera 3 fois autant, qui est 15, & B C sera 20, & A D 12, & A C sera √ 369.



133. Plus, il y a vn triangle ABC rectangle en B, duquel l'aire fait 104, & A C fait √ 425, dedans iceluy est fait sur la base B C le plus grand triangle equilateral que faire se peut. La demande est, combien soit le costé dudit triangle equilateral? Responce: Cherchez par la quarante-huitiesme proposition le costé B C en mettant 1 ℞ pour A B, duquel la moytié fait $\frac{1}{2}$ ℞. Par le mesme diuisez l'aire, & en viendront $\frac{104}{\frac{1}{2} ℞}$ lesquels multipliez en soy, & en viendront $\frac{10816}{\frac{1}{4} q}$, lesquels adioustez auec le quadrat A B, & en viendra 1 q + $\frac{10816}{\frac{1}{4} q}$ egaux à 425, & 1 ℞ est egale à 16 pour A B. En apres diuisez 104 par la moytié de A B, & en viendront 13 pour B C; adonc sçachez que B E, le costé du triangle a proportion auec D F la perpendiculaire, comme 2 auec √ 3, ou E D le demy costé a proportion auec le cathete D F, comme 1 à √ 3. Pource mettez que E D soit 1 ℞, E C sera 13 — 2 ℞: car si E D fait 1 ℞, D B sera aussi 1 ℞. Dites donc si 13 — 1 ℞ font √ 3 q, combien feront 13? fait $\frac{√ 507 q}{13 — 1 ℞}$ egale à 16, & 1 ℞ est egale à √ 348 $\frac{10500}{63001}$ — 13 $\frac{65}{251}$ pour D E, qui est vn demy costé dudit triangle equilateral.

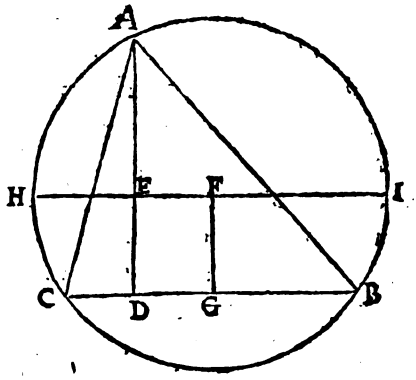


134. Plus, il y a vn triangle A B C, duquel la base B C fait 14, & dedans ledit triangle est fait vn cercle, duquel le demy-diametre D E fait 4, & de B iusques en E, où la circonference touche la ligne est 6. La demande est, combien soit A C, & A B chacun pour soy? Responce: La circonference touche les trois costez en E, F, G: & puis posez 1 ℞ pour A F, A G sera donc aussi 1 ℞, & E C sera 8, autant fait aussi G C, & B F fait 6, qui est autant que B E; ainsi sont trouuez tous les 3 costez, qui font ensemble 2 ℞ + 28, lesquels multipliez par 2, qui est le $\frac{1}{4}$ du dia-

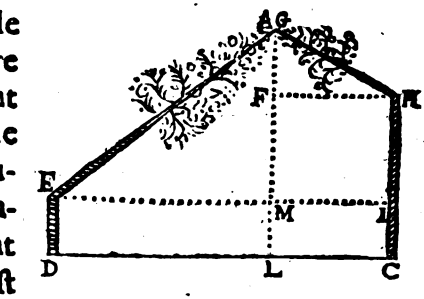
Digitized by Google

metre, & en viendront 4 ℞ + 56 pour toute l'aire; laquelle cherchez encore par vne autre maniere de la cinquante-vnieſme propoſition, & en viendra ℣ 48 *q* + 672 ℞, egales à 4 ℞ + 56, & 1 ℞ eſt egale à 7 pour A F, leſquels adiouſtez auec F B, & en viendra 13 pour A B: & puis adiouſtez auſſi 7 auec G C, qui eſt 8, & en viendront 15 pour A C.

135. Plus, il y a vn triangle oxigone, duquel le coſté A B fait 15, B C 14, A C 13, lequel eſt enclos en vn cercle. La demande eſt, combien ſoit le diametre du cercle? Reſponce: Cherchez premierement la perpendiculaire A D, par la cinquante-cinquieſme propoſition qui fera 12, & D C fera 5, & D B 9. En apres poſez pour F G 1 ℞, qui multipliez en ſoy, & en viendra 1 *q*, lequel adiouſtez auec le quadrat de B G qui fait 49, & en viendra 1 *q* + 49, deſquels tirez ℣, & en viendra ℣ 1 *q* + 49 pour le demi-diametre: au meſme adiouſtez G D, & de luy tirez G D qui ſont 2, & en viendront 2 + ℣ 1 *q* + 49 pour l'vn, & ℣ 1 *q* + 49 — 2 pour l'autre produit, leſquels multipliez l'vn par l'autre, & en viēdra 1 *q* + 45 egaux au quadrat de A E qui eſt 144 — 24 ℞ + 1 *q*. Car ſi F G fait 1 ℞, le coſté E D fera auſſi 1 ℞, & A D fait 12, pour ce A E fera 12 — 1 ℞, & 1 ℞ ſera egale à 4 $\frac{1}{2}$, leſquels multipliez en ſoy, & adiouſtez le produit auec le quadrat de B G, & du produit tirez ℣, & en viendra 8 $\frac{1}{8}$ pour le demi-diametre, & 16 $\frac{1}{4}$ pour H I, qui eſt tout le diametre.



136. Plus, il y a vne plaine, ſur laquelle il y a deux arbres, l'vn en D & l'autre en C, & l'vn eſt 24 coudees diſtant de l'autre, & l'arbre A D eſt haut de 25 coudees, & C G eſt haut 21 coudees, & leſdits deux arbres ſont rompus, à ſçauoir A D en E; tellement que D E fait 5 coudees, & C G eſt rompu en H; en ſorte que C H fait 11 coudees, & les deux pointes A & G ſont tombees enſemble. La demande eſt, combien ſoit la perpendiculaire tombante de A ou G ſur le baſe qui eſt en L? Reſpon-

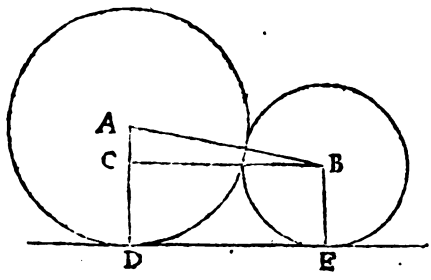


Digitized by Google

ce: Posez pour I M ou C L 1 ℛ, autant fera aussi F H, & M E fera 24 — 1 ℛ, lesquels multipliez en soy, & en viendront 576 — 48 ℛ + 1 q, lesquels tirez du quadrat A E qui est 400, & en resterõt 48 ℛ — 1 q — 176: des mesmes prenez γ, & en viendra γ 48 — 1 q — 176 pour la perpendiculaire A M, lesquels adiouſtez auec M L, qui est 5, & en viendra 5 + γ 48 ℛ — 1 q — 176 pour A L. En apres multipliez M I ou F H en soy, & en viendra 1 q, lequel tirez du quadrat de H G, & en restera 100 — 1 q, desquels tirez γ, & en fera γ 100 — 1 q pour G F, lesquels adiouſtez auec F L, ou H C qui sont 11, & en feront 11 + γ 100 — 1 q, egaux à 5 + γ 48 ℛ — 1 q — 176, & 1 ℛ est egale à 8, lequel multipliez en soy, & en viendront 16; les mesmes tirez du quadrat de G H, & resteront 36, desquels tirez γ, qui font 6, lesquels adiouſtez auec F L, & en viendront 17 pour G L qu'on a demandé.

137. Plus, il y a deux rouës, l'vne de 7 pieds de haut, & l'autre de quatre pieds, lesquelles ont à faire vne distance de 3000 pieds. La demande est, combien de fois chacune se tournera pour aller ladite distance? Responce: Par la 75. prop. ou trouue que les deux circonferences font 22 & 12 $\frac{4}{7}$: & puis diuiſez 3000 par 12 $\frac{4}{7}$, & en viendrõt 238 $\frac{7}{11}$, autant de fois se tourne la moindre rouë. En apres diuiſez aussi 3000 par 22, & il en viendra 136 $\frac{4}{11}$, autant de fois se tourne la plus grande rouë.

138. Plus, il y a deux rouës, comme susdit est, & la moindre se tourne 42 fois. La demande est, combien de fois la plus grande se tournera pour aller si loin que l'autre a fait en 42 tours? Responce: Multipliez 42 par 12 $\frac{4}{7}$, & il en viendra 528, lesquels diuiſez par 22, & ils produiront 24, autant de fois doit tourner la plus grande rouë.



139. Item, il y a deux cercles sur vne ligne, desquels les circonferences touchent l'vne à l'autre, & le plus grand diametre fait 7, le moindre diametre fait 4 pieds. La demande est, combien la distance est de leurs touchemens sur la ligne, à sçauoir de D en E? Responce: Tirez vne ligne du plus grand centre, qui est A au moindre centre B qu'elle fera 5 $\frac{1}{2}$, le mesme quadrat fera 30 $\frac{1}{4}$, & de A sur la ligne D perpendiculairement sont 3 $\frac{1}{2}$, & de B sur la ligne en E rectangulairement sont 2: les mesmes tirez de

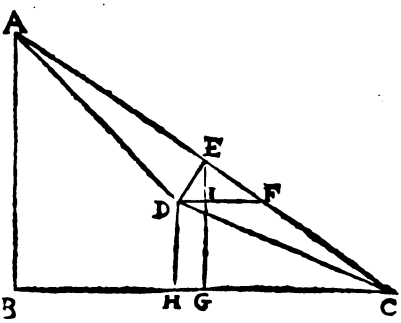
Digitized by Google

$3\frac{1}{2}$, il reſtera $1\frac{3}{4}$ pour la difference des deux demi-diametres, qui eſt AC, le meſme quadrat fait $2\frac{1}{4}$, leſquels tirez de $30\frac{1}{4}$, il reſteront 28; des meſmes tirez racine quarree, il en viendra bien prés $5\frac{3}{10}$ pour la diſtance de D E.

140. Plus, il y a deux roües, comme ſuſdit eſt, leſquelles ont eſté 3000 coudees diſtantes l'vne de l'autre ſur la baſe, leſquelles ſont tournees l'vne vers l'autre, en commençant l'vne auec l'autre: & ſi toſt que l'vne a fait vn tour, l'autre fait auſſi vn tour. La demande eſt, combien chacune rouë a fait de diſtance, iuſques à ce qu'elles ſoient venuës à ſe rencontrer? Reſponce: Par la precedente il eſt trouué, que la diſtance des deux roües ſur la terre eſt $5\frac{1}{10}$, quand leurs circonferences ſe touchēt. Les meſmes tirez de 3000, & il reſteront $2994\frac{7}{10}$. Plus, adiouſtez 22 & $12\frac{4}{7}$ enſemble, qui font $34\frac{4}{7}$, & dites, $34\frac{4}{7}$ font $2994\frac{7}{10}$, cōbien feront $12\frac{4}{7}$? facit $1088\frac{524}{665}$ pour le voyage de la moindre rouë: les meſmes tirez de $2994\frac{7}{10}$, & il reſteront $1905\frac{669}{1190}$ pour la plus grande rouë.

141. Plus, il y a deux roües, deſquelles la moindre a 5 aulnes en circference, & l'autre 7 aulnes, & l'vne fait tourner l'autre. La demande eſt, combien de fois la plus grande roüe ſe doit tourner, iuſques à ce qu'elles reuiennent enſemble, comme premierement ont eſté? Reſponce: Diuiſez 7 par 5, & il viendra $1\frac{2}{5}$, autant de fois ſe tourne la moindre roüe, quand l'autre ſe tourne vne fois: adonc ſe trouuent-elles comme premierement ont eſté. Et quand la plus grande ſe tourne 5 fois, & l'autre 7 fois, adoncques elles ſe trouuent auſſi comme premierement ont eſté.

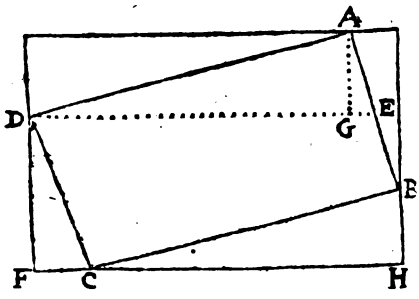
142. Plus, il y a vne tour A B haute de 60 aulnes, & vn batteleur eſtend vne corde de A ſur l'horizon en C, laquelle eſt longue 100 aulnes, & la diſtance de C, iuſques aupres la tour en B eſt 80 aulnes. Or quand ledit batteleur eſt volé de A 50 aulnes, qui eſt la moytié de la corde, il trouue que la ſuperieure moytié eſt eſloignee par la peſanteur de 4 aulnes, & la moytié de la corde d'en bas eſt eſloignee de 2 aulnes: ainſi il ſe tient en D, & la diſtance A D fait 54 aulnes, & la longueur D C fait 52 aulnes. La demande eſt, combien il y ait de D droictement en bas à terre? Reſpon-



Digitized by Google

ce: Toute l'aire du triangle A B C fait par la cinquante-vnieſme propoſition 2400, & par la cinquante-cinquieſme C E fait 48 $\frac{47}{50}$.

Plus, comme C A a proportion auec A B, ainſi a C E auec E G. Dites, 100 font 60, combien font 48 $\frac{47}{50}$? facit 29 $\frac{91}{150}$ pour E G. Plus, tirez vne ligne D F parallele auec B C l'angle, B C A eſt egal à l'angle E F D, pource comme A B a proportion auec B C, ainſi aura D E auec E F, & par la quarante-huitieſme propoſition fait D E bien prés de 17 $\frac{3}{5}$: & pource que l'angle B C A eſt egale à l'angle E F D, l'angle F D E ſera egale à l'angle C A B: & pource que l'angle D I E eſt vn rectangle, il faut que l'angle D E I ſoit egale à l'angle A C B. Pource dites, A C 100 fait B C 80, combien font D E 17 $\frac{3}{5}$? facit 14 $\frac{2}{25}$ pour E I; les meſmes tirez de E G 29 $\frac{91}{150}$, & il en reſteront 15 $\frac{71}{150}$ aulnes pour I G ou D H qu'on a cherché.



143. Plus, il y a vn corps quadrangle à rectangles, lequel contient 150 pots d'eau, duquel la longueur eſt 10, la hauteur 4, & ſon eſpeſſeur 3. La demande eſt, combien haut il doit eſtre eſleué d'vn coſté pour eſpandre vne telle partie que le reſte qui demeure encore dedans ſoit 100, ſçachant que la largeur dudit corps ſoit parallele auec l'horizon? Reſponce: Poſez que A B C D ſoit le corps eſleué, & la partie A E D ſoit vuide, & la partie E B C D contienne 100 pots, multipliez la hauteur A B, à ſçauoir 4 auec A D 10 la longueur du corps, il en viendront 40; les meſmes multipliez encore par 3 la largeur, & il en viendront 120 pour toute la grandeur de tout le corps. Et puis dites, 150 pots font 120 de grandeur, combien feront 50 pots qui ſont vuidez, il en viendront 40 pour la grandeur vuide. Plus, poſez que la liqueur vienne de B en E, & pour A E poſez 1 ℘; le meſme multipliez auec la moytié de A D qui ſont 5, & fera 5 ℘; les meſmes multipliez encore par 3, la largeur, & feront 15 ℘ egales à 40, la grandeur vuide, facit 1 ℘ egale à 2 $\frac{2}{3}$ pour A E. Plus, cherchez l'aire du triangle A E D par la cinquante-vnieſme propoſition, qui fait 13 $\frac{1}{3}$: Auſſi cherchez D E par la quarante-huitieſme qui fait $\surd$107 $\frac{1}{3}$. Maintenant diuiſez 13 $\frac{1}{3}$ auec la moytié de $\surd$107 $\frac{1}{3}$, il en viendront $\surd$6 $\frac{154}{141}$ pour la perpendiculaire A G ou B H pour la hauteur eſleuee dudit corps.

144. Plus,

Digitized by Google

144. Plus, il y a vn corps colomnaire, duquel le diametre fait 7 pieds, & la hauteur fait 5 pieds, & il peut en tout contenir 500 pots de liqueur, mais il n'y a que deux cens pots dedans, & vn corps cube, qui eſt entierement caché dedans ladite liqueur, & il fait monter la liqueur $\frac{16}{77}$ pieds plus haut. La demande eſt, combien grand eſt le coſté dudit cube? Reſponce: Dites par la regle de trois, ſi 500 donnent 5, combien donneront 200: il en viendront 2 pour la hauteur de la liqueur ſans le cube; auec les meſmes adiouſtez $\frac{16}{77}$, lequel le cube eſleue, & feront $2\frac{16}{77}$. Et puis mettez que le coſté dudit cube ſoit 1 ℘, lequel multipliez en ſoy cubiquemēt, & en viendra 1 ☍. Plus, ſi le diametre fait 7, l'aire de ladite circonference fera $38\frac{1}{2}$; les meſmes multipliez par 2 la hauteur, quand le cube n'eſt point dedans, & en viendront 77 pour la grandeur, & quand le cube eſt dedans, la hauteur de la liqueur eſt $2\frac{16}{77}$: les meſmes multipliez auec l'aire $38\frac{1}{2}$, & en viendront 85; des meſmes tirez la grandeur du cube, qui eſt 1 ☍, & reſtera $85-1$ ☍, egaux à 77, facit 1 ℘ egale à 2 pour le coſté dudit cube.

145. Item, il y a vn corps colomnaire d'vne egale grandeur, duquel le diametre dedans fait 7, & par dedans il eſt haut en tout 5, & peut contenir en tout 500 pots de liqueur: mais il n'y a dedans que 200 pots, & comprend 2 de hauteur, & puis il y a vn cube de chacun coſté 4 qu'on y met dedans. La demande eſt, combien la liqueur ſe leuera dedans le corps? Reſponce: Poſez pour la hauteur, quand le cube eſt dedans 1 ℘, le meſme multipliez auec $38\frac{1}{2}$ l'aire de la circonference, & fera $38\frac{1}{2}$ ℘. Plus, multipliez 4 le coſté du cube en ſoy, & en viendront 16; les meſmes multipliez encore auec 1 ℘, & fera 16 ℘ pour la grandeur du cube qui ſe cache dedans la liqueur; les meſmes tirez de $38\frac{1}{2}$ ℘, & il en reſteront $22\frac{1}{2}$ ℘. Plus, multipliez l'aire de la circonference, qui eſt $38\frac{1}{2}$ auec 2 la hauteur, & feront 77, egaux à $22\frac{1}{2}$ ℘, facit 1 ℘ egale à $2\frac{4}{7}$ pour la hauteur de la liqueur quand le cube eſt dedans.

146. Item, il y a vn corps colomnaire d'vne egale grandeur, duquel le diametre de par dedans fait 7, & la hauteur 5, & il peut en tout contenir 500 pots de liqueur: mais il n'eſt point tout plein, c'eſt à dire, qu'il ne contient que $233\frac{59}{77}$ pots, & puis il y a vn cube de telle grandeur, quand on le met dedans la liqueur, la hauteur de la liqueur fait iuſtement autant qu'vn coſté dudit cube. La demande eſt, combien ſoit chacun coſté dudit cube? Reſponce: Poſez la hauteur du cube ſoit 1 ℘, ſa grandeur ſera 1 ☍; & ſi on multiplie $38\frac{1}{2}$ l'aire de la circonferēce, auec 1 ℘, il y en vient $38\frac{1}{2}$ ℘; des meſmes tirez 1 ☍, & fera $38\frac{1}{2}$ ℘

Digitized by Google

$-1\,\alpha$. Plus, multipliez $38\frac{1}{2}$ l'aire, par la hauteur, & en viendront $192\frac{1}{2}$ pour la grandeur de tout le corps colomnaire. Dites, 500 pots ont $192\frac{1}{2}$ de grandeur, combien ont $233\frac{58}{77}$ pots de grandeur? facit 90, qui ſont egaux à $38\frac{1}{2}\,\varkappa - 1\,\alpha$, & $1\,\varkappa$ eſt egale à 4 pour chacun coſté dudit cube.

147. Vn Iaugeur eſt appellé pour jauger vn tonneau de vin, auquel premierement le ſeruiteur preſente à boire, le Iaugeur dit: ce verre m'eſt trop grand, mais ie boiray la moytié à vous. Le ſeruiteur dit, comme ſçaura-on ſi en auez beu la moytié? Le maiſtre luy reſpond, diſant: que ſi le verre eſt au fond auſſi grand qu'il eſt en haut, c'eſt à dire qu'il ſoit de la forme d'vne colomne qu'il boiue iuſques à ce qu'il voye le fond au plus haut, & lors aura beu la moytié. Reſponce du ſeruiteur: Ha, ha, il y a long-temps que i'ay ſçeu cela, mais vous qui eſtes Maiſtre en ceſt art, monſtrez-moy vne autre maniere plus artificieuſe. Reſponce du Maiſtre: Ouy dea, mais ie penſe que ne le ſçauriez ſi toſt entendre, principalement ſi vous beuuez beaucoup: neantmoins prenez le diametre du verre, qui ſoit pour exemple 7 pouces, & la hauteur du verre ſoit 12 pouces, & puis adiouſtez le quadrat de 7 auec le quadrat de 12, & du produit tirez γ, & en viendront $\gamma\,193$, leſquels multipliez auec $\frac{1}{4}\,q$, & en viendra $\gamma\,48\frac{1}{4}\,q$, egaux à 42, qui viennent de la multiplication du diametre 7 auec 6, la moytié de la longueur du verre; les meſmes multipliez en ſoy, & le produit diuiſez par $48\frac{1}{4}$, & en viendront $36\frac{104}{193}$, deſquels tirez γ, & en viendra preſques 6 pouces, pour autant eſleuez le verre aupres la bouche plus haut qu'aupres du pied, & cela qui demeurera dans le verre ſera l'autre moytié. Reſponce du ſeruiteur: Cela paſſe certe mon entendement, mais ie l'aimerois mieux boire trois fois de haut, que l'ouyr encore vne fois raconter: car ie n'entends pas ce que vous dites; & pource ne perdons plus temps, beuuez-le tout de haut, & changeons propos. Le Maiſtre dit: Pour la premiere fois ie ne le vous puis refuſer. A vous donc tout de haut. En apres pour cognoiſtre quand il eſt le $\frac{1}{4}$ de haut, prenez le $\frac{1}{4}$ de 12 la hauteur qui ſont 3; les meſmes doublez, & feront 6 pouces, qu'il faut boire du haut en bas. Et pour ſçauoir quand il eſt le $\frac{1}{3}$, prenez le $\frac{1}{3}$ de 12 la hauteur qui ſont 4; les meſmes doublez, & feront 8 pouces d'en haut en bas, pour eſtre le $\frac{1}{3}$. Et pour auoir la moytié, prenez la moytié de 12 la hauteur, qui ſont 6; les meſmes doublez, & font 12 pour la longueur du plus haut iuſques au fond, &c.

Digitized by Google

Or touchant les questions ensuiuãtes, qui se soudent par le moyen & aide des tables des Sinus, conuiẽt sçauoir premierement la practique des triangles, tant sphericques que plains, lequel trouuerez assez amplement deduit chez Monterege & Copernicus. Valentin en a recueilly semblablement quelque petit traicté, toutesfois (sous meilleur aduis) point assez pour seruir de fondement, d'autant que le principe des triangles sphericques n'y est demonstré. A quoy subuenir auons adjousté ce Theoreme subsequent, lequel n'est pas seulement le principal des triangles spheriques: ains bien vne proposition la plus requise & necessaire en tout ce faict. Et pour la bien & clairement expliquer, auons commencé ce poinct vn peu plus de son commencement, demonstrant la proprieté des triangles sphericques, ensemble plusieurs autres diuersitez dépendantes d'iceux.

Les trois circonferences, ou arcs des cercles majeurs de toute Sphere, (desquels les deux pris ensemble font plus que le troisiesme: aussi que chacun soit moins qu'vn semi-cercle) constituent ensemble vn triangle sphericque. Car ce qu'Euclide demonstre à la vingt-troisiesme de son onziesme des angles solides, se peut bonnement accommoder aux triangles sphericques, veu que les arcs dudit triangle par superfices plaines se conjoingnent au centre de la Sphere, en faisant vn angle solide.

Item, vn angle droict fait 90 degrez, ou le quart d'vn cercle majeur de sa Sphere. Or deux arcs font vn angle droict, dont la circonference de l'vn passe par les poles de l'autre.

Dont s'ensuit, que l'Equinoctial fait vn angle droict auec le Colure Solstitial: car l'Equinoctial passe par les equinoxes poles dudit Colure Solstitial: semblablement ledit Colure passe par les poles du monde, ou de l'Equinoctial, & ainsi de tous autres cercles de la Sphere.

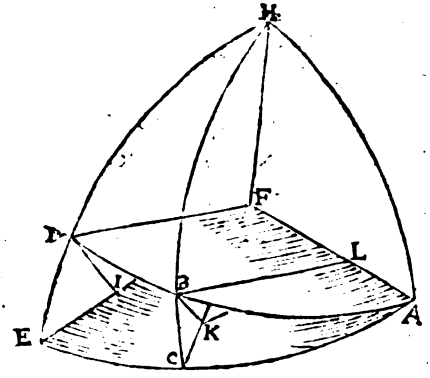
Premier Theoreme.

En tout triangle Sphericque, ayant vn angle droict, le Sinus de l'angle droict se tient au sinus de l'autre angle; tout ainsi que le sinus de l'arc subtendant l'angle droict, au sinus de l'arc subtendant ledit autre angle.

Soit le triangle Sphericque A B C rectangle en C, ie dy que le sinus de l'angle droict C, se tient au sinus de l'angle A, tout ainsi que le sinus de l'arc A B, au sinus de l'arc B C. Premierement du poinct A,

Digitized by Google

comme du Pole, tirez vne circonference d'vn cercle majeur D E, venant du poinct H, Pole de l'arc A C, laquelle r'allongerez en E, semblablement A B en D, apres du centre de la Sphere F, tirerez lignes droictes ou semi-diametres iuſques en A, en D, en E, & en C. Semblablement mettez B L equidiſtante auec F D, & du poinct B aualerez vne perpendiculaire B K, ſur la ligne F C, & vne autre D I, ſur la ligne F E. Or à cauſe que ces deux ſuperfices plaines F H D E, & F H B C ſont à droict angle ſur la plaine ſuperfice A F E; ie dy que les deux lignes B K & D I ſont paralleles l'vne à l'autre & perpendiculaires ſur ladite ſuperfice plaine A F E, par la ſixieſme de l'onzieſme d'Euclide.



Mais à cauſe que B L eſt equidiſtant auec E D, & a rectangle ſur F A, ayant donc tiré la ligne L K; ie dy que le triangle F D I eſt ſemblable au triangle L B K: car l'angle B L K eſt egal à l'angle D F I, pour l'inclination du plain A D F, au plain A E F, & l'angle K eſt droict, auſſi eſt l'angle I: dont s'enſuit par la trente-deuxieſme du premier que l'angle F B K eſt egal à l'angle F D I. Les deux triangles L B K & F D I ſemblables, ont par la quatrieſme du ſixieſme les coſtez proportionnaux, comme F D à D I, ainſi ſe tient L B à B K: mais F D eſt le ſinus total de l'angle C droict, & D I le ſinus de l'angle A, auſſi B L le ſinus de l'arc A B, ſubtendant l'angle droicts, & B K le ſinus de l'arc B C ſubtendant l'angle A. Dont il appert que le ſinus de l'angle C droict, ſe tient au ſinus de l'angle A, tout ainſi que le ſinus de l'arc A B (ſubtendant icelny angle droict C) au ſinus de l'arc B C, ſubtendant l'angle A, lequel eſtoit à demonſtrer.

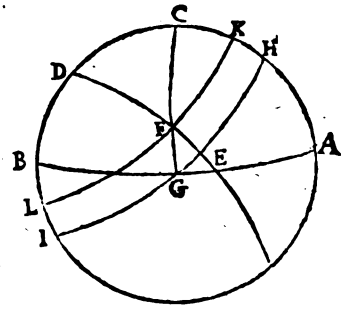
Item, Geber demonſtre ce ſuſdit Theoreme plus generalement diſant du precedent triangle A B C, ſans conſiderer l'angle C droict, que le ſinus de l'angle A, ſe tient au ſinus de l'angle B, tout ainſi que le ſinus de l'arc B C au ſinus de l'arc A C.

Et touchant les autres proprietez des triangles: comme d'vn triangle, dont les trois angles ſont cogneus, pour auoir ſes trois coſtez, ou bien duquel les trois coſtez ſont donnez, pour auoir ſes trois angles:

Digitized by Google

d'autant qu'en ce present traicté cecy viendra peu souuent en vsage, nous l'auons obmis hors de ce preambule: car tels & semblables accidens expliquez en leur lieu propre.

148. Item, la hauteur du Pole est en Anuers $51\frac{1}{2}$ degrez. Or si le Soleil est au commencement de Cancer, où iceluy a sa plus grande declination de l'Equateur, à sçauoir $23\frac{1}{2}$ degrez: on demande, à quelle heure le Soleil se part du costé Meridionnal, venant au costé Septentrionnal? facit à 4 heures & 39 minutes.



A quoy respondre ferez vn cercle Meridian A C B, & soit l'Equinoctial H G I, l'Horizon A G B, le Pole du monde D, celuy de l'Horizon (qu'on appelle Zenith) C, le cercle Vertical C G, separant le costé Meridiodnal, d'auec le costé Septentrionnal. Le Parallele de Cancer K F L. Le Soleil donc venu de K en F, au cercle Vertical, se part du costé Meridionnal, & vient au costé Septentrionnal. La question donc n'est autre que trouuer l'arc H E.

Or pour trouuer cedit arc H E, l'on doit auoir premierement la hauteur du Soleil dessus l'Horizon, à sçauoir l'arc F G: car son complément C F, subtend l'angle H D E, à chercher.

Premierement, ie dy que H C a proportion auec C G, tout ainsi que E F auec F G, (i'entends les sinus desdicts arcs, & non les arcs, lequel l'on doit entendre & obseruer par tout) & de quatre nombres proportionnaux les trois sont donnez, & par la seiziesme du sixiesme sera cogneu le quatriesme F G.

Secondement, pour auoir l'angle H D E, ou l'arc H E, ie dy que D F a proportion auec C F, tout ainsi que D E, auec H E, à chercher; & des 4 proportionnaux les 3 sont donnez, & rendent par la seiziesme du sixiesme le quatriesme l'arc H E cogneu.

Supputation.

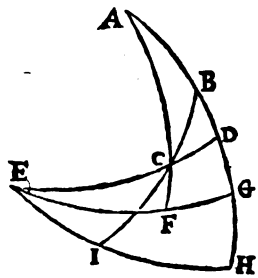
H C	C G	E F
51:30	90	23:30
78260 ...	100000 ...	39874

Digitized by Google

Viennent 50950, dont l'arc fait 30,58, & son complément sera 59,2, pour l'arc C F.

D F	C F	D E
66.30.	59.2.	90
91706 . .	85746 . .	100000

Viennent 93501, duquel l'arc fait 69,15, pour l'arc H E, à chercher; prenant donc 15 degrez pour vne heure, selon la commune sentence des Mathematiciens, il en viendront pour la response 4 heures 39 minutes & 45 secondes.



149. Item, en Anuers est la latitude 53 $\frac{1}{2}$ degrez & la longitude 20 degrez 16 minutes, & à Kemptem ville en haute Allemagne, où Menher fut né, est la latitude 47 degré 31 minutes, & la longitude 27 degrez 58 minutes: on demande, combien de lieuës d'Allemagne, dont les 15 font vn degré, est la distance d'Anuers à Kempten? facit lieuës 96 pour le droit chemin.

Soit A, le Pole du Monde, G E vn quart du cercle Equinoctial. Item, soit B la ville d'Anuers, & C celle du Kempten, & A B G sera le Meridien d'Anuers & celuy de Kempten A C F. La difference de leurs longitudes sera G F, & la distance de ces deux places sera l'arc B C, lequel nous deuons chercher.

Pour trouuer donc cedit arc B C, l'on doit tirer de C vn arc à droict angle sur A G, lequel passera par E; & de B par E sera tiré vn autre quart de cercle E H, l'arc B G sera r'allongé en H, semblablement B C iusques en I.

Premierement, l'on cherchera C D comme s'ensuit; car A F se tient à F G, difference de leurs longitudes, tout ainsi que A C, complément de la moindre latitude, a l'arc D C, premier trouué.

Secondement, conuient chercher D G, comme s'ensuit; car C E, complément du premier trouué, se tient à C F moindre latitude, tout ainsi que le sinus total E D, à D G second trouué: & puis que G H est le complément de B G, la plus grande latitude, lequel adjoustant auec D G second trouué, rend tout l'arc D H cogneu.

Tiercement, vous trouuerez C I, complément de la distance des deux lieux, comme s'ensuit, car E D se tient à D H secondement trouué, tout ainsi que E C, complément du premier trouué, à C I, &

Digitized by Google

ſon complément B C eſt cogneu, dont l'arc multiplié par 15, rend la vraye diſtance des deux places propoſees.

	27. 58	90
	20. 16	47. 31
	7. 42	42. 29
90	G F	A C
A F		
100000	13398	67537.

Viennent 9048, ſon arc fait 5 degrez 12 minutes pour l'arc D C.

	90		
	5. 12		
84. 48	47. 31	90	
C E	C F	E D	
99588	73747	100000	

Viennent 74052, auquel reſpondent 47 degrez 48 minutes pour l'arc D G.

	90		
	51. 30		
	38. 30		
	47. 48		
90	86. 18	84. 48	
E D	D H	E C	
100000	99791	99588	

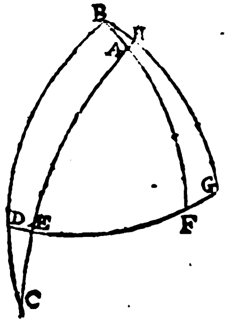
Viennent 99374, dont l'arc fait 83 degrez 36 minutes pour C I.

	90.		
	83. 36		
	6. 24		
	15. 6		
	90		
	6		

Facit 96 lieuës pour la diſtance cherchee.

190. Item, il y a vne ville, dont la latitude ſeptentrionnale eſt 38 ½ degrez. La longitude 195 degrez. Et vne autre dont la latitude eſt Meridionnale 50 degrez, & la longitude eſt 315 degrez: on demande

Digitized by Google



combien de lieuës icelles villes sont distantes l'vne de l'autre? Facit lieuës 2051¼.

Soit la ville Septentrionnale B, la Meridionnale C. Le Pole Arcticque A l'angle B A C, est causé par la difference des longitudes; de sorte qu'il n'y a à faire que chercher l'arc B C, lequel monstrera la distance de ces deux lieux.

De B, comme du Pole, tirez vn quart de cercle majeur G D, & prolongez semblablement B A en F, & l'arc C A en H, lequel couppe G D en E.

Premierement, vous chercherez l'arc B H comme s'ensuit: l'angle droict B H A se tient à l'angle H A B (complément de l'angle B A C differences des longitudes, à deux angles droicts, par le susdit Theoreme de Geber) tout ainsi que l'arc A B, complément de la latitude Septentrionnale, à l'arc B H.

Secondement, vous chercherez l'arc A E du triangle A E F, car par le susdit premier Theoreme l'angle A E F, ou l'arc H G complément de l'arc B H, premierement trouué, se tient à l'angle droict F: tout ainsi que l'arc A F, à l'arc A E: l'arc A F est la latitude Septentrionnale, & par ainsi A E sera cogneu.

Tiercement, l'arc A C est cogneu, duquel vous osterez le susdit arc A E, & il en restera E C. Or finablement vous chercherez l'arc D C, comme s'ensuit: car du triangle C D F, l'angle droict D se tient à l'angle E egal à l'arc H G, tout ainsi que l'arc E C, subtendant l'angle droict, à l'arc D C subtendant l'angle E par le susdit Theoreme de Geber.

Or si l'arc D C cogneu, & l'arc B D faisant ¼ d'vn cercle majeur ou 90 degrez, tout l'arc B C ne demourera pas incogneu, lequel multiplié par 15 donnera la vraye distance des deux places B, C.

S'ensuit la supputation.

315		
195		
120	180	90
	120	38.30
90	60	51.30

HGA. HAB. AB

100000 .... 86602 .... 78260.

Viennent 67774, duquel l'arc eſt 42 degrez quarante minutes pour B H.

90

42.40

47.20 —— 90 —— 38.30

GH ... HE .: AF

73530 ... 100000 .. 62251.

Viennent 84660, dont l'arc 57.51 eſt pour A E.

50 — 90 — 140 — 57.51 — 82.9

136.45 — 15 — 680 — 136 — $11\frac{1}{4}$ — $2051\frac{1}{4}$

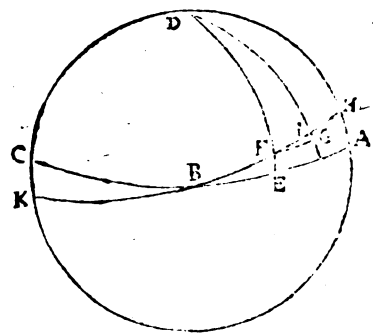
90 —— 47.20

EDC. DEC EC

100000 .. 73530 .. 99062.

Viennent 72840, dont l'arc eſt 46.45, lequel auec 90 donne la diſtance B C, 136.45, lequel multiplié par 15, donne lieuës $2051\frac{1}{4}$.

151. Item, il y a vn arc en l'Eclypticque, qui commence au principe de Taurus, & il termine deuant la fin de Gemini, iceluy eſt egal à ſon aſcenſion droicte: On demande combien de degrez a ceſt arc? Facit $31\frac{2}{3}$ degrez, qui vient au $1\frac{2}{3}$ de Gemini.



Pour entendre cecy ſoit A D C le colure Solſtitial, l'equinoctial ſera A B C, l'Eclypticque ſera H B, B ſera l'Equinoxe, & F le principe de Taurus. Or ſi nous diſons que l'arc cherché eſt en ceſte figure F I, ſon aſcenſion droicte ſera E K, lequel deura eſtre egal audit arc F I; tirons doncques de F l'arc F G à rectangle ſur D K.

Premierement, ie dy que l'arc F I ſe tient à l'arc F G, tout ainſi que l'arc D I à l'arc D H. Semblablement l'arc F G ſe tient à l'arc E K, comme l'arc D F à l'arc D E. Et à cauſe que les deux arcs F I & E K ſont egaux par l'hypotheſe, ou à l'argu-

Digitized by Google

ment de la propoſition, ie dy que la proportion de D F à D E ſera comme la proportion de D H à D I.

Or les 3 ſont cogneus, & par l'aide de la ſeizieſme du ſixieſme vous trouuerez D I, qui eſt la declination de la fin de l'arc cherché, par le moyen de laquelle vous trouuerez l'arc B I, enſemble l'arc F I cherché.

La ſupputation.

La declination du commencement de Taurus ſera 11 $\frac{1}{2}$ degrez, & la plus grande 23 $\frac{1}{2}$.

90		90
11.30		23.30
78.30	90	66.30
DF	DE	DH
97998	100000	91716

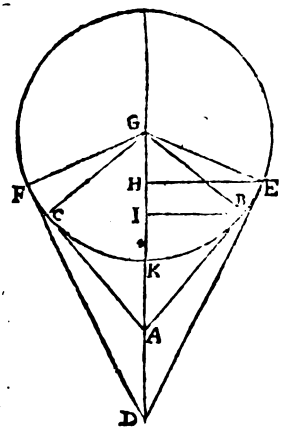
Viennent 93589, duquel l'arc 69 degrez 22 minutes rend l'arc D I cogneu, enſemble I K, 20 degrez 38 minutes pour la declination de la fin de l'arc F I, à laquelle declination reſpondent 62 degrez 6 minutes du principe d'Aries, ou 32 degrez & 6 du principe de Taurus pour l'arc F I cherché, qui termine au 2. degré & 6 minutes de Gemini.

Or la preuue eſt telle; l'aſcenſion droicte du principe de Taurus eſt 27 degrez 54 minutes, & celuy du deuxieſme degré & 6 minutes de Gemini eſt 60 degrez. Leuez l'vn de l'autre, & reſtent 32 degrez & 6 minutes, dont s'enſuit qu'iceluy arc vient iuſtement au deuxieſme degré & 6 minutes de Gemini.

Or la maniere comment nous auons ſupputé la declination du principe de Taurus, & auſſi le degré de l'Eclypticque correſpondant à la declination de 20 degrez 38 minutes, nous ne l'auons point mis en ceſte queſtion, d'autant que cela ſe fera bien-toſt cy-pres en la cent cinquante-quatrieſme.

152. Item, il y a vne boule, de laquelle la circonference eſt diuiſee en 360 degrez. Eſtant en vne certaine place diſtante d'icelle boule, l'on void 135 degrez & 36 minutes de ladite circonference: & quand on ſe retire droictement arriere en la meſme ligne 14 pieds, alors on void 160 degrez & 32 minutes de la circonference: on demande, combien eſt le diametre d'icelle boule? facit $8\frac{46311}{61711}$ pieds.

Digitized by Google



Premierement, on doit demonſtrer qu'eſtant en D l'on verra plus grand arc de la circonference de la boule G, qu'en D : car ayant tiré deux lignes du poinct A, touchantes la circonference en B, & en C, leſquels poincts appliquez au centre G, l'angle A B G ſera droict par la 18. du 3. d'Euclide: ſemblablement ſi du poinct D ſont tirees deux autres D E & D F, & menees au centres par les lignes E G & G F, ie dy par la ſuſdite propoſition d'Euclide que l'angle G E D eſt ſemblablement droict. Or d'autant que l'angle F A G eſt plus grand que l'angle F D G pour eſtre exterieur à iceluy, ie dy que l'angle D G E ſera auſſi plus grand que l'angle A G B: car celuy fait auec l'angle B A G vn angle droict, tout ainſi que l'angle E D G fait auec l'angle E G D par la 32 du premier, dont s'enſuit que l'arc E K F, veu de loin comme de D, eſt plus grand que l'arc B K C; veu de prés comme du poinct A, pour eſtre l'angle E G F plus grand que l'angle B G C: ce qui eſtoit le premier à demonſtrer.

Or pour proceder à l'inuention de la choſe requiſe, il faut premierement chercher la longueur G D comme s'enſuit; le triangle F G H eſt ſemblable au triangle D G F pour auoir les angles egaux l'vn à l'autre; & par la quatrieſme du ſixieſme, ils ont les coſtez proportionnaux, à ſçauoir G H Sinus du complément de l'arc F K, ſe tient à G F, tout ainſi iceluy G F à G D. Semblablement vous trouuerez G A, dont s'enſuit que A D ne ſera pas incogneu, en parties deſquelles le diametre fera 200000: mais en parties deſquelles A D fera 14, vous trouuerez que le diametre eſt $8\frac{46112}{61711}$: ce qui eſtoit à faire.

La ſupputation.

2)	135.36	2)	160 . . 32
	64.48		80 . . 16
	90		
	67.48		
	22.12		

Digitized by Google

37784 100000 100000
GH GF GF

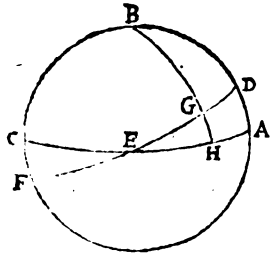
Viennent 264662 pour la longueur GD.

90
80.16
9.44.

GI GB GB
16906 --- 100000 --- 100000

Viennent 591506 pour GA, duquel ie leue 264662, reſtent pour AD 326844.

326844 --- 200000 ----- 14? Facit 8 $\frac{46311}{81711}$.



153. Item, quand le Soleil eſt au commencement de Taurus, combien eſt-il declinant de l'Equinoctial? Facit 11 degrez, & 30 minutes.

Soit le cercle Meridien ABC, l'Equinoctial D E F, le Pole du monde B, & l'arc B G H, paſſant le principe de Taurus, monſtre G H la declination du Soleil, lequel nous cherchons: & pour la trouuer, vous prendrez le triangle E G H, auquel le ſinus de l'angle droict H, ſe tient au ſinus de l'angle E (lequel nous mettons 23 $\frac{1}{2}$ degrez.) Tout ainſi que le ſinus de l'arc G E au ſinus de l'arc G H de ces 4 nombres, les 3 ſont cogneus: car l'angle H eſt droict, l'angle E fait 23 $\frac{1}{2}$, & l'arc GE fait 30 degrez; & par l'aide d'iceux vous trouuerez (par la ſeiziesme du ſixieſme) l'arc G H cherché.

La ſuppuration.

ED DA EG
90 ——— 23 . 30 ——— 30
100000 .. 39874 .. 500000.

Viennent 19937. Auquel reſpondent 11 degrez & 30 minutes pour l'arc G H declination du Soleil au commencement de Taurus: ce qu'il nous falloit faire.

154. Item, ſi le Soleil decline 11 degrez 30 minutes de l'Equinoctial, en quel ſigne eſt-il? Facit au premier degré du bœuf.

Digitized by Google

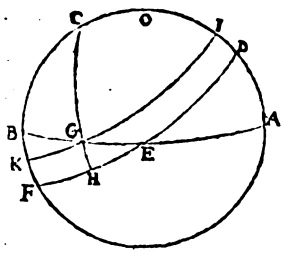
Pour respondre à cecy, nous prendrons la precedente figure auec tous ses cercles: & le Soleil en G declinant de l'Equinoctial par G H, & l'arc E G est incogneu, lequel nous trouuerons par l'aide du triangle E G H, auquel l'angle E (lequel fait 23 ½ degrez) se tient à l'angle droict H, tout ainsi que l'arc G H declination du Soleil, subtendant ledit angle E, à l'arc E G subtendant l'angle droict H, lequel nous cherchasmes. Les 3 sont donnez (car l'angle E fait 23 ½ degrez, estant la plus grande declination du Soleil, l'angle H qui est droict, & l'arc G H declination du Soleil,) & par la seiziesme du sixiesme vous trouuerez E G, lequel party par 30 trouuerez combien de signes & degrez le Soleil est distant du principe d'Aries.

Supputation.

23.30	90	11.30
D A.	D E	G H
39874....	100000 . .	19937.

Viennent 50000, dont l'arc fait 30 degrez, auquel correspond le premier de Taurus.

155. Item, si le Soleil est au commencement de Cancer, le premier veu du Soleil se fait sur l'Horizon à 39 degrez 50 minutes de l'Orient vers Septentrion: on demande la hauteur du Pole d'icelle contree? Facit 51 ½ degrez.



Soit pour exemple A C B le cercle Meridien, l'Equinoctial D E F, l'horizon A E B, le parallele de Cancer I G K, lequel couppe l'horizon en G, & l'arc E G s'appelle Amplitude orientale, le Pole du Monde C, & l'arc B C est l'esleuation du Pole qu'on demande. Pour la trouuer nous prendrons le triangle E G H, rectangle en H, auquel le sinus de l'arc E G se tient au sinus de G H, tout ainsi que l'angle droict H, à l'angle G E H: de ces 4 les 3 sont cogneus: car E G est l'amplitude ortiue donnee, G H est la plus grande declination du Soleil, & l'angle H est droict; donc par la seiziesme du sixiesme vous trouuerez l'angle G E H, auquel correspond l'arc F B, duquel le complément B C est la hauteur du Pole cherchee.

Digitized by Google

La ſupputation.

39. 50 ---- 23 ½ ---- 90
EG GH EB
64055 . . 39874 . . 100000.

Viennent 62249, auquel reſpondent 38 ½ degrez, duquel le complément 51 ½ donne ſolution de la demande.

156. Item, ſi le Soleil ſe cache ſous l'horizon au 39 degré 50 minutes de l'Occident vers minuict, & que la hauteur du Pole ſoit 51 ½ degrez; on demande en quel ſigne le Soleil eſt alors? Facit au principe de Cancer.

Soit gardé en la precedente figure l'ordre des cercles, comme deſſus, en laquelle G ſera le lieu du Soleil, diſtant de l'Equinoctial par l'arc G H, lequel eſt à trouuer. Pour ce faire nous prendrons le triangle E G H, rectangle en H, auquel le ſinus de l'angle droit H ſe tient au ſinus de l'angle G E H, tout ainſi que l'arc E G à l'arc G H. Les 3 ſont cogneus, car l'angle H eſt droict, & l'angle G E H eſt le complément de la hauteur du Pole, l'arc E G eſt l'amplitude ortiue: donc par moyen d'iceux l'on trouuera G H la declination du Soleil, & par icelle ſera cogneu le lieu du Soleil en l'Eclypticque, ce qu'eſtoit à faire.

La ſupputation.

90 . . 38 ½ . . 39. 50
EB BF EG
100000 -- 62249 -- 64055.

Viennent 39874, duquel l'arc fait 23 ½ degrez, ou le principe de Cancer.

157. Item, quand le Soleil eſt au commencement de Cancer, & que la hauteur du Pole eſt 51 ½ degrez: on demande combien eſt la difference aſcenſionale? facit 33 degrez 8 minutes, ou 2 heures & 12 minutes.

Soit la precedente figure en laquelle obſerueront toute la ſituation des cercles comme au premier; & ſoit le Soleil en l'horizon en G, du Pole C ſont tirez deux arcs ou quarts de cercles venans par G, lieu du Soleil en H, en l'Equinoctial, l'autre viendra en E poinct de l'Orient, & l'arc E H eſt appellé *differentia aſcenſionalis*, laquelle nous

Digitized by Google

conuient chercher. Prenons donc le ſuſdit triangle, auquel premierement faut auoir l'arc E G, amplitude ortiue, comme s'enſuit: L'arc B F, complément de la hauteur du Pole, ſe tient à B E ſinus entier, tout ainſi que G H, declination du Soleil, auec E G amplitude ortiue, lequel ayant par l'aide des 3 premiers cogneus, ſon complément G B ne ſera pas incogneu, auquel G C complément de la declination du Soleil, a proportion, tout ainſi C H ſinus entier à H F, complément de la difference aſcenſionnale, les 3 premiers donc cogneus, le quatrieſme H F, & par conſequent E H eſt cogneu.

La ſupputation.

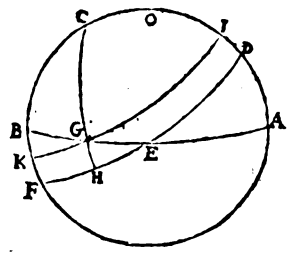
$38\frac{1}{2}$ — 90 — $23\frac{1}{2}$
BF BE GH
62249 — 100000 — 39874.

Viennent 64055, ſon arc 39,50, leué de 90, reſtera 50,10 pour B G.

90	90
$23\frac{1}{2}$	39.50
$66\frac{1}{2}$ —	50.10 — 90
CG	GB CH
91706 —	76791 — 100000.

Viennent 83736, ſon arc 56, 52, leué de 90, reſtent 33,8, pour la difference aſcenſionnale.

158. Si le Soleil ſe leue du matin à 3 heures & 48 minutes, & l'amplitude ortiue eſt 39 degrez 50 minutes de l'Orient vers le Septentrion: on demande, combien ſoit la declination du Soleil? facit $23\frac{1}{2}$ degrez.



Soit la precedẽte figure repetee auec tous ſes cercles comme au premier, le lieu du Soleil en l'horizon ſera en G, la declination de l'Equinoctial eſt G H, laquelle nous cherchons.

Premierement, nous trouuerons l'arc C G, comme s'enſuit: car l'arc H F, cogneu par le leuer du Soleil, ſe tient à l'arc G B, complément de l'amplitude ortiue, comme le ſinus entier C H, au ſinus de l'arc C G, complément de la declination du Soleil. Or puis que les 3 premiers termes ſont cogneus, le quatrieſme ne demourera pas incogneu.

Digitized by Google

Supputation.

3.48

15 12

45. 90
12 39.50

57 —— 50.10 —— 90
HF .... GB ... HC.
83867 —— 76791 — 100000.

Viennent 91698, duquel l'arc fait 66½ degrez pour C G, lequel leué de 90, reſtent 23½ pour la declination du Soleil.

159. Item, ſi le Soleil eſt en la fin de Gemini, & la difference aſcenſionnale 33 degrez 8 minutes: on demande, combien ſera l'amplitude ortiue? Facit 39 degrez 50 minutes.

