

Essai sur l'application de
l'analyse à la probabilité des
décisions rendues à la
pluralité des voix ([Reprod.])
par M. [...]

Condorcet, Jean-Antoine-Nicolas de Caritat (1743-1794 ; marquis de). Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix ([Reprod.]) par M. le marquis de Condorcet,.... 1785.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :

- La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.

- La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

[CLIQUER ICI POUR ACCÉDER AUX TARIFS ET À LA LICENCE](#)

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

- des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

- des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

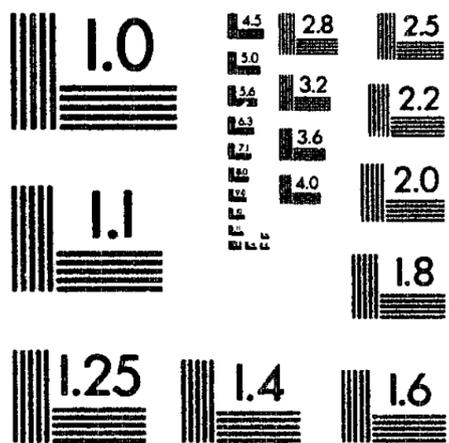
5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter utilisationcommerciale@bnf.fr.

25x

MICROCOPY RESOLUTION TEST CHART
NBS - 1010a
(ANSI and ISO TEST CHART No. 2)



Centimeter



Inches

**THE FRENCH REVOLUTION
RESEARCH COLLECTION**

**LES ARCHIVES DE LA
REVOLUTION FRANÇAISE**



PERGAMON PRESS

Headington Hill Hall, Oxford OX3 0BW, UK

V. 1067.
G. A.

7321

ESSAI
SUR L'APPLICATION
DE L'ANALYSE
À LA
PROBABILITÉ
DES DÉCISIONS

Rendues à la pluralité des voix.

*Par M. LE MARQUIS DE CONDORCET, Secrétaire perpétuel
de l'Académie des Sciences, de l'Académie Française, de
l'Institut de Bologne, des Académies de Pétersbourg, de
Turin, de Philadelphie & de Padoue.*

Quòd si deficiant vires audacia certè
Laus erit, in magnis & voluisse fat est.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXV.



DISCOURS

PRÉLIMINAIRE.

UN grand homme *, dont je regretterai toujours les leçons, les exemples, & sur-tout l'amitié, étoit persuadé que les vérités des Sciences morales & politiques, sont susceptibles de la même certitude que celles qui forment le système des Sciences physiques, & même que les branches de ces Sciences qui, comme l'Astronomie, paroissent approcher de la certitude mathématique.

Objet
de l'Ouvrage.

Cette opinion lui étoit chère, parce qu'elle conduit à l'espérance consolante que l'espèce humaine fera nécessairement des progrès vers le bonheur & la perfection, comme elle en a fait dans la connoissance de la vérité.

C'étoit pour lui que j'avois entrepris cet ouvrage, où en soumettant au Calcul des questions intéressantes pour l'utilité commune, j'essayoie de prouver, du moins par un exemple, cette opinion qu'il eût voulu faire partager à tous ceux qui aiment la vérité: il en voyoit avec peine plusieurs qui, persuadés qu'on ne pouvoit espérer d'y atteindre, dans les questions de ce genre, dédaignoient, par cette seule raison, de s'occuper des objets les plus importants.

Si l'humanité n'eût pas eu le malheur, long-temps irréparable, de le perdre trop tôt, cet ouvrage eût été moins imparfait: éclairé par ses conseils, j'aurois vu mieux ou plus loin, & j'aurois avancé avec plus de confiance des principes

* M. Turgot.

qui auroient été les siens. Privé d'un tel guide, il ne me reste qu'à faire à sa mémoire l'hommage de mon travail, en faisant tous mes efforts pour le rendre moins indigne de l'amitié dont il m'honorait.

Cet Essai ne seroit que d'une utilité très-bornée s'il ne pouvoit servir qu'à des Géomètres, qui d'ailleurs ne trouveroient peut-être dans les méthodes de calcul rien qui pût mériter leur attention. Ainsi j'ai cru devoir y joindre un Discours, où, après avoir exposé les principes fondamentaux du Calcul des probabilités, je me propose de développer les principales questions que j'ai essayé de résoudre & les résultats auxquels le calcul m'a conduit. Les Lecteurs qui ne sont pas Géomètres, n'auront besoin, pour juger de l'ouvrage, que d'admettre comme vrai ce qui est donné pour prouvé par le calcul.

Presque par-tout on trouvera des résultats conformes à ce que la raison la plus simple auroit dicté; mais il est si facile d'obscurcir la raison par des sophismes & par de vaines subtilités, que je me croirois heureux quand je n'aurois fait qu'appuyer de l'autorité d'une démonstration mathématique une seule vérité utile.

Parmi le grand nombre d'objets importans auxquels le Calcul peut s'appliquer, j'ai choisi l'examen de la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix: ce sujet n'a été traité par personne, du moins avec l'étendue & avec les détails qu'il mérite, & il m'a semblé qu'il n'exigeoit point des forces supérieures aux miennes, même pour être traité avec une forte d'utilité.

Origine & motif de l'usage de décider les questions à la pluralité des voix.

Lorsque l'usage de soumettre tous les individus à la volonté du plus grand nombre, s'introduisit dans les sociétés, & que les hommes convinrent de regarder la décision de la pluralité

comme la volonté commune de tous , ils n'adoptèrent pas cette méthode comme un moyen d'éviter l'erreur & de se conduire d'après des décisions fondées sur la vérité : mais ils trouvèrent que , pour le bien de la paix & l'utilité générale , il falloit placer l'autorité où étoit la force , & que , puisqu'il étoit nécessaire de se laisser guider par une volonté unique , c'étoit la volonté du petit nombre qui naturellement devoit se sacrifier à celle du plus grand.

En réfléchissant sur ce que nous connoissons des constitutions des anciens Peuples , on voit qu'ils cherchèrent beaucoup plus à contre-balancer les intérêts & les passions des différens Corps qui entroient dans la constitution d'un État , qu'à obtenir de leurs décisions des résultats conformes à la vérité.

Les mots de liberté & d'utilité les occupoient plus que ceux de vérité & de justice ; & la liaison de ces objets entre eux , aperçue peut-être par quelques-uns de leurs Philosophes , n'étoit pas assez distinctement connue pour servir de base à la politique.

Dans les Nations modernes , où la Scolastique introduisit un esprit de raisonnement & de subtilité , qui peu-à-peu s'étendit sur tous les objets , on aperçoit , même au milieu des siècles d'ignorance , quelques traces de l'idée de donner aux Tribunaux une forme qui rende probable la vérité de leurs décisions.

L'unanimité exigée en Angleterre dans les jugemens par Jurés , l'usage d'exiger en France une pluralité de deux ou de trois voix pour condamner , sur-tout celui de ne regarder comme irrévocable une décision de la Rote , que lorsqu'elle a été donnée par trois jugemens uniformes , & quelques

coutumes semblables, établies dans plusieurs États d'Italie; toutes ces institutions remontent à des temps fort antérieurs au retour des lumières, & toutes semblent annoncer des efforts pour obtenir des décisions conformes à la raison.

Les circonstances semblent l'exiger de nous. Chez les Anciens, c'est-à-dire, chez les Romains & les Grecs, seuls peuples dont l'Histoire nous soit bien connue, les grandes affaires se décidoient, ou par l'assemblée générale des Citoyens, ou par des Corps qui s'étoient emparés de la puissance souveraine: leur volonté juste ou injuste, fondée sur la vérité ou sur l'erreur, devoit avoir l'appui de la force; & proposer des moyens d'affujettir leurs volontés à la raison, c'eût été leur proposer des chaînes & mettre des bornes à leur autorité ou à leur indépendance.

Parmi nous au contraire, les affaires sont le plus souvent décidées par le vœu d'un corps de Représentans ou d'Officiers, soit de la Nation, soit du Prince. Il est donc de l'intérêt de ceux qui disposent de la force publique, de n'employer cette force que pour soutenir des décisions conformes à la vérité, & de donner aux Représentans, qu'ils ont chargés de prononcer pour eux, des règles qui répondent de la bonté de leurs décisions.

Utilité d'appliquer le calcul à l'examen de la probabilité de ces décisions.

En cherchant, d'après la raison seule, quelle confiance plus ou moins grande mérite le jugement d'assemblées plus ou moins nombreuses, assujetties à une pluralité plus ou moins forte, partagées en plusieurs Corps différens ou réunies en un seul, formées d'hommes plus ou moins éclairés; on sent qu'on ne parviendroit qu'à des résultats vagues, & souvent assez vagues pour devenir incertains, & pour nous induire en erreur si nous les admettions sans les avoir soumis au calcul.

Ainsi, par exemple, on sentiroit aisément qu'en exigeant d'un Tribunal une pluralité plus grande pour condamner un accusé, on acquiert une sûreté aussi plus grande qu'un innocent ne sera pas envoyé au supplice: mais la raison sans calcul ne vous apprendra ni jusqu'à quelles bornes il peut être utile de porter cette sûreté, ni comment on peut la concilier avec la condition de ne pas laisser échapper trop de coupables.

La raison, avec un peu de réflexion, fera sentir la nécessité de constituer un Tribunal de manière qu'il soit presque impossible qu'un seul innocent soit condamné, même dans un long espace de temps; mais elle n'apprendra ni dans quelles limites on peut renfermer cette probabilité, ni comment y parvenir, sans multiplier le nombre des Juges au-delà des bornes qu'il n'est guère possible de passer.

Ces exemples suffisent pour faire apercevoir l'utilité &, j'oserois presque dire, la nécessité d'appliquer le calcul à ces questions.

Avant de rendre compte de mes recherches, il m'a paru nécessaire d'entrer dans quelques détails sur les principes du calcul des probabilités. Principe général du calcul des probabilités

Tout ce calcul, du moins toute la partie qui nous intéresse ici, est appuyée sur un seul principe général.

Si sur un nombre donné de combinaisons également possibles, il y en a un certain nombre qui donnent un événement, & un autre nombre qui donnent l'événement contraire, la probabilité de chacun des deux évènements sera égale au nombre des combinaisons qui l'amènent, divisé par le nombre total.

Ainsi, par exemple, si on prend un dez de six faces, dont on suppose que chaque face puisse arriver également, comme une seule donne six points, & que les cinq autres donnent

d'autres points, $\frac{1}{6}$ exprimera la probabilité d'amener cette face, & $\frac{5}{6}$ la probabilité de ne pas l'amener.

On voit que le nombre des combinaisons qui amènent un événement & celui des combinaisons qui ne l'amènent pas, sont égaux ensemble au nombre total des combinaisons, & que par conséquent la somme des probabilités de deux évènements contradictoires est égale à l'unité.

Or, supposons que l'une de ces probabilités soit nulle, l'autre toute seule fera donc égale à l'unité; mais une probabilité n'est nulle que parce qu'aucune combinaison ne peut amener l'événement qui y répond: l'événement contradictoire, ou celui dont la probabilité est 1, arrive donc nécessairement; donc cet événement est certain.

Il faut nécessairement qu'un événement arrive ou qu'il n'arrive pas: il est donc sûr qu'il arrivera un des deux évènements contradictoires, & la somme de leurs probabilités est exprimée par 1.

Voilà tout ce qu'on entend, en disant que la probabilité est exprimée par une fraction, & la certitude par l'unité.

Ce principe suffit pour tous les cas. En effet, si l'on considère trois évènements qui peuvent résulter d'un certain nombre de combinaisons possibles, la probabilité du premier sera égale au nombre des combinaisons qui l'amènent, divisé par le nombre total des combinaisons; & celle de l'un ou l'autre des deux autres évènements, au nombre des combinaisons qui n'amènent pas le premier divisé par le nombre total.

Par la même raison, la probabilité du second événement sera égale au nombre des évènements qui l'amènent divisé par le nombre total.

Il en sera de même de la probabilité du troisième, & les

ſommes des probabilités des trois évènements ſeuls poſſibles ſeront encore égales à l'unité.

Si les combinaiſons ne ſont pas également poſſibles, le même principe ſ'y applique encore. En effet, une combinaison deux fois plus poſſible qu'une autre, n'eſt autre choſe que deux combinaiſons égales & ſemblables, comparées à une combinaison unique.

Examinons maintenant ce premier principe. On voit d'abord que ſi on ſe borne à entendre par probabilité d'un évènement le nombre des combinaiſons où il a lieu, diviſé par le nombre total des combinaiſons poſſibles, le principe n'eſt qu'une vérité de définition, & qu'ainſi le calcul, dont il eſt la baſe, devient d'une vérité rigoureuſe.

De la nature de la probabilité & du motif de croire qui en réſulte.

Sens abſtrait du mot probabilité.

Mais on ne ſe borne point à ce ſeul ſens.

On entend de plus, 1.^o que ſi on connoît le nombre des combinaiſons qui amènent un évènement, & le nombre des combinaiſons qui ne l'amènent pas, & que le premier ſurpaſſe le ſecond, il y a lieu de croire que l'évènement arrivera plutôt que de croire qu'il n'arrivera pas.

Sens plus étendu de ce mot, & propoſitions, dont en le prenant dans ce ſens, on ſuppoſe la vérité.

2.^o Que ce motif de croire augmente en même temps que le rapport du nombre des combinaiſons favorables avec le nombre total.

3.^o Qu'il croît proportionnellement à ce même rapport.

La vérité de cette dernière propoſition dépend de celle de la ſeconde & de la première. En effet, ſi le motif de croire devient plus fort loſque le nombre des combinaiſons augmente, on peut démontrer que ſi on répète un certain nombre de fois le jugement conforme à cette opinion, c'eſt-à-dire, que l'évènement qui a plus de combinaiſons en ſa faveur arrivera plutôt que l'autre, la combinaison la plus probable

Preuve de ces propoſitions : la troiſième eſt une conféquence des deux premières.

est celle où le nombre des jugemens vrais seroit au nombre total des jugemens, comme le nombre des combinaisons favorables à l'évènement à leur nombre total, c'est-à-dire, que la combinaison la plus probable est celle où le rapport du nombre des jugemens vrais au nombre total des jugemens, sera égal à ce que nous appelons la probabilité de l'évènement.

On peut démontrer également que plus on multipliera les jugemens, plus il deviendra probable que ces deux rapports s'écarteront très-peu l'un de l'autre *. Ainsi admettre qu'une probabilité plus grande (ce mot étant pris dans le sens abstrait de la définition) est un motif plus grand de croire, c'est admettre en même temps que ces motifs sont proportionnels aux probabilités.

Que la seconde est aussi une conséquence de la première,

Cela posé, du moment qu'on admet que, dès que le nombre des combinaisons qui amènent un évènement, est plus grand que le nombre des combinaisons qui ne l'amènent pas, on a un motif de croire que l'évènement arrivera; on doit admettre que si la probabilité d'un autre évènement est plus grande, le motif de croire sera plus grand aussi.

En effet, si les probabilités sont égales, les motifs de croire sont égaux. Supposant donc une probabilité donnée, & qu'on trouve par le calcul, que si on juge conformément au motif de crédibilité qui en résulte, on aura une certaine probabilité de ne se tromper dans ses jugemens qu'une fois sur dix; en appliquant le même calcul à une probabilité plus grande, on trouvera qu'en jugeant conformément au motif

* Voyez pour ces deux démonstrations, la troisième partie de l'*Art conjectandi* de Jacques Bernoulli, Ouvrage plein de génie & l'un de ceux qui font le plus regretter que ce grand homme ait commencé si tard sa carrière mathématique, & que la mort l'ait si-tôt interrompue.

de crédibilité qui en résulte, on aura la même probabilité de ne se tromper qu'une fois sur un nombre plus grand de jugemens *. On aura donc dans les deux cas une égale probabilité, un égal motif de croire qu'on se trompera moins en jugeant d'après la seconde probabilité qu'en jugeant d'après la première, & par conséquent un motif plus fort pour se déterminer à juger d'après la seconde. Ainsi la vérité de la seconde des propositions précédentes dépend encore de la vérité de la première proposition.

Il nous reste donc à examiner seulement si, lorsque la probabilité d'un événement (ce mot étant toujours pris dans le sens abstrait) est plus grande que celle de l'événement contraire, on a un motif de croire que le premier événement arrivera. Preuve de la première proposition.

Il suffira d'examiner cette proposition, dans le cas où la différence de ces probabilités est fort grande; car ce motif ne peut subsister dans ce cas sans subsister, quoiqu'avec moins de force, lorsque la différence est très-petite,

En effet, quelque petit que soit l'excès d'une probabilité sur l'autre, on trouve, par le calcul, que si on considère une suite d'événemens semblables, on pourra obtenir une très-grande probabilité que l'événement qui avoit en sa faveur la plus grande des deux probabilités, arrivera plus souvent que l'autre **. On aura donc, par l'hypothèse, un motif de croire qu'il arrivera plus souvent que l'autre, & par conséquent un motif de croire plutôt qu'il arrivera que de croire qu'il n'arrivera pas.

Examinons maintenant cette première proposition, &

* Ceci ne demande qu'un calcul très-simple, & qu'il suffit d'indiquer,

** Cette proposition est démontrée dans cet Ouvrage, pages 14 & 25.

laquelle nous venons de réduire les deux autres, & que nous avons elle-même réduite à ses termes les plus simples.

Nature du motif de croire qui résulte de la probabilité.

Un évènement futur n'est pour nous qu'un évènement inconnu. Supposons un sac dans lequel je sache qu'il existe quatre-vingt-dix boules blanches & dix noires, & qu'on me demande quelle est la probabilité d'en tirer une boule blanche; ou que la boule étant déjà tirée, mais couverte d'un voile, on me demande quelle est la probabilité que l'on a tiré une boule blanche: il est clair que dans les deux cas ma réponse sera la même, & que la probabilité est égale. Je répondrai donc qu'il est plus probable de tirer une boule blanche; cependant c'est une boule blanche ou une boule noire qui est nécessairement sous le voile.

Ainsi le motif qui me porte à croire que la boule est blanche, ou la probabilité qu'elle est blanche, reste la même, quoiqu'il soit sûr que la boule est blanche, ou qu'il soit sûr qu'elle est noire, quoique l'un ou l'autre de ces faits puisse être certain pour un autre individu, & j'ai dans ce cas une égale probabilité pour la couleur blanche de la boule, un égal motif de la croire blanche, & lorsque ce fait est certain, & lorsqu'il est certainement faux.

Il n'y a donc aucune liaison immédiate entre ce motif de croire & la vérité du fait qui en est l'objet; il n'y en a aucune entre la probabilité & la réalité des évènements.

Ce motif est le même que celui qui nous fait croire à la constance des phénomènes de la Nature.

Pour connoître la nature de ce motif, il nous suffira d'observer que toutes nos connoissances sur les évènements naturels qui n'ont pas frappé nos sens, sur les évènements futurs, c'est-à-dire, toutes celles qui dirigent notre conduite & nos jugemens dans le cours de notre vie, sont fondées sur ces deux principes: *que la Nature suit des loix invariables, & que*

les phénomènes observés nous ont fait connoître ces loix. L'expérience constante que les faits sont conformes à ces principes, est pour nous le seul motif de les croire. Or, si on pouvoit rassembler tous les faits, dont l'observation nous a conduits à croire ces deux propositions, le calcul nous apprendroit à déterminer avec précision quelle est la probabilité qu'elles sont vraies.*

Nous ne pouvons, à la vérité rassembler ces données, & nous voyons seulement que le calcul nous conduiroit à une probabilité très-grande : mais cette différence ne change point la nature du motif de croire, qui est le même dans les deux cas.

Ainsi le motif de croire que sur dix millions de boules blanches mêlées avec une noire, ce ne sera point la noire que je tirerai du premier coup, est de la même nature que le motif de croire que le Soleil ne manquera pas de se lever demain, & ces deux opinions ne diffèrent entr'elles que par le plus ou le moins de probabilité.

Si je regarde deux hommes de six pieds, l'un à douze pieds de distance & l'autre à vingt-quatre, je les vois d'une grandeur égale; & cependant si je ne pouvois former aucun jugement d'après leur distance, leur forme, le degré de clarté, ou de lumière de leurs images, l'un me paroîtroit une fois plus grand que l'autre. Quel est donc mon motif de les juger égaux? c'est qu'une expérience constante m'a instruit que, malgré l'inégalité de leurs images, des corps vus de cette manière dans les mêmes circonstances, étoient sensiblement égaux. Ce jugement est donc fondé sur une simple probabilité: le motif de croyance qui naît de la probabilité, a donc

Il est le même que celui des jugemens qui se confondent avec les sensations.

* Voyez la troisième Partie de cet Ouvrage.

assez de force pour devenir involontaire, irrésistible; de manière que le jugement, porté d'après ce motif, se confonde absolument avec la sensation même. Dans cet exemple, nous voyons ce que ce motif nous porte à croire, & nous ne pouvons voir autrement.

Si je fais rouler une petite boule entre deux doigts croisés, je sens deux boules, quoiqu'il n'y en ait qu'une, & cela, parce que j'ai constamment éprouvé qu'il existoit deux corps ronds toutes les fois que j'éprouvois cette sensation en même temps aux deux côtés opposés de deux doigts. Voici donc encore un jugement fondé sur la probabilité produite par l'expérience, qui est devenu une sensation involontaire: cependant malgré cette sensation, je juge qu'il n'y a qu'un corps en vertu d'une probabilité plus grande, & ce jugement l'emporte sur le premier, quoique l'habitude n'ait pas eu le pouvoir de le changer en sensation.

Il est le même que celui qui nous fait croire l'existence des corps.

La croyance de l'existence même des corps, n'est fondée que sur un motif semblable, que sur une probabilité. En effet, l'idée de cette existence est uniquement pour nous la persuasion que le système des sensations qui sont excitées en nous dans un instant, se représenteront constamment de même dans des circonstances semblables, ou avec de certaines différences liées constamment au changement des circonstances*. Cette persuasion de l'existence des corps n'est donc fondée que sur la constance dans l'ordre des phénomènes, que des expériences répétées nous ont fait connoître: le motif de croire à cette existence est donc absolument de la même nature que celui qui naît de la probabilité.

* Voyez l'article *existence* dans l'Encyclopédie, où cette matière est traitée avec beaucoup de profondeur & de clarté.

Si on demande maintenant quelle est la certitude d'une démonstration mathématique, je répondrai qu'elle est encore de la même nature.

Ce même motif se mêle encore à la certitude des démonstrations.

En effet, je suppose, par exemple, que j'emploie dans cette démonstration la formule du binôme, il est clair qu'en supposant même une certitude entière de la vérité de ma démonstration, je ne suis sûr de l'exactitude de la formule du binôme que par le souvenir d'en avoir entendu & suivi la démonstration. Or, si ce souvenir de la bonté de cette démonstration est actuellement pour moi un motif de croire, c'est seulement parce que l'expérience m'a montré que si je m'étois une fois démontré une vérité, je retrouverois constamment cette même vérité toutes les fois que j'en voudrois suivre la démonstration. C'est donc encore un motif de croire, fondé sur l'expérience du passé, & par conséquent sur la probabilité.

Nous n'avons donc à la rigueur une véritable certitude que celle qui naît de l'évidence intuitive, c'est-à-dire, celle de la proposition de la vérité de laquelle nous avons la conscience; ou bien, dans un raisonnement suivi, de la légitimité de chaque conséquence, le principe étant supposé vrai, mais non celle de la conséquence elle-même, puisque la vérité de cette conséquence dépend de propositions, de la vérité desquelles nous avons cessé d'avoir la conscience. Ainsi le motif de croire cette conséquence, est fondé uniquement sur la probabilité.

Il est cependant entre les vérités, regardées comme ayant une certitude entière & les autres, une différence qu'il est essentiel de remarquer.

Pour les premières, nous ne sommes obligés d'admettre qu'une seule supposition fondée sur la probabilité, celle que le souvenir

d'avoir eu la conscience de la vérité d'une proposition ne nous ayant jamais trompé, ce même souvenir ne nous trompera point dans une nouvelle occasion : mais pour les autres, le motif de croire est fondé d'abord sur ce principe, & ensuite sur l'espèce de probabilité propre à chaque objet. La possibilité de l'erreur dépend de plusieurs causes combinées. Si on la suppose la même pour chacune, le calcul montrera qu'elle sera plus que double s'il y a deux causes, plus que triple s'il y en a trois, &c. Ainsi nous donnons le nom de certitude mathématique à la probabilité, lorsqu'elle se fonde sur la constance des loix observées dans les opérations de notre entendement. Nous appelons certitude physique la probabilité qui suppose de plus la même constance dans un ordre de phénomènes indépendans de nous, & nous conservons le nom de probabilité pour les jugemens exposés de plus à d'autres sources d'incertitude.

Si nous comparons maintenant le motif de croire les vérités que nous venons d'examiner, avec le motif de croire d'après une probabilité calculée, nous n'y trouverons que trois différences ; la première, que dans les espèces de vérités que nous avons examinées, la probabilité est inassignable, & presque toujours tellement grande qu'il seroit superflu de la calculer : la seconde, qu'accoutumés dans le cours de la vie à fonder nos jugemens sur cette probabilité, nous formons ces jugemens sans songer à la nature du motif qui les détermine, au lieu que dans les questions soumises au calcul des probabilités, nous y arrêtons notre attention : dans le premier cas, nous cédon sans le savoir à un penchant involontaire ; dans le second, nous nous rendons compte du motif qui détermine ce penchant : la troisième, que dans le premier cas nous pouvons savoir seulement que nous avons des motifs de croire plus ou

moins forts; au lieu que dans la seconde, nous pouvons exprimer en nombres les rapports de ces différens motifs.

Ce simple exposé nous suffit pour sentir la nature du motif de croire qui résulte de la probabilité calculée, & toute l'étendue de l'utilité de ce calcul, puisqu'il nous sert à mesurer avec précision les motifs de nos opinions dans tous les cas où cette mesure précise peut être utile.

Plan de l'Ouvrage.

DANS l'examen de la probabilité des décisions à la pluralité des voix, il faut distinguer deux espèces de décisions: dans les premières, la décision est adoptée, quelle que soit la pluralité qui la forme.

Division générale des décisions en deux genres. Questions auxquelles il convient de les appliquer.

Alors si le nombre des Votans est impair, il y a nécessairement une décision.

S'il est pair, le cas de partage est le seul où il n'y ait pas de décision.

Cette méthode de décider paroît ne devoir s'appliquer qu'aux questions sur lesquelles il est nécessaire de prendre un parti, à celles où les inconvéniens de l'erreur sont égaux, quel que soit le parti qu'on ait adopté, & sont en même temps inférieurs à l'inconvénient de remettre la décision.

Dans la seconde espèce de décisions, on ne les regarde comme prononcées que lorsqu'elles ont en leur faveur une pluralité qui est fixée. Si cette pluralité n'a pas lieu; ou l'on remet la décision, parce que l'on juge qu'il vaut mieux attendre que de risquer de prendre un mauvais parti; ou bien l'on choisit un des deux partis, soit parce qu'on juge qu'il vaut mieux risquer de se tromper en le suivant que de remettre la décision, soit parce que le parti contraire ne peut être adopté

avec justice, si l'on n'a pas une grande probabilité que ce parti est conforme à la vérité.

Loix. Je suppose, par exemple que l'on propose à une assemblée de décider s'il est à propos de faire une loi nouvelle, on peut croire qu'une loi n'étant utile que lorsqu'elle est conforme à la raison, il faut exiger une pluralité telle qu'elle donne une très-grande probabilité de la justesse de la décision, & qu'il vaut mieux ne faire aucune loi qu'en faire une mauvaise.

On pourroit même alors, & la justice semble l'exiger, distinguer entre les loix qui rétablissent les hommes dans la jouissance de leurs droits naturels, celles qui mettent des entraves à ces droits, & celles enfin, du moins s'il en peut exister de telles, qui paroissent n'augmenter ni ne diminuer l'exercice de la liberté naturelle. Dans le premier cas, la simple pluralité doit suffire; une grande pluralité paroît devoir être exigée pour celles qui mettent des bornes à l'exercice des droits naturels de l'homme, parce qu'il ne peut jamais être ni juste ni légitime d'attenter à ces droits, à moins d'avoir une forte assurance * que l'exercice qu'en feroient ceux à qui on les enlève, leur seroit nuisible à eux-mêmes. Enfin dans le troisième cas, on peut balancer entre la crainte de retarder des changemens utiles si on exige une trop forte pluralité, & celle de prendre un mauvais parti si on se contente d'une pluralité trop foible. Nous avons supposé ici qu'il pouvoit être regardé comme utile, dans certains cas, de restreindre

* Nous nous servons du mot *assurance* dans la suite de ce Discours, pour désigner cette espèce de probabilité, qu'on appelle, dans les écoles, *certitude morale*, afin d'éviter le mot de *certitude* qui pourroit être équivoque.

l'exercice des droits naturels, ou d'en continuer la suspension déjà prononcée; mais c'est seulement comme une hypothèse propre à donner un exemple, & non que nous admettions cette opinion, sur-tout pour une législation permanente.

En général, puisqu'il s'agit, dans une loi qui n'a pas été votée unanimement, de soumettre des hommes à une opinion qui n'est pas la leur, ou à une décision qu'ils croient contraire à leur intérêt; une très-grande probabilité de cette décision, est le seul motif raisonnable & juste d'après lequel on puisse exiger d'eux une pareille soumission.

Si l'on considère un Tribunal chargé de rendre des jugemens en matière criminelle; on sent au premier coup-d'œil, qu'il ne peut être permis d'accorder l'appui de la force publique à ces jugemens, lorsqu'ils condamnent un accusé, s'il ne résulte pas de la forme du Tribunal une extrême assurance que l'accusé est coupable, si cette assurance n'existe pas même pour ceux qui ne connoissent du jugement que la constitution du Tribunal seulement, ou que cette constitution avec la pluralité à laquelle le jugement a été rendu: l'obligation imposée à tout homme de défendre le malheureux opprimé, cette obligation de laquelle résulte un véritable droit de la remplir, ne peut céder qu'à l'assurance que cette oppression apparente est une justice réelle.

Jugement
d'un accusé.

Cette pluralité, plus grande que celle d'une voix, pourroit même être exigée pour les jugemens en matière civile, dans les cas, par exemple, où l'on admet la prescription. En effet, le motif de rendre les possesseurs plus tranquilles, quelque utile que cette sécurité soit au bien public, ne suffiroit pas pour rendre légitime une atteinte au droit de propriété.

Prescription

Ainsi la prescription n'est rigoureusement juste que dans

la supposition qu'au bout d'un certain nombre d'années la probabilité que le possesseur actuel n'est plus en état de produire les titres originaires de sa propriété, l'emporte sur la probabilité que le vrai propriétaire ait négligé si long-temps de faire valoir ses droits. La longue possession forme, en faveur de celui qui en a joui, une forte présomption que sa possession est légitime; elle forme un droit tant qu'il n'existe pas un droit contraire bien prouvé; mais par-tout où il existe une propriété légale, il seroit injuste d'attribuer plus de force à la possession.

Cependant la longue possession ne doit être attaquée que lorsqu'il existe une très-grande probabilité qu'elle est illégitime. On pourroit donc, au lieu d'établir une prescription absolue de trente ans, par exemple, fixer à cette prescription absolue un terme bien plus éloigné; mais statuer que le jugement qui condamneroit celui qui a une prescription moindre, celle de trente ans par exemple, ne seroit exécuté que dans le cas où il auroit la pluralité d'un certain nombre de voix: autrement le bien resteroit au possesseur, quand même il auroit une pluralité moindre contre lui.

Cette législation auroit un grand avantage, celui de pouvoir exiger une pluralité plus ou moins grande, suivant différentes durées de possession, & c'est peut-être le seul moyen de concilier la sécurité des possesseurs avec la sûreté des propriétés.

De ce qu'il faut considérer dans l'examen de la probabilité des décisions.

Il y a quatre points essentiels à considérer relativement à la probabilité des décisions.

- 1.° La probabilité qu'une assemblée ne rendra pas une décision fautive.
- 2.° La probabilité qu'elle rendra une décision vraie.
- 3.° La probabilité qu'elle rendra une décision vraie ou fautive.

4.° La probabilité de la décision, lorsqu'on la suppose rendue, ou lorsque l'on suppose de plus que l'on connoît la pluralité à laquelle elle a été formée.

En effet, il est aisé de voir, 1.° qu'une forme de décision est dangereuse, s'il n'est pas très-probable pour chaque votation qu'il n'en résultera pas une décision fautive,

2.° Que l'on doit chercher une forme qui puisse donner une grande probabilité d'avoir une décision vraie, autrement l'avantage de ne pas craindre une décision fautive, naitroit uniquement de ce qu'il seroit très-probable de n'en avoir aucune; inconvénient très-grand, puisque, suivant le genre d'objets sur lesquels on décide, il empêche en grande partie l'assemblée qui prononce, de remplir les vues pour lesquelles elle a été instituée.

Le troisième point dépend des deux premiers. En effet, si l'on a une grande probabilité d'avoir une décision vraie, & en même temps une très-grande probabilité de n'avoir pas une décision fautive, il est clair que celle d'avoir une décision fautive ou vraie, approche de la première, & la surpasse.

La quatrième condition exige plus de discussion. Il est nécessaire d'abord d'avoir une grande probabilité que la décision est conforme à la vérité lorsqu'on fait qu'il existe une décision. Cette condition dépend encore des deux premières; car si la probabilité d'avoir une décision vraie est grande, & le risque d'en avoir une fautive fort petit, il est clair que dès que l'on fait qu'il existe une décision, il devient très-probable que cette décision est conforme à la vérité. Il ne faut pas confondre la probabilité d'avoir une décision vraie avec la probabilité qu'une décision qu'on suppose rendue, est conforme à la vérité: la première est contraire, non-seulement à la

probabilité d'avoir une décision fautive, mais à celle de n'avoir aucune décision : la seconde n'est contraire qu'à celle d'avoir une décision fautive. Pour la première, il faut comparer le nombre des cas où la décision est vraie au nombre de tous les cas possibles : pour la seconde, il faut comparer ce premier nombre, seulement au nombre total des cas où il y a une décision. La première est, par exemple, la probabilité qu'un accusé coupable sera condamné ; la seconde est la probabilité qu'un accusé condamné est coupable. Mais on doit exiger de plus une autre condition, & il faut que si l'on fait qu'il y a une décision, & qu'on connoisse à quelle pluralité elle a été rendue, on ait une probabilité suffisante de la vérité de cette décision. Nous en avons dit ci-dessus la raison. Cette assurance est nécessaire, par exemple, toutes les fois qu'il est question de punir un accusé ; autrement il arriveroit qu'un homme condamné par une pluralité qui ne donneroit pas cette assurance, seroit puni lorsqu'il est très-peu probable que cet homme est coupable. Ainsi dans tous les cas où nous avons vu qu'il seroit convenable de fixer une pluralité au-dessous de laquelle on doit suivre le vœu de la minorité, ou regarder l'affaire comme indécidée, il faut que cette moindre pluralité soit telle qu'il en résulte la probabilité qu'on a cru devoir exiger dans la décision.