Repetant la precedente figure auec ſes cercles, comme au premier, le lieu du Soleil en l'horizon ſera en G, en ſa plus grande declination de l'Equinoctial, lequel eſt G H 23½ degrez, & l'arc E H eſt la difference aſcenſionnale, l'arc E G eſt l'amplitude ortiue, laquelle nous cherchons; mais pour la trouuer chercherez premierement G B, complément de l'amplitude, comme s'enſuit: Par le Theoreme ſuſdit C H, ſinus entier ſe tient à H F complément de la difference aſcenſionnale, tout ainſi que C G, complément de la declination du Soleil, à G B complément de l'amplitude ortiue. Les 3 termes eſtans donnez, le quatrieſme ne ſera pas incogneu, lequel leué de 90, rend E G cogneu: lequel il nous falloit chercher.

Supputation.

90
90
33.8 23.30

90 .. 56.52 .. 66.30
CH HF CG.
100000. 83740. 91698.

Viennent 76791, dont l'arc fait 50 degrez & 10 minutes; leſquels oſtez de 90, reſtent 39 degrez 50 minutes pour l'amplitude ortiue.

160. Item,

Digitized by Google

160. Item, le Soleil eſtant au principe de Cancer, la difference aſcenſionnale eſt 33 degrez 8 minutes: on demande, combien y eſt la hauteur du Pole? facit 51 ½ degrez.

Pour reſpondre à cecy, vous prẽdrez encore la precedente figure, en laquelle vous obſeruerez toutes les denominatiõs, cõme au premier: Le Soleil donc ſera en G, & H E ſera la difference aſcenſionnale, E G l'amplitude, & C B ſera la hauteur du Pole que nous cherchons. Premierement, faut chercher G B, complément de l'amplitude ortiue, comme s'enſuit: C H ſe tient à H F, complément de la difference aſcenſionnale, comme C G complément de la declination à G B, complément de l'amplitude ortiue: ayant donc l'amplitude, icelle ſe tient à la declination du Soleil G H, comme le ſinus entier E B, au ſinus B F, complément de la hauteur du Pole cherchee. Les 3 ſont cogneus, le quatrieſme ſera donc cogneu par l'aide de la regle de proportion.

Supputation.

90	90
33. 8	23. 30

90 — 56. 52 — 66. 30

CH . . HF . CG

100000 — 83740 — 91698.

Viennent 76791, ſon arc fait 50 degrez 10 minutes, dont le complément fait 39, 50 pour l'amplitude ortiue.

39. 50 — 23. 30 — 90

EG GH EB

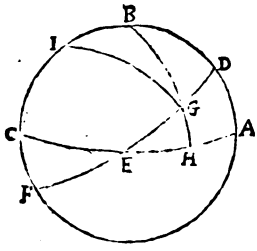
64055 . . 39874 . . 100000.

Viennent 62249, ſon arc fait 38 ½ degrez, lequel leué de 90, reſtent 51 ½ degrez pour la reſponce deſiree.

161. Item, le dixieſme degré du Taureau, auec quel degré ſe leue-il en la Sphere droicte? facit ſon aſcenſion droicte eſt 37 degrez, 35 minutes.

Soit le cercle Meridien A B C, l'equinoctial A E C, le Pole du Monde B, le Zodiac D E F, & ſoit le Soleil en G: ayant donc mené vn cercle hors du Pole B qui paſſe par G, iceluy monſtre au cercle equinoctial en H l'aſcenſion droicte, ou l'arc E H, lequel nous faut auoir.

Digitized by Google



Pour lequel trouuer, il nous faut premierement auoir l'arc G H, declination du Soleil, comme dessus, lequel ayant son complément B G, duquel le sinus a proportion auec le sinus de G D, complément de l'arc E G, lequel monstre la distance du Soleil du commencement d'Aries, tout ainsi que le sinus entier B H, à l'arc H A, complément de l'ascension droicte à trouuer. Or les 3 estans cogneus, la quatrieſme ne sera pas incogneuë, lequel leuë de 90. rendra la responce de la demande.

Supputation.

30.
10

90 — 40 — 23.30
ED. EG AD
100000. 64278 . 398274.

Viennent 25600, dont l'arc fait 14 degrez 50 minutes pour G H.

90 90
14.50 40

75. 10 — 50 — 90
BG. GD BH
96667 .... 76604. 100000.

Viennent 79246, son arc 52, 25, leué de 90 restent E H, 37 degrez 35 minutes.

162. Item, le trente-septieſme degré & trente-cinquieſme minute de l'equinoctial, auec quel degré respond-il en l'eclypticque? facit le dixieſme de Taurus.

Pour entendre cecy, il nous faut prendre la precedente figure, la gardant auec toutes ses denominations des cercles, comme au premier. Et en icelle est donnee l'arc E H, ascension droite; & l'arc E G est à trouuer; pour ce faire vous chercherez premierement l'angle E G H, comme s'ensuit.

Le sinus de l'angle droict H se tient au sinus de l'angle G E H, qui est la plus grande declination du Soleil, tout ainsi que le sinus du complément de l'arc E H, au sinus du complément de l'angle G E H.

Secondement, par le moyen dudit angle vous trouuerez l'arc requis E G, comme s'ensuit: le sinus d'iceluy angle G se tient au sinus

Digitized by Google

de l'angle droit H, tout ainsi que le sinus de l'arc E H, au sinus de l'arc E G. De ces 4 proportionnaux les 3 sont cogneus, & par l'aide de la seiziesme du sixiesme, le quatriesme à trouuer, ne sera pas incogneu.

Supputation.

90
37.35

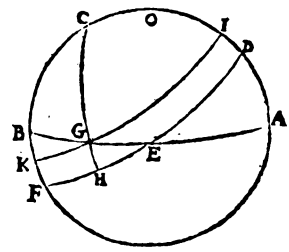
90 — 23.30 — 52.25
100000 — 39874 — 79246.

Viennent 31600, dont l'arc fait 18 degrez, 25 minutes, son complément 71 degrez 35 minutes monstre l'angle E G H.

71.35 — 90 — 37.35
E G H . . H . . E H
94878 . . 100000 . . 60991.

Viennent 64243, duquel l'arc fait 40 degrez du commencement d'Aries, auquel degré respond le dixiesme de Taurus.

163. Item, si la hauteur du Pole est 51 ½ degrez: on demande auec quel degré le Soleil se leue en icelle sphere, estant le Soleil en sa plus grande declination? facit 56 degrez 52 minutes, qui est son ascension oblique.



Soit A B l'horizon, D F l'equinoctial, I K le parallele du Soleil en sa plus grande declination. Or le Soleil sera en l'horizon en G, son ascension droite viendra en H, 90 degrez du principe d'Aries, son ascension oblique en E, moins que 90 degrez, pour autant sera E H difference ascensionnale à chercher.

Trouuons donc par la cent cinquante-septiesme question la difference ascensionnale: dont s'ensuit la supputation.

38.30	90	23.30
B F	B E	G H
62249	100000	39874.

Viennent 64055, son arc 39 degrez 50 minutes, rend E G l'amplitude ortiue cogneuë.

90	90	
23.30	39.50	
66.30	50.10	90

Digitized by Google

CG	GB	CH
91706	76791	100000.

Viennent 83736, duquel l'arc fait 56 degrez 52 minutes ſon complément, 33 degrez 8 minutes pour la difference aſcenſionnale. Laquelle és ſignes ſeptentrionnaux ſe doit leuer de l'aſcenſion droicte pour auoir l'oblique, & és meridionnaux au contraire les doit-on adjouſter. Or l'aſcenſion droicte de Cancer eſt 90 degrez, duquel ie leue 33 degrez 8 minutes reſteront les ſuſdits 56 degrez 52 minutes pour l'aſcenſion oblique, que nous cherchions.

164. Item, il y a vne ville en laquelle l'amplitude ortiue eſt 39 degrez & 50 minutes, & les plus grands iours y ont 16 heures & 24 minutes, combien eſt la hauteur du Pole en ladite place? facit 51 ½ degrez.

Si le iour entier fait 16 heures 24 minutes, la moytié fera 8 heures 12 minutes, duquel ie leue 6 heures, & le reſte 2 heures 12 minutes conuertie en degrez, donne 33 degrez pour la difference aſcenſionnale en icelle place.

Par la precedente figure ſera le Soleil en G, E H la difference aſcenſionnale, B C l'eſleuation du Pole, ſon complément B F, & le reſte tout comme au premier.

Premierement nous trouuerons par l'aide de ladite difference aſcenſionnale, & l'amplitude ortiue, (ſelon la cent cinquante-huitieſme queſtion) la declination du Soleil, comme la ſupputation enſuiuante le demonſtre.

90	90	
33.	39.50	
57	50.10	90
HF	GB	HG
83867	76761	100000.

Viennent 91698, ſon arc 66 ½ degrez, leué de 90, reſtent 23 ½ degrez, pour la declination du Soleil premierement à trouuer.

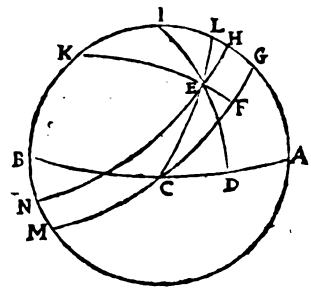
Secondement, par l'amplitude ortiue & declination du Soleil, ſelon la ſeconde partie de la 160. queſtion, vous trouuerez le complément de la hauteur du Pole à trouuer, comme s'enſuit.

39.50	23.30	90
EG	GH	EB
64055	39874	100000.

Digitized by Google

Viennent 62249, dont l'arc fait 38 $\frac{1}{2}$ degrez, lequel leué de 90 degrez, resteront 51 $\frac{1}{2}$ degrez pour la hauteur du Pole d'icelle place.

165. Item, il y a vne ville où le Soleil est haut à 9 heures deuant midy 45 degrez 42 minutes, & le Soleil est en sa plus grande declination de l'equinoctial: on demande combien est la hauteur du Pole d'icelle ville? Facit 51 $\frac{1}{2}$ degrez.



Soit en la presente figure A B l'horizon, & son Pole que les Arabiens appellent Zenith, en I le Pole du Monde, ou de l'equinoctial K, & soit le Soleil en E; ayant tiré vn cercle du Pole du Monde K, qui passe par le centre du Soleil, iceluy monstre en l'equinoctial en F, la distance du Soleil du midy par l'arc F G.

Item, tirant vn autre cercle de I par E, l'arc E D denote la hauteur du Soleil dessus l'horizon au cercle vertical I E D, tirons semblablement l'arc C E L, seruant à faire seulement la demonstration de la supputation.

Premierement, il nous faut trouuer l'arc E L, comme s'ensuit; le sinus entier K F se tient au sinus de l'arc F G distance du Soleil du midy, tout ainsi que K E, complément de la declination du Soleil, au sinus de l'arc E L: les 3 sont donnez, *Ergo* par la seiziesme du sixiesme sera le quatriesme E L trouué, lequel nous cherchasmes pour le premier.

Secondement, vous chercherez A L, comme s'ensuit; le sinus de l'arc C E complément de l'arc E L premierement trouué, se tient au sinus de l'arc E D, hauteur du Soleil dessus l'horison, tout ainsi que le sinus total C L, au sinus de l'arc A L; mais de ces 4 les 3 sont donnez, & par ainsi le quatriesme sera cogneu, lequel sera le second trouué.

Tiercement, vous trouuerez G L, comme s'ensuit: Le sinus de l'arc C E, complément du premier trouué, se tient au sinus de l'arc E F declination du Soleil (cogneu par l'hypothese) tout ainsi que le sinus entier de C L, au sinus de l'arc G L le dernier à trouuer: & d'autant que les 3 premiers termes sont cogneus, le quatriesme sera cogneu. Or puis que A L est cogneu par le second, duquel ostant G L le dernier trouué, il en restera A G complément de la hauteur du Pole, lequel nous cherchasmes.

Digitized by Google

Supputation.

12		
9		
3		
15		90
		23.30
45		
90	45.	66.30
KF	FG	KE
100000 .	70710 . .	91706.

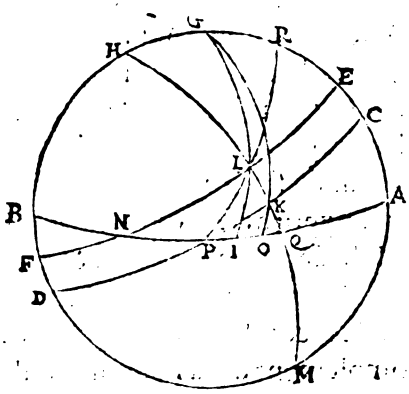
Viennent 64846, duquel l'arc fait 40 degrez 25 minutes pour EL.

90		
40.25		
49.35	45.42.	90
CE	DE	CL
76134.	71569	100000.

Viennent 94004, & son arc 70 degrez 4 minutes, pour l'arc AL.

49.35	23.30	90
CE	EF	CL
76134	39874 . .	100000.

Viennent 52376, son arc 31 degrez 34 minutes, lequel ie tire de 70 degrez 4 minutes, & restent 38 $\frac{1}{2}$ degrez, son complément 51 $\frac{1}{2}$ donne solution à la demande.



166. Item, si la hauteur du Pole est 51 $\frac{1}{2}$ degrez, à 3 heures apres midy est la hauteur du Soleil dessus l'horizon 45 degrez 42 minutes: on demande combien estoit la declination du Soleil? facit 23 $\frac{1}{2}$ degrez.

Soit en ceste figure AB l'horizon, CD l'equinoctial, le parallele du Soleil EF, & soit le Soleil en L: l'arc CK monstre la distance du Soleil du Meridien, & IL est la hauteur dessus l'horizon: mais de G nous menons des cercles verticaux

par K & L, lesquels sont C O, & C I: semblablement auons tiré de P par L le cercle P L R, & par K le cercle H R Q couppant l'horizon en Q, & ces cercles seruent seulement à faire la demonstration.

Premierement, vous trouuerez K O, comme s'ensuit: comme le sinus total de P C se tient auec le sinus de l'arc A C, complément de la hauteur du Pole: ainsi le sinus de l'arc P K, complément de la distance du Soleil du midy, auec le sinus K O premier trouué: car les 3 termes premiers sont cogneus, & par l'aide de la regle de proportion vous trouuerez ledit premier trouué K O.

Secondement, vous chercherez K Q, comme s'ensuit. Or d'autant que l'angle H K G est egal à l'angle O K Q, l'arc K O sera complément de l'angle K Q O: Le sinus dudit angle se tient au sinus de l'angle K P A, hauteur de l'equinoctial, tout ainsi que le sinus de l'arc P K au sinus de l'arc K Q: & pource que desdicts termes les 3 sont cogneus, le quatriesme sera semblablement cogneu, & par ce moyen K Q le second cherché est trouué.

Tiercement, vous chercherez L Q, comme s'ensuit: & prendrez le triangle I L Q, auquel le sinus de l'angle Q secondement trouué, se tient au sinus de l'angle I droict, tout ainsi que le sinus de l'arc I L (cogneu par l'hypothese pour estre la hauteur du Soleil dessus l'horizon à 3 heures depuis midy, comme veut la question) au sinus de l'arc L Q le dernier cherché: mais ayant trouué cedit arc L Q par l'aide des 3 premiers termes cogneus, tu leueras l'arc K Q le second trouué, de l'arc L Q le dernier trouué, & il en restera K L, la declination du Soleil, laquelle estoit proposée à chercher.

Supputation.

			3
	90	90	15
	51.30	45	
			45
90	38.30	45	
PC	CA	PK	
100000	62251	70710.	

Et viennent 44017, duquel l'arc fait 26 degrez 7 minutes pour K O.

Digitized by Google

90
26.7

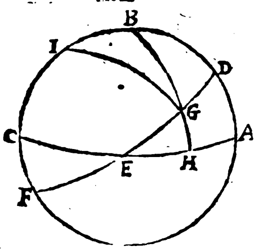
63.53	45	38.30
PQK.	PK	KPQ
89789	70710	62251.

Viennent 49023, dont l'arc 29,21, rend K Q cogneu.

63.53	45.42	90
PQK	LI	QIL
89789.	71569.	100000.

Viennent 79708, duquel l'arc fait 52 degrez 51 minutes, pour L Q, maintenant ostez 29,21, de 52,51, & restent 23 $\frac{1}{2}$.

167. Item, quand le Soleil est au commencement d'Aries, qu'on dit equinoxe, on demande combien sera haut le Soleil à 10 heures deuant midy, quand la hauteur du Pole est 51$\frac{1}{2}$ degrez facit 32 degrez 37 minutes.



Soit le cercle Meridien A B C, l'equinoctial D E F, l'horizon sera A E C, le Pole du Monde I, celuy de l'horizon B, & si le Soleil est en G, au cercle equinoctial D G, sera la distance du Meridien, & G H la hauteur du Soleil, au cercle equinoctial B G H, dessus l'horizon, lequel est à trouuer.

Pour faire cecy, il est certain par le premier Theoreme, que le sinus de l'arc E D, est au sinus de l'arc A D, hauteur de l'equinoctial, ainsi que le sinus de l'arc E D complément de la distance du Soleil du midy, au sinus de l'arc G H: mais puis que les 3 premiers termes sont cogneus, le quatriesme sera manifesté par la seiziesme du sixiesme.

Supputation.

12
10

2
15 90

30 30

90 .... 38.30 60

ED	AD	EG
100000	62251	86602.

Viennent 53910, ſon arc eſt 32 degrez 37 minutes pour la hauteur du Soleil au principe d'Aries à l'heure propoſee.

168. Item, ſi le Soleil eſt à 2 heures apres midy haut 32 degrez 37 minutes, & les iours ſont egaux aux nuicts: on demande, combien la latitude d'iceluy païs ſera? facit 51 ½ degrez.

En la precedente figure nous cherchons l'arc D B, lequel ſe trouuera comme s'enſuit: l'arc E G ſe tient au ſinus de l'arc G H, tout ainſi que le ſinus entier E D, au ſinus de l'arc D A, hauteur de l'equinoctial: les 3 eſtans cogneus, par la ſeizieſme du ſixieſme D A ſera cogneu, & par conſequent ſon complément B D, lequel eſtoit à chercher.

Supputation.

2
15

90 30
30

60 .... 32.37 90
86602 53910 .. 100000

Viennent 62251, ſon arc 38 ½ leué de 90 reſtent 51 ½.

169. Item, le Soleil eſt en l'equinoxe haut deſſus l'horizon 32 degrez 37 minutes: on demande, quelle heure il eſt, la hauteur du Pole eſtant 51 ½ degrez? facit 2 heures apres ou 10 deuant midy.

En cecy eſt queſtion de trouuer l'arc D G en la precedente figure, lequel ſe fera comme s'enſuit; comme le ſinus de l'arc A D eſt au ſinus entier D E, tout ainſi que le ſinus G H, au ſinus G E: les 3 premiers ſont cogneus, & par ainſi G D ne ſera incogneu.

Supputation.

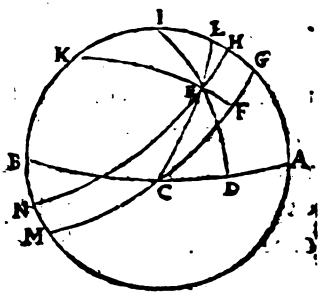
90
51.30

38.30	90	32.37
62251.	100000	53910.

Digitized by Google

Viennent 86602, dont l'arc eſt 60 degrez, lequel oſté de 90 degrez reſtent 30 degrez, qui font 2 heures.

170. Item, quand les iours ſont les plus longs, & que l'eſleuation du Pole eſt 51 ½ degrez: on demande la hauteur du Soleil à 9 heures deuant midy, ou à 3 heures apres midy? facit 45 degrez & 42 minutes.



Soit en la preſente figure le cercle Meridien A I B, l'equinoctial G C, l'horizon A C B, le Pole du Monde K, celuy de l'horizon I, le cercle vertical, paſſant par le centre du Soleil E, tombe ſur l'horizon en D; de ſorte que l'arc A D eſt l'Azymuth du Soleil pour lors, & D E eſt la hauteur du Soleil, que nous cherchons.

Pour donc trouuer iceluy arc, vous ferez comme s'enſuit: car ie tire premierement de C par E vn cercle, lequel couppe le Meridien en L: Et l'arc E L ſera le premier cherché. Le ſinus entier, qui eſt de l'arc K F ſe tient au ſinus de l'arc G F, diſtance du Soleil du midy, tout ainſi que le ſinus de l'arc E K, complément de la declination du Soleil, au ſinus de l'arc E L par le premier Theoreme. Or les 3 ſont cogneus, & par conſequent le quatrieſme E L ſera cogneu, & ſon complément C E premier trouué.

Secondement, vous chercherez G L, lequel ſe trouue ainſi, la proportion de E C premier trouué à E F declination du Soleil, tout ainſi que le ſinus entier C L a proportion auec le ſinus de l'arc G L: mais de ces 4 termes proportionnaux les 3 ſont cogneus, & par la ſeiziesme du ſixieſme, le quatrieſme ſemblablement. Or ſi G L eſt cogneu, & A G la hauteur de l'equinoctial, A L ſera cogneu le ſecond trouué.

Tiercement, vous verrez par ledit premier Theoreme, que le ſinus total de C L a proportion du ſinus A L le ſecond trouué, tout ainſi que le ſinus de C E premier trouué, au ſinus de l'arc E D, hauteur du Soleil à l'heure propoſee. Or les 3 premiers termes eſtans cogneus, la regle de proportion rendra le quatrieſme cogneu.

Supputation.

3
15

Digitized by Google

90 ...	45	66.30
KF	EG	KE
100000	70710	91706

Viennent 64845, son arc 40 degrez 25 minutes pour E L son complément 49, 35, pour l'arc C E.

49.35	23.30	90
CE	EF	CL
76134.	39874.	100000.

Viennent 52373, dont l'arc fait 31 degrez 35 minutes pour G L, auquel i'adiouste l'arc A G, 38 degrez 30 minutes, & en viennent 70 degrez 5 minutes pour A L.

90	70.5	40.35
CL	AL	CE
100000.	94018.	76134.

Viennent 71579, son arc 45 degrez 42 minutes, monstrent la hauteur du Soleil cherché.

Item, s'il est question de trouuer l'azymuth du Soleil, c'est à dire, combien le cercle vertical du Soleil est distant du Meridien, lequel est en la figure precedente l'arc A D, vous trouuerez comme s'ensuit.

Le complément du Soleil est K E, duquel le sinus a proportion au sinus E L premierement troqué, tout ainsi que le sinus total I D, au sinus de l'arc A D azymuth du Soleil: les 3 sont cogneus, & le quatrieſme semblablement par le moyen de la seizieſme du sixieſme.

90		
45.42		
44.18.	40.25	90
IE	EL	ID
69841	64845.	100000.

Viennent 92847, son arc fait 68 degrez 12 minutes pour l'azymuth du Soleil.

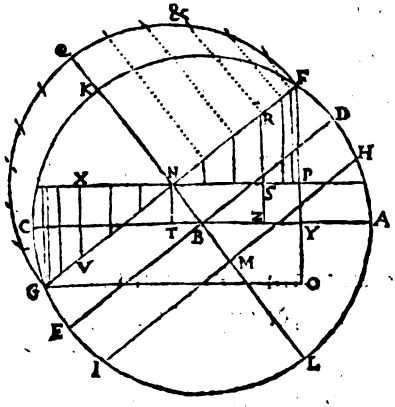
Vous pourrez encore practiquer cecy par vne autre voye plus commode: car I E a proportion auec E K complément du Soleil, comme l'angle K, à l'arc A D, subtendant l'angle I.

44.18	66.30	45
IE	EK	FG
69841.	91706.	70710.

Viennent 62849, son arc fait 68 degrez 12 minutes pour A D, di-

Digitized by Google

ſtance du cercle vertical du Soleil de la ligne Meridienne.



Item, d'autant que les cylindres, quadrans, anneaux, & autres horloges pendillans, ne ſe peuuent faire ſans auoir la hauteur du Soleil à toute heure par toute l'annee: Nous auons bien voulu appliquer en ceſt endroict vne maniere plus facile que la precedente, par laquelle auec bien peu de trauail vous pourriez facilement faire vne table de la hauteur du Soleil à toute heure: la maniere eſt telle.

Premierement, vous prendrez la hauteur de l'equinoctial A D, à laquelle adiouſterez la declination du Soleil au ſigne propoſé, & la ſomme A F, monſtre la hauteur du Soleil au midy, & ſemblablement la leuerez dudit arc A D, & il reſtera A H, ou bien (qui eſt egale à iceluy) C G, hauteur Meridienne, au ſigne oppoſite, le ſinus de l'vne hauteur qui eſt F Y, adiouſterez au ſinus de l'autre Y O, & la ſomme F O, vous partirez en deux egalement en P, dont la moytié F P s'appelle le premier trouué: d'iceluy premier trouué vous leuerez Y O, ſinus de la moindre hauteur, & le reſte P Y ſera appellé le ſecond trouué. Or ayant marqué le parallele Septentrionnal du Soleil qui eſt F G, & le Meridionnal H I, de F en N ſeront ſix heures, & autres ſix de N en G: puis ie dy par la quatrieſme du ſixieſme, que le ſinus total N F, ſe tient au ſinus N R, ſinus du complément de la diſtance du Soleil du Meridien, tout ainſi que le premier trouué, au tiers trouué R S. Or ſi le Soleil eſt Septentrionnal, audit R S, vous adiouſterez le ſecond trouué, & il en viendra R Z, ſinus de la hauteur du Soleil: mais ſi le Soleil eſt Meridionnal, tu leueras ledit ſecond trouué du tiers trouué, & reſtera comme auparauant le hauteur de Soleil à l'heure propoſee.

Par ce moyen vous trouuerez deux choſes enſemble, à ſçauoir la hauteur du Soleil en vn ſigne Septentrionnal, & au ſigne Meridionnal oppoſite.

La Regle eſt telle, multipliez touſiours le premier trouué auec le ſinus du complément de la diſtance du Soleil du midy, & vous partirez le produit par le ſinus total. Au produit vous adiouſterez le ſecond trouué, ſi le ſigne du Soleil eſt boreal: mais pour le ſigne Me-

Digitized by Google

ridionnal le soustrairez, & le reste sera le sinus de la hauteur du Soleil cherchee.

Supputation.

Nous ferons la precedente question par vne seule regle, ce que nous n'auons peu faire moins que par 3 regles, selon la precedente regle des triangles spheriques.

$38\frac{1}{2}$	$38\frac{1}{2}$	88294	57087
$23\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{2}$	25881	25881
62.	15	114175	31206
88294.	25881.	57087.	

Le premier trouué est 57087, & le second 31206.

100000 .... 70710 .... 57087.

Viennent 40366, tiers trouué.

40366	40366
31206	31206
71572	9160.

Par ainsi ie trouue 71572, dont l'arc fait 45 degrez 42 minutes pour la hauteur du Soleil à 3 heures apres midy, le Soleil estant en Cancer.

Mais pour la hauteur du Soleil au signe opposite, qui est Capricornus, à la mesme heure il en vient 9160, dont l'arc est 5 degrez 15 minutes.

Voyez donc que par ceste maniere ie fais par vne regle, ce que l'autre maniere n'a peu faire moins qu'à six regles, & telle briefueté vsons semblablement à supputer les Azymuthz, comme le precedent le demonstre.

Notez, que ceste question se peut soudre semblablement par vne autre voye, laquelle auons trouuee premierement en vn vieil exemplaire escrit d'vn Sarazin, translaté en Latin par Leopolde Austraic, & depuis au liure de Radio astronomico de Gemme Phrisius, lequel allegue Albategne, qu'on dit Mahomet Aratense, pour l'auoir trouué premierement chez iceluy, laquelle maniere est quasi autant aisee que ceste premiere.

Item, Iean de Monterege au liure de ses obseruations monstre encore vne autre voye aussi tresbonne, mais pour la briefueté les auons obmises: & toutes ces manieres se font par triangles plains: car par les spheriques elles sont plus fascheuses.

Digitized by Google

171. La teneur de ceſte cent ſeptante-vnieſme queſtion eſt de mot en mot ſemblable à la cent ſoixante huitieſme, & pour remplir le lieu vuide auons mis vne fort ſpeculatiue miſe par Monterege.

Il y a vne arc en l'eclypticque, qui ſurpaſſe le plus ſon aſcenſion droicte: on demande, où termine iceluy? facit au ſeizieſme degré 14 minutes de Taurus.

Monterege demonſtre que le complément de la declination de la fin d'iceluy arc eſt le milieu proportionnal entre le complément de la plus grande declination du Soleil, & le ſinus total.

Supputation.

Le complément de la plus grande declination du Soleil eſt 66 degrez 30 minutes ſon ſinus 91706, multiplié par le ſinus total viennent 9170600000, dont la racine quarree eſt 95763, duquel l'arc fait 73 degrez 16 minutes, ſon complément 16 degrez 44 minutes, qui eſt la declination de la fin dudit arc, à trouuer, auquel par la cent cinquante-troiſieſme queſtion reſpond, le ſeizieſme degré 14 minutes de Taurus.

Item, ſi l'aſcenſion droicte & l'arc eclypticque enſemble font 36 degrez 30 minutes: on demande, combien chacun fait à par-ſoy?

Par la precedente maniere vous trouuerez que la plus grande difference eſt 2 degrez 28 minutes, dont le ſinus eſt 4303, & le ſinus de la ſomme premiſe eſt 59482.

100000——4303——59482.

Viennent 2576, dont l'arc eſt 1 degré 29 minutes, difference entre l'aſcenſion & l'arc eclypticque.

17.30.30	36.30
1 29	1. 29
	35.1
Arc eclypt. 18. 59.30	17.30.30, aſcenſion droicte.

172. Item, ſi la hauteur du Pole eſt 51 ½ degrez, & le Soleil en ſa plus grande declination, la demande eſt à quelle heure le Soleil eſt haut 45 degrez 42 minutes, Facit à 3 heures deuant midy.

Pour reſpondre à cecy prenez la ſeconde figure de la 170. queſtion: & ayant trouué le premier trouué, ſemblablement le ſecond, prenez le ſinus de la hauteur du Soleil, duquel vous oſterez le ſecõd

Digitized by Google

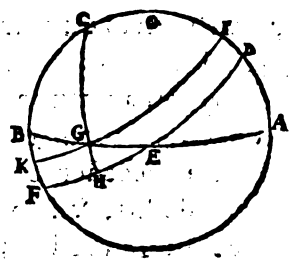
trouué, & le reſte ſera le troiſieſme trouué. Or le premier trouué a proportion à ce troiſieſme trouué tout ainſi quele ſinus total au ſinus du complément de la diſtance du Soleil du midy.

Supputation.

71572
31206
57087 ——— ——— ——— 100000
40366

Viennent 70710, dont l'arc fait 45 degrez, ſon complément ſemblablement 45 degrez, leſquels ſont 3 heures apres midy, ou 9 heures deuant midy.

173. Item, il y a ville où le Soleil declinant de l'equateur par 15 degrez 12 minutes, le iour eſt de 14 heures: on demande combien eſt la hauteur du pole de ceſte ville-là? Facit 42 degrez 16 minutes.



Soit repetee la figure de la 163. prop. en laquelle eſt le Meridien A B C D, l'horizon A E B, l'equinoctial D E F, & I G K le parallele du Soleil; tellement que le Soleil eſtant en G, G I ſera l'arc de la moytié du iour; & du pole du monde C vienne C G H: l'aſcenſion droicte du Soleil viendra en E, ſon aſcenſion oblique en H, & partant E H ſera la difference aſcentionnale, & G H la declination du Soleil, & l'arc B C eſt la hauteur du pole qu'il faut chercher: & pour la trouuer faut premierement auoir l'arc E H de la difference aſcentionnale comme enſuit: puis que le iour eſt de 14 heures, l'arc de l'equateur D H ſera de 105 degrez, & D E eſt de 90 degrez, qui oſtez de 105, reſteront 15 degrez pour l'arc E H premier trouué.

2) 14 15 105
7 7 90
105 15 pour l'arc E H.

Secondement faut trouuer l'amplitude Orientale E G, comme s'enſuit: Au triangle rectangle E G H, le ſinus total ſe tient à H F complément du premier trouué E H, tout ainſi que C G complément de la declination à G B, complément de E G ſecond trouué.

Digitized by Google

	90	90
	15	15. 12.
90	75.	74. 48.
	HF	GC.

100000 . . . 96593 . . . . . 96502.

Viennent 93514, dont l'arc fait 69 degrez 15 minutes, & son complément 20 degrez 45 minuttes pour l'arc E G.

Tiercement, le second trouué E G se tient au sinus total, ainsi que le costé G H à l'angle E egal à l'arc B F, & par ainsi les 3 estans cogneus, le quatriesme sera aussi cogneu, qui leué de C F, restera C B, lequel il falloit chercher.

20. 45.		90	15. 12
EG		H	GH

35429 . . . . 100000 . . . . 26219.

Viennent 74005, auquel correspondent 47 degrez 44 minuttes pour l'arc F B, qui osté de l'arc F C 90, restent 42 degrez 16 minuttes pour la hauteur du pole cherché.

174. Plus, il y a vne ville en laquelle le plus long iour est 16 heures & demy: on demande combien est la hauteur du pole d'icelle? Facit 51 degrez 57 minuttes.

Soit la precedente figure en laquelle retiendrons tous ses cercles, comme dessus, & le poinct G en l'horizon soit le lieu du Soleil au solstice estiual, par lequel du pole du monde C descende le quart de cercle C G H: & puis que le plus grand iour d'Esté est donné, l'arc semi-diurne du Soleil G I sera cogneu, & par consequent l'arc de l'equateur D H qui luy est semblable, & aussi l'arc E H, (car iceluy est la difference ascentionnalle) & l'arc G H est la plus grande declination du Soleil: parquoy le triangle rectangle E G H a les deux arcs G H & H E cogneus, & partant comme en la precedente proposition la hauteur du pole B C sera cogneuë.

Supputation.

2) 16.30.		15	123. 45.
8. 15.		120	9.
		3. 45.	33. 45. pour l'arc E H.
		123. 45.	

Digitized by Google

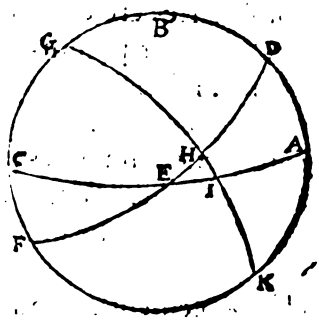
	90	90
	33.45.	23.30
90	56.15.	66 30
	HF	GC
	100000 . . 83147 . .	91706.

Et viennent 76251, dont l'arc fait 49 degrez 41 minuttes, & partant son complément sera 40 degrez 19 minuttes pour l'arc E G.

40.19.	90.	23.30.
EG.	H	GH
64701 . . .	100000	39875.

Viennent 61630, dont l'arc fait 38 degrez 3 minuttes, & son complément 51 degrez 57 minuttes sera pour l'arc B C, qui est la hauteur du pole cherchee.

175. Item, il y a vne sphere mise à la hauteur du pole 51 ½ degrez, & du pole vient vn cercle horaire, lequel couppe l'horizon; de sorte qu'entre ce entre-croisseмēt & le cercle Meridien, il y a 30 degrez de l'horizon : on demande la longueur de l'arc depuis le pole iusques en l'horizon? facit 122 degrez 37 minuttes.



Soit en la sphere presente le cercle Meridien A B C, l'horizon A E C, l'equinoctial D E F, son pole G, & par iceluy vient vn cercle horaire G H I K, couppant l'horizon en I, & l'arc A I fait 30 degrez selon la question : la demande est, combien sera l'arc G I?

Pour trouuer ledit arc, nous prendrons le triangle E H I, auquel l'angle droict H se tient à son arc oppoſite I E complément de l'arc A I, tout ainsi que l'angle E, egal à la hauteur de l'equinoctial, se tient à l'arc H I; mais cecy s'entendra des sinus d'iceux arcs.

Or puis que des 4 termes proportionnaux les 3 premiers sont donnez, le quatrieſme sera cogneu : ayant donc l'arc I H, lequel adiousté à l'arc G H quart d'vn cercle, tout l'arc GHI sera trouué; ce qu'il nous faloit faire.

Digitized by Google

Supputation.

90	90
30	$51\frac{1}{2}$

90 .... 60 .... $38\frac{1}{2}$

100000 ... 86602 ... 62251,

Viennent 53910, dont l'arc fait 32 degrez 37 minutes; iceluy adiousté à 90 degrez, viennent 122 degrez 37 minuttes.

176. Item, il y a vne sphere à la hauteur du pole $51\frac{1}{2}$ degrez, sur la mesme ie trouue par le Soleil qu'il est 2 heures 26 minutes apres midy: on demande, combien de degrez le cercle horaire monstrant icelle heure, est distant sur l'horizon, de la ligne du midy? facit 30 degrez.

Soit en la precedente figure l'arc D H, lequel fait 2 heures 26 minutes, ou bien 36 degrez 30 minutes, l'arc A I sur l'horizon monstre combien le cercle horaire G H K, est distant du midy A; Pour lequel trouuer prendrons autrefois le triangle I H E, auquel l'angle droict H se tient à l'angle E hauteur de l'equinoctial, tout ainsi que le complément H E, au complément de l'angle I: mais cecy se doit entendre des sinus; les 3 estans cogneus, le quatriesme sera cogneu, & par consequent l'angle I.

Secondement l'angle I se tient à son arc subtendant E H, tout ainsi que l'angle droict H à l'arc I E subtendant l'angle droict. Cecy se doit semblablement entendre des sinus. Or I E cogneu, son complément A I sera manifeste ce que nous cherchions.

Supputation.

90 .... $38\frac{1}{2}$ .... $36\frac{1}{2}$

100000 ... 62251 ... 59482.

Viennent 37028, son arc fait 21 degrez 44 minutes.

90	90
21.44	36.30
68.16	53.30
92891	80568 100000.

Viennent 86602, son arc fait 60 degrez, lesquels ie leue de 90 re-

V

Digitized by Google

ſtent pour l'arc A I 30 degrez, & cecy ſert pour trouuer les arcs à faire les heures ſur l'horloge horizontal.

177. Item, il y a vn horloge horizontal fait à l'eſleuation du pole 51 ½ degrez, ſur lequel ie trouue l'ombre 30 degrez diſtante de la ligne Meridienne de Septentrion vers Orient: on demande, quelle heure le ſtile monſtroit? facit 2 heures 26 minutes apres midy.

En la precedente figure fait l'arc A I 30 degrez, & ſon complément I E ſera donc 60: mais l'arc D H eſt incogneu, lequel ſe pourra trouuer comme s'enſuit.

Premierement, au triangle I H E nous chercherons l'arc I H, comme l'angle droict H ſe tient à l'angle E, hauteur de l'equinoctial, tout ainſi l'arc I E ſe tient à l'arc I H, lequel ayant par l'aide des 3 premiers termes donnez, vous prendrez ſon complément I K.

Secondement, I K a proportion auec A I premier cogneu, tout ainſi que le ſinus total H K, a proportion auec D H: mais tout cecy vous entendrez du ſinus des arcs.

Ayant donc D H, iceluy monſtre combien d'heures ſont paſſees depuis midy, & ſera la reſponce de la queſtion.

Supputation.

90	90
51.30	30

90 .... 38.30 60

100000 .. 62251 ..... 86602.

Viennent 53910, ſon arc fait 32 degrez 37 minutes pour l'arc I H.

90
32.37

57.23 .... 30 90

I K I A K H

84429 .. 50000 .. 100000.

Viennent 59482, ſon arc fait 36 degrez 30 minutes, leſquels conuertis en heures par 15 donnent 2 heures 26 minutes.

178. Item, il y a vne ſphere, ſur laquelle ie trouue qu'il eſt 9 heures 24 minutes deuant midy. Or le cercle horaire d'icelle heure couppe l'horizon: de ſorte qu'entre le midy, & cedit cercle il y a ſur l'horizon 30 degrez: on demande, à quelle hauteur icelle ſphere eſtoit miſe? facit 51 ½ degrez.

Digitized by Google

Pour respondre à cecy, il nous faut leuer 9 heures 34 minutes de 12 heures, & il resteront 2 he. 25 mi. lesquelles reduites en degrez de l'equateur par 15, vient 36 $\frac{1}{2}$ degrez, & pour autant est le Soleil encores distant du midy. Or prenant la precedente figure l'arc D H fera 36 $\frac{1}{2}$ degrez, duquel le sinus a proportion au sinus entier H K, tout ainsi que le sinus de l'arc A I, lequel par l'hypothese fait 30 degrez, a proportion auec le sinus de l'arc I K, lequel trouué, son complément I H sera cogneu.

Secondement, le sinus de l'arc I E (complément de A I) a proportion auec le sinus I H, tout ainsi que le sinus total E A auec le sinus de l'arc A D: lequel trouué, son complément D B sera manifeste.

Supputation.

12
9.34
2.26

36.30	90	30
D H	H K.	A I
59482	100000	50000.

Viennent 84429, dont l'arc fait 57.23.

90	90	
30	57.23	
60	32.37	90
I E	I H	E A
86602	53910	100000.

Viennent 62251, dont l'arc fait 38 $\frac{1}{2}$ degrez, son complément 51 $\frac{1}{2}$ sera la solution de la question.

179. Item, la longitude d'Auguste est 33 degrez, & celle d'Anuers 26 degrez 36 minutes: on demande, en quelle ville il est plustost midy, & par combien de temps? Facit en Auguste il est 25 minutes d'vne heure plustost midy qu'en Anuers.

S'ensuit la supputation.

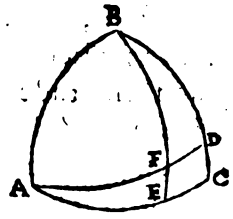
33.
26.36
6.24.

Digitized by Google

6. 24. (9
4 24
——— 15 } 1 . . 9
24 4
1 . . . 36 36
———

Facit 25 minutes 36 secondes.

180. Item, il y a vne ville sous l'equinoctial, & vne autre distante d'iceluy 60 degrez: on demande, combien soit leur distance quand elles different au midy vne heure? facit 917 lieuës.



Soit A C le quart de l'equinoctial, auquel est la ville A, & vne autre F, & le pole du monde B; le Meridien du lieu A, est B A; celuy de F est B E; la difference de leur longitude est A E d'vne heure, ou 15 degrez; l'arc A F est la distance que nous cherchons.

Le sinus total B E se tient au sinus C E, complément de la difference des longitudes, tout ainsi que B F, complément de la seconde ville, au sinus D F, complément de leur distance.

Supputation.

90
15
———
90 . . . . 75 30
BE CE BF
100000 96592 50000.

Viennent 48296, dont l'arc fait 28 degrez 53 minutes, son complément 61 degrez 7 minutes, lesquels par 15 font 916 ¾ lieuës pour la distance.

181. Item, il y a vne ville sous l'equinoctial, & vne autre distante d'icelle 917 lieuës: on demande, combien le pole est haut en la seconde ville, quand leur longitude differe 15 degrez? facit 60 degrez.

En la precedente figure l'arc A F est cogneu, mais nous cherchons E F, lequel se trouuera ainsi: le sinus C E, complément de la difference des longitudes, se tient au sinus total B E, comme le sinus complément de D F, complément de la distance, au sinus B F, la hauteur du pole de la deuxiesme ville.

Digitized by Google

Supputation.

Item, 917 font 61 degrez 7 minutes, son complément 28. 53.

90		
15		
75	90	38. 53
96592	100000	48296.

Viennent 50000, dont l'arc 30 leué de 90, le reste 60 degrez est la hauteur du pole.

182. Item, il y a vne ville sous l'equinoctial, & vne autre distante d'icelle 917 lieuës: on demande, combien elles different au midy, quand la latitude de la seconde ville est 60 degrez?

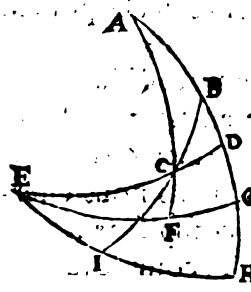
En la precedente figure l'arc A F est cogneu, & par consequent son complément, auquel le sinus de l'arc B F complément de la latitude de la seconde a proportion tout ainsi que le sinus total au sinus de l'arc C E, complément de la difference des longitudes.

Supputation.

Les 917 lieuës font 61 degrez 7 minutes.

90	90	
60	61. 7	
30	28. 53	90
50000	48296	100000.

Viennent 96592, dont l'arc fait 75 degrez, & son complément 15 monstre que ces deux villes different au midy par vne heure.



183. Item, il y a deux villes Septentrionnales, l'vne est distante de l'Equateur 30 degrez, & la hauteur du pole de l'autre est 66 degrez, & la difference de leurs longitudes est 38 $\frac{1}{2}$ degrez: on demande, combien de lieuës icelles sont distantes? facit 643 $\frac{4}{5}$ lieuës.

Item, ceste question est du tout semblable à la precedente 179. partant auons obmise la demonstration, comme chose inutile, de repeter tant de fois ce que nous auons suffisamment declaré audit lieu.

Digitized by Google

Supputation.

90	38.30	60
AF	FG	AC
100000	62251	86602.

Viennent 53910, ſon arc fait 32 degrez 38 minutes, & ſon complément C E 57 degrez 22 minutes.

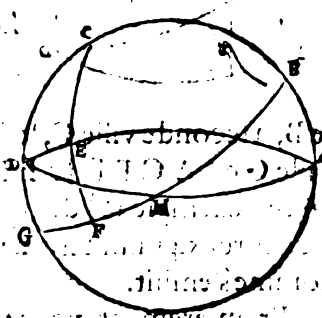
57. 22.	30	90
EC	CF	ED
84213	50000	100000.

Viennent 59373, ſon arc fait 36 degrez 26 minutes, auec l'arc G H 24 degrez, il fait 60, 26.

90	60. 26	57. 22
ED	DH	EC
100000	86978	84213.

Viennent 73246, dont l'arc fait 47 degrez 6 minutes pour C I, ſon complément 42 degrez 54 minutes rend l'arc B C cogneu, diſtance des 2 villes, leſquels multipliez par 15, font 643 $\frac{1}{2}$ lieuës.

184. Item, il y a vne ſphere miſe à la hauteur du pole 51 $\frac{1}{2}$ degrez, à laquelle eſt mis le cercle de la poſition en ſorte que ce pole eſt oſleué ſur iceluy 32 degrez 9 minutes: on demande, quel degré de l'equinoctial reſpond à ceſte hauteur? ſadit 6 degrez.



Soit le cercle Meridien A B C D, l'equinoctial B H G, le pole du monde C, le cercle de la poſition D E A, la hauteur du pole ſur ledit cercle eſt determinee par l'arc C E, lequel monſtre en l'equinoctial F. Or l'arc F G eſt l'arc cherché.

Premierement, nous faut trouuer E D comme s'enſuit: le complément de l'arc C E ſe tient au complément de l'arc C D, tout ainſi que le ſinus total au complément de l'arc E D. Or les 3 ſont cogneus, car C E eſt 32 degrez 9 minutes, & C D 51 $\frac{1}{2}$ degrez: mais tout cecy ſe doit entendre des ſinus, & non des arcs.

Secondement, C D ſe tient à D E, tout ainſi que le ſinus total à F G: cecy s'entendra ſemblablement de leurs ſinus.

Digitized by Google

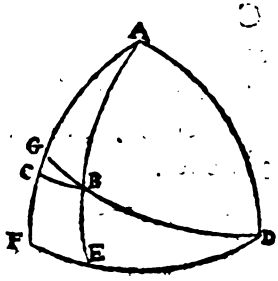
Supputation.

90		90
32.9		51.30
57.51	90	38.30
84665	100000.	62251.

Viennent 73526, dont l'arc fait 47 degrez 20 minutes, & ſon complément 42,40.

51.30	42,40	90
CD	ED	CG.
78260	67773	100000.

Viennent 86600, dont l'arc fait 60 degrez pour F G.



185. Item, il y a deux villes Septentrionnales, l'vne eſt diſtante de l'equinoctial 66 degrez, & la difference de leurs longitudes eſt 38 ½ degrez, & la diſtance de l'vne à l'autre lieuës 643 ½: on demande, combien eſt la hauteur du pole de la ſeconde ville? facit 30 degrez.

Soit le pole du monde A, la premiere ville B, la ſeconde ville C, le Meridien de la ville B eſt A B E, celuy de la ville C eſt A C F, l'arc E F eſt la difference de leur longitude, faiſant en ceſt exemple 38 ½ degrez, B E fait 66 degrez, & B C 643 ½ lieuës, ou 42 degrez 54 minutes: mais l'arc C F eſt incogneu, lequel ſe trouuera comme s'enſuit.

Premierement, vous trouuez B G en ceſte ſorte: le ſinus total A E ſe tient au ſinus E F difference des longitudes, comme le ſinus A B, complément de B E au ſinus B G, de ces 3 eſtans cogneus, rendent le quatrieſme B G cogneu, lequel s'appelle le premier trouué.

Secondement, vous trouuerez G F comme s'enſuit: Le ſinus du complément B G premier trouué, lequel eſt l'arc D B, eſt au ſinus B E, comme le ſinus total D G, au ſinus F G; lequel cogneu s'appellera le ſecond trouué.

Tiercement, vous chercherez G C comme s'enſuit: Le ſinus du complément B G premier trouué, eſt au ſinus du complément B C, diſtance des villes, cõme le ſinus total, au ſinus du complément G C:

les

Digitized by Google

les 3 premiers eſtans cogneus, rendent le quatrieſme auſſi cogneu, enſemble l'arc GC; oſtant GC de GF ſecond trouué, il en reſtera CF hauteur du pole de la ſeconde ville.

Supputation.

90
66

90	38.30	24
AE	EF	AB
100000	62251	40673.

Viennent 25319, duquel l'arc eſt 14 degrez 40 minutes pour BG.

90
14.40

75.20	66	90
DB	BE	DG
96741	91354	100000.

Viennent 94431, duquel l'arc fait 70 degrez 47 minutes GF.

90
42.54

75.20	47. 6.	90
96741	73246	100000.

Viennent 75713, duquel l'arc fait 49 degrez 13 minutes, ſon complément fait 40 degrez, 47 minutes.

Second trouué	70	47
Tiers trouué	40	47

Reſte l'arc CF 30 degrez.

186. Item, il y a deux villes Septentrionnales, dont l'vne a la hauteur du pole 30 degrez, & l'autre 66. La diſtance de l'vne à l'autre eſt 643 $\frac{1}{2}$ lieuës, deſquelles 15 font vn degré: on demande, combien ſoit la difference de leur longitude? Facit 38 $\frac{1}{2}$ degrez.

Ceſte queſtion eſt bien difficile à ſoudre ſuiuant la regle qu'a mis Valentin ſur telles queſtions; mais nous la pouuons practiquer plus facilement par triangles plains, comme s'enſuit.

Premierement, vous prendrez le complément de 66 degrez, qui

Digitized by Google

est 24 degrez, auquel vous adiousterez la moindre latitude 30 degrez viennent 54 degrez, semblablement vous leuerez 24 degrez de 30 degrez, & le reste sera 6 degrez. Le sinus de 54 degrez est 80902, & celuy de 6 degrez est 10452, tirant l'vn de l'autre il en restera 70450, dont la moytié 35225 sera le premier trouué. Puis vous adiousterez le premier trouué à 10452, & le produit sera 45676, la distance 643 ½ lieuës reduites en degrez viennent 42 degrez 54 minutes, dont le complément fait 47 degrez 6 minutes, & son sinus 73254, duquel j'oste les susdites 45676, il en restera 27578, qui s'appelle le second trouué.

Secondement, le premier trouué se tient au second trouué, tout ainsi que le sinus total au sinus du complément de la difference des longitudes. Or de ces 4 termes proportionnaux, les 3 premiers sont donnez, & par la seiziesme du sixiesme sera le quatriesme cogneu. Lequel osté de 90, il en restera la difference cherchee.

90		
66		
24	30	
30	24	
54	6	
80901 ——	10452	35224
10452		10452
70449		45676
35224.		

Item, la distance des 2 villes est 42 degrez 54 minutes, son complément est 47 degrez 9 minutes, duquel le sinus est 73254.

	73254	
	45676	
35224	27578	100000.

Viennent 78260, dont le sinus fait 51 ½ degrez, & son complément 38 ½ pour la difference des longitudes qu'il nous falloit chercher.

187. Item, il a deux villes Septentrionnales, dont la hauteur du pole de la premiere est 51 ½ degrez, & sa longitude 20 degrez 16 minutes, la latitude de l'autre est 47 degrez 31 minutes: on demande, combien

Digitized by Google

sera la longitude de la seconde ville estant Orientale de la premiere, quand leur distance est 96 lieuës, desquelles les 15 font vn degré? facit 27 degrez 58 minutes.

Ceste question est semblable à la precedente; toutefois pour la diuersité des operations nous l'auons soudee d'vne autre maniere, qui est telle.

I'ay pris premierement le complément de la plus grande latitude, lequel est 38 $\frac{1}{2}$ degrez, auquel i'ay adiousté la moindre latitude 47 degrez 31 minutes, la somme fait 86 degrez 1 minute, dont le sinus est 99758: derechef les 96 lieuës font 6 degrez 24 minutes, son complément 83 degrez 36 minutes, dōt le sinus 99376 i'ay leué du sinus 99758, & le reste est 382; puis i'ay dit par la regle de proportion, si 62251 (sinus du complément de la plus grande latitude) me donne le sinus total, combien donneront ces 382 premierement trouuez? & il en vient 613. En apres ie prend le sinus du complément de la plus grande latitude, lequel a proportion au sinus total, tout ainsi que 613 premierement trouué, au sinus verse du complément de la difference des longitudes: par la regle donc viennent 907, lequel ie leue du sinus total, & restent 99093, dont l'arc fait 82 degrez 18 minutes, son complément 7 degrez 42 minutes est la differēce des longitudes de ces deux villes; or d'autant que la seconde ville est Orientale de la premiere, il faut adiouster les 7 degrez 42 minutes de la difference à la moindre longitude 20 degrez 16 minutes, & la somme 27 degrez 58 minutes sera la longitude de ladite seconde ville.

90		
51.30	~~9~~ (6	(6.24
	~~15~~	
38.30	90	
47.31	6.24	
86.1	83.36	
99758.	99376	
		99758
		99376
38 $\frac{1}{2}$		
62251	100000	382. viennent 613.

Digitized by Google

90.
47.31

42. 29
67537 613 100000.

Viennent 907, ces 907 eſt le ſinus verſe du complément de la difference des longitudes.

100000
907

96093, ſon arc

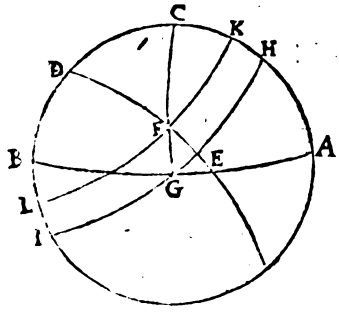
90.
82.18.

7.42
20.16

Longitude de la ſeconde ville. 27.58.

188. Ceſte 188. queſtion eſt la meſme que Valentin a propoſé à la cent cinquantieſme, & par ainſi l'auons obmiſe, & au lieu d'icelle auons mis celle-cy: Il y a vne ville en laquelle le Soleil declinant de l'equateur par 20 degrez, lorsqu'il atteint le cercle vertical, il eſt 30 degrez 20 minutes eſleué ſur l'horizon: on demande la hauteur du polé d'icelle ville? facit 42. deg. 38. min.

En ceſte figure A C B ſoit le Meridien, A G B l'horizon, & H G I l'equinoctial, le pole d'iceluy D qui eſt le meſme que du monde, C le Zenith, duquel deſcend ſur l'horizon le principal cercle vertical C F G, lequel couppe le parallel du Soleil en F: tellement que l'arc de hauteur d'iceluy F G eſt 30 degrez 20 minutes, & par le poinct F deſcend du pole D le cercle D F E, duquel l'arc F E, qui eſt la declination du Soleil, eſt de 20 degrez. Il faut trouuer l'arc H C, qui eſt egal à l'eſleuation du pole B D: & pour ce faire nous prendrons le triangle rectangle E F G, duquel l'arc F G ſe tient au ſinus total, tout ainſi que l'arc F E a l'angle G ou arc H C, qui partant ſera cogneu, & par conſequent la hauteur du pole B D.



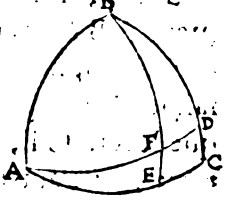
Digitized by Google

La suppuration.

30.20.	90.	40.
FG.		FE
50503.	100000	34202.

Et viennent 67721, à quoy correſpondent 42 degrez 38 minutes pour l'angle G, ou arc H C, qui eſt la latitude de la ville propoſee, à laquelle latitude eſt egale la hauteur du pole cherchee B D.

189. Item, il y a vn triangle ſphericque A B C: A eſt ſur l'horizon en l'Orient, & C en midy; le poinct B eſt le Zenith, de A eſt tiré vn arc au Meridien en D; de ſorte que C D eſt egal à B D. Item de B eſt tiré vn autre arc touchant l'horizon en E, & iceluy couppe le premier arc en F: on demande, combien ſera D F, & F A, quand B F fait 50 degrez.

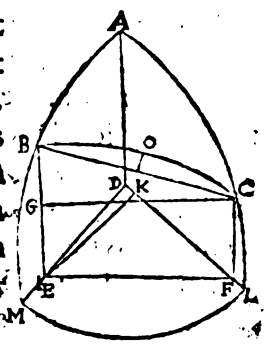


Soit le triangle A B C, l'arc C D fait 45 degrez, & E F 40, complément de B F, lequel par la propoſition fait 50 degrez: pour trouuer donc D F, & F A, le ſinus C D 45 degrez ſe tient au ſinus E F 40 degrez, comme le ſinus total D A au ſinus F A. Or à cauſe que les 3 termes premiers des 4 proportionnaux ſont cogneus, le quatrieſme ne pourra eſtre incogneu par la ſeizieſme du ſixieſme, & par conſequent D F ſon complément.

C D	E F	D A
45.	40.	90
70710	64278	100000.

Viennent 90963, ſon arc fait 65 degrez 22 minutes pour F A, & ſon complément 24 degrez 38 minutes pour D F.

190. Item, il y a 3 villes, A, B, C, celles de A & C, ſont deſſous l'equinoctial, & leur diſtance eſt 1003½ lieuës, deſquelles il y en a 15 en vn degré. Et l'autre ville B eſt Septentrionnale de C, lieuës 675, & de A, lieuës 825, & de B il y a vn chemin à rectangle ſur A C en O: on demande, combien de lieuës, il y a de B en O, de O en C, & de O en A? Facit 594 ½ pour B O; 413 ¼ pour C O; & 589 ¼ pour O A.



Combien que nous euſſions peu ſoudre ceſte

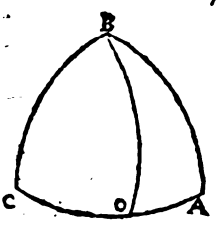
Digitized by Google

queſtion plus briefuement par la practique des triangles plains, comme nous auons ſoudé 186. & 187. toutesfois pour monſtrer la diuerſité des ſolutions, nous l'auons practiquee par l'aide des triangles ſpheriques, en la ſorte qui s'enſuit.

Premierement, nous reduiſons toutes les lieuës en degrez par 15, & par ainſi nous trouuons que l'arc A B fait 55 degrez, A C 66 degrez 54 minutes, & B C 45 degrez; pour donc parfaire le reſte, il nous faudra premierement auoir l'angle A, lequel nous trouuerons, comme s'enſuit.

Soit prolongé l'arc A C iuſques au quart d'vn cercle, ſemblablement A B, & le centre de la ſphere ſera D. L'angle plain D eſt egal à l'angle A ſpherique, pour eſtre determiné d'vn meſme arc L M; ce fait ie tire vne perpendiculaire du poinct C en bas ſur la plaine, laquelle ſera C F, ſinus du complément de l'arc A C, lequel ſinus ſera 39233, & vne autre B E, laquelle ſera 57357, pour eſtre ſinus du complément A B, puis ie tire F E, & de C vne equidiſtante à icelle, qui ſera C G; leuant donc E G 39233, de E B 57357, il en reſtera pour B G 18124. Maintenant ie prends le ſinus de la moytié de l'arc C B, lequel fait 38268, lequel ie double, & il en vient 76536 pour la ſubtence B C. Or puis que B C eſt cogneu & B G, par la penultieſme du premier ſera cogneu C G, & par conſequent E F: car ie prend le quadrat de B C, lequel fait 5857759296, duquel ie leue le quadrat de B G 3284793769, & il en reſte 5529279920 pour le quadrat de C G, ou qui eſt egal à iceluy E F. Du triangle plain D E F les 3 coſtez ſont cogneus, car E F eſt ja trouué, D F eſt le ſinus de l'arc A C, lequel fait 91982, & D E le ſinus de A B, lequel fait 81915; pour auoir donc la perpendiculaire E K, laquelle ſubtend l'angle D cherché, nous ſuiurons la penultieſme du ſecõd, prenãt le quadrat D F, 8469688324, lequel i'adiouſte au quarré de D E 6710067225. La ſomme fait 15170755549, de laquelle ie leue le quadrat de E F 5529279920, & il en reſte 9641475629, dont la moytié 4820737814 diuiſee par D F 91982, baſe du triangle, il en vient 52409 pour la droicte D K. Si donc le quadrat de D K 2746703281 eſt leué du quadrat D E 6710067225, il en reſtera par la penultieſme du premier, 3963363944 pour le quadrat de la perpendiculaire E K, dont la racine 62955 rend cogneuë icelle perpendiculaire. Puis ie mets E K en parties dont D E fait 100000, diſant D E 81915 me donne E K 62955, cõbien le ſinus total, & il en vient 76854, dont l'arc 50 degrez 13 min. rend cogneu l'angle D plain, & le ſpherique A egal au plain D.

Digitized by Google



Faisons secondement vn triangle spherique tout seul, auquel tirons B O à angle droict sur A C, & prenons semblablement du precedent triangle plain la droicte E K 62955, icelle est le sinus de l'arc B O, dont l'arc fait 39 degrez vne minute, pour iceluy arc B O. Nous eussions peu trouuer iceluy arc B O autrement, car du triangle B O A, l'angle O droict se tient à son arc subtendant A B, tout ainsi que l'angle A dernierement trouué à l'arc B O; les 3 sont cogneus, & partant B O. Tiercement vous trouuerez A O, comme s'ensuit: Le complément de B O se tient au complément de A B, tout ainsi que le sinus total au complément de A O: Mais cecy vous l'entendrez des sinus. Les 3 cogneus rendent le quatriesme cogneu, & par consequent A O. Maintenant A O cogneu, O C sera semblablement cogneu, pour estre le reste de l'arc A C: mais nous voulons trouuer O C par l'aide des triangles spheriques, disant que le complément B O est au complément de B C, comme le sinus total au complément de O C; les 3 derechef donnez rendent le quatriesme cogneu, ensemble l'arc O C. La preuue sera telle, adioustez l'arc A O à l'arc O C, & la somme sera egale à l'arc A C.

Supputation.

90	90	
B O. 39. 1	A B 55	
50.59	35	90
77696	57357	100000.

Viennent 73822, dont l'arc fait 47 degrez 35 minutes, & son complément 42 degrez 25 minutes sera A O.

	90	
	B C. 45	90
50.59	45	
77696	70710	100000.

Viennent 91008, dont l'arc est 65 degrez 31 minutes, & le complément d'iceluy 24 degrez 29 minutes pour l'arc O C.

Digitized by Google

42.25	24.29	39.1
15	15	15
210	120	195
426 1/4	247 1/4	39 − 1/4
AO 636 1/4	OC. 367 1/4	585 1/4 BO.
OC 367 1/4		
AC 1003 1/2		

Notez que la reſponce de Valentin eſt fauſſe, & qu'il n'y a pas vn arc auquel il ait mis ſa vraye grandeur.

191. Item, il y a vne ſphere miſe à la hauteur du pole 51 1/2 degrez, & le cercle de poſition eſt eſleué tellement qu'il comprend iuſtement 60 degrez de l'equinoctial : on demande, combien le pole ſoit eſleué ſur iceluy cercle de la poſition ? facit 32. degrez 2. minutes.

Soit au cercle Meridien le pole C, l'equinoctial B G, le cercle de la poſition A E D, par lequel en E paſſe vn cercle horaire C F, de ſorte que F G fait 60 degrez : on demande, combien ſera alors C E ?

Premierement, vous chercherez l'arc E D, diſant que le ſinus total C G ſe tient au ſinus F G arc de l'equinoctial cogneu, comme le ſinus C D hauteur du pole, au ſinus de l'arc E D. Les 3 premiers eſtans donnez rendent E D cogneu.

Secondement, le complément E D premier trouué eſt au ſinus D G hauteur de l'equinoctial, tout ainſi que le ſinus total au ſinus E F, les 3 donnez, le quatrieſme ſera cogneu, & par conſequent ſon complément C E.

Suppputation.

90	60	51.30
CG	FG	CD
100000	86602	78260.

Viennent 67773, duquel l'arc eſt 42 degrez 40 minutes pour E D.

90
42.40

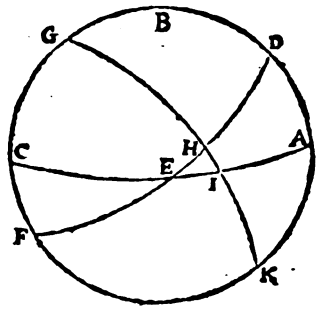
47.20.	30.30.	90
73526	62251	100000.

Viennent 8665, ſon arc fait 57 degrez 51 minutes, & ſon complément

Digitized by Google

ment 32 degrez 9 minutes est l'arc C E, hauteur du pole dessus le cercle de position.

192 Item, i'ay mis entr'autres vn horloge Occidental à la hauteur du pole de 51 $\frac{1}{2}$ degrez, & quand ie le tournois 24 degrez 19 minutes de midy vers Occident, il me monstroit 2 heures apres midy: on demande, à quelle heure il estoit? Facit 12 heures. Touchant à ce qu'il veut tourner vn horloge Occidental (duquel la superfice plaine est mise sur la ligne Meridienne) de midy vers Occident, cela ne peut estre: car le Soleil ne pourroit regarder alors audit mur, ains regardera plustost l'horloge Oriental ainsi tourné, partant il a voulu dire que ledit horloge Occidental soit tourné de midy vers Orient, & ainsi regardera le Soleil ladite superfice.



Et pour supputer combien le Soleil deuroit estre distant du midy, que la ligne horaire coupperoit sur l'horizon 24 degrez 19 minutes, prenez la figure de la 175. question, & dites que l'arc A I sur l'horizon est 24 degrez 19 minutes, & la question sera de trouuer l'arc D H de l'equinoctial.

Par la 177. question vous trouuerez pour D H 30. degrez ou 2 heures, lesquelles tirees des 2 heures que l'horloge monstroit, il ne reste rien dont s'ensuit qu'il estoit midy ou 12 heures.

193. Item, le 12 de Iuin de l'annee 1561. ie vis sur vn horloge Oriental qu'il estoit 9 heures deuant midy: on demande, de quelle longueur l'ombre estoit quand la longueur du style estoit d'vn pied? Facit d'vn pied.

Les 9 heures sont distantes du midy 3 heures, ou 45 degrez de l'equinoctial, lesquels pour estre la moytié du quadrant rendront l'ombre tousiours egale auec son styleou gnomon.

194. Item, vn iour le Soleil entrant au signe de Cancer, ie m'en allois pourmener à l'entour de la ville d'Anuers, où le pole est esleué 51 $\frac{1}{2}$ degrez par le Soleil, ie vis mon ombre estre lõgue $\frac{2}{3}$ de mes pieds: la demande est, quelle heure il estoit alors quand toute ma longueur est comptee pour 7 pieds? Facit 3 heures apres, ou 9 heures deuant midy.

Pour respondre à cecy, il faut premierement auoir la hauteur du

Digitized by Google

Soleil audit moment, laquelle se trouuera par ceste maniere. Les 6 $\frac{1}{2}$ ie reduis en ses parties, & il en viennent 41, & les 7 pieds de la hauteur semblablement, & il en viennent 42, le quadrat de 41 fait 1681, celuy de 42 fait 1764, & la somme d'iceux 3445, dont la racine quarree est 58 $\frac{694}{1000}$, pour la subtendante du sommet de la teste iusques au bout de l'ombre: puis ie dy si 58 $\frac{694}{1000}$ font 42, cõbien 100000? viennent 71558, dont l'arc est 45 degrez 42 minutes pour la hauteur du Soleil. Le reste est semblable à la 172. question.

38 $\frac{1}{2}$	38 $\frac{1}{2}$	88294.	57087
23 $\frac{1}{2}$	23 $\frac{1}{2}$	25881	25881
62.	15.	114175.	31206.

88294. 25881. 57087.

Le premier trouué 57087, le second 31206, sinus de la hauteur du Soleil 71558.

71558
31206

57087 40352 100000.

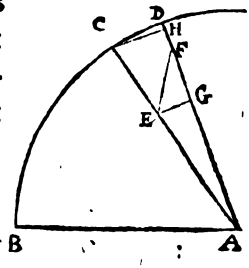
Viennent 70710, dont l'arc fait 45 degrez ou 3 heures, son complément fait autant: *Ergo* le temps de ceste examination estoit à 3 heures apres midy, ou à 9 heures deuant midy.

195. Item, vn iour estant le Soleil au plus haut de l'annee, ie me trouuay à 3 heures apres midy sur vne belle verdure & plaine, où la latitude estoit 51 $\frac{1}{2}$ degrez, & ie vis vne partie de l'ombre d'vne tour, & voulant trouuer la hauteur de ladite tour par son ombre, ie fis à l'extremité de l'ombre vn signe, semblablement i'en fis vn autre à 4 heures, puis mesurant la distance de ces deux signes, ie la trouuay 4831 $\frac{1}{2}$ pieds: la demande est, de quelle hauteur ladite tour estoit? facit 11464 pieds.

Premierement, i'ay cherché selon la 170. question la hauteur du Soleil, tant à 3 heures qu'à 4 heures, ensemble les 2 Azymuthz, dont la difference estoit 10 degrez 30 minutes, lequel s'ensuit cy apres.

Secondement, ie fay vn arc de l'horizon B C D, dont le centre est A, l'azymuthz à 3 heures vient en C, & celuy des 4 heures en D, la difference est 10 degrez 30 minutes pour l'arc C D, soit donc que l'ombre à 3 heures soit en E, & celle des 4 heures en F, la difference des ombres est E F.

Digitized by Google



Si le ſinus de la hauteur du Soleil à 3 heures fut le gnomon, donc A E, ſinus du complément d'icelle hauteur, monſtrera la longueur de l'ombre: mais mettons icelle ombre en parties, dont le gnomon fait 100000, diſant 71569, donne 69841 pour A E, combien 100000, viennent 97585, pour A E en parties, dont le gnomon fut 100000: faiſons ſemblablement de l'ombre AF, diſant ſi 59762 font 80177, combien feront 100000, viennent 134161, pour A F en parties, dont le gnomon fait 100000.

Tiercement cherchons G E: car H C eſt le ſinus de l'arc C D, diſant ſi 100000 pour A C donne C H 18223, combien 97585 A E, viennent G E 17783, ſemblablement nous trouuerons A G, diſant ſi A C 100000 me donne A H 98325, combien A E 97585, viennent pour A G 95950, duquel ie leue A F 134161 reſtent pour F G 38211, dont le quadrat adiouſté au quadrat G E, il en vient 1776315610, dont la racine fait 42146 pour F E.

Quartement, ie dy, ſi la differẽce eſt 42146, le gnomon fera 100000, combien ſi l'ombre fait 48311? vient 11464 pour la hauteur de la tour.

S'enſuit la ſupputation de ce dont nous-nous ſommes ſeruy par cy-deuant, à ſçauoir, les Azymuhz & Almicataraths du Soleil.

90	38.30	38.30	88294
51.30	23.30	23.30	25881
38.30	62	15.	114175
	88294.	25881.	57087
	3		25881
	15		31206.
	45		
	100000	70710	57087.

Viennent 40366, auquel i'adiouſte le ſecond trouué 31206, & la ſomme 71572 eſt le ſinus de la hauteur du Soleil à 3 heures; l'arc fait 45. 42.

Digitized by Google

4
15

90 60.
60

30

100000 50000 57087.

Viennent 28543, auquel i'adiouſte 31206, viennent 59749 pour le ſinus de la hauteur du Soleil à 4 heures, ſon arc fait 36, 42.

Les Azymuthz.

90 3
45. 42 15

43. 18. 66. 30. 45
69841 91706 70710.

Viennent 92847, dont l'arc eſt 68 degrez 13 minutes pour l'Azymuthz à 3 heures.

90 4
36. 42 15

53. 18 66. 30 60
80177 61706 86602.

Viennent 98056, dont l'arc fait 78 degrez, 41 minutes pour l'Azymuthz à 4 heures. La difference des 2 Azymuthz fait 10, 30, & d'autant a differé l'ombre ſur l'horizon aux deux inquiſitions.

196. Item, vn iour le Soleil eſtant au plus haut de l'annee, ie me trouuay en vne place où la hauteur du pole eſt 51 $\frac{1}{2}$ degrez, ie regarday à 3 heures apres midy par vne feneſtre, & vis vne maiſon qui me monſtra vn coſté droictement vers Loüeſt ou Occident, au meſme coſté de ladite maiſon eſtoit vne porte d'vne feneſtre, tirãt 30 degrez de l'Occident vers minuict, & la largeur de ladite porte eſtoit iuſtement vne aulne: on demande la largeur de l'ombre? Facit

43301
——— d'vne aulne.
50000

Premieremẽt, ie cherche par la 170. queſtion la hauteur du Soleil, qui eſt 45 degrez 42 minutes, & par le Corollaire d'icelle l'Azymuthz, comme s'enſuit.

Digitized by Google

90	90	3
45.42	23	15
43.18	66.30	45.
69841	91706	70710.

Viennent 92847, dont l'arc fait 68 degrez 12 minutes pour l'Azymuthz du Soleil.

90
68.12
21.48
30
51.48, dont le sinus fait 78585.
100000 78585. 1. aulne facit $\frac{78585}{100000}$

Valentin ayant pris pour l'azymuthz 60 degrez, trouue $\frac{43301}{50000}$, auquel il s'abuse, comme le susdit calcul l'a demonstré.

197. Item, il y a vn horloge equinoctial, diuisé en 24 parties egales, & le diametre de ceste circonference est vn pied. La demande est, de quelle longueur le style doit estre, le Soleil estant en Cancer, que le bout de l'ombre d'iceluy style touche la circonference? facit $\frac{1}{11\frac{1}{2}}$ d'vn pied.

Le Soleil en Cancer decline de l'equinoctial $23\frac{1}{2}$ degrez, & son complément fait $66\frac{1}{2}$ degrez: de sorte qu'en l'horloge equinoctial, le style se tient à son ombre, tout ainsi que le sinus de $23\frac{1}{2}$ degrez au sinus de $66\frac{1}{2}$ degrez.

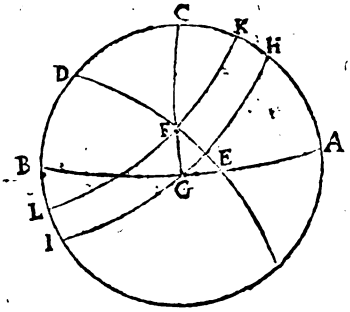
66.30. 23.30
91706 —— 39874 $\frac{1}{2}$ pied, facit $\frac{39917}{91706}$.

La vraye responce de la question est $\frac{39917}{91706}$ d'vn pied, lequel est quasi $\frac{22}{11\frac{1}{2}}$: mais Valentin met $\frac{13}{11\frac{1}{2}}$ d'vn pied, dont il appert que sa solution est fausse, lequel procede qu'il a pris la moytié de $23\frac{1}{2}$, à sçauoir $11\frac{3}{4}$ degrez pour la declination du Soleil.

198. Item, en Anuers est la hauteur du pole $51\frac{1}{2}$ degrez, & le Soleil se depart en vn certain iour à 4 heures & 30 minutes apres midy du costé Meridionnal, sur le costé Septentrionnal. La demande est, en quel signe le Soleil residoit audit iour? facit au commencement de Cancer.

Soit repetee la figure de la 188. prop. en laquelle, cõme dit est A C B soit le Meridien, A G B l'horizon, & H G I l'equinoctial, son pole

Digitized by Google



qui eſt celuy du monde D, le Zenith C, le cercle C G vertical, ſepare le coſté Meridionnal d'auec le Septentrionnal, le parallele du Soleil couppe ledit cercle en F, de ſorte que l'arc H E fait 4 heures 39 minutes. La demande eſt, combien fait l'arc E F declination du Soleil, lequel cogneu, le lieu du Soleil ſera manifeſte.

Premierement, nous prendrons le triangle C D F, duquel le ſinus de l'angle C droict ſe tient au ſinus de l'angle D, egal à l'arc H E, tout ainſi que le ſinus du complément C D, hauteur du pole, au ſinus de l'angle F, les 3 donnez, le quatrieſme ſera donc trouué par l'aide de la ſeizieſme du ſixieſme.

Secondement, le ſinus de l'angle F ſe tient à ſon arc ſubtendant C D, tout ainſi que le ſinus total de l'angle C droict, au ſinus de l'arc F D luy ſubtendant. Les 3 ſont donnez, & par conſequent le quatrieſme F D, dont le ſuplément eſt E F declination du Soleil cherché.

Supputation.

4.39
15
60.
9.45

90	69.45.	51 1/2
100000	93819	78260.

Viennent 73422, dont l'arc fait 47 degrez 15 minutes, & ſon complément fait 42 degrez 45 minutes pour l'angle C F D.

42.45	38.30	90
67880	62251	100000.

Viennent 91767, dont l'arc fait 66 degrez 30 minutes, & ſon complément 23 degrez 30 minutes, dont s'enſuit que le Soleil eſtoit en ſa plus grande declination de l'equinoctial, & par conſequent au principe de Cancer.

199. Item, quand le Soleil eſt au commencement de Cancer, & l'ombre du Soleil vient à 4 heures & 39 minutes du coſté Meridion-

Digitized by Google

nal au costé Septentrionnal: on demande, combien le pole est eslené en icelle place? Facit 51 ½ degrez.

4.39
15
60
9.45
69.45

En ceste question nous cherchons l'arc H C, pour lequel trouuer conuient auoir l'arc F G hauteur du Soleil au cercle vertical.

Premierement, le sinus total de l'angle C droict se tient au sinus de F D, luy subtendant, lequel est le complément de la declination du Soleil, comme l'angle D donné, à l'arc C F, lequel cogneu E G est trouué.

Secondement, le sinus de l'arc F G, est au sinus de F E, declination du Soleil, comme le sinus total C G, au sinus H C: mais pource que les 3 termes sont donnez, le quatriesme par l'aide de la regle des proportions est cogneu.

Supputation.

90	69.45	66.30
100000	93819	91706.

Viennent 86037, dont l'arc fait 59 degrez 21 minutes.

90
59.21

30.39	23.30	90
50973	39879	100000.

Viennent 78225, son arc fait 51 ½ degrez, lequel est la responce de la demande.

200. Item, quand le Soleil estoit au plus haut de l'annee, ie m'en allois pourmener d'Anuers à Hobocq, où la hauteur du pole est 51 ½ degrez. Là ie vis vne maison laquelle auoit les 4 costez vers les 4 parties du monde, à sçauoir, l'vn costé vers Orient, l'autre vers Occident, le troisiesme vers Midy, & le quatriesme vers Septentrion. La demande est, à quelle heure le Soleil se depart du costé Septentrionnal au costé Meridionnal? Facit à 7 heures & 2 minutes du matin.

Digitized by Google

Prenons finalement la precedente figure, de laquelle reſeruerons toutes les ſignifications des lettres y miſes, d'autant que la preſente queſtion depend de la precedente. La queſtion en icelle figure, eſt de trouuer l'angle D, ou l'arc H E, comme s'enſuit.

Premierement, nous chercherons l'arc F G, hauteur du Soleil au cercle Oriental, en diſant que le ſinus H C latitude d'icelle contree eſt au ſinus total C G, tout ainſi que le ſinus E F declination du Soleil, au ſinus F G: & puis que les 3 premiers termes ſont donnez, le quatrieſme ſera cogneu, & par conſequent l'arc C F.

Secondement, le ſinus F D, complément de la declination du Soleil, ſe tient à ſon angle C droict, tout ainſi que le ſinus F C premier trouué, au ſinus de l'angle D, & des 4 termes proportionnaux les 3 donnez rendent le quatrieſme cogneu, & par conſequent H E. L'arc H E reduit en heures, leſquelles leuez de 12 heures donnent reſponce à la demande.

Supputation.

51.30 ——— 90 ——— 23.30

78225 ——— 100000 ——— 39874.

Viennent 50973, dont l'arc fait 30 degrez 39 minutes pour F G, & ſon complément C F 59, 21.

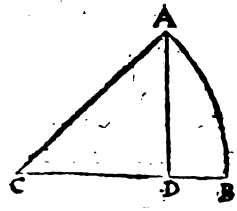
66.30 ——— 90 ——— 59.21

93816 100000 86037.

Viennent 93819, dont l'arc fait 69 degrez 45 minutes ou 4 heures 39 minutes, lequel ie tire de 12 heures, & il en reſteront 7 heures 21 minute pour la ſolution de la demande.

F I N.

Le Lecteur ſera aduerty, que la figure de la 118. queſtion a eſté obmiſe par in-aduertance, laquelle a eſté miſe icy afin de ſuppleer au defaut qui en a eſté fait en ſon lieu.



BRIEFVE

Digitized by Google

BRIEFVE INSTRVCTION, POVR CONSTRVIRE LES FORTIFICATIONS PRATIQVEES AVX PAYS BAS.

398925

Par D. HENRION, *Professeur ès Mathematiques.*

VILLE DE LYON
Biblioth. du Palais des Arts

A PARIS,

M. DC. XXI.

Digitized by Google

Digitized by Google

A

MESSIRE FRANCOIS DE ROYE DE LA ROCHEFOVCAVLT,

CHEVALIER, COMTE DE ROVCY, Vidame de Laonnoys, Baron de Montignac, Charante, Verteuil, Champagne mouton, Gennac, Marton, Onzain, Chef boutonne, Nizy le Comte, Pierre pont, Aulnoy, Orimille, Reuil, Pourcy, Courton, &c.

MONSEIGNEVR,

Le Canon Manuel de Pitiſcus que i'ay cy deuant mis en lumiere ſoubs voſtre illuſtre nom, vous ayant eſté agreable, & fort bien receu du public; i'ay eſtimé que ce petit traicté de la fortification pratiquée aux pays bas ne vous ſeroit moins à gré que le precedent, & ne pourroit eſtre que bien receu de la Nobleſſe Françoiſe, qui à voſtre exemple s'adonne à toutes ſortes d'exercices vertueux, ſi elle trouuoit en ſon frontiſpice voſtre nom glorieux. C'eſt pourquoy, Monſeigneur, ie viens ietter ce traicté aux pieds de vos faueurs: Receuez-le,

VILLE DE LYON
Biblioth. du Palais des Arts

Digitized by Google

s'il vous plaist, pour vn gage & asseuré tesmoignage de l'affection que i'ay à demeurer toute ma vie,

MONSEIGNEVR,

Vostre tres-humble & tres-obeïssant seruiteur,

D. HENRION.

Digitized by Google

BRIEFVE INSTRVCTION, POVR CONSTRVIRE LES FORTIFICATIONS PRATIQVEES AVX PAYS BAS.

IL y a huict on neuf ans que ie mis en lumiere vn petit ſommaire de la conſtruction & fabrique des fortereſſes vſitées en France, & ſuiuant les preceptes donnez par feu Monſieur Errard, en ſon Liure des Fortifications : ce que ie fis lors en intention de mettre puis apres au iour leſdites fortifications, auec pluſieurs belles & vtiles annotations, mais ayant ſceu que Monſieur Errard, nepueu du deffunct, & Ingenieur du Roy le deſiroit faire, ie me deportay de mon entrepriſe. Depuis, pluſieurs de mes amis & diſciples amateurs des fortifications vſitées és pays bas, m'ayans prié de faire quelque petit ſommaire de la conſtruction deſdites fortifications ; ie leur en aurois dreſſé ceſt abbregé, lequel i'ay bien voulu ioindre à ces autres traictez, afin que par ce ſeul Liure on puiſſe auoir quelque cognoiſſance de toutes les parties de Mathematique, les plus vtiles & neceſſaires aux amateurs de ceſte diuine ſcience.

Or mon deſſein n'eſt pas à preſent de m'eſtendre ſur ce

Digitized by Google

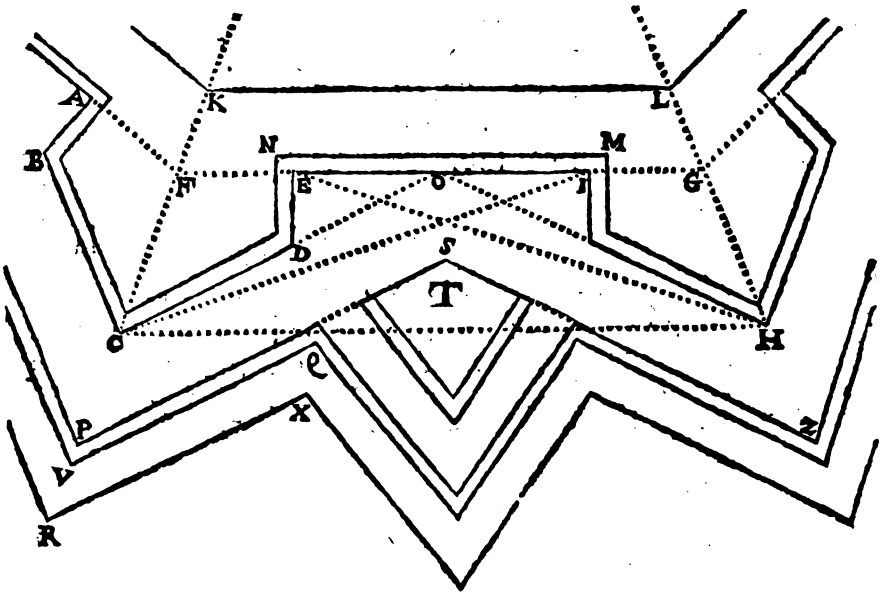
subject des fortificatiõs vsitées & pratiquées aux pays bas, ains seulement de monstrer icy la simple construction d'icelles, attendant que le temps nous permetre d'en escrire plus au long.

Premierement donc est à noter, que celuy qui voudra bien entendre & tirer quelque plaisir ou profict de ce que nous enseignreons icy, doit sçauoir l'Arithmetique; au moins iusques à bien faire toutes regles de trois; ne doit estre du tout ignorant de la Geometrie, de l'vsage du Compas de proportion, n'y de la doctrine des triangles rectilignes: Car sans ces choses là que nous presuppoſons qu'on scache desia, il est presque impossible d'entendre ny bien pratiquer ce que nous dirons cy apres.

En apres, il faut entendre les principaux termes & vocables dont on vse esdites fortifications; en l'explication desquels termes il n'est besoin de nous arrester beaucoup, puisque ce sont choses si communes, que tous ceux qui se sont tant soit peu exercé à la milice les entendent; c'est pourquoy nous les marquerons seulement icy par lettres & caracteres, nottez sur les deux figures suiuantes, afin que chasques parties de la fortification puissent estre incontinant recogneuës par ceux qui les ignorent encores.

A B C D E F.	en la figure suiuante s'appelle bastion, ou bouleuart.
B C, ou C D.	pan, ou face du bastion.
A B, ou E D.	flanc, ou espaule.
E I.	courtine.
A F, ou E F.	ligne de gorge, ou prolongement de la courtine.

Digitized by Google

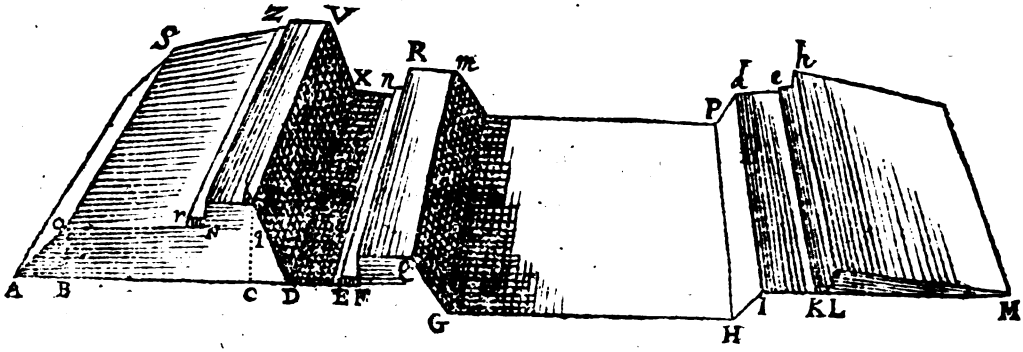


E O.	second flanc.
F G.	costé interieur du poligone, ou courtine prolongée.
C H.	costé exterieur du poligone, ou distance des poinctes de bastions.
C O, ou O H.	ligne de deffence razante.
C I, ou E H.	ligne de deffence fichante.
C F.	ligne capitale.
F L.	rampart.
E M.	son parapet.
B P D.	fossé.
P Q.	corridor, ou chemin couuert.
Q R.	parapet d'iceluy coridor.
T.	rauelin, ou demy lune.
A F E.	angle du poligone.

Digitized by Google

BCD. angle flanque.
COH. angle flanquant, ou de tenaille.
DOE. angle flanquant interieur.
CDE. angle de l'eſpaule.
DCH. angle diminué.

Or voylà quant aux noms de toutes les parties de la figure Icnographique cy deſſus; voyons maintenant ceux de la figure ſuiuante, qu'on appelle ordinairement profile, en laquelle ſe voyent, tant les choſes eſleuées au deſſus du plan, qu'abbaiſſées au deſſoubs d'iceluy.



ADXS. rampart.
AD. baſe & fondement d'iceluy rampart.
OB. ſa hauteur.
BAS. tallu interieur dudit rampart.
AB. largeur d'iceluy tallu.
CDXV. tallu exterieur du rampart; on l'appelle eſcarpe auſſi bien que QGM.
CD. largeur d'iceluy tallu.
OZ. terre plain.

Digitized by Google

ON. largeur d'iceluy.
NV. parapet dudit terre plain.
N q. sa base.
b q. sa hauteur.
Z r N. sa banquette.
X E. chemin des rondes, ou fausse braye.
D S. a sa largeur.
n E F. sa banquette.
R E Q. son parapet.
G P. fossé.
G M. sa largeur.
P H I. contrescarpe.
d I k. chemin couuert.
I k. sa largeur.
e k L. sa banquette.
M L h. parapet d'iceluy chemin couuert.

Est aussi à noter que iusques à present personne n'a encore baillé aucunes regles & maximes sur la construction d'icelles fortifications qui soient vniuersellement suiuies par tous ceux qui pratiquent ou enseignent lesdites fortifications: Car quelques-vns veulent qu'on donne 1000. pieds au costé de la figure, 500. à la courtine, 400 au pan du bastion, & 150 à la ligne du flanc: les autres commençant par le pan ou face du bastion, donnent à celuy des grandes figures 400 pieds, des moyennes 350, & des moindres 300; puis baillent à la courtine les $\frac{4}{5}$ de la face, & au flanc les $\frac{1}{3}$: Mais d'autres diuisent tout le costé interieur du poligone en cinq parties égales, desquelles ils en donnent trois à la courtine, deux au pan du bastion, & à la

Digitized by Google

ligne du flanc ou espaule, les $\frac{1}{4}$ d'vne d'icelles parties, c'est à dire vn quart de la courtine : & finablement d'autres donnent 72 toises à la courtine, 18 au flanc, & 48 au pan du bastion, qui est presque le mesme que ce qu'enseigne Marolois, lequel veut que la face soit de 24 verges, c'est à dire 48 toises, & que la courtine soit à icelle face comme 3 à 2, & le flanc à la ligne de gorge comme 7 à 6. Or sans nous arrester à ceux-là, nous suiuerons les mesures & proportions de ceux cy és constructions suiuantes, en sorte toutesfois que qui entendra bien ce que nous en dirons, pourra faire les mesmes constructions selon quelques autres mesures & proportions données : car il peut arriuer qu'vne place pourra bien estre fortifiée suiuant les maximes des vns, qui toutesfois ne le pourra pas estre suiuant celles des autres ; c'est pourquoy nous taschcrons de rendre nos constructions vniuerselles.

Quant aux angles, il n'y a guere moins de diuersité qu'aux lignes : car tous sont bien d'accord de faire l'angle flanqué du quarré (qui est la plus petites de toutes les figures pratiquées esdites fortifications) de 60 degrez, & par consequent le flanquant de 130 degrez : mais pour les autres figures, les vns veulent qu'à celles qui n'ont plus de 8 costez, on prenne les deux tiers de l'angle du poligone, pour l'angle flanqué, afin qu'à l'octogone ledict angle flanqué vienne à estre droict : D'aucuns desirent qu'à toutes les figures qui n'ont plus de dix costez, on prenne seulement les $\frac{2}{3}$ dudict angle du poligone, afin qu'icelluy angle flanqué ne vienne à estre droict qu'au decagone : & les autres adiouſtent 15 degrez à la moitié de l'angle du poligone des figures qui n'ont plus de 12 costez,

Digitized by Google

& ce faisant ledit angle flanqué vient à estre droict au dodecagone : Et pour toutes les figures ayans plus de costez que celles cy dessus specifiées, selon les vns & les autres elles doiuent auoir ledit angle flanqué droict. Pitiscus suit la derniere opinion, car il enseigne que pour auoir l'angle flanqué de quelque figure, n'ayant plus de 12 costez il faut oster de l'angle du poligone celuy du quarré, sçauoir est 90 degrez, & que la moitié du reste estant adioutté a l'angle flanqué dudit quarré, c'est à dire à 60 degrez, viendra l'angle flanqué de la figure proposée ; mais qu'icelle moitie estant-soustraicte de l'angle flanquant d'iceluy quarré, sçauoir est de 150 deg. restera aussi le flanquant de ladicte figure donnée. Nous suiurons donc (pour exemple) ceste derniere opinion, & suiuant icelle, on trouuera les principaux angles de figure ainsi qu'il ensuit.

Soit premierement diuisé 360 degrez, par le nombre des costez de la figure proposée, & viendra au quotient l'angle du centre d'icelle figure, qui osté de 180 degrez restera l'angle du poligone, dont soit pris la moitie, à laquelle adiouste 15 degrez, & viendra l'angle flanqué, (si la figure à moins de 12 costez : car nous auons dit, qu'aux figures d'audessus, ledict angle est tousiours droict) & soustrayant l'angle flanqué de l'angle du poligone, restera le double de l'angle diminué, où de l'angle flanquant interieur ; car ces deux angles sont tousiours egaux entre-eux : & iceluy reste estant osté de 180 degrez restera l'angle flanquant : finablement si on adiouste 90 degrez à l'angle flanquant interieur, viendra l'angle de l'épaule.

Exemple : Qu'il falloit trouuer les angles du pentagone : ie diuise donc 360 deg. par 5 nombre des costez, &

Digitized by Google

viennent 72 au quotient, & autant est l'angle du centre dudit pentagone : En apres i'oste iceluy nombre 72 de 180 degrez, & restent 108 degrez, pour la valeur de l'angle du poligone, dont ie prends la moitie, & est 54 degrez, à quoy i'adiouste 15 degrez, & viennent 69 degrez pour l'angle flanqué dudit pentagone ; & soustrayant iceluy nombre 69 des 108 degrez de l'angle du poligone, restent 39 pour le double de l'angle diminué, qui partant est $19\frac{1}{2}$ aussi bien que l'angle flanqué interieur ; mais soustrayant de 180 deg. lesdicts 39 resteront 141 degrez pour l'angle flanquant, & adiqustant lesdits $19\frac{1}{2}$ à 90, viennent 109 degrez & demy, pour l'angle de l'épaule. Et en ceste maniere on trouuera tous les principaux angles de quelconques autres figures, dont ceux des neuf premiers seront tels que tu vois en la table suiuante.

	Quarré	Pentagone	Hexagone	Heptagone	Octogone	Enneagone	Decagone	Endecagone	Dodecagone
ang. du centre.	90	72	60	$51\frac{3}{7}$	45	40	36	$32\frac{8}{11}$	30
ang. du polig.	90	108	120	$128\frac{4}{7}$	135	140	144	$147\frac{3}{11}$	150
ang. flanqué.	60	69	75	$79\frac{2}{7}$	$82\frac{1}{2}$	85	87	$88\frac{7}{11}$	90
ang. flanquant.	150	141	135	$130\frac{5}{7}$	$127\frac{1}{2}$	125	123	$121\frac{4}{11}$	120
ang. de l'épaule.	105	$109\frac{1}{2}$	$112\frac{1}{2}$	$114\frac{3}{4}$	$116\frac{1}{4}$	$117\frac{1}{2}$	$118\frac{1}{2}$	$119\frac{7}{22}$	120
ang. diminué.	15	$19\frac{1}{2}$	$22\frac{1}{2}$	$24\frac{6}{14}$	$26\frac{1}{4}$	$27\frac{1}{2}$	$28\frac{1}{2}$	$29\frac{7}{22}$	30

Est encore à remarquer qu'on iuge de la bonté ou foi-

blesse

Digitized by Google

bleſſe d'vne fortification ſelon quelle approche des maximes ſuiuantes.

1. Que l'angle flanqué ne ſoit moins de 60 degrez, ny plus grand que 90 degrez.

2. Que tant plus l'angle flanquant eſt ſerré, tant meilleur il eſt; c'eſt à dire qu'eſtant de 140 degrez il eſt meilleur que de 150, qui eſt le pire de tous, & iceluy de 140 degrez n'eſt pas ſi bon que celuy de 130, &c.

3. Que la plus grande ligne de deffence fichante ne doit guere exceder 120 toiſes, ſinon aux lieux contraincts où elle peut eſtre iuſques à 250 toiſes, & alors les parties flanquées, ou pans des baſtions ne pourront eſtre deffendus qu'auec le canon.

4. Que tant plus il ſe prend de deffence en la courtine, tant meilleur il eſt: c'eſt à dire que le ſecond flanc eſtant de 15 toiſes, il vaut mieux qu'vn de 12, & celuy cy eſt meilleur que celuy qui n'aura que 10 toiſes, &c.

5. Que tant plus la gorge du baſtion eſt grande, & auſſi l'eſpaule tant mieux eſt.

6. Qu'en tout front il y ait deux eſpaules, chacune deſquelles ne ſoit moins de 15 toiſes, & tellement poſée, que la gorge ne ſoit moins que le double d'icelle eſpaule.

Toutes ces choſes premiſes & entendues, venons à la conſtruction deſdites fortifications.

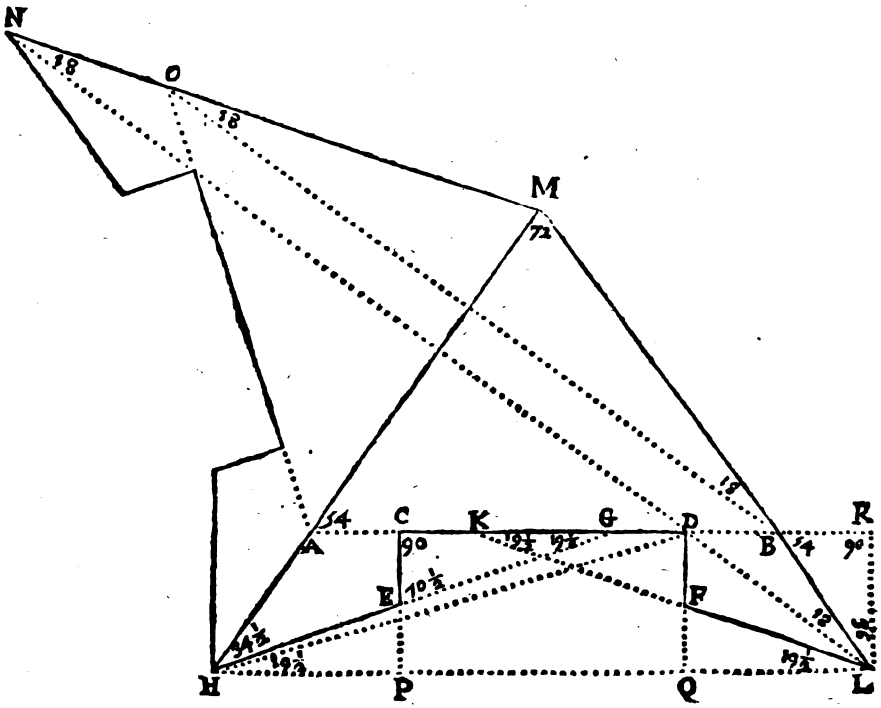
Eſtans données la valleur & quantité de la courtine, de la face, & du flanc d'vne fortification de tel poligone qu'on voudra; conſtruire icelle fortification.

Soit pour exemple propoſé à conſtruire vne fortifi-

Digitized by Google

cation pentagonalle, dont la courtine ſoit 72 toiſes, la face 48, & l'eſpaule 18.

Premierement ſoit tirée vne ligne droicte interminée AB, enuiron le milieu de laquelle ſoient posées 72 parties de telle eſchelle qu'on voudra, (nous prendrons pour eſchelle en toutes les figures de ce traicté, la ligne droicte du Compas de proportion) comme eſt icy CD, qui ſera



la courtine; puis à chaſque poinct C & D, ſoit tirée vne perpendiculaire CE, DF, contenant chacune 18 des meſmes parties, qui eſt vn quart de la courtine CD: En apres, ſur l'vne d'icelles perpendiculaires, qui ſont les flancs, comme au poinct E ſoit fait vn angle égal au ſuplémẽt de l'angle diminué de la figure, ſelon laquelle on veut conſtruire

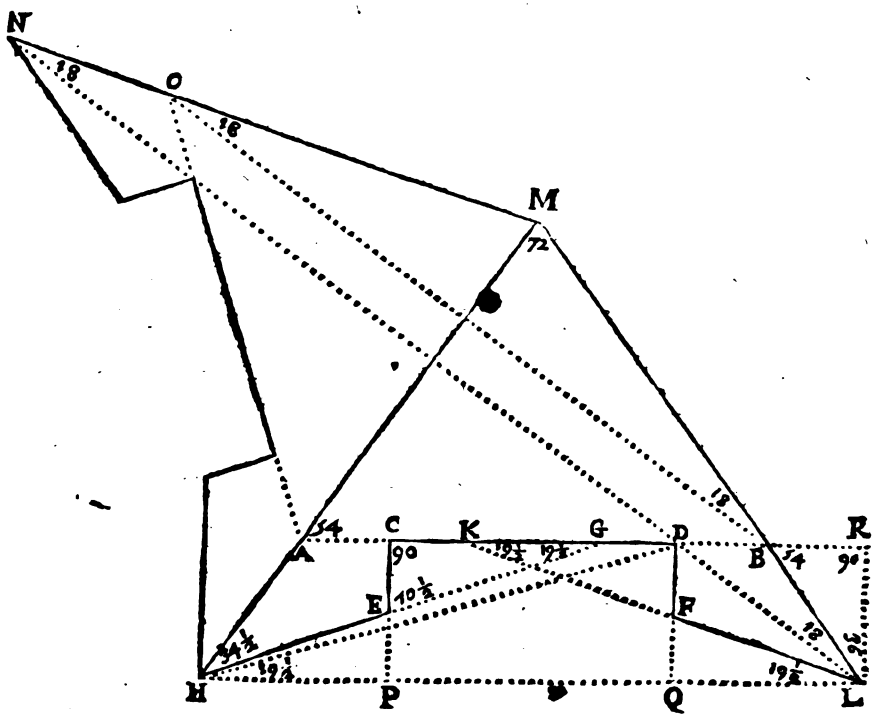
Digitized by Google

la fortification, comme icy où eſt proposé vn pentagone, ſoit faict l'angle CEG de 70 degrez & demy (a cauſe que l'angle diminué d'icelle figure eſt 19 degrez & demy) tirant la ligne E G iuſques à ce quelle rencontre la courtine C D en G, & de l'autre part ſi grande qu'on y puiſſe poſer 48 parties de l'eſchelle, comme eſt icy E H: puis ſur icelle D C ſoit priſe C K égale à D G, & du poinct K par F ſoit tirée F K L égale à G H: En apres ſur les lignes G H & K L, ſoient deſcrits aux poincts H & L les angles G H M, K L M, chacun égal à la moitié de l'angle flanqué de la figure proposée, qui ſera en ceſt exemple de 34 degrez & demy, (au lieu de ces deux angles on pourroit conſtruire ſur H L les deux L H M, H L M, chacun égal à la moitié de l'angle du poligone) & tirant les lignes d'iceux angles iuſques à ce qu'elles ſe rencontrent au poinct M; iceluy poinct ſera le centre de la figure, duquel & de l'interualle M A, ou M B, ſoit deſcrit vn cercle, en la circonference, duquel ſoient marquées des eſpaces égales à A B, le nombre deſquelles eſpaces doit eſtre preciſément autant que demonſtre le le nombre des coſtez du poligone proposé, autrement il y a erreur en la conſtruction faite. En apres, par les poincts ainſi marquez en ladicte circonference ſoient menées des lignes droictes du centre M, qui ſoient egales à M H, comme eſt icy M N, & auſſi tiré les coſtez interieurs du poligone, comme eſt A O, ſur les bouts & extremitez de chacun deſquels coſtez ſoient marquez des diſtances égales à A C, & d'autres égales à A G, afin qu'ayant tiré des lignes droictes occultes de chaſque extremité N à ces derniers poincts, on ait les lignes de deffence de chaſque bouleuert, ſur leſquelles on marquera des diſtances egales au

Digitized by Google

pan HE; & puis ayant tiré les flancs ou espaules, ainsi que la chose le requiert, la construction proposée sera paracheuée.