Nécessité d'avoir une assurance suffisante de la vérité de la décision, même lorsqu'on la fait rendre à la moindre pluralité possible.

Il ne suffiroit pas qu'il fût très-probable que le cas où la pluralité est trop petite pour donner l'assurance demandée, ne se présentera pas, & cela par deux raisons ; la première, parce que si cet événement, très-improbable, arrivoit, ce qui est toujours possible, on seroit obligé de se conduire d'après une décision peu probable, & que l'on connoitroit comme telle. On est sans doute exposé dans tous les systèmes

de pluralité à adopter une décision fautive, mais c'est lorsqu'il y a une grande probabilité qu'elle est vraie; au lieu qu'il ne peut y avoir aucun motif raisonnable de se soumettre à une décision, lorsque pour s'y soumettre il faudroit avoir une véritable assurance de la vérité de cette décision, & qu'on en a au contraire une très-petite probabilité. La seconde raison, est que cet inconvénient ne naît point de la nature des choses, mais de la forme que l'on a choisie. Ainsi, par exemple, il n'est pas injuste de punir un homme, quoiqu'il soit possible que les Juges se soient trompés en le déclarant coupable, & il le seroit de le punir lorsqu'il n'a contre lui qu'une pluralité qui ne donne pas une assurance suffisante de son crime.

Dans le premier cas, on n'est pas injuste en jugeant d'après une probabilité qui expose encore à l'erreur, parce qu'il est de notre nature de ne pouvoir juger que sur de semblables probabilités: dans le second on le seroit, parce qu'on se seroit exposé volontairement à punir un homme sans avoir l'assurance de son crime. Dans le premier cas on a, en punissant, une très-grande probabilité de la justice de chaque acte en particulier: dans le second, on fait que dans cet acte particulier on commet une injustice.

Ces principes une fois établis, il s'agit d'appliquer le calcul aux différentes formes de décisions, aux différentes hypothèses de pluralité.

Plan
de l'Ouvrage

Pour cela, nous supposerons d'abord les assemblées composées de Votans ayant une égale justesse d'esprit & des lumières égales: nous supposerons qu'aucun des Votans n'a d'influence sur les voix des autres, & que tous opinent de bonne foi. Supposant ensuite que l'on connoît la probabilité

que la voix de chaque Votant sera conforme à la vérité, la forme de la décision, l'hypothèse de pluralité & le nombre des Votans, on cherche, 1.^o la probabilité de ne pas avoir une décision contraire à la vérité; 2.^o la probabilité d'avoir une décision vraie; 3.^o la probabilité d'avoir une décision vraie ou fausse; 4.^o celle qu'une décision qu'on fait avoir été rendue sera plutôt vraie que fausse; & enfin la probabilité de la décision rendue à une pluralité connue. Tel est l'objet de la première Partie.

Dans la seconde au contraire, on suppose l'un de ces élémens connus, & l'on cherche l'une de ces trois choses, ou l'hypothèse de pluralité, ou le nombre des Votans, ou la probabilité de la voix de chaque Votant, en regardant les deux autres comme données.

On a supposé connue jusqu'ici, tantôt la probabilité de la voix de chaque Votant, tantôt celle de la décision prise sous différentes faces. Nous avons dit de plus que l'on doit chercher l'assurance, 1.^o de ne pas avoir une décision contraire à la vérité, 2.^o d'avoir, lorsque l'on fait que la décision est portée, une décision plutôt vraie que fausse, & qu'il falloit également avoir une grande probabilité d'avoir une décision vraie; enfin que dans un grand nombre de circonstances il falloit avoir une assurance suffisante de la vérité de la décision, lors même que, connoissant à quelle pluralité la décision a été rendue, on fait que cette pluralité est la moindre qu'il est possible.

Or, comment connoître la probabilité de la voix de chaque Votant, ou celle de la décision d'un Tribunal, comment déterminer la probabilité qu'on peut regarder comme une véritable assurance, ou celle qu'on peut, dans d'autres cas,

regarder comme suffisante. Tel est l'objet de la troisième Partie.

J'examine dans la quatrième les changemens que peuvent apporter dans les résultats trouvés dans la première Partie, l'inégalité de lumières ou de justesse d'esprit des Votans, la supposition que la probabilité de leurs voix n'est pas constante, l'influence qu'un d'eux peut avoir sur les autres, la mauvaise foi de quelques-uns, l'usage de réduire à une seule les voix de plusieurs Juges lorsqu'ils sont d'accord, enfin la diminution de probabilité que doit éprouver la voix des Votans, lorsqu'un Tribunal, dont la première décision n'a pas été rendue à la pluralité exigée, vote de nouveau sur la même question, & finit par la décider avec cette pluralité.

Ces dernières recherches étoient nécessaires pour pouvoir appliquer la théorie à la pratique.

La cinquième Partie enfin contiendra l'application des principes exposés dans les premières à quelques exemples, tels que l'établissement d'une loi, une élection, le jugement d'un accusé, une décision qui prononce sur la propriété.

Analyse de la première Partie.

JE considère d'abord le cas le plus simple, celui où le nombre des Votans étant impair, on prononce simplement à la pluralité.

Première hypothèse.

On suppose la décision rendue à la simple pluralité.

Dans ce cas, la probabilité de ne pas avoir une décision fautive, celle d'avoir une décision vraie, celle que la décision rendue est conforme à la vérité, sont les mêmes, puisqu'il ne peut y avoir de cas où il n'y ait pas de décision.

On trouve de plus, que si la probabilité de la voix de chaque Votant est plus grande que $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, s'il est

Conséquences du calcul.

plus probable qu'il jugera conformément à la vérité, plus le nombre des Votans augmentera, plus la probabilité de la vérité de la décision sera grande : la limite de cette probabilité sera la certitude ; en sorte qu'en multipliant le nombre des Votans, on aura une probabilité aussi grande qu'on voudra d'avoir une décision vraie ; & c'est-là ce que nous entendrons toutes les fois que nous dirons que la limite de la probabilité est 1, ou la certitude.

Si au contraire la probabilité du jugement de chaque Votant est au-dessous de $\frac{1}{2}$, c'est à-dire, s'il est plus probable qu'il se trompera, alors plus le nombre des Votans augmentera, plus la probabilité de la vérité de la décision diminuera ; la limite de cette probabilité sera zéro, c'est-à-dire, qu'on pourra, en multipliant le nombre des Votans, avoir une probabilité aussi petite qu'on voudra de la vérité de la décision, ou une probabilité aussi grande qu'on voudra que cette décision sera erronée.

Si la probabilité de la vérité de chaque voix est $\frac{1}{2}$, alors, quel que soit le nombre des Votans, celle de la vérité de la décision sera aussi $\frac{1}{2}$.

Application
de ces consé-
quences aux
assemblées po-
pulaires.

Cette conclusion conduit d'abord à une remarque assez importante. Une assemblée très-nombreuse ne peut pas être composée d'hommes très-éclairés ; il est même vraisemblable que ceux qui la forment joindront sur bien des objets beaucoup d'ignorance à beaucoup de préjugés. Il y aura donc un grand nombre de questions sur lesquelles la probabilité de la vérité de la voix de chaque Votant sera au-dessous de $\frac{1}{2}$; alors plus l'assemblée sera nombreuse, plus elle sera exposée à rendre des décisions fausses.

Or, comme ces préjugés, cette ignorance, peuvent exister
sur

Sur des objets très-importans, on voit qu'il peut être dangereux de donner une constitution démocratique à un peuple sans lumières : une démocratie pure ne pourroit même convenir qu'à un peuple beaucoup plus éclairé, beaucoup plus exempt de préjugés qu'aucun de ceux que nous connoissons par l'Histoire.

Pour toute autre Nation cette forme d'assemblées devient nuisible, à moins qu'elles ne bornent l'exercice de leur pouvoir à la décision de ce qui intéresse immédiatement le maintien de la sûreté, de la liberté, de la propriété; objets sur lesquels un intérêt personnel direct peut suffisamment éclairer tous les esprits.

On sent par la même raison combien, plus les assemblées sont nombreuses, plus les réformes utiles dans les principes d'administration, de législation, deviennent peu probables, & combien la longue durée des préjugés & des abus est à redouter.

Les assemblées très-nombreuses ne peuvent exercer le pouvoir avec avantage que dans le premier état des sociétés, où une ignorance égale rend tous les hommes à peu-près également éclairés. On ne peut pas espérer d'avoir une grande probabilité d'obtenir des décisions conformes à la vérité, & par conséquent on n'a aucun motif légitime pour restreindre le nombre des Votans, & soumettre par-là le plus grand nombre à la volonté du plus petit; au lieu que dans le cas où l'on peut former une assemblée, telle qu'il y ait une très-grande probabilité que ses décisions seront vraies, il y a un motif juste pour les hommes moins éclairés que les Membres, de soumettre leurs volontés aux décisions de cette assemblée.

Des assemblées nombreuses conviendroient encore à un pays où, par le progrès des lumières, il y auroit une grande

égalité entre les esprits, quant à la justesse de leurs jugemens & à la vérité des principes d'après lesquels ils régleroient leur conduite, & c'est le seul cas où l'on puisse attendre d'assemblées très-nombreuses, ou de sages loix, ou la réforme des mauvaises loix.

Deuxième & troisième hypothèses. Le nombre des Votans étant supposé impair ou pair, en exige une pluralité constante.

Dans la seconde & dans la troisième hypothèse, on suppose que la décision n'est regardée comme juste qu'autant que la pluralité est égale, ou supérieure à un nombre qui a été fixé: si le nombre des Votans est impair, la pluralité, qui est la différence du nombre des Votans pour chaque avis, est nécessairement un nombre impair; elle est au contraire toujours un nombre pair si le nombre des Votans est pair.

Quatrième, cinquième & sixième hypothèses. On suppose la pluralité proportionnelle

Dans la quatrième, dans la cinquième & dans la sixième hypothèse, on suppose la pluralité proportionnelle au nombre des Votans simplement, ou au nombre des Votans, plus un nombre fixe.

Par exemple, on peut exiger la pluralité d'un tiers, c'est-à-dire, de 4 pour 12 ou 14 Votans; de 5 pour 13, 15 ou 17, & ainsi de suite; ou bien la pluralité d'un tiers plus trois, c'est-à-dire, pour 13 voix une pluralité de 7; pour 16 une pluralité de 8; pour 19 une pluralité de 9; ou enfin d'un tiers plus deux, c'est-à-dire, de 6 voix pour 12 & 14; de 7 pour 15 & 17; de 8 pour 18 & 20, & ainsi de suite.

Conséquences du calcul. Pour la probabilité de ne pas avoir une décision fautive.

Si dans toutes ces hypothèses, on cherche la probabilité de ne point avoir une décision fautive, on trouve, 1.^o que si la probabilité de la voix de chaque Votant est plus grande que $\frac{1}{2}$ lorsque la pluralité est un nombre constant, plus grande que $\frac{1}{3}$ lorsque la pluralité est d'un tiers plus un nombre constant; plus grande que $\frac{2}{3}$ lorsque la pluralité est d'un quart

plus un nombre constant; plus grande que $\frac{2}{3}$ lorsque la pluralité est d'un cinquième, & ainsi de suite; on aura une probabilité de n'avoir pas une décision fautive, qui augmentera avec le nombre des Votans, & dont la limite sera 1 : en sorte qu'on peut, en multipliant le nombre des Votans, avoir cette probabilité aussi grande qu'on voudra.

Mais cette augmentation de probabilité n'a lieu souvent qu'après un certain nombre de termes. Après le premier terme, qui répond au plus petit nombre de Votans qu'on peut supposer dans l'hypothèse pour que la pluralité exigée soit possible, la probabilité de la décision peut diminuer pendant quelque temps lorsque le nombre des Votans augmente; mais il arrive un point où elle croît avec ce nombre, & depuis lequel elle continue constamment de croître en s'approchant de la limite 1. Il faut observer encore que cette diminution dans la probabilité de la décision, n'a pas lieu pour toutes les valeurs de la probabilité de chaque voix; mais seulement lorsque cette probabilité est au-dessous de certaines limites. Par exemple, si la pluralité est constante, & de cinq voix, il n'y aura point de diminution dans la probabilité de la décision, à moins que la probabilité de chaque voix ne soit au-dessous de $\frac{5}{6}$. Enfin il faut remarquer que cette diminution n'empêche point que pour chaque valeur du nombre des Votans, la probabilité de la décision ne soit toujours plus grande que pour un nombre égal & une moindre pluralité.

Si la probabilité de chaque voix est exactement égale aux limites que nous avons assignées ci-dessus; par exemple, si elle est $\frac{1}{2}$ dans le cas de la pluralité constante, $\frac{1}{3}$ lorsque la pluralité est d'un tiers, &c. alors la probabilité de ne pas

avoir une décision fautive, approchera d'autant plus de $\frac{1}{2}$ que le nombre des Votans sera plus grand, & restera toujours au-dessus de cette limite.

Si la probabilité de chaque voix est au-dessous des limites que nous avons assignées, celle de la décision diminuera continuellement, & sa limite sera zéro.

Pour la probabilité d'avoir une décision vraie,

Si l'on considère ensuite la probabilité d'avoir une décision vraie, alors on trouvera, 1.^o que, pourvu que la probabilité de chaque voix soit plus grande que $\frac{1}{2}$ si la pluralité est constante, plus grande que $\frac{2}{3}$ si la pluralité est d'un tiers plus un nombre constant, plus grande que $\frac{5}{8}$ si la pluralité est d'un quart plus un nombre constant, & ainsi de suite, plus on augmentera le nombre des Votans, plus la probabilité de la décision augmentera; elle aura l'unité pour limite, & l'on pourra par conséquent avoir, en multipliant le nombre des Votans, une probabilité aussi grande qu'on voudra d'obtenir une décision vraie.

Mais il est possible, dans le cas où la pluralité est purement proportionnelle, que la probabilité de la décision diminue dans les premiers termes pour augmenter ensuite, & cette diminution a lieu seulement lorsque la probabilité de chaque voix est au-dessous d'une certaine limite.

Si la valeur de la probabilité de chaque voix est égale à $\frac{1}{2}$ pour une pluralité constante, à $\frac{2}{3}$ pour une pluralité d'un tiers plus une pluralité constante, & ainsi de suite, plus on augmentera le nombre des Votans, plus la probabilité de la décision approchera de $\frac{1}{2}$, qui en est alors la limite.

Cette probabilité approchera continuellement de sa limite en augmentant, excepté dans le cas de la pluralité proportionnelle, où il peut arriver qu'elle diminue pendant les

premiers termes, quoique le nombre des Votans augmente, pour croître ensuite avec ce nombre.

Si la valeur de la probabilité de chaque voix est au-dessous de $\frac{1}{2}$ lorsque la pluralité est constante, au-dessous de $\frac{2}{3}$ lorsqu'elle est d'un tiers plus un nombre constant, de $\frac{5}{8}$ lorsqu'elle est d'un quart plus un nombre constant, &c. la probabilité d'avoir une décision vraie diminue lorsque le nombre des Votans augmente; mais cette diminution peut ne commencer qu'après un certain nombre de termes, pendant lesquels la probabilité d'avoir une décision vraie croît avec le nombre des Votans, pour diminuer ensuite avec ce nombre. La limite de cette probabilité est ici zéro.

Si on cherche la probabilité d'avoir une décision vraie ou fautive, il suit de ce qui précède que la limite de cette probabilité sera toujours l'unité dans le cas de la pluralité constante; que si la pluralité est d'un tiers plus un nombre constant, la limite de la probabilité d'avoir une décision sera 1, si la probabilité de chaque voix est plus grande que $\frac{2}{3}$, ou plus petite qu'un tiers; que la limite sera $\frac{1}{2}$ si la probabilité de chaque voix est $\frac{2}{3}$ ou $\frac{1}{3}$, & zéro si cette probabilité est entre ces deux nombres. De même si la pluralité est d'un quart, la limite de la probabilité d'avoir une décision sera zéro, $\frac{1}{2}$ ou 1, suivant que la probabilité de chaque voix sera ou entre $\frac{5}{8}$ & $\frac{3}{8}$, ou égale à un de ces nombres, ou hors de ces limites, & ainsi de suite.

La probabilité que la décision qu'on fait être rendue est en faveur de la vérité, pourra approcher continuellement de 1, si la probabilité de chaque voix est plus grande qu'un $\frac{1}{2}$ dans le cas de la pluralité constante, plus grande ou égale à $\frac{2}{3}$ dans le cas de la pluralité d'un tiers, plus grande ou égale à $\frac{5}{8}$ dans le cas de la pluralité d'un quart.

Pour la probabilité d'avoir une décision en général,

Pour la probabilité d'une décision qu'on fait être rendue,

Mais si la probabilité de chaque voix est $\frac{1}{2}$ dans le cas de la pluralité constante, celle d'avoir une décision plutôt vraie que fautive, sera toujours $\frac{1}{2}$; & dans le cas de la pluralité d'un tiers ou d'un quart si la probabilité de chaque voix est entre $\frac{2}{7}$ & $\frac{1}{3}$, entre $\frac{5}{8}$ & $\frac{3}{8}$, celle d'avoir une décision vraie plutôt que fautive, approchera de plus en plus de $\frac{1}{2}$ à mesure que le nombre des Votans augmentera. Enfin l'on voit qu'elle approchera continuellement de zéro, dans les cas contraires à ceux où elle approche continuellement de 1, c'est-à-dire, lorsqu'elle est au-dessous de $\frac{1}{2}$, au-dessous ou égale à $\frac{1}{3}$, au-dessous ou égale à $\frac{3}{8}$ dans les hypothèses de la pluralité constante ou d'un tiers ou d'un quart, &c.

Quant à la probabilité de la vérité de la décision, lorsqu'on connoît à quelle pluralité elle a été rendue, on trouvera qu'elle est plus grande que $\frac{1}{2}$, tant que la probabilité de chaque voix est aussi au-dessus de $\frac{1}{2}$, & au-dessous dans le cas contraire; si la probabilité de chaque voix est au-dessus d'un demi, la probabilité la plus petite qu'on puisse avoir en faveur de la décision rendue, est celle qui a lieu lorsque la pluralité est précisément celle que la loi exige comme nécessaire pour former une décision.

Nous avons vu ci-dessus que lorsque la décision prononce ou la punition d'un accusé, ou la spoliation du possesseur d'un bien, qu'il en résulte un nouveau joug imposé aux citoyens, une atteinte à l'exercice légitime de la liberté, il est essentiel que dans le cas même, où la décision est rendue à la moindre pluralité possible, on ait une très-grande probabilité, une véritable assurance de la vérité de la décision.

Si la pluralité est constante, cette valeur de la moindre probabilité reste la même, quel que soit le nombre des Votans,

Si la pluralité n'est pas constante, mais proportionnelle, cette valeur de la moindre probabilité augmente avec le nombre des Votans.

Enfin on voit que la nécessité que cette moindre valeur donne une assurance de la vérité de la décision, oblige à ne pas se contenter de la pluralité proportionnelle, ou à fixer pour le plus petit nombre de Votans qui puisse former une assemblée légitime, un nombre assez grand pour que la décision à la plus petite pluralité ait le degré de probabilité qu'on exige.

Cette théorie peut déjà conduire à des observations utiles. En effet, on voit d'abord que, pourvu que l'on ait une probabilité de chaque voix plus grande que $\frac{1}{2}$, on peut, dans le cas d'une pluralité constante, obtenir à la fois les cinq conditions principales que doit avoir une décision. Mais on peut observer, 1.° que dans ce même cas, si la probabilité de chaque voix ne surpasse point beaucoup $\frac{1}{2}$, il faudra exiger une grande pluralité pour que la probabilité de la décision, rendue à la moindre pluralité, soit suffisante.

Applications
de ces consé-
quences.

2.° Que dès-lors il faudra un grand nombre de Votans pour se procurer l'assurance de ne pas avoir une décision fautive, & un nombre beaucoup plus grand pour avoir la probabilité d'obtenir une décision vraie; autrement l'avantage de ne pas craindre une décision fautive ne seroit dû qu'à la très-grande probabilité de ne pas avoir de décision; en sorte qu'on ne pourroit remplir les conditions exigées, à moins de multiplier le nombre des Votans, souvent fort au-dessus des limites dans lesquelles on est obligé de se renfermer.

Si l'on exige une pluralité proportionnelle, alors il suffira, pour n'avoir pas à craindre une décision fautive, que dans les

exemples choisis ci-dessus, la pluralité de chaque voix ne soit pas fort au-dessous d'un tiers, de $\frac{2}{8}$, de $\frac{2}{7}$.

Mais on n'obtiendra la probabilité d'en avoir une vraie que si cette même probabilité de chaque voix est au-dessus de $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{7}$, &c. & si elle n'est que très-peu au-dessus de ces limites, on ne pourra encore réunir ces deux conditions qu'en fixant à un très-grand nombre la quantité de Votans nécessaires pour rendre légitimement une décision.

On ne peut donc se flatter de réunir toutes les conditions exigées que lorsque la probabilité de chaque voix sera sensiblement au-dessus de ces limites; & plus elle sera grande, plus ces conditions seront faciles à remplir avec un moindre nombre de Votans.

Il peut être avantageux, dans quelques circonstances, d'établir une pluralité proportionnelle: par exemple, si on l'établit telle que sur un nombre donné de voix il faille la pluralité de $\frac{2}{3}$ du total, c'est-à-dire, de soixante voix pour une assemblée de cent Votans, ou de quatre-vingts contre vingt; alors si le nombre des Votans est considérable, on peut avoir une très-grande probabilité qu'il n'y aura pas de décision fautive, pourvu que la probabilité de chaque voix soit au-dessus d'un cinquième. Ainsi, par exemple, cette espèce de pluralité peut être exigée dans une assemblée populaire très-nombreuse, formée d'hommes peu éclairés, ayant quelquefois à décider des questions importantes sur lesquelles il peut être vraisemblable qu'ils se tromperont.

Par ce moyen on n'auroit pas à craindre d'erreurs funestes, & l'on seroit seulement exposé à se priver de changemens utiles.

On peut observer que dans le cas de la pluralité proportionnelle,

tionnelle, celle qui est exigée pour former une décision, augmente avec le nombre des Votans; d'où il paroît résulter qu'on sacrifie l'espérance d'obtenir une décision à l'avantage inutile d'avoir une plus grande probabilité dans le cas de la moindre pluralité. Cet avantage peut en effet être regardé comme inutile dans la théorie abstraite, puisque la pluralité qui a lieu pour le moindre nombre de Votans, doit être suffisante & donner une véritable assurance que la décision est conforme à la vérité. Mais ce même avantage n'est pas illusoire dans la pratique: en effet, on n'y peut point regarder la probabilité de chaque voix comme rigoureusement constante. Or, si on suppose cette probabilité variable, il y aura lieu de croire que si dans un grand nombre de Votans on a une certaine pluralité, la probabilité de chaque voix sera plus petite que si dans un moindre nombre on avoit eu la même pluralité: d'ailleurs plus il y a de Votans, moins on doit les supposer éclairés (*voyez la quatrième & la cinquième Partie*), & par conséquent on peut avoir des motifs bien fondés de faire croître la pluralité exigée en même temps que le nombre des voix.

La septième hypothèse est celle où l'on renvoie la décision à un autre temps, si la pluralité exigée n'a pas lieu.

Septième hypothèse.

On a ici trois cas à considérer, celui de la pluralité en faveur de la vérité, celui de la pluralité en faveur de l'erreur, & celui de la non-décision; & nous avons vu ci-dessus comment dans les différentes hypothèses de pluralité on détermine les limites de ces trois valeurs.

La décision est remise lorsque la pluralité exigée n'a pas lieu.

Dans la huitième hypothèse, on suppose que si l'assemblée n'a pas rendu sa première décision à la pluralité exigée, on prend une seconde fois les avis, & ainsi de suite, jusqu'à ce que l'on obtienne cette pluralité. On trouve dans cette hypothèse

Huitième hypothèse.

On convient de prendre les voix de la même assemblée jusqu'à ce qu'on ait obtenu la pluralité exigée.

Conséquences
qui résultent
du calcul.

Elles ne sont
pas applicables
à la pratique.

que, quel que soit le nombre des Votans & la pluralité exigée, la probabilité d'avoir une décision augmente continuellement, & que sa limite est l'unité; de manière que si l'on est convenu de reprendre continuellement les avis, on a une probabilité aussi grande qu'on voudra d'obtenir enfin une décision. La probabilité que cette décision sera vraie, ou si on la suppose déjà rendue, & qu'on connoisse la pluralité, la probabilité qu'elle est conforme à la vérité, sont absolument les mêmes que si on avoit obtenu la même décision la première fois que l'on a demandé les avis. Cette conclusion paroît absurde; aussi ne seroit-elle pas légitime dans la pratique. Mais si on considère les objets dans un sens abstrait, on voit que, supposant que la probabilité de la voix de chaque Votant soit restée la même, on doit considérer la probabilité de la décision comme si l'on n'avoit demandé les avis qu'une seule fois. Le cas où l'on sauroit que l'on a eu sur 25 Votans une pluralité de 15, & où l'on demanderoit la probabilité de la vérité de la décision, est absolument le même que celui où sachant qu'il y a dans un sac un certain nombre de boules noires & un certain nombre de boules blanches, la proportion de ces nombres étant connue, & sachant de plus qu'on a tiré vingt boules d'une couleur & cinq boules d'une autre, on demanderoit quelle est la probabilité que celles qui ont été tirées au nombre de vingt sont blanches ou noires. Si l'on suppose que l'on a eu en tirant d'autres fois des boules du même sac une proportion différente entre le nombre des boules de chaque couleur, on auroit à chaque tirage des probabilités différentes que celles qui sont venues en tels nombres, sont blanches ou noires, mais cela n'altère en rien la probabilité qui naît du dernier tirage, tant que la proportion du nombre

des boules de chaque couleur, déposées dans le sac, demeurera la même.

La seule différence qu'il y ait entre la conclusion du calcul abstrait & celle qu'on doit trouver dans la réalité, ne peut venir que de la différence de la probabilité de chaque voix qui n'est pas constante pour les mêmes hommes, & qui doit être plus grande lorsqu'ils se réunissent à former une décision à une pluralité donnée la première fois qu'ils donnent leur avis, que lorsqu'ils ne peuvent se réunir avec cette pluralité qu'après plusieurs décisions successives, & par conséquent, après qu'un certain nombre d'entr'eux a été obligé de changer d'avis.

L'examen de cette question doit donc être renvoyé à la quatrième Partie.

La neuvième hypothèse a pour objet les décisions formées par différens systèmes de Tribunaux combinés.

On peut d'abord regarder comme fini & déterminé le nombre de ces Tribunaux, & demander, pour que la décision soit censée rendue, ou l'unanimité entre ces Tribunaux, ou une certaine pluralité.

Dans le premier cas, on peut remplir les mêmes conditions qu'avec un seul Tribunal, mais cependant avec quelque désavantage, puisque si l'on obtient, en employant un nombre égal de Votans, l'avantage d'avoir moins à craindre une décision fautive, & plus de probabilité qu'une décision rendue sera vraie, ce n'est qu'en diminuant la probabilité d'avoir une décision; ce qu'on auroit obtenu également d'une manière plus simple avec un seul Tribunal.

On peut dans ce cas, ne regarder l'unanimité comme rompue, que par une décision contraire à la première, &

Neuvième hypothèse.

Décisions formées par un système de Tribunaux combinés.

Conséquences du calcul.

rendue avec la pluralité exigée, mais non par les décisions où cette pluralité ne se trouve pas. Il se présente alors une difficulté qui n'a pas lieu dans un seul Tribunal ; c'est qu'en supposant que l'on connoisse le nombre des décisions & la pluralité de chacune, on peut avoir la somme des pluralités obtenues contre l'opinion qui l'emporte, plus grande que celle des pluralités conformes à cet avis. Par exemple, supposons sept Tribunaux, qu'il faille l'unanimité de ceux qui décident réellement pour condamner un accusé, & qu'on exige une pluralité de cinq voix dans chaque Tribunal ; si quatre Tribunaux déclarent l'accusé innocent à la pluralité de quatre voix, pluralité qui ne donne aucune décision, & que trois le déclarent coupable à la pluralité de cinq voix, qui suffit pour former une décision, il est évident qu'il sera condamné, ayant d'un côté une pluralité de seize voix en faveur de son innocence, de l'autre une pluralité seulement de quinze voix contre lui.

Une telle forme seroit nécessairement injuste ; ainsi il faudroit y mettre une nouvelle condition, comme, par exemple, que l'unanimité des décisions particulières ne formeroit une décision définitive que lorsque le nombre de ces décisions sera plus grand de tant d'unités que la moitié du nombre total des Tribunaux. Ainsi dans l'exemple proposé, si on exige qu'au moins quatre Tribunaux soient d'avis de condamner ; le cas le plus défavorable seroit celui où l'accusé seroit condamné, ayant d'un côté contre lui une pluralité de vingt voix, & pour lui une pluralité de douze, ce qui est équivalent à une pluralité de huit voix.

Si on se borne à exiger une certaine pluralité entre les décisions des Tribunaux, soit qu'on rejette les décisions

rendues à la pluralité inférieure, soit qu'on les admette comme rendues pour l'avis le plus favorable, on se trouve également exposé à adopter définitivement un avis qui auroit réellement la minorité : à la vérité on peut toujours prendre la pluralité exigée dans chaque Tribunal, le nombre des Tribunaux, la pluralité exigée entre leurs décisions, de manière que l'on ne soit pas exposé à cet inconvénient ; mais on sent qu'on ne peut y remédier qu'en diminuant beaucoup la probabilité d'avoir une décision.

On peut supposer le nombre des décisions indéfini, c'est-à-dire, prendre continuellement l'avis de différentes assemblées, 1.^o jusqu'à ce que l'on ait ou un nombre donné de décisions uniformes, en regardant comme nulles celles qui n'ont pas la pluralité exigée, & il est aisé de sentir que dans ce cas la décision finale peut être rendue avec une minorité indéfinie, en sorte que la limite de la probabilité de cette décision est zéro. Par exemple, soit 5 la pluralité exigée, & 8 le nombre des décisions conformes qu'on exige, la décision totale peut être produite par une pluralité de 8 fois 5 voix, ou 40 voix seulement ; mais on peut avoir un nombre indéfini de décisions contraires, regardées comme nulles à la pluralité de 4 voix, ce qui donne une pluralité indéfinie contre la décision finale. Il n'y a d'autre remède ici que de rejeter seulement comme nulles les décisions rendues pour l'opinion regardée comme défavorable avec une pluralité au-dessous de la pluralité exigée, & compter pour contradictoires aux premières les décisions rendues avec la plus petite pluralité en faveur de l'opinion favorable. Mais ce moyen auroit un autre inconvénient, celui de faire rejeter l'opinion défavorable, quoiqu'elle l'emportât sur l'autre d'une pluralité indéfinie ; ainsi l'on n'obtiendrait réellement la

probabilité de ne pas faire une injustice, une chose nuisible, qu'en s'exposant à ne pas rendre justice, à ne pas faire de bien, même lorsqu'on a l'assurance la plus grande de ne pas être trompé.

2.° On peut continuer de prendre les voix jusqu'à ce que l'on ait obtenu une certaine pluralité de décisions: si cette pluralité est fixe, comme on peut avoir un nombre indéfini de jugemens contradictoires, & que ceux qui finissent par avoir la pluralité, peuvent être rendus à une moindre majorité que les autres, on sera encore ici exposé à regarder comme légitime une décision rendue à une minorité indéfinie.

Si on demande une pluralité proportionnelle au nombre total de la suite des décisions, alors on pourra s'assurer de ne jamais avoir une décision réellement contraire à l'avis de la pluralité; mais pour cela, si la pluralité est d'un tiers, il faudra que la majorité exigée dans chaque décision, soit au moins de moitié du nombre des Votans; si la pluralité est d'un quart, il faut que la majorité soit au moins des trois cinquièmes.

Si enfin on suppose que l'on exige un nombre fixe de décisions consécutives, on pourra non-seulement avoir pour décision finale un jugement rendu à une minorité de voix indéfinie, mais aussi à une minorité également indéfinie de jugemens. Par exemple, si on demande trois décisions conformes, on peut avoir deux décisions *A*, une décision *N*, deux décisions *A*, une décision *N*, deux décisions *A* & trois *N*, & par conséquent la décision *N* l'emporteroit, quoiqu'il y ait eu six décisions *A*, & seulement cinq décisions *N*. Supposons que chaque décision ait été rendue par sept Juges, & qu'on exige une pluralité de trois voix, que *N* ait eu cinq fois cette pluralité, & *A* six fois l'unanimité, la décision sera rendue à la minorité de 15 voix contre 42.

Il faut observer que dans toutes ces hypothèses, on peut du moins, en multipliant le nombre des Votans, & lorsque la probabilité de la voix de chacun est au-dessus de certaines limites, parvenir à une très-grande probabilité de n'avoir pas une décision fautive, & même d'en avoir une vraie; en sorte qu'à cet égard ces formes n'ont d'autres inconvéniens que d'être plus compliquées & de rendre les décisions plus lentes à obtenir, inconvéniens auxquels on peut opposer l'avantage de former des assemblées plus petites, & si on peut les prendre dans les lieux séparés, de pouvoir les composer d'un plus grand nombre d'hommes éclairés.

Mais l'inconvénient qu'ont ces formes compliquées, d'exposer à suivre des décisions rendues avec la minorité, suffit pour les faire absolument rejeter, fût-on très-assuré que cet inconvénient ne doit presque jamais arriver: nous en avons dit les motifs ci-dessus, & ils sont ici d'autant plus forts que ceux qui ordonneroient l'exécution de pareilles décisions, agiroient, ou forceroient les autres d'agir contre le sentiment de la conscience, & feroient une injustice en connoissance de cause. Or, il est permis d'agir d'après une opinion, quoiqu'il devienne probable que sur un grand nombre d'actions, déterminées par le même principe, on en fera une injuste, pourvu que l'on ait pour chaque action en particulier une assurance suffisante qu'elle est conforme à la justice; mais cette conduite cesse d'être légitime, si dans la suite de ces actions il y en a telle en particulier dont on puisse connoître l'injustice.

Dans plusieurs pays, on décide les affaires par deux Tribunaux, l'un inférieur, l'autre supérieur, & on suit le vœu du dernier sans avoir égard à l'autorité du premier jugement. Des Tribunaux d'appel.
Si on considère cette forme de décision dans un sens abstrait,

puisque le jugement du dernier Tribunal est seul exécuté, on doit avoir les mêmes conclusions que si ce Tribunal avoit prononcé seul quant à la probabilité de n'avoir pas une décision fautive, d'en avoir une vraie, enfin d'en avoir une, vraie ou fautive : mais quant aux deux autres objets, savoir la probabilité de la décision, quand on fait qu'elle est rendue, & quel a été l'avis du premier Tribunal, ou bien quand on connoît la pluralité des deux Tribunaux & leur décision, il n'en est pas de même. Si les deux décisions sont conformes, la probabilité de la vérité de la décision est à la probabilité de l'erreur comme le produit des probabilités de la vérité de chaque décision au produit des probabilités de l'erreur de chacune. Ainsi, par exemple, si la probabilité de la vérité de la première décision est $\frac{9}{10}$, & celle de l'erreur $\frac{1}{10}$, la probabilité de la vérité de la seconde décision $\frac{99}{100}$, & $\frac{1}{100}$ celle de l'erreur, la probabilité de la vérité du jugement sera à celle de l'erreur comme 99 fois 9, ou 891 à 1, & par conséquent la probabilité de l'erreur sera $\frac{1}{892}$, & celle de la vérité $\frac{891}{892}$.

Si au contraire les deux décisions sont opposées, la probabilité de la vérité du jugement sera à celle de l'erreur, comme le produit de la probabilité de la vérité de la dernière décision par celle de l'erreur de la première, au produit de la probabilité de l'erreur de la seconde par celle de la vérité de la première, c'est-à-dire, dans le même exemple comme 99 à 9, ou comme 11 à 1; en sorte que la probabilité de la vérité sera seulement $\frac{11}{12}$, & celle de l'erreur $\frac{1}{12}$.

Supposons que la pluralité soit connue, alors si les deux décisions sont conformes, la probabilité sera dans le cas d'une égale probabilité de chaque voix, comme si l'on avoit eu

une

une pluralité égale à la somme des deux pluralités, & si les décisions sont contraires, comme si l'on avoit eu une pluralité égale à la différence de ces pluralités.

Dans le cas où les probabilités de chaque voix ne sont pas les mêmes dans les deux Tribunaux, on a, si les deux décisions sont conformes entr'elles, la probabilité de la vérité du jugement, comme pour la pluralité de tant de voix d'une telle probabilité chacune, plus tant d'autres d'une autre probabilité; & si les deux décisions sont contraires, comme pour la pluralité de tant de voix de la première probabilité, moins tant de voix d'une autre probabilité.

Par exemple, supposons les probabilités égales, & $\frac{4}{7}$ pour chaque voix dans les deux Tribunaux, que le premier ait une pluralité de 7 voix & le second une de 5, si les décisions sont conformes, la probabilité de la vérité sera $\frac{16,777,216}{16,777,217}$, ce qui donne une assurance très-grande: mais si elles sont opposées, la probabilité de la vérité de la décision devient dans le même exemple $\frac{1}{17}$, & celle de l'erreur $\frac{16}{17}$.

Si ces probabilités sont différentes, & qu'on suppose celle de chaque voix du premier Tribunal $\frac{2}{3}$, & celle de chaque voix du second $\frac{4}{7}$, la probabilité de la vérité du jugement, si les décisions sont conformes, sera $\frac{131072}{131073}$; & si elles sont différentes, la probabilité de la vérité ne sera que $\frac{8}{9}$.

On voit donc qu'il est absolument nécessaire dans ce cas, ou d'exiger du Tribunal supérieur une pluralité qui donne une assurance suffisante, même lorsqu'elle prononce contre l'unanimité du Tribunal inférieur, ce qui peut n'être pas compatible avec la nécessité d'avoir une grande probabilité d'obtenir une décision, ou bien il faudra que la pluralité exigée du

Tribunal supérieur soit suffisante seulement par elle-même quand son jugement est conforme à celui du premier Tribunal, & plus grande dans le cas contraire, de manière qu'il y ait toujours une assurance de la vérité du jugement supérieur, même quand il est rendu contre l'unanimité du premier.

Résultat
général.

On voit donc ici que la forme la plus propre à remplir toutes les conditions exigées, est en même temps la plus simple, celle où une assemblée unique, composée d'hommes éclairés, prononce seule un jugement à une pluralité telle, qu'on ait une assurance suffisante de la vérité du jugement, même lorsque la pluralité est la moindre, & il faut de plus que le nombre des Votans soit assez grand pour avoir une grande probabilité d'obtenir une décision.

Des Votans éclairés & une forme simple, sont les moyens de réunir le plus d'avantages. Les formes compliquées ne remédient point au défaut de lumières dans les Votans, ou n'y remédient qu'imparfaitement, ou même entraînent des inconvéniens plus grands que ceux qu'on a voulu éviter.

Des décisions
où le nombre
des avis pour
lesquels cha-
que Membre
peut voter, est
plus grand que
deux.

Jusqu'ici on a supposé qu'il ne pouvoit y avoir que deux avis, c'est-à-dire, qu'on délibérait sur la vérité d'une proposition simple ou de sa contradictoire: il reste à examiner les circonstances où le vœu ne se réduit pas à deux avis opposés.

On suppose
d'abord que le
troisième avis
est nul & ne
renferme au-
cune décision.

La première question qui se présente, est celle où l'on suppose que les Votans peuvent non-seulement voter pour ou contre une proposition, mais aussi déclarer qu'ils ne se croient pas assez instruits pour prononcer.

Alors le calcul conduit à trouver que si l'on ne tient aucun compte des voix qui prennent ce dernier parti, on pourra toujours obtenir, en prenant une pluralité convenable, une

probabilité aussi grande qu'on voudra de ne pas avoir une décision contraire à la vérité, & il en sera de même de la probabilité d'avoir une décision.

Mais on ne pourra avoir une probabilité au-dessus de $\frac{1}{2}$, ni d'avoir une décision vraie, ni que la décision rendue sera conforme à la vérité.

On ne pourra non plus avoir une probabilité suffisante de la vérité de la décision, en supposant la pluralité connue, quelque hypothèse de pluralité qu'on choisisse, parce qu'il y aura toujours des cas où cette probabilité pourra être au-dessous de $\frac{1}{2}$.

Cette conclusion est fondée sur un principe qui paroît incontestable; c'est que si ceux qui ont pris un parti se sont trompés en regardant la question comme assez éclaircie, on ne doit point regarder leur voix comme ayant la même probabilité que s'ils ne s'étoient pas trompés sur la première question, & même au contraire on doit supposer que la probabilité de la vérité de la décision qu'ils forment est moindre que celle de l'erreur.

Ainsi dans le cas où l'on admet ces trois avis, il faut non-seulement que celui qui obtient la préférence, ait sur l'avis contraire une pluralité suffisante: il faut de plus que la somme des voix qui prononcent sur le fond de la question ait aussi une pluralité suffisante sur le nombre des voix qui décident que la question n'est pas assez instruite. Mais il se présente de nouvelles difficultés dans cette manière de décider.

Supposons, par exemple, qu'il soit question de juger un accusé, & qu'on puisse porter les trois avis; l'accusé est coupable, l'accusé n'est pas coupable, l'instruction ne donne de preuves suffisantes ni du crime ni de l'innocence. On voit

d'abord que les voix qui opinent pour le second ou pour le troisième avis, doivent être également comptées pour faire renvoyer l'accusé, parce que l'on ne doit punir un accusé que lorsqu'on a une probabilité suffisante que son crime est prouvé. Si le renvoi de l'accusé doit entraîner des dédommagemens ou des peines pour ses accusateurs, alors on doit compter ensemble les voix qui sont pour le premier & le troisième avis, parce que l'accusation ne peut être jugée injuste, & regardée comme une véritable oppression que lorsque l'innocence de l'accusé se trouve avoir un certain degré de probabilité.

Si le Tribunal qui juge a droit d'ordonner une nouvelle instruction, & que le troisième avis s'entende dans ce sens; alors si les deux premiers ont ensemble une pluralité de voix suffisante, il faudra décider, d'après la pluralité, entre ces deux avis, parce que la voix de ceux qui regardent une nouvelle instruction comme nécessaire, ne doit être comptée ni pour ni contre.

L'humanité ou la justice ne peuvent exiger que ces voix soient comptées en faveur de l'accusé; parce qu'il est toujours possible d'exiger entre les voix de ceux qui ont jugé l'instruction complète, une pluralité qui donne une assurance suffisante pour la sûreté, & que ce moyen a l'avantage de donner la sûreté qu'exige la justice, & de moins diminuer la probabilité d'avoir une décision vraie.

Ce dernier cas est le seul où, pour cet exemple, la manière de voter que nous considérons ici, puisse être suivie.

On suppose
trois avis réel-
lement dif-
tincts.

Si on suppose ensuite que l'on ait trois avis distincts, & qu'on cherche, la probabilité de chaque avis étant connue, ou la probabilité d'avoir la pluralité d'un avis sur les deux,

& celle de la décision dans ce cas, ou la probabilité que, soit les deux autres, soit un seul des deux, n'aient pas la pluralité; on trouvera dans tous les cas qu'on peut donner aux décisions une forme telle, qu'en multipliant le nombre des Votans, la probabilité ait pour limite 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ou zéro.

Résultats
du calcul.

Car la limite $\frac{1}{3}$ se trouve ici lorsque les trois avis ont une égale probabilité & qu'il ne s'agit que d'une pluralité constante, & dans différens autres cas; comme la limite $\frac{1}{4}$ a lieu si l'on suppose quatre avis possibles.

Mais il ne suffit pas d'avoir des formules algébriques qui représentent la probabilité dans toutes ces hypothèses, il faut examiner ce que l'on doit entendre par la probabilité des avis.

Examen de la manière dont trois avis peuvent être formés, & la probabilité de chacun d'eux.

Lorsqu'il n'y a que deux avis, & qu'il s'agit de prononcer entre deux propositions contradictoires, dont l'une est vraie & l'autre fautive, si l'on connoît la probabilité que chaque Votant décidera plutôt en faveur de la vérité que de l'erreur, on connoît la probabilité que la décision à une pluralité donnée sera en faveur de la vérité, ou qu'il n'y aura pas de décision erronée, ou qu'il y aura une décision, ou qu'une décision rendue sera vraie plutôt que fautive.

Pour appliquer maintenant la même théorie à des propositions plus compliquées, il faut observer d'abord que toute proposition composée se réduit à un système de propositions simples, & que tous les avis que l'on peut former en délibérant sur cette proposition, sont égaux en nombre aux combinaisons qu'on peut faire de ces propositions & de leurs contradictoires.

Dans ce cas, chaque avis est une combinaison de propositions simples & de leurs contradictoires.

Ainsi, par exemple, si la proposition composée qu'on examine est formée de deux propositions simples, il y a quatre

avis possibles; si elle l'est de trois propositions simples, il y a huit avis possibles, seize pour quatre propositions simples, & ainsi de suite.

La probabilité de la voix de chaque Votant pour une proposition particulière étant supposée connue, la probabilité que son avis, composé de deux, de trois, de quatre propositions, sera vrai, est égale à la probabilité qu'il ne se trompera point dans deux, trois, quatre jugemens consécutifs: on aura ensuite pour le nombre des avis, où toutes les propositions seront vraies hors une, la probabilité de ces avis égale à celle qu'il ne se trompera qu'une fois sur deux, trois, quatre. On cherchera de même la probabilité qu'il n'y aura dans l'avis que deux propositions fausses, ce qui a lieu pour autant d'avis qu'il y a de combinaisons deux à deux dans les propositions, & elle sera égale à la probabilité que chaque Votant se trompera deux fois sur deux, sur trois, sur quatre jugemens, & ainsi de suite.

Ainsi on aura les différentes probabilités qu'on doit supposer à un avis entièrement conforme à la vérité, à un avis qui ne renferme qu'une, deux, trois erreurs; enfin à un avis entièrement erroné, & par conséquent on pourra trouver, par les formules précédentes, la probabilité d'avoir une décision vraie, ou celle de ne pas en avoir une fautive dans les différentes hypothèses de pluralité.

Considération qui rend défectueuse, dans ce cas, la manière ordinaire de prendre la pluralité des voix.

Mais il faut ici faire une observation importante. Il est très-possible que l'avis qui a la pluralité des voix, ne soit pas formé de propositions qui chacune aient réellement la pluralité, & cette réflexion rend absolument défectueuse la manière de former la décision à la pluralité des voix pour chaque avis, & d'en déterminer la probabilité d'après la méthode précédente.

En effet, on a seulement ici la pluralité relativement à chaque avis, considéré dans sa totalité, & la probabilité qui en résulte; & on fait abstraction de la pluralité pour chaque proposition en particulier, & de la probabilité que peuvent ajouter ou ôter à chaque proposition qui forme un avis, les voix qui, en portant d'autres avis, sont d'accord avec le premier avis, ou le contredisent sur chacune de ces propositions.

Or, on ne peut faire abstraction de cette considération sans erreur: un système de propositions n'est vrai que parce que chacune des propositions qui le forment est une vérité; & la probabilité du système ne peut être rigoureusement déduite que de la probabilité de chaque proposition en particulier.

Supposons, par exemple, que deux propositions A & a forment un avis, & que les deux propositions N & n en soient les deux contradictoires, il y aura quatre avis possibles; premier, A & a ; second, A & n ; troisième, N & a ; quatrième, N & n . Supposons maintenant qu'il y ait trente-trois Votans; que le nombre des voix pour le premier avis soit 11, 10 pour le second, 3 pour le troisième, 9 pour le dernier, & qu'en conséquence on se décide pour le premier.

Il est aisé de voir que ce premier avis est composé des deux propositions A & a ; que la proposition A est adoptée aussi par tous ceux qui ont été du second avis, & qu'ainsi elle a réellement en sa faveur 21 voix, & 12 contre elle. La proposition a est adoptée par tous ceux qui ont été du troisième avis; elle a donc 14 voix pour elle & 19 contre: par la même raison, la proposition N a 12 voix pour elle, & la proposition n en a 19. Ce sont donc les deux propositions

A & n qui doivent l'emporter, & le second avis, & non le premier, qui a réellement la pluralité.

Moyens de
remédier à cet
inconvenient.

Il suit de cette observation, 1.^o que pour avoir à la pluralité des voix une décision qui mérite de la confiance, il est absolument nécessaire de réduire tous les avis de manière qu'ils représentent d'une manière distincte les différentes combinaisons qui peuvent naître d'un système de propositions simples & de leurs contradictoires.

2.^o Que comptant ensuite séparément toutes les voix données en faveur de chacune de ces propositions ou de sa contradictoire, il faut prendre celle des deux qui a la pluralité, & former de toutes ces propositions l'avis qui doit prévaloir.

3.^o Qu'il est indifférent dans ce cas, de prendre les voix sur tout le système, ou de les prendre successivement sur chaque proposition.

Il est inutile d'entrer dans aucun détail sur la manière de régler la pluralité. En effet, il est évident qu'il faut s'assurer à la fois pour chaque proposition, & ensuite pour le système entier, de remplir les conditions nécessaires à toutes les espèces de décision.

Plus la question sera compliquée, plus elle renfermera de propositions simples; plus aussi il sera difficile de remplir ces conditions & d'avoir une probabilité suffisante d'obtenir une décision vraie, & que la décision rendue est conforme à la vérité; & le besoin de ne confier la décision qu'à des hommes assez éclairés pour que la probabilité de la voix de chaque Votant soit très-grande, est encore plus indispensable ici que dans le cas où il s'agit de prononcer sur une simple proposition.

Si

Si ces propositions, dont les combinaisons forment les différens avis, étoient toujours telles qu'aucune de ces combinaisons mathématiquement possibles ne renfermât une contradiction, nous n'aurions rien à ajouter ici, mais cela n'a lieu en général que lorsque les propositions sont indépendantes l'une de l'autre.

Examen du cas où parmi les combinaisons des systèmes de propositions simples, il s'en trouve qui renferment une contradiction.

Si elles sont liées entr'elles, il peut y avoir des combinaisons renfermant des contradictions dans les termes.

Par exemple, 1.° si ces combinaisons renferment deux propositions qui ne peuvent subsister ensemble; ce qui a lieu lorsqu'une proposition d'un des systèmes de propositions contradictoires deux à deux, est une proposition contraire à une des propositions d'un autre système.

2.° Si deux des propositions qui entrent dans une combinaison, conduisent à une conclusion qui ne peut être vraie en même temps qu'une troisième proposition, qui fait aussi partie de la même combinaison.

Outre ces contradictions, qui sont rigoureusement dans les termes, il peut exister entre deux propositions de la même combinaison, ou bien entre une proposition & la conclusion de deux autres, une opposition suffisante pour rejeter la combinaison; comme, par exemple, si ces propositions ne peuvent subsister ensemble sans qu'il en résulte une conséquence contraire à une vérité reconnue.

Il peut arriver encore que plusieurs des combinaisons possibles conduisent aux mêmes résultats, & qu'ainsi elles puissent être censées former un seul avis.

Par ces deux raisons, quoique les combinaisons qui naissent des systèmes de propositions contradictoires deux à deux, soient toujours une puissance de 2, dont l'exposant est

égal au nombre des systèmes de propositions contradictoires, ou des propositions qui entrent dans chaque avis, c'est-à-dire 2 s'il est formé d'une seule proposition, 4 s'il l'est de deux, 8 s'il l'est de trois, & ainsi de suite, les avis pourront se réduire absolument, ou seulement, quant aux résultats, à un moindre nombre qui ne soit pas une puissance de 2, ou compris dans la suite des nombres 2, 4, 8, 16, &c. Mais il n'en est pas moins nécessaire d'analyser chaque avis, afin de connoître quelles propositions l'ont formé, & de pouvoir juger quelles combinaisons des propositions a réellement la pluralité, & quelle probabilité en résulte.

1.^{er} exemple,
d'un jugement
criminel, où
l'on peut vo-
ter, comme à
Rome, par le
non liquet.

Quelques exemples serviront à mieux faire entendre ces principes.

Je suppose que l'on ait à délibérer entre les trois avis suivans.

Il est prouvé qu'un tel accusé est coupable.

Il est prouvé qu'il est innocent.

Ni l'un ni l'autre n'est suffisamment prouvé.

On voit clairement ici deux systèmes de propositions contradictoires entr'elles.

Premier Système.

(A) Il est prouvé que l'accusé est coupable.

(N) Il n'est pas prouvé que l'accusé soit coupable.

Second Système.

(a) Il est prouvé que l'accusé est innocent.

(n) Il n'est pas prouvé que l'accusé soit innocent.

Nous avons donc quatre combinaisons.

1.^o Les deux propositions A & a; mais ces deux propositions

sont évidemment contraires l'une à l'autre, & par conséquent cette combinaison est absurde.

2.° La combinaison A & n , la proposition n est renfermée dans la proposition A ; ainsi cette combinaison se réduit à l'avis, il est prouvé que l'accusé est coupable.

3.° La combinaison N & a , la proposition a renferme la proposition N , & cette combinaison forme l'avis, il est prouvé que l'accusé est innocent.

4.° Enfin la combinaison N & n , d'où résulte l'avis, il n'est prouvé ni que l'accusé soit innocent ni qu'il soit coupable.

Supposons maintenant que le premier avis ait 11 voix en sa faveur, le second 7, & le troisième 6, nous aurons onze voix pour la proposition A & treize pour la proposition N , sept voix pour la proposition a & dix-sept pour la proposition n : ce sera donc le troisième avis qui doit avoir la pluralité, quoiqu'en comptant les avis à la manière ordinaire, il parût avoir la minorité.

Dans cet exemple, quelque proportion qu'on suppose dans le nombre des voix, on ne pourra avoir en même temps la pluralité en faveur des deux propositions contraires A & a : le résultat de la votation sera toujours une décision pour un des trois avis possibles, & la même chose aura lieu pour tous les cas où de quatre combinaisons possibles entre deux systèmes de propositions simples, une des combinaisons sera exclue, parce qu'elle contient deux propositions contraires.

Il paroît d'abord absolument indifférent, ou d'aller deux fois aux voix sur chaque proposition simple, ou d'y aller une seule fois sur chacun des trois avis; mais cette parité n'est exacte qu'autant qu'on suppose qu'en prenant deux fois les

Manière d'avoir dans ce cas l'avis de la pluralité.

voix, il n'arrive jamais à aucun des Votans d'être successivement de deux avis contraires. Or cela peut arriver, surtout si on recueille les voix par scrutin, & par conséquent il vaut mieux faire prononcer chacun pour un des trois avis, & ensuite, par un calcul très-simple, déduire du nombre des voix de chacun le véritable résultat de la décision. Cette remarque s'étend généralement à tous les cas semblables.

Inconvénient de celle qui est en usage dans plusieurs pays.

On a senti dans plusieurs pays, & particulièrement dans les Tribunaux de France, que souvent l'avis qui avoit le plus de voix, n'étoit pas véritablement l'avis de la pluralité, & l'on a imaginé d'y remédier, en prenant deux des avis qui ont le plus grand nombre de voix, & en obligeant les Votans de se partager entre ces avis.

Ce que nous avons dit suffit pour montrer que cette méthode ne remédie qu'en partie aux inconvéniens.

1.^o Elle a celui d'obliger les Votans à se ranger à un avis qui n'est pas le leur, & à voter non selon la vérité, mais selon les inconvéniens qu'ils croient apercevoir dans les partis entre lesquels ils sont obligés de se partager.

2.^o Il peut même arriver que la pluralité réelle ne soit en faveur d'aucun des deux avis qui ont le plus de voix, comme dans l'exemple que nous avons choisi.

2.^d Exemple, d'une décision sur la justice de restrictions mises à la liberté du commerce.

Passons ensuite à un exemple plus compliqué: supposons que les trois avis soient,

1.^o Toute restriction mise à la liberté du commerce, est injuste.

2.^o Les restrictions mises à la liberté du commerce par des loix générales, sont les seules qui soient justes.

3.^o Les restrictions à la liberté, mises par des ordres particuliers, peuvent aussi être justes.

On est obligé ici de prendre trois systèmes de propositions.

(1.°) *A*, toute restriction est injuste.

N, il peut y avoir des restrictions justes.

(2.°) *a*, les restrictions mises par des loix générales, peuvent être justes.

n, les restrictions mises par des loix générales, ne sont pas justes.

(3.°) *a*, les restrictions mises par des ordres particuliers, peuvent être justes.

v, les restrictions mises par des ordres particuliers, ne peuvent être justes. Ce qui donne huit combinaisons mathématiquement possibles, formées par les propositions

(I) *A, a, a*, (II) *A, a, v*, (III) *A, n, a*, (IV) *A, n, v*,

(V) *N, a, a*, (VI) *N, a, v*, (VII) *N, n, a*, (VIII) *N, n, v*.

Ces lettres désignent ici les propositions auxquelles elles répondent, & qui forment chaque système.

De ces huit combinaisons il faut rejeter les trois premières, parce qu'elles renferment des propositions qui sont contraires entr'elles.

La quatrième se réduit au premier avis, il ne peut y avoir de restrictions justes.

La cinquième donne le troisième avis, les restrictions mises par des ordres particuliers peuvent être justes, comme celles qui sont mises par des loix générales.

La sixième donne le second avis, les restrictions mises par des loix générales sont les seules justes.

La septième doit être rejetée, parce qu'elle contient les deux propositions; les restrictions mises par des loix générales sont injustes; celles qui sont mises par des ordres particuliers peuvent être justes, ce qui paroît contraire à la raison.

La huitième doit être rejetée aussi, parce que les deux propositions, les restrictions mises par des loix générales sont injustes, les restrictions mises par des ordres particuliers sont injustes, conduisent à la conclusion, toute restriction est injuste; proposition qui ne pourroit subsister avec la première proposition de ce système; il peut y avoir des restrictions justes.

Si donc le premier avis a eu 15 voix, le second 11, & le troisième 12, la proposition *A* aura réellement 15 voix, & la proposition *N* 23; la proposition *a* 23 voix, & la proposition *n* 15 voix; la proposition *a* 12 voix, & la proposition *v* 26 voix; la combinaison qui doit l'emporter sera donc composée des propositions *N*, *a* & *v*, ce qui est le second avis, & précisément celui qui paroïssoit avoir le moins de voix.

On trouve encore dans cet exemple, & dans tous ceux où les huit avis seront réduits à trois par de semblables raisons, que les trois propositions, qui ont chacune la pluralité, appartiennent toujours à des systèmes possibles.

3.^e Exemple, de la décision d'une question, où l'avis qu'il n'y a pas eu preuves suffisantes, & les deux avis sur la question elle-même sont également admis.

On aura de même la solution des autres cas; par exemple, celui où les Votans qui adoptent une des propositions contradictoires sur une première question, ne peuvent avoir un avis sur la seconde, comme si l'on délibère sur ce système de quatre propositions.

Les preuves acquises sont suffisantes pour décider.

Les preuves acquises ne sont pas suffisantes.

Et ensuite les deux propositions contradictoires sur la question en elle-même: alors il est clair que ceux qui ont voté pour la proposition, les preuves ne sont pas suffisantes, ne peuvent voter sur la seconde question, Ainsi, dans le cas où, lorsqu'il n'y a pas de preuves suffisantes, la justice

n'oblige pas à préférer l'un des deux partis à l'autre; il est clair que si la proposition, les preuves sont suffisantes à la pluralité des voix, il faudra décider la deuxième question à la pluralité prise entre les seuls Votans qui ont été de cet avis.

On pourroit objecter ici qu'il peut arriver que la pluralité, soit en faveur de l'existence de preuves suffisantes, soit en faveur d'un des deux partis, soit si petite que la probabilité de la décision devienne inférieure même à celle de la première opinion, *il n'y a pas de preuves suffisantes*, & que dans ce cas on ne doit adopter aucune décision; qu'enfin il faut alors conclure, non *que les preuves ne suffisent pas*, mais que la proposition qu'elles sont insuffisantes quoiqu'improbable, l'est encore moins qu'aucune des propositions qui prononcent sur la question en elle-même.

Mais il est aisé de répondre, que du moment où la proposition que l'on a des preuves suffisantes est la plus probable, tout ce qu'on doit conclure du plus ou moins de probabilité de cette opinion, c'est que l'avis de ceux qui décident sur le fond de la question, est aussi plus ou moins probable: la probabilité de leur décision prise à la pluralité, sera donc plus ou moins grande, mais toujours plus probable que la décision contradictoire, & plus grande que $\frac{1}{2}$, & par conséquent dans les cas où il y auroit autant d'inconvénient à ne pas décider qu'à se tromper sur le parti qu'on prendra, il faut alors préférer la décision rendue à la pluralité des voix.

Dans les autres cas au contraire, comme il seroit difficile de soumettre au calcul la diminution de probabilité qui résulte pour l'avis de chacun, de l'incertitude s'il ne s'est pas trompé en prononçant que les preuves sont suffisantes, on suivra la

méthode que nous avons exposée ci-dessus, page xliij, & qui conduit à une probabilité suffisante.

4.^e Exemple,
d'une élection
entre trois
Candidats.

Il nous reste à donner un dernier exemple: c'est le cas d'une élection entre trois candidats, que nous nommerons A, B, C .

Il est clair d'abord que celui qui donne sa voix pour A , prononce les deux propositions,

A vaut mieux que B ,

A vaut mieux que C ;

celui qui vote pour B , les deux propositions,

B vaut mieux que A ,

B vaut mieux que C ;

celui qui vote pour C , les deux propositions,

C vaut mieux que A ,

C vaut mieux que B .

Nous avons donc ici trois systèmes de propositions contradictoires.

A, A vaut mieux que B ,

N, B vaut mieux que A ,

a, A vaut mieux que C ,

n, C vaut mieux que A ,

a, B vaut mieux que C ,

n, C vaut mieux que B ;

ce qui produit huit combinaisons mathématiquement possibles.

(I) Aaa , (II) Aav , (III) Ana , (IV) Anv ,

(V) Naa , (VI) Nav , (VII) Nna , (VIII) Nnv .

De ces combinaisons, la première, formée des trois propositions Aaa , ou

A vaut mieux que B ,

A vaut

A vaut mieux que *C*,

B vaut mieux que *C*,

forme un vœu en faveur de *A*.

La seconde, formée des trois propositions *Aav*, ou

A vaut mieux que *B*,

A vaut mieux que *C*,

C vaut mieux que *B*,

renferme encore un vœu en faveur de *A*,

La troisième, formée des trois propositions *Ana*, ou

A vaut mieux que *B*,

C vaut mieux que *A*,

B vaut mieux que *C*,

est évidemment telle, que de deux quelconques des trois propositions qui la forment, résulte une conclusion contraire à la troisième.

La quatrième combinaison, formée des propositions *Anv*, ou

A vaut mieux que *B*,

C vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *B*,

exprime un vœu en faveur de *C*.

La cinquième, formée des propositions *Naa*, ou

B vaut mieux que *A*,

A vaut mieux que *C*,

B vaut mieux que *C*,

exprime un vœu en faveur de *B*.

La sixième, formée des propositions *Nav*, ou

B vaut mieux que *A*,

A vaut mieux que *C*,

C vaut mieux que *B*,

est telle que comme dans la troisième, deux quelconques

des trois propositions qui la forment, renferment une conclusion contraire à la troisième.

La septième combinaison, formée des propositions *Naa*, ou

B vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *A*,

B vaut mieux que *C*,

renferme un vœu en faveur de *B*;

La huitième combinaison, formée des propositions *Nnr*,

ou

B vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *B*,

exprime un vœu en faveur de *C*.

Nous aurons donc les deux combinaisons I & II en faveur de *A*, les deux combinaisons V & VII en faveur de *B*, les deux combinaisons IV & VIII en faveur de *C*, enfin les deux combinaisons III & VI, qui donnent un résultat contradictoire.

La méthode employée dans les élections ordinaires, est défectueuse.

Cela posé, il est aisé de voir d'abord que la manière employée dans les élections ordinaires est défectueuse. En effet, chaque Votant se borne à nommer celui qu'il préfère: ainsi dans l'exemple de trois Candidats, celui qui vote pour *A*, n'énonce pas son vœu sur la préférence entre *B* & *C*, & ainsi des autres. Or, il peut résulter de cette manière de voter une décision réellement contraire à la pluralité.

Supposons, par exemple, 60 Votans, dont 23 en faveur de *A*, 19 en faveur de *B* & 18 en faveur de *C*; supposons ensuite que les 23 Votans pour *A* auroient décidé unanimement que *C* vaut mieux que *B*; que les 19 Votans pour *B* auroient décidé que *C* vaut mieux que *A*; qu'enfin des 18

Votans pour *C*, 16 auroient décidé que *B* vaut mieux que *A*,
& 2 seulement que *A* vaut mieux que *B*.

On auroit donc, 1.° 35 voix pour la proposition *B* vaut mieux que *A*, & 25 pour la proposition contradictoire.

2.° 37 voix pour la proposition *C* vaut mieux que *A*,
& 23 pour la proposition contradictoire.

3.° 41 voix pour la proposition *C* vaut mieux que *B*,
& 19 pour la proposition contradictoire.

Nous aurions donc le système des trois propositions qui ont la pluralité, formé de trois propositions.

B vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *B*,

qui renferme un vœu en faveur de *C*.

De plus, nous aurions les deux propositions qui forment le vœu en faveur de *C*.

C vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *B*,

décidées l'une à la pluralité de 37 contre 23, l'autre à la pluralité de 41 contre 19.

Les deux propositions qui forment le vœu en faveur de *B*,

B vaut mieux que *A*,

B vaut mieux que *C*,

décidées l'une à la pluralité de 35 voix contre 25, l'autre à la minorité de 19 contre 41.

Enfin les deux propositions qui forment un vœu en faveur de *A*.

A vaut mieux que *B*,

A vaut mieux que *C*,

décidées à la minorité, l'une de 25 voix contre 35, l'autre de 23 voix contre 37.

Ainsi celui des Candidats qui auroit réellement le vœu de la pluralité, seroit précisément celui qui, en suivant la méthode ordinaire, auroit eu le moins de voix.

Tandis que *A* qui, suivant la forme ordinaire, auroit eu le plus de voix, se trouve être celui au contraire qui dans la réalité a été le plus éloigné d'avoir le vœu de la pluralité.

On voit donc déjà que l'on doit rejeter la forme d'élection adoptée généralement: si on devoit la conserver, ce ne pourroit être que dans le cas où l'on ne seroit pas obligé d'élire sur le champ, & où l'on pourroit exiger de ne regarder pour élu que celui qui auroit réuni plus de la moitié des voix. Dans ce cas même, cette forme a encore l'inconvénient d'exposer à regarder comme non élu celui qui auroit eu réellement une très-grande pluralité.

Méthode qu'il
faut y substituer.

Ainsi l'on devoit en général substituer à cette forme celle dans laquelle chaque Votant, exprimant l'ordre suivant lequel il place les Candidats, prononceroit à la fois sur la préférence respectue qu'il leur accorde.

On tireroit de cet ordre les trois propositions qui doivent former chaque avis, s'il y a trois Candidats; les six propositions qui doivent former chaque avis, s'il y a quatre Candidats, les dix s'il y en a cinq, &c. en comparant les voix en faveur de chacune de ces propositions ou de sa contradictoire.

On auroit par ce moyen le système de propositions, qui seroit formé à la pluralité parmi les 8 systèmes possibles pour trois Candidats, les 64 systèmes possibles pour quatre Candidats, les 1024 systèmes possibles pour cinq Candidats & si on considère seulement ceux qui n'impliquent pas

contradiction, il n'y en aura que 6 possibles pour trois Candidats, 24 pour quatre, 120 pour cinq, & ainsi de suite.