La construction de la figure estant ainsi faite, il y faut apposer les degrez & valeur de tous les angles, & puis apres trouer la quantité de touttes les lignes; & pour ce faire soit tirée la ligne droicte HL, & prolongé les



flancs CE, DF iusques à icelle HL: En apres soit posé 72 degrez à l'angle du centre M; 34½ à l'angle AHB, ou BLF; 19½ à chacun des angles, tant diminuez, que flanquans interieurs; 54 à l'angle MAC, & partant HAC, ou LBD sera de 126 degrez.

Ces angles estans ainsi trouuez & posez, le triangle

Digitized by Google

rectangle C E G a les angles cogneus auec le costé C E, iceluy ayant esté posé de 18 toises ; partant les deux autres costez C G, & E G seront trouuez comme il est enseigné en la 3. ou 5. proposition de nos triangles rectilignes, sçauoir C G d'enuiron 50 $\frac{1}{6}$ toises, qu'il faut soustraire de toute la courtine C D, & resteront 21 $\frac{1}{6}$ toises pour le second flanc G D, ou C K : & E G presque de 54 toises, qu'il faut adiouster au pan E H, & viendront 102 toises pour toute la ligne de deffence razante H G.

Le triangle rectangle E P H est équiangle au precedent, & a le costé H E de 48 toises, & partant les deux autres seront trouuez par l'analogie des triangles équiangles, ou bien par les susdites propositions de nos triangles rectilignes ; sçauoir E P peu plus de 16 toises, qu'il faut adiouster à C E, & viendront 34 toises pour C P : & H P presque 45 $\frac{1}{4}$, qu'il faut doubler, & viendront 90 $\frac{1}{2}$, qui adiouttez à la courtine, donneront 162 toises & demy pour le costé exterieur du poligone H L.

Le triangle rectangle H D Q a donc maintenant les deux costez H Q, D Q cogneus, & partant l'autre costé H D sera trouué, comme il est enseigné à la quatriesme proposition de nosdits triangles ; iceluy costé A D, qui est ligne de deffence fichante, sera donc enuiron 122 toises $\frac{1}{11}$.

Maintenant soient tirées les lignes droictes N L, O B, & prolongé le costé A B indeterminément ; puis sur ce prolongement soit tirée la perpendiculaire L R, qui sera egale à Q D ; tellement que le triangle rectangle K R L aura les angles cogneus, & les deux costez K L, L R, &

Digitized by Google

partant l'autre costé K R sera trouué par les susdites propositions d'enuiron 96 $\frac{1}{6}$ toises.

Le triangle rectangle B R L a aussi les angles cogneus auec le mesme costé L R ; & partant les deux autres costez seront trouuez par les susdites propositions ; sçauoir *B* L presque 42 toises $\frac{1}{17}$, & B R enuiron 24 toises $\frac{7}{10}$, qui ostez de K R, resteront 71 $\frac{7}{15}$ pour K B, dont estant osté K D, resteront encore 20 toises $\frac{19}{30}$ pour la ligne de gorge D B, ou C A ; & partant toute la courtine prolongée A B sera 113 $\frac{4}{15}$.

Le triangle isoscelle H M L a pareillement les angles cogneus auec vn costé H L, & partant on trouuera par la susdite sixiesme proposition que chacun des deux autres costez MH, ML sera enuiron 138 toises $\frac{1}{13}$, & si on en oste BL, resteront presque 96 $\frac{1}{16}$ pour chacun des costez M A, M B.

Finablement les deux triangles isoscelles équiangles N M L, & O M B ont les angles cogneus auec les costez, & partant par la susdite 6. proposition les bases serõt trouuées, sçauoir M L presque 262 $\frac{1}{3}$, & *B* O peu plus de 182 toises $\frac{1}{3}$.

Or voylà la valeur & quantité de toutes les lignes de la fortification pentagonale proposée à construire : Et en la mesme maniere seront construites toutes autres fortifications, dont la courtine, le pan, & le flanc seront donnez ; & en suitte trouué les angles, & la quantité des lignes : la supputation desquelles lignes nous auons faict pour les 9 premieres figures, & rapportées icy pour le soulagement du Lecteur, qui nottera qu'en ces supputations nous ne nous sommes voulu arrester sur les grandes fractions, les

Digitized by Google

eſtimant plus tedieuſes, qu'vtiles en ceſt endroict.

Table de la meſure & quantité des principales lignes des neuf premieres figures regulieres fortifiées ſelon la propoſition cy deſſus; c'eſt à dire auſquelles la courtine eſt posée de 72 toiſes, la face de 48, & le flanc de 18.

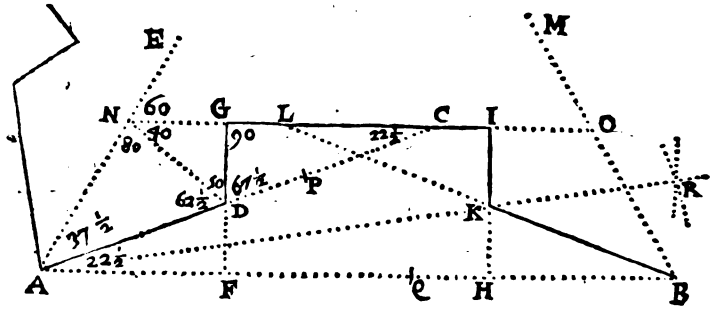
	Quarré	Pentagone	Hexagone	Heptagone	Octogone	Enneagone	Decagone	Dodecagone	Endecagone
ligne capitalle	43	$42\frac{1}{17}$	42	$42\frac{1}{5}$	$42\frac{4}{9}$	$42\frac{3}{4}$	43	$43\frac{1}{4}$	$43\frac{11}{13}$
ligne de gorge	$15\frac{11}{11}$	$20\frac{19}{30}$	$23\frac{1}{3}$	$25\frac{1}{3}$	$26\frac{4}{5}$	28	$28\frac{7}{8}$	$29\frac{7}{10}$	$30\frac{1}{3}$
ſecond flanc	$4\frac{19}{13}$	$21\frac{1}{6}$	$28\frac{8}{17}$	$32\frac{3}{4}$	$35\frac{1}{2}$	$37\frac{5}{12}$	$38\frac{5}{6}$	$39\frac{18}{19}$	$40\frac{5}{6}$
deff. razante	$117\frac{6}{11}$	102	95	$91\frac{1}{6}$	$88\frac{2}{3}$	87	$85\frac{3}{4}$	$84\frac{3}{4}$	84
deff. fichante	$122\frac{2}{9}$	$122\frac{1}{11}$	$121\frac{5}{6}$	$121\frac{2}{3}$	$121\frac{1}{30}$	$121\frac{1}{2}$	$121\frac{1}{4}$	$121\frac{1}{6}$	$121\frac{1}{13}$
flanc prolongé	$30\frac{3}{7}$	34	$36\frac{4}{11}$	38	$40\frac{3}{13}$	$40\frac{1}{6}$	$40\frac{9}{10}$	$41\frac{1}{2}$	42
courtine prolongée	$103\frac{5}{6}$	$113\frac{4}{15}$	$118\frac{2}{3}$	$122\frac{2}{3}$	$125\frac{3}{5}$	128	$129\frac{3}{4}$	$131\frac{2}{3}$	$132\frac{2}{3}$
coſté ext. du polig.	$164\frac{8}{11}$	$162\frac{1}{2}$	$160\frac{2}{3}$	$159\frac{1}{4}$	$158\frac{1}{10}$	$157\frac{1}{6}$	$156\frac{4}{11}$	$155\frac{7}{10}$	$155\frac{1}{7}$
ſon diametre	$233\frac{1}{11}$	$276\frac{2}{13}$	$321\frac{1}{3}$	367	$413\frac{1}{17}$	$459\frac{3}{4}$	506	$552\frac{2}{3}$	$599\frac{2}{5}$
dia. de la court. prol.	$147\frac{1}{11}$	$192\frac{1}{13}$	$237\frac{1}{3}$	$282\frac{1}{3}$	$328\frac{1}{4}$	$374\frac{1}{4}$	420	$466\frac{4}{9}$	$512\frac{4}{7}$
ſub. de 2. coſtez ext.		$262\frac{2}{3}$	$277\frac{7}{10}$	$287\frac{1}{9}$	$292\frac{1}{8}$	$295\frac{1}{2}$	$297\frac{1}{5}$	$298\frac{3}{4}$	$299\frac{7}{10}$
ſub. de 2. coſtez int.		$182\frac{2}{3}$	205	221	$232\frac{1}{9}$	$240\frac{5}{9}$	$246\frac{7}{8}$	$252\frac{1}{11}$	$256\frac{7}{7}$
ſub. de 3. coſtez ext.				$357\frac{4}{11}$	$381\frac{3}{4}$	$393\frac{1}{6}$	$409\frac{1}{11}$	$417\frac{1}{4}$	424
ſub. de 3. coſtez int.				$275\frac{1}{4}$	$303\frac{1}{4}$	$324\frac{1}{9}$	$339\frac{4}{5}$	$352\frac{8}{13}$	$362\frac{3}{7}$
ſub. de 4. coſtez ext.						$452\frac{3}{4}$	$481\frac{1}{4}$	$502\frac{1}{3}$	$519\frac{1}{10}$
ſub. de 4. coſtez int.						$368\frac{5}{9}$	$399\frac{4}{9}$	$424\frac{1}{4}$	$443\frac{9}{10}$
ſub. de 5. coſtez ext.								$547\frac{1}{18}$	579
ſub. de 5. coſtez int.								$461\frac{2}{3}$	$494\frac{2}{3}$

Digitized by Google

Or d'autant que ie n'eſtime pas qu'on ſe doiue touſlours arreſter à ces meſures proposées, mais biens qu'on les peut quelquefois poſer moindres, ſelon que les lieux le requierent, eſt à noter toutesfois qu'il n'eſt pas à propos de poſer la courtine moins de 60 toiſes (ſi ce n'eſt en de petits forts de campagne), & par conſequent la face 40 toiſes, & le flanc 15; ſelon laquelle poſition les autres lignes ſeroient vn ſixieſme moins qu'elles ne ſont dans la table precedente. Et auparauant que de parler de l'vſage de ces ſupputations, i'eſtime qu'il ne ſera inutile d'enſeigner icy à

Conſtruire lesdites fortifications ſelon la methode baillée par Marolois.

Premierement, ſi la face eſt donnée (pour exemple) de 48



toiſes, & la courtine de 64; ſoit menée vne ligne droicte interminée A B, & ſur l'extremité d'icelle ſoit fait vn angle egal à l'angle diminué de la figure qu'on voudra faire, (com-

Digitized by Google

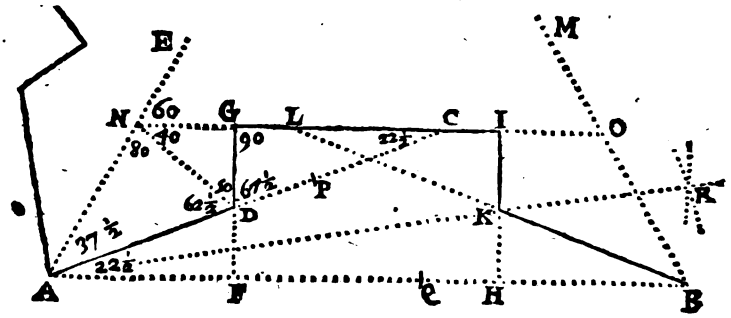
(comme eſt icy l'angle B A C que nous faiſons de 22 degrez & demy, à cauſe que nous voulons conſtruire vn hexagone) puis de la ligne interminée A C ſoit retranchée la partie A D contenant les ſuſdites 48 toiſes proposées: puis ayant mené du poinct D la ligne interminée F D G perpendiculairement à A B, ſoit pris ſur icelle A B la partie F H egale à la courtine proposée, c'eſt à dire de 64 toiſes, & H B egale à A F: En apres du poinct H ſoit eſleuée la perpendiculaire interminée H I, ſur laquelle ſoit priſe H K egale à F D, & ayant mené la ligne interminée B K L, ſoient faicts ſur A B les deux angles B A E, A B M, chacun egal à la moitié de l'angle du poligone: puis ſur D G ſoit faict en toute figure l'angle G D N de 50 degrez, tirant la ligne D N iuſques à ce quelle rencontre A E en N, qui ſera le centre du baſtion; & ayant faict B O egale à A N ſoit tiré N O, qui couppera les deux perpendiculaires F G & H I és poincts G & I. Quoy faict nous aurons vne face de la figure proposée fortifiée, & partant il ſera aisé d'acheuer toute la figure entiere.

Quant à la meſure & valeur, tant des angles, que des lignes, il faut premieremẽt poſer les angles, tout ainſi qu'en la conſtruction precedente; puis auec A D, qui eſt ja cogneuë, cognoiſtre D F, & A F; par le moyen de laquelle A F & de la courtine on cognoiſtra la toute A B: puis auec la meſme A D, on cognoiſtra auſſi la capitalle A N; & puis par le moyen de ces lignes ja cogneues, il ſera aisé de cognoiſtre toutes les autres.

Que s'il n'y auoit que la face cogneuë, auec la raiſon d'icelle à la courtine; Marolois veut qu'ayant pris la face A D ſelon les parties données, pour trouuer la courtine on po-

Digitized by Google

se sur AC & AB la raison donnée, comme est icy AP &



AQ; puis que de P, & de l'interualle AQ, & de Q, mais de l'interualle AP, on descriue deux arcs s'entrecouppans en R, & ayant mené la ligne interminée AR, on meine du poinct D vne ligne parallele à AB, qui aille coupper AR en K, duquel poinct on meine vne ligne kB qui face auec AB l'angle ABK égal à l'angle diminué BAD: Mais quant à moy ie ne voudrois que trouuer FH, à laquelle la face AD ait la raison donnée, & puis paracheuer comme dict est cy dessus.

Que si le costé exterieur du poligone AB estoit donné, auec la raison de la face à la courtine, il faudroit sur les extremitez d'icelle AB faire les deux angles BAC, ABL, chacun égal à l'angle diminué de la figure proposée, puis mener la ligne AR selon la raison donnée, ainsi qu'il est dict cy dessus, & icelle AR couppant BL en k, determinera la face du bastion *B*k, & par consequent il sera aisé d'acheuer la construction.

Pour le regard de la valeur des angles ils sont touſiours selon la premiere table, sinon qu'on les specifia autremẽt;

Digitized by Google

mais pour trouuer la mesure & quantité des lignes, soit premierement consideré que si on pose la face A D comme sinus total, A F sera sinus de l'angle A D F, & par consequent 92388, & son égale B H autant: & supposant que ladite face A D soit à la courtine G I ou F H, comme 2 à 3; icelle F H au regard du sinus total A D sera 150000: & partant la toute A B sera 334776: Mais elle a aussi esté donnée, pour exemple de 160 toises: disons donc par regles de trois,

Si 334776 reuiennẽt à 160 toises, à combien reuiendrõt 100000?

Et la regle faicte viendront peu plus de 47 toises trois quarts pour la face A D, & par consequent la courtine sera 71 toises $\frac{1}{2}$.

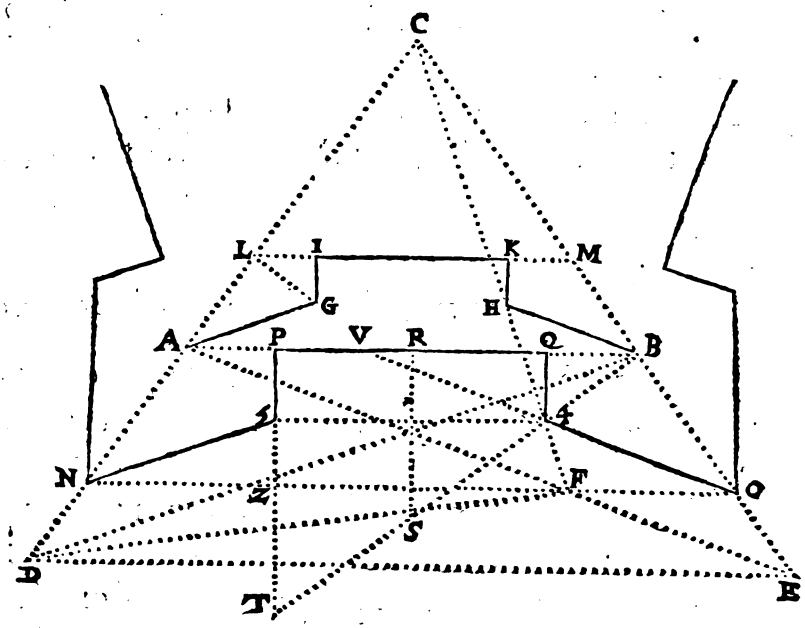
Pour les autres lignes, elles seront aisément trouuées, c'est pourquoy nous passerons outre.

Mais si le costé interieur du poligone estoit donné auec la raison de la courtine à la face, & aussi l'angle faict au centre du bastion par iceluy costé, & la lignee menée dudit centre à l'extremité de l'espaule, il faudroit proceder ainsi qu'il ensuit.

Soit donné A B, costé interieur d'vn pentagone, dont la courtine est à la face, comme 16 à 13, & l'angle faict au centre du bastion par iceluy costé, & la ligne menée à l'extremité du flanc soit de 37 degrez: pour construire telle fortification, soit faict sur ledict costé A B les angles B A C & A B C, chacun egal à la moitié de l'angle du poligone, tirant les lignes C A, C B indeterminément vers D & E: puis soient faicts les deux angles A B D, B A E, chacun egal à l'angle diminué de la figure proposée, tirant les lignes

Digitized by Google

B D, A E iusques à ce qu'elles rancontrent les semidiametres prolongez C A, C B en D & E: puis ayant tiré D E, soit mis



sur icelle le terme majeur de la raison donnée, & sur D B le moindre terme, afin de pouuoir tirer la ligne diagonalle D F, qui rencontrant A B, la couppe en F, duquel poinct ayant mené C F, soit faict l'angle A B 4 de l'angle donné, c'est à dire de 37 degrez, tirant la ligne B 4, iusques à ce qu'elle rencontre C F en 4, duquel poinct soit mené 4 O parallele à A E, qui sera la face du bastion; & ayant mené 4 Q perpendiculaire à A B, il sera aisé d'acheuer la construction.

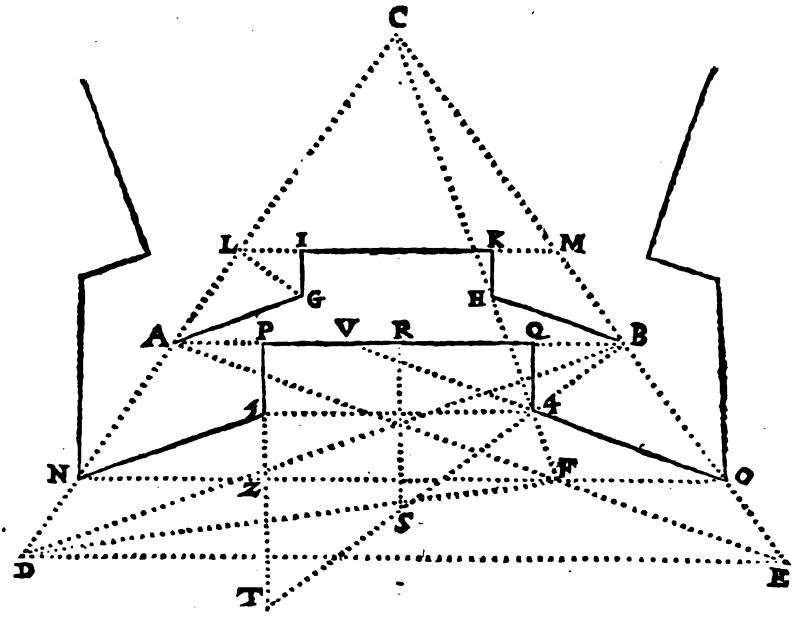
La mesme construction se peut encore faire ainsi: Au lieu que cy dessus, nous auons faict les angles diminuez, & proportionné la face à la courtine au dessoubs

Digitized by Google

de A B, faisons les mesmes choses au dessus de ladite A B, tellement que nous ayons les frons A G, B H, puis ayant tiré le flanc G I indeterminément perpendiculaire à A B, soit faict l'angle I G L egale au supplément de l'angle proposé, c'est à dire de 53 degrez, afin d'auoir le costé interieur L M : Ce faict, soit trouué la mesure & quantité des lignes d'icelle fortification au respect de AB, qui est son costé exterieur, & cogneu par l'hypotese. Puis on dira par regle de proportion, si L M donne L A, que donnera A B, & viendra A N : & procedant ainsi auec les autres lignes on trouuera leurs proportionnelles : partant sera aisé de construire toute la figure soit par le moyen des angles, ou des lignes cogneuës.

Que si au lieu de l'angle donné cy dessus estoit proposée la raison du flanc à la ligne de gorge, comme pour exemple, qu'il fallut sur le costé interieur A B construire la fortification d'vn pentagone, dont la courtine soit à la face, comme 16 à 13, & la ligne de gorge au flanc, comme 4 à 3 : Il faudroit proceder tout ainsi que dessus, iusques à tirer la ligne C F : Quoy fait, soit posé B R moitié de A B, & sur le poinct R soit esleuée la perpendiculaire R S indeterminément, sur laquelle soit posé le terme de la raison homologue & correspondant au flanc, au respect de B R, terme homologue à la ligne de gorge, c'est à dire que puisque la raison donnée de la ligne de gorge au flanc est comme de 4 à 3, il faut poser sur R S trois parties, dont B R en contient 4 : puis tirer la ligne B S, laquelle couppant C F au poinct 4, iceluy sera l'extremité du flanc 4 Q, & du pan 4 O ; & partant sera facile d'acheuer la construction.

Digitized by Google



Et ſi on vouloit proportionner, tant la courtine que le flanc a la ligne de gorge : Il faudroit premierement tirer C A & C *B* indeterminément, comme dict eſt cy deuant, puis ayant couppé A *B* en deux egalement en R, ſoit couppé B R au poinct Q, en ſorte que R Q ſoit à Q B, comme la moitié du plus grand terme de la raiſon de la courtine au flanc, ſera au moindre terme; puis ayant tiré Q 4 perpendiculaire à A B, & indeterminément, ſoit fait que la ligne de gorge B Q ſoit au flanc Q 4 ſelon la raiſon donnée ; puis ayant mené par le poinct 4 la ligne V 4 O, qui faſſe l'angle Q 4 V egal au ſupplément de l'angle diminué, il ſera aiſé d'acheuer la conſtruction.

Finablement ſi la courtine, & la face eſtoient donnez auec la raiſon du flanc à la ligne de gorge; il faudroit ti-

Digitized by Google

rer vne ligne indeterminée N O, & ſur icelle faire l'angle O N 5 egal à l'angle diminué de la figure proposée; puis ayant posé ſur N 5 la face donnée, du poinct 5 ſoit tiré la perpendiculaire indeterminée 5 Z T; en apres ſoit pris Z F egale à la courtine donné, & F O egale à N Z; tellement que N O ſera le coſté exterieur du poligone, par le moyen duquel ſoit trouué le centre C, & tiré l'autre face O 4: Soit puis apres menée la ligne 54, qui ſera egale à la courtine, & parallele à Z F, & ayant faict qu'icelle ligne 54 ſoit à la ligne 5 T ſelon la raiſon donnée de la ligne de gorge au flanc, ſoit tirée la ligne T 4, & prolongée iuſques à ce qu'elle rencontre le ſemidiametre C O en B, qui ſera le centre du baſtion: parquoy il ſera aiſé d'acheuer la conſtruction requiſe.

Or voylà diuerſes conſtructions qui ſe pratiquent ſans auoir eſgard à aucunes ſupputations precedentes; mais nous en mettrons icy d'autres, eſquelles il eſt beſoin d'auoir en main la table des meſures & quantitez des lignes miſes en la page 15, tellement que chacun pourra ſuiure celle deſdites conſtructions qui luy agrera plus, ou qu'il iugera eſtre plus conuenable à ſon deſſein.

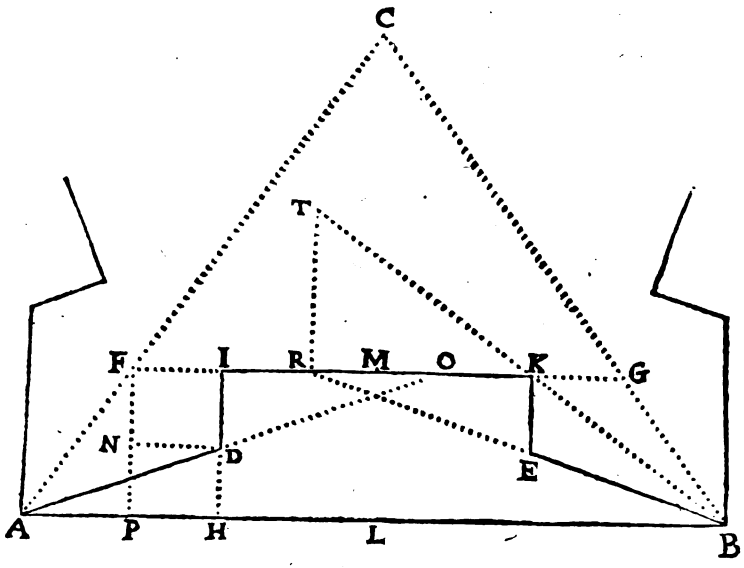
Eſtant donné le coſté exterieur d'vn poligone, conſtruire les deux baſtions d'iceluy.

Puis qu'il appert tant par la table ſuſdite; que par ce que nous auons dit en ſuitte d'icelle, qu'à fin que toutes les parties de la fortification ſoient bien proportionnées, & correſpondent aux regles & maximes d'vne bonne fortification; le coſté exterieur des poligones mentionnés

Digitized by Google

en ladicte table ne doit estre moindre que 130 toises ny plus grand que 165: Il faut bien prendre garde ne poser iamais ledit costé hors de ces deux nombres si ce n'est qu'on y soit contraint, ou par la situation des lieux, ou pour s'acommoder à quelques ouurages dés-ja faicts.

Soit donc proposé la ligne droicte AB de 150 toises, sur laquelle on veut construire deux demy bastions d'vn pentagone. Aux extremitez d'icelle AB soient descris les deux angles BAC, ABC, chacun egal à la moitié de l'an-



gle du poligone, sçauoir est de 54 degrez à fin de former le triangle du poligone ACB: puis aux mesmes extremitez soient aussi faits les deux angles BAD, ABE, chacun egal à l'angle diminué, tirant les lignes AD, BE indeterminément: & pour trouuer la mesure & grandeur d'icelle, faictes vne regle de trois au premier terme de laquelle, met-

tez

Digitized by Google

tez le coſté exterieur du poligone propoſé trouué dans la table, au ſecond 48 toiſes, & au troiſieſme le coſté AB donné; & la regle faicte vous aurez la valeur de la face requiſe: ſuiuant ce, nous dirons donc icy,

Si $162\frac{1}{2}$ *donnent* 48, *que donneront* 150?

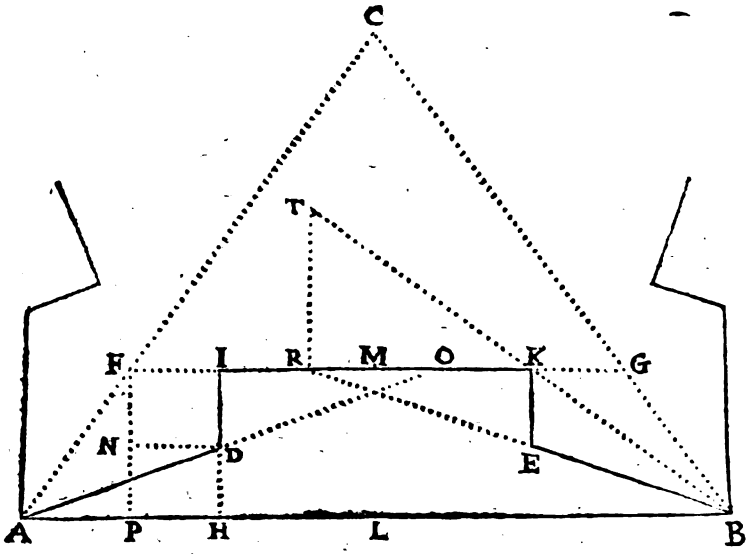
Et viendront pour le quatrieſme nombre proportionnel $44\frac{4}{13}$, qui eſt pour la grandeur de la face, & adioutant à ce nombre ſa moictie, viendront $66\frac{6}{13}$, pour la meſure & quantité de la courtine: mais prenant le quart de ce dernier nombre, nous aurons $16\frac{8}{13}$, pour la valleur du flanc. Prenons donc AD & BE chacune de $44\frac{4}{13}$ ſur l'eſchelle, où compas de proportion au reſpect de AB 150: puis du poinct D, ſoit tirée vne perpendiculaire ſur ledit AB, laquelle ſoit cõtinuée iuſques en I, de ſorte que le flanc DI ſoit de la meſure trouuée, & ayant auſſi mené l'autre flanc Ek, ſoit tirée la courtine Ik: quoy faict, ſeront acheuez les deux demy baſtions requis, leſquels il ſera aiſé de faire entier s'il eſt beſoin.

Or ſi quelqu'vn ne voulant auoir entierement ẽgard aux angles & lignes contenues és tables precedentes, donnoit auec ledit coſté exterieur la raiſon d'iceluy à l'interieur, & à l'vne ou l'autre de ces trois lignes, la courtine, la face, ou le flanc: on demande comme il faudroit conſtruire ſur ledit coſté deux baſtions où ces raiſons ſoient obſeruées auec plus de conformitez aux maximes d'vne bonne fortification que faire ſe pourra.

Premierement il faut aller à la table de la meſure des lignes, & voir aux coſtez des poligones contenus en icelle table quelle figure a ſes coſtez, en raiſon la plus appro-

Digitized by Google

chante de la donnée; & ceste figure trouuée, soit descrit sur ledit costé donné A B, le triangle du poligone choisy A C B; puis soit couppé l'vn des costez d'iceluy triangle, comme au poinct F, en sorte que A C soit à C F selon



la raison donnée du costé exterieur à l'interieur: & ayant pris CG egale à CF, & tiré la ligne droicte FG, icelle sera le costé interieur, qui aura telle raison à l'exterieur que la donnée.

En apres, si la raison dudit costé exterieur à la courtine est donnée, soit couppé en deux egalement tant le costé exterieur que l'interieur, és poincts L, M; puis soit faict que la moitié AL ait telle raison à MI ou MK, que celle donnée: & sur les poincts I & k, soient esleuées les perpendiculaires ID, & KE, chacune desquelles soit vn quart de la courtine Ik, ou bien quelque peu plus ou moins, se-

Digitized by Google

lon qu'il ſeroit neceſſaire pour ſauuer quelque partie eſſentielle de la fortification,) & ayant tiré les faces AD, & BE, ſeront conſtruis les deux demy baſtions requis.

Mais ſi ceſtoit la raiſon du coſté à la face qui fut donnée: ayant deſcrit ſur AB les angles diminuez *BAD*, *ABE*, ſoit faict que *AB* ait telle raiſon à chacune des faces *AD*, *BE* que la donnée: & ayant tiré perpendiculairement les flancs DI, & Ek, ſera acheuée la conſtruction, ſinon qu'on recogneut que quelque partie eſſentielle de la fortification, ſe peut meliorer par l'augmentation ou diminuation de l'angle flanqué.

Finablement, ſi la raiſon au flanc eſt la donnée; ayant deſcris les ſuſdits angles diminuez *BAD*, *ABE*, ſoit tirée indeterminement FN, & fait que *AB* ſoit à icelle FN en la raiſon donnée: puis du poinct N, ſoit menée ND parallele à *AB* iuſques a ce qu'elle rencontre *AD* en *D*, & BE en E, deſquels poincts ſoient menez les flancs DI & Ek, ſi on recognoit que par l'augmentation ou diminution de l'angle flanqué, ne ſe puiſſe ameliorer la fortification: car c'eſt vne maxime que quant on voit qu'vne fortification deſ-ja traſſée, ſe peut ameliorer par le changement de quelque angle où lignes, ſans toutesfois ruiner les conditions requiſes; qu'il faut delaiſſer ce qu'on a deſ-ja faict, & traſſer ce que de nouueau on a conceu pour l'accompliſſement de l'œuure: c'eſt pourquoy en telles occurrances, il ne faut tirer que des lignes blanches & occultes, pour ſur icelles raiſonner & examiner ſi ce qu'on aura faict peut ſubſiſter, & ne receuoir aucune amelioration par l'accroiſſement ou diminution de quelques angles ou lignes; & l'examen faict on marque d'ancre, ce qu'on a

Digitized by Google

trouué deuoir demeurer.

Or tout ainsi que nous auons icy comparé le costé exterieur à l'interieur, & à la courtine, au flanc, & à la face du bastion, ainsi aussi le pourroit-on encore comparer a d'autre lignes, mais nous delaissons cela iusques à vne autres fois; aussi sont-ce choses plus curieuses qu'vtiles, & plus propre a trasser sur le papier qu'a mettre en practique sur la terre: il est toutesfois vray que telles questions seruent grandement à façonner l'esprit, & ouurent quelquesfois le chemin à des choses fort vtiles, esquelles on n'eust pensé auparauant telles exercitations; & c'est pourquoy nous rapportons tousiours quelques vnes de ces questions, à fin de donner entrée à d'autres.

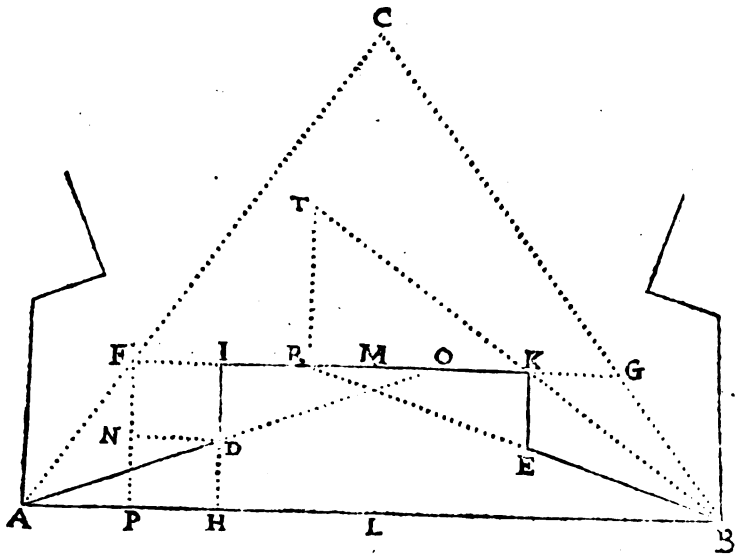
Estant donnée vne ligne droicte, pour seruir de courtine prolongée en vne fortification; construire sur icelle deux bastions qui luy soient conuenables.

Afin que la fortification construite sur telle ligne donnée ne combatte les maximes attribuees aux bonnes fortifications, il faut qu'icelle ligne ne soit moindre que 87 toises ny plus grande que 133.

Soit donc la ligne FG de 100 toises proposée à fortifier & seruir de courtine prolongée: Trouuant a propos de faire sur icelle deux demy bastions d'vn pentagone, nous ferons les angles GFC, FGC, chacun egal à la moitie de l'angle du poligone, c'est à sçauoir de 54 degrez, tirant les lignes indeterminement vers *A* & *B*: Ce faict, soit posé au premier terme d'vne regle de trois, la courtine prolongée contenue en la table des mesures, & correspon-

Digitized by Google

dante à la figure choisie, au second terme la ligne capita-



le d'icelle figure, & au troisiesme la ligne donnée; & viendra au quatriesme terme proportionnel, la valeur de la ligne capitale des bastions à construire. Nous dirons donc icy,

Si 113 $\frac{4}{15}$ *donnent* 42 $\frac{1}{17}$ *combien donneront* 100 ?

Et la regle faicte, viennent presque 37 toises $\frac{1}{9}$ pour la ligne capitale: parquoy nous prendrons BA & GB d'autant: puis nous feronsles angles FAD, & GBE, chacun egal à la moitie de l'angle flanqué de la figure choisie, qui sera icy de 34 deg. $\frac{1}{2}$: ce faict, posez au premier terme d'vne regle de trois le susdict nombre 113 $\frac{4}{15}$, au second 48, & au troisiesme ladicte ligne donnée 100: & la regle faicte, viendront peu plus de 42 $\frac{1}{8}$ pour la face, tellement qu'il

Digitized by Google

faut prendre chasque face *AD*, *BE* d'icelle grandeur, puis tirer perpendiculairement les flancs DI & EK, & par ainsi seront construis sur FG les deux bastions proposez, dont la courtine Ik sera 63 toises $\frac{2}{10}$, & le flanc 15 toises $\frac{17}{64}$.

On pourroit encore faire la mesme construction ainsi: ayant descrit le triangle FCG, & couppé en deux egalement ladite ligne donnée FG au poinct M, soit mis au premier terme d'vne regle de proportion le susdit nombre 113 $\frac{4}{15}$, au second 72 toises, & au troisiesme ladite ligne donnée 100: & la regle faicte, on aura presque 63 $\frac{4}{7}$ pour la courtine, dont moitié soit mise de part & d'autre de M, afin d'auoir icelle courtine I K; & ayant tiré aux poincts I & K les perpendiculaires indeterminées I D, & K E, chacune d'icelles soit faicte de la grandeur d'vn quart de ladite courtine; mais des poincts D & E, soient prises DA, & EB chacune egalle aux deux tiers d'icelle courtine, qui aillent rencontrer CF & CG prolongées en A & B: & par ainsi nous aurons derechef les deux demy bastions requis.

Or si quelqu'vn vouloit qu'icelle ligne donnée FG fut à la distance des poinctes des bastions selon vne raison donnée; il faudroit premierement aller à la table de la mesure des lignes, voir quelle figure a ses costez en la raison donnée, ou plus prochaine: puis descrire sur ladite ligne le triangle du poligone choisy FCG; & apres soit prolongé le costé CF iusques en A, en sorte que CF soit à CA en la raison donnée, & ayant pris GB egale à FA, soient descrits les deux angles FAD, GBE chacun egal à la moitié de l'angle flanqué du poligone choisy, ou quelque peu plus grand ou moindre, selon qu'on trouuera

Digitized by Google

eſtre à propos pour auoir le flanc & la gorge de grandeur competante, en apres ſoient pris les deux faces *AD*, & *BE* chacune de 40 à 48 toiſes, puis tiré les flancs ID & *EK*.

Eſt icy à notter que qui voudroit ſuiure ceux qui veulent en leur conſtruction diuiſer le coſté interieur du poligone en cinq parties, & en donnent trois à la courtine, i'eſtime qu'il ſeroit aſſés à propos qu'iceluy coſté fut poſé aux trois premieres figures ſeulement de 100 toiſes, & és autres de 120 a 130 : car ce faiſant la fortification s'accorderoit aſſés bien aux maximes d'vne bonne fortification, & pour en faire la conſtruction il faudroit comme dit eſt cy deſſus faire les angles GFC, & FGC, chacun de la moitié de l'angle du poligone, puis ayant prins FI & Gk, chacun la cinquieſme partie de la toute FG, ſoient eſleuez perpendiculairement ſur icelle FG les flancs ID, kE, chacun vn quart de la courtine Ik ; & ayant faict l'angle IDO egal au ſupplément de l'angle diminué, il ſera aiſé d'acheuer la conſtruction.

Eſtant donnée vne ligne droicte, conſtruire deux baſtions, en ſorte qu'icelle ligne donnée ſerue de ligne de deffence razante à l'vn d'iceux.

Afin que la fortification ainſi conſtruicte ne contrarie aux regles & maximes d'vne bonne fortification, il faut qu'icelle ligne ne ſoit moindre que 70 toiſes ny plus grande que 118.

Soit donc la ligne droicte AO de 94 toiſes : & il faut conſtruire deux demy baſtions de quelconque figure re-

Digitized by Google

guliere, en sorte qu'icelle ligne soit la deffence razante de l'vn d'iceux. Trouuant à propos de construire en ceſt endroit deux demy bastions d'vn pentagone, nous ferons sur icelle ligne l'angle OAB egal à l'angle diminué de la figure choisie, tirant indeterminément la ligne AB: puis sur icelle AB, & au poinct A l'angle BAC egal à la moitié de l'angle du poligone, tirant AC indeterminément: en apres ayant tiré de O la ligne FG indeterminement & parallele à *AB*, soit faict vne regle de trois, au premier terme de laquelle soit mis la mesure & quantité de la ligne de deffence razante de la figure choſie, au second 48 toises, & au troisieſme la ligne donnée; & la regle faicte on aura la face du bastion. Nous dirons donc en ceſt exemple,

Si 102 *donnent* 48, *que donneront* 94?

Et viendront $44\frac{1}{17}$, que nous prendrons sur le compas ou eschelle, & porterons sur ladite ligne donnée pour auoir la face AD: en apres du poinct D nous tirerons perpéndiculairement sur FO le flanc DI, & prendrons la courtine Ik de 66 toises $\frac{6}{17}$, & KG egal à IF: puis au poinct G soit fait l'angle FGC egal à l'angle BAF, tirant le ligne GC iusques à ce qu'elle rencontre les lignes AC & AB: Quoy fait il sera aisé de tirer BE & Ek, afin d'acheuer les deux demy bastions requis.

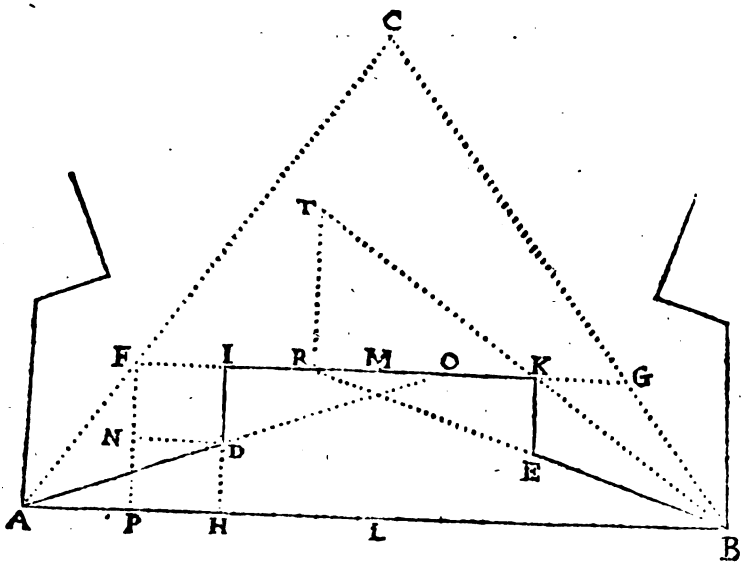
Or qui voudroit construire les bastions en sorte que le flanc fut à son prolongement selon vne raison donnée, il faudroit tirer la perpendiculaire FP, puis la coupper au poinct N en la raison donnée, & tirer ND parallele à AB iusques à ce qu'elle rencontre la ligne donnée AO en D, lequel terminera le pan du bastion AD, & par consequent

il

Digitized by Google

il ſera aiſé d'acheuer la conſtruction requiſe.

Que ſi la ligne de deffence BR eſtant donnée, on vouloit que la face du baſtion fut au flanc ſelon vne raiſon donnée, il faudroit ſur GR eſleuer vne perpendiculaire

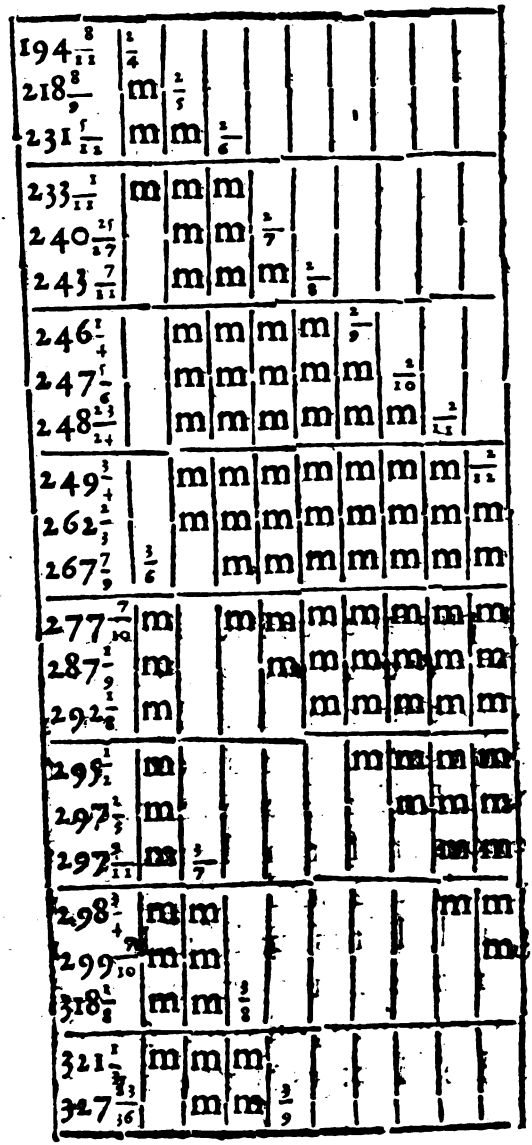


interminée RT, puis faire que BR ſoit à RT ſelon la raiſon de la face au flanc, & tirant puis apres la ligne BT, où elle couppera RG, ſçauoir au poinct k, ſera l'extremité de la courtine, d'où eſtant tiré perpendiculairement le flanc kE, il ſera au pan BE ſelon la raiſon donnée.

Or nous ne nous arreſterons d'auantage ſur ces petites lignes, mais viendrons à auſſi enſeigner quelque choſe touchant les grandes lignes, ſur leſquelles outre deux demy baſtions conſtruis à leurs extremitez on en peut aduancer encore vn, ou deux, ou trois, &c. dans le milieu, & le tout enſemble faiſant les $\frac{4}{5}$ parties d'vn pentagone, ou

Digitized by Google

bien les $\frac{2}{6}$ ou les $\frac{1}{6}$ parties d'vn hexagone, ou bien les $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, &c. de l'heptagone, & ainsi consecutiuement des autres poligones: & pour ceſt effect nous ſeruira la table ſuiuante.



Digitized by Google

340 5/11		m	m	m	3/10		
344 2/7	4/8	m	m	m	m		
348 2/8	m	m	m	m	m	3/11	
353 1/7	m	m	m	m	m	m	3/12
357 4/11	m	m	m	m	m	m	m
377 5/14	m	4/9	m	m	m	m	m
381 1/4	m	m	m	m	m	m	m
393 2/6	m	m		m	m	m	m
401 2/24	m	m	4/10		m	m	m
409 2/11	m	m	m		m	m	m
413 2/7	m	m	m			m	m
417 1/4		m	m			m	m
418 8/9		m	m	4/11			m
421 2/8	9/10	m	m	m			m
424	m	m	m	m			m
432 7/11	m	m	m	m	4/12		
452 1/4	m	m	m	m	m		
455 8/9	m	5/11	m	m	m		
481 1/4	m	m	m	m	m		
482 1/2	m	m	5/12	m	m		
499 1/2	m	m	m	m	m	5/12	
502 2/3	m	m	m	m	m	m	
506	m	m	m		m	m	
519 1/10		m	m		m	m	
547 2/28		m	m			m	
579			m			m	
599 2/3						m	

Digitized by Google

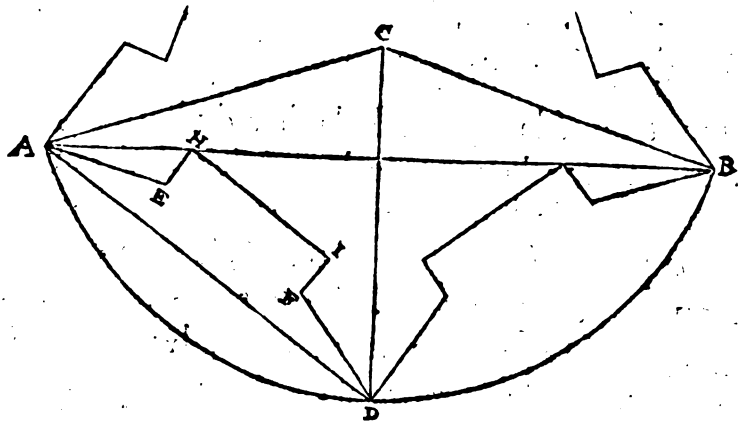
Or il appert assez par les choses cy dessus, qu'estant proposé à fortifier quelque portion de place; si la ligne droicte tirée depuis l'vne des extremitez du circuit d'icelle portion iusques à l'autre extremité, estoit de 194 toises $\frac{8}{11}$ à 233 $\frac{1}{11}$, on pourroit construire sur icelle ligne deux bastions d'vn quarré: & si ladite longueur estoit de 218 $\frac{8}{9}$ à 262 $\frac{1}{3}$, on y pourroit faire deux ou trois bastions d'vn pentagone; si depuis 231 $\frac{1}{11}$ iusques à 277 $\frac{7}{10}$, deux ou quatre bastions d'vn hexagone; & ainsi consequemment des autres nombres & poligones specifiez en la susdite table: tellement que sur vne mesme longueur on peut diuersement fortifier, soit en construisant des bastions plus ou moins, ou bien choisissant vne figure plustost que l'autre, afin d'enclorre plus ou moins d'espace, c'est pourquoy nous auons disposé ceste table, en sorte qu'on y pourra voir tout en vn instant, en combien de forme se peut changer vne fortification sur la longueur proposée, desquelles on pourra prendre celle qui viendra le plus à propos: Ainsi estant proposé à fortifier quelque espace, dont la ligne droicte subtendante du circuit d'icelle fut trouuée de 295 toises & demy, ie viendrois à chercher iceluy nombre au costé de la table, & l'y ayant trouué, ie verrois dans ladite table vis à vis d'iceluy nombre 295 $\frac{1}{2}$, cinq m, qui signifient que sur ceste ligne on peut faire les mesmes fortifications que celles cottées au dessus d'icelles m, c'est à sçauoir trois bastions d'vn hexagone, ou deux & sept d'vn enneagone, ou deux & huict d'vn decagone, ou deux & neuf de l'endecagone, ou bien deux & dix du dodecagone: tellement que de toutes ces diuerses fortifications ie pourray choisir celle qui conuiendra le mieux à la situa-

Digitized by Google

tion & circuit du lieu à fortifier. Que ſi le nombre proposé ne ſe trouue au coſté de la table, il faudra au lieu d'iceluy auoir eſgard au moindre: comme pour exemple, ſi le nombre eſtoit 345 toiſes, voyant qu'iceluy nombre n'eſt contenu en la ſuſdite table, ie m'arreſterois au moindre, c'eſt à ſçauoir 344 $\frac{1}{7}$, ſur lequel ie voy ſe pouuoir faire trois, quatre & cinq baſtions de l'octogone; trois & quatre de l'heptagone; trois & ſix de l'enneagone; ou trois & ſept du decagone. Ayãt donc choiſy la fortification qu'on eſtime eſtre la plus conuenable au lieu propoſé, on la conſtruira ainſi qu'il enſuit.