On peut demander maintenant si la pluralité peut avoir lieu en faveur d'un de ces systèmes contradictoires, & on trouvera que cela est possible.

Supposons en effet que dans l'exemple déjà choisi, où l'on a 23 voix pour *A*, 19 pour *B*, 18 pour *C*, les 23 voix pour *A* soient pour la proposition *B* vaut mieux que *C*; cette proposition aura une pluralité de 42 voix contre 18.

Supposons ensuite que des 19 voix en faveur de *B*, il y en ait 17 pour *C* vaut mieux que *A*, & 2 pour la proposition contradictoire; cette proposition *C* vaut mieux que *A* aura une pluralité de 35 voix contre 25. Supposons enfin que des 18 voix pour *C*, 10 soient pour la proposition *A* vaut mieux que *B*, & 8 pour la proposition contradictoire, nous aurons une pluralité de 33 voix contre 27 en faveur de la proposition *A* vaut mieux que *B*. Le système qui obtient la pluralité sera donc composé des trois propositions,

A vaut mieux que *B*,
C vaut mieux que *A*,
B vaut mieux que *C*.

Ce système est le troisième, & un de ceux qui impliquent contradiction.

Nous examinerons donc le résultat de cette forme d'élection, 1.° en n'ayant aucun égard à ces combinaisons contradictoires, 2.° en y ayant égard.

Nous avons vu que des 6 systèmes possibles réellement, il y en avoit 2 en faveur de *A*, 2 en faveur de *B*, 2 en faveur de *C*.

Ainsi dans un des exemples précédens, où nous avons supposé que sur 60 voix, la proposition

A vaut mieux que *B*,

avoit 25 voix contre 35; la proposition

A vaut mieux que *C*,

23 voix contre 37; la proposition

B vaut mieux que *C*,

19 voix contre 41: la pluralité est en faveur du système VIII, formé des trois propositions

B vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *B*,

dont la première a la pluralité de 35 voix contre 25; la seconde, celle de 37 voix contre 23; la troisième, celle de 41 voix contre 19.

Et l'on aura, d'après la probabilité de la voix de chaque Votant, celle que ce système est conforme à la vérité.

Mais le quatrième système, formé des propositions

A vaut mieux que *B*,

C vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *B*,

conduit de même à un résultat en faveur de *C*, & la combinaison des deux systèmes donne les deux propositions

C vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *B*,

l'une à la pluralité de 37 voix contre 23, l'autre à la pluralité de 41 voix contre 19.

Or, nous demandons maintenant si nous devons regarder le vœu comme donné en faveur de *C*, seulement parce que le système des trois propositions qui ont la pluralité,

renferme ce vœu, ou parce que des trois résultats que donnent les six systèmes pris deux à deux, celui qui est en faveur de *C* est le plus probable.

Cette question seroit peu importante si ce résultat étoit toujours le même, comme dans cet exemple, mais il n'est pas toujours le même. En effet, supposons que des 23 voix en faveur de *A*, 13 aient adopté la proposition

C vaut mieux que *B*,

& 10 la proposition

B vaut mieux que *C*;

que des 19 voix en faveur de *B*, 13 aient adopté la proposition

C vaut mieux que *A*,

& 6 la proposition

A vaut mieux que *C*;

qu'enfin les 18 voix en faveur de *C* aient adopté la proposition

B vaut mieux que *A*.

Le système qui résulteroit de la pluralité, seroit formé des trois propositions

B vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *B*,

la première ayant une pluralité de 37 voix contre 23, les deux autres une pluralité de 31 voix contre 29, & ce système renferme un vœu en faveur de *C*.

Mais dans le même exemple, le résultat de toutes les combinaisons en faveur de *C* est formé des deux propositions

C vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *B*,

qui ont chacune une pluralité de 31 voix contre 29; mais le résultat des combinaisons en faveur de *B* est formé des deux propositions

B vaut mieux que *A*,

B vaut mieux que *C*,

dont la première a une pluralité de 37 voix contre 23, & la seconde une minorité de 29 voix contre 31.

Or, la probabilité de chaque voix peut être telle que celle de la vérité de ces deux propositions surpasse celle des propositions

C vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *B*,

& il paroît en résulter une probabilité en faveur de *B*, tandis qu'en s'en tenant au système de trois propositions le plus probable, on a une décision en faveur de *C*.

Pour résoudre cette difficulté, nous observerons, 1.^o que dans ce cas il est clair que *A* ne doit pas avoir la préférence, puisqu'il n'a pour lui que la minorité, soit qu'on le compare à *B*, soit qu'on le compare à *C* (ce qui a lieu dans tous les cas semblables) : c'est donc entre *B* & *C* qu'il reste à choisir. Or, la proposition *B* vaut mieux que *C*, a la minorité; donc on doit regarder le vœu de la pluralité comme porté en faveur de *C*.

2.^o Celui qui prononceroit en faveur de *C*, feroit le raisonnement suivant: j'ai lieu de croire que *C* vaut mieux que *A*; j'ai aussi lieu de croire que *C* vaut mieux que *B*; donc je dois croire que *C* vaut mieux que *A* & que *B*. Celui au contraire qui prononceroit en faveur de *B*, feroit le raisonnement suivant: j'ai lieu de croire que *B* vaut mieux que *A*; j'ai aussi lieu de croire que *C* vaut mieux que *B*; donc je
dois

dois croire que *B* vaut mieux que *C*; conclusion qui paroît absurde.

Le résultat du calcul paroîtroit donc en contradiction avec le simple raisonnement, dans le cas où l'on adopteroit pour former la décision, non le système le plus probable, mais le résultat des deux systèmes favorables à un même Candidat, qui seroit le plus probable.

D'ailleurs si on examine le résultat du calcul, on voit que si la combinaison

B vaut mieux que *A*,

B vaut mieux que *C*,

est plus probable que la combinaison

C vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *B*,

quoique la dernière soit formée de deux propositions qui ont la pluralité, c'est uniquement parce que si on adopte la seconde, on se trompera plus souvent en préférant *C* à *A*, que dans la première en préférant *B* à *A*.

On risquera donc plus souvent de se tromper en interprétant le vœu de la décision en faveur de *C* qu'en l'interprétant en faveur de *B*, mais c'est uniquement parce que l'on se fera trompé en n'accordant pas la préférence à *A*. Il est donc naturel de préférer *C* à *B* du moment où l'exclusion de *A* doit avoir lieu.

Il résulte de ce qu'on vient d'exposer, qu'il faut faire en sorte que les assemblées chargées d'élire, soient formées de manière qu'on soit rarement exposé à n'avoir qu'une pluralité qui conduise à une décision de la nature de celle que nous venons de discuter; ce qui est d'autant plus nécessaire, que du moment où une proposition

C vaut mieux que *B*
 a la pluralité, la proposition
B vaut mieux que *A*,
 ne peut avoir une plus grande pluralité que la proposition
C vaut mieux que *A*,
 sans indiquer une incertitude dans les opinions.

Dans le cas d'ailleurs où l'on a une décision de cette espèce, il faut, si la nature des places qu'on donne par élection le permet, ne pas regarder l'élection comme terminée, & exiger pour élire *C*, par exemple, que les deux propositions

C vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *B*,

soient les deux qui aient la plus grande pluralité, ou bien que le système,

C vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *B*,

ait une pluralité au-dessus de $\frac{1}{2}$.

Dans le cas où l'on est forcé d'élire, comme on ne peut en général éviter l'inconvénient de ces décisions, qu'on peut appeler équivoques, sinon en exigeant une grande pluralité, ou en ne confiant l'élection qu'à des hommes très-éclairés, le second moyen est le seul qu'on puisse employer; & lorsqu'il est impossible d'avoir des Votans assez éclairés, il ne faut admettre au nombre des Candidats que des hommes dont la capacité soit assez certaine pour mettre à l'abri des inconvéniens d'un mauvais choix.

Ces précautions une fois prises, on regardera comme élu par la pluralité des Votans celui pour lequel les deux propositions qui forment un vœu en sa faveur, ont chacune la

pluralité, ce qui est la même chose que d'adopter le système formé par les trois propositions qui ont la pluralité. Au reste, ce cas d'une décision équivoque ne peut avoir lieu, à moins que la décision résultante de la pluralité n'ait une probabilité moindre que $\frac{71}{100}$, ce qui en exige une très-petite pour chaque Votant.

Supposons maintenant que les trois propositions qui ont la pluralité forment un des deux systèmes contradictoires; s'il n'y a pas nécessité d'élire, on regardera la décision comme nulle; mais s'il y a nécessité d'élire, on se conformera à la décision qui résulte des deux propositions les plus probables. Car il est aisé de voir, comme nous l'avons remarqué, que deux quelconques des trois propositions, forment alors une décision contradictoire avec la troisième; & que, par exemple, dans le système III, formé des trois propositions

A vaut mieux que *B*,

C vaut mieux que *A*,

B vaut mieux que *C*,

les deux premières donnent un vœu en faveur de *C*, la première & la troisième, un vœu en faveur de *A*, la deuxième & la troisième un vœu en faveur de *C*. Or, soit la proposition *B* vaut mieux que *C* celle qui a la moindre probabilité, & *A* vaut mieux que *B* celle qui en a la plus grande; il est clair que ces deux propositions,

B vaut mieux que *C*,

B vaut mieux que *A*,

ont chacune une moindre probabilité que les deux propositions

A vaut mieux que *B*,

A vaut mieux que *C*.

B doit donc être exclus; mais entre *A* & *C*, *C* doit avoir la

préférence, puisque la proposition

C vaut mieux que A

a la pluralité.

Si c'est la proposition

C vaut mieux que A

qui a la plus grande pluralité; on trouvera que dans les combinaisons

C vaut mieux que A ,

C vaut mieux que B ,

B vaut mieux que C ,

B vaut mieux que A ,

les deux propositions qui forment la première, ont chacune une plus grande pluralité ou une moindre minorité que celles qui forment la seconde; donc C doit être préféré à B ; mais entre C & A , C doit avoir la préférence; donc c'est en faveur de C que le vœu doit s'interpréter.

Observons enfin que ces systèmes contradictoires ne peuvent se présenter sans indiquer de l'incertitude dans les opinions, & ils n'auront lieu, ni si les voix étant prises à l'ordinaire, un des Candidats a plus de la moitié des voix, ni si l'on exige pour admettre les propositions qui forment le vœu, une pluralité d'un tiers.

Il résulte de toutes les réflexions que nous venons de faire; cette règle générale, que toutes les fois qu'on est forcé d'élire, il faut prendre successivement toutes les propositions qui ont la pluralité, en commençant par celles qui ont la plus grande, & prononcer d'après le résultat que forment ces premières propositions, aussi-tôt qu'elles en forment un, sans avoir égard aux propositions moins probables qui les suivent.

Si par ce moyen on n'obtient pas le résultat le moins sujet

à l'erreur, ou un résultat dont la probabilité soit au-dessus de $\frac{1}{2}$, & formé de deux propositions plus probables que leurs contradictoires, on aura du moins celui qui n'oblige pas à adopter les propositions les moins probables, & duquel il résulte une moindre injustice entre les Candidats, considérés deux à deux. Nous reviendrons sur cet objet dans la cinquième Partie.

On ne trouve ici qu'un essai très-imparfait de la théorie des décisions rendues sur des propositions compliquées, & de celle des élections : il en résulte que pour réunir les deux conditions essentielles à toute décision, la probabilité d'avoir une décision, & celle que la décision obtenue sera vraie, il faut, 1.^o dans le cas des décisions sur des questions compliquées, faire en sorte que le système des propositions simples qui les forment soit rigoureusement développé, que chaque avis possible soit bien exposé, que la voix de chaque Votant soit prise sur chacune des propositions qui forment cet avis, & non sur le résultat seul. La manière de proposer la question à décider est donc très-importante ; la fonction d'établir cette question est donc une des fonctions les plus délicates & les plus difficiles que le Corps, chargé de décider, ou ceux qui l'ont établi, puissent confier. Cependant chez les Anciens, & même chez les Modernes, elle a été presque par-tout abandonnée au hasard, ou donnée comme un pouvoir, un droit attaché à une dignité, & non imposée comme un devoir qui exige de la sagacité & de la justesse.

2.^o Il faut de plus que les Votans soient éclairés, & d'autant plus éclairés, que les questions qu'ils décident sont plus compliquées ; sans cela on trouvera bien une forme de décision qui préservera de la crainte d'une décision fautive, mais qui

Résultat
général.

en même temps rendant toute décision presque impossible, ne sera qu'un moyen de perpétuer les abus & les mauvaises loix. Ainsi la forme des assemblées qui décident du sort des hommes, est bien moins importante pour leur bonheur que les lumières de ceux qui les composent : & les progrès de la raison contribueront plus au bien des Peuples que la forme des constitutions politiques.

Analyse de la seconde Partie.

NOUS avons supposé dans la première Partie, que l'on connoissoit la probabilité de la voix de chacun des hommes qui formoient une assemblée, le nombre des Votans, la pluralité exigée ; & nous avons cherché à déterminer la probabilité, 1.^o qu'il n'y auroit pas une décision contraire à la vérité, 2.^o qu'il y auroit une décision, 3.^o qu'il y auroit une décision conforme à la vérité, 4.^o qu'une décision rendue seroit vraie, en supposant que la pluralité qu'elle a obtenue n'est pas connue, 5.^o qu'une décision, dont la pluralité est donnée, sera vraie ; 6.^o que la décision est vraie dans le cas de la moindre pluralité.

Il est aisé de voir que la première & la troisième de ces probabilités étant connues, on a la seconde & la quatrième.

En effet, la probabilité qu'une décision est vraie, est égale à celle d'avoir une décision vraie, si on prend pour le nombre total de combinaisons celles qui donnent une décision vraie ou fautive, & si on fait abstraction de celles qui ne donnent aucune décision. La probabilité d'avoir une décision est égale à celle d'avoir une décision vraie, plus celle d'avoir une décision fautive, & l'on a cette dernière probabilité en

retranchant du nombre total des combinaisons celles qui ne donnent pas une décision fausse.

La cinquième & la sixième probabilité ne diffèrent entre elles que par le nombre qui exprime la pluralité, & doivent être regardées comme des quantités de la même forme dans les discussions mathématiques.

On suppose donc dans cette seconde Partie, que l'une de ces trois probabilités est connue, & de plus, que de ces trois choses, le nombre des Votans, la pluralité & la probabilité de chaque voix, on en connoît deux, & on cherche à déterminer la troisième, & en même temps ce qui en est une suite, les deux autres probabilités encore inconnues.

Objet de cette seconde Partie.

Comme dans plusieurs de ces questions on ne peut obtenir, par les méthodes de calcul connues, des valeurs exactes des quantités cherchées, on y supplée par des méthodes d'approximation, au moyen desquelles on obtient ces valeurs avec une précision suffisante dans la pratique.

Les probabilités que nous regardons ici comme connues, peuvent être données d'après les observations faites sur des décisions déjà rendues, ou bien l'on peut supposer qu'elles ont une certaine valeur qu'on a déterminée d'après l'assurance de la vérité des décisions qu'il est nécessaire d'avoir pour pouvoir se conduire d'après cette décision, sans blesser la prudence ou la justice.

Sens dans lesquels on peut regarder comme donnée la probabilité d'une décision

M. le Comte de Buffon a proposé * de fixer en général un certain degré de probabilité, qu'on regarderoit comme donnant la plus grande probabilité possible, & qu'on appelleroit

Nature de l'espèce de probabilité, qu'on peut regarder comme une assurance suffisante.

* Voyez l'Encyclopédie, article *Absens*, & dans l'Histoire Naturelle, l'ouvrage intitulé: *Arithmétique morale*.

certitude morale : tous les degrés de probabilité intermédiaires entre ce degré & la certitude rigoureuse, se confondroient & seroient supposés avoir la même valeur, & il ajoute que cette idée lui paroît propre à expliquer plusieurs paradoxes que le calcul des probabilités présente, & qui n'ont pas encore été suffisamment expliqués. S'écarter de l'opinion d'un homme célèbre, c'est s'imposer la nécessité de la combattre : nous prions donc l'Auteur de l'Histoire Naturelle de nous pardonner les détails où nous allons entrer.

Examen de
l'opinion de
M. le Comte
de Buffon.

I. Le principe qu'il propose est inexact en lui-même ; puisqu'il tend à confondre, à faire regarder comme équivalentes deux choses d'une nature essentiellement différentes, telles que la probabilité & la certitude.

II. Ce même principe ne peut servir ni à expliquer aucun paradoxe, ni à éclaircir aucune difficulté. En effet, ce qui est faux ou paradoxal, en supposant aux quantités leurs valeurs réelles, ne devient pas vrai ou conforme à la raison commune, parce qu'il paroît tel, si on suppose aux quantités des valeurs différentes de leurs vraies valeurs. On devoit plutôt en conclure que ces nouvelles valeurs ne doivent pas même être prises pour des valeurs approchées, & que la petite différence entr'elles & les vraies valeurs ne doit pas être négligée : car c'est une condition nécessaire pour la bonté d'une méthode d'approximation, que la valeur approchée qu'elle donne puisse être substituée à la vraie valeur, sans produire une différence sensible dans les résultats.

III. La limite de la probabilité est l'unité, & cette limite en est par conséquent le seul véritable *maximum*, c'est-à-dire, la valeur la plus grande qu'on puisse supposer à la probabilité, valeur dont elle peut approcher indéfiniment, mais sans jamais y atteindre.

y atteindre. Par conséquent toute méthode où l'on donneroit à la probabilité une limite moindre, seroit défectueuse. Si l'on ignoroit la véritable limite, alors il seroit permis d'en fixer une un peu au-dessus, s'il est question de celle où la quantité a la plus grande valeur, & un peu au-dessous dans le cas contraire; mais dès que la limite est connue, il ne peut être permis de donner une valeur incertaine à une quantité dont la valeur précise est donnée.

IV. Ce ne sont pas des quantités petites en elles-mêmes qu'on néglige dans les méthodes d'approximation, mais des quantités très-petites par rapport à celles qu'on cherche à déterminer.

Ainsi, par exemple, je pourrai regarder comme égales les probabilités $\frac{999999}{1,000,000}$, $\frac{999998}{1,000,000}$, que je supposerai exprimer les espérances de vivre, & considérer comme petite par rapport à elles la différence $\frac{1}{1,000,000}$ de ces probabilités; mais il n'en est pas moins vrai que les risques de mourir $\frac{2}{1,000,000}$ & $\frac{1}{1,000,000}$, qui sont doubles l'un de l'autre, ne doivent pas être confondus. S'il y a des cas où les deux risques puissent être négligés; il en existe où un seul des deux peut l'être, & dans aucun ils ne doivent être regardés comme égaux.

V. Il résulteroit encore une erreur de cette manière de considérer la probabilité, c'est qu'elle donneroit un résultat faux si l'on supposoit une suite un peu nombreuse d'événemens ayant la même probabilité; car si on suit cette méthode, la certitude morale que l'événement aura lieu constamment, sera la même que pour un seul événement, quoique dans ce cas elle puisse devenir réellement au-dessous de la limite assignée.

Ce qu'on doit entendre par une assurance suffisante, ou par un risque que l'on peut négliger.

Ainsi au lieu d'une probabilité tellement grande qu'on puisse la confondre avec la certitude, nous chercherons une probabilité telle, qu'il seroit imprudent ou injuste d'adopter dans la pratique une proposition dont la probabilité seroit au-dessous de cette limite, & qu'on puisse au contraire se conduire avec sûreté d'après une proposition qui auroit ce degré de probabilité, ou un degré supérieur.

Cette limite de la probabilité, cette valeur la plus petite, au-dessous de laquelle on ne doit pas tomber, ne peut pas avoir une valeur fixe: sa valeur peut & doit varier, suivant les inconvéniens où l'erreur peut exposer, & ceux qui peuvent résulter d'une indécision qui empêcheroit d'agir. Elle doit varier sur-tout d'après la nature des objets sur lesquels il est question de prononcer.

Nous avons vu ci-dessus qu'il n'y avoit aucune liaison nécessaire entre la probabilité d'un événement & son existence. Ainsi le motif de regarder une probabilité comme suffisante, ne peut être tiré que des observations faites sur l'ordre commun des choses humaines, & nous ne pouvons regarder un risque comme assez petit pour être négligé, que dans le cas où nous aurions observé que les hommes sages négligent pour eux-mêmes un risque de la même nature & de la même importance lorsqu'il est aussi petit.

Par exemple, s'il s'agit du jugement d'un accusé, on peut se dire: *Je ne serai point injuste en soumettant cet homme à un jugement qui, s'il est innocent, ne l'expose qu'à un danger si petit, que lui-même, étant supposé de sang-froid, jouissant de sa raison, ayant des lumières, s'exposeroit à un danger égal pour un léger intérêt, pour son amusement, sans croire avoir besoin de courage, ou s'y verroit exposé sans en être frappé, sans presque le remarquer.*

S'il est question d'une loi civile, on peut également se dire : *Je ne serai point injuste en soumettant les hommes à cette loi, s'il est aussi probable qu'elle est juste, & par conséquent utile, qu'il est probable qu'un homme sage & éclairé, qui a placé son patrimoine d'une manière qu'il croit sûre, & sans être guidé par aucun motif d'avidité ou de convenance particulière, n'est pas exposé à le perdre.*

On pourroit dire que si l'on connoît, pour un exemple le risque que l'on peut négliger, le mal auquel ce risque expose étant aussi connu, on déterminera les risques qu'on pourra négliger dans d'autres circonstances, en supposant ces risques d'autant plus grands que le mal est moindre, & d'autant plus petits que le mal est plus grand.

Examen de la méthode où l'on suppose- roit la probabi- lité du danger qui peut être négligé en rai- son inverse de l'importance de ce danger.

Cette règle seroit précisément celle qu'ont établie les premiers Géomètres qui se sont occupés du calcul des probabilités, & qu'ils ont constamment employée dans les calculs des jeux de hafards : mais cette même règle les a conduit à des conclusions tellement opposées à la raison commune, qu'on a été obligé de reconnoître que si elle n'étoit point fautive, elle étoit du moins insuffisante, & qu'il falloit ou la modifier, ou introduire dans le calcul des considérations qu'on avoit négligées.

M. Daniel Bernoulli est le premier qui ait fait voir les inconvéniens de cette règle, & qui ait cherché des moyens d'y remédier. M. d'Alembert a depuis attaqué la règle en elle-même, & jusqu'ici les objections sont restées sans réponses.

Nous chercherons ici sur quel fondement réel cette proportion entre les valeurs des objets & la probabilité de les obtenir a pu être établie.

Supposons, par exemple, un dez de six faces, & qu'on

k ij

parie que je n'amenerai pas six, suivant cette règle, il faut, pour jouer à jeu égal, que si je mets une pièce, celui qui joue contre moi en mette cinq.

La première réflexion qui se présente, c'est qu'il n'est pas question d'une égalité rigoureuse & absolue, puisque mon adversaire a une probabilité $\frac{5}{6}$ de gagner 1, & que j'ai une probabilité $\frac{1}{6}$ de gagner 5.

Suivant la même règle, on égale encore la certitude d'avoir une pièce à la probabilité $\frac{1}{2}$ d'en avoir deux, & ici la différence des deux états est plus frappante.

Quelle est donc l'espèce d'égalité que l'on peut établir entre ces deux états? le voici. Lorsque deux personnes se déterminent à jouer un jeu avec des probabilités inégales de gagner, elles doivent chercher, comme dans toutes les conventions, à faire en sorte qu'il n'y ait ni avantages ni défavantages d'aucun côté, excepté ceux qui tiennent nécessairement à la nature de la convention.

Or dans celle qu'on fait ici, en supposant les mises proportionnelles à la probabilité du gain, on trouve, 1.^o que si l'on continue le même jeu un certain nombre de fois, plus ce nombre sera grand, plus les probabilités de gagner ou de ne pas perdre qu'aura chaque Joueur, approcheront d'être égales entr'elles & de la valeur $\frac{1}{2}$.

2.^o Que plus aussi ce nombre sera grand, plus il y aura de probabilité que chacun des Joueurs ne perdra qu'une partie donnée de sa mise totale; mais que cette probabilité, toujours croissante, ne peut avoir lieu pour aucune somme fixe donnée.

On trouvera de même que cette loi est la seule qui réunisse ces deux conditions, & qu'aucune ne donneroit la troisième. Ainsi cette règle est la seule qui rétablisse l'égalité, autant

qu'il est possible, entre deux états absolument différens, & par conséquent la seule qu'on puisse adopter.

Mais on voit également que cette égalité suppose deux conditions : la première, que le jeu se puisse répéter assez pour approcher de l'égalité entre les deux probabilités de perdre & de gagner.

La seconde, que la partie de la mise totale, au-dessous de laquelle il devient très-probable que la perte ne montera point, puisse être risquée par les deux Joueurs.

D'ailleurs on voit que dans cette même hypothèse d'une suite d'évènemens, l'état de deux Joueurs qui jouent un jeu inégal, se rapproche de celui de deux Joueurs qui jouant un jeu égal, risquent des mises égales, puisque les probabilités que l'un ou l'autre gagnera, approchent dans le second cas de l'égalité qu'elles ont toujours dans le premier : qu'il y a dans les deux également une probabilité toujours croissante que la perte de l'un ou de l'autre n'excédera pas une certaine partie de la perte totale : & qu'enfin ni dans l'un ni dans l'autre cette probabilité croissante ne peut être pour une somme fixe donnée.

Quant à ce qui se passe dans un jeu égal, on voit que la supposition d'une mise égale ne remet pas le Joueur dans un état équivalent à celui d'un homme qui ne joue point, mais le rapproche, autant qu'il est possible, de cet état où il est sûr de ne gagner ni de perdre, en lui donnant une probabilité toujours égale de gagner ou de perdre, & une probabilité toujours croissante de ne perdre qu'une certaine partie de la mise totale.

On peut observer aussi qu'il résulte du calcul, qu'en suivant cette règle, moins la différence des probabilités & celle des mises seront grandes, plus l'inégalité ou la différence entre

l'état des deux Joueurs sera moindre; & il faudra supposer une suite moindre d'évènemens pour rétablir entre ces deux états l'espèce d'égalité dont ils sont susceptibles.

Cette considération peut servir à rendre raison de presque toutes les difficultés que présente l'usage de cette règle; mais ce n'est pas ici le lieu de s'en occuper.

Examinons à présent ce qui résulteroit de l'application de cette même loi aux questions qui nous occupent, & supposons, par exemple, qu'on établisse cette proposition: *la probabilité qu'un accusé condamné est coupable, doit être à la probabilité qu'un accusé renvoyé est innocent, comme l'inconvénient de condamner un innocent est à celui de renvoyer un coupable.*

Il est évident que nous devons avoir pour chaque jugement une probabilité suffisante qu'un accusé condamné est coupable. Or, l'existence de cette probabilité ne seroit pas du tout une conséquence de cette règle; il en résulteroit seulement que sur un grand nombre de jugemens, le nombre des innocens condamnés & celui des coupables renvoyés, approcheroient d'être dans le rapport inverse des inconvéniens qui en résultent; c'est-à-dire, qu'on auroit une grande probabilité de faire à peu-près autant de mal à la société en renvoyant des coupables qu'en condamnant des innocens.

Si on choisiroit une plus grande probabilité de ne pas condamner un innocent, alors à la longue on feroit plus de mal à la société en renvoyant des coupables qu'en condamnant des innocens.

Dans l'hypothèse contraire, le mal qui résulteroit de la condamnation des innocens seroit plus grand à la longue que celui qui naîtroit du renvoi des coupables.

De même, dans le premier cas, la somme du mal total

qui en résulteroit pour la société, seroit probablement moindre durant un long espace de temps, mais aussi ce moindre mal seroit plus probable.

Le seul usage qu'on pourroit faire de cette règle, seroit donc de fixer la limite où le danger de condamner un innocent & celui de renvoyer un coupable, se trouvent égaux, & par conséquent au-dessous de laquelle on ne doit jamais se permettre de condamner; en sorte que si une probabilité moindre donnoit une assurance de ne pas condamner un innocent, que d'ailleurs on pût regarder comme suffisante, il ne faudroit pas s'en contenter.

Mais dans aucun cas il n'en résulteroit qu'on eût pour chaque décision une probabilité suffisante du crime: ainsi quand il seroit vrai que cet équilibre entre les deux risques fût utile à établir pour une suite nombreuse de jugemens, & que ce fût le moyen de faire en sorte que l'erreur fût le moindre mal possible à la société, il seroit injuste & tyrannique de l'établir, parce qu'il résulteroit une véritable lésion pour chaque homme en particulier. La société, si l'on veut, joueroit alors un jeu égal, parce qu'elle le répète un nombre indéfini de fois; mais il n'en seroit pas de même d'un individu qui, relativement au petit risque qu'il a pu courir de la part des coupables renvoyés, n'a pu jouer qu'un nombre de coups, beaucoup trop petit pour que l'égalité ait lieu pour lui.

Nous demandons pardon d'employer le mot de *jeu* dans une matière aussi grave, mais Pascal nous en a donné l'exemple.

Ce sera donc uniquement d'après des considérations, tirées de la nature même des questions à décider, & d'après l'observation, que nous déterminerons les probabilités qui doivent être regardées comme suffisantes; & au lieu de faire les

Méthode qu'il convient de suivre pour déterminer l'assurance.

probabilités en raison inverse des maux qui résultent de l'erreur; il faut chercher pour chacun de ces maux la probabilité que pour ce genre & ce degré de mal, on peut regarder comme donnant une assurance assez grande, & ce sujet sera traité dans la troisième Partie.

Des Tribunaux où le nombre des Juges n'est pas constant, considérés relativement à la pluralité exigée.

Nous examinons à la fin de cette seconde Partie l'usage établi dans plusieurs pays, de fixer le nombre de Juges nécessaire pour porter une décision, & la pluralité à laquelle elle doit être rendue, mais en admettant dans le Tribunal un nombre de Juges plus grand, ce qui fait que ce nombre n'est pas constant.

Dans ce cas, si le nombre de Juges exigé est impair, & la moindre pluralité paire, ou au contraire, il est clair que le nombre des Juges étant augmenté d'une unité, la pluralité exigée se trouvera aussi diminuée d'une unité.

Par exemple, si 7 est le nombre des Juges, & 2 la pluralité exigée, il faudra une pluralité de 3 pour 7 Juges, & la pluralité 2 pour 8 Juges. Si 8 est le nombre des Juges, & 3 la pluralité exigée, il faudra une pluralité de 4 pour 8 Juges, & une de 3 pour 9.

Si le nombre de Juges exigé est impair, ainsi que la pluralité exigée, ou que tous deux soient pairs, alors si le nombre des Juges augmente d'une unité, la pluralité augmentera d'une unité.

Par exemple, si 8 est le nombre des Juges, & 2 la pluralité, il faudra la pluralité 3 pour 9 Juges; & si 7 est le nombre des Juges, & 3 la pluralité exigée, il faudra la pluralité 4 pour 8 Juges.

Ainsi en général, si la pluralité est paire ou impaire, il y aura plus de sûreté pour l'accusé, moins d'espérance d'avoir

une

une décision, & moins à craindre qu'un innocent ne soit condamné, lorsque le nombre des Juges est de la dénomination contraire.

D'où il résulte que, pour ne pas faire dépendre du hasard le plus ou le moins de sûreté de l'accusé, il faut faire en sorte que dans le cas le plus défavorable, cette sûreté soit telle qu'on ne trouve aucun avantage sensible à exiger la pluralité d'une voix de plus.

Si le nombre des Juges & la pluralité sont de la même dénomination, & qu'un Juge s'absente, il remplit précisément le même objet que s'il votoit pour l'accusé.

S'il survient un Juge, & qu'il vote contre, il n'expose l'accusé à aucun risque de plus; s'il vote pour lui, il le sauve dans une des combinaisons possibles de voix.

Si au contraire le nombre des Juges & la pluralité sont de dénominations contraires, & qu'un Juge s'absente, il fait précisément le même effet que s'il condamnoit l'accusé: si un nouveau Juge survient, il ne change rien s'il est pour l'accusé; mais s'il est contre, il y a une combinaison de voix où il détermine la condamnation.

On voit donc qu'il résultera de cette constitution de Tribunaux, & de l'incertitude dans les jugemens, & peut-être même des abus, parce qu'il faut moins de pouvoir sur un Juge pour le déterminer à s'absenter d'un jugement ou à se joindre aux autres Juges, que pour le faire voter pour ou contre, quoiqu'il puisse savoir, par réflexion, que l'effet en est le même.

Ainsi cette forme doit être regardée comme vicieuse, à moins que le grand nombre des Juges, ou la sûreté résultante de la moindre pluralité, n'en rendent les inconvéniens

très-rares & insensibles. Encore vaudroit-il mieux, si on ne veut pas rendre invariable le nombre des Juges, établir le nombre des Juges nécessaire pour former une décision de la même dénomination que la pluralité exigée; & le Tribunal étant une fois d'un nombre de cette même dénomination, établir que de nouveaux Juges ne pourront y entrer, ni les premiers s'en retirer que deux à deux.

La même réflexion s'applique aux cas où l'on exigeroit une pluralité proportionnelle.

Analyse de la troisième Partie.

Objet
de cette Partie.

NOUS nous proposons dans cette troisième Partie, de donner les moyens, 1.^o de déterminer par l'observation la probabilité de la vérité ou de la fausseté de la voix d'un homme ou de la décision d'un Tribunal; 2.^o de déterminer également, pour les différentes espèces de questions qu'on peut avoir à résoudre, la probabilité que l'on peut regarder comme donnant une assurance suffisante, c'est-à-dire, la plus petite probabilité dont la justice ou la prudence puisse permettre de se contenter.

Deux
méthodes de
déterminer la
probabilité des
voix.

Pour résoudre la première question, nous emploierons deux méthodes: la première consiste à déterminer la probabilité d'un jugement futur, d'après la connoissance de la vérité ou de la fausseté des jugemens déjà rendus.

1.^o D'après
la connoissan-
ce de la vérité
ou de la fauf-
seté des juge-
mens déjà
rendus.

Il faut donc chercher d'abord une méthode de déterminer cette probabilité, & ensuite un moyen de connoître la fausseté ou la vérité de jugemens rendus, & d'appliquer à la méthode de déterminer la probabilité des Jugemens futurs l'espèce de connoissance qu'on peut acquérir sur cette vérité; connoissance qui, comme il est facile de le voir, ne peut être aussi qu'une probabilité.

La seconde méthode a également pour but de déterminer

la probabilité des jugemens futurs d'après celle des jugemens rendus ; mais en employant uniquement cette seule supposition, que la probabilité qu'un homme décidera plutôt en faveur de la vérité que de l'erreur, est au-dessus de $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, en supposant qu'un homme qui porte un jugement se décidera plutôt en faveur de la vérité que de l'erreur.

2.º D'après l'hypothèse, que dans ces jugemens la probabilité de chaque voix est au-dessus de $\frac{1}{2}$.

Cette supposition paroîtra d'abord très-naturelle, & elle doit d'autant plus être admise, que dans l'hypothèse contraire il devient absurde de rien faire décider à la pluralité des voix, du moins en regardant ce genre de décision comme un moyen de parvenir à la vérité, & non comme faisant connoître la volonté du plus grand nombre, c'est-à-dire, la volonté du plus fort.

L'idée de chercher la probabilité des évènements futurs d'après la loi des évènements passés, paroît s'être présentée à Jacques Bernoulli & à Moivre, mais ils n'ont donné dans leurs ouvrages aucune méthode pour y parvenir.

Méthode générale de chercher la probabilité des évènements futurs d'après la loi des évènements passés.

M.^{rs} Bayes & Price en ont donné une dans les Transactions philosophiques, années 1764 & 1765, & M. de la Place est le premier qui ait traité cette question d'une manière analytique.

La question fondamentale se réduit à celle-ci: si de deux évènements contraires, l'un est arrivé cent fois, par exemple, & l'autre pas une seule, on bien si l'un est arrivé cent fois & l'autre cinquante, quelle est la probabilité que le premier arrivera plutôt que le second?

Principes de cette méthode

Cette question suppose que la probabilité des deux évènements demeure constamment la même à chaque fois qu'ils se reproduisent, c'est-à-dire, que la loi inconnue qui en détermine la production est constante. En effet, sans cette

Elle suppose que la loi des évènements est constante.

condition, le calcul, ainsi que le simple bon sens, font connoître que la probabilité pour l'avenir sera égale pour les deux évènements, de quelque manière que les évènements passés se soient succédés.

Probabilité
de l'existence
d'une loi const-
tante.

Mais aussi le calcul donne en même temps la probabilité de l'existence d'une loi constante dans la production des évènements.

Et il conduit aux résultats suivans.

1.° Si la différence du nombre de fois qu'arrivent le premier & le second évènement est proportionnel au nombre total, la probabilité que la loi de leur production est constante, peut croître indéfiniment; 2.° si au contraire cette différence est nulle ou constante, & n'augmente pas avec le nombre des évènements, la probabilité que la loi est constante décroît indéfiniment; d'où il résulte que le nombre des évènements étant même fort grand, si la différence du nombre de fois que chacun d'eux est arrivé, n'est pas dans une proportion sensible avec la totalité des évènements, la probabilité de la constance de la loi de production peut être très-petite. On trouve enfin que pour avoir la probabilité d'un évènement futur, d'après la loi que suivent les évènements passés, il faut prendre, 1.° la probabilité de cet évènement dans l'hypothèse que la production en est assujettie à des loix constantes; 2.° la probabilité du même évènement dans le cas où la production n'est assujettie à aucune loi; multiplier chacune de ces probabilités par celle de la supposition en vertu de laquelle on l'a déterminée, & diviser la somme des produits par celle des probabilités des deux hypothèses.

Moyen qui
en résulte d'a-
voir la proba-
bilité des évè-
nemens futurs
lorsqu'on
ignore si la loi
de leur
production
est constante.

Supposons, par exemple, qu'un évènement soit arrivé trois fois & un autre une fois; si la loi de leur production est

constante, la probabilité que le premier évènement arrivera plus tôt que l'autre, est $\frac{4}{6}$; & si la loi n'est pas constante, cette même probabilité est $\frac{1}{2}$. Mais dans cette même hypothèse la probabilité que la loi est constante, est $\frac{1}{20}$, & celle que la loi n'est pas constante, est $\frac{1}{6}$: la probabilité du premier évènement sera donc $\frac{4}{20}$ plus $\frac{1}{32}$, le tout divisé par $\frac{1}{20}$ plus $\frac{1}{6}$, c'est-à-dire, $\frac{62}{108}$ au lieu de $\frac{72}{108}$ ou $\frac{4}{6}$, qu'on auroit eu si l'on avoit été sûr que la loi de production étoit constante.

Si l'on regarde comme constante la loi de la production des deux évènements contraires, & que l'on connoisse le nombre de fois que chaque évènement est arrivé, le calcul donnera la probabilité que l'un des évènements arrivera une fois de plus; mais il est bon d'exposer ici ce que donne réellement le calcul, & ce que l'on doit entendre par cette probabilité.

On voit que ce ne peut être la vraie probabilité. Supposons en effet qu'il y ait dans une urne cent billets blancs & un noir, & que l'on ait tiré quatre-vingts fois un billet blanc, & une fois un noir, en ayant soin de rejeter à chaque fois dans l'urne le billet qui en a été tiré, il est clair que si je ne connois que ce fait avec le nombre total des billets, & que j'ignore qu'il y avoit cent billets blancs & un noir dans l'urne, jamais je ne le pourrai deviner d'une manière certaine, ni par conséquent connoître la véritable probabilité qui dépend du rapport du nombre des billets blancs à celui des billets noirs; mais je pourrai faire le raisonnement suivant. S'il y a cent un billets blancs, la probabilité d'amener un billet blanc sera 1, ou la certitude: s'il y a cent billets-blancs & un noir, celle d'amener un billet blanc sera $\frac{100}{101}$, & ainsi de suite, mais dans chacune de ces suppositions j'ai une certaine probabilité

Probabilité des évènements futurs, dans le cas où la loi est constante.

On ne connoît pas la vraie probabilité, mais seulement une probabilité moyenne,

d'amener quatre-vingts billets blancs & un noir ; & par conséquent puisque ce nombre a été amené, j'aurai pour la probabilité que cette hypothèse a lieu, celle d'amener quatre-vingts billets blancs & un noir dans cette hypothèse, divisée par la somme des probabilités d'amener le même nombre dans toutes les hypothèses possibles. En effet, la probabilité d'une chose est le nombre des combinaisons où cet événement arrive, divisé par le nombre total des combinaisons. Or, ici le nombre des combinaisons qui répondent dans chaque hypothèse à l'évènement d'avoir tiré quatre-vingts billets blancs & un noir, est représenté par la probabilité d'amener quatre-vingts billets blancs & un noir dans cette hypothèse ; & par la même raison, la somme de cette probabilité dans toutes les hypothèses représente le nombre de toutes les combinaisons possibles : donc en multipliant la probabilité d'amener un billet blanc dans chaque hypothèse par la probabilité de cette hypothèse, & divisant la somme de ces produits par celle des probabilités de ces hypothèses, j'aurai la probabilité d'amener le billet, puisque j'aurai le nombre de toutes les combinaisons où ce billet arrive, divisé par celui de toutes les combinaisons possibles.

Tels sont les principes sur lesquels ce calcul est fondé, à cela près que l'on suppose plus grand qu'aucune quantité donnée le nombre des billets, & par conséquent celui des différens rapports que peuvent avoir entr'eux le nombre des billets blancs & celui des noirs.

Ce n'est donc pas la probabilité réelle que l'on peut obtenir par ce moyen, mais une probabilité moyenne.

Ainsi, non-seulement comme dans tout le calcul des probabilités il n'y a aucune liaison nécessaire entre la probabilité

& la réalité des évènements, mais il n'y en a non plus aucune entre la probabilité donnée par le calcul & la probabilité réelle. C'est cependant, comme nous l'avons déjà exposé dans le commencement de ce Discours, sur des probabilités de cette espèce que roulent toutes nos connoissances & que sont appuyés tous les motifs qui nous guident dans la conduite de notre vie. Cette incertitude peut paroître effrayante, mais il est utile de la faire connoître; c'est même le seul moyen solide d'attaquer le pirrhonisme, qui n'a jamais pu être combattu avec avantage tant que la méthode d'assujettir les probabilités au calcul a été ignorée. En effet, il étoit facile de montrer que dans toutes nos connoissances, même les plus certaines, dans celles qui sont fondées sur les raisonnemens les plus rigoureux, il reste toujours une incertitude attachée à notre nature, & il étoit impossible de prouver qu'on avoit tort d'en conclure que nous étions condamnés à demeurer dans un doute absolu, à moins de montrer que cette incertitude avoit différens degrés susceptibles d'être appréciés & mesurés.

Dans la question que nous examinons ici, le calcul donne la probabilité de l'évènement qui est arrivé le plus souvent plus grande que celle de l'évènement contraire; mais ces probabilités ne sont pas entr'elles dans le même rapport que le nombre des évènements.

Par exemple, si le premier évènement est arrivé cent fois, & le second cinquante, la probabilité du premier sera $\frac{101}{152}$, & celle du second $\frac{51}{152}$, au lieu d'être $\frac{100}{150}$ & $\frac{50}{152}$, comme elles le seroient si elles étoient proportionnelles au nombre des évènements. La probabilité est ici un peu moindre, mais plus le nombre des évènements d'après lesquels on la cherche

Conséquences qui résultent de ces principes, relativement à la certitude des connoissances humaines.

Difficulté d'attaquer solidement le pirrhonisme tant que cette doctrine a été inconnue.

La probabilité de l'évènement qui est arrivé le plus souvent, est plus grande que celle de l'évènement contraire, mais elle n'est pas proportionnelle au nombre des évènements.

est grand, plus elle approche de cette limite. Ainsi cette façon commune de parler, *cet événement est arrivé cent fois contre cinquante, donc on a 2 à parier contre 1 qu'il arrivera*, est inexacte en elle-même, mais elle approche beaucoup de la vérité, si la proportion a été établie sur un très-grand nombre d'événemens.

Si un événement est arrivé cent mille fois & l'autre cinquante mille fois, la probabilité du premier est $\frac{100001}{150002}$ au lieu de $\frac{2}{3}$, celle du second est $\frac{50001}{150002}$ au lieu de $\frac{1}{3}$; celle du premier est donc seulement plus petite, & celle du second plus grande d'un $\frac{1}{450006}$. Mais pour que les probabilités soient exactement comme le nombre des événemens, pour que la probabilité moyenne soit égale à la probabilité absolue, & qu'on puisse la regarder comme invariable, il faut que le nombre des événemens soit infini: en sorte que l'avantage de connoître une probabilité absolue & constante, est ici une limite dont on peut approcher indéfiniment, mais que jamais on ne peut atteindre.

Probabilités
d'avoir diffé-
rentes espèces
de pluralités
en faveur d'un
événement, ou
de ne pas les
avoir contre.

Nous avons cherché dans la première Partie à déterminer la probabilité que sur un nombre donné d'événemens contraires, celui qui étoit le plus probable n'auroit pas contre lui, ou auroit en sa faveur une certaine pluralité, soit constante, soit proportionnelle. On peut demander ici la probabilité d'avoir en faveur d'un événement une pluralité aussi, soit constante, soit proportionnelle, lorsqu'on fait seulement que cet événement & l'événement contraire sont arrivés un certain nombre de fois, ou bien la probabilité de n'avoir pas la même pluralité contre cet événement.

Pluralité
constante.

Si la pluralité est constante, on trouvera que l'événement qui a obtenu la pluralité aura, après un certain nombre d'événemens,

d'évènemens ; une probabilité toujours croissante d'avoir la pluralité exigée ; mais cette probabilité ne croît pas indéfiniment jusqu'à l'unité, comme dans le cas où cet évènement auroit eu lui-même une probabilité plus grande que $\frac{1}{2}$; elle est renfermée dans de certaines limites qui ne dépendent point de la grandeur de la pluralité exigée, mais de celle qui a eu lieu dans les évènements passés.

Par exemple, si on a tiré deux boules blanches d'une urne sans en tirer une noire, la probabilité que l'on tirera plus souvent une boule blanche qu'une noire, sera d'autant plus grande qu'on tirera plus de boules, mais elle ne sera jamais au-dessus de $\frac{7}{8}$.

Si on avoit tiré deux blanches & une noire, la probabilité de tirer plus souvent des blanches dans un nombre donné de coups, ne sera jamais au-dessus de $\frac{11}{16}$.

Dans la même hypothèse, la probabilité que l'évènement qui a obtenu la pluralité n'arrivera pas moins souvent que l'autre un nombre donné de fois, a les mêmes limites ; mais elle ne croît pas toujours après un certain terme ; & toutes les fois que la pluralité de cet évènement est moindre que le double de la pluralité exigée moins deux, cette probabilité finit par être continuellement décroissante.

Ainsi, par exemple, si l'on a tiré deux boules blanches, la probabilité que le nombre des boules noires, dans une suite de tirages successifs, ne surpassera point de trois unités celui des blanches, approchera continuellement de $\frac{7}{8}$ à mesure qu'on augmentera le nombre des tirages, mais jusqu'à un certain terme elle sera plus grande. En effet, pour trois évènements seulement, elle est $\frac{19}{20}$; & pour cinq elle n'est plus que $\frac{263}{280}$.

Pluralité proportionnelle.

Si on veut que la pluralité soit proportionnelle, on trouvera de même que la probabilité que l'évènement qui a obtenu la pluralité obtiendra dans la suite cette pluralité proportionnelle, ira toujours en croissant au bout d'un certain terme, pourvu que ce même évènement ait obtenu dans le passé une pluralité qui soit dans la même proportion que la pluralité exigée, plus un nombre constant, ou une proportion plus forte, mais cette probabilité ne croît pas jusqu'à l'unité, & elle a des limites. Par exemple, si on a tiré deux boules blanches & point de noires, la probabilité de tirer deux fois plus de boules blanches que de noires, ne pourra croître au-delà de $\frac{19}{27}$. Si on avoit amené en deux boules blanches & une noire, la limite de la même probabilité seroit alors $\frac{11}{27}$, mais dans ce cas elle aura d'abord été plus grande, & décroîtra après un certain terme.

La probabilité qu'un évènement n'aura pas contre lui une pluralité proportionnelle, sera croissante si cet évènement n'a pas eu contre lui, dans les évènements passés, une pluralité dans la même proportion, plus un nombre constant, ou dans une proportion plus grande; mais cette probabilité ne pourra devenir égale à l'unité, & sera renfermée dans certaines limites. Par exemple, si nous avons tiré deux boules blanches, la probabilité que le nombre des noires ne surpassera pas d'un tiers celui des blanches, ne pourra croître au-delà de $\frac{26}{27}$: si on avoit eu deux boules blanches & une noire, la même probabilité ne pourroit croître au-delà de $\frac{8}{9}$.

Les mêmes conclusions ont lieu, quelque grand que soit le nombre des évènements passés, pourvu qu'il soit fini; mais si on le suppose infini ou plus grand qu'aucune quantité donnée, alors on aura précisément les mêmes résultats que dans la première Partie.

On peut conclure de cette théorie, 1.^o que, à quelque nombre que soient portées les observations de la constance d'un effet, la probabilité que cet effet ne manquera jamais, ira toujours en décroissant à mesure qu'on cherchera cette probabilité pour un temps plus long, de manière qu'elle sera zéro si l'on suppose le temps infini.

Conséquence de cette théorie, relativement à la certitude de nos connoissances.

2.^o Que si on se contente de la probabilité que cet événement manquera rarement, comme une fois sur mille, une fois sur dix mille, cette probabilité sera d'autant plus grande, que le nombre des observations aura été plus grand, mais qu'elle ne peut être égale à l'unité tant que le nombre des observations est fini.

3.^o Que quelque constance qu'on ait observé dans une loi de la Nature, on ne peut jamais avoir une probabilité au-dessus de $\frac{1}{2}$, qu'elle continuera indéfiniment d'avoir la même constance; seulement on pourra avoir une probabilité assez grande pour un temps fini & déterminé: mais aussi à mesure que de nouvelles observations confirment la constance de cette loi, cette probabilité devient plus grande pour le même temps, ou reste la même, mais pour un temps plus long.

4.^o Que l'on aura de même une probabilité toujours croissante avec le nombre des observations; que pendant une durée, même infinie, cette constance ne cessera d'avoir lieu que pour un nombre d'événemens, ayant une certaine proportion donnée avec le nombre total. Mais quelle que soit cette proportion établie & le nombre de fois que l'événement est arrivé constamment, cette probabilité aura toujours une limite moindre que l'unité.

5.^o Que si au lieu d'une loi constante, c'est-à-dire, d'un

évènement qui n'a jamais manqué d'arriver, on a au contraire seulement un évènement qui arrive plus souvent qu'un autre, suivant une certaine proportion; on aura de même des probabilités, ou que l'évènement qui est arrivé le plus souvent conservera le même avantage, ou que la proportion entre les évènements futurs s'éloignera très-peu de la proportion observée; probabilités qui pour un temps infini croîtront avec le nombre des observations, mais n'auront pas l'unité pour limite tant que ce nombre restera fini.

6.^o Comme nous avons supposé ici que les évènements étoient assujettis à une loi de production constante, les déterminations précédentes doivent encore être corrigées d'après ce que nous avons dit ci-dessus; & pour avoir la vraie probabilité, il faudra la prendre dans les deux hypothèses, multiplier celle qu'on trouvera pour chacune par la probabilité de chaque hypothèse, & diviser cette somme par celle de ces dernières probabilités. Mais on trouvera que s'il s'agit de la constance d'un évènement, plus on aura d'observations où cette constance existe, plus l'hypothèse que la loi de production est constante, sera probable; en sorte que les conclusions précédentes ne changent point par cette nouvelle considération, à cela près que la probabilité est un peu plus petite.

S'il s'agit seulement de la probabilité que l'évènement qui est arrivé plus souvent que l'autre, conservera le même avantage, soit absolument, soit dans la même proportion ou dans une proportion approchante, on aura encore les mêmes conclusions, avec une simple diminution de probabilité qui sera peu importante.

Le seul cas où le changement sera très-sensible, est celui où la pluralité des évènements passés est petite par rapport à

leur nombre total, parce qu'alors la probabilité que la production est assujettie à une loi quelconque, n'est pas très-grande par rapport à celle que la production n'est assujettie à aucune loi.

Voilà donc à quelles limites s'arrête notre connoissance des évènements futurs, des loix mêmes de la Nature regardées comme les plus certaines & les plus constantes. Non-seulement nous n'avons aucune certitude, ni même aucune probabilité réelle, mais nous avons une probabilité moyenne que les évènements sont assujettis à une loi constante, & ensuite une probabilité moyenne que la loi indiquée par les évènements est cette même loi constante, & qu'elle sera perpétuellement observée; probabilité qui est encore affoiblie, parce que nous n'avons qu'une probabilité aussi moyenne & de la vérité des observations & de la justesse du raisonnement employé à en déduire des conséquences.

Limites étroites de nos connoissances sur les évènements futurs.

Mais cette conclusion, loin de nous conduire, comme l'ancien pirrhonisme, au découragement & à l'indolence, doit produire l'effet contraire, puisqu'il en résulte que nos connoissances de toute espèce sont fondées sur des probabilités dont il est possible de déterminer la valeur avec une sorte d'exactitude; & qu'en cherchant à les déterminer, nous parvenons à juger & à nous conduire, non plus d'après une impression vague & machinale, mais d'après une impression assujettie au calcul, & dont le rapport avec les autres impressions du même genre nous est connu. (*Voyez première Partie, page xiv*).

Revenons maintenant à l'objet de cet Ouvrage. Je suppose que l'on connoisse un certain nombre de décisions formées par des Votans, dont la voix a la même probabilité que celle des Votans sur les décisions futures, de la vérité desquelles on veut

Détermination de la probabilité des voix.

Établissement
d'un Tribunal
d'examen pour
les décisions
passées, &
méthode de
s'en servir pour
déterminer
d'une manière
approchée la
probabilité des
voix & des dé-
cisions.

acquérir une certaine assurance. Je suppose de plus que l'on ait choisi un nombre assez grand d'hommes vraiment éclairés, & qu'ils soient chargés d'examiner une suite de décisions dont la pluralité est déjà connue, & qu'ils prononcent sur la vérité ou la fausseté de ces décisions: si parmi les jugemens de cet espèce de Tribunal d'examen, on n'a égard qu'à ceux qui ont une certaine pluralité, il est aisé de voir qu'on peut, sans erreur sensible, ou les regarder comme certains, ou supposer à la voix de chacun des Votans de ce Tribunal une certaine probabilité un peu moindre que celle qu'elle doit réellement avoir, & déterminer, d'après cette supposition, la probabilité de ces jugemens. En effet, puisqu'on cherche à se procurer une assurance pour les jugemens futurs, il est clair que celle qu'on se procurera par cette dernière hypothèse, & qui doit pouvoir être regardée comme suffisante, sera au-dessous de la probabilité réelle, & que par conséquent on sera certain d'avoir dans la réalité une assurance même plus grande que celle qu'on a cru devoir exiger.

On ne peut faire qu'une seule objection sur le fond de cette méthode, c'est qu'en n'admettant que des jugemens qui ont été formés par le Tribunal d'examen avec une certaine pluralité; les données qu'on se procure ne sont établies que d'après les décisions clairement bonnes ou clairement mauvaises, & non sur les douteuses, qui forment peut-être le plus grand nombre.

Pour discuter la valeur de cette objection, il faut observer qu'il y a trois espèces de décisions: les unes ont pour objet des vérités ou des faits susceptibles de preuves permanentes; & dans ce cas, si le Tribunal d'examen est vraiment composé d'hommes éclairés, le nombre des jugemens qui n'auront pas

la pluralité exigée doit être très-petit , & la pluralité ne peut guère demeurer au-dessous de cette limite que pour des questions très-épineuses ; en sorte qu'il y auroit plus d'inconvénient que d'avantage à faire entrer dans l'évaluation des probabilités les décisions rendues sur des questions de ce genre.

Les décisions de la seconde espèce s'appuient sur des faits dont les preuves ne sont pas permanentes , & d'après lesquels on doit prononcer en faveur de ce qui est le plus probable, quoique la probabilité soit très-petite. Dans ce cas il doit arriver plus fréquemment que le Tribunal d'examen n'ait pas la pluralité demandée ; mais aussi on doit conclure de cette petite pluralité , que pour ces mêmes décisions la probabilité réelle de la décision en elle-même étoit très-petite, puisqu'il est très-difficile pour des hommes très-éclairés , de distinguer quel est celui des deux avis en faveur duquel existe ce foible avantage de probabilité. Cette difficulté sera donc plus grande encore pour les Votans , de la voix desquels on cherche à déterminer la probabilité ; d'où il résulte qu'il y auroit de l'inconvénient à employer ces décisions pour cette détermination.

La troisième espèce est celle où l'on juge sur des faits , mais avec cette condition de ne prononcer que dans le cas où ils sont suffisamment prouvés : alors c'est sur la suffisance ou l'insuffisance de la preuve que tombe la décision du Tribunal d'examen , & par conséquent ce troisième cas se confond avec le premier. L'on voit donc qu'en général le petit nombre de jugemens où le Tribunal d'examen n'aura pas la pluralité , appartient à des questions douteuses en elles-mêmes , sur lesquelles les assemblées dont on a examiné les décisions, n'ont, pour ainsi dire , prononcé qu'au hasard , & qu'ainsi au lieu

d'employer ces décisions à faire connoître la probabilité moyenne de la voix de ceux qui les ont rendues, il vaut mieux examiner ces questions en elles-mêmes, voir quelle peut être la cause de leur incertitude, & chercher les moyens d'y remédier.

Supposons, par exemple, qu'il soit question de jugemens sur les questions réglées par les loix civiles; si l'on observe une grande incertitude dans ces jugemens, incertitude indépendante, comme elle le seroit ici du peu de lumières des Juges, il est évident que ce n'est pas dans la forme des jugemens, mais dans la loi même que l'on doit chercher le mal & le remède; & que l'ayant une fois trouvé, on peut supposer que les Juges pourront décider ces mêmes questions avec autant de probabilité que les autres, c'est-à-dire, par conséquent avec celle qu'on aura déterminée, en rejetant de l'examen, les décisions rendues sur ces questions, dont la solution a paru incertaine.

1.° Dans le cas où l'on ne considère qu'une décision isolée

On déterminera d'abord pour une seule décision future la probabilité qui résulte des jugemens portés par le Tribunal d'examen, & il est aisé de voir que si l'on suppose que l'on ignore, la pluralité à laquelle ont été rendues les décisions intermédiaires entre cet examen & celle que l'on considère, la probabilité de cette décision sera toujours la même, quelque rang qu'elle occupe dans la suite des décisions, puisque toutes les combinaisons de voix possibles doivent être regardées comme pouvant avoir eu lieu chacune avec le degré de probabilité qui leur convient.

2.° Dans celui où l'on connoît les décisions intermédiaires.

Mais on peut supposer que l'on connoisse la pluralité des décisions intermédiaires. Dans ce cas on a d'abord, par la méthode précédente pour la première décision, la probabilité qu'elle est vraie & la probabilité qu'elle est fautive. En considérant séparément

séparément ces deux hypothèses, on a pour chacune la probabilité qu'une seconde décision est vraie ou fausse, & par conséquent quatre systèmes pour le nombre de voix vraies ou fausses, qui ont chacun une probabilité différente, mais connue. On aura huit de ces systèmes après trois décisions, & ainsi de suite. Cela posé, si on cherche la probabilité d'une décision future, on la prendra dans ces différens systèmes, & multipliant celle qui résulte de chaque système par la probabilité du système, on aura la probabilité moyenne de la décision future.

Par ce moyen l'on déterminera d'abord la probabilité des jugemens de l'assemblée à laquelle les décisions seront confiées, & on l'aura pour chaque jugement qui doit entrer dans la suite des décisions futures; ensuite à chaque époque, prise dans cette suite, on connoîtra cette même probabilité pour l'époque qui doit suivre, d'après la pluralité qu'ont eue les jugemens dans la suite des décisions passées.

Cette dernière recherche est importante. En effet, si cette probabilité moyenne ainsi déterminée se trouve, au bout d'un certain nombre de décisions, sensiblement différente de ce qu'elle auroit été trouvée pour une décision future, d'après le seul résultat des jugemens du Tribunal d'examen, il devient très-vraisemblable que la probabilité a changé. On peut donc connoître par ce moyen la nécessité de changer la forme de l'assemblée de décision, si elle cesse de donner une assurance suffisante, ou du moins la nécessité de recourir à un nouvel examen, si cette diminution de probabilité annonce dans celle de chaque voix un changement dont l'effet puisse devenir sensible.

Comme l'objet principal qu'on se propose ici est de se



Utilité de
cette dernière
recherche.

Détermination
d'une limite
de probabilité
au-dessous
de laquelle on
peut supposer
que les voix
ne tomberont
pas.

procurer une probabilité aussi grande que la justice & la sûreté l'exigent, & que ce n'est pas même la vraie probabilité, mais une probabilité moyenne que nous pouvons parvenir à connoître, on doit en inférer que ce n'est pas d'après cette probabilité moyenne qu'il faut chercher à se procurer l'assurance exigée, mais qu'il faut déterminer une limite au-dessous de laquelle on ait une première assurance que la probabilité d'aucun des voix ne tombera, & prendre ensuite cette limite pour la probabilité de chaque voix. Cette méthode est la plus sûre, mais elle exige nécessairement un très-grand nombre d'observations, sans quoi la limite assignée différencieroit beaucoup de la probabilité moyenne; & le résultat du calcul, en donnant à la vérité une sûreté très-grande, s'écarteroit trop de la réalité, & forceroit à prendre des précautions incommodes & superflues.

Difficulté
pratique de
cette première
méthode.

Cette première méthode de déterminer la probabilité, ne peut avoir dans la pratique qu'un seul inconvénient; la difficulté de composer le Tribunal d'examen, le long temps qui seroit nécessaire pour qu'il pût examiner un grand nombre de décisions, & les embarras qui peuvent rendre cet examen difficile dans beaucoup de circonstances. Ainsi, quoique dans la théorie elle soit moins hypothétique, plus directe & plus naturelle que la seconde méthode que nous allons développer, cependant celle-ci peut mériter la préférence dans la pratique. En effet, il suffit de connoître pour chaque espèce de question un grand nombre de décisions, le nombre des Votans pour chacune, & la pluralité à laquelle elle a été rendue. Le reste se détermine par le calcul.

Seconde
méthode, dé-
duite de la
seule supposi-

Nous avons dit que cette seconde méthode consistoit à supposer seulement que la probabilité de la vérité de la voix

de chaque homme est entre 1 & $\frac{1}{2}$, & celle de l'erreur entre $\frac{1}{2}$ & zéro.

tion que la probabilité des voix est toujours au-dessus de $\frac{1}{2}$.

Cette supposition une fois admise, si l'on a un événement quelconque *A* arrivé un certain nombre de fois, & l'évènement contraire *N* arrivé un autre nombre de fois, on aura par le calcul, 1.^o la probabilité que c'est l'évènement *A* plutôt que l'évènement *N*, dont la probabilité est entre 1 & $\frac{1}{2}$; 2.^o la probabilité que l'évènement *A* arrivera plutôt que *N*; ou bien que sur un nombre donné d'évènements, *A* aura sur *N* une certaine pluralité; 3.^o & c'est le point qui nous intéresse ici, la probabilité que l'évènement, quel qu'il soit, dont la probabilité est entre 1 & $\frac{1}{2}$, arrivera plutôt que celui dont la probabilité est entre $\frac{1}{2}$ & zéro; & celle que sur un nombre donné d'évènements, ce même évènement aura sur l'autre une certaine pluralité, ou n'aura pas contre lui la même pluralité. Or, on voit que, d'après l'hypothèse, la probabilité de la vérité de la voix d'un Votant, ou de la vérité d'une décision, est la même que celle de cet évènement, dont la probabilité est entre 1 & $\frac{1}{2}$.

Ce qu'on entend dans ce cas par la probabilité d'une voix dans les décisions futures.

On peut supposer la probabilité entre 1 & $\frac{1}{2}$ toujours constante dans la suite des évènements, ou bien variant pour chacun & n'étant assujettie qu'à cette condition d'être au-dessus de $\frac{1}{2}$. Si on regarde ces deux hypothèses comme possibles, il faudra d'abord chercher la probabilité de toutes deux, & former ensuite une valeur commune, en multipliant le résultat de chaque hypothèse par la probabilité que ce résultat a lieu.

Nécessité de distinguer les deux hypothèses d'une probabilité constante pour tous les Votans, ou d'une probabilité variable.

Dans la seconde hypothèse, la probabilité que celle de la vérité de chaque voix est entre 1 & $\frac{1}{2}$, sera constamment $\frac{3}{4}$, quelqu'aient été les pluralités des décisions, d'après lesquelles on cherche à connoître cette probabilité. Ainsi dans

la question que nous considérons ici, on peut regarder cette probabilité $\frac{1}{4}$ pour chaque voix comme une espèce de limite; & si la distribution des voix est telle, qu'en supposant la probabilité constante on ait un résultat au-dessous de cette valeur, ou qu'on n'ait pas même une très-grande assurance qu'elle ne tombera pas au-dessous, alors on doit regarder comme trop peu éclairés les Votans auxquels on se proposoit de confier les décisions futures, puisque la probabilité de leur voix est au-dessous de la probabilité moyenne qui naît de la seule hypothèse, qu'ils décideront plutôt en faveur de la vérité que de l'erreur.

Il auroit été curieux de faire à la suite des décisions de quelque Tribunal existant, l'application de ce dernier principe, mais il ne nous a pas été possible de nous procurer les données nécessaires pour cette application. D'ailleurs les calculs auroient été très-long, & la nécessité d'en supprimer les résultats, s'ils avoient été trop défavorables, n'étoit pas propre à donner le courage de s'y livrer.

Probabilité
des décisions
futures dans
les différentes
hypothèses &
pluralité.

Dans cette méthode, la probabilité que l'évènement dont la probabilité est entre 1 & $\frac{1}{2}$, aura sur l'autre une pluralité constante, & celle que l'autre évènement n'obtiendra pas cette pluralité, croissent indéfiniment jusqu'à l'unité, quelle qu'ait été la distribution des évènements observés. Mais si l'on suppose la pluralité proportionnelle, alors la probabilité que l'évènement, dont la probabilité est entre zéro & $\frac{1}{2}$, n'obtiendra pas cette pluralité, croît jusqu'à 1; mais la probabilité que celui dont la probabilité est entre $\frac{1}{2}$ & 1, obtiendra la même pluralité, est renfermée dans de certaines limites qui dépendent du nombre des évènements passés & de la pluralité observée entr'eux.

Si l'on n'avoit qu'une seule décision rendue par un très-grand nombre de voix, le calcul de cette méthode seroit très-simple; mais si l'on a un certain nombre de décisions, l'on fait seulement pour chacune que la probabilité des avis est entre 1 & $\frac{1}{2}$ pour l'un, entre $\frac{1}{2}$ & zéro pour l'autre; mais on ignore pour deux décisions, par exemple, lequel des deux avis de la première répond à l'un des deux avis de la seconde. On aura donc deux combinaisons possibles, pour chacune desquelles il faut chercher la probabilité 4 pour trois décisions, huit pour 4, & ainsi de suite pour un nombre quelconque de décisions.

C'est donc en considérant toutes ces combinaisons possibles de voix, vraies ou fausses, & par conséquent ayant leur probabilité depuis 1 jusqu'à $\frac{1}{2}$, ou depuis $\frac{1}{2}$ jusqu'à zéro, & en prenant la probabilité moyenne, que l'on parviendra à démêler la probabilité que peuvent avoir les décisions futures.

On peut, dans cette méthode comme dans la précédente, recommencer le calcul après un certain nombre de décisions, prendre la probabilité qui résulte de la manière dont les voix y sont distribuées, & voir si ces deux probabilités n'ont point entr'elles une différence qui indique un changement dans les lumières ou dans la sagacité des Votans.

Il est inutile d'avertir que l'on pourra, dans cette méthode comme dans la précédente, avoir une limite de probabilité, au-dessous de laquelle on ait une certaine assurance de ne pas tomber, & prendre ensuite cette limite au lieu de la probabilité moyenne, comme la valeur qu'on doit supposer à la probabilité.