Eſtant donnée vne ligne droicte ponr ſubtendante de tant de coſtez exterieurs qu'on voudra de quelque poligone; deſcrire ſur icelle ligne la fortification dont elle eſt capable.

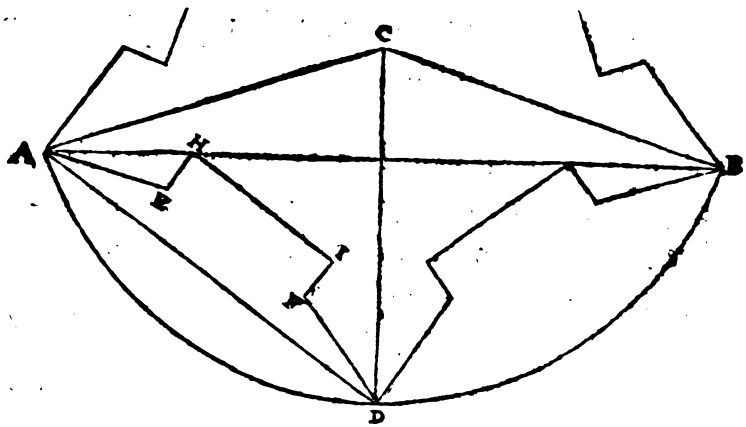
Soit donnée la ligne droicte A B de 250 toiſes, ſur la-



quelle on a trouué par la table precedente ſe pouuoir

Digitized by Google

changer la fortification en diuerses manieres, mais d'icelles on a choisy deux bastions d'vn pentagone, pour lesquels construire, soit premierement trouué le cẽtre C, afin de descrire la portion du poligone proposé, ainsi qu'il est enseigné à la 20. proposition de l'vsage du Compas de proportion: & ayant tiré le costé A D, soit construit sur iceluy comme nous auons enseigné en la page 24, c'est à dire qu'aux deux extremitez d'iceluy, soient descrits les



deux angles D A E & A D F, chacun egal à l'angle diminué de la figure choisie, qui sera icy de 19 degrez & demy; puis trouué la mesure de la face du bastion, posant au premier terme d'vne regle de trois, le premier ou le dernier nombre de la ligne, sur laquelle on peut faire la fortification proposée; au second terme, la face correspondante au nombre pris, c'est à dire 60 toises si on prend le premier nombre, mais 72 si on prend le dernier; & au troisiesme terme le nombre de la ligne proposée: Nous dirons donc icy,

Si 262 $\frac{1}{2}$ donnent 48, combien donneront 250?

Digitized by Google

Et faisant la regle nous trouuerons peu plus de 45 toises $\frac{1}{3}$ pour la face du bastion, & partant la courtine sera 68 toises & demy, & le flanc $17\frac{1}{8}$. Parquoy nous prendrons chacun des pans du bastion A E, D F de $45\frac{1}{3}$, puis des poincts E & F, nous esleuerons perpendiculairement sur A D, les flancs EH, FI, que nous ferons chacun de $17\frac{1}{8}$, & ayant tiré la courtine H I, il sera aisé d'acheuer toute la fortification proposée, ainsi qu'il appert en la figure.

Soit derechef la ligne droicte A B de 270 toises, sur laquelle on trouue se pouuoir faire diuerses fortifications, mais trouuant à propos d'y faire deux bastions d'vn hexagone, pour les construire, soit premierement trouué le centre C, & descrit vn tiers de l'hexagone: puis aux deux extremitez du costé A D, soient descris les deux angles D A E, A D F, chacun de 22 degrez $\frac{1}{2}$: en apres soit trouuée la mesure de la face du bastion, disant,

Si $277\frac{7}{10}$ *donnent* 48, *combien donneront* 270?

Et la regle faite, viendront presque 46 toises $\frac{1}{3}$ pour la face du bastion, & par consequent la courtine sera peu moins de 69 toises & demy, & le flanc $17\frac{1}{8}$. Parquoy soient pris chacun des pans A E, D F de $46\frac{1}{3}$, puis ayant esleué perpendiculairement sur A D les flancs EH, F I, chacun de $17\frac{3}{8}$, soit acheué comme dict est cy dessus.

Or voylà quant aux grandes lignes qui conioignent deux ou d'auantage de costez exterieurs; & pour le regard de celles qui conioignent les costez interieurs, nous seruira la table suiuante.

Digitized by Google

$122\frac{2}{3}$	$\frac{2}{4}$							
$147\frac{1}{11}$	m							
$152\frac{2}{9}$	$\frac{2}{6}$							
$170\frac{5}{6}$	m	$\frac{2}{6}$						
$182\frac{2}{3}$	m	m						
$184\frac{1}{6}$		m	$\frac{2}{7}$					
$193\frac{13}{14}$		m	m	$\frac{2}{8}$				
$197\frac{7}{9}$	$\frac{3}{6}$	m	m	m				
$200\frac{10}{27}$	m	m	m	m	$\frac{2}{9}$			
205	m	m	m	m	m			
$205\frac{1}{4}$	m		m	m	m	$\frac{2}{10}$		
$210\frac{5}{33}$	m		m	m	m	m	$\frac{2}{11}$	
$213\frac{7}{4}$	m		m	m	m	m	m	$\frac{2}{12}$
221	m		m	m	m	m	m	m
$229\frac{3}{8}$	m	$\frac{3}{7}$		m	m	m	m	m
$232\frac{2}{9}$	m	m		m	m	m	m	m
$237\frac{1}{3}$	m	m			m	m	m	m
$240\frac{2}{9}$		m			m	m	m	m
$246\frac{7}{8}$		m				m	m	m
$252\frac{2}{11}$		m					m	m
$252\frac{17}{24}$		m	$\frac{2}{8}$					m
$256\frac{2}{7}$		m	m					m
$270\frac{1}{11}$		m	m	$\frac{3}{9}$				
$273\frac{13}{14}$	$\frac{4}{8}$	m	m	m				
$275\frac{1}{4}$	m	m	m	m				
$283\frac{1}{6}$	m		m	m	$\frac{3}{10}$			

Digitized by Google

293 $\frac{11}{13}$	m		m	m	m	$\frac{3}{11}$	
302 $\frac{1}{12}$	m		m	m	m	m	$\frac{3}{11}$
303 $\frac{1}{4}$	m		m	m	m	m	m
307 $\frac{1}{8}$	m	$\frac{4}{9}$		m	m	m	m
324 $\frac{2}{9}$	m	m		m	m	m	m
328 $\frac{1}{4}$	m	m			m	m	m
332 $\frac{8}{9}$		m	$\frac{4}{10}$		m	m	m
339 $\frac{4}{7}$		m	m			m	m
350	$\frac{5}{10}$	m	m			m	m
352 $\frac{9}{13}$	m	m	m			m	m
353 $\frac{13}{14}$	m	m	m	$\frac{4}{11}$			m
362 $\frac{3}{7}$	m	m	m	m			m
368 $\frac{5}{9}$	m	m	m	m			
370 $\frac{1}{9}$	m		m	m	$\frac{4}{11}$		
385 $\frac{13}{18}$	m	$\frac{5}{11}$	m	m	m		
399 $\frac{4}{9}$	m	m		m	m		
412 $\frac{8}{9}$	m	m	$\frac{5}{11}$	m	m		
420	m	m	m	m	m		
424 $\frac{1}{4}$		m	m	m	m		
427 $\frac{1}{7}$	$\frac{6}{6}$	m	m		m		
443 $\frac{9}{10}$	m	m	m		m		
461 $\frac{2}{3}$	m	m	m				
494 $\frac{1}{3}$	m		m				
512 $\frac{4}{7}$	m						

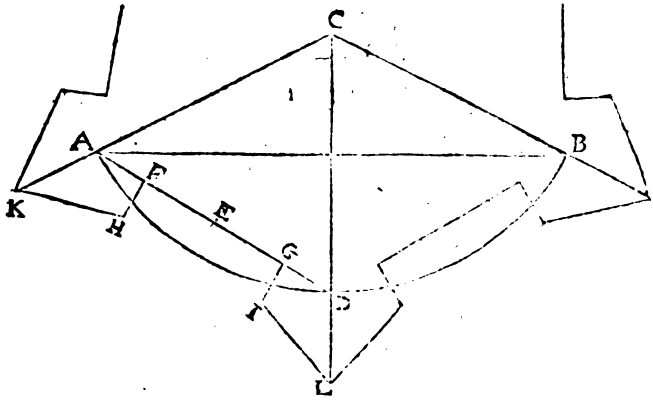
Digitized by Google

Il appert assés par ce que nous auons dit sur la table precedente à celle-cy, à quoy peuuent seruir ces deux tables: car ce qui est dit de l'vne se peut aussi entendre de l'autre, n'y ayant autre difference entr'elles sinon qu'en celle-là, sont contenues les mesures & grandeurs des lignes subtendantes les costez exterieurs des 9 premieres figures fortifiées selon les regles & preceptes baillez cy-deuant, & ceste-cy contient les mesures des subtendantes des costez interieurs d'icelles figures: & comme par celle-là on vient à cognoistre de combien de bastions peut estre capable vne ligne droicte donnée pour subtendante de costez exterieurs, aussi par ceste-cy on voit de combien de bastions ladicte ligne seroit capable la prenant pour subtendante de costez interieurs: ce qu'estant recogneu on construira lesdits bastions ainsi qu'il ensuit.

Estant donnée vne ligne droicte pour subtendante de tant de costez interieurs qu'on voudra de quelque poligone: descrire sur icelle ligne la fortification dont elle est capable.

Soit proposée la ligne droicte AB de 190 toises, sur laquelle on veut construire deux bastions d'vn Hexagone, lesquels on trouue par la table precedente se pouuoir faire sur icelle. Soit premierement trouué le centre C, & d'iceluy descrit l'arc de cercle ADB, & tiré indeterminément les trois semidiametres d'iceluy cercle: puis apres ayant tiré le costé interieur de l'hexagone AD, soit construit sur iceluy ainsi qu'il a esté enseigné cy deuant: & pour le plus facile soit couppé en deux egalement iceluy

Digitized by Google



coſté AD en E, puis trouué la meſure & grandeur que doit auoir la courtine, & ce en diſant,

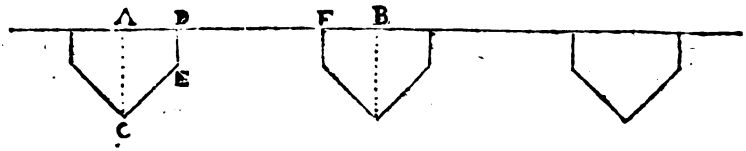
Si 205 donnent 72, que donneront 190?

Et faiſant la regle viendront peu plus de 66 toiſes trois quarts pour la grandeur de ladite courtine, & par conſequent le flanc ſera $16\frac{11}{16}$, & la face $44\frac{1}{2}$. Soit donc pris EF, & EG, chacun de 33 toiſes $\frac{3}{8}$; puis les flancs perpendiculaires FH & GI, chacun de $16\frac{11}{16}$; & les faces Hk & IL, chacune de $44\frac{1}{2}$, & par ainſi ſeront conſtruis deux demy baſtions, qui donnent facilement les autres ainſi qu'il appert en la figure.

Or voila quant aux lignes droictes conſiderées comme ſubtendantes de quelque circuit; mais ſi ledit circuit a fortifier eſtoit meſme ligne droicte, & qu'il fallut ſeulement y conſtruire des baſtions, auſquels elle ſeruit de courtine, il faudroit tellement proportionner la diſtance d'vn baſtion a autre que le tout fut en deffence, & dans les maximes d'vne bonne fortification; ce qui ſera aiſé, les choſes

Digitized by Google

ſes cy-deuant dictes eſtans bien entendues, ceſt pourquoy nous ne nous arreſterós a en bailler d'autres preceptes, ſeulement dirons nous, que ſi on prend la diſtance du centre d'vn baſtion a autre, comme AB de 138 toiſes, la ligne capitale AC de 50, la ligne de gorge AD de 29 toiſes, & le



flanc DE de 20, la face du baſtion ſera ſeulement 41 toiſes & preſque trois quarts: mais l'angle flanqué ſera quaſi 88 degrez 4 minuttes, & la ligne de deffence fichante preſque 119 toiſes $\frac{11}{12}$, ainſi qu'on verra en procedant auſdites ſupputations ſuiuant les régles & preceptes de l'art.

Du profile.

Iuſques icy nous auons declaré tout ce que i'ay eſtimé deuoir eſtre bien entendu pour pouuoir conſtruire & deſlinéer les principales & eſſentielles parties de quelconque fortification, & maintenant nons dirons auſſi quelque choſe du rampart, du foſſé, du corridor, & autres petites parties neceſſaires à vne fortification bien accomplie. Eſt donc à noter qu'à toute la baſe du rampart on doit donner enuiron 15 toiſes, afin qu'ayant pris 15 pieds pour le tallu interne, & 9 pour celuy de deuers le foſſé, il reſte encore 11 toiſes pour la largeur du terre plain, auec ſon parapet, auquel terre plain on doit bailler enuiron 15 pieds de haut, & 6 à ſon parapet, qui doit eſtre d'enuiron

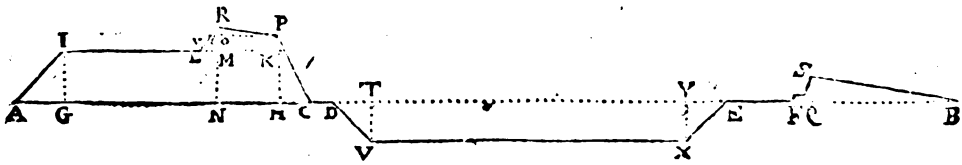
Digitized by Google

trois toiſes & demy de large, compris quelque petit tallu, qu'il doit auſſi auoir tant d'vn coſté que d'autre; mais deuant ce parapet il y doit auoir vne banquette de quelque trois pieds de large, & vn pied & demy de haut: puis pour empeſcher que la terre qui pourroit tomber du terre plain ne rempliſſe le foſſé, on doit laiſſer entre le pied de l'eſcarpe, ou tallu externe du rampart, & celuy du foſſé vne eſpace de 6 ou 7 pieds. Quant au foſſé, les opinions ſont diuerſes: car quelques vns le font plus large au droict de la poincte du baſtion que vis à vis des flancs; & d'autres au cõtraire, veulent qu'il ſoit bien plus eſtroict en ceſt endroit qu'en celluy-la: mais ordinairement il eſt auſſi large en vn endroit qu'en l'autre, c'eſt à dire que la contreſcarpe eſt parallele à la face du baſtion, ayant iceluy foſſé de 15 à 20 toiſes de largeur, & enuiron 2 de profondeur; le tout ſelon que la neceſſité, & le fonds du terrouër le permet: Car quelquesfois pour auoir la terre neceſſaire au rampart & autres ouurages eſleués au deſſus du plan de la campagne on eſt contraint de faire ledit foſſé plus large qu'il ne ſeroit de beſoin: & quant on peut prendre ladicte largeur à diſcretion, on faict ſupputation de ce qu'il faut de terre tant pour le rampart, les parapets, que glaſſis de dehors, afin que ſelon la quantité trouuée on puiſſe prendre ledit foſſé de telle largeur, que de la terre qui s'en tirera on puiſſe faire preciſément tous leſdits ouurages. A iceluy foſſé on donne ordinairemẽt autant de tallu que de profondeur: au dela du foſſé on faict le corridor où chemin couuert, ayant quelque 20 ou 24 pieds de large, & vn parapet de 6 pieds de haut, auec ſa banquette: Et finalement, on faict vn glaſſis qui s'eſtend vers la campa-

Digitized by Google

gne enuiron 8 ou 10 toises, le tout comme il appert au profile suiuant, qui se faict ainsi qu'il ensuit.

Premierement, soit menée vne ligne occulte AB si longue qu'il sera de besoin, sur laquelle soit prise la partie AC de 15 toises selon quelque eschelle que ce soit; puis CD de 6 pieds, & DE de 20 toises; puis EF de 20 pieds, & FB de



8 toises: En apres soient prises AG de 15 pieds, & CH de 9, pour les pantes ou tallus du rampart; & aux poincts G & H, soient esleuées les perpendiculaires GI, HK chacune de 15 pieds, & mené AI, Ik; de laquelle IK soit pris IL de 7 toises, pour la largeur du terre plain, & LM de trois pieds pour la largeur de la banquette du parapet d'iceluy terre plain, laquelle on fera d'vn pied & demy de haut: mais ayant pris GN egale à IM, soit tirée MR, en sorte que MR soit de 6 pieds pour la hauteur du parapet: soit aussi tirée HKP, tellement que kP soit de 4 ou 5 pieds, afin que le haut du parapet aille penchant vers la campagne; & ayant tiré CP, PR, RI, en sorte qu'il ne reste que deux pieds par le haut de la banquette *i v.* on aura tout le profile du rampart. En apres ayant pris DT & EY, chacun de 12 pieds, des poincts T & Y, soient abbaissées les perpendiculaires TV & YX, chacune de 12 pieds; puis soient tirées DV, VX & XE, qui formeront le fossé, lequel aura 16 toises de largeur par le bas, & 20 par le haut: finalement ayant pris

Digitized by Google

FQ de trois pieds, & eſleué la perpendiculaire QS de 6 pieds pour la hauteur du parapet du corridor, ſoit faict la banquette d'iceluy, & tiré la ligne S B, qui ſera le glaſſis dudit parapet.

Or qui voudra trouuer la largeur du foſſé VX ſelon vne profondeur donnée, comme pour exemple V T, que nous poſons eſtre de 12 pieds, ſera procedé à la ſupputation de toutes les pieces qu'il faut eſleuer au deſſus de la campagne, comme il enſuit.

Premierement, le triangle A I G a les deux coſtez de l'angle droict cogneus, eſtant chacun de 15 pieds, & partant le contenu d'iceluy ſera trouué de 112 pieds & demy, par ce que nous auons enſeigné au 2. Chapitre du 3. Liure de noſtre Geometrie pratique.

2. Le rectangle G I *K* H a les coſtez cogneus, ſçauoir eſt G H de 66 pieds, & G I de 15; partant le contenu dudit rectangle G I K H ſera trouué de 990 pieds par le premier Chap. du Liure ſuſdit.

3. Le petit rectangle L *o* a les coſtez cogneus; car L M eſt de trois pieds, & L *v* d'vn pied & demy: parquoy le contenu d'iceluy ſera trouué de quatre pieds & demy, ſuiuant ce qui eſt enſeigné au 2. chap ſuſdit de noſtre Geometrie.

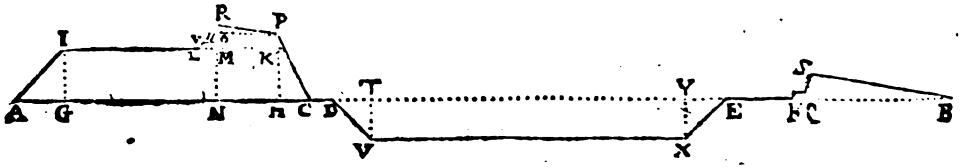
4. Le rectangle M P a auſſi les coſtez cogneus; car M K eſt de 21 pieds, & K F de 5: partant le contenu d'iceluy rectangle ſera de 105 pieds.

5. Le petit triangle rectangle *i* R *o* a les coſtez de l'angle droict cogneus: car *i o* eſt d'vn pied, & *o* R de $4\frac{1}{4}$: partant le contenu d'iceluy triangle ſera trouué de 2 pieds $\frac{1}{4}$; & par conſequent le contenu de toute la banquette, &

Digitized by Google

tallu du parapet sera ensemble de 6 pieds trois quarts, & celuy du corridor autant.

6. Le petit triangle R P o a les costez de l'angle droict



cogneus: car P O est de 21 pieds, & R o d'vn pied: partant le contenu d'iceluy triangle est 10 ½.

7. Le triangle rectangle HPC a aussi les costoz de l'angle droict cogneus, P H estant de 20 pieds, & H C de 9 pieds: parquoy le contenu d'iceluy triangle sera trouué de 90 pieds.

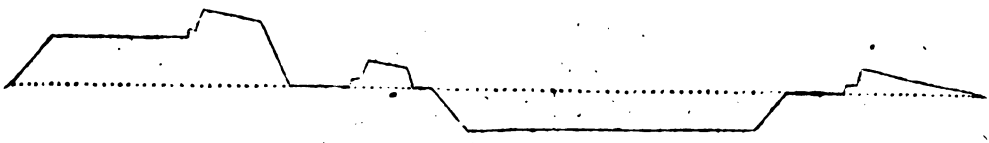
Finablement le triangle rectangle Q S B a aussi les costez de l'angle droict cogneus: car Q B est de 45 pieds, & Q S de 2: & partant le contenu d'iceluy triangle sera 135 pieds.

Maintenant il faut adiouster ensemble toutes ces superficies trouuées, & viendront 1456 pieds & demy, dont il faut oster 144 pieds pour le contenu des deux triangles D T V, X Y E, & resteront 1312 ½ pour le contenu du rectangle T V X Y, qu'il faut diuiser par la profondeur 12, & viendront 109 pieds ½ pour la largeur du fossé V X; tellement qu'il deuroit estre bien plus large que nous ne l'auons posé, autrement on ne pourroit auoir de la terre à suffisance pour faire tous les ouurages specifiez au profil cy dessus, sinon qu'on voulut faire ledit fossé plus profond. Que si on vouloit que ladite largeur posée demeura, il

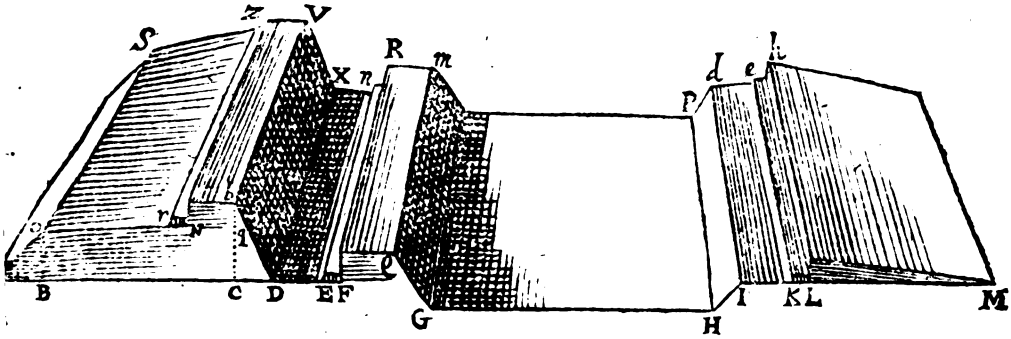
Digitized by Google

ra, il faudroit diuiſer ledit nombre 1312 $\frac{1}{2}$ par icelle largeur 96, & viendroient treize pieds $\frac{43}{64}$ pour ladite profondeur.

Or ſi on vouloit qu'il y euſt vne fauſſe braye à l'entour de la place, le profile pourroit eſtre comme on voit en ceſte autre figure, en laquelle ladite fauſſe braye, ou chemin des rondes, eſt de 20 pieds, & ſon parapet & ban-



quette auſſi de 20 pieds en largeur, & 6 en hauteur, reuenant à 4 par deuant, & 2 de tallu, ſinon que la quantité du terrouër en requit d'auantage : car à tous leſdicts tallus, tant interieurs qu'exterieurs, on donne l'inclination ſelon qu'eſt le terrouër, & tant plus la terre eſt maigre & ſablonneuſe, iant plus on luy donne de pante pour empeſcher le renuerſement deſdits ouurages, qui paroiſſent



aſſez bien en ceſte autre figure. Mais eſt à noter qu'en ces

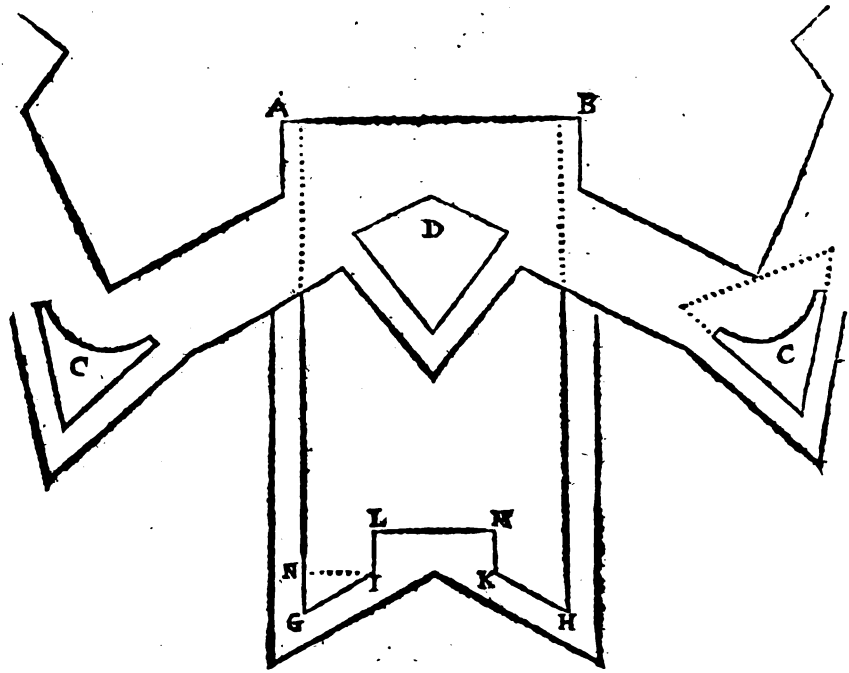
Digitized by Google

deux figures nous auons marqué la fauſſe braye au plan de la campagne, comme a fait Marolois, laiſſant toutesfois à iuger s'il ſeroit point meilleur de la faire au deſſoubs d'iceluy plan, voire meſme auſſi baſſe que le font du foſſé, és lieux où l'eau ne le peut empeſcher.

Des pieces deſtachées.

Es places d'importances, & eſquelles il ne manque gens, viures, ny admonitions, on faict ordinairement des ouurages & pieces deſtachées au dehors de la place, leſquelles on appelle demy lunes, rauelins, & cornes.

Les demy lunes, & les rauelins, ſont ſouuent pris pour



vne meſme piece, ainſi que nous auons dict au commen-

Digitized by Google

cement de ce traicté ; mais selon ceux qui les distinguent, les demy lunes ne sont autre chose que des triangles equilateraux, qui sont ordinairement aux extremitez du fossé vis à vis des bastions, ayant chaque costé de 30 à 40 toises, comme sont en ceste figure les deux pieces C, qui prennent leurs deffences, tant de la courtine A B, que de la piece D. Or ces demy lunes sont faciles à construire, ny ayant qu'à tirer vne perpendiculaire à l'extremité de la ligne capitalle du bastion, & sur icelle ligne perpendiculaire prise de telle grandeur qu'on iugera à propos, descrire vn triangle equilateral, des costez duquel seront prises les faces de la demy lune de 20 à 30 toises, comme il appert en la figure cy dessus.

Les rauelins sont certains bouleuers, qui sont vis à vis de l'angle flanquant de deux bastions, (comme la piece D en la figure cy dessus) à chasque face desquels on donne 25, 30, ou 40 toises ; & prennent ordinairement leurs deffences du flanc du bastion, & quelquesfois de la face, selon que le lieu permet d'ouurir l'angle flanqué du rauelin, qui ne doit estre moins de 60 degrez, ny plus grand que 90. Et d'autant que ces rauelins se font à discretion, & selon l'effect qu'on en veut tirer ; il est mal aisé de donner certains preceptes de leur construction, qui est toutesfois fort aisée, c'est pourquoy nous dirons seulement que si on vouloit construire vn rauelin, ayant l'angle flanqué donné, il faudroit adiouster la moitié d'iceluy angle proposé auec la moitié du flanquant de la place, & le produict estant osté de 180 degrez, faire sur la ligne de deffence razante, & au lieu d'icelle d'où l'on voudra que vienne la deffence du rauelin, vn angle egal au reste de la

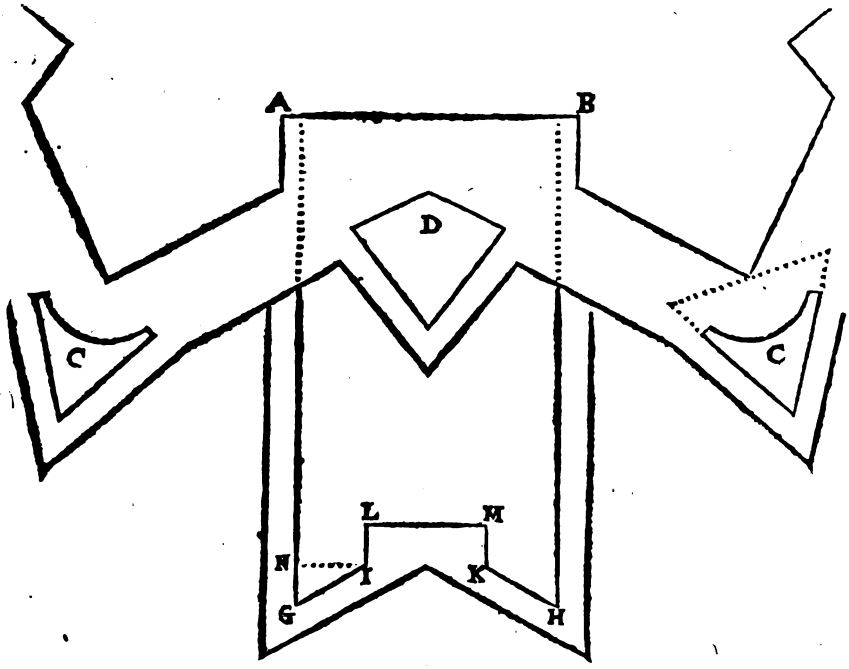
Digitized by Google

soustraction, tirant la ligne d'iceluy angle iusques à ce quelle rencontre vne autre ligne venant du centre de la place par l'angle flanquant d'icelle, lequel poinct de rencontre sera le lieu de la poincte du rauelin, & partant il sera aisé de l'acheuer, donnant à la face d'iceluy telle longueur que le lieu le permettra. Est aussi à noter qu'on donne diuerses formes à ces rauelins: car on les peut faire de forme triangulaire, tirant vn costé parallel à la courtine, ou bien quadrangulaire, comme celuy de la figure suiuante, ou bien de la figure pentagonale, y faisant des flancs tout ainsi qu'aux bastions entiers & parfaicts.

Quant aux cornes, qu'aucuns appellent aussi tenailles, & d'autres qu'eux d'erondelles, on leur donne telle mesure & longueur que l'on iuge estre conuenable au temps & lieu où le trauail se faict, & toutesfois elles ne se doiuent estendre si loing qu'elles ne puissent estre deffendues du mousquet; c'est pourquoy la longueur d'icelles cornes ne sera guere plus de 120 toises. Ces ouurages sont les meilleurs qu'on puisse faire en dehors, d'autant qu'on y peut faire plusieurs retranchemens, qui arrestent long temps l'ennemy. Ayant donc tiré deux lignes paralleles & perpendiculaires à la courtine AB a trois ou quatre toises pres de l'espaule, on doit donner à chacunes d'icelles lignes (lesquelles ne sont pas touſiours paralleles & perpendiculaires à la courtine, mais vont quelquesfois en eſlargiſſant) enuiron 120 toises, & à l'extremité d'icelles, faire les angles flanquez G & H, chacun de 60 degrez: en apres faites les pans ou faces GI, & HK, chacun de 20 toises, puis les flancs IL, MK, chacun de 10 toises; & ayant tiré la courtine ML, pour trouuer la mesure d'icelle, considerez le trian-

Digitized by Google

gle rectangle G N I, qui a les angles cogneus, & le coſté



G I, tellement que le coſté N I ſera trouué, le double duquel eſtant ſouſtraict de la diſtance des poincts G, H, reſtera ladite courtine L M.

Or toutes ces pieces deſtachées ont leurs ramparts large de 30 à 40 pieds, & haut de 6 pieds; les talus internes egaux à la hauteur, & les externes de la moitié; les parapets 16 ou 18 pieds de largeur, & 6 de hauteur, auec la banquette à l'ordinaire; le foſſé profond de 8 ou 9 pieds, & large en ſorte qu'on ait de la terre à ſuffiſance: on peut auſſi faire au dela dudit foſſé vn chemin couuert de 16 à 20 pieds, auec ſon parapet en glaſſis d'enuirou 40 pieds de large, & haut de 6.

Digitized by Google

Voylà, amy Lecteur, ce que i'ay estimé te deuoir à present communiquer touchant la construction des fortifications vsitées aux pays bas ; si ie recognois que cest eschantillon te soit agreable, cela m'encouragera à rechercher les moyens te donner la piece entiere.

FIN.

BRIEFVE EXPL.

Digitized by Google

398925 bis

BRIEFVE

EXPLICATION DE L'VSAGE DE L'ASTROLABE.

AVEC VN SOMMAIRE TRAICTE' de la Sphere; comme auſsi de l'vſage tant du quarré Geometrique, que des Globes.

Par D. H. M.

VILLE DE LYON
Biblioth. du Palais des Arts

A PARIS,

M. D. C. XX.

Digitized by Google

Digitized by Google

BRIEFVE

EXPLICATION DE LA SPHERE.

POVR bien & deuëment entendre ce qui eſt de l'vſage de l'Aſtrolabe, il eſt neceſſaire d'auoir quelque intelligence de la Sphere du mõde, c'eſt pourquoy auant que de traicter dudit vſage de l'Aſtrolabe, nous expliquerons ſuccintement les cercles & parties d'icelle Sphere.

Premierement donc eſt à ſçauoir, que Sphere eſt vn corps ſolide compris & enuironné d'vne ſeule ſuperficie, dans lequel il y a vn poinct duquel toutes les lignes droictes menées à icelle ſuperficie ſont egales entr'elles; & ce poinct là eſt appellé centre de la Sphere. Or voila ce que les Geometres entendent par ce mot Grec *Sphere*, qui ſignifie la meſme choſe que Globe ou boule; & les Aſtronomes recognoiſſant que la machine du monde vniuerſel, qui comprẽd le ciel & la terre, & toutes les autres choſes qui ſont en iceux, conſtituë vn corps rond auquel ſe rencontrent toutes les conditions de ladite Sphere Geometrique; ils ont auſſi nommé icelle machine, Sphere du mõde. Mais eſt à remarquer qu'en la doctrine Aſtronomique on conſidere la Sphere en deux ſortes, l'vne eſtant dite naturelle, & l'autre artificielle: Par la Sphere naturelle, les Aſtronomes entendent tout ce qui eſt compris en cét Vniuers; Et l'artificielle eſt vn certain inſtrument composé de diuers cercles de quelque matiere ſolide, lequel on a inuenté pour repreſenter la naturelle, afin de plus facilement demonſtrer la raiſon du premier mouuement.

Ladite Sphere naturelle ou machine du monde vniuerſel, eſt di

VILLE DE LYON
Biblioth. du Palais des Arts
Google

uisée en deux principales parties ou regions, ſçauoir l'vne etherée ou celeſte, & l'autre ſoub-lunaire & elementaire: la partie elementaire contient les quatre elemens, ſçauoir le feu, l'air, l'eau & la terre, chacun deſquels a ſa ſcituation propre & conuenable à ſa nature & qualité: car la terre, qui eſt le plus peſant element, eſt amaſsée & conglobée au milieu de tout le monde, faiſant le centre d'iceluy: l'eau moins peſante que la terre conuenante auec icelle en froidure, eſt diſpersée à l'entour de ladite terre, laiſſant quelques endroicts découuerts pour l'habitation des hommes & autres animaux terreſtres, en ſorte toutesfois qu'eux deux enſemble ſont comme vn corps rond & Spherique: l'air plus rare que la terre & l'eau, & lequel conuiẽt auec icelle en humidité, eſt au deſſus de tous les deux, les enuironnant de toutes parts: Le feu plus ſubtil & leger element tendant naturellement en-haut eſt colloqué au deſſus de l'air, qui conuient en chaleur auec iceluy, & l'enuironne de toutes parts.

La region celeſte eſt vulgairement diuisée en dix orbes ou cieux particuliers contigus l'vn à l'autre & concentriques; le plus grand deſquels, & qui enuironne rondement tous les autres, eſt le dixiéme ciel, vulgairement dit premier mobile: celuy qui luy eſt contigu & prochainement inferieur, eſt le neufiéme ciel, qu'on nomme ordinairement ciel criſtalin, lequel enuironne rondement le huictiéme ciel qu'on appelle firmament: aux deux cieux ſuprieurs ne paroiſſent aucunes eſtoilles, mais en cétuy-cy ſont toutes les eſtoilles fixes, qui ſont ainſi dites, à raiſon qu'elles gardent touſiours entr'elles pareilles diſtances: les autres cieux inferieurs à cétuy-cy, ont chacun vne des ſept eſtoilles appellées planettes, ou eſtoilles errantes, à cauſe qu'elles ne gardent pas touſiours entr'elles egales diſtances, comme font celles du firmament: Apres & au deſſous du firmament eſt donc le ſeptiéme ciel, qui eſt nommé du nom de la planette Saturne, lequel enuironne le ciel de Iupiter, & cétuy-cy, celuy de Mars, & le ciel de Mars, celuy du Soleil, apres lequel ſuit le ciel de Venus, qui enuironne celuy de Mercure; & ceſtuy-cy celuy de la Lune, qui eſt le plus bas & inferieur de tous leſdits cieux, & prochainement colloqué autour de la region elementaire.

Or les cieux deſſuſdits, ſe meuuent tous circulairement autour de leur centre, qui eſt le poinct du milieu & centre de tout le monde, ſans que tout le ciel ny aucun deſdits orbes & cieux particu-

VILLE
Digitized by Google

liers delaiſſe totalement ſon propre lieu & ſcituation, ains ſeulement les parties d'iceux, qui changent de place en tournant à l'entour de leurdit commun centre; lequel mouuement circulaire eſt bien plus parfait que celuy qui eſt fait par ligne droicte, en montans du centre du monde vers la ſuperficie ſpherique d'iceluy, ou en deſcendant d'icelle ſuperficie vers ledit centre, qui eſt le propre mouuement des quatre elemens: Car le feu & l'air montent naturellement en-haut, & l'eau & la terre deſcendent en-bas; mais le feu monte plus haut que l'air, & la terre deſcend plus bas que l'eau, enuironnant le centre du monde, qui eſt le plus bas lieu de tous, & le plus loing de la ſuperficie ſpherique dudit monde total, qui eſt le plus haut.

Les Aſtronomes diſtinguent le ſuſdit mouuement circulaire du ciel en deux principaux, ſçauoir premier & ſecond, pour l'intelligence deſquels diſons premierement, que c'eſt que Axe, & poles du monde.

L'Axe ou l'eſſieu de la Sphere, eſt vne ligne droicte qui paſſant par le centre d'icelle ſe va terminer de part & d'autre à la ſuperficie ſpherique, & ſur laquelle ladite Sphere ſe tourne. Ainſi en la Sphere naturelle la ligne droicte imaginairement tirée par le centre du monde, & ſur laquelle on conçoit ſe mouuoir icelle Sphere, eſt appellée Axe ou eſſieu du monde: & pour comprendre le ſuſdit mouuement circulaire des cieux, on repreſente ordinairement en la Sphere artificielle cét Axe imaginaire du monde, par vn fil de fer ſur lequel on fait tourner ladite Sphere.

Quand aux poles d'vne Sphere, ce ſont les deux bouts ou poincts extremes de l'Axe d'icelle. Ainſi les bouts & extremitez de l'Axe du monde ſont appellez les poles du monde, l'vn deſquels eſt nommé Artique, & l'autre Antartique: le pole Artique eſt celuy-là qui eſt du coſté de Septentrion, & pour ce eſt-il appellé pole Septentrional, ou Boreal; mais le pole Antartique eſt celuy-là qui eſt vers Midy, auſſi eſt-il ſouuent nommé pole Auſtral ou Meridional. Et eſt à notter que les cercles ou circonferences deſcrites en la ſuperficie d'vne Sphere ont auſſi leurs poles, qui ſont deux poincts en la ſuperficie diametralement oppoſés, de chacun deſquels toutes les lignes droictes tendantes à ladite circonferẽce & periphere du cercle ſont égalles entr'elles; c'eſt à dire que quelqu'vn ayant deſcrit

Digitized by Google

vne circonference de cercle ſur la ſuperficie d'vne boule, le poinct qui luy aura ſeruy comme de centre, ſera dit pole d'iceluy cercle, ou circonference; car le plus ſouuent les Aſtronomes parlant des cercles, ne conſiderent toutesfois que leurs peripheres, & non leurs ſuperficies, comme font les Geometres.

Ces choſes entenduës, diſons maintenant que le premier mouuement eſt celuy du dixiéme & dernier ciel, lequel ſe tournant vniformement & regulierement à l'entour de la terre, ſur les poles & Axes du monde, d'Orient par Midy en Occident, finit & paracheue ſon tour & reuolution dans l'eſpace de vingt-quatre heures, c'eſt à dire en vn jour naturel, & pour ce eſt-il ſouuent appellé mouuement diurne ou journel: on l'appelle auſſi quelquesfois mouuemẽt rapide, pour ce qu'à cauſe de ſa force & puiſſance, & de la contiguité des corps celeſtes, par ſon mouuement il rauit & emporte quant & ſoy (ſans violence toutesfois) tous les orbes & cieux inferieurs.

Le ſecond mouuement eſt celuy propre & peculier à chacun des neuf orbes inferieurs, qui en general ſe fait au contraire du premier, ſçauoir eſt d'Occident par Midy vers Orient, & ſur autres poles que ceux du monde, ainſi que les plus groſſiers le peuuent facilement cognoiſtre aux planettes: la reuolution de chacun deſquels orbes s'accomplit & paracheue en diuers eſpaces de temps; c'eſt à ſçauoir des plus grands & ſuperieurs, plus tard, mais des inferieurs & plus petits prochains des elemens, pluſtoſt: car le ciel criſtalin ſelon Alphonce, fait & paracheue ſa reuolution d'Occident en Orient en 49000 ans; le huictiéme ciel ou firmament en 7000 ans de Septentrion vers Midy, tendant tantoſt vers Orient & tantoſt vers Occident; c'eſt pourquoy ce mouuement eſt appellé par Alphonce mouuement de Trepidation: Or tous les trois orbes ſuſdits emportent bien quant & eux tous les ſept autres inferieurs, mais aucun d'iceux ne meut ny emmeine quant & luy aucun des autres; tellement que chaque planette outre les trois ſuſdits mouuements, en a encore vn quatriéme qui luy eſt propre & peculier d'Occident par Midy en Orient, ſelon lequel Saturne fait & accomplit ſa reuoluſion quaſi en trente ans: Iupiter preſque en douze ans: Mars quaſi en deux ans: le Soleil, Venus & Mercure en vn an ou 365. jours enuirõ 5. heures 49. minuttes: Mais la Lune acheuç ſa periode & reuolu-

Digitized by Google

tion en vingt-ſept jours preſque huict heures.

Or tout cecy s'entend ſelon l'opinion de ceux qui ſuiuant Alphonce, poſent ſeulement dix cieux: car ſuiuant quelques modernes Aſtronomes qui en mettent vnze, il ſe rencontre quelque diuerſité en ces mouuemens ſuperieurs; mais d'autant que cela n'eſt encore bien reſolu, il ſuffit pour le preſent de nous arreſter à la vulgaire opinion cy deſſus. Voila donc ſuccintement ce qui eſt de la Sphere naturelle: voyons maintenant auec la meſme briefueté quels ſont les cercles deſcrits & appliquez en la Sphere artificielle, laquelle nous auons dit auoir eſté inuentée, pour demonſtrer tant plus facilement les mouuemẽs celeſtes, & principalemẽt du premier mobil: Car bien qu'on en puiſſe faire où ſeroient repreſentés tous les mouuemens des cieux, comme on dit qu'en auoient Archimede & Sapor Roy de Perſe; ſi eſt-ce que celles qu'on fait ordinairement ne ſeruent que pour monſtrer le mouuement du Soleil, celuy de la Lune, & principalement du premier mobil, pour l'intelligence duquel ſont appliquez en ladite Sphere artificielle dix cercles, de chacun deſquels il nous conuient dire quelque choſe: mais au prealable eſt à remarquer que les Aſtronomes conſiderent en la *S*phere deux ſortes de cercles, les vns majeurs & les autres mineurs: Ils appellent cercles majeurs tous ceux-là, qui ont leur centre auec celuy de ladite *S*phere; & mineurs, ceux qui n'ont pas leur centre auec celuy de la *S*phere. Or tous les cercles majeurs deſcrits en vne meſme *S*phere ſont égaux entr'eux, & couppent chacun la *S*phere en deux également; mais les mineurs la couppent inégalement, & ne ſont tous égaux entr'eux, ains ſeulement ceux qui ont leurs centres également diſtans de celuy de la *S*phere: de ceux-là il y en a ſix en la *S*phere, qu'on nomme Equateur, Zodiaque, les Collures, l'Horiſon & le Meridien; & de ceux-cy quatre, qui ſont les deux Tropiques, & les deux cercles polaires: chacun deſquels dix cercles les Aſtronomes conçoiuent eſtre diuiſés en 360 parties, qu'on appelle degrez, & puis chaſque degré en 60 petites particules, qu'on nomme minuttes, & derechef chaſque minutte en 60 petites parcelles, qu'on nomme ſecondes, & ainſi conſequemment de 60. en 60. Ces choſes premiſes, expliquons chacun deſdits cercles en particulier.

L'Equateur ou *Equinoctial*, eſt vn grand cercle duquel les poles ſont

Digitized by Google

les meſmes que ceux du monde vniuerſel, tellement qu'il eſt également diſtant d'iceux poles. Ce cercle eſt nommé Equinoctial, pour ce que le Soleil paſſant deux fois l'année ſous iceluy, eſt fait Equinoxe par tout le monde, c'eſt à dire que les iours ſont lors egaux aux nuicts par toute la terre, ce qui arriue enuiron le 21. Mars, & le 23. Septembre: mais il eſt dit Equateur à raiſon que par ſon mouuement, qui eſt regulier & vniforme, on vient à regler & égaler le mouuement irregulier des autres cercles: Auſſi eſt-il la meſure & regle du premier mouuement; car par iceluy on voit que le premier mobile fait ſa reuolution pendant vingt-quatre heures, tellement que par chaſque heure quinze degrez d'iceluy cercle s'éleuent vniformement ſur l'Horiſon, & en meſme temps 15 des meſmes degrez ſe cachent deſſous; c'eſt pourquoy il meſure le temps. Par iceluy cercle nous ſçauons auſſi quelles eſtoilles, ou poincts du ciel ont meſme declinaiſon, & qu'elles l'ont plus grande ou plus petite: veu que la declinaiſon d'vne eſtoille ou de quelcõque poinct du ciel eſt la diſtance ou éloignement d'iceluy poinct à l'Equateur, qui ſe meſure ſur vn grand cercle, qui paſſe par ledit poinct ou étoille, & par les poles du monde, & pour cette cauſe, tel cercle eſt ordinairement appellé cercle de declinaiſon. Ledit cercle Equateur monſtre encore quelle partie du ciel eſt dite Boreale ou Septentrionnalle, & quelle Auſtralle ou Meridionnalle; tellement que les Aſtres & conſtellations ſont dites Boreales, ou Auſtralles, ſelon la partie du ciel où elles ſont ſcituées; ainſi celles qui ſont colloquées de l'Equateur tirant vers le pole Artique, ſont dites Septentrionnalles, mais celles qui ſont en l'autre moitié tendant dudit Equinoctial vers le pole Auſtral, ſont dites Meridionnalles. Le meſme ſe doit entendre des parties de la terre: car l'Equateur deſcrit en la terre, diſtingue & ſepare auſſi la terre en partie Boreale, & Auſtralle. Par iceluy cercle eſt auſſi determinée la longueur des iours artificiels & de la nuict de quelque lieu que ce ſoit: car en quelconque region, & en quelque temps de l'année que ce ſoit, le iour artificiel eſt autant que l'arc de l'Equateur qui monte ſur l'Horiſon pendant que le Soleil demeure en l'emiſphere ſuperieur audit Horiſon; puiſque le iour artificiel n'eſt autre choſe que l'eſpace de temps pendant lequel le Soleil paſſe tout ledit Hemiſphere ſuperieur. Ce cercle eſt auſſi fort vtile en la Geographie; veu qu'à l'aide

d'iceluy

Digitized by Google

luy ōn obtient ſur le globe terreſtre la vraye ſituation des lieux, dont les latitudes & longitudes ſont cognuës.

Le Zodiaque eſt vn grand cercle, qui couppe l'Equateur à angles obliques, & duquel les poles ſont éloignez de ceux du monde d'enuiron 23 degrez 30 minutes; tellement qu'vne moitié d'iceluy cercle tend de l'Equateur vers Septentrion, & l'autre moitié vers Midy. Les Grecs ont nommé ce cercle *Zodiacos*, comme qui diroit porte-vie, d'autant que le Soleil, la Lune & les 5 autres planettes qui font touſiours leurs cours ſous iceluy, cauſent la vie & production des choſes engendrées ſur la terre. Il eſt auſſi nommé porte-ſigne, pour ce qu'il eſt diuiſé en douze parties égales, qu'on appelle ſignes, d'autant qu'elles ſignent les plus notables & inſignes accidens & mutations des choſes inferieures, causées principalement par le cours annuel du Soleil au long dudit Zodiaque: chacun deſquels ſignes a pris ſon nom ſpecial de quelque animal, à cauſe (dit-on) que la diſpoſition des eſtoilles fixes qui ſont en telles conſtellations, font vne figure ſemblable à celle deſdits animaux: ou pluſtoſt à cauſe qu'icelles conſtellations d'eſtoilles ont les vertus & proprietez attribuées à l'animal dont chaſque ſigne prend le nom: deſquels ſignes enſuiuent leurs caracteres auec leurs noms & ordre.

♈	♉	♊	♋	♌	♍
Aries,	Taurus,	Gemini,	Cancer,	Leo,	Virgo,
♎	♏	♐	♑	♒	♓
Libra,	Scorpius,	Sagit.	Capricornus,	Aquarius,	Piſces.

Ledit cercle eſt auſſi appellé oblique, parce qu'il va en biaiſant d'Orient en Occidēt, & qu'il ne couppe l'Equateur à angles droicts: laquelle obliquité eſt ſelon que le Soleil, la Lune, & les autres planettes s'approchent de noſtre Zenith, & s'éloignent vers Midy, dont prouient la varieté & diuerſité de leurs effects naturels, qui cauſent les generations & corruptions és choſes inferieures. Or à iceluy cercle du Zodiaque, les anciens Aſtronomes auoient donné 12. degrez de largeur, mais les modernes luy en attribuent 16, au milieu de laquelle largeur, eſt vne ligne appellée la voye du Soleil, d'autant que le Soleil fait touſiours ſon cours ſous icelle, mais les autres planettes faiſant leurs reuolutions, cheminent bien con-

Digitized by Google

tinuellement sous ladite largeur, & toutesfois elles ne suiuent icelle ligne, ains sont tantost d'vn costé, & puis tantost de l'autre. Cette ligne est encore nommée Ecliptique, à raison que le Soleil & la Lune se rencontrans sous ou fort proches d'icelle, se font les Eclipses; sçauoir de Soleil, quand la Lune est en mesme poinct du Zodiaque que le Soleil; mais Eclipse de Lune lors qu'elle se trouue au degré oppositedu Soleil. Ledit Zodiaque diuise (comme dit est) l'Equinoctial & est pareillement diuisé de luy en deux moitiés, dont l'vne decline vers Septentrion, & le pole Artique de 23. degrez 30. minuttes, & l'autre moitié vers la partie Australle & pole Antartique aussi de 23. degrez 30. minuttes, qui fait que le Soleil & les autres planettes faisant leurs cours & propres mouuemens au long dudit Zodiaque, distribuent leur influence & vertu sur la terre alternatiuement, & que l'vne d'icelles moitiés produit ses fruicts pendant que l'autre se repose: & les poincts des intersections d'iceux deux cercles sont appellez les poincts des Equinoxes, pour ce que le Soleil estant sous iceux, les iours sont vniuersellement égaux aux nuicts: & les poincts du Zodiaque, qui sont moyens entre lesdits equinoxes, sont appellez poincts Solsticiaux. Et est à remarquer qu'encore que tous les cercles de la Sphere artificielle soient figures de ceux imaginez au premier mobile, neantmoins les douze signes cy-dessus declarez, conuiennent proprement au Zodiaque du firmament, auquel sont ces constellations là, & non pas au Zodiaque du premier mobile, lequel n'a aucune marque ny vestige d'icelles images, non plus que tous les autres cieux: C'est pourquoy quand on dit que le Soleil ou autre planette est en quelque signe, on ne doit entendre qu'il y soit effectuellement, puis que les planettes ne sont au firmament auquel sont les susdits signes, ains plus bas és cieux inferieurs, mais on doit entendre qu'il soit au dessous d'vn tel signe du premier mobile. Comme quant on dit que le Soleil est au signe d'Aries, il faut entendre qu'il est sous Aries, eu égard à l'Ecliptique du premier mobile, laquelle n'est variable comme celle du firmament; & ainsi des autres planettes: voire mesme toutes les estoilles fixes sont dites estre en quelque signe, cõbien que la plus-part en soient fort éloignez; mais pour entendre comme cela peut estre, il faut conceuoir que par les poles du Zodiaque, & par les commencemens & fin de chasque signe, passent deux grands cercles, & que

Digitized by Google

toutes les eſtoilles qui ſont compriſes & encloſes entre ces deux cercles là, ſont dites eſtre en ce ſigne là, qu'ils terminent & enferment.