Les méthodes que nous venons d'indiquer pourroient ne conduire qu'à des résultats très-incertains si on les appliquoit

Pour une décision isolée, ou en ayant égard aux décisions intermédiaires,

Limite au-dessous de laquelle on peut supposer que les voix ne tomberont pas.

Précautions nécessaires dans l'emploi de ces méthodes,

sans précaution : il faut, dans l'une comme dans l'autre, ne faire entrer dans un même calcul que des questions du même genre, n'y admettre que des décisions rendues à des époques trop peu éloignées pour qu'on puisse supposer que dans l'espace de temps qu'elles embrassent il se soit fait une révolution dans les opinions. Il faut enfin écarter celles dans lesquelles on peut supposer que certains préjugés, des intérêts de corps, ou l'esprit de parti, ont eu quelque influence. Cette dernière condition est d'autant plus essentielle dans la seconde méthode, que si l'on admet l'influence de ces préjugés, l'hypothèse sur laquelle la méthode est fondée cesse d'être admissible, puisque la probabilité que les Votans se décideront contre la vérité, devient alors plus grande que la probabilité contraire : mais dans la première même, quoique l'on puisse avoir une vraie probabilité moyenne, en admettant les décisions de cette espèce, il est aisé de voir que cette probabilité moyenne ne donnera pas pour ces mêmes questions l'assurance que la justice exige, & que ce n'est point par la forme des décisions que l'on peut se mettre à l'abri de ce genre d'erreurs. On peut appliquer ici le même raisonnement, d'après lequel nous avons exclu les décisions sur lesquelles le Tribunal d'examen prononce à une trop faible pluralité.

Nous avons donc des moyens de connoître la probabilité que nous pouvons supposer aux voix des personnes à qui la décision d'une affaire est confiée, & aux décisions rendues à une certaine pluralité; & il ne nous reste plus qu'à savoir quelle probabilité nous devons exiger dans ces décisions.

Détermination
de l'assurance
que la justice
exige de se
procurer dans
les décisions.

Nous avons déjà observé que cette détermination pouvoit se réduire à trois points principaux; la détermination, 1.^o de la probabilité de ne pas avoir une décision contraire à la vérité;

2.° de celle d'avoir une décision, ou d'avoir une décision vraie; 3.° de celle enfin qu'une décision rendue à la moindre pluralité possible, est plutôt vraie que fautive.

Nous avons observé ensuite qu'il falloit avoir une probabilité assez grande pour que, si on a cette probabilité, ou une qui lui seroit supérieure, on puisse regarder comme juste ou comme utile, de conformer sa conduite à la décision rendue; & nous avons remarqué en même-temps que cette limite de probabilité devoit être déterminée par des principes différens, & avoir diverses valeurs, suivant la nature des questions proposées.

Nous distinguerons donc ici trois espèces de questions, auxquelles nous appliquerons cette méthode: nous les avons choisies telles qu'elles embrassent les cas les plus importants qu'on puisse se proposer de faire décider à la pluralité des voix, & que de plus elles exigent à peu-près l'emploi de tous les principes qui doivent être employés dans la détermination d'une assurance suffisante. Ces trois questions sont, 1.° l'établissement d'une loi nouvelle, 2.° un jugement en matière civile, 3.° le jugement d'un accusé.

Lorsqu'il s'agit d'établir une loi nouvelle, il paroît au premier coup-d'œil, qu'on doit sur-tout chercher à s'assurer de ne pas avoir une décision fautive, non-seulement à cause de l'importance des suites qu'une mauvaise loi ne peut manquer d'avoir, mais aussi à cause de la difficulté de la réformer lorsque l'on viendroit à découvrir l'erreur: c'est même le seul objet que l'on ait paru regarder comme essentiel dans la plupart des constitutions; & l'on a souvent sacrifié à cette considération l'espérance de réformer les vices de la constitution & de remédier aux abus.

Ce principe de mettre des obstacles à la destruction des

Exemple
de la méthode
qu'il
faut suivre.

1.° Dans le cas
de l'établisse-
ment d'une
loi nouvelle.

Objet
qu'on doit se
proposer.

mauvaises loix, pour éviter le risque ou des innovations fréquentes ou de mauvaises loix nouvelles, tient à trois causes différentes; la première est l'opinion très-ancienne & presque générale, que le genre humain, loin de gagner en sagesse, se détériore par le temps, & qu'il ne peut être replacé au même point de sagesse, de vertu, de bonheur, que par des secousses violentes. Il est évident qu'en adoptant cette opinion, toute forme qui évite un changement, même par le défaut de la pluralité nécessaire pour former une décision, doit paroître avantageuse. S'il est très-probable que la loi ancienne est bonne, il faut, pour la réformer, avoir une probabilité beaucoup plus grande de la vérité de la décision, qui, en lui substituant une autre loi, déclare que la première est mauvaise.

Mais cette opinion doit être regardée comme un préjugé, fondé sur le mécontentement que les hommes ont de leur sort, fortifié par l'envie que l'on ressent contre les contemporains, par l'autorité qu'ont presque par-tout sur l'opinion les vieillards, qui naturellement regrettent le temps de leur jeunesse, enfin par l'ignorance de l'antiquité, qu'on juge d'après l'enthousiasme de ceux qui veulent tirer vanité de l'avoir étudiée.

La seconde cause est l'opinion non moins répandue, qui fait regarder les loix, non comme des conséquences nécessaires de la nature des hommes & de leurs droits, mais comme des sacrifices de ces mêmes droits exigés par des vues d'utilité commune. Si donc on regarde une loi nouvelle comme une atteinte de plus à la liberté naturelle, il est tout simple de chercher des moyens de s'assurer qu'aucune ne sera établie que dans le cas où une nécessité pressante en fera presque généralement désirer l'établissement. Cette opinion a pu être excusable

excusable dans l'origine des corps politiques, où l'on manquoit même d'une partie des loix nécessaires à leur maintien, & où l'on avoit une opinion souvent exagérée des droits de la liberté naturelle dans l'état de société.

Mais il n'en est pas de même dans les sociétés anciennement établies, où l'on a plutôt à se plaindre du trop grand nombre de loix; où les nouvelles loix ne peuvent être presque jamais que la destruction ou la correction d'une loi ancienne, établie dans des temps d'ignorance & de préjugés; où l'on doit s'occuper, non de restreindre les droits de la liberté primitive, mais de les rendre aux hommes que des vues d'une politique fautive & bornée en ont privés.

Le troisième motif, est la crainte des innovations très-fréquentes, qui affoibliroit, dit-on, le respect pour les loix. Il est vrai que lorsque les loix ne sont pas les conséquences de principes fixes & de vérités réelles & bien prouvées, ce respect, fondé alors sur l'habitude & non sur la raison, est d'autant plus fort que ces loix sont plus anciennes: mais puisqu'il s'agit ici des moyens d'avoir des loix dont les dispositions soient conformes à la vérité & à la justice, c'est précisément de substituer l'empire de la raison à celui de l'habitude que l'on doit s'occuper.

Il est donc également important de s'assurer qu'une bonne loi ne sera pas rejetée pour n'avoir pas eu la pluralité exigée, ou de pouvoir se répondre qu'aucune mauvaise loi n'aura la pluralité, & l'on doit chercher l'assurance qu'une loi nouvelle ne sera rejetée que parce qu'elle est mauvaise, & non parce qu'il n'y aura pas eu de décision sur cette loi.

Enfin il faut, lorsqu'une loi est adoptée à la moindre pluralité exigée, avoir une assurance suffisante que cette loi est bonne,

Assurance
d'avoir une
décision vraie,
& de l'avoir
dans le cas de
la plus petite
pluralité.

Or, il est aisé de voir, en examinant les formules qui naissent du calcul, que si on a d'abord cette assurance suffisante pour le cas de la moindre pluralité, & de plus une assurance égale d'avoir une décision vraie plutôt que d'avoir une décision fautive, ou de n'avoir pas de décision, le risque d'avoir une décision fautive, sera tellement petit qu'il est inutile de s'occuper en particulier des moyens de remplir la première condition.

Il peut être
juste d'assujettir
les autres à
une loi, &
raisonnable de
s'y soumettre
soi-même,
lorsque l'on a
cette dernière
assurance de la
justice de la
loi.

Nous devons donc chercher principalement ici quelle est la probabilité qui donne une assurance de la bonté d'une loi admise à la plus petite pluralité, telle qu'on puisse croire qu'il n'est pas injuste d'assujettir les autres à cette loi, & qu'il est utile pour soi de s'y soumettre. Alors celui qui emploieroit la force publique au maintien de cette loi, auroit une assurance suffisante de ne l'employer qu'avec justice: alors le citoyen, en obéissant à la même loi, sentiroit que s'étant soumis, par une condition nécessaire dans l'ordre social, à ne se pas conduire conformément à sa raison seule dans une certaine classe de ses actions, il a du moins l'avantage de ne suivre que des opinions, qu'en faisant abstraction de son jugement, il doit regarder comme ayant le degré de probabilité suffisant pour diriger sa conduite. Par conséquent chacun ne seroit obligé de se conduire que d'après l'espèce de sûreté que lui permet la nature même des choses.

En effet, tout homme a le droit de se conduire d'après sa raison; mais lorsqu'il s'unit à une société, il consent à soumettre à la raison commune une partie de ses actions, qui doivent être réglées pour tous, d'après les mêmes principes; sa propre raison lui prescrit alors cette soumission, & c'est encore d'après elle qu'il agit, même en renonçant à en faire

usage. Ainsi lorsqu'il se soumet à une loi contraire à son opinion, il doit se dire : *Il ne s'agit pas ici de moi seul, mais de tous ; je ne dois donc pas me conduire d'après ce que je crois être raisonnable, mais d'après ce que tous, en faisant comme moi, abstraction de leur opinion, doivent regarder comme étant conforme à la raison & à la vérité.*

Il s'agit donc maintenant de chercher cette assurance nécessaire, c'est-à-dire, comme nous l'avons observé, une probabilité au-dessous de laquelle on ne puisse agir sans injustice ou sans imprudence. Nous supposons ici que le risque de l'erreur doit être tel, que l'on néglige un risque * semblable, même lorsqu'il est question de notre propre vie.

M. de Buffon évalue ce risque à $\frac{1}{10000}$, parce qu'on n'est pas frappé en général de la crainte de mourir dans l'espace d'un jour, & que $\frac{1}{10000}$ peut être regardé comme l'expression de ce risque : mais, 1.^o M. Daniel Bernoulli a observé que cette crainte de ne pas mourir dans la journée, ne peut être regardée comme nulle que pour les hommes qui, quelque temps avant l'époque de leur mort, n'ont pas, soit un commencement de maladie ou un état de dépérissement & de langueur, soit des dispositions à une mort prochaine qu'ils se dissimulent, car les premiers n'ont pas cette sécurité, & les autres auroient tort de l'avoir. On doit exclure aussi ceux qui sont d'un très-grand âge : cette observation est d'autant plus importante, qu'il s'agit ici d'évaluer un risque moyen que l'on juge devoir être négligé ; il ne peut donc être formé qu'en prenant un terme moyen entre des risques que l'on néglige. Ainsi lorsqu'on fait entrer dans un calcul de ce genre

Cette assurance est suffisante si le risque de l'erreur est égal à un risque qu'on néglige pour sa propre vie.

Méthode d'évaluer ce risque.

Examen de l'opinion de M. le Comte de Buffon.

* Par *risque*, nous entendons ici non le danger, mais la probabilité du danger.

un risque très-grand en lui-même, on suppose tacitement que celui qui l'a couru en ignoroit l'étendue. Cette méthode d'évaluer le risque moyen seroit donc ici très-fautive. En effet, on fait ce risque $\frac{1}{10000}$, parce qu'il est $\frac{365}{10000}$ pour une année, mais dès-lors ce risque ne peut être regardé comme un risque moyen que relativement aux morts imprévues: pour les autres maladies, le risque est nul ou très-grand, suivant que l'homme pour lequel on le considère est attaqué d'une maladie, ou ne l'est pas encore. Or, de ce que cet homme néglige ce risque lorsqu'il est très-petit ou nul, & ne le néglige pas certainement lorsqu'il le voit très-grand; il ne peut pas en résulter qu'il néglige le risque moyen qui naît de la combinaison de ces deux risques.

Supposons, par exemple, que sur 10000 hommes il en meurt 400 par an, dont 35 de mort subite, nous avons $\frac{35}{3650000}$ pour le danger de cette mort dans un jour. Supposons que les 365 autres meurent d'une maladie dont on ne périt qu'au huitième, il en résulte que nous aurons pour un jour moyen 9999 hommes exposés à un danger très-petit, $\frac{35}{3650000}$ de périr dans le jour, & un seul exposé au danger 1 de périr dans ce même jour. Ce calcul, quoique fait en négligeant des considérations importantes, montre combien cette méthode seroit fautive, puisque $\frac{35}{3650000}$ est le véritable risque négligé, au lieu du risque $\frac{400}{3650000}$ que donneroit la méthode, & qui est plus de dix fois plus grand.

2.° Cette manière de considérer les dangers qu'on néglige, ne nous paroît pas applicable à la mesure de la probabilité. En effet, non-seulement le risque de mourir dans un jour est très-petit, mais le danger est habituel & inévitable. Ces deux dernières causes peuvent contribuer autant que la première

à le faire négliger, lors sur-tout qu'agissant ensemble, leur influence doit être très-forte. Or, il faudroit avoir ici un risque que la petitesse seule fît négliger. Il faut donc chercher un danger auquel on s'expose volontairement sans aucune habitude formée, pour un intérêt si léger, qu'on ne puisse le comparer à celui de la vie, & sans qu'on s'imagine avoir besoin de courage pour le braver.

Il seroit aisé de prouver que l'absence d'une seule de ces conditions suffit pour qu'on paroisse négliger des risques tellement grands, qu'il seroit impossible d'attribuer à la petitesse du risque le peu d'impression qu'il produit.

Supposons donc, par exemple, qu'on sache combien il périclite de paquebots sur le nombre de ceux qui vont de Douvres à Calais, & réciproquement, & qu'on n'ait égard qu'à ceux qui sont partis par un temps regardé comme bon & sûr par les hommes instruits dans la Navigation; il est clair qu'on aura par ce moyen la valeur d'un risque qu'on peut négliger sans imprudence. En effet, ce risque n'empêche pas de s'embarquer des gens d'ailleurs très-peu courageux, pourvu qu'ils n'aient pas pour les dangers de la mer cette crainte qui naît de l'ignorance. D'autres voyages sur mer, du même genre, donneroient une autre valeur de la même quantité.

Méthode
qu'il faut suivre
dans cette
évaluation.

On pourroit encore employer utilement pour les mêmes évaluations, certains dangers que des hommes prudents & qui ne manquent point de courage, évitent ou bravent suivant leur manière personnelle de voir & de sentir. Tel est le passage sous le pont Saint-Esprit.

Peut-être seroit-on bien de chercher non-seulement les risques qu'on néglige pour soi-même, mais ceux que les hommes de bon sens regardent comme nuls lorsqu'il s'agit

des personnes qu'ils aiment. Ce n'est point par une vaine ostentation de sensibilité que nous proposons cette épreuve : mais en supposant même un degré assez fort de personnalité, il paroît que la crainte qu'éprouve un homme qui est en sûreté pour la vie d'une personne qui lui est chère, est très-comparable à la crainte qu'il éprouveroit pour lui-même : & en supposant que le risque auquel cette personne est exposée ne soit pas nécessaire, il peut même y avoir quelque avantage à employer ce dernier moyen. En effet, on est plus sûr que c'est la petitesse du risque, & non le courage de celui qui s'y expose, ou l'intérêt qu'il a de s'y exposer, qui le font alors regarder comme nul.

On ne doit point se borner à examiner une seule de ces hypothèses, mais il faut en considérer plusieurs, déterminer pour chacune le degré de risque qu'elle permet de négliger, & par ce moyen on verra quel est réellement celui que l'on peut regarder comme le plus grand parmi ceux que les hommes sages négligent comme nuls dans la conduite ordinaire de la vie.

L'application de cette méthode exige des Tables qui n'ont pas été faites encore, pour les différentes espèces d'accidens fortuits auxquels les hommes sont exposés ; mais il n'est pas impossible d'y suppléer à quelques égards.

Moyens
de suppléer
à cette
méthode.
1.^{er} moyen.

D'abord on connoît ces placemens en rentes viagères sur plusieurs têtes, où l'on se propose non d'augmenter son revenu, mais de placer ses fonds à un haut intérêt & d'une manière sûre ; & l'on peut, en examinant la manière dont les hommes les plus habiles parmi ceux qui font des opérations de ce genre, combinent leurs placemens, & en y appliquant les Tables de mortalité, connoître successivement la probabilité qu'ils ont

de retirer de leur capital un intérêt égal à l'intérêt commun du commerce, celle de ne pas avoir un intérêt inférieur à celui des placements regardés comme certains, celle de retirer au moins leur capital, celle enfin d'en perdre la totalité ou la presque totalité. L'on pourroit, par exemple, regarder ensuite celle-ci comme exprimant le risque qu'on peut négliger, & il différeroit peu de celui qu'on néglige pour sa propre existence; car les hommes qui font le commerce d'argent, ont pour leurs richesses un attachement équivalent à l'amour de la vie.

On pourroit même trouver que le risque d'une perte totale est ici fort au-dessous de celui qu'on négligeroit pour la vie, en sorte que c'est peut-être à la perte de toute espèce d'intérêt qu'il faudroit s'arrêter, ou bien à la probabilité de ne retirer que l'équivalent d'une rente viagère au taux des rentes foncières, ce qui est une sorte de perte totale du capital. On ne devoit pas être étonné de ce résultat, parce que les précautions que l'on prend dans ces arrangemens, ont pour objet non-seulement de conserver les fonds, mais aussi de s'en assurer un emploi avantageux.

Il seroit plus facile de se procurer les données nécessaires pour employer ce moyen, mais elles n'existent encore dans aucun Recueil.

Le second moyen que nous proposons, & auquel nous nous arrêterons, consiste à se servir des Tables de mortalité ordinaires, mais en considérant non un danger de mort que l'on croit devoir négliger, mais une différence entre deux risques, que l'on regarde certainement comme nulle.

Supposons, par exemple, que nous prenions la proportion de la mortalité au nombre des vivans pour différens âges,

2.^d moyen :
raisons de le
préférer.

en n'admettant dans cette liste que ceux qui périssent d'une mort presque instantanée, & que nous en déduisions pour ces différens âges la probabilité de mourir dans l'espace d'une semaine.

En comparant ces différens risques d'année en année, durant tout l'espace où la crainte de mourir dans une semaine n'occupe pas un homme sain, on verroit les risques croître peu à peu avec l'âge, & on pourroit distinguer l'époque où les accroissemens deviennent plus rapides, & où la sécurité est causée moins par la petitesse du danger que par la confiance en ses propres forces, ou le défaut d'attention.

On prendroit ensuite dans cet espace des intervalles où les risques ont des accroissemens réguliers & peu sensibles : & choisissant quelques-uns de ces intervalles durant lesquels l'assurance de ne pas mourir dans l'espace d'une semaine ne diminue pas, quoique le risque ait augmenté, on cherchera pour ces différens intervalles la valeur de ces augmentations de risques, qui sont absolument regardées comme nulles par le commun des hommes. Par exemple, si on prend les Tables de Sulsmifch, & qu'on suppose que le nombre des hommes qui meurent de maladies, dont la durée est moindre qu'une semaine, soit à peu-près dans tous les âges le dixième du nombre total *, on trouvera que depuis 37 ans jusqu'à 47, & depuis 18 jusqu'à 33, le risque va en s'augmentant d'une manière assez uniforme : on observera qu'un homme de 18 ans & un de 33, un homme de 37 ans & un de 47, n'ont

* Cette hypothèse est déduite des Tables de mortalité de M. Raymond, de Marseille; elles donnent le nombre des hommes attaqués de chaque maladie, celui des morts & celui de ceux qui ont échappé, mais l'Auteur n'y a pas fait entrer l'âge des malades.

pas une crainte plus grande l'un que l'autre de mourir dans l'espace d'une semaine. Or, pour la première période, la différence des risques est $\frac{1}{301115}$, & pour la seconde $\frac{1}{144768}$: on peut donc regarder ces deux risques comme pouvant tous deux être négligés, & prendre le second, qui est le plus grand, pour le risque le plus considérable qu'il soit permis de regarder comme nul, & par conséquent $\frac{144767}{144768}$ représentera l'assurance qu'il est convenable d'exiger.

Cette méthode de prendre la différence de deux dangers, est précisément la même que celle où l'on considère un risque isolé auquel on s'expose sans s'imaginer être moins en sûreté. En effet, ce danger particulier devient pour l'homme qui s'y expose dans le moment, un risque ajouté au risque moyen, auquel il est exposé comme les autres. D'ailleurs ce même genre de risque, quoiqu'inévitable, ne peut être regardé comme aussi habituel; il s'éloigne moins par conséquent de la nature de ceux qu'il faudroit considérer.

Nous croyons donc qu'on pourra prendre $\frac{144767}{144768}$ comme l'expression de la probabilité, qu'on doit regarder comme donnant une assurance suffisante, dans le cas où il s'agit de prononcer sur une nouvelle loi, soit qu'une décision rendue à la moindre pluralité sera vraie, soit que l'on aura une décision vraie à la pluralité exigée. Cette probabilité paroîtra peut-être très-grande, & on pourroit s'imaginer qu'il seroit très-difficile de se la procurer: cependant le calcul montre qu'une assemblée de 61 Votans, où l'on exigeroit une pluralité de neuf voix, rempliroit ces conditions, pourvu qu'on eût la probabilité de chaque voix égale à $\frac{4}{5}$, c'est-à-dire, qu'on supposât que chaque Votant ne se trompera qu'une fois sur cinq; & si on suppose qu'il ne se trompe qu'une fois sur dix, alors il suffira

Valeur
de l'assurance
suffisante,
soit pour
la vérité de la
décision à la
moindre pro-
babilité, soit
pour celle
d'avoir une
décision vraie.

d'exiger une pluralité de six voix, & d'avoir une assemblée de 44 Votans.

Plus la probabilité des voix diminue, plus la pluralité exigée doit augmenter, ainsi que le nombre des Votans, & ce nombre croît avec une grande rapidité, lorsque la probabilité des voix est très-petite. Il en résulte que dans un pays où les lumières sont très-peu répandues, mais où il y a un certain nombre d'hommes éclairés, il peut être possible de satisfaire aux deux conditions exigées, en remettant la décision à une assemblée peu nombreuse, tandis qu'il seroit impossible, ou du moins très-difficile d'y satisfaire si on étoit obligé de la confier à une nombreuse assemblée.

On voit donc que l'avantage de confier à une assemblée de Représentans plus ou moins nombreuse le soin de statuer sur les loix, dépend de la manière dont les lumières sont distribuées dans chaque pays, & qu'il peut y avoir des cas où il soit désavantageux d'augmenter le nombre de ces dépositaires de la raison générale.

Nous reviendrons sur cet objet dans la cinquième Partie.

Utilité
de distinguer
deux objets
dans les loix.

Il seroit peut-être utile de distinguer dans les loix l'objet essentiel de la loi, ce qui la constitue proprement, & les détails dans lesquels on est obligé d'entrer en la rédigeant; & il peut y avoir des circonstances où il soit plus avantageux de confier cette dernière partie, qui exige souvent plus de lumières & plus d'habitude de combiner ses idées, à une assemblée moins nombreuse de Votans plus éclairés. On peut même observer que sur quelques-unes de ces questions on pourroit, ou se contenter d'une pluralité qui donne une moindre assurance, ou ne pas exiger la même probabilité qu'il y aura une décision dès la première votation, s'il y a des points qui puissent rester indécis sans inconvénient.

Par exemple, supposons qu'on propose à une assemblée de décider si la peine de mort doit être établie contre le vol, c'est-à-dire, si l'intérêt de la société exige qu'elle soit établie pour quelques espèces de vols, & si dans le cas où l'intérêt de la société paroîtroit l'exiger, cette peine n'est pas contraire à la Justice & au Droit naturel.

Il est clair qu'on doit chercher également à s'assurer, & que la décision de cette assemblée sera conforme à la vérité, & que l'on aura une décision; puisque dans un pays où cette peine existeroit, l'humanité, & même la justice rigoureuse, exigeroient de ne pas laisser une semblable question indécise.

Supposons ensuite qu'on ait décidé que cette peine ne peut être juste, & que le vol doit être puni seulement par la perte de la liberté, dont on a abusé pour attenter aux droits d'autrui, & par des travaux utiles à la société dont on a troublé l'ordre; il reste encore à classer les différentes espèces de vols, à marquer la peine qui convient à chacune, l'intensité, la durée de cette peine. Or, il est aisé de voir qu'il sera plus avantageux de confier cette décision à un corps moins nombreux d'hommes plus éclairés qui pourront, 1.^o en exigeant une pluralité peu considérable, donner une assurance suffisante d'obtenir sur tous les points qu'il est nécessaire de décider sur le champ, une première décision, où il n'y auroit à craindre ni des erreurs grossières ni des inconvéniens d'abord très-sensibles; 2.^o d'obtenir ensuite du même corps une suite de décisions rendues à une plus grande pluralité, de la bonté desquelles on aura une assurance suffisante, mais qui peuvent être retardées par le défaut de la pluralité exigée, sans qu'il en résulte aucun mal. Cette méthode seroit d'autant moins sujette à des inconvéniens, que parmi ces questions, il y en auroit plusieurs

pour lesquelles un des avis doit être suivi tant que l'avis contraire n'a pas obtenu la pluralité exigée; puisque dans tous les cas le parti de la plus grande rigueur ne peut être adopté avec justice que lorsqu'on a une assurance suffisante que cette rigueur est nécessaire.

2.^d Exemple.

Jugement
en matière
civile.

Détermination
de l'assurance
d'avoir
une pluralité,
de laquelle
résulte une
probabilité
suffisante de la
vérité
de la décision.

Détermination
de
cette dernière
probabilité.

Dans la seconde question, il s'agit d'un jugement en matière civile, & l'on suppose que les deux parties qui, par exemple, se disputent une propriété, ont un droit également favorable. On suppose de plus qu'il est nécessaire d'avoir une décision*; dans ce cas le nombre des Votans doit être impair; & puisque la pluralité d'une voix suffit, nous ne pouvons avoir la certitude d'obtenir une pluralité qui donne une assurance suffisante. Nous chercherons donc une probabilité d'avoir cette assurance qui soit égale à $\frac{144767}{144768}$, c'est-à-dire, égale à une probabilité que nous regardons comme suffisante relativement à notre propre vie, & il nous restera ensuite à fixer cette assurance.

Pour cela, nous chercherons un risque que des hommes attachés à leur bien, négligent dans leur conduite, même lorsque la plus grande partie de leur fortune y est exposée. Si on avoit des Tables de ces placemens en rentes viagères dont nous venons de parler; si on en avoit également qui fussent dressées, d'après les évènements, pour les assurances maritimes, pour celles contre les incendies, on en pourroit tirer des données utiles, en ayant toujours soin de considérer le plus d'hypothèses, le plus d'espèces de dangers que l'on pourroit, de déterminer les différens risques auxquels on est exposé, & qu'on regarde comme nuls, pour choisir ensuite parmi ces risques celui qui est le plus grand dans le nombre de ceux qu'on verra ne pouvoir être négligés que par la

* Voyez sur cet objet l'analyse de la cinquième Partie.

petitesse du risque, & non par des considérations étrangères.

Mais comme nous n'avons point ces Tables, nous nous contenterons d'une méthode analogue à celle par laquelle nous avons traité la première question, c'est-à-dire, que nous considérerons deux risques inégaux de perdre sa fortune, à la différence desquels un homme raisonnable ne fait aucune attention, & nous regarderons ce risque comme le plus grand qui puisse être négligé.

Par exemple, un homme à qui un Bénéficiaire qui jouit d'une bonne santé, a résigné un bénéfice, ne se croit pas plus exposé au danger de le perdre par la mort imprévue du Résignateur dans l'espace de moins de quinze jours, soit que ce Résignateur ait 37 ans, soit qu'il en ait 47. Or, comparant ces deux risques, la différence se trouve être environ $\frac{1}{24000}$ ou $\frac{1}{36000}$, selon qu'on supposera que le tiers ou la moitié de ceux qui meurent de maladies aiguës, périssent dans moins de quinze jours*.

Prenant donc une de ces valeurs, nous chercherons (la probabilité de l'avis de chaque Juge étant donnée) la pluralité nécessaire pour avoir l'assurance que la décision est conforme à la vérité : & cette pluralité étant connue, nous chercherons le nombre des Juges nécessaire pour avoir la probabilité $\frac{14+767}{144768}$ d'avoir cette pluralité.

Ainsi toutes les fois que l'on aura cette pluralité, le jugement aura une probabilité telle, que le risque de l'erreur devra être regardé comme nul, puisqu'on néglige dans la conduite ordinaire un pareil risque lorsqu'il s'agit de sa fortune ;

* Cette détermination est prise aussi des Tables de M. Raymond, mais elles ne contiennent pas la durée de chaque maladie, & c'est ce qui m'oblige à laisser ici une si grande latitude dans la détermination de l'assurance.

& l'on aura de plus une assurance qu'on regarde comme suffisante, même pour la propre vie, de n'avoir pas une décision rendue à une moindre pluralité.

On est conduit ici à une conclusion qui peut paroître singulière, c'est que l'on doit encore plus dans les questions de ce genre que pour des matières même plus importantes, chercher à ne confier la décision qu'à des hommes éclairés; puisque la nécessité d'avoir une décision force à se soumettre même à celle qui n'a que la pluralité d'une seule voix, & que par conséquent on ne peut trouver dans la forme des décisions de moyens de suppléer, par la pluralité exigée, au peu de probabilité de la voix de chaque Votant en particulier.

Détermination
d'une assurance
suffisante
pour décider
en faveur de la
cause la moins
favorable.

Nous avons dit dans la première Partie, que dans plusieurs questions de ce genre, le droit d'une des parties étant plus favorable que celui de l'autre, on pourroit exiger une pluralité au-dessus de l'unité, pour décider en faveur de la partie dont le droit étoit le moins favorable, & regarder comme en faveur de l'autre les décisions rendues à une moindre pluralité.

Dans ce cas on déterminera, comme ci-dessus, la pluralité par la condition de donner en faveur de la vérité une probabilité $\frac{23999}{24000}$ ou $\frac{35999}{36000}$, & l'on cherchera à s'assurer une probabilité suffisante d'avoir cette pluralité. On verra, dans l'examen de la troisième question, la manière de déterminer cette dernière probabilité.

Il faudra aussi avoir égard à la remarque faite à la fin de la seconde Partie, c'est-à-dire, chercher à se procurer des Votans, dont la voix ait une probabilité assez grande pour que la différence de deux voix dans la pluralité, entre le cas où l'on décide d'après la pluralité & celui où l'on décide contre, produise une très-grande différence dans la valeur de la probabilité.

La troisième question a pour objet, de déterminer l'assurance qu'on doit exiger d'un Tribunal qui prononce à la pluralité des voix qu'un accusé est coupable ou innocent, ou plutôt qu'il est prouvé qu'il est coupable, ou que cela n'est pas prouvé.

3.^e Exemple.
Jugemens
en matière
criminelle.

On trouvera d'abord que l'on doit exiger, lorsque la pluralité est la moindre, une probabilité de la décision, telle que le risque de l'erreur soit regardé comme nul, même lorsqu'il s'agit de la vie. Nous ferons donc cette probabilité égale à $\frac{144767}{144768}$.

Le risque
d'une erreur
dans une
décision doit
être tel qu'on
le néglige pour
sa propre vie.

Mais l'objet qu'on se propose dans un jugement de cette espèce, n'est pas seulement d'éviter qu'un innocent ne soit condamné; la forme du Tribunal doit encore être telle que l'on évite en même-temps le risque de renvoyer un coupable lorsque le crime est réellement prouvé, c'est-à-dire, que ce risque doit être assez petit pour pouvoir être négligé.

Quelle assu-
rance on doit
avoir de ne pas
renvoyer de
coupables.

Le renvoi d'un coupable a deux inconvéniens, celui d'engager au crime par l'espérance de l'impunité, & le danger auquel les citoyens peuvent être exposés de la part de ce coupable qui peut commettre de nouveaux crimes.

1.^o Pour éviter
l'exemple
de l'impunité
d'un coupable
renvoyé
comme inno-
cent, ou faute
de la pluralité
nécessaire pour
condamner.

Si l'on se bornoit à une probabilité de ne pas renvoyer un coupable, assez grande pour que le risque auquel il seroit exposé fût capable de détourner du crime un homme de sang-froid, une très-petite probabilité suffiroit. En effet, supposons qu'elle soit seulement $\frac{299}{300}$, c'est-à-dire, que de trois cents coupables, il en échappe un seulement, il est clair que la crainte d'un danger où sur trois cents personnes il ne s'en sauve qu'une seule, est plus que suffisante. Un homme qui s'expose à un pareil danger, est nécessairement animé d'une passion violente qui lui fait préférer la mort à la vie qu'il

méneroît après s'être soustrait à ce danger. Mais ce n'est pas ainsi que raisonnent ceux que leur intérêt ou leur penchant entraîne au crime ; un seul exemple d'un coupable qui a évité le supplice, leur fait une impression profonde, & l'intérêt public exige qu'on ait une grande probabilité qu'ils n'auront pas cet exemple. Il s'agit ici d'hommes grossiers, attentifs seulement aux évènements qui se passent sous leurs yeux. Nous supposerons donc que chacun de ces hommes puisse avoir vraiment connoissance de vingt crimes & de vingt jugemens, & en cela nous ferons une supposition qui ne sera pas trop foible pour un pays policé. Cela posé, en exigeant dans chaque jugement une probabilité $\frac{9999}{10000}$ qu'il n'y aura pas un coupable renvoyé, on aura dans une génération un risque moindre que $\frac{3}{1000}$ de voir renvoyer un coupable. Or, cela peut être regardé comme suffisant si l'on songe qu'il ne peut être question ici que de ceux qui seroient affermis dans le crime pour l'espérance de l'impunité, & non de ceux qui le sont par l'espérance, bien plus facile à former, de ne pas être arrêtés, qu'il ne s'agit même que des accusés qui seroient renvoyés par l'erreur ou le défaut de lumières du Tribunal, & non de ceux qui échapperoient au supplice faute de preuves. Les exemples de cette dernière espèce sont très-dangereux, mais ce n'est pas la forme des décisions qui peut en préserver.