Quant aux vſages dudit Zodiaque, il appert deſia aſſez qu'il eſt la regle & meſure du ſecond mouuement qui ſe faict d'Occident en Orient, tout ainſi que l'equateur eſt la meſure du premier, qui au contraire ſe faict d'Orient en Occident: que l'obliquité de ce cercle eſt cauſe de l'inegalité & diuerſité des iours & des nuicts; voire meſme eſt l'origine de toute la viciſſitude & changement des temps & ſaiſons de l'année: car d'icelle obliquité prouient l'approchement & reculement que le Soleil & les autres planettes font de noſtre Zenith, au moyen dequoy viennent ces changemens de temps & ſaiſons, & ſont cauſées les generations & les corruptions des choſes ſublunaires. Nous auons auſſi dit que ſouz l'Ecliptique ſe font les Eclypſes du Soleil & de la Lune; c'eſt aſſauoir Eclypſe du Soleil, quand en la conionction ou nouuelle Lune, icelle Lune eſt ſouz, ou fort proche de ladite Eclyptique: mais Eclypſe de Lune, quand en l'oppoſition ou pleine Lune elle ſe trouue auſſi ſouz ou proche d'icelle Eclyptique. Par le moyen de ce cercle, ſont auſſi priſes & trouuées les latitudes & les lõgitudes, tant des eſtoiles fixes qu'erratiques: car la latitude d'vne eſtoile eſt l'arc d'vn grand cercle qui paſſe par les poles du Zodiaque & par le cẽtre de l'eſtoile, cõpris entre l'Eclyptique & le lieu de l'eſtoille: Mais le degré de l'Eclyptique, par lequel paſſe iceluy cercle de latitude, eſt dit degré de la longitude de l'eſtoille, parce qu'il monſtre combien de degrez ſont compris entre iceluy, & le commencement d'Aries, duquel la longitude de toutes les eſtoilles doit eſtre priſe, en procedant ſelon l'ordre & ſucceſſion des ſignes; tellement que la longitude d'vne eſtoille n'eſt autre choſe que l'arc de l'Eclyptique, compté ſelon l'ordre des ſignes depuis le commencement d'Aries du premier mobile, iuſques au ſuſdit cercle de la latitude de l'eſtoille.

L'HORISON eſt vn grand cercle qui ſepare l'hemiſphere ſuperieure du monde, laquelle nous voyons, d'auec l'inferieure qui nous eſt cachee. Les poles de ce cercle ſont le poinct vertical ou zenith; & celuy à luy oppoſite appellé Nadir. Or pour bien conceuoir que c'eſt que l'horiſon, imaginons-nous eſtre au milieu d'vne belle & grande campagne, où il n'y ait montagne ny arbre, ny

Digitized by Google

autre choſe qui puiſſe arreſter noſtre veuë : tellement que l'eſtendant tout à l'entour de nous, rien n'empeſche que nous ne voyons iuſques aux extremitez de la terre qui nous ſemble toucher le ciel; & par ainſi toute ceſte eſtenduë & eſpace compriſe entre ces extremitez-là, nous paroiſt comme vn cercle qui diſtingue & ſepare la partie que nous voyons du ciel, d'auec celle que nous ne voyons pas ; & c'eſt pourquoy ce cercle eſt appellé horiſon, comme qui diroit terminateur & borneur de la veuë. Les Aſtronomes diuiſent ce cercle en horiſon droict, horiſon oblique, & horiſon parallel: Ils appellent horiſon droict, celuy-là qui couppe l'equateur à angles droicts; & tel l'ont tous ceux qui habitent ſouz ledit equateur, qui à raiſon de ce ſont dits auoir la Sphere droicte: Mais l'horiſon oblique, eſt celuy-là qui couppe l'equateur à angles obliques; & tel l'ont tous ceux qui ont leur zenith hors de l'equateur & de ſes poles, leſquels à cauſe de ceſte poſition ſont dits auoir la Sphere oblique: & l'horiſon parallel eſt celuy-là qui eſt parallel à l'equateur, ou pour mieux dire qui eſt comme ioinct, & vn meſme cercle auec iceluy equinoxial; & tel l'ont ceux qui habiteut ſouz les poles du monde, qui à raiſon de ce ſont auſſi dits auoir la Sphere parallele.

Il appert donc que l'horiſon eſt cauſe de la diuerſe habitude & poſition de la Sphere; qu'il diuiſe tout le ciel en deux hemiſpheres, l'vn ſuperieur viſible & apparent, mais l'autre inferieur & caché; que par le moyẽ d'iceluy cercle, nous cognoiſſons quelles eſtoilles ſont touſiours apparentes, quelles ſont touſiours cachees, & quelles ſont celles qui leuẽt & couchẽt: il mõſtre auſſi les poincts du leuer & coucher deſdites eſtoilles, & combien il eſt diſtant & eſloigné du vray Orient & Occident: Il monſtre encore auec quel degré de l'Eclyptique chaſque eſtoille ſe leue & couche: à l'ayde d'iceluy cercle on trouue la latitude des lieux; & auſſi la quantité de quelque iour & nuict artificielle que ce ſoit.

Quant au cercle MERIDIEN, c'eſt vn grãd cercle, qui paſſant par le zenith, & par les poles du monde, diuiſe la Sphere en deux parties egales, dont l'vne eſt Orientale, & l'autre Occidentale; les poles duquel cercle Meridien ſont les poincts des interſections de l'horiſon, & de l'equinoctial. Et d'autant que ce cercle diuiſe le iour naturel, & auſſi l'artificiel en deux moictiez, il eſt appellé Meridien,

Digitized by Google

ou le cercle de Midy ; à raiſon que le Soleil eſtant au deſſus de l'horiſon, & paruenu à ce cercle, il partit le iour artificiel en deux egalement ; & auſſi quand il eſt paruenu à iceluy ſouz l'horiſon, il diuiſe pareillement la nuict en deux egalement : dont s'enſuit que tous les lieux de la terre qui ſont ſouz vn meſme Meridien, ſont egalement diſtans d'Orient & d'Occident ; c'eſt à dire qu'ils ſont auſſi Orientaux & Occidentaux les vns que les autres, mais ne peuuent pas eſtre egalement diſtans de l'equateur : & au contraire, les lieux qui ſont plus Orientaux ou Occidentaux les vns que les autres, ont diuers Meridiens.

Il eſt donc manifeſte par ce que deſſus, que le Meridien determine le temps ſemidiurne & ſeminocturne du iour artificiel ; & qu'il diſtingue la partie du monde Orientale d'auec l'Occidentale. A iceluy cercle, les Aſtronomes commencent le iour naturel : il monſtre la plus grande hauteur du Soleil & des Eſtoilles, qui pour ce eſt ditte hauteur Meridienne : & à l'ayde d'iceluy ſont trouuees les longitudes, & les latitudes des lieux.

Pour les COLLVRES, ce ſont deux grands cercles, qui s'entrecouppent à angles droicts aux poles du monde ; l'vn deſquels paſſant par les poincts des equinoxes, eſt nommé le Collure des equinoxes ; mais l'autre qui paſſe par les poles du zodiaque, & par les poincts ſolſticiaux, eſt dit Colure des ſolſtices. Ces deux cercles diuiſent, tant l'equateur que le zodiaque, en quatre quartiers preciſément correſpondans les vns aux autres ; & les quatre poincts où ils entrecouppent le zodiaque, qui ſont les commencemens d'Aries, de Cancer, de Libra, & de Capricornus, ſont nommez poincts principaux ou cardinaux, à raiſon que les Aſtronomes s'en ſeruent plus ſouuent que d'aucun autre poinct du zodiaque, & auſſi que le Soleil paruenant à iceux, ſe font ordinairement les plus grandes & ſenſibles mutations de l'air ; comme le Printemps, l'Eſté, l'Automne, & l'Hyuer. Sur le Colure des ſolſtices ſe prennent & meſurent les declinaiſons du Soleil ; tellemẽt que l'arc d'iceluy Collure compris entre l'equateur, & l'vn ou l'autre deſdits poincts ſolſticiaux, eſt la meſure de la plus grande declinaiſon du Soleil ; laquelle declinaiſon eſt touſiours egalé à l'arc dudit Collure, compris entre l'vn des poles du monde, & le prochain pole du zodiaque, qui ſelon la vulgaire opinion, eſt maintenant de 23 degrez 30 minutes ; mais

Digitized by Google

ſelon les obſeruations de Tycho Brahé, d'enuiron 23 degrez 31 minuttes & demy.

Or voilà quant aux grands cercles appliquez en la Sphere artificielle; voyons ce qui eſt des mineurs, & premierement des deux tropiques, ſçauoir du Cancre & du Capricorne, puis des deux cercles polaires, qui ſont nommez cercles Artique & Antartique.

Le tropique de CANCER ou d'Eſté, eſt vn petit parrallel & equidiſtant de l'equateur, lequel eſt deſcrit par le premier poinct du Cancre au mouuement du premier mobile; & eſt appellé ſolſtice ou tropique d'Eſté, d'autant que le Soleil eſtant paruenu à iceluy, (ce qui aduiẽt enuiron le vingt-deuxieſme Iuin) il nous fait l'Eſté, & ne peut plus approcher de noſtre Zenith: parquoy il commence lors à s'en eſloigner, retournant vers l'equateur, duquel ledit cercle du tropique de Cancer eſt diſtant par 23 degrez 30 minuttes.

Le tropique de CAPRICORNE, ou d'hyuer, eſt vn cercle mineur egal à celuy du tropique de Cancer, & qui eſt auſſi parallel à l'equateur, eſtant fait & deſcrit par le premier poinct du Capricorne au mouuemẽt du premier mobile: & eſt appellé ſolſtice ou tropique d'Hyuer, à cauſe que le Soleil eſtant venu iuſques-là, (ce qui aduient enuiron le vingt-deuxieſme Decembre) il nous fait l'Hyuer, & ne pouuant s'eſloigner dauantage de noſtre Zenith, il commence à ſe rapprocher d'iceluy: & eſt ledit cercle du tropique de Capricorne autant diſtant de l'equateur, que l'autre tropique, ſçauoir eſt de 23 deg. 30 minuttes, ſelon la vulgaire opinion.

Or ces deux cercles des tropiques enferment la voye du Soleil, eſtans comme les limites qui enuironnent au ciel vne plage ou region, dans laquelle le Soleil ſe meut perpetuellement ſans en ſortir. Ils monſtrent auſſi en l'Ecliptique les deux poincts eſquels aduiennent les ſolſtices, & auſquels le Soleil obtient la plus grande declinaiſon. Pareillement les ſuſdits tropiques monſtrent en la Sphere oblique, quand & combien le Soleil s'approche & reculle le plus qu'il peut de noſtre Zenith. Ils diſtinguent encore certaine plage qu'on appelle zone torride, de celles qu'on nomme zones temperées.

Le cercle ARTIQVE eſt vn petit cercle diſtant du pole Artique par l'eſpace de 23 degrez 30 minuttes; mais equidiſtant du

Digitized by Google

tropique de Cancer par 43 degrez, & de l'equateur par 66 degrez 30 minuttes. Ce cercle eſt faict par le pole du zodiaque, qui eſt proche du pole Artique par la reuolution du premier mobile; c'eſt pourquoy il eſt agpellé du nom dudit pole.

Quant au cercle ANTARTIQVE, c'eſt vn autre petit cercle egal au precedent, & fait à l'entour du pole Antartique par le pole du zodiaque prochain dudit pole Antartique au mouuement du premier mobile, tout ainſi & en telle diſtance que le precedent.

Il appert donc que ces deux cercles polaires monſtrent quelle eſt la diſtance des poles du zodiaque aux poles du monde, & diſtinguent les zones frigides des temperees: & pour l'intelligence d'icelles zones, eſt à notter que les quatre cercles mineurs ſuſdits diuiſent tout le ciel en cinq parties, que les anciens ont appellees zones, dont l'vne qui eſt compriſe & encloſe entre les deux tropiques fut nommée zone torride ou bruſlée; & les deux compriſes entre les meſmes tropiques, & les deux cercles polaires, furent appellées temperées, mais les deux autres qui ſont encloſes dans les deux ſuſdits cercles polaires ſont dittes zones frigides ou glacées.

Or voila ſommairement l'explication des dix cercles, dont la Sphere artificielle eſt ordinairement compoſée; mais les Aſtronomes en conſiderent encore pluſieurs autres au premier mobile, ſans la cognoiſſance deſquels on ne peut bien ſçauoir ny entendre la fabrique & compoſition, ne l'vſage de pluſieurs inſtrumens, & principalement de celuy nommé Aſtrolabe, duquel nous voulons icy enſeigner la pratique & vſage: c'eſt pourquoy nous mettrons encore icy la declaration deſdits cercles, delaiſſant toutesfois ceux nommez cercles de declinaiſon, & de latitude, deſquels nous auons ia parlé cy deſſus.

Diſons donc ALMVCANTARATHS ou cercles de hauteurs, ſont certains cercles mineurs parallels à l'horiſon, deſcrits par chaques poincts du ciel; l'office deſquels cercles eſt de monſtrer quelles eſtoilles ont vne meſme diſtance à l'horiſon, & quelles l'ont moindre ou plus grande: en l'hemiſphere ſuperieur ceſte diſtance eſt nommée hauteur du Soleil ou des eſtoilles au deſſus de l'horiſon: mais en l'hemiſphere inferieur, ceſte diſtance à l'horiſon eſt appellée depreſſion au deſſouz de l'horiſon: tellement que par le moyen de ces cercles, on dit vne eſtoille eſtre plus ou moins eſle-

Digitized by Google

uée au deſſus de l'horiſon, ou deprimée au deſſouz d'iceluy.

AZIMVTHS, ou cercles verticaux, ſont certains grands cercles tirez par chaques poincts de l'horiſon, & par les poles d'iceluy, c'eſt à dire par le zenith & par le nadir; deſquels celuy qui paſſe par l'interſection de l'horiſon & de l'equateur, eſt ordinairement appellé premier vertical, ou principal vertical: lequel cercle determine les poincts du vray Orient, & du vray Occident: tellement qu'iceluy & le Meridien, deſignent en l'horiſon les quatre principaux poincts du monde, c'eſt aſſauoir l'Orient, l'Occident, le Septentrion & le Midy, en diuiſant tant l'horiſon que l'hemiſphere en quatre parties egales.

Les Aſtronomes conçoiuent & imaginent eſtre deſcrits par chaques poincts du ciel certains cercles mineurs parrallels à l'equateur, l'office deſquels eſt de monſtrer quelles eſtoilles ou poincts du ciel ont vne meſme declinaiſon & diſtance à l'equateur, & quelles en ſont plus proches ou plus eſloignées. Item ils monſtrent quelles eſtoilles ſe leuent & couchent en vn meſme poinct de l'horiſon, & auſſi celles dont le poinct du leuer & coucher approche plus de Septentrion ou de Midy: car tous les aſtres ou poincts du ciel qui ſont en vn meſme parallel de l'equateur, ont vne meſme declinaiſon, & ſe leuent & couchent à vn meſme poinct de l'horiſon; mais celuy qui eſt en vn moindre parallel, a plus grande declinaiſon que celuy qui eſt en vn plus grand; & le poinct du leuer ou coucher de celuy-là, eſt plus eſloigné du vray Orient, ou du vray Occident, que le poinct du leuer ou coucher de ceſtuy-cy. Or du nombre de ces cercles parallels à l'equateur ſont les cercles des tropiques, & auſſi les polaires.

Les Aſtronomes conçoiuent encore eſtre deſcrits par chaſques poincts du ciel, certains autres cercles parallels à l'Eclyptique, par le moyen deſquels on diſtingue quelles eſtoilles ont vne meſme latitude, & quelles l'ont moindre ou plus grande: car les eſtoilles qui ſont en vn meſme parallel de l'Eclyptique ont vne meſme latitude; mais celles qui ſont en vn parallel plus proche de l'Eclyptique, ont moindre latitude que celles qui ſont en vn plus eſloigné.

Il y a encore certains cercles qu'on appelle ordinairement les parallels du Soleil; pour l'intelligence deſquels, eſt à notter que pendant que le Soleil va par ſon propre mouuement d'vn tropique

Digitized by Google

à l'autre, il faict par le mouuement du premier mobile enuiron 182 tours & demy, qu'on appelle cercles parallels, à raiſon du peu de difference qu'ils ont à des cercles: car à cauſe que le Soleil ſe meut continuellement en ſon ciel, ces tours ne peuuent pas eſtre cercles parfaits, mais ſont comme lignes ſpirales: & les arcs d'iceux cercles faicts pendant que le Soleil eſt au deſſus de l'horiſon ſont appellez arcs diurnes, & ceux d'audeſſouz arcs nocturnes.

On conſidere auſſi les CERCLES HORAIRES, leſquels ſont diuers, à raiſon que toutes nations ne comptent leurs heures de meſme ſorte: car és lieux où les heures ſont priſes egales, & comptées depuis midy ou minuict, leſdits cercles horaires ſont douze grands cercles, leſquels paſſans par les poles du monde diuiſent l'equateur, & tous les cercles parallels d'iceluy, en vingt-quatre parties egales; l'vn deſquels cercles eſt le meſme Meridien duquel ſont commencées à compter les heures ſuſdites. Mais aux lieux eſquels on commence à compter les heures au leuer ou au coucher du Soleil, les cercles horaires ſont certains grands cercles qui touchent deux parallels de l'equateur, dont l'vn eſt le plus grand parallel de ceux qui apparoiſſent touſiours ſur l'horiſon; & l'autre le plus grād de ceux qui n'apparoiſſent iamais, & ce aux poincts eſquels iceux parallels ſont couppez par les precedans cercles horaires. Et quant aux cercles horaires des lieux auſquels on vſe des heures inegales, ce ſont deux grands cercles qui ne paſſent, ny par les poles du monde, ny ne touchent les ſuſdits parallels, mais diuiſent en 12 parties egales tous les arcs des parallels de l'equateur, tant les diurnes que les nocturnes.

Il y a finablement les cercles des maiſons celeſtes, qui ſont ſix grands cercles, leſquels paſſans par les interſections du Meridien auec l'horiſon, couppent l'equateur en 12 parties egales; quoy faiſant, ces ſix cercles entre leſquels ſont nombrez l'horiſon & le Meridien, diuiſent tout le ciel en 12 parties, que les iudiciaires appellent maiſons & domiciles celeſtes. Or voila ſuccinctement ce que i'ay eſtimé deuoir eſtre entendu de la Sphere du monde, auparauant que venir a l'vſage de l'Aſtrolabe, que nous expliquerons maintenant; & pour ce faire commencerons par la declaration des parties d'icelle.

Digitized by Google

DECLARATION DES PARTIES de l'Aſtrolabe.

L'ASTROLABE eſt vn inſtrument plat & rond, compoſé de pluſieurs lignes tant droictes que circulaires, vtile à diuerſes operations Aſtronomiques & Geometriques, appellé par aucuns Planiſphere, c'eſt à dire Sphere miſe & reduitte ſur vn plan par l'art de Geometrie & Perſpectiue. Quelqu'vns veulent qu'il deriue du mot grec ASTRON, dit en François aſtre, ou congregation d'eſtoilles; & de LABION, qui ſignifie anſe ou poignée, comme qui diroit l'anſe des aſtres: car cet inſtrument a vn anſe par laquelle on le ſuſpend pour obſeruer les mouuemens des aſtres.

Quant à l'inuention d'iceluy, les vns l'attribuent à Abraham; les autres diſent qu'il fut inuenté du temps de Salomon par vn nommé Lab, & que d'autant qu'Aſtor ou ASTRO, en langue Hebraique, eſt comme ſi on diſoit lignes en François: cet inſtrument eſt appellé Aſtrolabe, c'eſt à dire les lignes de Lab: Il y en a d'autres qui l'ont attribué à Ptolomée, & d'autres à Meſſahalach.

Or cet inſtrument eſt diuiſé en deux principales parties, deſquelles l'vne eſt dicte partie interieure & face de l'Aſtrolabe, en laquelle eſt vne cõcauité appellée mere: mais la partie poſterieure eſt nommée le dos de l'Aſtrolabe: & chacune d'icelles parties n'eſt touſiours ſemblable en tout Aſtrolabe, vne choſe eſtant quelquesfois aux vnes qui n'eſt pas aux autres; mais voicy ce qui ſe trouue en celuy que nous auons maintenant en main, & dont nous voulons deſcrire icy l'vſage.

Premierement au dos d'iceluy inſtrument ſont deux lignes diametrales s'entrecouppans à angles droicts au centre d'iceluy, en quatre parties egales ſeruans aux quatre parties du monde, Orient,

Digitized by Google

Occident, Septentrion, & Midy, lesquelles il conuient bien nor ter pour l'intelligence de la situation des parties du monde: la premiere vient de la partie seneſtre ou Orientale à la partie dextre ou Occidentale, & est nommée horiſon droict & vniuersel; la moictié qui est depuis le poinct d'Orient iusques au centre, est appellée la ligne Orientale, & l'autre moictié qui est depuis le centre iusques au poinct d'Occident, est ditte Occidentale. L'autre ligne diametrale qui descend de l'anneau, ou partie Meridionale en bas à la partie Septentrionale, est appellée la ligne du milieu du ciel, dont la moictié qui est depuis l'anse ou anneau iusques au centre, est ditte la ligne de Midy, & l'autre moictié depuis le centre iusques en bas, est nommée ligne de minuict.

En apres d'iceluy centre de l'Astrolabe sont descrites plusieurs peripheres de cercles, faisans diuers interuales ou espaces, au plus haut desquels interuales sont cõtenus certains nombres, qui commençans à l'horiſon vont tousiours en croissant de 5 en 5 iusques à la ligne du milieu du ciel où se trouue 90, qui sont pour les degrez de hauteur, soit du Soleil ou des estoilles au dessus de l'horiſon.

A l'interuale suiuant sont les degrez particulierement nottez d'vn à vn, qui referez aux nombres susdits, sont appellez degrez d'altitudes ou hauteurs: mais s'ils sont referez aux nombres descrits en l'espace & interuale suiuant, qui vont en augmentant de 5 en 5 iusques à 30, on les appelle degrez des signes du zodiaque, dont les noms, figures, & caracteres se voyent au quatrieſme interuale. Or ces trois dernieres espaces sont ordinairement prises ensemble, & s'appellent le cercle des signes.

Apres & au dedans du susdit cercle des signes, il y a celuy des iours de l'an, qui est premieremẽt distingué d'vn à vn, & puis apres selon les douze mois qui y sont nottez, auec les nombres de leurs iours.

Il y a encore au dessus de la ligne horiſontale six peripheres dẽ cercles, faisans 5 interuales ou espaces, au premier desquels est le cycle Solaire, au 2e. les lettres Dominicales, au 3e. le nombre Dor, au 4e. l'Epacte, & au dernier le iour auquel la celebration de la feste de Pasques eschet, és années posées au dessouz.

Et souz la ligne de l'horiſon sont descrits deux quarrez Geometriques, autrement nommés eschelle altimettre, laquelle diui-

Digitized by Google

ſée en deux parties par la ligne de minuict, conſtitue leſdits deux quarrez Geometriques, leſquels ont chacun deux coſtez diuiſez en 12 parties egales, & derechef icelles 12 parties diuiſées en 60 moindres parties, dont nous parlerons plus amplement cy apres.

Et finablement ſur le centre de l'Aſtrolabe il y a vne regle appellée vulgairement Alidade ou Dioptre, vers les bouts de laquelle ſont eſleuées deux petites tablettes ou pinulles, perſées chacune de deux pertuits l'vn grand & l'autre petit, laquelle ſert pour prendre la hauteur du Soleil, des eſtoiles, & autres obſeruations.

Or voilà quant aux parties du dos de l'Aſtrolabe; voyons celles de l'autre partie appellée face, ou mere de l'Aſtrolabe.

Premierement donc, en icelle face eſt vn bord ou lymbe, diuiſé en 360 parties, auec nombres diſcernez par cercles; l'vn bas, qui contient les degrez de l'equinoctial, cottez par nombres croiſſans de 5 en 5 iuſques à 90, comme ceux du dos; & l'autre haut, qui contient le nombre des 24 heures du iour. Or ces 360 parties referées aux nombres de l'equateur ſont appellez degrez, deſquels chacun contient 60'. mais ſi on les refere aux nombres des heures, les 15 parties ou degrez font vne heure, & vn chacun degré 4 minuttes d'heure.

Dedans le limbe eſt la mere, laquelle contient en ſa concauité pluſieurs tables faictes & conſtruictes pour diuerſes regions & païs differens en latitudes & eſleuations polaires: car ſelon la diuerſité & variation des lieux & climats, ſont variés & diuerſifiés les iours & les nuicts, les aſcentions & deſcentions des ſignes & eſtoilles, & pluſieurs autres choſes, comme ſera monſtré cy apres.

Or ſur le centre de chacune d'icelles tables ſont deſcrits trois cercles, dont le plus petit, qui eſt le plus proche du centre, eſt le cercle du tropique de Cancer ou d'Eſté: le cercle moyen qui eſt au milieu eſt l'equinoctial; & le troiſieſme, qui eſt le plus grand, eſt le tropique de Capricorne ou d'Hyuer, au regard de nous qui habitons la partie Septentrionale du monde.

Il y a deux lignes droictes, leſquelles s'entrecouppent à angles droicts au centre de la mere, qui eſt le centre du monde, & ſont dittes icelles deux lignes les diametres de l'inſtrument, deſquels le premier deſcend de la partie ſuperieure par le centre à la partie inferieure, & eſt appellée la ligne du milieu du ciel, ou de Midy. L'au-

Digitized by Google

tre diametre qui couppe le premier susdit à angles droicts, est l'horison droict ou finiteur de ceux qui habitent souz l'equateur, tout ainsi que nous auons dit en l'autre face.

Apres ensuiuent plusieurs cercles Almucantaraths, lesquels sont descrits en l'hemisphere, ou partie superieure en tirant vers Midy, aucuns desquels sont entiers & parfaicts, & les autres imparfaicts: & le premier d'iceux est appellé horison oblique; & le centre du dernier desdits Almucātaraths est le zenith de la region, où du lieu pour lequel la table a esté faicte: iceluy poinct est aussi appellé le pole de l'horison d'icelle region, ou lieu pour lequel ladite table est descripte: car entre iceux Almucantaraths, depuis l'horison iusques audit zenith, de toutes parts sont compris 90 degrez diuisez de 2 en 2: tellement qu'iceux Almucantaraths sont seulement descrits de deux en deux degrez: & sont icy faits lesdits Almucantaraths pour y appliquer le Soleil, ou les estoilles fixes, toutesfois & quantes que l'on prend leurs hauteurs sur l'horison, comme il sera monstré cy apres.

En apres viennent les Azimuths ou cercles verticaux, qui passent tous par le zenith, & sont descrits seulement de cinq en cinq degrez iusques à 90, chaque Almucantarath estant diuisé en quatre quarts de cercle, lesquels quartiers sont distinguez l'vn de l'autre par la ligne du milieu du ciel, & par le principal Azimuth, qui est, comme nous auons ia dit, celuy qui passe du vray Orient par nostre zenith au vray Occident. Ces cercles sont appellez par aucuns cercles de Rectitude, pource que par eux nous sçauons droictement & à la verité en quelle partie du monde chacune estoille se leue ou s'absconse, comme sera monstré cy apres.

Souz l'horison oblique en la partie inferieure, sont descrits 10 arcs, lesquels sortans du tropique de Cancer passent par l'equinoctial, & vont à l'autre tropicque. Or ces dix arcs, auec la ligne de minuict & l'horison, constituent & font les 12 heures inegales des anciens, autrement dittes heures des Planettes, chacune desquelles est marquee par son nombre; & celles qui sont à dextre, qui commencent en la partie d'Occident, seruent pour les heures auant midy; & celles qui sont à seneſtre, pour les heures d'apres midy. Et de nuict, celles qui sont à dextre seruent pour les heures auant minuict, & celles du costé seneſtre, pour les heures d'apres minuict.

Digitized by Google

Entre les ſuſdits arcs des heures inegales, il y a vne ligne nommée Crepuſculine, par le moyen de laquelle on trouue le poinct du iour, & le commencement de la nuict.

Dauantage ſont deſcrits quatre grands arcs, touchant de leurs extremitez le cercle du tropique de Capric. leſquels paſsẽt tous par le poinct ou s'entrecouppent le Meridien & l'horiſon oblique; leſquels cercles, auec ledit horiſon & ladite ligue du milieu du ciel, diuiſent l'equateur en 12 parties egales, qui nous repreſentent les 12 maiſons celeſtes, dont la premiere commence en la partie Orientale de l'horiſon oblique, & continuë iuſques à l'interuale de 30 degrez en l'equateur ou commence le deuxieſme, & ainſi des autres, ſelon l'ordre des ſignes; les ſix premieres deſquelles maiſons ou domiciles celeſtes ſont ſouz l'horiſon, & les ſix autres au deſſus en noſtre hemiſphere.

Reſte maintenant à parler de l'Araigne, appellée par aucuns Port'eſtoille, d'autant que ſur icelle ſont deſcrits les 12 ſignes du Zodiaque, & certain nombre d'eſtoilles fixes des plus claires & reluiſantes au 8e. ciel, auec la grandeur d'icelles, denottee par nombres.

Et finablement il y a vne regle nommée Index ou Oſtenſeur, qui tourne ſur le centre de l'inſtrument autour du limbe, pour monſtrer les heures & degrez de l'equateur & du zodiaque, le Leuant & Couchant du Soleil & des eſtoilles, comme il ſera monſtré cy apres.

Or voilà quant aux noms & parties de l'Aſtrolabe, voyons maintenant ce qui eſt de ſon vſage.

Digitized by Google

L'VSAGE ET PRATIQVE DE L'ASTROLABE.

PROPOSITION PREMIERE,

Pour trouuer en quel ſigne & degré eſt le Soleil à quelque iour propoſé ; & auſſi ſon degré oppoſite nommé Nadir.

DOVRCE que la cognoiſſance du vray lieu du Soleil nous ouure & manifeſte pluſieurs vtilitez, qui au contraire nous ſont oſtez & cachez par l'ignorance d'iceluy, nous auons mis ceſte propoſition la premiere. Pour donc ſçauoir le lieu du ☉ au zodiaque à quelque iour propoſé, poſez l'Alidade du dos de l'Aſtrolabe ſur ledit iour propoſé, & où elle touchera au cercle des ſignes, là apparoiſtra le degré, & le ſigne auquel ſera le ☉ au Midy d'iceluy iour ; & le meſme degré du ſigne qui ſera à l'autre bout de l'Alidade ſera le Nadir du ☉.

Pour exemple, ie veux ſçauoir le lieu du ☉ au Zodiaque le vnzieſme iour de May de ceſte annee 1610. Ie mets donc l'Alidade du dos de l'Aſtrolabe ſur ledit iour, & ie trouue ſur le cercle des ſignes enuiron 20 d. ♉ pour le lieu du ☉ à cedit iour vnzieſme May ; & l'autre bout de l'Alidade me mõſtre auſſi 20 d. ♒ pour le Nadir d'iceluy.

Or il eſt à notter qu'en l'année biſſextile, il faut compter vn degré plus qu'il ne ſera trouué au cercle des ſignes, depuis le 25e. Feurier. Et l'on ſçaura quand il eſt biſſexte en diuiſant les ans paſſez depuis 1600 par 4 : car s'il ne reſte rien, l'année eſt biſſextile ; mais s'il reſte 1, 2, ou 3, l'année eſt apres le biſſexte en tel nombre que denotte le reſte de la diuiſion.

Par la meſme maniere nous trouuerons le iour du mois le degré du ☉ eſtant cogneu : Car l'Alilade eſtant poſée ſur ledit degré du

Digitized by Google

Soleil, elle paſſera par le iour du mois reſpondant audit degré du Soleil.

Mais eſt à notter que le lieu du Soleil ne peut eſtre exactement trouué ainſi que deſſus, mais ſe doit obſeruer au ciel auec de fort grands inſtrumens exactement fabriquez, ou bien ſe trouuera dans des Ephemerides, ou autres tables calculées pour cet effect.

PROPOSITION II.

Pour ſçauoir le nombre d'or de chacune année propoſée.

IL faut premierement notter que le Cycle du nombre d'or où nous ſommes à preſent, commença l'année 1596, & finira en 1614: & partant en l'année 1615 commẽcera vn autre cycle. Si donc vous deſirez ſçauoir le nombre d'or de quelque année propoſée, ſi icelle eſt au deſſous de 1615, comptez ſur le premier nombre d'or qui eſt au cercle, deſcrit ſur le dos de l'Aſtrolabe de ladite annee 1596, & continués de nombre en nombre iuſques à l'année propoſée; & ou ladite année ſe terminera, ſera le nombre d'or d'icelle année. Comme pour ceſte année 1610, ie compte 96 ſur le premier nombre du cycle du nombre d'or, & continuant iuſques à ladite année 1610, icelle ſe termine ſur le nombre 15; & partant tel eſt le nombre d'or de ladite année. Mais ſi l'année propoſée ſurmonte 1614, il ſera plus bref de compter 1615 au premier nombre d'or.

Vous ſçaurez auſſi facilement ledit nombre d'or par le moyen des nombres, ſçauoir eſt adjouſtant 1 au nombre de l'année propoſée, & diuiſant ledit nombre par 19, & viendront au quotient le nombre des cycles du nombre d'or paſſez, mais reſtera le nombre d'or de l'année propoſée, ou bien s'il ne reſte rien, 19 ſeroit le nombre d'or. Ainſi pour trouuer le nombre d'or qui courra en l'année 1612; i'adiouſte 1, & font 1613, que ie diuiſe par 19, & viennent 84 au quotient pour le nombre des cycles paſſez, mais reſte encore 17 pour le nombre d'or de l'année 1612. Auſſi pour ſçauoir le nombre d'or qui courra en l'année 1633, i'adjouſte 1, & viennent 1634, que ie diuiſe par 19, & ne reſte rien: parquoy ie dis que 9 eſt le nombre d'or de ladite année 1633.

PROP. III.

Digitized by Google

PROP. III.

Pour sçauoir l'Epacte de chacune année proposée.

VOVS trouuerez au cercle du nombre d'or, celuy de ladite année proposée par la proposition precedente, & au droict dudit nombre d'or, vous trouuerez au cercle des Epactes celle cherchée: comme pour ceste année 1610, i'ay trouué 15 pour nombre d'or, au droict desquels, aü cercle des Epactes, ie trouue 5 pour l'Epacte de ladite année.

Le mesme se fera aussi par le moyen des nombres, sçauoir est multipliant le nombre d'or par 11, & adiouſtant 20 au produit, & le tout estant diuisé par 30, le reste donnera l'Epacte cherchée; mais s'il ne restoit rien, 30 seroit l'Epacte. Ainsi pour trouuer l'Epacte courante en l'année 1612, ie trouue par la precedente proposition, que le nombre d'or d'icelle sera 17, que ie multiplie par 11, & viennent 187, à quoy i'adjouſte 20, & font 207, que ie diuise par 30, & reste 27 pour l'Epacte de ladite année 1612.

PROP. IV.

Pour trouuer le iour de la nouuelle Lune.

IL faut adjouſter l'Epacte au nombre du mois, à commencer à compter à Mars, si le mois auquel on desire sçauoir la nouuelle Lune est depuis Mars: car si c'estoit en Ianuier, il faudroit adjouſter seulement 1 à l'Epacte, & en Feurier 2; & ce qui viendra de l'addition, le faut oſter de 30, & le reste sera le nombre du iour auquel se fera la nouuelle Lune. Mais il est à notter qu'en l'année bissextile, on doit adjouſter encores 1 au nombre de l'addition. Ou bien cherchez l'Epacte au dos de l'Astrolabe au mois proposé; & le iour que vous trouuerez vis à vis d'icelle Epacte, sera celuy de la nouuelle Lune.

Exemple, ie veux sçauoir à quel iour se fera la nouuelle Lune en ce mois d'Auril 1610. Pour deux mois i'adjouſte 2 à 5, que i'ay trouué par la precedente proposition estre l'Epacte de ceste pre-

Digitized by Google

ſente année,& viennent 7,leſquels i'oſte de 30,& reſtent 23; & partant ie dis qu'à tel iour dudit mois d'Auril ſera la nouuelle Lune.

Mais il eſt à notter, que ſi le nombre de l'addition de l'Epacte, & du nombre du mois ſurpaſſoit 30, il faudroit reietter 30, puis oſter le reſte de 30, ſuiuant ce qui eſt dit cy deſſus: Comme pour exemple, ie veux ſçauoir à quel iour a eſté la conjonction du mois de Decembre dernier paſſé. Ie trouue donc par la precedente propoſition que l'Epacte eſtoit 24, auec leſquels i'adjouſte 10 pour dix mois, & ſont 34, dont ie reiette 30, & demeurent 4, que i'oſte derechef de 30, & reſtent 26 pour le iour de la nouuelle Lune dudict mois de Decembre. Eſt toutesfois à notter, que ceſte voye de trouuer les nouuelles Lunes par les Epactes n'eſt pas bien certaine, ains donne le plus ſouuent vn iour d'erreur plus ou moins.

Il eſt manifeſte que par les choſes cy deſſus dittes, il ſera aiſé de conclurre le quantieſme de la Lune ſera quelque iour propoſé, neantmoins nous en ferons encores la propoſition ſuiuante.

PROP. V.

Pour ſçauoir l'âge de la Lune à quelque iour propoſé.

IL faut adjouſter à l'Epacte courante le nombre du mois, à compter ſeulement depuis Mars: car ſi c'eſtoit en Ianuier, il ne faudroit qu'adjouſter 1, & en Feurier 2: en apres à la ſomme de ceſte addition, ſoit encore adjouſté le nombre des iours du mois propoſé; & ce qui viendra n'eſtant plus de 30, ce ſera l'âge de la Lune; mais s'il eſt plus de 30, ſouſtrayez-en 30, & reſtera iceluy âge de la Lune cherché. Pour exemple, voulant ſçauoir le quantieſme nous aurons de la Lune au douzieſme de ce mois d'Auril; i'adjouſte l'Epacte 5 à 2 mois, & font 7, à quoy i'adjouſte encore le iour propoſé 12, & font 19 pour l'âge de la Lune audit douzieſme iour du preſent mois d'Auril. Mais pour trouuer ledit âge de la Lune au vingt-cinquieſme Iuin de ceſte année 1610; i'adjouſte l'Epacte 5 à 4 mois, & font 9, qui adjouſtez à ce iour propoſé 25, font 34, dont i'oſte 30, & reſtent 4 pour l'âge de la Lune audit iour propoſé.

Digitized by Google

PROP. VI.

Pour sçauoir en quel signe est la Lune chacun iour.

IL faut sçauoir premierement par la premiere proposition le signe & degré du Soleil au iour proposé, puis apres l'âge de la Lune par la precedente proposition; & sçachant l'âge de la Lune, il faut multiplier iceluy par 12 degrez, puis diuiser le produit par 30, & viendront au quotient les signes passez depuis celuy auquel le Soleil sera trouué; & adjoustant aussi les degrez restant de la diuision (s'il en reste aucun) auec les degrez du Soleil, viendront à peu pres les degrez de la Lune.

Exemple.

12
14
———
48
12
———
168

1
168 (5
30

Ie veux sçauoir en quel signe la Lune est auiourd'huy septiesme Auril 1610. Ie trouue donc par la premiere proposition que le Soleil est au dixseptiesme degré du signe d'Aries, & par la precedente, 14 iours pour l'âge de la Lune, par lequel ie multiplie 12 degrez, & viennent 168 degrez, lesquels ie diuise par 30, viennent au quotient 5 signes, & restent 18 degrez, lesquels 5 signes 18 degrez i'adjouste auec les 17 degrez du Soleil, & sont 6 signes 5 degrez; c'est pourquoy ie dis que la Lune est au sixiesme signe, à compter depuis Aries, où le Soleil a esté trouué, lequel sixiesme signe est Libra. Que si ie multiplie derechef l'âge de la Lune par 12 minuttes, à cause que le moyen mouuement iournal d'icelle est enuiron 12 degrez 12 minuttes plus que celuy du Soleil, i'aurois le lieu de la Lune plus précis que deuant: Ie multiplie donc les 14 iours de l'âge de la Lune par les 12 minuttes du mouuement, & viennent 168 minuttes, lesquelles diuisées par 60 minuttes, viennent 2 degrez 48 minuttes, que i'adjouste auec les 5 degrez de Libra cy-deuant trouuez, & partant sont 7 degrez 48 minut. ♎ pour le lieu de la Lune au Zodiaque audit iour proposé.

Digitized by Google

Or ledit lieu de la Lune ne ſe peut ſçauoir preciſément, ſinon par obſeruation Aſtronomique, ou bien par quelques Ephemerides, ou autres tables calculées pour cet effect.

PROP. VII.

Pour ſçauoir le Cycle Sollaire de quelque année proposée.

IL faut premierement notter que le Cycle Sollaire eſtoit à l'vnité l'année 1588, & y retournera l'année 1616: C'eſt pourquoy ſi vous deſirez ſçauoir le nombre du Cycle Sollaire de quelque année propoſée, ſi icelle eſt moindre que 1616, comptez ſur le premier nombre qui eſt au cercle deſcrit ſur le dos de l'Aſtrolabe, ladite année 1588, ou bien 1616, ſi ladite année eſt au deſſus; & continuez de nombre en nombre iuſques à l'année propoſée, & ou ladite année ſe terminera ſera le nombre du Cycle Sollaire d'icelle année. Comme pour ceſte année 1610, ie compte 88 ſur le premier nombre du cercle du cycle Sollaire; & continuant iuſques à ladite année 1610, icelle ſe termine ſur le nombre 23; & partant ie dis que 23 eſt le cycle Sollaire de ceſte année 1610.

La meſme choſe ſe fera auſſi par nombres, ſçauoir eſt adjouſtant 9 au nombre de l'année propoſée; puis diuiſant le produict par 28, & ce qui reſtera de la diuiſion ſera le cycle Sollaire demandé: que s'il ne reſtoit rien, 28 ſeroit le cycle Solaire. Ainſi voulant trouuer le cycle Solaire de l'année prochaine 1611, i'adjouſte 9, & font 1620, que ie diuiſe par 28, & reſtent 24 pour le cycle Solaire de ladite année 1611. Derechef voulant trouuer le cycle Solaire pour l'année 1615, i'adjouſte 9, & viennent 1624, qui diuiſez par 28, ne reſte rien; c'eſt pourquoy ie dis que 28 eſt le cycle Solaire qui courra en ladite année 1615.

Mais eſt icy à remarquer que le cycle Solaire, & les lettres Dominicales cottées ſur le dos de l'Aſtrolabe graué par P. Danfrie, ne ſont bien adaptées, & doiuent eſtre comme il enſuit ſelon le Calendrier Gregorien.

Digitized by Google

Cycle Solaire.	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10,	11,	12,	13, 14,
Lettres	C.			E.				G.				B.	
Dominicales.	B.	A.	G.	F.	D.	C.	B.	A.	F.	E.	D.	C.	A. G.
Cycle Solaire.	15,	16,	17,	18,	19,	20,	21,	22,	23,	24,	25,	26,	27, 28.
Lettres		D.			F.				A.				
Dominicales.	F.	E.	C.	B.	A.	G.	E.	D.	C.	B.	G.	F.	E. D.

PROP. VIII.

Pour ſçauoir la lettre Dominicale de chacune année.

IL faut aller au cercle du cycle Solaire, & trouuer le nombre dudit cycle Solaire de l'année propoſée, & au droict dudit nombre dudit cycle Solaire, au cercle des lettres Dominicales ſera trouué celle de ladite année propoſée; & s'il ſe trouue deux lettres enſemble, l'annee eſt biſſextile; & la premiere deſdites deux lettres ſeruira depuis le premier iour de lãuier, iuſques au vingt-cinquieſme Feurier, & la ſeconde pour le reſte de l'année.

Pour exemple: Ie veux ſçauoir la lettre Dominicale de ceſte année 1610. Ie trouue donc par la precedente propoſition, que le cycle Solaire eſt 23; & vis à vis d'iceux, au cercle des lettres Dominicales, ie trouue la lettre C pour ceſte année 1610. Derechef voulant ſçauoir la lettre Dominicale qui aura cours en l'année 1612; ie trouue que le Cycle Solaire ſera 25: & regardant vis à vis d'iceluy nombre au cycle Solaire, i'y voy deux lettres A & G: partant ie dis qu'en ladite année 1612, la lettre A aura cours iuſques au 25 Feurier, & G tout le reſte de l'année.

PROP. IX.

Pour ſçauoir quel iour de la ſepmaine ſera quelque iour propoſé.

VOVS trouuerez par la huictieſme propoſition le cycle Solaire de l'année, puis vous trouuerez iceluy en la table ſuiuante, & vis à vis d'iceluy en la collomne du mois propoſé, vous prendrez le nombre qui s'y trouuera, lequel vous ſouſtrairez du iour propo-

Digitized by Google

Table pour trouuer quel iour de la ſepmaine ſera quelque iour proposé.

cycle Soll.	Ia.	Feb.	Ma.	Au.	May.	I.	Iuil.	Ao.	Sep.	Oct.	Nou.	Dec.
1	3	7	6	3	1	5	3	7	4	2	6	4
2	1	5	5	2	7	4	2	6	3	1	5	3
3	7	4	4	1	6	3	1	5	2	7	4	2
4	6	3	3	7	5	2	7	4	1	6	3	1
5	5	2	1	5	3	7	5	2	6	4	1	6
6	3	7	7	4	2	6	4	1	5	3	7	5
7	2	6	6	3	1	5	3	7	4	2	6	4
8	1	5	5	2	7	4	2	6	3	1	5	3
9	7	4	3	7	5	2	7	4	1	6	3	1
10	5	2	2	6	4	1	6	3	7	5	2	7
11	4	1	1	5	3	7	5	2	6	4	1	6
12	3	7	7	4	2	6	4	1	5	3	7	5
13	2	6	5	2	7	4	2	6	3	1	5	3
14	7	4	4	1	6	3	1	5	2	7	4	2
15	6	3	3	7	5	2	7	4	1	6	3	1
16	5	2	2	6	4	1	6	3	7	5	2	7
17	4	1	7	4	2	6	4	1	5	3	7	5
18	2	6	6	3	1	5	3	7	4	2	6	4
19	1	5	5	2	7	4	2	6	3	1	5	3
20	7	4	4	1	6	3	1	5	2	7	4	2
21	6	3	2	6	4	1	6	3	7	5	2	7
22	4	1	1	5	3	7	5	2	6	4	1	6
23	3	7	7	4	2	6	4	1	5	3	7	5
24	2	6	6	3	1	5	3	7	4	2	6	4
25	1	5	4	1	6	3	1	5	2	7	4	2
26	6	3	3	7	5	2	7	4	1	6	3	1
27	5	2	2	6	4		6	3	7	5	2	7
28	4	1	1	5	3	7	5	2	6	4	1	6

Digitized by Google

sé; puis diuiserez le reste par 7, & le reste de la diuision sera le nombre du iour de la sepmaine que sera ledit iour proposé, & s'il ne restoit rien, ledit iour proposé seroit le Dimanche.

Exemple: Voulant sçauoir quel iour de la sepmaine est le septiesme Auril de ceste année 1610; ie cherche 23, qui est le cycle Solaire de ceste dite année en la premiere colomne de la table suiuante, & vis à vis d'iceux en la colomne du mois d'Auril, ie trouue 4, que ie soustrais de 7, & restent 3, qui ne se peuuent diuiser par 7; & partant ie dis que le septiesme iour d'Auril est le troisiesme iour de la sepmaine, c'est assauoir Mercredy.

L'on sçaura aussi la mesme chose, retenant par cœur ces douze syllabes.

Adam degebat ergo ci foz adri foz.

La premiere lettre de chacune desquelles syllabes monstre la lettre par laquelle chacun mois commence: Comme ce mot *Adam*, qui est de deux syllabes, signifie que Ianuier se commence par A, Feurier par D, & ainsi des autres: & sçachant la premiere lettre de chacun mois, nous pourrons sçauoir facilement à quel iour il entre: car par la lettre Dominicale de l'année, on sçaura quel iour signifie chacune lettre; sçauoir est Lundy, Mardy, &c. Comme pour exemple, voulant sçauoir quel iour est le septiesme Auril de ceste année 1610. Ie trouue par la huictiesme proposition que la lettre Dominicale est C, mais par le vers cy dessus, la premiere lettre du mois d'Auril est G; & partant ledit mois commence vn Ieudy, duquel ie compte 7 iours, & escheent au Mercredy comme deuant.

PROP. X.

Pour sçauoir le quantiesme iour est Pasques.

AV dos de l'Astrolabe sont cottez les iours de la celebration de la feste de Pasques iusques en l'année 1630: mais ensuit la maniere par laquelle lesdits iours, & ceux des autres années sont trouuez.

Il faut premierement notter que la celebration de la Pasque est touſiours le Dimanche d'apres la pleine Lune du mois de Mars,

Digitized by Google

c'eſt à dire d'aprés 14 iours, la nouuelle Lune commençant entre le 8e Mars incluſiuement, & le cinquieſme Auril : c'eſt pourquoy il faut trouuer, par la quatrieſme propoſition, la nouuelle Lune dudit mois de Mars, & l'ayant trouuee compter 14 iours d'icelle, & le Dimanche ſuiuant ſera le iour de Paſques : & s'il arriuoit que le quatorzieſme iour eſcheuſt au iour de Dimanche, la ſolemnité dudit iour de Paſques ne ſera que le Dimanche ſuiuant.

Exemple, ie veux ſçauoir à quel iour & mois eſcherra Paſques ceſte année 1610 : Ie trouue donc premierement, par la quatrieſme propoſition, que la nouuelle Lune de Mars eſt le vingt-cinquieſme iour dudit mois ; c'eſt pourquoy ie commence à compter à ce iour iuſques à quatorze, lequel quatorzieſme iour eſchet au ſeptieſme Auril, que ie trouue, par la precedente propoſition, eſtre le Mercredy ; & partant le Dimanche ſuiuant, qui eſt le vnzieſme dudit mois d'Auril, ſera le iour de Paſques.

PROP. XI.

Pour ſçauoir les feſtes mobiles de chacune année.

POVR venir à ceſte propoſition, il faut notter que le Lundy des Rogations eſt le trente-ſeptieſme iour à compter du iour de Paſques ; l'Aſcention quarante iours ; la Pentecoſte le cinquantieſme ; la Trinité, le cinquante ſeptieſme ; la feſte Dieu, le ſoixante-vnieſme ; & les Cendres, le quarante-ſeptieſme deuant Paſques. C'eſt pourquoy, pour ſçauoir leſdites feſtes mobiles de chacune année, il faut premierement ſçauoir, par la precedente propoſition, le iour de Paſques, puis commencer à compter dudit iour ſur le cercle des iours mis au dos de l'Aſtrolabe iuſques à 37, & ou ledit nombre de 37 finira ſera le Lundy des Rogations, & trois iours apres ſera l'Aſcention, & dix iours apres l'Aſcention, ſera la Penthecoſte, de laquelle comptant ſept iours apres, viendra le iour de la Trinité ; & comptant derechef quatre iours apres ledit iour de la Trinité, viendra le iour de la feſte Dieu ; mais comptant ſur ledit cercle des iours en retrogradant, à commencer au iour de Paſques iuſques à quarante-ſept iours, le iour ou finira ledit nombre de 47, ſera le iour des Cendres.