Il ne suffit pas de mettre à l'abri de l'exemple du renvoi d'un accusé coupable, il faut éviter un danger plus grand encore, c'est celui de l'exemple d'un coupable renvoyé lorsque la pluralité le condamne, mais qu'elle est au-dessous de la pluralité exigée.

Il faut donc que la probabilité de ce risque soit au moins au-dessous de $\frac{1}{144768}$ pour un seul jugement ; & si on veut,

ce

ce qui paroît naturel , qu'elle soit au-dessous de cette valeur , même pour vingt jugemens , d'après l'hypothèse faite ci-dessus, alors il faudra qu'elle soit au-dessous de $\frac{1}{3000000}$ pour chacun.

On ne doit faire entrer ici dans le calcul que les cas où un homme réellement coupable est renvoyé parce que la pluralité exigée n'a pas lieu contre lui , & non pas ceux où un innocent condamné est renvoyé parce que cette pluralité n'a pas eu lieu contre lui. Il est vrai que si l'opinion particulière de ceux sur qui l'exemple influe , est que cet innocent est coupable , alors l'exemple est également dangereux ; mais si au contraire ils le regardent comme innocent , celui du danger qu'il a couru devient un exemple capable de les effrayer.

D'ailleurs comme on ne compte ici que les cas où la pluralité est pour condamner , & n'est pas suffisante , en supposant que le risque dans vingt jugemens est au-dessous de $\frac{144767}{144768}$, on fait une supposition un peu exagérée , puisqu'on suppose que dans une génération on peut être témoin de vingt de ces jugemens. Ainsi en déterminant le risque qu'on peut négliger dans un seul jugement à $\frac{1}{3000000}$, on n'a point à craindre d'avoir fixé trop haut cette limite.

Si on se contente pour chaque jugement d'un risque au-dessous de $\frac{1}{144768}$, il sera , au bout de vingt jugemens , au-dessous de $\frac{14}{1000000}$; risque encore très-petit , car il paroît suffisant de pouvoir se procurer l'assurance qu'il y ait six mille environ à parier contre un que dans une génération entière on ne sera pas frappé de l'exemple d'un coupable renvoyé , pour n'avoir pas eu contre lui la pluralité exigée , c'est-à-dire , parce que les preuves de son crime , quoique devant être regardées très-probables , & même comme acquises , n'ont

point frappé un assez grand nombre de Juges pour déterminer la condamnation.

1.° Pour éviter le tort qu'un coupable renvoyé peut faire à la société.

Si on examine ensuite le danger qui résulte des coupables renvoyés, on trouvera qu'il n'est pas nécessaire pour que ce risque puisse être négligé, que la probabilité de renvoyer un coupable soit aussi petite, à beaucoup près, que l'exige la nécessité d'éviter les inconvéniens de l'exemple de l'impunité. L'on peut donc négliger cette considération; & pourvu que les conditions que nous avons fixées ci-dessus soient remplies, on peut se croire assuré d'obtenir toute la sûreté qu'exigent la Justice & la sûreté publique, du moins relativement à chaque individu*.

L'assurance que doit se procurer un Législateur ou un Juge, que dans l'espace d'une génération un innocent ne sera pas condamné en vertu de la loi ou de son jugement.

En effet, on peut demander de plus: *S'il doit suffire à un Législateur d'établir une forme de décision telle, que dans chaque jugement il y ait l'assurance suffisante qu'un innocent ne sera pas condamné, ou s'il est obligé au contraire de faire en sorte d'avoir cette assurance, ou pour un certain espace de temps, ou pour un certain nombre de décisions.*

La seconde opinion paroît devoir être préférée, mais il faut observer qu'il est impossible de se procurer cette assurance pour un temps ou pour un nombre de décisions indéfini; qu'il est même impossible de n'avoir pas à la longue une très-grande assurance qu'un innocent sera condamné.

On doit donc prendre ici une limite: nous choisirons celle d'une génération; par ce moyen chaque homme ou Juge, ou dépositaire de la force publique, aura une assurance suffisante

* On voit par cet exemple, comment, si la même forme de jugement étoit appliquée à d'autres questions, il faudroit chercher, d'après la nature même de ces questions, à se procurer les assurances suffisantes d'avoir un jugement vrai à la pluralité exigée, &c. Voyez page CXVIII.

de ne pas contribuer involontairement, soit par sa voix, soit par son consentement à la condamnation d'un innocent. Comme il s'agit ici, non d'un danger instantané, mais d'un danger qui se répand sur la vie entière, il semble qu'on peut se contenter d'une assurance moindre, & telle qu'elle suffise pour ne pas être frappé d'un danger de la même espèce. Nous observerons en conséquence qu'un homme n'est pas plus frappé de la crainte de mourir dans sa vingt-cinquième année que dans sa vingtième. Les Tables de mortalité donnent ce risque égal à $\frac{1}{1900}$: ainsi nous prendrons ici $\frac{1822}{1900}$ pour l'assurance qui peut être regardée comme suffisante. Si, d'après cette détermination, on suppose mille, par exemple, pour le nombre des hommes condamnés pendant une génération, ce qui est un nombre très-grand pour des pays policés, même d'une étendue très-considérable, on trouvera que l'assurance qu'il faut en conséquence se procurer dans chaque jugement, qu'un innocent ne sera pas condamné, sera $\frac{1999999}{2000000}$ environ. Alors on pourra chercher à avoir, ou cette assurance qu'un accusé condamné en général n'est pas innocent, ou bien la même assurance qu'il n'est pas innocent, même en supposant les jugemens rendus à la plus petite pluralité possible.

Quelle que soit celle de ces deux assurances qu'on exige, il ne faut pas croire qu'elles conduisent, pour la formation du Tribunal, à des conditions impossibles à remplir. En supposant à la voix de chaque Votant une probabilité $\frac{2}{10}$; une pluralité de six voix & un Tribunal de trente Membres suffiront pour donner toutes les assurances nécessaires, si l'on veut seulement les obtenir pour une suite de décisions, dont la pluralité soit quelconque; & si on les exige pour une suite de décisions supposées rendues à la plus petite pluralité, il

Possibilité de remplir toutes ces conditions.

suffira d'une pluralité de huit voix, ou même de sept, & le nombre des Votans pourra être au-dessous de cinquante.

La probabilité
qu'un
innocent sera
condamné
dans un temps
indéfini, croît
indéfiniment.

L'observation que l'on ne peut avoir aucune assurance que dans un espace de temps indéfini un innocent ne sera pas condamné, & qu'il y a même, quelque forme qu'on donne à la décision, une probabilité très-grande que cet événement aura lieu, cette observation, dis-je, doit nécessairement engager à chercher des moyens d'éviter un si grand mal. Pour cela, supposons, par exemple, un Tribunal de trente Juges, & qu'on exige une pluralité de six voix, il faudra donc pour condamner un innocent que dix-huit Votans sur trente aient jugé contre la vérité. Or, il est probable que cette combinaison n'aura lieu que parce que des circonstances extraordinaires auront influé sur le jugement. La probabilité moyenne de la voix d'un homme ne peut être connue, comme nous l'avons dit, que par l'observation du nombre de cas où il décide en faveur de la vérité & de ceux où il décide en faveur de l'erreur : mais dans chaque jugement particulier il résulte du calcul, que lorsqu'on sait qu'un homme s'est trompé, il y a trois à parier contre un que dans cette circonstance la probabilité de la vérité de sa voix étoit au-dessous de $\frac{1}{2}$. Si l'on suppose que l'on a eu dix-huit voix contre la vérité & douze pour l'erreur, on a une probabilité beaucoup plus grande que dans ce cas celle de la voix est tombée au-dessous de la limite $\frac{1}{2}$. On aura de même une probabilité encore plus grande que celle de la voix des Votans est tombée fort au-dessous de la probabilité moyenne qu'on lui avoit assignée, & par conséquent on aura également une probabilité qu'on doit attribuer cette diminution à quelques circonstances particulières. Cela posé, si on rend l'instruction publique, il y aura lieu de

Conséquences
qui
en résultent ;
nécessité
& moyens de
remédier à cet
inconvenient
inévitable.

croire que quelqu'un de ceux qui suivront l'instruction, & qui doivent être supposés avoir différentes opinions, différens penchans démêleront cette influence, pourront avertir les Juges, & par ce moyen prévenir l'injustice.

De même si l'on établit qu'aucun jugement capital ne sera exécuté sans la signature du Prince ou du premier Magistrat il est très-probable qu'ils seront instruits de ces circonstances extraordinaires par l'accusé ou par ses défenseurs; qu'alors ils pourront suspendre l'exécution, en refusant leur signature, & ordonner un nouvel examen; & il seroit aisé de concilier la manière de faire cet examen dans tous les cas où il peut être nécessaire, avec la célérité des jugemens, la nécessité de ne pas laisser le crime impuni, & tous les avantages d'une bonne législation.

On auroit donc, par la réunion de ces deux moyens, une assurance que dans le cas où un innocent auroit été condamné, sa condamnation ne seroit pas exécutée, & que le jugement seroit réformé.

Supposons cette assurance encore $\frac{1822}{1900}$, on aura le risque qu'un innocent seroit condamné dans une suite de mille jugemens, égal à environ $\frac{1}{3610000}$, d'où résulte l'assurance $\frac{1822}{1900}$ qu'un innocent ne sera pas condamné pour un temps qu'on peut regarder comme infini par rapport à la durée des institutions humaines, & même à la durée de l'état actuel des lumières & de la civilisation de notre espèce.

La même observation nous conduit à la réflexion suivante. Il est démontré qu'on ne peut se procurer pour un temps indéfini une assurance aussi grande que l'on voudra qu'un innocent ne sera pas condamné, & même qu'il est très-probable qu'il y en aura un de condamné dans un certain espace de temps. Il

Autre
conséquence
de la même
observation.

est donc démontré qu'on ne peut avoir une assurance suffisante pour un très-long temps, d'éviter une injustice.

Preuve,
ou plutôt
démonstration
de l'injustice
de la peine
de mort.

Or, la peine de mort est la seule qui rende cette injustice absolument irréparable : donc il est démontré que l'existence de la peine de mort expose à commettre une injustice irréparable ; donc il est démontré qu'il est injuste de l'établir. Ce raisonnement nous paroît avoir en effet absolument la force d'une démonstration.

On pourroit objecter sans doute qu'on commet une injustice égale, en condamnant un innocent à une autre peine, qui peut même être regardée comme plus cruelle que la mort, si on fait abstraction de la terreur machinale que la mort inspire ; que l'injustice peut aussi, dans ce cas, n'être jamais réparée ; mais on peut répondre que la Justice n'exige du Législateur que ce qui n'est pas impossible par la nature des choses ; qu'ainsi puisqu'il est nécessaire de punir le crime, puisqu'en le punissant, il est impossible de ne pas s'exposer à punir un innocent, le Législateur ne peut être injuste s'il s'est procuré toutes les assurances possibles d'échapper à cette injustice involontaire, mais qu'il ne peut légitimement, par un acte de sa volonté, rendre irréparable cette injustice à laquelle la nécessité l'expose. Cette irréparabilité n'est pas alors la suite de la nature des choses ; l'ouvrage de la nécessité, c'est le sien. On remarquera de plus que puisqu'il y a une assez grande probabilité que tout jugement faux est la suite de circonstances particulières qui ont influé sur le jugement, il en résulte nécessairement une probabilité que la vérité pourra être connue, & par conséquent un véritable devoir de ne se priver d'aucun moyen de réparer l'injustice.

Cette seule raison nous paroît détruire tout ce qu'on a pu

alléguer pour prouver la nécessité ou la justice de la peine de mort dans l'état de paix, c'est-à-dire, toutes les fois que la force publique peut contenir le coupable & l'empêcher de nuire.

Il est aisé de voir, en lisant cette analyse de la troisième Partie, qu'on n'a point prétendu donner ici les véritables déterminations de l'assurance qu'on doit chercher à se procurer pour les différens cas, mais seulement indiquer la méthode qu'il faut suivre pour y parvenir, les conditions qu'on doit chercher à remplir, avec des exemples de déterminations assez approchées pour donner une idée des résultats qu'on peut attendre du calcul.

Conclusion
générale.

Nous la terminerons par quelques règles générales, qu'il est facile de déduire de ce que nous avons dit.

1.° Dans chaque question on examinera soigneusement quelles sont les différentes espèces de dangers auxquels l'erreur ou la non-décision peuvent exposer.

2.° On fera en sorte que le risque qui reste malgré l'assurance, ait pour limite un autre risque du même genre que les hommes les plus sages négligent lorsqu'il est question d'intérêts de la même nature & aussi importans.

3.° On choisira pour exemples des dangers que la petitesse du risque fasse seule négliger, & auxquels on s'expose de sang-froid & pour un léger intérêt.

4.° S'il s'agit d'un risque involontaire, & sur-tout habituel, il ne faut pas prendre ce risque en lui-même, mais la différence de deux risques qu'on néglige tous deux, & qu'on regarde comme égaux, quoiqu'ils ne le soient pas.

5.° Puisqu'il faut déterminer dans chaque question le risque le plus grand qu'on puisse négliger, il ne suffit pas de déterminer

la valeur de ce risque ou de cette différence de risque, dans un seul cas, mais examiner d'après les observations un grand nombre de ces risques, & choisir le plus grand de ceux dans lesquels la petitesse du risque est plus uniquement le motif qui les fait négliger.

Analyse de la quatrième Partie.

Objet
de cette Partie.

L'OBJET de cette quatrième Partie, est d'indiquer des moyens de faire entrer dans le calcul des considérations qu'il n'est pas permis de négliger lorsqu'on cherche à en faire l'application à la pratique, & qu'on veut obtenir des résultats précis.

Questions
qui
y sont traitées.

Nous y discuterons six questions principales.

1.^o Du moyen d'avoir égard aux différences de probabilité que peuvent avoir les voix des mêmes Votans dans différentes décisions.

2.^o De la différence de probabilité entre les voix des Votans dans une même décision.

3.^o De l'influence qu'un ou plusieurs Votans, Rapporteurs, Présidens ou Membres perpétuels d'une assemblée peuvent avoir sur la voix des autres.

4.^o De la manière d'évaluer dans les jugemens l'influence de la mauvaise foi des Votans.

5.^o De la probabilité dans le cas où l'on oblige les Membres d'une assemblée de former un vœu unanime.

6.^o De l'usage de compter pour une seule voix celle de la pluralité, prise entre plusieurs Votans qui sont liés par la parenté.

Si la probabilité que l'on attribue à la voix de chaque Votant a été

a été déterminée d'après des décisions rendues à différentes pluralités, il est clair qu'elle n'est qu'une sorte de probabilité moyenne, prise entre plusieurs probabilités qui peuvent varier d'une décision à l'autre, & être différentes pour chaque Votant.

Or, 1.^o si l'on emploie la première méthode de la troisième Partie, pour déterminer la probabilité, & qu'on la cherche séparément pour les différentes pluralités, il est très-probable que les valeurs qu'on obtiendra seront d'autant plus grandes que les pluralités seront aussi plus grandes; & elles le seront certainement si on emploie la seconde méthode. Ainsi la valeur de la probabilité moyenne qu'on a trouvée en général, ne convient pas également à toutes les décisions, & l'on doit la supposer plus ou moins forte, suivant le degré de pluralité qu'on a obtenu.

2.^o On trouvera également que si la pluralité est supposée la même, la probabilité moyenne seroit d'autant plus petite, que le nombre des Votans seroit plus grand; & ces deux résultats sont d'accord avec ce que la raison semble indiquer. En effet, une assemblée de 25 Votans, qui a décidé à la pluralité de 20 voix contre 5, inspirera plus de confiance qu'une assemblée de 425 Votans qui aura décidé à la pluralité de 220 contre 205.

Les deux méthodes de déterminer la probabilité d'une décision future, que nous avons exposées dans la troisième Partie, donnent réellement une probabilité plus petite lorsque le nombre des Votans étant plus grand, la pluralité reste la même; & lorsque, le nombre des Votans étant le même, la pluralité augmente, elle donne également une plus grande augmentation de probabilité qu'on ne l'auroit, en supposant

1.^{ere} Question.
Comment
on doit avoir
égard
dans le calcul
aux
changemens
de probabilité
de la voix d'un
même Votant
dans
différentes
décisions.

celle de chaque voix égale à une quantité constante, comme dans la première Partie.

Mais cela ne suffit pas, puisque la différence qu'on trouve alors entre le résultat de la méthode de la troisième Partie & de celle de la première, naît uniquement de la distribution générale des voix, tant dans les décisions passées qui ont servi à déterminer la probabilité, que dans celle qu'on examine; &, comme nous venons de le montrer, il doit exister une différence de probabilité, dépendante seulement de la distribution des voix dans la dernière décision.

La méthode la plus sûre seroit sans doute de chercher à connoître les différentes probabilités, en divisant en plusieurs classes les décisions passées qui servent à déterminer la probabilité, à prendre séparément toutes celles qui donnent à peu-près une même pluralité proportionnelle; & ensuite, lorsqu'il s'agiroit de déterminer la probabilité d'une nouvelle décision, on emploïroit, non la totalité des décisions passées, mais seulement le système de celles où le rapport de la pluralité au nombre des Votans est à peu-près le même que dans la nouvelle décision.

Cette méthode exigeroit des recherches plus longues, & sur-tout obligeroit à prendre un beaucoup plus grand nombre de décisions passées. Or, il en pourroit résulter une nouvelle source d'incertitudes. En effet, quelque méthode qu'on emploie, il faut supposer toujours que les nouveaux Votans, de la voix desquels on cherche à connoître la probabilité, sont à peu-près égaux en justesse d'esprit & en lumières à ceux dont les décisions passées servent de base à la méthode, ce qui exige qu'on se renferme dans des limites assez étroites relativement à la nature des décisions, à l'état de ceux qu

les ont rendues, à l'espace de temps que ces décisions ont embrassé & à la distance des lieux où elles ont été formées

Nous proposons de substituer à cette méthode le moyen suivant. On déterminera d'abord les deux limites les plus prochaines entre lesquelles on peut avoir une assurance suffisante, que se trouvera la probabilité de toutes les voix qui composent une assemblée de Votans *. Cela posé, on prendra pour chaque cas la probabilité, en supposant simplement que celle de chaque voix est entre ces limites. A la vérité on suppose, dans ce cas, que toutes les probabilités contenues entre ces limites peuvent avoir lieu également.

Mais il faut observer que la probabilité plus ou moins grande de chacune des valeurs qui sont entre les limites, dépend des observations faites sur la totalité des décisions passées; qu'ainsi elle ne doit pas être admise ici, où l'on se propose principalement d'éviter l'erreur que cette manière de considérer la question, peut introduire dans l'examen de chaque décision particulière: au lieu qu'en supposant également probables toutes les valeurs contenues entre les deux limites, la valeur moyenne qui en résulte ne varie que suivant la distribution des voix dans chaque décision particulière.

Il faut observer ici que ces limites varient avec le nombre des Votans; & que plus ce nombre est grand, plus la probabilité moyenne diminue. Alors cette diminution a deux causes:

* *Nota.* On n'a point parlé dans cet Ouvrage de la manière de trouver ces limites les plus prochaines; la méthode en est fort simple. Soient u & u' ces deux limites, l'assurance étant supposée connue, on a une équation entre u & u' , & il faut prendre les valeurs de u & u' , qui donnent un *minimum* pour $u - u'$. La solution n'a de difficulté que la longueur du calcul, & on trouveroit facilement des moyens de la diminuer.

d'abord les formules analytiques donnent même, en supposant les mêmes limites, une probabilité plus petite, & de plus l'étendue plus grande de ces mêmes limites, tend encore à diminuer la probabilité. Cette conclusion est d'accord avec ce que la raison semble indiquer. En effet, il est aisé de voir que plus on multiplie le nombre des Votans, la pluralité étant constante, plus, en supposant qu'ils ont toujours les mêmes lumières, il devient vraisemblable que la probabilité de chaque voix est moindre dans cette décision particulière, que dans une autre décision, où un moindre nombre de ces Votans auroit rendu une décision à la même pluralité. Par exemple, si sur 425 personnes, on a eu 220 pour un avis, & 205 contre; & que dans un autre cas on ait, sur 25 personnes prises dans ce nombre, eu 20 voix pour un avis & 5 contre, on trouvera vraisemblable que dans l'affaire particulière, examinée par la première assemblée, la probabilité de chaque voix a dû être plus foible que dans la seconde.

De même il paroît naturel de supposer que lorsque le nombre des Votans augmente, la probabilité moyenne de la voix de chacun doit diminuer.

2.^{de} Question.
Comment
on doit avoir
égard
à l'inégalité
de lumières
des Votans
dans
une même
décision.

Dans cette première correction que nous avons proposé de faire, nous supposons encore toutes les voix égales; mais on sent que cette supposition ne peut que s'écarter beaucoup de ce qui existe dans la réalité, & qu'ainsi il faut, même dans chaque jugement isolé, avoir égard à l'inégalité des voix.

Le moyen que nous proposons ici, consiste à supposer les Votans partagés en un nombre quelconque de classes, pour lesquelles la probabilité est supposée restreinte entre certaines limites, & à prendre la probabilité moyenne, en supposant,

1.° la probabilité que chaque Votant est d'une classe plutôt que d'une autre égale à la probabilité que sa voix est entre ces limites; 2.° que dans tous les jugemens, la différence de la probabilité des Votans d'une classe à celle des Votans d'une autre classe, reste constante.

C'est-à-dire, par exemple, que si on a des Votans pour lesquels la probabilité soit entre $\frac{9}{10}$ & $\frac{8}{10}$, & d'autres dont la probabilité soit depuis $\frac{8}{10}$ jusqu'à $\frac{7}{10}$; nous supposons que lorsque la probabilité des premiers, dans une certaine décision, ne sera que $\frac{88}{100}$, celle des autres ne sera que $\frac{78}{100}$.

On pourroit aussi, si l'on croyoit y trouver plus d'exactitude, supposer que ces limites de probabilité, au lieu d'être placées à des espaces égaux, le soient à des espaces proportionnels aux valeurs des probabilités, & que la probabilité diminue aussi d'une quantité proportionnelle pour toutes les voix en même-temps.

Mais ces recherches ne doivent avoir que peu d'utilité. En effet, nous avons déjà observé plusieurs fois qu'il ne suffisoit pas que la probabilité moyenne, avec quelque exactitude qu'elle soit déterminée, donnât une assurance suffisante, mais qu'il faut, autant que la nature des choses le permet, se procurer cette assurance dans les cas les plus défavorables. Ainsi, sans s'arrêter à faire entrer dans le calcul l'inégalité de probabilité des voix, soit entre les Votans, soit dans les différentes décisions, il suffira de chercher une limite au-dessous de laquelle on ait une assurance suffisante que la probabilité d'aucun des Votans ne doit tomber, de supposer la probabilité égale à cette limite inférieure, & de remplir dans cette hypothèse toutes les conditions du problème, de manière à se procurer le degré d'assurance qu'exige la justice ou l'utilité.

Reflexion
générale
sur ces deux
premieres
Questions:
nécessité
de prendre,
au lieu de la
probabilité
moyenne,
une
certaine limite
de la
probabilité.

3.^e Question.
Comment
on peut faire
entrer
dans le calcul
l'influence
d'une partie
des Votans
sur les autres.

Influence
des
Rapporteurs
ou des
Commissaires.

Influence
des Membres
perpétuels
d'une
assemblée.

Influence
des Chefs.

Première
méthode
de calculer
l'influence.

On peut supposer qu'un ou plusieurs Votans aient sur l'opinion des autres une certaine influence, & il est clair que cette influence tend, dans certains cas, à diminuer la probabilité de leurs jugemens.

Par exemple, dans les questions qui sont examinées par un ou plusieurs Commissaires chargés d'en faire leur rapport à une assemblée, il est vraisemblable, 1.^o que l'autorité que doit donner à ces Commissaires l'opinion qu'ils ont fait un examen plus approfondi de la question, influera sur la décision des autres Votans; 2.^o que leur voix aura réellement une probabilité plus grande en elle-même que celle des autres Votans. Ainsi, par la première raison, une décision rendue conformément à l'avis de ces Commissaires, aura une moindre probabilité; & par la seconde, elle peut avoir une probabilité plus forte.

Il arrivera de même que les Membres perpétuels d'une assemblée, dont les autres Membres ne sont qu'à temps, auront vraisemblablement aussi quelque influence sur l'opinion de ces derniers; & si on suppose que ces Membres perpétuels sont plus instruits, il pourra en résulter aussi une augmentation ou une diminution de probabilité.

Enfin on peut supposer de l'influence à un Chef, ou en plusieurs Chefs sur le Corps qu'ils président. Cette dernière influence ne peut tendre qu'à diminuer la probabilité, parce qu'on ne peut supposer raisonnablement que ces Chefs doivent avoir plus de lumières ou de justesse d'esprit que les simples Membres de l'assemblée.

Pour évaluer les effets de cette influence, nous suivrons deux méthodes différentes. Dans la première, nous supposons l'effet de l'influence sur chaque voix égal à la différence qui

a lieu entre la probabilité que cette voix sera de l'avis du Votant auquel on suppose de l'influence, & la probabilité que deux Votans quelconques feront du même avis. On suppose ensuite que la probabilité qu'un Votant prononcera en faveur de la vérité ou de l'erreur, diminue en proportion de cette influence; & on prend, tant pour le cas où le Votant qui a influé sur le jugement a prononcé en faveur de la vérité, que pour celui où il a voté contre, la probabilité qui résulte de cette hypothèse pour les différentes distributions de voix.

Cette méthode s'applique également au cas où l'on regarde la probabilité de la vérité des voix comme donnée & constante, & à ceux où on la déduit des observations.

Elle s'applique aussi à l'hypothèse de l'influence de plusieurs Votans.

Elle est d'ailleurs assez simple, & on peut la regarder comme propre à faire connoître exactement l'influence lorsque l'on a un très-grand nombre de décisions connues, d'après lesquelles on cherche à connoître la probabilité d'une décision future.

Mais comme cette méthode n'est pas rigoureuse, nous discutons ensuite la question par des principes plus exacts: nous cherchons d'abord la probabilité qu'il existe une influence, & nous la trouvons, en déterminant la probabilité que dans une suite infinie de votations, celles qui sont en faveur de la vérité seront en plus grand ou en plus petit nombre, dans le cas où l'influence a lieu, que dans celui où elle n'a pas lieu.

Nous déterminons ensuite la probabilité pour chaque décision future, en ayant égard aux effets de l'influence, &

Seconde
méthode.

nous déterminons enfin ces effets, en comparant cette probabilité avec celle qu'on auroit eue s'il n'y avoit pas existé d'influence.

Si l'on a l'avantage d'avoir des décisions qui ne soient soumises à aucune influence, & de pouvoir les comparer immédiatement à celles qui y sont soumises, la méthode est rigoureuse en elle-même; mais si l'on n'a point de pareilles décisions, alors on aura une expression, à la vérité plus incertaine de la probabilité de l'influence, en cherchant la probabilité de l'avantage qui résulte en faveur de la vérité: 1.^o en considérant la distribution dans la somme totale des décisions, & la comparant à celle de ces mêmes voix, prises successivement pour le cas où le Votant qui a une influence, prononce pour la vérité & pour celui où il prononce contre; 2.^o en considérant chacune de ces deux distributions séparément, & les comparant entr'elles.

Cette seconde comparaison est plus rigoureuse, parce qu'il est aisé de voir que s'il n'y a aucune influence, il ne doit exister aucun avantage d'une de ces distributions de voix sur l'autre.

Il se présente une autre difficulté sur cette méthode; c'est que non-seulement la différence de proportion entre les voix vraies ou fausses dans chaque hypothèse, mais le nombre même de ces voix, changent la valeur des probabilités où conduit cette méthode.

Ce résultat doit avoir lieu à la rigueur. En effet, il est aisé de voir que si, par exemple, sur trois mille évènements on en a deux mille favorables & mille contraires, la probabilité d'avoir un évènement favorable sera plus grande que

si

si sur trois cents on en avoit eu deux cents favorables & cent contraires.

Mais dans le cas que l'on considère ici, nous croyons qu'on s'approcheroit plus près de la vérité, en faisant en sorte que les nombres absolus des voix, dont on compare la distribution, soient égaux entr'eux, ce qui peut s'exécuter si les assemblées dont on considère les décisions sont formées d'un nombre constant de Votans. En effet, on pourra, prenant pour base l'hypothèse qui donne le moins de décisions, la comparer successivement avec toutes les combinaisons possibles d'un même nombre de décisions que donnent les autres hypothèses.

Ces deux méthodes semblent devoir mériter la préférence, chacune dans des cas différens: la première, lorsque la différence du nombre absolu paroît en quelque sorte une suite nécessaire de l'hypothèse même: la seconde, lorsque les deux hypothèses paroissent indépendantes.

Si l'on considère l'influence d'un nombre donné de Votans, il est clair qu'on ne peut avoir de méthode rigoureuse, à moins de connoître des décisions soumises à cette influence; & dans ce cas, la méthode par laquelle on détermine l'influence d'un Votant, s'applique à cette nouvelle hypothèse sans aucune difficulté. Si au contraire l'on n'a point de décisions semblables à celles qu'on examine, mais seulement des décisions soumises à l'influence d'un Votant, l'on est obligé de recourir à une hypothèse pour déterminer les effets de cette influence multipliée. Celle que nous proposons consiste (pour l'influence de trois Votans, par exemple) à prendre dans la suite des décisions où un seul Votant a eu de l'influence, toutes les combinaisons trois à trois qu'elles peuvent former,

Influence
de plusieurs
Votans,

& à distinguer ainsi les cas où l'on a trois de ces Votans pour la vérité, deux pour la vérité & un contre; deux pour l'erreur & un pour la vérité; enfin trois pour l'erreur. Cette supposition peut être regardée comme assez exacte, parce qu'elle revient, si on suppose infini le nombre des décisions connues, à imaginer que lorsque l'influence d'un Votant a diminué la probabilité qu'une décision, faite indépendamment de l'influence, sera vraie ou fausse, celle d'un second Votant agit proportionnellement sur cette seconde probabilité, & ainsi de suite.

On peut dans ces recherches employer également les deux méthodes de la troisième Partie; mais si au lieu de considérer la distribution des voix dans les décisions, on considérait les décisions en elles-mêmes, alors il faudroit préférer la première méthode, la seconde ne pouvant s'appliquer à cette dernière question qu'avec difficulté, & ne pouvant même conduire alors qu'à des résultats hypothétiques.

Au reste, si l'on opère d'après un très-grand nombre de décisions données, les méthodes précédentes conduiront à des résultats suffisamment exacts pour la pratique.

Deux manières
de concevoir
l'action
de l'influence.

On peut concevoir de deux manières différentes l'action de cette influence. En effet, on peut supposer que certains Votans, ou tous les Votans dans certaines circonstances, peuvent se décider d'après l'avis des Chefs de l'assemblée ou des Commissaires chargés d'examiner la question, de manière que la probabilité de leur voix devienne nulle; effet qui, dans ce cas, est le même que celui de la corruption; ou bien l'on peut supposer que la probabilité de leur voix est seulement diminuée, comme nous verrons qu'elle l'est dans le cas où l'on oblige les Votans de former une décision unanime.

Dans ces deux cas, il est également nécessaire, si l'on veut remplir les conditions auxquelles toute décision doit être assujettie, d'avoir une assurance suffisante que l'influence ne fera point assez forte pour faire tomber la probabilité de la décision au-dessous de la limite qu'elle doit avoir; assurance qu'on ne peut obtenir, à moins que l'influence ne soit très-petite. Il faut donc chercher à diminuer cette influence, ou faire en sorte qu'elle soit partagée entre plusieurs Votans, de manière que dans le cas d'une certaine pluralité entr'eux, leur vœu suffise pour donner une grande probabilité à la décision, & que dans le cas d'une pluralité moindre, leur influence devienne très-petite.

Cependant le premier moyen est encore préférable, & on remplira plus facilement son but avec un nombre moindre de Votans égaux & assujettis à prendre la même instruction, qu'avec une assemblée plus nombreuse & d'une forme plus compliquée.

Il faut observer de plus, que la supposition d'une influence qui affoiblisse la probabilité du jugement dans tous les cas, mais qui n'aille jamais à déterminer le jugement, & par conséquent à rendre la probabilité nulle, ne peut être regardée comme légitime, excepté dans le cas où l'influence est réellement très-petite. En effet, si elle est sensible, on peut avoir lieu de craindre qu'elle ne détermine l'avis d'un ou de plusieurs Votans, & il résulte de la seule possibilité de ce danger, qu'il est nécessaire de se procurer une assurance suffisante, même dans l'hypothèse d'une influence qui détermine l'avis.

En supposant les Votans capables de mauvaise foi, ou de corruption, on trouvera de même qu'il est nécessaire d'exiger une pluralité assez forte, & de prendre un nombre de Votans

Nécessité
d'une assurance
suffisante
d'avoir une
décision vraie,
même dans
l'hypothèse
que l'influence
puisse rendre
nulle
la probabilité
de
quelques voix.

4.^e Question.
Comment
on peut avoir
égard
à la corruption

ou à la
mauvaise foi
qu'on peut
soupçonner
dans
les Votans.

assez grand pour avoir une assurance suffisante, que dans le cas de la moindre pluralité exigée, l'influence de la corruption ou de la mauvaise foi, ne fera pas tomber la probabilité au-dessous de la limite qu'elle doit avoir; ce qui exige nécessairement que cette influence soit très-petite. Le choix des Votans, les exclusions, les récusations, seront ici des moyens beaucoup plus sûrs que ceux qui pourroient être tirés de la forme des décisions & de la constitution du Tribunal.

5.^e Question.

Comment
on peut estimer
la diminution
de probabilité
à produire
pour
la nécessité
qu'on impose
aux Votans,
de revenir
à l'unanimité.
Importance
de
cette question.

V. La question que nous traitons ensuite est plus importante; c'est celle où l'on suppose que les décisions d'un Tribunal ne sont censées rendues que lorsque toutes les voix sont réunies, mais où l'on exige qu'elles reviennent à l'unanimité.

Les jugemens criminels en Angleterre se rendent sous cette forme: on oblige les Jurés de rester dans le lieu d'assemblée jusqu'à ce qu'ils soient d'accord, & on les oblige de se réunir par cette espèce de torture; car non-seulement la faim seroit un tourment réel, mais l'ennui, la contrainte, le mal-aise, portés à un certain point, peuvent devenir un véritable supplice.