Exemple,

Digitized by Google

Exemple, ie veux sçauoir les festes mobiles de ceste année 1610. Ie trouue donc premierement, par la precedente proposition, que la solēnité de la feste de Pasques eschet au 11e. iour d'Auril: parquoy ie commence à compter au cercle des iours audit 11e. Auril iusques à 37, & finist ledit nōbre 37 au 17e. iour de May: parquoy ledit iour sera le Lundy des Rogations: puis ie compte trois iours apres; & partant l'Ascension sera le vingtiesme dudit mois: puis comptant encores 10 iours, i'ay le trentiesme d'iceluy mois le iour de la Penthecoste; & comptant encores 7 iours, i'ay le sixiesme iour de Iuin pour la Trinité; & d'iceluy sixiesme iour, ie compte derechef quatre iours, & i'ay le dixiesme iour de Iuin pour la feste Dieu: mais pour sçauoir le iour des Cendres, ie commence à compter en retrogradant dudit vnziesme Auril iusques à 47, & finist ledit nombre 47 au 24e. Feurier, qui est ledit iour des Cendres: mais il faut notter qu'en l'année bissextile, qu'il faut compter 29 iours à Feurier.

PROP. XII.

Pour sçauoir la hauteur du Soleil, iceluy luisant sur l'horison.

IL faut pendre l'Astrolabe par son anse, & tourner le bord d'iceluy Astrolabe droict au Soleil, & hausser & abbaisser l'alidade iusques à ce que les rayons du Soleil passent par les pinulles, & alors ladite alidade monstrera au cercle de l'altitude combien de degrez le Soleil est lors esleué sur l'horison.

Exemple, ie veux sçauoir l'altitude du Soleil. Ie pend donc l'Astrolabe par son armille, & tournant le bord d'iceluy droict au Soleil, ie hausse & abbaisse l'alilade tant que le rayon du Soleil passe par les pertuis des deux pinulles: cela faict, ie compte les degrez depuis la ligne Orientale iusques à l'alidade, & ie trouue 24 degrez au cercle des hauteurs; & partant telle est la hauteur du Soleil: & nous seruira ladite hauteur pour trouuer les heures, les latitudes, & plusieurs autres obseruations.

Or il est à notter qu'icelle hauteur est de deux sortes, à sçauoir matutine ou vespertine, dont celle du matin se faict pendant que le Soleil monte d'Orient à Midy, & le demeurant du iour la vespertine: C'est pourquoy, quand vous serez en doubte si la hauteur par

Digitized by Google

vous priſe eſt matutine ou veſpertine, quelque peu de temps apres vous prendrez derechef ladite hauteur, & ſi vous la trouuez plus grande que celle premierement priſe, icelle eſt matutine; mais ſi elle eſt moindre, elle eſt veſpertine.

PROP. XIII.

Pour prendre la hauteur de quelque eſtoile veuë la nuict.

IL faut pendre l'Aſtrolabe au deſſus de l'œil, & hauſſer ou baiſſer l'alidade iuſques à ce que vous voyez par les trous des pinulles l'eſtoile dont vous deſirez ſçauoir la hauteur, & lors l'alidade vous monſtrera au cercle de hauteur le nombre des degrez de l'altitude cherchée: & ſi vous eſtes en doute ſi ladite hauteur eſt Orientale ou Occidentale, il faut l'obſeruer deux fois, ainſi qu'il a eſté dit du Soleil en la propoſition precedente; & en la meſme maniere ſe doit prendre la hauteur du Soleil, quand le temps eſt tellement obſcur & nebuleux, qu'on ne voit le Soleil qu'à peine au trauers des nuages.

Exemple, Ie veux ſçauoir l'altitude de l'eſtoile nommée le cœur du Lyon. Ie pend donc mon Aſtrolabe par ſon armille au deſſus de mon œil, & tourne le bord droict à l'eſtoile; puis ie hauſſe & baiſſe l'alidade iuſques à ce que ie voye par les trous des pinulles ladicte eſtoile cœur du Lyon; & la voyant, ie trouue que l'alilade touche au quarãtieſme degré du cercle de hauteur: & pour ſçauoir ſi icelle altitude eſt Orientale ou Occidentale, ie prend vn peu apres derechef ladite hauteur, & la trouue de 41 degrez: parquoy ie dis que ladite premiere hauteur eſt Orientale.

PROP. XIV.

Comment ſe met le degré du Soleil, ou de quelque eſtoile, ſur leurs hauteurs, entre les Almicantaraths.

POVR ce faire, vous prẽdrez le degré du Soleil, ou l'extremité de l'eſtoile de laquelle vous aurez pris la hauteur, & laquelle ſera à l'araigne du zodiaque, & mettrez ledit degré ou extremité

Digitized by Google

sur les Almicantaraths en semblable hauteur que vous les aurez trouué esleuez sur l'horison, commençant à compter en la partie Orientale de l'horison oblique, si c'est deuant midy, ou en l'Occidentale; si c'est apres, iusques à ce que vous ayez trouué l'Almicantarath respondant à vostre hauteur, & là vous arresterez vostre degré du Soleil, ou extremité de l'estoile.

Exemple: Le Soleil estant au vingt-deuxiesme degré de Taurus, & sa hauteur trouuée de 51 degré auant midy; ie compte icelle hauteur entre les Almicantaraths, commençant à la partie Orientale, pource qu'icelle hauteur estoit matutine, & là addresse ledit degré du Soleil: quoy faisant, il est mis & disposé en semblable hauteur qu'il a esté trouué au ciel. Ce qui sert pour trouuer les heures & autres practiques, ainsi qu'il sera monstré cy apres.

PROP. XV.

Comment s'obserue la hauteur Meridienne du Soleil, ou d'vne estoile.

LA hauteur Meridienne, tant du Soleil, que d'autres astres, est la plus grande de tout le iour, & se faict quand l'astre est souz le cercle Meridien, laquelle hauteur se peut pratiquer en trois manieres.

La premiere est particuliere, seruant seulement pour le lieu qui a l'esleuation du pole pour laquelle a esté composée la table de l'Astrolabe dont on se veut seruir, & se pratique en ceste maniere. Ayant pris le degré du Soleil, par la precedente proposition, mettez ledit degré sur la ligne de Midy en la face de l'Astrolabe, entre les Almicantaraths, descrits comme dit est, pour l'eleuation du lieu où vous voulez sçauoir ladite hauteur Meridienne, & le nombre des degrez qui seront depuis le premier Almicantarath iusques au degré du Soleil, sera l'altitude du Soleil d'iceluy iour à midy. Et ainsi pourrez vous faire d'vne estoile, pour trouuer la hauteur Meridienne d'icelle.

Exemple: Le dixhuictiesme May desirant sçauoir la hauteur du Soleil à midy à l'esleuation du pole de 49 degrez, qui est l'altitude de Paris; ie trouue, par la precedente proposition, le lieu du Soleil

Digitized by Google

au zodiaque, eſtre enuiron 27 degrez 15 minuttes ♉, que ie mets, par la precedente propoſition ſur la ligne de Midy, entre les Almicantaraths de la table deſcritte pour ladite eſleuation du pole de Paris; & ie trouue preſque 61 degrez, en comptant depuis l'horiſon oblique, ou premier Almicantarath, iuſques à la ligne de Midy, où i'ay poſé le lieu du Soleil: & partant la plus grande hauteur du Soleil audit iour dixhuictieſme May, eſt d'enuiron 61 degrez.

La ſeconde maniere: Il faut trouuer premierement la ligne Meridienne, & la deſcrire ſur vn plan bien vny, & parallel à l'horiſon: puis au milieu d'icelle ligne ficher vn ſtille ou eſguille à angles droicts: & quand vous verrez l'ombre d'iceluy ſtille eſtre droictement au long de ladite ligne Meridionale, prenez l'altitude du Soleil: car alors elle ſera la plus grande de ce iour là. Or comme ſe trouue la ligne Meridionale, il enſuit.

Faictes premierement ſur bois, ardoize, ou autre choſe bien vnie & equidiſtante de l'horiſon, vn cercle: puis au centre d'iceluy dreſſez perpendiculairement vn ſtille ou eſguille bien menuë, laquelle ſoit auſſi grande, ou peu moins, que le ſemidiametre du cercle: cela faict, prenez bien garde quelque temps deuãt midy, quand le bout de l'ombre dudit ſtille touchera iuſtement la periphere dudit cercle, & là ferez vne marque: puis apres midy faictes le ſemblable, lors que le bout de l'ombre ſortira dudit cercle; & couppant l'arc d'entre leſdits deux attouchemens en deux parties egales, & tirant vne ligne de ce lieu là par le centre du cercle, icelle couppera iceluy cercle en deux parties egales; & l'ombre du ſtille eſtant ſur icelle ligne, ſi vous prenez la hauteur du Soleil, comme dit eſt cy deſſus, vous aurez la hauteur Meridienne du Soleil à ce iour là.

Reſte la troiſieſme, qui eſt generale: prenez la hauteur du Soleil vn peu deuant midy, & ce par pluſieurs fois, iuſques à ce qu'elle deſcroiſſe, & la plus grande d'icelle ſera la hauteur Meridienne.

PROP. XVI.

Pour ſçauoir de iour, le Soleil eſtant veu, quelle heure il peut eſtre.

APRES auoir cogneu le degré du Soleil, par la precedente propoſition, & la hauteur d'iceluy, par la douzieſme ou trei-

Digitized by Google

zieſme propoſition, faut mettre, ſelon la quatorzieſme, ledit degré du Soleil en telle hauteur entre les Almicantaraths: puis en mettãt la regle ſur le degré du Soleil, icelle vous monſtrera au cercle des heures deſcrittes au lymbe de l'inſtrument, le nombre des heures qu'il ſera lors.

Pour exemple: voulant ſçauoir preſentement quelle heure il eſt, par la precedente propoſition, ie trouue le degré du Soleil eſtre enuiron vingt-trois degrez trente minut. Taurus: & par la douzieſme, la hauteur d'iceluy eſtre cinquante degrez; & partant ie poſe les vingt-trois degrez & demy de Taurus à cinquante degrez entre les Almicantaraths de la partie Orientale, à cauſe que c'eſt le matin; & ſur iceluy degré i'applique l'alidade, & icelle me monſtre au cercle des heures eſtre preſque dix heures.

PROP. XVII.

Pour ſçauoir de iour, le Soleil eſtant veu, les heures inegales.

HEVRES inegales, ou planetteres, eſt la douzieſme partie du iour artificiel, ou de la nuict ſemblablement, & ces heures là du iour commencent au Soleil leuant, mais celles de la nuict à Soleil couchant: & d'icelles heures vſoient les anciens, qui les appelloient encores heures des planettes, pource qu'ils les diuiſoient ou diſtinguoient ſelon la domination & gouuernement des planettes, par leſquels ils diſoient les choſes de ça bas eſtre regies & diſpoſées; & nous les appellons inegales, d'autant que les iours artificiels ne ſont pas entr'eux egaux, ains ſont preſque touſiours inegaux entr'eux, & auec les nuicts: & partant il s'enſuit que les heures d'vn iour ne ſont pas egales aux heures d'vn autre iour, ny aux heures de la nuict; mais pluſtoſt que les heures des plus grands iours ſont les plus grands, & celles des plus courts ſont les moindres. Et partant en aucun temps ſont plus grands qu'en autres: car l'heure determinée du plus grand iour, eſt plus grande que l'heure determinée du moindre: non pas qu'elle ſoit ditte inegale comparée aux autres heures du iour; car elles ſont toutes egales, comme eſtant chacune la douzieſme partie du iour: mais elles ſont inegales en egard, & faiſant comparaiſon aux heures des autres iours. Ce

Digitized by Google

nonobſtant deux fois l'année, tant les heures egales que les inegales, ſont egales enſemble & pareilles, c'eſt aſſauoir quand le Soleil entre au commencement de Aries & Libra.

Quand donc vous voulez ſçauoir l'heure inegale du iour, ſçachez le lieu du Soleil au zodiaque, ſa hauteur ſur l'horiſon: & puis mettez ledit degré du Soleil à l'Almicantarath de ſadite hauteur, où bien à l'endroit de l'heure egale, & le nadir du Soleil vous monſtrera ſouz l'horiſon, entre les lignes des heures inegales, l'heure planettere du iour.

Exemple: Ayant trouué 22 degrez & demy du ſigne de Taurus, pour le lieu du Soleil, & 50 degrez pour ſa hauteur, ie veux ſçauoir quelle heure inegale il eſt. Mettant donc 22 degrez 30 minuttes ♉, ſur le cinquantieſme Almicantarath, l'Alidade me monſtre qu'il eſt preſque dix heures egales, mais le coſté oppoſite, c'eſt aſſauoir le 22 degré 30 min. ♏, me monſtre entre les arcs des heures inegales, qu'il eſt 4 heures, & enuiron 20 min.

PROP. XVIII.

Pour ſçauoir de nuict l'heure egale, par le moyen de quelque eſtoile deſcrite en l'araigne, & veuë au ciel.

TOVT ainſi que les heures egales ſont priſes de iour par l'altitude du Soleil, ſemblablement de nuict elles ſont priſes par l'altitude des eſtoiles fixes; & pour ce faire, prenez l'altitude de quelques-vnes deſdites eſtoiles contenuës en l'araigne de ladite table: puis mettez ladite altitude entre les Almicantaraths, c'eſt à ſçauoir en la partie Orientale, ſi l'eſtoille a eſté trouuée telle, ou Occidentale, ſi elle a eſté trouuée Occidentale: puis tournez l'araigne, en ſorte que la poincte de ladite eſtoile obſeruée ſoit preciſément deſſus l'Almicantarath de l'altitude; cela faict, mettez l'alidade ou index ſur le lieu du Soleil, & le bout d'iceluy index monſtrera ſur le limbe l'heure egale nocturne, laquelle ſera auant minuict, ſi le lieu du Soleil eſt deuant la ligne de minuict; mais apres minuict, ſi le lieu du Soleil paſſe la ligne de minuict.

Exemple: Suppoſé que le quatorzieſme Auril i'aye trouué de nuict l'eſtoile Spica ♍, eſleuée de 30 deg. en la partie d'Orient:

Digitized by Google

Ie mets donc l'extremité, ou la poincte d'icelle sur ladite hauteur, & apres ie pose l'index sur le degré du Soleil, qui est peu plus de 24 degrez ♈, & le bout dudit index me mõstre qu'il est enuiron 9 heures 40 minuttes du soir.

PROP. XIX.

Pour sçauoir de nuict l'heure inegale, par le moyen de quelque estoile.

CHERCHEZ, par la precedente proposition, l'heure egale: Car le bout de l'index, qui vous monstrera au limbe l'heure egale, monstrera aussi l'heure inegale entre les arcs desdites heures planetteres.

Exemple: Par la precedente proposition, ayant trouué l'estoile nommée l'Espy de la Vierge, esleuée 30 degrez sur l'horison en la partie d'Orient, & icelle estant mise entre les Almicantaraths, & l'index sur le lieu du Soleil, ie trouue au limbe 9 heures egales, & enuiron 40 minuttes; mais entre les arcs des heures planetteres, ie trouue enuiron 4 heures 20 minuttes.

Or il sera dit cy apres, comme on sçaura plus precisément que dessus l'heure inegale.

PROP. XX.

Pour sçauoir l'heure que le Soleil se leue ou couche chacun iour.

METTEZ le degré du Soleil sur l'horison oblique de vostre table en la partie d'Orient, & mettant l'index sur ledit degré, le bout d'iceluy vous monstrera au limbe l'heure que le Soleil se leue en toutes regions de latitude semblable à vostre table, & transportant ledit index, auec ledit degré du Soleil, sur l'horison en la partie Occidentale, vous sera monstré pareillement à quelle heure se couchera le Soleil.

Exemple: Ie veux sçauoir l'heure du leuer & coucher du Soleil au vingt-cinquiesme May. Ie trouue donc le lieu du Soleil estre en-

Digitized by Google

uiron 4 degrez, lequel lieu du Soleil ie mets ſur l'horiſon oblique en la partie Orientale: puis ie poſe ſur iceluy l'index, & ie trouue au limbe enuiron 4 heures vn quart pour le leuer du Soleil: & tranſportant ledit lieu du Soleil & index ſur ledit horiſon, en la partie Occidentale, ie trouue 7 heures 3 quarts pour le coucher du Soleil audit iour vingt cinquieſme May.

PROP. XXI.

Pour ſçauoir l'arc du Soleil tant diurne que nocturne, c'eſt à dire la quantité du iour artificiel, & de la nuict.

NOVS entendrons par la quantité du iour l'eſpace du temps qui eſt depuis le leuer du Soleil iuſques au coucher d'iceluy, lequel eſt meſuré en l'arc equinoctial montant ſur l'horiſon, auec la moictié du zodiaque, commençant au degré du Soleil, iuſques au nadir d'iceluy, ſelon l'ordre des ſignes: & pour ſçauoir icelle quantité, mettez le degré du Soleil ſur l'horiſon oblique en la partie Orientale: puis l'index eſtant ſur iceluy, regardez quel degré il touche au limbe; puis tournez l'yraigne auec ledit index, iuſques à ce que le degré du Soleil ſoit ſur l'horiſon oblique en la partie Occidentale; & ce faict, comptez les degrez du limbe, depuis le poinct d'Orient iuſques à l'Occident, leſquels degrez ſeront l'arc iournal, & iceux eſtans ſouſtrais de 360, reſterõt les degrez de l'arc nocturne; leſquels degrez, tant de l'arc diurne que du nocturne, eſtans reduits en heures egales, vous donneront la quantité du iour artificiel, & de la nuict.

Exemple: Le vingt-quatrieſme May deſirant ſçauoir l'arc diurne & nocturne. Ie poſe les trois degrez de Gemini, qui ſont les degrez du lieu du Soleil, ſur l'horiſon oblique en la partie d'Orient, & ſur iceux l'index; & iceluy touche au limbe le vingt-cinquieſme degré, puis tournant l'yraigne auec ledit index ſur ledit horiſon en la partie d'Occident, iceluy index vient toucher le vingt-cinquieſme degré d'audeſſous la ligne de l'horiſon; & partant ce ſont 150 degrez pour l'arc diurne, qui ſouſtrais de 360, reſtent 130 deg. pour l'arc nocturne: & iceux deux arcs reduits en temps, viennent quinze heures 20 minuttes pour la quantité du iour artificiel, & 8 heu-

res

Digitized by Google

res 40 minuttes pour la quantité de la nuict.

Autrement.

Cherchez, par la precedente propoſition, le temps depuis midy iuſques au Soleil couchant, & l'ayant trouué, doublez le, & vous aurez la quantité du iour, lequel ſi vous ſouſtrayez de 24 heures, reſtera la quantité de la nuict.

PROP. XXII.

Pour ſçauoir l'arc de l'equateur qui monte ſur l'horiſon durant vne heure inegale, tant de iour que de nuict.

LEs degrez de l'equinoctial qui montent en vne heure planetere, font l'arc ou la portion de l'heure inegale, leſquels degrez reduits en temps monſtrent la quantité d'vne heure inegale: doncques ſi vous voulez ſçauoir à quelque certain iour l'arc de l'equinoctial correſpondant à l'heure inegale du iour; prenez, par la precedente propoſition, l'arc diurne, & diuiſez iceluy par 12, & au quotient vous aurez le nombre des degrez de l'heure inegale du iour, & s'il reſte quelque choſe, multipliez-le par 60, & diuiſez le produit par 12, & vous aurez au quotient les minuttes des degrez de l'arc de l'heure inegale outre les degrez entiers. Donc ces degrez & minuttes eſtans trouuez par telle diuiſion, ſont dits l'arc ou portion de l'equateur de l'heure inegale du iour, lequel arc ſi vous leuez de 30 degrez, il vous reſtera l'arc de l'heure temporelle de la nuict; leſquels arcs ſi vous reduiſez en temps, vous aurez la quantité deſdites heures inegales.

Exemple: Le vingt-quatrieſme May, deſirant ſçauoir l'arc de l'equateur d'vne heure inegale de iour, & auſſi de celle de la nuict; ie cherche, par la precedente propoſition, l'arc diurne, & ie trouue iceluy eſtre 230 degrez, que ie diuiſe par 12, & viennent au quotient 19 degrez, & reſtent 2 degrez, leſquels ie multiplie par 60 minuttes, & viennent 120 min. qui diuiſez par 12, viennent 10 minuttes, que i'adjouſte aux degrez entiers: & partant i'ay pour l'arc de l'heure inegale de iour 19 degrez 10 minuttes, lequel arc ie ſouſtrais de 30 degrez, & reſtẽt 10 degrez 50 minuttes pour l'arc de l'heure inegale de nuict dudit iour vingt-quatrieſme May: & iceux arcs reduits

Digitized by Google

en temps, ſont 1 heure 16 minuttes pour la quantité de l'arc de l'heure inegale de iour, & preſque 44 minuttes pour la quantité de l'heure inegale de nuict.

Autrement.

Pour auoir l'arc de l'heure inegale du iour, mettez le nadir du Soleil ſur la ligne de telle heure inegale que voudrez, & regardez ſur le limbe quel degré l'index monſtrera: puis mettez ledit nadir ſur la ligne enſuiuante d'entre les heures inegales; & poſez derechef l'index ſur ledit nadir, & comptez combien il y a de degrez du premier poinct iuſques audit index, & vous aurez l'arc de l'equinoctial d'vne heure inegale diurne, lequel arc ſouſtrayant de 30 degrez, vous aurez l'arc d'vne heure temporelle nocturne.

Exemple: Deſirant ſçauoir l'arc de l'equinoctial d'vne heure inegale diurne du vingt-quatrieſme May, lequel iour donne pour le lieu du Soleil peu plus de 3 degrez Gemini, dont le nadir eſt 3 degrez ♓: mettant donc leſdits 3 degrez ♓ ſur la ligne de 6 heures inegales, l'index touche ſur le limbe le 90 degré; & puis apres ledit nadir du Soleil eſtant poſé ſur la ligne de 5 heures inegales, l'index touche au limbe peu moins de 71 degré: tellement qu'il y a entre leſdites deux lignes peu plus de 19 degrez, qui eſt l'arc d'vne heure inegale de iour ainſi que deuant; & viendra, faiſant comme deſſus, la quantité, tant de l'heure inegale du iour, que de la nuict; c'eſt à ſçauoir 1 heure 16 minuttes pour l'heure diurne, & preſque 44 minuttes pour l'heure nocturne.

PROP. XXIII.

Pour ſçauoir quel planette domine à chaſque heure du iour & de la nuict.

LEs Anciens ont nommé les iours de la ſepmaine par le nom du planete qu'ils eſtimoient auoir domination à la premiere heure de chacun iour, laquelle heure commence à Soleil leuant: comme le iour du Samedy par le nom de ♄; le Dimanche du nom du ☀; la ſeconde ferie, du nom de la ☾, la tierce de ♂, la quarte de ☿, la quinte de ♃, la ſixieſme de ♀; & diuiſoient, comme il a eſté dit cy deuant, tant le iour que la nuict en 12 parties egales, leſquelles

Digitized by Google

ils appelloient les heures des planetes, desdiant chacune heure à vn desdits planetes, estimant qu'ils dominent l'vn apres l'autre selon leur ordre, chacun à son heure, lequel ordre ensuit, ♄, ♃, ♂ ☀, ♀, ☿, & la ☾.

Si donc quelqu'vn, suiuant ces resueries des anciens, veut sçauoir quel planete regne à quelque heure proposée: premierement il doit aduiser de quel planete est denommé le iour present: puis qu'il sçache par les choses deuant dittes l'heure inegale, & qu'il cherche au costé seneſtre de la table qui ensuit le iour de la sepmaine proposé: mais l'heure inegale en la partie inferieure d'icelle table, c'est à sçauoir en la ligne des heures diurnes, si l'heure inegale est telle: mais en la ligne des heures nocturnes, si ladite heure est telle, & en l'angle commun au iour & heure, sera trouuée la figure & caractere du planete qui est dominateur & seigneur de l'heure proposée.

Exemple: Voulant sçauoir le Mercredy vingt-cinquiesme May, à 10 heures egales du matin, quelle planette domine lors: Ie cherche, par les choses cy-deuant dittes, l'heure inegale, que ie trouue estre la cinquiesme courante; c'est pourquoy i'entre en la table suiuante, & en l'angle commun au Mercredy, & à la cinquiesme heure du iour, ie trouue ♂: & partant ie dis qu'iceluy domine à ladite heure proposée. Mais si les 10 heures proposées estoient du soir, viendroient pour les heures inegales peu moins de 3 heures, lesquelles ont pour dominateur ☿.

Table du gouuernement des planettes à chasques heures inegales, tant diurnes que nocturnes.

Dimanche.	☀	☽	☿	☾	♄	♃	♂	☀	☽	☿	☾	♄	♃	♂
Lundy.	☾	♄	♃	♂	☀	☽	☿	☾	♄	♃	♂	☀	☽	☿
Mardy.	♂	☀	☽	☿	☾	♄	♃	♂	☀	☽	☿	☾	♄	♃
Mercredy.	♃	☾	♄	☀	♂	☽	☿	♃	☾	♄	☀	♂	☽	☿
Ieudy.	☿	♂	☀	☽	☿	♃	♄	☿	♂	☀	☽	☿	♃	♄
Vendredy.	☽	☿	☾	♄	♃	♂	☀	☽	☿	☾	♄	♃	♂	☀
Samedy.	♄	♃	♂	☀	☽	☿	☾	♄	♃	♂	☀	☽	☿	☾
Heures de la nuict.	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	0	0	1	2
Heures du iour.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	0	0

Digitized by Google

PROP. XXIIII.

Pour ſçauoir combien d'heures ſont paſſees depuis le leuer ou coucher du Soleil iuſques à l'heure proposée.

SCACHEZ, par la vingtieſme propoſition, l'heure du leuer & coucher du Soleil; & comptant les degrez depuis le leuer ou coucher iuſques à l'heure propoſée, vous ſçaurez par ce moyen combien d'heures ſont paſſées depuis ledit leuer ou coucher du Soleil, iuſques à voſtredite heure propoſée.

Exemple: Le vingt-quatrieſme May à dix heures du matin, ſçauoir combien d'heures ſont paſſees depuis le leuer du Soleil. Ie trouue, par la vingtieſme propoſition, que le Soleil ſe leue ledit iour à enuiron 4 heures vn quart; & de ce lieu là du leuer du Soleil iuſques à 10 heures du matin, ie trouue enuiron 85 degrez, qui valent 5 heures 40 minuttes; & partant autant d'heures ſont paſſees depuis le leuer du Soleil iuſques à ladite heure propoſée.

Mais à 11 heures du ſoir, ſçauoir combien d'heures ſont paſſées depuis le coucher du Soleil. Ie trouue par ladite vingtieſme propoſition, que le Soleil ſe couche à 7 heures 45 minuttes: & de ce lieu là du coucher iuſques à 11 heures du ſoir, ie trouue enuiron 50 degrez, qui valent 3 heures 20 minuttes: & partant autant d'heures ſont paſſées depuis le coucher du Soleil, iuſques à ladite heure propoſée.

PROP. XXV.

Pour ſçauoir le commencement, la fin, & la durée du crepuſcule, tant du matin que du ſoir.

PAR le commencement du crepuſcule matutin, nous entẽdons l'aube du iour, qui eſt le premier moment que l'air commence à reſplandir & eſclairer pour l'aduenement des rays du Soleil en Orient, & par la fin dudit crepuſcule matutin, le Soleil leuant ſe doit entendre; & le temps qui eſt compris entre le commencement dudit crepuſcule & le Soleil leuant, eſt la durée dudit crepuſcule

Digitized by Google

matutin : Mais par le commencement du crepuſcule veſpertin, eſt entendu le Soleil couchant, & par la fin d'iceluy le commencement de la nuict obſcure ou iour failly ; & tout le temps d'entre le Soleil couchant & iour failly, eſt la durée dudit crepuſcule veſpertin.

Pour ce faire donc, mettez le dégré du Soleil auec l'index ſur la ligne crepuſculine du coſté d'Orient, & ce faict, ledit index monſtrera au limbe le commencement du crepuſcule matutinal, & le Soleil leuant ſera la fin d'iceluy : mais ſi vous mettez ledit degré du Soleil ſur ladite crepuſculine du coſté d'Occident, & l'index par deſſus, vous ſera monſtré au limbe la fin du crepuſculine veſpertin, dont le commencement eſt le Soleil couchant.

Exemple : Pour ſçauoir au vingt-quatrieſme May le commencement du crepuſcule matutin, la fin & durée d'iceluy : ie mets le 3 degré Gemini, qui eſt le lieu du Soleil ſur la ligne crepuſculine du coſté d'Orient, & l'index eſtant poſé deſſus ledit degré, il me monſtre au limbe enuiron vne heure trois quarts pour le commencement dudit crepuſcule : & par la vingtieſme propoſition, i'ay trouué le Soleil leuant à 4 heures vn quart, qui eſt la fin d'iceluy crepuſcule : & partant ſe trouuent deux heures & demie pour la durée dudit crepuſcule ; & tranſportant ledit degré du Soleil du coſté d'Occident, ie trouue pour la fin du crepuſcule veſpertin 10 heures vn quart : & pour ce que par ladite vingtieſme propoſition le Soleil couchant a eſté trouué à 7 heures 3 quarts, qui eſt le commencement dudit crepuſcule, la durée d'iceluy crepuſcule veſpertin eſt pareillement 2 heures & demie.

Autrement.

Il y a pluſieurs Aſtrolabes auſquels la ligne creſpuculine n'eſt deſcripte, d'autant que ſans icelle on ne laiſſe de ſçauoir le crepuſcule, meſmes plus certainement qu'auec icelle, en la maniere ſuiuante.

Mettez le nadir du Soleil ſur le dixhuictieſme Almicantarath Occidental, & poſant l'index ſur le degré du Soleil, iceluy vous monſtrera au limbe le commencement du crepuſcule matutin ; & quant à la fin & durée, vous ferez comme en la precedente maniere. Mais tranſportant ledit nadir du Soleil au dixhuictieſme Almi-

Digitized by Google

cantarath Oriental, & l'index ſur le degré du Soleil, vous ſera monſtré au limbe la fin du crepuſcule veſpertin.

Exemple: Soit derechef propoſé à trouuer le crepuſcule, tant matutin que veſpertin, au vingt-quatrieſme May: Ie poſe le 3 degré de ♑, qui eſt le nadir du Soleil au dixhuictieſme Almicantarath Occidental, & poſé l'index ſur le 3 degré Gemini, & iceluy me monſtre au limbe vne heure trois quarts pour le commencement du crepuſcule matutin; mais poſant ledit nadir du Soleil au dixhuictieſme Almicantarath Oriental, & l'index au degré du Soleil, il me monſtre au limbe 10 heures vn quart pour la fin dudit crepuſcule veſpertin.

PROP. XXVI.

Pour ſçauoir le temps du leuer ou coucher des eſtoiles fixes.

PAR le leuer d'vne eſtoile nous entendons l'aſcention d'icelle ſur noſtre hemiſphere, laquelle luy aduient vne fois en 24 heures, ſoit de iour ou de nuict, mais ſon coucher eſt ſa deſcente ſouz noſtre hemiſphere. Il eſt auſſi à notter que ceux qui habitent les regions Septentrionales, ont aucunes eſtoiles qui iamais ne leur leuent ny couchent, mais les peuuent touſiours voir, s'ils n'en eſtoiēt empeſchez par la lumiere du Soleil, comme ſont toutes les eſtoiles de la petite Ourſe, & les principales de la grande Ourſe à ceux qui habitent au huictieſme climat, & ſemblablemēt celles du Dragon, & de Cephée, & de Caſſiopée, & à quelques-vns celles du ſigne, de Perſée, & du Chartier.

Quand donc vous voudrez ſçauoir le leuer ou coucher de quelques-vnes des eſtoiles qui ſe couchent & leuent, comme ſont celles du zodiaque, & pluſieurs autres poſées en l'yraigne, mettez la poincte d'icelle ſur l'horiſon oblique du coſté d'Orient: puis poſez l'index ſur le degré du Soleil, & iceluy index vous monſtrera au limbe le temps du leuer d'icelle eſtoile; mais ſi vous mettez ladite eſtoile du coſté d'Occident, l'index eſtant ſur le degré du Soleil, monſtrera le coucher d'icelle eſtoile.

Exemple: ie deſire ſçauoir le leuer de l'eſtoile nommée Oculus Tauri au vingt-quatrieſme May. Ie poſe donc la poincte d'icelle

Digitized by Google

estoile sur l'horison oblique du costé d'Orient: puis ie mets l'index sur le troisiesme degré Gemini, qui est le lieu du Soleil, & iceluy index me monstre au limbe enuiron 4 heures 3 quarts du matin, pour le temps du leuer de ladite estoile.

PROP. XXVII.

Pour sçauoir l'arc du iour & de la nuict des estoiles fixes, marquées sur l'araigne de l'Astrolabe.

L'ARC diurne des estoiles est l'espace de temps durant lequel elles passent d'Orient par Midy en Occident, en quelque heure que ce soit, ou de iour ou de nuict, & l'arc nocturne est l'espace de temps qu'elles demeurent souz l'horison: & se mesurent lesdites espaces par les degrez de l'equateur descrit au bord de l'Astrolabe; & s'entend cecy des estoiles qui leuent & couchent.

Quand donc vous voudrez sçauoir l'arc diurne & nocturne d'vne estoile, mettez la poincte d'icelle sur l'horison du costé d'Oriēt, & l'index passant par dessus icelle, vous monstrera au limbe l'arc seminocturne, & aussi le semidiurne, c'est assauoir l'espace depuis le bout d'iceluy index iusques à la ligne de Midy sera le semidiurne, qui estant doublé donnera l'arc diurne, & l'espace dudit index à la ligne de minuict sera l'arc seminocturne, lequel estant doublé sera l'arc nocturne.

Exemple: Ie desire sçauoir l'arc diurne & nocturne de l'estoile nommée œil du Taureau: c'est pourquoy ie pose icelle sur l'horison du costé d'Orient, & l'index estant posé dessus, touche le limbe sur enuiron 4 heures 3 quarts, qui est l'arc seminocturne, lequel ie double, & viēt 9 heures & demie pour l'arc nocturne d'icelle estoile; & depuis lesdites 4 heures 3 quarts iusques à la ligne Meridionale, sont contenuës 7 heures vn quart, qui est l'arc semidiurne, lequel ie double, & viennent 14 heures & demie pour l'arc diurne de ladite estoile.

Digitized by Google

PROP. XXVIII.

Pour ſçauoir auec quel degré du zodiaque chaque eſtoile deſcrite en l'yraigne ſe leue ou couche, & paſſe par le Midy.

METTEZ la poincte de l'eſtoile ſur l'horiſon oblique en la partie Orientale, & le degré du zodiaque qui ſera trouué ſur iceluy horiſon, eſt le degré auec lequel ſe leue ladicte eſtoile: & pour ſçauoir auec quel degré elle ſe couche, il la faut tranſporter en la partie Occidentale: Mais pour auoir le degré auec lequel elle vient à midy, il la conuient poſer ſur la ligne de midy; & le degré qui tombera ſur ladite ligne, eſt celuy-là auec lequel elle paſſe au milieu du ciel.

Pour exemple: Deſirant ſçauoir auec quel degré du zodiaque l'œil du Taureau leue, couche & paſſe au milieu du ciel; ie mets la poincte d'icelle eſtoile ſur l'horiſon en la partie Orientale, & ie trouue qu'elle ſe leue preſque auec le vnzieſme degré Gemini; & l'ayant tranſportee en la partie Occidentale, ie trouue qu'elle ſe couche auec enuiron le vingt-neufieſme degré Taurus: puis tranſferant icelle ſur la ligne de Midy, ie trouue qu'elle paſſe par le milieu du ciel, auec le quatorzieſme degré Gemini.

PROP. XXIX.

Pour ſçauoir le zenith Oriental ou Occidental du Soleil, ou des eſtoiles.

PAR le zenith nous entendons icy l'arc de l'horiſon, compris entre le vray Orient ou Occident, & le poinct auec lequel le Soleil ſe leue, ou vne des eſtoiles: & eſt iceluy appellé vulgairement, ſelon les Aſtronomes, amplitude Orientale ou Occidentale.

Quand vous voudrez donc ſçauoir le zenith du leuement, ou de l'abſconſement du Soleil, ou de quelque eſtoile fixe, mettez le degré du Soleil, ou la poincte de l'eſtoile, ſur l'horiſon Oriental, & les cercles verticaux vous demonſtreront le zenith du leuer du Soleil, ou de

Digitized by Google

ou de l'estoile, c'est à dire la distance du leuement du Soleil ou estoile iusques au commencement de Aries ou de Libra, lequel zenith sera appellé Meridional, s'il est trouué en la quarte Meridionale: mais Septentrional, s'il est trouué en la quarte Septentrionale, & sur semblable nombre de degrez des Azimuths ou cercles verticaux, sera le zenith du coucher du Soleil ou de l'estoile, & aussi denommé de sa quarte Septentrionale ou Meridionale.

Exemple: Desirant sçauoir de combien est le zenith ou amplitude Orientale du Soleil au vinquatriesme May. Iemets le lieu du Soleil, c'est assauoir trois degrez Gemini, sur l'horison oblique, en la partie Orientale, & iceluy tombe enuiron sur 34 degrez. Car il approche pres du septiesme Azimuth, chacun desquels vaut 5 degrez, c'est pourquoy ie dis que l'amplitude Orientale du Soleil audit iour vingt-quatriesme May, est Septentrionale d'enuiron 34 degrez, & l'amplitude Occidentale pareillement Septentrionale de 34 degrez.

PROR. XXX.

Pour sçauoir le zenith de la hauteur du Soleil, ou des estoiles fixes, esleuées sur l'horison.

PAR le zenith de hauteur, nous entendons la distance du Soleil ou estoile esleuées sur l'horison, iusques au commencement de l'vne des quartes: & pour auoir iceluy zenith, prenez l'altitude du Soleil ou de l'estoile dont vous voulez sçauoir le zenith de hauteur: puis mettez le lieu du Soleil sur l'Almicantarath d'icelle altitude; & l'Azimuth sur lequel tombera le degré du Soleil monstrera le zenith demandé, qui sera Meridional Oriental, ou Meridional Occidental, ou Septentrional Oriental, ou Septentrional Occidental, selon la quarte où il tombera.

Exemple: Le vingt-quatriesme May desirant sçauoir le zenith de la hauteur du Soleil à 10 heures du matin: Ie prend la hauteur d'iceluy, que ie trouue estre d'enuiron 53 degrez: puis ie mets sur l'Almicantarath de telle hauteur le troisiesme degré Gemini, qui est le lieu du Soleil, & tombe iceluy sur le septiesme Azimuth de la quarte Meridionale Orientale, qui est 35 degrez de distance du vray

Digitized by Google

Oriẽt pour le zenith propoſé à trouuer, & ainſi faut faire des eſtoiles en prenant leurs hauteurs, & les diſpoſant comme le degré du Soleil: & partant prenant à 10 heures du ſoir dudit iour vingt-quatrieſme May la hauteur de Spica ♍, ie la trouue de 33 degrez Occidentale: mettant donc la poincte de ladite eſtoile ſur le trente-troiſieſme Almicantarath, elle tombe entre le quatorzieſme & le quinzieſme Azimuth: & partant ſon zenith eſt Meridional Occidental, diſtant du vray Occident d'enuiron 72 degrez & demy.

PROP. XXXI.

Pour ſçauoir les quatre parties du monde.

IL y a pluſieurs manieres pour obſeruer leſdites parties du monde, comme par le moyen d'vn quadran commun, ou bien par l'inuentiou de la ligne Meridienne deſcrite en la quinzieſme propoſition, ou bien par la maniere ſuiuante, qui appartient propremẽt à l'Aſtrolabe.

Prenez la hauteur du Soleil, puis mettez le lieu d'iceluy en telle hauteur entre les Almicantaraths, en conſiderant ſur quelle quarte il cherra entre les Azimuths, & en quelle diſtance du commencement des quartes, aſſauoir ſur le quantieſme deſdits Azimuths: puis couchez l'Aſtrolabe ſur la face, & mettez la regle en ſemblable quarte & hauteur qu'il a eſté trouué entre les Azimuths: puis tournez l'Aſtrolabe, en telle ſorte que l'ombre des deux pinulles de l'alidade tombe droictement ſur les deux coſtez d'icelle, c'eſt aſſauoir que l'ombre du coſté dextre de la pinulle ſoit ſur le coſté dextre de l'alidade, & l'ombre du coſté feneſtre tombe auſſi ſur le coſté feneſtre, ou en pareille diſtance; & lors vous aurez les quatre parties du monde par les 4 extremitez des deux lignes diametrales qui ſont au dos, aſſauoir Midy par la ligne tendant du centre vers l'anneau, & Septentrion à l'oppoſite, Orient à feneſtre, & Occident à dextre, pourueu que voſtre face, & l'armille de voſtre Aſtrolabe, ſoient tournez vers Midy.

Exemple: Le vingt-quatrieſme May deſirant ſçauoir les quatre parties du monde, ie prend la hauteur du Soleil, que ie trouue eſtre 53 degrez Orientale, laquelle altitude ie mets entre les Almicanta-

Digitized by Google

raths; & posant 3 degrez Gemini, qui est le lieu du Soleil sur ledit Almicantarath, il tombe au 35 degré des Azimuths en la quarte Orientale Meridionale: Ce faict, ie couche l'Astrolabe le dos en haut, en sorte qu'elle soit parallele à l'horison, & que la ligne tirant du centre à l'armille soit vers la partie Australe: puis ie dispose l'alidade en semblable quarte & degrez que i'ay trouué le Soleil entre les Azimuths, assauoir sur le 35 degré de la quarte Orientale Meridionale; puis ie tourne l'Astrolabe, iusques à ce que l'ombre des pinulles responde & soit equidistante aux lignes de l'alidade, & lors la ligne du centre tendant à l'armille, me monstre la partie Australe, & son oppositе la Septentrionale, & l'extremité de la ligne transuersale, qui est du costé seneſtre, le vray Orient, & l'autre extremité l'Occident.

PROP. XXXII.

Pour cognoistre de nuict au ciel les estoiles descrites en l'Astrolabe.

IL faut, par la vingt-sixiesme proposition, sçauoir l'heure du leuer de l'estoile que desirez cognoistre, & par la vingt-neufiesme proposition l'amplitude Orientale de ladite estoile: puis par la precedente disposez vostre Astrolabe selon les quatre parties du monde, & mettez l'alidade sur les degrez de l'amplitude Orientale, & en mesme quarte qu'auez trouué ladite estoile: & quand le temps du leuer de l'estoile sera prochain, regardez par les pinulles, & la premiere estoile que verrez par icelles, sera celle que vous desirez cognoistre, laquelle vous deuez remarquer par la figure des autres estoiles qui luy sont prochaines, ou autre signe, afin que vous la recognoissiez puis apres sans instrument. Vous pourrez semblablement auoir cognoissance de l'estoile par son coucher. Mais est à notter que cecy s'entend des estoiles qui leuent & couchent pendant que le Soleil est souz l'horison.

Exemple: Le vingt-cinquiesme May desirant auoir la cognoissance de l'estoile nommée Aquila. Ie regarde, par la vingt-sixiesme proposition, l'heure qu'elle se doit leuer, & en quelle partie du monde; & ie trouue qu'elle se doit leuer enuiron demy quart

Digitized by Google

d'heure auant 9 heures, & ſon amplitude Orientale eſtre enuiron 12 degrez en la quarte Septentrionale Orientale: puis ie me tranſporte ſur quelque lieu eſleué, où l'horiſon apparoiſſe librement, & là ie diſpoſe mon Aſtrolabe ſelon les quatre parties du monde, & mets l'alidade ſur 12 degrez de la quarte Septentrionale Orientale, & enuiron demy quart d'heure deuant 9 heures, ie regarde par les pinulles, & voy vne eſtoile ſe leuer ſur l'horiſon, que ie dis eſtre celle dont ie deſire auoir la cognoiſſance.

Autrement.

IL faut au ſoir, quand le Soleil eſt couché, mettre la regle ou index deſſus quelque heure du limbe: puis tourner le zodiaque iuſques à ce que le degré du Soleil vienne tomber audit index, & alors regardez en l'yraigne l'eſtoile que vous voulez cognoiſtre au ciel, & remarquez entre les Almicantaraths combien elle a de degrez de hauteur, & auſſi en quelle partie Orientale ou Occidentale: en apres mettez l'alidade ſur autãt de degrez comme l'eſtoile a eſté trouuée auoir d'altitude és Almicantaraths, & en la meſme partie: & à ladite heure, pendez voſtre Aſtrolabe par ſon anſe, & regardez au ciel de celle part que l'eſtoile a eſté trouuée, c'eſt aſſauoir vers Orient ou Occident, & la plus claire & apparente eſtoile que vous verrez par les pinulles ſera celle que vous deſirez cognoiſtre.

Exemple: Le vingt-cinquieſme May voulant cognoiſtre l'eſtoile nommée Spica Virginis: à dix heures du ſoir ie mets l'index, & le degré du Soleil (qui eſt enuiron 4 degrez Gemini) ſur ladite heure, & l'yraigne eſtant ainſi diſpoſée, ie trouue entre les Almicantaraths ladite eſtoile eſleuée de 33 degrez en la partie d'Occident: parquoy ie diſpoſe l'alidade en telle hauteur, & me tourne en la partie Occidentale, iuſques à ce que ie voy par les pinulles vne eſtoile bien claire & apparente, que ie dis eſtre ladite eſtoile Spica Virginis.

Outre plus, pourrez cognoiſtre facilement les eſtoiles qui ſont au zodiaque, ou celles qui n'ont pas grande latitude, en cognoiſſant à quelle nuict, & à quelle heure d'icelle, ladite eſtoile ſera pres de la Lune: ce que vous cognoiſtrez par les ephemerides ou autres tables, c'eſt aſſauoir quand la Lune viendra au ſigne & degré où

Digitized by Google

est ladite estoile que desirez cognoistre la nuict.

Exemple: Le vingt-deuxiesme May ie regarde és Ephemerides d'Orriganus, & ie trouue que la Lune paruiendra vn peu deuant minuict aupres de Spica ♍, qui est enuiron à 18 degrez Libra: & partant regardant la Lune à ladite heure, ie voy aupres d'elle vne belle estoile, que ie dis estre Spica Virginis.

PROP. XXXIII.

Pour trouuer par le moyen d'vne estoile cogneuë les autres descrites en l'Astrolabe.

PRENEZ l'altitude de l'estoile cognuë, & la poincte de ladite estoile soit mise entre les Almicantaraths à telle hauteur, soit en Orient ou Occident: puis regardez en l'yraigne à l'estoile qui vous est incogneuë au ciel, considerant combien elle est esleuée entre les Almicantaraths, & quelle partie du monde elle tient: & sur telle altitude mettez l'alidade, & vous tournant vers la partie du monde sur laquelle vous aurez trouué tomber l'estoile non cogneuë, la plus claire & apparente estoile que vous verrez par les pinulles, sera celle que vous desirez cognoistre.

Exemple: Voulant cognoistre l'estoile nommée Cor Leonis, ie prend la hauteur de Spica Virginis à moy desia cogneuë, laquelle ie trouue de 33 degrez vers Occident: puis ie dispose icelle en sa hauteur entre les Almicantaraths en la partie Occidentale; & considerant Cor ♌ en l'yraigne, ie la trouue en la mesme partie, ayant enuiron 28 degrez d'altitude: puis apres ie mets l'alidade sur 28 degrez d'altitude, & tenant l'Astrolabe, ie me tourne vers Occident, & regardant par les pinulles, i'apperçoy vne estoile bien claire & apparente, que ie dis estre ladite estoile Cor Leonis.

PROP. XXXIV.

Pour cognoistre pour quelle esleuation de pole chacune table de l'Astrolabe est descrite.

SI vous voulez sçauoir à quelle latitude ou esleuation de pole vne chacune table de l'Astrolabe est descrite, regardez en la

Digitized by Google

ligne de Midy combien d'Almicantaraths ſont depuis le cercle equinoctial iuſques au zenith, ou bien du centre de l'Aſtrolabe iuſques au premier Almicantarath, c'eſt à dire iuſques à l'horiſon vers ſeptentrion, & par le nombre deſdits Almicantaraths, vous ſçaurez facilement l'altitude du lieu pour lequel la table eſt deſcrite : Car le nombre des degrez d'iceux Almicantaraths vous monſtrera ladite latitude, laquelle eſt auſſi ordinairement cottée au deſſous de l'horiſon, c'eſt pourquoy nous n'en dirons autre choſe.

PROP. XXXV.

Pour ſçauoir à quelque iour que ce ſoit, de combien le Soleil eſt loin de noſtre zenith.

POVR ce faire ſont deux manieres dont l'vne eſt particuliere, & ſe refere ſeulement aux lieux pour leſquels on a tables en l'Aſtrolabe, & l'autre eſt vniuerſelle. Si donc vous voulez ſçauoir la diſtance du Soleil au zenith par la premiere maniere, mettez ſon degré ſur la ligne de Midy, à la table faicte pour voſtre eſleuation, & comptez entre les Almicantaraths, depuis voſtre zenith iuſques audit degré, & par ainſi vous aurez la diſtance cherchée.

Exemple : Deſirant ſçauoir la diſtance du Soleil au zenith de Paris au vingt-cinquieſme May : ie mets le lieu du Soleil (qui eſt enuiron 4 degrez Gemini) ſur la ligne de Midy, à la table faicte pour l'eſleuation de ladite ville : puis ie compte les Almicantaraths depuis ledit degré iuſques au zenith, & en trouue 14, qui ſont 28 degrez pour la diſtance du Soleil au zenith pour cedit iour.

Mais par la ſeconde maniere, qui eſt generale, elle ſe peut faire à Midy, ou autre heure du iour : Car en prenant la hauteur du Soleil, puis la ſouſtrayant de 90 degrez, reſtera la diſtance du Soleil à noſtre zenith.

Exemple : Le vingt-cinquieſme May eſtant à Paris, ie trouue la hauteur du Soleil à midy eſtre enuiron 62 degrez, que ie ſouſtrais de 90 degrez, & me demeure 28 degrez pour la diſtance du Soleil au zenith de Paris au midy dudit iour 25e. May. Ainſi pourrez-vous faire des eſtoiles fixes en prenant leurs hauteurs, & les ſouſtraire de 90 degrez.

Digitized by Google

PROP. XXXVI.

Pour sçauoir chacun iour la declinaison du Soleil, ou des estoiles fixes.

LA declinaison du Soleil ou d'vne estoile est la distance d'icelle estoile ou Soleil à l'equinoctial: & y en a de deux sortes, sçauoir Meridionale & Septentrionale. La declinaison Septentrionale est depuis l'equateur en tirant vers le pole Artique, qui fait le centre de l'Astrolabe. Mais la Meridionale est depuis l'equinoctial tirant vers le pole Antartique, ou vers le cercle de Capricornus en l'Astrolabe. Et d'autant que l'equinoctial couppe la ligne Eclyptique au commencement de Aries & de Libra, le Soleil estant en ces deux poincts n'a aucune declinaison, mais en toutes les autres parties du zodiaque il l'a plus grande ou plus petite, selon qu'il est plus ou moins distant d'iceux poincts de Aries & de Libra: & la plus grande declinaison du Soleil est au commencement de Cancer & de Capricornus, laquelle est de 23 degrez 30 minuttes, selon la plus commune opinion des Astronomes: & les deux degrez egalement distant de l'vn des deux solstices, c'est à dire du commencement de Cancer ou de Capricornus, ont egales declinaisons, ou Septentrionales, ou Meridionales, & les iours artificiels egaux, & les nuicts egales; & semblablement les ombres & les altitudes de midy, quand le Soleil est en iceux degrez.

Or pour la practique de ceste proposition, mettez le degré du Soleil ou la poincte de l'estoile sur la ligne de midy, & voyez par combien de degrez il est esleué sur l'horison entre les Almicantaraths, & gardez ce nombre à part. Apres mettez le premier degré de Aries ou de Libra sur la mesme ligne de midy, & voyez combien il est esleué sur l'horison entre les Almicantaraths, & gardez le nombre; puis ostez le moindre nombre du plus grand, & ce qui demeurera sera la declinaison de l'estoile ou du Soleil, laquelle sera Septentrionale, si l'altitude du Soleil ou de l'estoile est plus grande que l'altitude de Aries ou de Libra: mais elle sera Meridionale, si elle est moindre.

Exemple: Le vingt-cinquiesme May le Soleil estant au 4 degré

Digitized by Google

Gemini, ie deſire ſçauoir combien il decline de l'equateur. Ie mets donc ledit degré du Soleil ſur la ligne de midy, & trouue l'altitude d'iceluy entre les Almicantaraths de 62 degrez, que ie garde à part: puis ie mets auſſi le premier degré de Aries ſur ladite ligne de midy, & trouue pour l'altitude d'iceluy 41 degrez, que ie ſouſtrais de l'altitude du Soleil, & reſte 21 degrez pour la declinaiſon d'iceluy au midy dudit vingt-cinquieſme May; laquelle eſt Septentrionale, à cauſe que l'altitude du Soleil a eſté trouuée plus grande que celle de Aries.

Autrement.

Mettez le degré du Soleil ou la poincte de l'eſtoile ſur la ligne Meridionale, & voyez combien il y a d'Almicantaraths entre le cercle equinoctial & le degré du Soleil, ou poincte de l'eſtoile, & vous aurez la declinaiſon que vous cherchez, laquelle vous pourrez cognoiſtre ſi elle eſt Septentrionale ou Meridionale, ainſi qu'il a eſté dit cy deuant: & eſt à notter que à Paris l'altitude de Aries & de Libra eſt preſque touſiours à midy de 41 degrez; & partant il n'eſt beſoin de chercher à chaque fois icelle latitude.

Exemple: Ie deſire ſçauoir la declinaiſon de Cor ♌: ie mets donc la poincte de ladite eſtoile ſur la ligne Meridionale, & ie trouue qu'elle touche preſque le ſeptieſme Almicantarath depuis l'equateur; & partant ſa declinaiſon eſt peu moins de 14 degrez, & eſt Septentrionale.

Nottez que ſi on veut ſçauoir preciſément leſdites declinaiſons, il faut s'ayder de tables calculées pour cet effect.

PROP. XXXVII.

Pour ſçauoir la latitude de tous lieux où l'on ſe trouuera.

LA latitude d'vn lieu eſt la diſtance de l'equinoctial iuſques au zenith dudit lieu, qui ſe meſure aux degrez du cercle Meridional, & ſe trouue ladite latitude en diuerſes manieres, dont la plus facile eſt par la hauteur Meridienne du Soleil, quand il eſt au commencemẽt de Aries ou de Libra: car en ſouſtrayant icelle hauteur de

Digitized by Google

de 90, demeure la diſtance de noſtre zenith à l'equinoctial, qui eſt la latitude du lieu où nous ſommes.

Exemple: Eſtant à Paris le vingt-deuxieſme Mars, & le Soleil au commencement du premier degré de Aries; pour obſeruer la hauteur du pole au deſſus de l'horiſon d'icelle ville, ie prend la hauteur Meridienne du Soleil, que ie trouue eſtre d'enuiron 41 degrez, que ie ſouſtrais de 90 degrez, & reſtent 49 degrez pour la latitude ou l'eſleuation du pole par deſſus l'horiſon en ladite ville de Paris: car ladite latitude & l'eſleuation du pole par deſſus l'horiſon ſont touſiours egales entr'elles. Mais le Soleil eſtant aux autres ſignes, apres auoir pris la hauteur Meridienne d'iceluy, il faut ſçauoir ſa declinaiſon, & ſi elle eſt Septentrionale, la conuient ſouſtraire de la hauteur du Soleil; mais ſi elle eſt Meridionale l'adjouſter, & de ce viendra la hauteur de l'equateur, qui ſouſtraicte de 90 degrez, reſtera l'altitude du lieu où nous faiſons telles obſeruations.

Exemple: Lan 1610, le vingt-cinquieſme May trouuant le Soleil au quatrieſme degré Gemini, & deſirant ſçauoir la latitude ou l'eſleuation du pole de Paris où ie ſuis, ie prend la hauteur Meridienne du Soleil, que ie trouue d'enuiron 62 degrez, & ſa declinaiſon d'enuiron 21 degrez Septentrionale, laquelle declinaiſon ie ſouſtrais de l'altitude Meridienne, & reſtent 41 degrez, qui oſtez de 90 degrez, reſtent 49 degrez pour ladite latitude ou eſleuation du pole de la ville de Paris.

PROP. XXXVIII.

Pour ſçauoir l'aſcention des ſignes en la Sphere droicte.

L'ASCENTION d'vn ſigne n'eſt autre choſe que l'arc de l'equinoctial, qui monte ſur l'horiſon auec le ſigne, lequel arc eſtant plus de 30 degrez le ſigne eſt dict monter droictement, mais eſtant moins de 30 degrez il monte obliquement, & ſont 8 ſignes en la Sphere droicte, qui montent & deſcendent obliquement, ſçauoir eſt ♈, ♍, ♎ & ♌, chacun deſquels monte auec 27 degrez 54 minuttes, & ♉, ♌, ♏, & ♒, qui montent chacun auec 29 degrez 54 minuttes, & les 4 autres, ſçauoir eſt ♊, ♋, ♓, & ♑, montent & deſcendent droictement, faiſans chacun en leurdite aſcention 32 de-

Digitized by Google

grez 12 minuttes de l'equateur. Dauantage eſt à notter que communément les aſcentions commẽcent au premier poinct de Aries, ſinon quand l'on veut trouuer l'aſcention particuliere de quelque ſigne, ou arc de l'eclyptique.

Quand donc vous voudrez ſçauoir l'aſcention de quelque ſigne ou degré d'iceluy, mettez la fin dudit ſigne ou degré ſur l'horiſon droict, & l'index eſtant poſé ſur le commencemẽt de Aries, monſtrera au limbe l'aſcention droicte requiſe, c'eſt aſſauoir comptant les degrez depuis l'horiſon droict iuſques audit index.

Exemple: Deſirant ſçauoir l'aſcention droicte du troiſieſme degré Gemini; ie poſe ledit degré ſur l'horiſon droict en Orient: puis ie mets l'index ſur le commencement de Aries, & iceluy touche au limbe preſque la fin du 61 degré; & partant telle eſt l'aſcention droicte dudit 3 degré Gemini.

Mais ſi l'on vouloit ſçauoir l'aſcention particuliere de quelque ſigne, ou autre arc de l'Eclyptique, il faudroit ſeulement, ayant mis la fin dudit ſigne ou autre arc ſur l'horiſon droict, mettre l'index ſur le commencement, & il vous monſtrera au limbe le nombre des degrez de l'aſcention droicte particuliere audit ſigne, ou autre arc de l'Eclyptique.

Exemple: Deſirant ſçauoir l'aſcention droicte depuis le 3 degré Gemini, iuſques à la fin dudit ſigne; ie mets la fin d'iceluy ſigne ſur l'horiſon droict, & l'index ſur le troiſieſme degré dudit Gemini, & iceluy me monſtre au limbe 29 degrez & peu dauantage, pour l'aſcention droicte requiſe.

PROP. XXXIX.

Pour trouuer l'aſcention droicte des eſtoiles deſcrites en l'yraigne.

METTEZ la poincte de l'eſtoile ſur l'horiſon droict, & l'index eſtant mis au commencement de Aries, monſtrera au limbe l'aſcention de l'eſtoile propoſée.

Exemple: Deſirant ſçauoir l'aſcention droicte de l'eſtoile Cor Leonis, ie mets la poincte d'icelle ſur l'horiſon droict du coſté d'Orient, & l'index ſur le commencement de Aries, & le bout d'iceluy

Digitized by Google

me monstre au limbe 147 degrez pour l'ascention droicte de ladite estoile. Or est à notter qu'en la Sphere droicte l'ascention & descention, soit des estoiles, des signes, ou autres arcs de l'eclyptique, sont pareilles & egales.

PROP. XL.

Pour sçauoir l'ascention des signes, ou autre arc de l'Eclyptique, en la Sphere oblique.

METTEZ le commencement de Aries sur l'horison oblique du costé d'Orient, & l'index dessus; en apres regardez quel degré le bout dudit index touchera au limbe; puis tournez l'yraigne, ledit index demeurant fixe sur ledit commencement de Aries, iusques à ce que la fin du signe ou autre arc de l'Eclyptique soit sur l'horison oblique, & les degrez du limbe compris depuis l'attouchement de l'index iusques au lieu de l'autre attouchement, seront l'ascention oblique requise à l'esleuation du pole pour laquelle la table aura esté faicte.

Exemple: Desirant sçauoir l'ascention oblique du dernier degré de Leo à l'esleuation de 49 degrez; ie mets le commencement de Aries sur l'horison oblique du costé d'Orient, & l'index dessus touche au limbe le premier degré; puis ie tourne l'yraigne, ledit index demeurant fixe, iusques à ce que la fin dudit Leo soit sur ledit horison oblique, & alors l'index touche au limbe le 41 degré: tellement que depuis le premier attouchement iusques au second, sont compris presque 139 degrez, qui est l'ascention oblique du 30 degré de Leo à l'esleuation de 49 degrez. Il faut notter qu'en la Sphere oblique six signes, sçauoir est depuis le commencement de Cancer iusques à la fin du Sagitarius, montent sur l'horison droictement, & descendent obliquement; mais les six autres, sçauoir est depuis le commencement de Capricornus iusques à la fin de Gemini, montent obliquement, & descendent droictement; desquelles montées droictes & obliques prouient la difference des iours & des nuicts: car lors que nous auons le Soleil au commencement de Cancer, ce qui aduient enuiron le vingt-deuxiesme Iuin, nous auõs le plus long iour de l'année, c'est assauoir de 16 heures à l'esleua-

Digitized by Google

tion polaire de 49 degrez, & la plus courte nuict de 8 heures; d'autant qu'alors les ſix ſignes de droicte aſcention ſe leuent de iour, & les ſix autres qui ſont de briefue & oblique aſcention, ſe leuent la nuict: mais quand le Soleil eſt au commencement de Capricornus, ce qui aduient enuiron le vingt-deuxieſme Decembre, nous auons le plus court iour: car alors les ſix ſignes de briefue & oblique aſcention ſe leuent de iour en 8 heures, & les ſix de longue & droicte aſcention ſe leuent la nuict en 16 heures: Mais quand nous auons les iours & les nuicts egaux; il ſe leue trois ſignes de droicte aſcention, & trois de oblique, comme en l'equinoxe du Printemps, qui aduient enuiron le vingt-vnieſme Mars, ♈ ♉ ♊ ſe leuent obliquement, & ♋ ♌ ♍ droictement. Mais en l'equinoxe de Automne, ♎ ♏ ♐ ſe leuent droictement, & ♑ ♒ ♓ obliquement. Et conuient auſſi notter que l'aſcẽtion particuliere d'vn ſigne en la Sphere oblique, eſt la deſcention du ſigne à luy oppoſite: tellement que ſi on veut ſçauoir la deſcention oblique de quelque ſigne, ou autre arc de l'Eclyptique, il faut trouuer l'aſcention du ſigne ou degré oppoſite. Mais voulant ſçauoir la deſcention commençant à Aries, faudra ſouſtraire de l'aſcention du poinct oppoſite 180 degrez, & reſtera la deſcention requiſe.

Exemple: Deſirant ſçauoir la deſcention oblique du dernier degré de Leo à l'eſleuation de 49 degrez. Ie cherche l'aſcention du dernier degré de Aquarius qui luy eſt oppoſite; & ie trouue pour icelle enuiron 346 degrez, dont ie ſouſtrais 180 degrez, & reſtent 166 degrez, & telle eſt la deſcention oblique du 30 degré de Leo.

PROP. XLI.

Pour dreſſer les 12 maiſons Celeſtes.

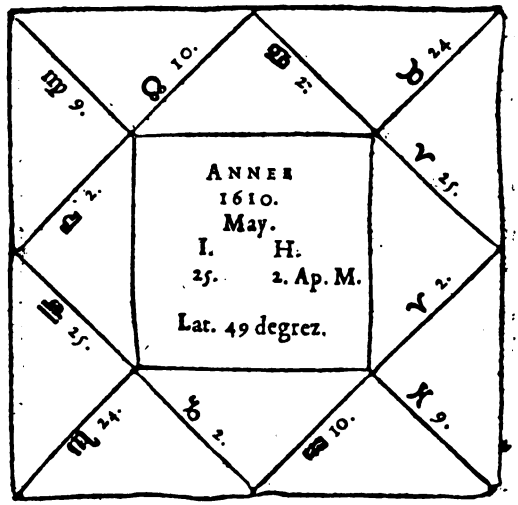
LEs Aſtrologues ont diuiſé le ciel en 12 parties, qu'on appelle communément les 12 maiſons du ciel, & ce par ſix cercles, comme il a eſté dit cy deuant, tant à la declaration des parties de cet inſtrument, que des cercles de la Sphere, dont les deux principaux ſont l'horiſon oblique & le Meridien, leſquels diſtinguent touſiours les quatre principales maiſons appellées Cardinales, qui s'appellent, ſçauoir eſt celle qui commence à l'Orient, aſcendant ou

Digitized by Google

horoſcope, qui eſt la premiere maiſon; celle qui eſt à la ligne de minuict, le profond du ciel ou quatrieſme maiſon; celle qui eſt à l'Occident, la ſeptieſme; & celle qui eſt à la ligne de Midy le milieu du ciel; & les 8 autres maiſons ſont diſtinguées par 4 autres cercles ou portions de cercle, qui paſſent toutes par le poinct où s'entrecouppent les deux cercles precedens, comme il a eſté dit cy deuant.

Pour donc trouuer les commencemens deſdites 12 maiſons à quelque heure propoſée, cherchez premierement le lieu du Soleil: puis mettez iceluy auec l'index ſur ladite heure propoſée; ce faict le degré du ſigne qui tombe ſur l'horiſon oblique du coſté d'Orient, ſera l'horoſcope ou degré aſcendant au temps & heure propoſée, & le degré du zodiaque touchant l'arc de la ſeconde maiſon, eſt le commencement de ladite ſeconde maiſon; & ſemblablement ſe doiuent entendre tous les degrez touchant les autres arcs des autres maiſons par ordre, leſquels vous eſcrirez en la figure celeſte, comme ſe verra cy deſſous.

Exemple: Voulant trouuer les commencemens des 12 maiſons



celeſtes au vingt-cinquieſme May 1610, à 2 heures apres midy. Ie cherche premierement le lieu du Soleil au zodiaque audit iour, & trouue pour iceluy 4 degrez Gemini: puis ie mets ledit degré du Soleil auec l'index ſur 2 heures d'apres midy: cela fait, ie trouue

Digitized by Google

que le deuxieſme degré ♎ tombe ſur l'horiſon oblique du coſté d'Orient; partant i'eſcris ledit ſigne ♎, & les 2 degrez ſur la ligne de la premiere maiſon de la figure cy deuant: puis ie regarde ſur l'arc de la deuxieſme maiſon, & ie trouue 25 degrez ♏, que i'eſcris auſſi en ceſtedite figure ſur la ligne de la ſeconde maiſon: puis ie regarde ſur l'arc de la troiſieſme maiſon, & ie trouue 24 degrez ♍, que i'eſcris ſemblablement ſur la ligne de la troiſieſme maiſon, & regardant ſur les arcs de toutes les autres maiſons, ie trouue les commencemens d'icelles tels qu'il appert en la figure cy-deuant.

Or nous finirons icy ce traicté, delaiſſans beaucoup d'autres propoſitions, les iugeant inutiles & fallacieuſes par l'Aſtrolabe, comme meſme eſt la precedente, laquelle nous auons mis ſeulement pour dire quelque choſe des arcs des maiſons celeſtes deſcrites és tables dudit Aſtrolabe: Car pour eriger exactement leſdites 12 maiſons celeſtes, il faut s'ayder des Ephemerides, ou pluſtoſt des tables des directions de Iean de Mont-Royal, par le moyen deſquelles on ſçaura auſſi fort exactement la plus grand part de ce qui eſt traicté en ce liuret, comme nous le monſtrerons aux curieux de l'apprendre.

FIN.

Digitized by Google

L'VSAGE ET PRATIQVE DE L'ESCHELLE ALTIMETRE, OV QVARRE' GEOMETRIQVE, DESCRIT au dos de l'Astrolabe.

AYANT declaré au precedent traicté ſuccinctement l'vſage & pratique de la partie de l'Aſtrolabe, qui appartient à la conſideration du ciel, nous declarerons maintenant comment par le moyen de l'autre partie de l'Aſtrolabe, qui eſt appellée eſchelle Altimetre ou quarré Geometrique; nous prendrons les diſtances ou interuales des lieux, les hauteurs des tours, edifices, arbres & montagnes, & les profondeurs des puits, vallées & foſſez.

Premierement eſt à notter que chaſque coſté d'iceluy quarré Geometrique eſt diuiſé en 12 parties egales, & derechef chacune de ces parties là en cinq moindres parties: tellement qu'icelles 12 premieres parties en contiennent 60 moindres; deſquels coſtez celuy qui eſt touſiours parallele à la terre s'appelle coſté de l'vmbre droicte; & l'autre qui eſt perpendiculairement eſleué ſur iceluy, ſe nomme coſté de l'vmbre verſe. Et d'autant qu'en meſurant l'on eſt quelquesfois contrainct de faire deux ſtations, où il aduient qu'en l'vne l'alidade tombe ſur l'vmbre droicte, & en l'autre ſur l'vmbre verſe; leſquelles vmbres pour plus facilement pratiquer, il eſt neceſſaire de reduire en vne ſeule, nous mettrons icy la maniere de ce faire.

Pour reduire les parties de l'vmbre droicte à celles de l'vmbre verſe, diuiſez 144, qui eſt le quarré de 12, par les parties touchées de l'vmbre droicte, & viendront au quotient les parties de l'vmbre verſe; & ſemblablement pour reduire l'vmbre verſe à la droicte, di-

Digitized by Google

uiſez 144 par les parties couppées de l'vmbre verſe, & viendront au quotient les parties de l'vmbre droicte. Comme pour exemple, ayant trouué en vne ſtation que l'alidade couppe 7 parties de l'vmbre droicte, & en l'autre 8 de la verſe, pour reduire icelles deux vmbres en vne; ie diuiſe 144 par 8, & viendront 18 de l'vmbre droicte, ou diuiſant 144 par les 7 de l'vmbre droicte, viendront 20 $\frac{4}{7}$ de l'vmbre verſe.

PROP. I.

Pour meſurer la diſtance d'entre vous & quelque ſigne poſé au plan de l'horiſon.

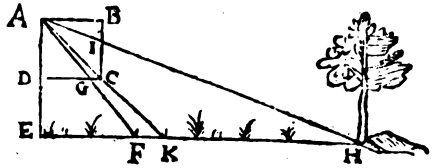
QVAND quelque longueur vous ſera propoſée à meſurer, erigez droictement ſur l'vne des extremitez d'icelle longueur quelque baſton, dont la grandeur vous ſoit cogneuë, & à iceluy pendez l'Aſtrolabe: puis poſez l'alidade en ſorte que vous puiſſiez voir par les pertuis des pinulles le ſigne propoſé; cela fait, nottez les parties couppées par l'alidade, & ſi icelles ſont de l'vmbre droicte, (ce qui aduient lors que la longueur propoſée à meſurer eſt moindre que la hauteur du baſton auquel vous aurez pendu l'Aſtrolabe, lequel baſton nous appellerons cy apres hauteur du meſureur au pied de l'Aſtrolabe) vous les mettrez au ſecond lieu de la regle de proportion qu'il conuiendra faire, le nombre des parties eſquelles le coſté du quarré eſt diuiſé, c'eſt aſſauoir 12 au premier lieu, & la hauteur du meſureur au troiſieſme; & ladite regle de proportion eſtant faicte, vous aurez au quatrieſme nombre proportionnel la longueur propoſée à meſurer en telles meſures que celles eſquelles la hauteur du meſureur ſera diuiſée.

Exemple.

Soit propoſée à meſurer la diſtance EF. Nous poſerons donc à l'extremité E où nous ſommes, la hauteur AE, que nous ſuppoſons eſtre de 4 pieds, & à iceluy nous pendrons l'Aſtrolabe: (en ceſte propoſition & autres ſuiuantes, nous-nous ſommes contenté de repreſenter pour la demonſtration ſeulement le quarré Geometrique,

Digitized by Google

trique notté par ABCD, dont A eſt le centre de l'Aſtrolabe) & ayant dirigé l'alidade droict au poinct E, & trouué qu'elle couppe en G 10 parties de l'vmble droicte, nous dirõs par regle de trois, ſi 12 donnent 10, qui ſont les parties couppées, que donneront 4, qui eſt la hauteur du meſureur; & viendront 3 pieds $\frac{1}{3}$ pour la longueur EF. Dont la demonſtratiõ eſt manifeſte: car le triangle ADG eſt equiangle au triangle AEF, veu que les angles D, E, ſont droicts, & AGD eſt egal à AFE par la 29. p. 1. Donc par la 4. p. 6. comme AD eſt à DG, ainſi AE eſt à EF.



Mais ſi les parties couppées par l'alidade eſtoient de l'vmbre verſe, (ce qui aduient lors que la longueur propoſée à meſurer eſt plus grande que la hauteur du meſureur) il faudroit mettre les parties couppées par l'alidade au premier lieu de la regle de trois, le nombre des parties du coſté du quarré au deuxieſme, & la hauteur du meſureur au troiſieſme; & la regle eſtant faicte, vous aurez la longueur propoſée à meſurer.

Exemple.

Soit propoſée à meſurer la diſtance EH en la figure precedente; & ayant trouué que l'alidade dirigé au poinct H couppe en I 4 parties de l'vmbre verſe, nous dirons ſi 4 donnent 12, que dõneront 4 min. & viendrõt 12 pour la meſure de la diſtãce EH propoſée à meſurer. Car les triangles ABI, AEH, ſont equiangles, veu que les angles B, E, ſont droicts, & les alternes BAI, AHE egaux par la 29 p. 1. donc par la 4. p. 6. comme BI eſt à AB, ainſi AE eſt à EH.

Que s'il aduenoit que l'alidade paſſaſt entre les deux vmbres, ſçauoir eſt en C, la hauteur du meſureur AE ſeroit egale à la diſtance cherchée EK, veu que par la 4. p. 6. comme AD eſt à DC, qui luy eſt egal, ainſi AE eſt à EK.

Or ces diſtances, & toutes celles propoſées cy apres, nous ſeront cogneuës plus facilement, prenant ſeulement l'angle au moyen des degrez marquez au bord de l'Aſtrolabe; & nous aydant puis apres du compas de proportion, comme nous monſtrerons aux deſireux de ſçauoir l'vſage & pratique d'iceluy.

Digitized by Google

Que ſi les longueurs propoſées à meſurer eſtoient fort grandes, elles ne pourroient eſtre meſurées certainement par ceſte maniere cy-deſſus: c'eſt pourquoy nous mettrons encore deux autres manieres de proceder à la meſure d'icelles diſtances.

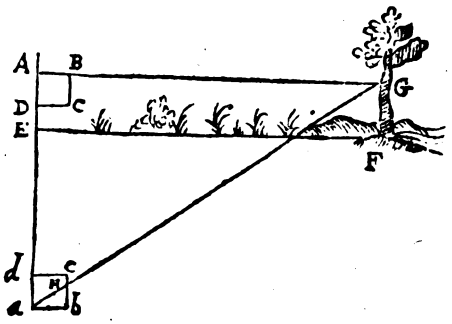
Si donc la longueur propoſée à meſurer eſtoit fort grande, & qu'il y euſt quelque choſe eſleuée perpendiculairement au bout d'icelle, & que vous puiſſiez faire deux ſtations à meſme plan, vous ferez en ceſte maniere: Poſez l'Aſtrolabe ſur ſon pied, ou hauteur du meſureur, en ſorte que ſon plan ſoit equidiſtant à la plaine: puis l'alidade eſtant poſée ſur l'vn des coſtez du quarré, tournez ladite Aſtrolabe iuſques à ce que vous voyez par les pertuis des pinulles quelque marque contenuë en la choſe eſleuee perpendiculairemẽt au bout de ladite longueur que voulez meſurer; cela faict, poſez directement quelque baſton où vous eſtes, & vous deſmarchez directement à coſté, ſi loing que vous le iugerez eſtre beſoin, meſurant la diſtance dont vous vous eſloignez; & eſtant arreſté, poſez comme deuant l'Aſtrolabe, & l'alidade eſtant miſe ſur l'vn des coſtez du quarré, tournez ladite Aſtrolabe iuſques à ce que vous voyez par les pinulles le baſton laiſſé au lieu de voſtre premiere ſtation: puis ladite Aſtrolabe demeurant fixe, tournez l'alidade iuſques à ce que vous puiſſiez voir par les pinulles la marque veuë à la premiere ſtation en la hauteur eſleuée perpendiculairement au bout de la longueur propoſée; & voyant icelle, nottez les parties couppees par l'alidade, leſquelles ſi ſont de l'vmbre verſe, vous mettrez au premier lieu en la regle de trois, le coſté de l'eſchelle au deuxieſme. Mais ſi elles ſont de l'vmbre droicte, c'eſt à dire du coſté de l'eſchelle qui eſt parallele à la longueur propoſée, vous les mettrez au ſecond lieu, le coſté de l'eſchelle au premier, & la diſtance compriſe entre les deux ſtations touſiours au troiſieſme lieu, & viendra au quatrieſme nombre proportionnel la meſure de la diſtance propoſée.

Exemple.

Soit propoſé à meſurer la diſtance de E, où nous ſommes, iuſques à l'arbre F. Premierement donc, nous poſerons en E l'Aſtrolabe ſur ſon pied, en ſorte que le plan d'icelle ſoit equidiſtant de la

Digitized by Google

plaine: puis ayant posé l'alidade sur le costé du quarré AB, nous tournerons ladite Astrolabe, iusques à ce que nous voyons par les pinulles l'arbre F; ce faict, ayant dressé perpendiculairement vn baston, nous-nous desmarcherõs directement à costé par 15 fois la hauteur du mesureur, c'est à dire 60 pieds loing de la premiere station, & là nous poserons derechef l'Astrolabe sur son pied comme deuant, en sorte que l'alidade estant sur le costé *a d*, nous voyõs le baston laissé à la premiere station: puis l'Astrolabe demeurant fixe, nous tournerons l'alidade iusques à ce que nous voyons derechef l'arbre F; & supposant qu'elle couppe 4 parties de l'vmbre verse en H; Nous dirons, si 4 donnent 12, que donneront 60: & viendront au quatriesme nombre proportionnel 180 pieds pour la mesure de la distance EF: Dont la demonstration est manifeste, estans les deux triangles *a b* H, GA *a* equiangles, veu que les angles *b*, A sont droicts, & les alternes *b a* H, AG *a* egaux par la 29. p. 1. donc par la 4. p. 6. comme H *b* est à *b a*, ainsi *a* A est à AG, ou EF son egale.



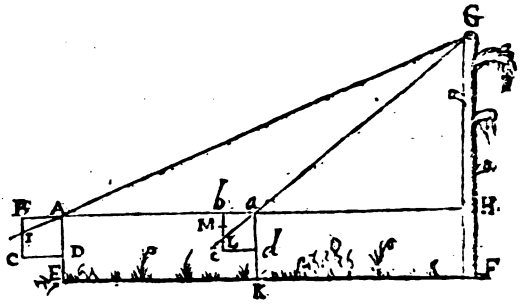
Que s'il aduenoit que le lieu fust si estroit & serré qu'on ne se puisse aisément desmarcher à costé pour auoir ladite longueur proposée à mesurer, ains seulement reculer ou auancer directement vous penderez l'Astrolabe à son pied, & hausserez l'alidade iusques à ce que vous voyez par les pinulles le sommet de la hauteur esleuée à l'autre bout de ladite longueur; & ayant notté les parties couppées par l'alidade, vous-vous reculerez ou aduancerez directement à discretion: & ayant pendu l'Astrolabe à son pied, vous hausserez l'alidade iusques à ce que vous voyez derechef le sommet de ladite hauteur; & le voyant, vous notterez les parties couppees par ladite alidade; lesquelles parties si sont de mesme vmbre que celles de la premiere station, vous osterez le moindre nombre du plus grand & mettrez ce qui restera au premier lieu en la regle proportionnel-

Digitized by Google

le, la diſtance compriſe entre les deux ſtations au deuxieſme lieu, & le plus petit nombre des parties couppees au troiſieſme lieu, ſi vous vous eſtes reculez à la deuxieſme ſtation; mais le plus grand, ſi vous vous eſtes aduancez, & la regle eſtant faicte, vous aurez la meſure de la longueur propoſée à meſurer.

Exemple.

Soit propoſé à meſurer la diſtance EF, au bout de laquelle ſoit eſleué perpendiculairement la hauteur FG. Nous penderons premierement l'Aſtrolabe à ſon pied EA, & hauſſerons l'alidade iuſques à ce que nous voyons le ſommet G, & ſuppoſant que l'alidade couppe 4 parties de l'vmbre verſe, nous les retiendrons en memoire, & nous aduancerons directement en K, diſtant de E par 10 verges, c'eſt à dire par 25 fois la hauteur du meſureur, & là nous penderons derechef l'Aſtrolabe; & regardant le ſommet G, ſuppoſant que l'adidade couppe 8 parties de l'vmbre verſe en L, nous oſterons d'icelles les 4 parties de la premiere ſtation, & reſteront 4 parties: & partant nous dirons, ſi 4 donnent 10 verges, que donneront 8? & viendront 20 verges pour la quantité de la longueur EF propoſée à meſurer; ce que nous demonſtrerons en ceſte maniere. Soit oſté de *b*L, *b*M egale à BI, & veu que pour la ſimilitude des triangles ABI, AHG, par la 4.p.6. comme AB eſt à BI, ainſi AH eſt à HG, le rectangle de AB, HG ſera egal au rectangle de BI, AH par la 16.p.6. Pour la meſme raiſon, le rectangle de *a b*, HG, eſt egal au rectangle de *b*L, *a*H. Veu donc que le rectangle de AB, HG, eſt egal au rectangle de *a b*, HG, parce que les lignes AB, *a b* ſont egales, ſemblablement le rectangle de *b* L, *a* H ſera egal au rectangle de BI, AH, c'eſt à dire de *b*M, AH: & partant par la 16.p.6.



Digitized by Google

comme *b*L ſera à *b*M, ainſi AH ſera à *a*H, & en permutant, comme la toute *b*L eſt à la toute AH, ainſi la retranchée *b*M eſt à la retranchee *a*H: donc par la 19. p. 5. le reſidu ML ſera pareillement au reſidu A*a*, comme la toute *b*L à la toute AH, ou EF ſon egale.

Que ſi nous-nous eſtions reculez de K en E, nous dirions, ſi 4 donnent 10 verges, que donneront 4, moindre nombre des parties couppees; & viendroient 10 verges pour la longueur *a*H, ou KF ſon egale. Car veu qu'il a eſté demonſtré cy-deſſus, que comme *b*L à AH, ainſi *b*M à *a*H, & auſſi ML à A*a*; donc par la 11. p. 5. comme ML eſt à A*a*, ainſi *b*M à *a*H, ou KF ſon egale.

Mais ſi és deux ſtations les parties couppées n'eſtoient d'vne meſme ombre, les y faudroit reduire ainſi qu'il a eſté dit, & ladite reduction eſtant faicte, faire comme deſſus.

PROP. II.

Pour meſurer les hauteurs eſleuées perpendiculairement ſur la plaine, & leſquelles ſont acceſsibles.

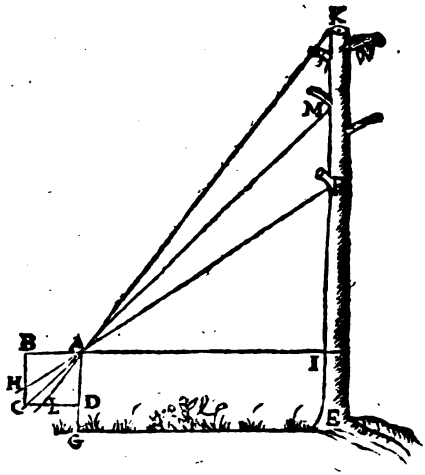
ESLOIGNEZ-vous vn peu ſelon la commodité du lieu où vous ſerez de la hauteur propoſée à meſurer, & ce en obſeruant de combien vous-vous eſloignerez; & ayant pendu l'Aſtrolabe à ſon pied, hauſſez l'alidade iuſques à ce que vous voyez par les pinulles le ſommet de ladite hauteur, & alors regardez quelles ſeront les parties couppées par l'alidade; leſquelles ſi ſont de l'vmbre droicte, vous mettrez au premier lieu de la regle de proportion, le coſté du quarré au deuxieſme: mais ſi elles ſont de l'vmbre verſe, mettez le coſté de l'eſchelle au premier lieu, & leſdites parties couppees au deuxieſme, & la diſtance compriſe entre la hauteur & vous, touſiours au troiſieſme; & la regle eſtant faicte, adjouſtant au produit d'icelle la hauteur du meſureur, vous aurez la quantité de la hauteur propoſée à meſurer.

Exemple.

Soit propoſé à meſurer la hauteur EF. Moy eſtant donc au pied d'icelle hauteur, ie m'eſloigne d'icelle iuſques en G, qui eſt diſtant

Digitized by Google

de E par 16 pieds, & là ie poſe l'Aſtrolabe pendu à ſon pied: puis ie hauſſe l'alidade iuſques à ce que ie voy par les pinulles le ſommet F, & alors l'alidade couppe en H 8 parties de l'vmbre verſe; & partant ie dis ſi 12 me donnent 8, que me donneront 16: & viennẽt 10⅔, auſquels i'adjouſte la hauteur du meſureur, & ſont 14 pieds 8 poulces pour la hauteur EF propoſee à meſurer. Dont la demonſtration eſt facile: car attendu la ſimilitude des triangles ABH, AIF; comme AB eſt à BH, ainſi AI eſt à IF.



Les deux autres operations nottées en la figure cy-deſſus ſont faciles, c'eſt pourquoy nous ne nous y arreſterons.

PROP. III.

Pour meſurer les hauteurs eſleuées perpendiculairement ſur la plaine, & leſquelles ſont inacceſsibles.

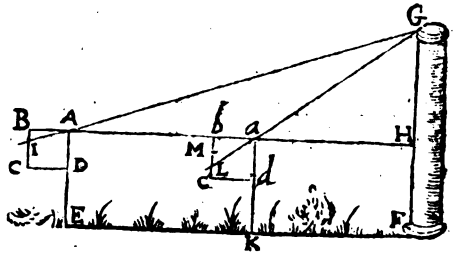
SI vous voulez prendre la hauteur de quelque tour, muraille, ou autre edifice qu'on ne peut approcher aiſément; Soit, où pour crainte des ennemis, ou pour l'empeſchement de quelque riuiere ou foſſé; Premierement, vous penderez l'Aſtrolabe à ſon pied au lieu le plus commode que vous aduiſerez: puis vous diſpoſerez l'alidade en ſorte que vous voyez le ſommet de ladite hauteur à meſurer, & alors nottez les parties touchées par icelle; ce faict reculez-vous, ou aduancez directement en quelqu'autre lieu; & là pendez derechef l'Aſtrolabe à ſon pied, & regardez comme deuant le ſommet de ladite hauteur à meſurer, & nottez les parties couppées par l'alidade; leſquelles parties, tant de la premiere ſtation que de la ſeconde, eſtans de l'vmbre verſe, vous diuiſerez le coſté du quarré ſeparément par les parties couppées, & oſterez le plus petit

Digitized by Google

quotient du plus grand, & diuiserez par le residu la distance d'entre les deux stations; & le quotient, la hauteur du mesureur y estant adjoustée, donnera la quantité de la hauteur proposée à mesurer.

Exemple.

Soit proposé à mesurer la hauteur FG, le pied de laquelle nous ne pouuõs approcher: Nous penderõs donc l'Astrolabe à son pied en E, & ayant hausſé l'alidade iusques à ce que ie voye le sommet G, icelle couppe BI de 4 parties de l'vmbre verse, que ie retient en memoire: puis m'estant aduancé directement en K, distant de E par 10 verges, & là pendu l'Astrolabe à son pied; ie regarde derechef le sommet G par les pinulles de l'alidade; & le voyant, supposé que ladite alidade couppe *b*L de 8 parties de l'vmbre verse; Nous diuiserons 12 par 8 & par 4, & viendront $1\frac{1}{2}$ & 3, dont le moindre quotient estant osté du plus grand, restent $1\frac{1}{2}$, par lesquels ie diuise la distance d'entre les deux stations, sçauoir est 10 verges, & viennent $6\frac{2}{3}$ verges pour la hauteur HG, à laquelle i'adjouste la hauteur du mesureur, & sont 7 verges 8 poulces pour la hauteur FG proposée à mesurer. Ce qui se demonstre ainsi. Attendu la similitude des triangles ABI, AHG, comme BI est à AB, ainsi GH est à AH, par la 4. p. 6. c'est à dire qu'autant de fois que BI est en AB, autant de fois GH est en AH: par la mesme raison BL sera contenu autant de fois en *ab*, que GH en *a*H. Donc le nombre demonstrant combien de fois GH est en *a*H estant osté du nombre, monstrant combien de fois GH est contenu en AH, restera combien de fois GH sera contenu en A*a*: parquoy la quãtité de A*a* estant diuisée par ledit reste, viendra la quantité de GH.



Mais si les parties couppees en l'vne & l'autre station sont de l'vmbre droicte, ostez le moindre nombre du plus grand, & mettez ce qui restera au premier lieu de la regle de proportion, la distance

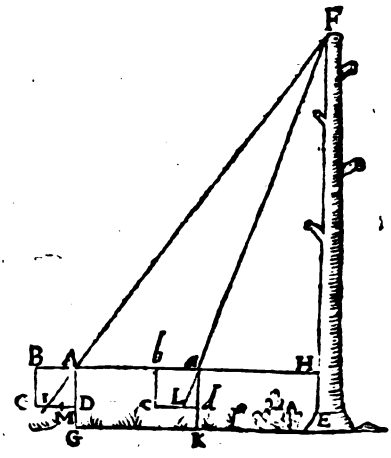
Digitized by Google

compriſe entre les deux ſtations au deuxieſme, & le coſté du quarré au troiſieſme, & viendra (eſtant adjouſté au produit la hauteur du meſureur) la hauteur requiſe.

Exemple.

Soit la hauteur EF propoſee à meſurer, le pied de laquelle nous ne pouuons approcher.

Ayant faict comme en la precedente operation, & trouué que en la premiere ſtation G, l'alidade couppoit DI de 8 parties de l'vmbre droicte; & en la ſeconde K, diſtante de la premiere par 3 thoiſes, que l'alidade couppoit 8 parties de la meſme vmbre. Ie ſouſtrais 4 de 8, & reſtent 4, que ie poſe au premier lieu de la regle de trois, les 3 thoiſes d'entre les deux ſtations au deuxieſme lieu, & au troiſieſme 12, & viennent, la regle eſtant faicte, 9 thoiſes; auſquelles i'adjouſte la hauteur du meſureur, & ſont 9 thoiſes 4 pieds, pour la hauteur EF propoſée à meſurer.



Ce que nous demonſtrerons en ceſte maniere. D'autant que les triangles ADI, AHF, ſont ſemblables, comme DI eſt à AD, ainſi AH eſt à HF, par la 4. p. 6. & en permutant, comme DI eſt à AH, ainſi AD à HF. Et par la meſme raiſon, comme *d*L eſt à *a*H, ainſi *ad* eſt à HF. Veu donc que comme AD eſt à HF, ainſi *ad* eſt à HF, par la 7. p. 5. Il s'enſuit par la 11. p. 5. que comme la toute DI eſt à la toute AH, ainſi la retranchee *d*L ou DM ſon egale, eſt à la retranchee *a*H: donc par la 19. p. 5. le reſidu MI ſera au reſidu A*a*, comme la toute DI à la toute AH: mais il a eſté demonſtré que comme DI eſt à AH, ainſi AD à HF: parquoy comme MI eſt à A*a*, ainſi AD eſt à HF. Que s'il aduenoit que les parties couppées fuſſent de l'vmbre verſe en l'vne des ſtations, & de la droicte en l'autre, vous reduirez l'vne à l'autre, puis paracheuerez comme dit eſt cy-deſſus.

PROP.

Digitized by Google

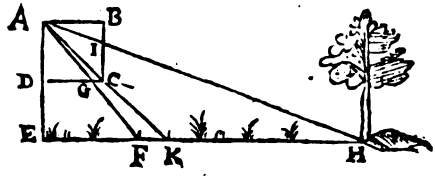
PROP. XLI.

Pour meſurer du ſommet d'vne tour, ou de quelque feneſtre d'icelle, la diſtance d'entre le pied de ladite tour, & quelque ſigne veu en l'horiſon.

SI vous ne ſçauez la hauteur de ladite tour, ou feneſtre d'icelle, vous apprendrez ladite hauteur: puis tenant l'Aſtrolabe vous regarderez par les pinulles de l'alidade le ſigne propoſé; & ſi les parties couppées par ladite alidade ſont de l'vmbre droicte, vous les mettrez au deuxieſme lieu de la regle de trois, le coſté du quarré au premier, & la hauteur de la tour au troiſieſme; & faiſant la regle, viendra la diſtance requiſe.

Exemple.

Soit propoſé à meſurer du ſommet A la diſtance EF. Ie prend donc l'Aſtrolabe, & regardant par les pinulles de l'alidade le ſigne F, ſuppoſé qu'elle couppe DG de 10 parties de l'vmbre droicte; nous dirons, ſi 12 donnent 10, que donneront 9 thoiſes, qui eſt la hauteur AE, & viennent $7\frac{2}{3}$ pour la diſtance EF.



Mais ſi les parties couppées par l'alidade ſont de l'vmbre verſe, vous les mettrez au premier lieu en la regle de trois, le coſté du quarré au deuxieſme, & au troiſieſme la hauteur de ladite tour.

Que ſi l'alidade tombe entre les deux vmbres, la diſtance propoſée à meſurer ſera egale à la hauteur AE, le tout comme il a eſté demonſtré en la premiere propoſition.

Digitized by Google

PROP. V.

Pour meſurer du ſommet de quelque hauteur la diſtance d'entre deux ſignes veuz directement en vn plan.

PRENEZ par la precedente propoſition, la diſtance du pied de la hauteur à l'vne & à l'autre marque propoſée: puis ſouſtrayez la moindre diſtance de la plus grande, & reſtera celle compriſe entre leſdites deux marques.

Or attendu que l'operation de ceſte propoſition n'eſt autre que celle de la precedente propoſition, nous ne mettrons point d'exemple.

PROP. VI.

Pour meſurer la diſtance de l'œil, ou pied du meſureur, à quelque poinct marqué en quelque hauteur.

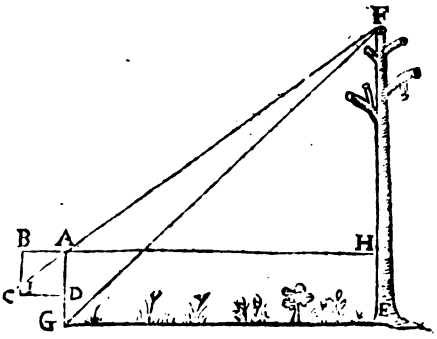
POVR donc meſurer la diſtance de voſtre œil à quelque marque veuë en vne hauteur; vous prendrez la meſure de la diſtance horiſontale de voſtre œil à ladite hauteur par la 1. p. & par la 2. p. la hauteur du poinct propoſé par deſſus ladite diſtance horiſontale de l'œil; ce faict quarrez icelle hauteur, & auſſi la diſtance de voſtre œil à icelle; & ayant adjouſté ces deux quarrez enſemble, du produit prenez-en la racine quarrée, laquelle ſera la diſtance de voſtre œil au poinct propoſé.

Exemple.

Soit propoſé à trouuer la diſtance de A, œil du meſureur, iuſques au poinct F, qui eſt le ſommet de la hauteur EF. Premierement donc, ſuppoſé que la diſtance horiſontale AH ſoit trouuée de 40 pieds, & la hauteur HF de 30 pieds; nous quarrerons 40 & 30, & ſeront 1600 & 900, qui adjouſtez enſemble font 2500, dont la racine quarrée eſt 50, & autant eſt la diſtance AF. Dont la demonſtration eſt manifeſte par la 47. p. 1.

Digitized by Google

Que si nous adjoustons le quarré de AH, ou GE son egale, auec celuy de EF, qui est la hauteur HF, & celle du mesureur GA ; & du produit en tirons la racine quarree, nous aurons la distance du pied du mesureur G à ladite sommité F, sçauoir est GF.



PROP. VII.

Pour mesurer la hauteur d'vne tour ou autre edifice, scitué sur vne montagne.

SI vous desirez sçauoir la hauteur d'vne feneſtre de quelque edifice à vne autre, ou bien la hauteur d'vne tour, ou autre edifice scitué sur vne montagne. Vous apprendrez premierement par la 3. p. la hauteur de ladite montagne: puis par la 2. prop. la hauteur de la montagne & de la tour ensemble; & d'icelle hauteur ayant osté la premiere, sçauoir celle de la montagne seule, restera la hauteur de la tour seule.

Or d'autant que cecy est facile, attendu qu'il ne se faict que les operations des deux & troisiesmes propositions, nous ne mettrons point d'exemple.

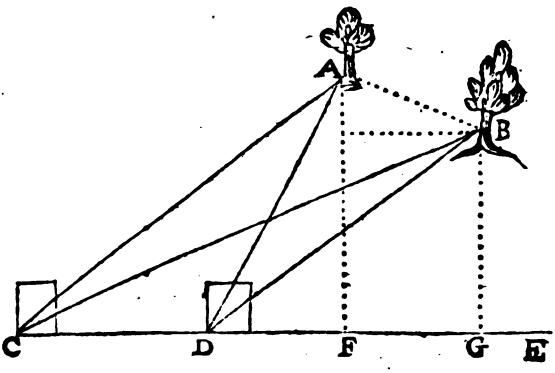
PROP. VIII.

Pour mesurer l'ascention d'entre deux ou plusieurs lieux, scituez en la plaine horisontale.

SOIT proposé à mesurer la distance d'entre les deux arbres A & B. Soient choisis deux lieux en ladite plaine, propres pour faire deux stations, comme C, D, distans l'vn de l'autre par 24 pieds: & par iceux, soit imaginé estre tirée vne ligne droicte C D E, sur

Digitized by Google

laquelle tombe perpendiculairement de A & B les lignes AF & BG, qui ſeront comme hauteurs eſleuees ſur icelle ligne CE, leſquelles hauteurs ſoient trouuées comme il eſt dit en la troiſieſme



propoſition, diſpoſant l'inſtrument parallel à l'horiſon; & ſuppoſons que FA ſoit trouuée de 90 pieds, & BG de 80: mais ſoient auſſi trouuées les diſtances CF, CG, ſçauoir CF de $67\frac{1}{2}$, & CG de 120.

Maintenant ſoit oſté BG de FA, & reſteront 10, dont le quarré eſt 100: mais de CG ſoit oſté CF, & reſteront $52\frac{1}{2}$, dont le quarré ſera $\frac{11025}{4}$, auquel ſoit adjouſté le precedent quarré 100, & viendront $\frac{11425}{4}$, dont ſoit priſe la racine quarrée, laquelle ſera preſque $53\frac{21}{74}$: & autant ſera la diſtance de A iuſques à B, ainſi qu'il appert & eſt manifeſte par les choſes cy-deuant demonſtrées.

PROP. IX.

Pour meſurer les profondeurs.

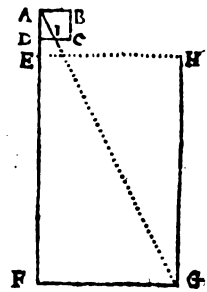
DAVTANT que les profondeurs ſont de deux ſortes, ſçauoir eſt deprimées perpendiculairement au deſſouz de l'horiſon, ou bien en pente comme ſont les valées, il faut proceder diuerſement à la meſure d'icelles.

Pour donc meſurer les profondeurs deprimées ſouz l'horiſon perpendiculairement, vous prendrez la largeur de ladite profon-

Digitized by Google

deur par la 1. propoſition : puis vous pendrez l'Aſtrolabe à ſon pied ſur le bord de ladite profondeur : puis baiſſerez l'alidade iuſques à ce que vous voyez par les pinulles le poinct oppoſite du fond d'icelle profondeur ; & ſi les parties couppées ſont de l'vmbre droicte, vous les mettrez au premier lieu en la regle de trois, le coſté du quarré au deuxieſme : mais ſi leſdites parties couppees ſont de l'vmbre verſe, vous les mettrez au deuxieſme lieu, le coſté du quarré au premier, & au troiſieſme touſiours la largeur de ladite profondeur ; & la regle faicte, oſtez du produit la hauteur du meſureur, & reſtera la quantité de la profondeur propoſee.

Exemple.

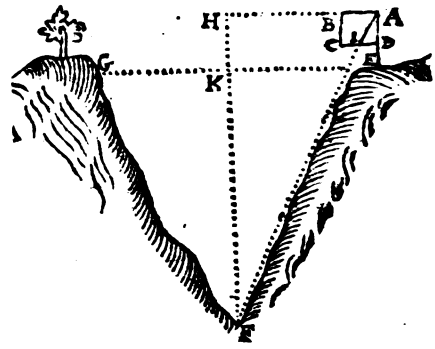


Soit propoſee à meſurer la profondeur F, deprimee perpendiculairement ſouz horiſon. Ayant trouué pour la largeur de ladite profondeur 6 thoiſes, & que regardant le poinct G, l'alidade couppe 4 parties de l'vmbre droicte. Ie poſe 4 au premier lieu de la regle de trois, 12 au ſecond, & 6 thoiſes au troiſieſme ; & la regle faicte, viennent 18 thoiſes, dont i'oſte la hauteur du meſureur, & reſtent 17 thoiſes 2 pieds pour la profondeur F. Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Mais ſi ladicte profondeur propoſee eſt en pente, vous prenez pareillement la largeur : puis ayant pendu l'Aſtrolabe à ſon pied ſur le bord de ladite profondeur, vous abbaiſſerez l'alidade iuſques à ce que vous voyez par les pinulles le milieu du fond d'icelle profondeur ; & ſi les parties couppees par l'alidade ſont de l'vmbre droicte, mettez-les au premier lieu de la regle de trois, le coſté du quarré au ſecond, & au troiſieſme la moictié de la largeur ; mais ſi leſdites parties couppees ſont de l'vmbre verſe, vous les mettez au ſecond lieu, le coſté du quarré au premier, & au troiſieſme moictié de la largeur, & la regle eſtant faicte, oſtez du produit la hauteur du meſureur, & reſtera la profondeur requiſe.

Digitized by Google

Exemple.



Soit propoſé à meſurer la profondeur de la valée EFG. Ayant trouué par la premiere propoſition, 8 verges pour la largeur de ladite valée, ſçauoir eſt la longueur EG, & trouué que regardant le fond F, l'alidade couppe DI de trois parties de l'vmbre droicte, que ie mets au premier lieu de la regle de trois, 12 au ſecond, & 4 qui eſt la moictié de la largeur au troiſieſme; & viennent 16 verges, dont ie ſouſtrais la hauteur du meſureur, & reſtent pour KF 15 verges & vne thoiſe. Dont la demonſtration eſt manifeſte, attendu la ſimilitude des triangles ADI, AHF.

Or nous mettrons icy fin à ce traicté, delaiſſant beaucoup d'autres belles & vtiles propoſitions; leſquelles ſe peuuent pratiquer, tant par le moyen dudit quarré Geometrique, que du cercle des degrez de hauteurs, ayant l'intelligence du compas de proportion, & leſquelles nous monſtrerons particulierement à ceux qui les deſireront ſçauoir.

FIN.

Digitized by Google