Cette forme
de décision
est en usage
dans la
Jurisprudence
criminelle de
l'Angleterre.

Aussi pourroit-on faire à cette forme de décision un reproche semblable à celui qu'on faisoit, avec tant de justice, à l'usage barbare & inutile de la torture, & dire qu'elle donne de l'avantage à un Juré robuste & fripon, sur le Juré intègre, mais foible.

Opinions
opposées sur
les avantages
de cette forme.

Cependant les avantages que la Jurisprudence criminelle Angloise a dans plusieurs autres points sur celle des autres pays de l'Europe, a excité un enthousiasme si général parmi les amis les plus éclairés de l'humanité & de la justice, qu'il est difficile de l'attaquer en quelques points sans blesser l'opinion de ceux même dont on doit désirer le plus de mériter le suffrage; & la force de la vérité, appuyée de l'autorité de

quelques hommes non moins éclairés, & qui ont échappé à cet enthousiasme, peut seule encourager à rendre publics des résultats contraires à une opinion si imposante.

Nous observerons d'abord qu'on doit distinguer trois sortes de questions : les premières sont celles où la vérité d'une opinion est susceptible, soit d'une démonstration rigoureuse, soit d'une probabilité très-grande & inassignable, ou d'une probabilité qui peut être évaluée avec exactitude par une méthode rigoureuse.

Les décisions doivent être ici partagées en trois classes.

Décisions qui ont pour objet des opinions susceptibles d'être prouvées par le raisonnement.

Telles sont en général les vérités des Sciences physiques, ou celles qui dépendent du raisonnement.

Dans ce cas, celui qui vote en faveur d'une proposition, prononce seulement *qu'il croit cette proposition prouvée* ; & il paroît qu'on doit regarder l'avis de celui qui, après avoir voté pour une proposition de ce genre, vient à voter contre, ou réciproquement, comme ayant toujours la même probabilité. Mais, par la même raison, on ne peut exiger de revenir à l'unanimité dans des questions de ce genre, à moins de consentir implicitement qu'une partie de ceux qui prononcent, finissent par voter contre leur conscience, ou bien de supposer que tous finiront par convenir de la vérité ; ce qui ne peut guère arriver, à moins qu'on ne laisse à ceux qui se sont trompés d'abord, le temps de revenir sur leurs idées, d'acquiescer de nouvelles lumières, de se défaire de leurs préjugés, ou aux autres d'établir d'une manière victorieuse les preuves de la vérité qu'ils ont adoptée.

Cette forme de décisions n'y est pas applicable.

Aussi, du moins dans des pays ou des siècles éclairés, n'a-t-on jamais exigé cette unanimité pour les questions dont la solution dépend du raisonnement. Personne n'hésite à recevoir comme une vérité l'opinion unanime des gens

instruits, lorsque cette unanimité a été le produit lent des réflexions, du temps & des recherches : mais si l'on enfermoit les vingt plus habiles Physiciens de l'Europe jusqu'à ce qu'ils fussent convenus d'un point de doctrine, personne ne seroit tenté d'avoir la moindre confiance en cette espèce d'unanimité.

Décisions
qui ont
pour objet
des opinions
susceptibles
d'une
probabilité
plus ou moins
grande, mais
indéterminée,
& qu'on ne
peut admettre
que lorsqu'elles
sont prouvées.

Il y a un autre genre d'opinions, celles qui sont admises lorsqu'elles ont un certain degré de probabilité, qu'on appelle *preuves*, & rejetées lorsqu'elles ne l'ont pas.

Prononcer en faveur de ces opinions, c'est dire qu'elles ont ce degré de probabilité, ou un degré supérieur : prononcer contre, c'est dire que leur probabilité est au-dessous ; mais en même-temps ce degré de probabilité n'est pas rigoureusement précis, & il est possible qu'un Votant, par des motifs étrangers à la plus ou moins grande probabilité d'une proposition, fixe tantôt à un point, tantôt à un autre, la limite au-dessus de laquelle seulement il se permettra de regarder une opinion comme prouvée.

Examinons maintenant dans cette hypothèse, quelle probabilité on doit attacher à la voix d'un Votant, soit lorsqu'après avoir regardé une proposition comme n'étant pas assez prouvée, il juge ensuite que les preuves en sont suffisantes ; soit lorsqu'après avoir jugé que la proposition est prouvée, il finit par juger que les preuves en sont insuffisantes.

Nécessité de
distinguer ici
la probabilité
qu'un Votant
s'est décidé
en faveur de la
vérité, &
la probabilité
qu'il ne s'est
pas trompé sur
les limites
qu'il suppose à
la probabilité
de l'opinion
qu'il adopte.

Pour cela, nous distinguerons d'abord la probabilité du jugement d'un Votant, relativement à la vérité absolue d'une proposition, & la probabilité de ce même jugement sur le degré de probabilité de cette même proposition : nous déduirons la seconde de la connoissance de la première, en supposant connu le degré de probabilité, ou plutôt la limite de ce degré étant supposée connue, & nous chercherons enfin la valeur

de cette même probabilité lorsque le Votant change d'avis, afin de la comparer à la première.

Cela posé, dans le premier cas que nous considérons ici, celui qui a prononcé que la probabilité d'une proposition étoit au-dessous d'une limite donnée, & en conséquence qu'elle ne devoit pas être regardée comme prouvée, & qui prononce ensuite qu'elle doit être regardée comme prouvée, peut avoir deux motifs de son jugement. Il peut croire, en changeant d'avis, que la proposition a réellement une probabilité supérieure à cette limite, au-dessous de laquelle il l'avoit crue d'abord; ou bien en continuant de la croire au-dessous de cette limite, il se déterminera à la regarder comme prouvée, parce qu'elle est au-dessus d'une limite inférieure qu'il croit alors suffisante. Supposons, par exemple, qu'il soit question de juger un accusé; qu'un des Votans prononce qu'il n'est pas coupable, & entende par-là que la probabilité du crime est au-dessous de $\frac{99999}{100000}$: supposons ensuite que ce même Votant change d'avis, & prononce que l'accusé est coupable, on peut supposer qu'il se rend à de nouvelles raisons qui lui ont persuadé que la probabilité du crime étoit au-dessus de $\frac{99999}{100000}$, ou bien qu'il continue de croire cette probabilité au-dessous de cette limite, mais au-dessus de $\frac{99995}{100000}$, & qu'il consent à regarder cette preuve comme suffisante. Cette manière d'expliquer l'effet des causes étrangères à la vérité de la proposition, paroît assez naturelle; c'est même seulement ainsi qu'elles doivent agir sur un Votant honnête, mais qui manque un peu de courage ou de lumières. Ce n'est pas un homme innocent qu'il se détermine à déclarer coupable, c'est un homme qu'il regarde comme criminel, mais contre lequel il a cru d'abord qu'on n'avoit pas acquis de preuves assez convaincantes.

Premier cas :
celui où un
Votant qui
avoit d'abord
regardé une
proposition
comme
non prouvée,
change d'avis,
en la regardant
comme ayant
une preuve
suffisante.

On pourroit imaginer d'autres méthodes de calculer la probabilité dans l'hypothèse que nous considérons ici, mais celle-ci a pour base une espèce d'influence dont on ne peut nier l'effet; & si dans un grand nombre de cas il en résulte une incertitude dans les jugemens, cela suffit pour regarder comme certains les inconvéniens de cette méthode, puisque, comme nous l'avons répété plus d'une fois, la Justice exige de proscrire toute forme de décision qui introduit dans les jugemens une incertitude qui n'est pas une suite nécessaire de la nature même des choses.

Conséquences
qui résultent,
pour ce
premier cas,
de
la distinction
entre ces deux
sortes de
probabilités.

En appliquant cette méthode au cas de l'hypothèse que nous considérons, on trouve ces deux conclusions: la première, que la probabilité de ne pas condamner un innocent, peut rester encore très-grande, malgré la diminution qui naît du changement arrivé dans les avis; la seconde, que la probabilité de ne condamner qu'un coupable dont le crime soit réellement prouvé, doit au contraire devenir très-petite.

Second cas.
Un Votant,
après
avoir décidé
qu'une
proposition
étoit prouvée,
décide ensuite,
en changeant
d'avis,
que les preuves
ne sont pas
suffisantes,

Si on suppose ensuite qu'un Votant, après avoir prononcé pour une proposition, en disant qu'elle est prouvée, vote contre en disant qu'il ne la regarde plus comme prouvée, on trouvera que ce changement a lieu, ou parce que le Votant suppose à la probabilité de cette proposition une limite inférieure à la première, qu'il y avoit supposée; ou parce que croyant toujours qu'elle a cette même limite, il la regarde, dans ce second avis, comme ne formant pas une preuve suffisante. Il résulte de cette manière de considérer les changemens d'avis, que la probabilité de la vérité de la proposition rejetée, ou même celle que cette même proposition est réellement prouvée, peut encore être très-grande, malgré le changement d'avis. Si donc la proposition, d'abord admise

Conséquences
auxquelles
conduit
le Calcul,

par

par un Votant, & rejetée ensuite, est celle-ci ; un accusé est coupable : lorsque le changement qui réduit ces voix à l'unanimité, a lieu pour une grande partie des Votans, il arrivera nécessairement qu'un accusé sera renvoyé, quoiqu'il y ait une grande probabilité qu'il soit coupable, & même une grande probabilité que son crime soit prouvé.

On voit donc que dans les jugemens en matière criminelle, cette méthode d'exiger que les voix se réduisent à l'unanimité, a l'avantage de ne pas exposer un accusé innocent à être condamné, mais qu'elle expose à condamner un accusé, quoique son crime ne soit pas suffisamment prouvé ; qu'enfin elle est d'ailleurs beaucoup moins propre qu'une forme plus simple à faire éviter l'inconvénient de ne pas laisser échapper un coupable. Il est facile d'expliquer dès-lors pourquoi cette forme a séduit les amis de l'humanité, les âmes compatissantes ; comment dans des temps peu éclairés, & où l'on connoissoit peu la distinction nécessaire entre une proposition vraie & une proposition prouvée, on a regardé cette forme comme la meilleure qu'on pût établir, & comment enfin les défauts qu'elle peut avoir n'ont frappé parmi les hommes vraiment éclairés, qu'un petit nombre d'esprits.

Peut-être ne seroit-il pas inutile d'entrer ici dans quelques détails sur la différence que nous avons dit qu'il étoit nécessaire d'établir entre la probabilité réelle de la vérité d'une proposition & la probabilité que cette même proposition a un certain degré de probabilité absolue ou moyenne.

Nous nous servons pour cela d'un exemple. Supposons deux urnes, contenant chacune 100000 boules ; que la première en contienne 99999 blanches & une noire, & la seconde 99999 noires & une blanche ; supposons ensuite

Examen de la différence qui existe entre la probabilité de la vérité d'une opinion & celle de l'existence des preuves de cette opinion.

Principes pour connoître la nature de cette différence.

que l'on ait tiré une boule de chacune de ces urnes, que je doive en choisir une, & que j'aie un grand intérêt de tirer une boule blanche plutôt qu'une boule noire.

Si je puis distinguer celle qui a été tirée de la première urne, de celle qui a été tirée de la seconde, je choisirai la première, & j'aurai une probabilité $\frac{99999}{100000}$ d'avoir une boule blanche.

Supposons maintenant que j'ignore de quelle urne chaque boule a été tirée, mais qu'un témoin, ou plusieurs témoins, dont les voix réunies aient pour moi une probabilité $\frac{999}{1000}$, me disent quelle boule a été tirée de la première ou de la seconde urne, j'aurai alors une probabilité $\frac{999999}{1000000}$, multipliée par $\frac{999}{1000}$, que la boule qu'ils me disent tirée de la première urne est blanche, & une probabilité $\frac{1}{1000000}$, multipliée par $\frac{999}{1000}$, qu'elle est noire; mais comme il y a une probabilité $\frac{1}{1000}$ qu'ils m'ont trompé, & que cette boule a été tirée de la seconde urne, j'aurai par conséquent, pour le cas où ils m'ont trompé, une probabilité $\frac{999999}{1000000}$, multipliée par $\frac{1}{1000}$, que la boule est noire, & une probabilité $\frac{1}{1000000}$, multipliée par $\frac{1}{1000}$, que cette boule est blanche: la probabilité de bien choisir, que j'aurai en prenant cette boule, sera donc $\frac{998999002}{1000000000}$; mais celle de choisir celle des deux boules que je dois préférer, & en même-temps de choisir une boule blanche, ne sera que $\frac{998999001}{1000000000}$. On voit que cette dernière probabilité est celle que la proposition est à la fois vraie & la plus probable, & que la limite de cette probabilité est $\frac{999999}{1000000}$ quand celle de la probabilité qui résulte des témoignages a l'unité pour limite.

Supposons maintenant que les témoins sachent seulement que l'on a tiré des deux urnes un certain nombre de boules

blanches & de boules noires ; qu'ils en aient conclu laquelle des deux contient des boules blanches en plus grand nombre, & que d'ailleurs ils puissent se tromper dans cette conclusion, ou me tromper, il y aura, outre la probabilité $\frac{99999}{100000}$, qui a lieu si je choisis la boule tirée de l'urne la plus avantageuse, une certaine probabilité réelle que cette urne la plus avantageuse, est plutôt celle qui a donné le plus de boules blanches que l'autre, qui a donné le plus de boules noires ; & enfin la probabilité que chaque témoin ne m'a point trompé sur cette seconde probabilité. Dans ce cas, si on suppose que le nombre des témoins devienne plus grand, il est clair que la première & la seconde probabilité resteront les mêmes, & que la troisième est la seule qui croisse indéfiniment avec le nombre.

Si au lieu d'avoir été témoins des mêmes observations sur le tirage des boules, chacun de ceux qu'on interroge en avoit vu de nouvelles, alors chaque témoignage accroîtroit la seconde probabilité, c'est-à-dire, la probabilité réelle que telle ou telle urne est la plus avantageuse ; en sorte que cette seconde probabilité croîtroit alors avec le nombre des témoignages, & dans certains cas, pourroit croître indéfiniment jusqu'à l'unité.

Supposons enfin que j'ignore quelle est la proportion des boules blanches ou noires dans les deux urnes, alors la probabilité réelle n'existe point pour moi, & je ne puis avoir qu'une probabilité moyenne, déduite du nombre des boules blanches & noires qu'on a observé être tirées de chacune des urnes. Ainsi, dans cette nouvelle hypothèse, la probabilité réelle & celle que l'on ne se trompera pas en déterminant, d'après les données, l'urne la plus avantageuse, se confondent

ensemble : & suivant que chaque témoignage sera fondé sur les mêmes observations , ou que chacun fait de nouvelles suites d'observations , on pourra , en multipliant les témoignages , faire croître indéfiniment , ou seulement la probabilité que ces témoignages ne tromperont pas , ou cette probabilité & en même-temps celle d'une certaine proportion entre les boules blanches & noires. L'on déduira de cette dernière la probabilité de connoître l'urne la plus favorable & celle d'avoir une boule blanche , en choisissant celle qui en est tirée , & ces deux probabilités peuvent , dans ce cas , aussi croître indéfiniment ; mais l'une croît nécessairement avec le nombre des témoignages , & l'autre seulement dans le cas où le rapport des boules blanches aux boules noires croît indéfiniment pour une des urnes , tandis qu'au contraire c'est le rapport des boules noires aux blanches qui croît indéfiniment dans celles qui sont tirées de la seconde.

Conséquences
qui
en résultent.

Voyons maintenant comment les principes où nous a conduit cet exemple , peuvent s'appliquer à des cas réels.

D'abord il est clair qu'il y a des cas où il existe , même relativement à nous , une probabilité réelle d'une proposition ; & alors le jugement de tous les hommes , en faveur de cette proposition , ne peut produire une probabilité plus grande.

Tel est , par exemple , un trait d'Histoire , telle est même une proposition de Physique : si ceux qui y croient se bornent aux preuves données avant eux , & n'en cherchent pas de nouvelles , leur consentement , en supposant qu'il pût produire une certitude , prouveroit seulement qu'il est certain que ce fait , que cette proposition sont probables. La probabilité qui naît de ce consentement , ne s'étend pas même au-delà de celle que ceux qui donnent ce consentement ont acquise de la vérité de cette proposition.

Ensuite il y a des cas où cette probabilité réelle n'existe point par rapport à nous. S'il s'agit, par exemple, d'une proposition de Physique, de l'examen de laquelle les Physiciens s'occupent, il est clair que le consentement de chacun la confirmant par de nouveaux faits, ou donnant plus de probabilité à ceux sur lesquels elle est appuyée, tend continuellement à en augmenter la probabilité.

Dans le cas que nous considérons ici, celui d'un fait sur la vérité duquel une assemblée prononce, sa probabilité réelle n'est pas connue, mais il est clair qu'elle a d'abord pour limite la probabilité propre aux faits de cette espèce, appuyés sur des preuves de la nature de celles qu'on a pu obtenir: ainsi, en supposant l'assemblée aussi nombreuse qu'on voudra, & unanime, elle ne produira jamais une probabilité au-dessus de cette limite.

Mais chacun des Votans, en prononçant en faveur d'une opinion, & en décidant qu'elle est prouvée, prononce seulement qu'elle a un degré de probabilité au-dessus d'une certaine limite, ou un tel degré de probabilité moyenne. Supposons que plusieurs autres Votans prononcent la même chose, si on connoît la valeur de ce degré de probabilité, & en même-temps la probabilité qu'ils se sont trompés dans cette évaluation, on connoîtra la probabilité moyenne de la vérité dans ce cas. Alors, en multipliant le nombre de ces Votans, on approchera seulement indéfiniment de la certitude que cette proposition est prouvée, mais la probabilité de la proposition n'excédera pas la limite où l'on suppose que la probabilité commence à être ce qu'on appelle *une preuve*, ou la valeur moyenne de la probabilité regardée comme une preuve.

Telle seroit donc l'espèce de probabilité qu'on devroit chercher à déterminer par le Calcul. Si l'on connoissoit exactement une limite de la probabilité qui doit être regardée comme preuve, celle que dans chaque cas les Votans regardent comme telle; si l'on connoissoit de plus la probabilité de chaque voix, relativement à la vérité réelle de la proposition; on en tireroit alors la valeur de la probabilité que le Votant ne se trompe pas sur la limite qu'il assigne à la probabilité.

Mais les Votans n'exprimant pas cette limite dans leur vœu; elle reste par conséquent indéterminée, elle est réellement inconnue, & il est vraisemblable que quand plusieurs Votans sont d'avis qu'une proposition est prouvée, la limite de la probabilité sera plus haute que si un seul Votant la jugeoit prouvée. Ce n'est donc pas ici rigoureusement le cas où tous les témoins jugent d'après les mêmes observations: à la vérité les preuves sont ici les mêmes pour tous; mais si lorsque le nombre des Votans en faveur d'une opinion est plus grand, il n'en résulte pas une augmentation dans les preuves réelles de cette proposition, cet accord entre un plus grand nombre doit faire croire que cette preuve est plus forte: nous avons donc supposé ici que les preuves croissent avec le nombre des Votans; mais en même-temps il nous a paru nécessaire que la proposition fût vraiment prouvée pour chaque Votant, & par conséquent de n'admettre pour la probabilité légale de la proposition que la probabilité qu'elle est à la fois vraie & prouvée. Dans cette même supposition, la limite de la probabilité seroit réellement, comme nous l'avons déjà observé, non l'unité, mais la plus grande probabilité que peuvent produire le genre des questions & la nature des preuves existantes dans chaque cas.

Au reste, cette question est inutile à l'objet principal que nous nous proposons, parce que l'affoiblissement de la probabilité, qui naît de la nécessité de revenir à l'unanimité, est exprimé à la vérité par des formules différentes, suivant ces deux manières de considérer ces probabilités dans le calcul ; mais il est toujours très-sensible, & les résultats demeurent les mêmes.

On peut considérer encore le cas où l'on seroit obligé de se réunir à l'unanimité, mais où l'on prononceroit, non que la proposition qu'on adopte est prouvée, mais qu'elle est seulement plus probable que la contradictoire. On trouvera encore ici des conclusions semblables : mais il seroit inutile de s'arrêter sur ce dernier objet.

Décisions
qui ont
pour objet de
choisir
seulement la
plus probable
de
deux opinions
contradictoires

Le *liberum veto* des Nonces dans les diètes de Pologne, le *veto* des Tribuns de Rome, le droit négatif du premier Magistrat, ou d'un Corps, soit de Magistrats, soit de représentans dans les Républiques modernes, rentrent à la vérité dans cette dernière hypothèse, mais personne n'a imaginé jusqu'ici de regarder ces formes comme propres à produire des décisions conformes à la vérité : on n'a pu les louer que comme des moyens d'assurer les droits de la liberté, ou d'établir cet équilibre de pouvoirs, regardé long-temps comme l'objet essentiel de toute bonne constitution.

VI. Nous terminerons cette Partie par l'examen de l'usage introduit dans quelques pays, d'admettre dans un même Tribunal des parens très-proches, mais de réduire à une seule voix l'avis qu'ils adoptent unanimement ou à la pluralité, afin d'éviter les inconvéniens de l'influence réciproque qu'ils peuvent exercer sur leurs opinions.

Des décisions
où la
combinaison
de plusieurs
voix
n'est comptée
que
pour une seule

Cela posé, nous trouvons, 1.^o que dans le cas d'unanimité, cette loi ne peut être d'accord avec les résultats du calcul, si

la probabilité de l'erreur & celle de la vérité de la décision des Votans ne sont pas égales, ou si l'influence n'est pas égale à l'unité, c'est-à-dire, si elle n'est pas l'unique motif qui détermine la décision.

2.^o Que dans le cas de la pluralité, la loi n'est conforme aux résultats du calcul que si les valeurs de la probabilité de la vérité & de celle de l'erreur sont égales entr'elles, ou bien lorsque l'influence a une certaine valeur déterminée.

Dans le premier cas, si on suppose la probabilité de la vérité de la décision plus grande que celle de l'erreur, abstraction faite de l'effet de l'influence, on trouvera que la loi attribue à la probabilité de ces voix combinées une valeur plus foible que celle qu'elle a dans la réalité.

Dans le cas de la pluralité, si cette pluralité est 1, la loi donne une valeur trop forte, à moins que l'influence ne soit nulle. Si cette pluralité est 2, la loi donne une valeur trop grande ou trop petite, suivant celle qu'on peut supposer à l'influence, & ces limites dépendent de la valeur de la probabilité. Si, par exemple, la probabilité de la vérité de la décision est $\frac{9}{10}$, & celle de l'erreur $\frac{1}{10}$, la loi donnera 9 pour le rapport de la probabilité de la vérité à celle de l'erreur, & le calcul donnera 81 & une valeur au-dessus de 9, tant que l'influence sera au-dessous de $\frac{6}{16}$: si elle est au-dessus, alors la loi supposera une trop grande valeur à la probabilité.

Il en est de même pour les autres pluralités. Si elle est de 3, par exemple, en conservant les mêmes nombres, nous aurons, si l'influence est nulle, 729 pour le rapport que donne le calcul entre la probabilité de l'erreur & celle de la vérité, & 9 pour celui que suppose la loi. Ce dernier rapport restera toujours plus petit que le premier, tant que l'influence

L'influence sera au-dessous de $\frac{128}{228}$, & deviendra plus grande si l'influence excède cette limite.

On voit donc que cette loi n'a point été faite d'après un examen approfondi de la nature de ce genre d'influence, mais d'après le simple sentiment de la réalité de cette influence, & le desir d'en éviter les inconvéniens. On voit ensuite qu'à la vérité, à moins de supposer à l'influence une valeur très-grande, cette loi suppose à ces voix une probabilité moindre que celle qu'elles ont réellement, excepté dans le cas où la pluralité n'est que d'une unité, ce qui diminue les dangers de cette fausse évaluation, en sorte qu'elle n'a, pour ainsi dire, que l'inconvénient de grossir le Tribunal de Membres inutiles. Ainsi, lorsque la cause de l'influence sera prévue, & qu'elle dépendra de relations extérieures, comme la parenté, il sera plus utile de statuer qu'on n'admettra point dans le Tribunal plusieurs Votans qui aient entr'eux ces relations, que de chercher à remédier aux inconvéniens de leur influence par cette réduction de voix ou par un autre moyen.

Conséquences
qui résultent
du Calcul.

On n'a pas cru devoir traiter ici d'une forme de décision établie dans quelques pays, & dans laquelle la voix d'un des Votans est comptée pour deux voix.

Voix pré-
pondérantes.

Il est aisé de voir que si ce Votant n'est pas nécessairement plus éclairé qu'un autre, il en résulte à la fois que sa prépondérance produit un partage lorsqu'il y a une faible probabilité en faveur d'un des deux avis, & donne une décision lorsque les deux avis sont également probables, en sorte que dans ce dernier cas il seroit plus juste & plus raisonnable de tirer la décision au sort. Il n'en seroit pas de même si, par la nature des choses, le Votant auquel on accorde la double voix, devoit être supposé moins sujet à l'erreur que les autres.

Alors si la voix de ce Votant n'a pas absolument la même probabilité que deux autres voix réunies, il en résulte qu'elle produira le partage, quoiqu'il y ait une petite probabilité en faveur de l'avis contraire au sien, & qu'elle déterminera, dans le cas où la prépondérance forme l'avis, une décision en faveur de l'opinion qui est la plus probable: mais cette opinion peut alors l'être moins que celle qui avoit la pluralité lorsque la voix prépondérante a causé le partage. Par exemple, si la probabilité de la voix commune étant $\frac{4}{7}$, celle de la prépondérante est plus grande que $\frac{8}{9}$, alors l'opinion adoptée est plus probable que celle qui a eu la pluralité dans le cas de partage: elles le sont également si la probabilité de la voix prépondérante est égale à $\frac{8}{9}$: enfin la première opinion est moins probable si la probabilité de la voix prépondérante est au-dessous de cette limite.

Cette forme peut cependant être admise, mais pourvu que les objets sur lesquels on prononce soient du nombre de ceux qu'on peut abandonner à l'opinion ou à la volonté d'un seul homme; que ceux qui ont droit de décider, ne puissent être qu'en nombre pair, que la décision soit nécessaire, & qu'enfin il soit impossible ou injuste de faire décider, dans le cas de partage, par d'autres Votans.

Nous n'avons donné ici que l'application des principes établis dans les Parties précédentes, à quelques-unes des questions qui peuvent se présenter dans la pratique, & nous sommes bornés dans cette application à présenter les méthodes générales & les remarques nécessaires pour conduire aux résultats qui nous ont paru les plus essentiels. Ainsi l'on doit regarder sur-tout cette quatrième Partie comme un simple essai, dans lequel on ne trouvera ni les développemens

ni les détails que l'importance du sujet pourroit exiger.

Mais il résulte de ce que nous avons exposé :

1.° Que puisqu'il est difficile de déterminer les valeurs différentes de la probabilité des voix pour les décisions rendues à différentes pluralités, & qu'il est plus difficile encore d'évaluer avec précision ce qui résulte de la différence de probabilité entre les voix des Votans, il sera plus sûr de chercher la limite, au-dessous de laquelle on aura pour une assemblée donnée une assurance suffisante que la voix d'aucun des Votans ne tombera pas, & de prendre cette limite pour l'expression de la probabilité de chaque voix.

2.° Qu'au lieu de prendre seulement la probabilité moyenne telle qu'elle résulte du calcul, après avoir eu égard à l'influence d'un ou de plusieurs Votans, il faut de plus se procurer une assurance suffisante que l'influence ne fera pas tomber la probabilité au-dessous de la limite assignée.

3.° Qu'il faudra non-seulement avoir en particulier l'assurance exigée que ces conditions seront remplies, & que la décision sera alors conforme à la vérité, mais qu'il faudra que le produit de la probabilité qu'on aura de chacune de ces trois conditions, & de celles qu'il pourra être nécessaire d'y ajouter, soit encore égal à l'assurance que l'intérêt de la sûreté ou de la justice exige dans chaque décision. C'est en effet le seul moyen d'avoir une assurance réelle de la vérité de la décision.

4.° Qu'à moins d'y être forcé par la nécessité, il faut établir la plus grande égalité entre les Votans, parce que l'influence des Chefs, des Membres perpétuels, ne peut tendre qu'à diminuer la probabilité. Cet inconvénient est moindre lorsque ceux qui exercent cette influence, peuvent, comme les

Membres perpétuels en certains cas, ou les Commissaires & les Rapporteurs dans d'autres, être supposés avoir sur les questions agitées plus d'instruction & de lumières. Mais comme cette différence sera très-petite, à moins qu'il n'y ait d'ailleurs des vices, soit dans les loix d'après lesquelles on décide les questions, soit dans la manière d'instruire les affaires, il vaudra mieux encore chercher à détruire ces vices & à diminuer ou anéantir cette influence, qu'à s'occuper du soin de remédier à un abus par un autre.

5.^o Que la méthode d'exiger que toutes les voix reviennent à l'unanimité, loin de procurer aux décisions plus de probabilité que celle où l'on exige une pluralité donnée pour prononcer en faveur d'une des propositions, & où l'on prononceroit contre cette même proposition toutes les fois qu'elle a une probabilité inférieure, expose à l'inconvénient de faire adopter cette même proposition lorsqu'elle n'a pas une probabilité suffisante, & de la faire rejeter lorsqu'elle a une probabilité qui s'en écarte très-peu, & qui en diffère moins que celle qui est donnée dans la méthode ordinaire par une pluralité moindre de deux voix.

Nous terminerons l'analyse de cette quatrième Partie par une observation que nous avons déjà eu occasion de faire en partie : c'est que l'égalité entre les Membres de l'assemblée qui doit prononcer, & la simplicité dans la forme de la décision, sont les moyens les plus sûrs, & peut-être les seuls, de remplir toutes les conditions qu'exige la Justice ; de manière que les distinctions entre les Membres des assemblées & les formes compliquées qui ont été employées si souvent & de tant de manières, ont peut-être quelque autre utilité, mais n'ont pas celle de contribuer à remplir l'objet.

principal qu'il paroît qu'on doit se proposer, c'est-à-dire, l'assurance d'obtenir des décisions vraies & celle à procurer de n'avoir pas à craindre des décisions fausses.

Analyse de la cinquième Partie.

L'OBJET de cette dernière Partie, est d'appliquer à quelques exemples les principes que nous avons développés. Il auroit été à désirer que cette application eût pu être faite d'après des données réelles, mais la difficulté de se procurer ces données, difficultés qu'un particulier ne pouvoit espérer de vaincre, a forcé de se contenter d'appliquer les principes de la théorie à de simples hypothèses, afin de montrer du moins la marche que pourroient suivre pour cette application réelle ceux à qui on auroit procuré les données qui doivent en être la base.

Objet
de
cette Partie.

Les quatre exemples auxquels on s'arrête ici, ont pour objet :

1.° La formation d'un Tribunal où l'on peut se permettre de décider en faveur de l'opinion la plus probable, quoique la probabilité de cette opinion ne puisse être regardée comme une véritable preuve. Tels sont en général les Tribunaux qui prononcent sur les affaires civiles.

1.° Exemples
Jugemens
civils.
Conditions
qu'on doit
chercher
à remplir,
& moyens d'y
parvenir.

Puisque dans ce cas on peut se permettre de suivre une opinion qui n'est pas rigoureusement prouvée, mais seulement plus probable que l'opinion contraire, il faut d'abord chercher à se procurer une assurance suffisante que la proposition qu'on adopte sera en général du nombre de celles qui peuvent avoir en elles-mêmes une assez grande probabilité, & sur lesquelles on doit craindre les erreurs des Juges plutôt que celles qui naissent de la nature même de la question.

1.° condition.
Assurance
qu'en général
chaque
décision sera
en elle-même
susceptible
d'une grande
probabilité.

Ainsi, par exemple, dans ce cas il faut que les loix aient la précision, la clarté, l'étendue nécessaire pour avoir une véritable assurance que dans l'application de ces loix à un cas particulier, on pourra obtenir une probabilité assez grande de les appliquer avec justesse, ou, ce qui revient au même, pour n'avoir qu'un risque très-petit de trouver un cas particulier auquel la loi ne s'applique que d'une manière équivoque ou incertaine.

Assurance que l'on aura une pluralité qui donnera une assurance suffisante de la vérité de la décision.

Ensuite on suppose que l'on décide à une très-petite pluralité, ou même à la pluralité d'une voix, & dans ce cas il est aisé de voir que la probabilité de la vérité de la décision pourra être fort au-dessous de l'assurance qu'on doit chercher à se procurer. Il faut donc chercher les moyens d'éviter cet inconvénient; & pour cela on doit constituer le Tribunal de manière à se procurer une assurance suffisante d'obtenir une pluralité qui donne cette assurance à laquelle on doit se proposer d'atteindre.

Limite au-dessous de laquelle le produit de ces trois assurances ne doit pas tomber.

Supposons maintenant que le produit des probabilités qui expriment ces trois assurances, soit égal à $\frac{23999}{24000}$ ou $\frac{35999}{36000}$, que nous avons vu être l'assurance nécessaire dans ce cas; on aura cette assurance qu'une décision future sera en faveur d'une opinion qui aura le degré de probabilité, qu'on croit pouvoir regarder comme suffisante.

2^{de} condition. Que dans le cas de la moindre pluralité, la probabilité soit encore au-dessus de $\frac{1}{2}$.

Après avoir rempli cette première condition, il en restera encore une seconde à remplir: elle consiste à faire en sorte que, même dans le cas de la simple pluralité, on ait une probabilité au-dessus de $\frac{1}{2}$ que la décision est vraie, & rendue en faveur d'une opinion qui a la probabilité suffisante.

Cependant on peut, relativement à cette dernière condition, choisir un des trois partis suivans, c'est-à-dire:

1.° Se contenter de remplir cette condition, en formant un Tribunal toujours impair, & où la pluralité d'une seule voix suffise pour déterminer le jugement :

Examen
des moyens de
remédier aux
inconvéniens
d'une décision
rendue
à la pluralité
d'une
seule voix.

2.° Exiger au contraire une plus grande pluralité, & statuer que si elle n'est pas obtenue, on remettra l'affaire à la décision d'un autre Tribunal :

3.° Établir que dans les cas où la pluralité seroit au-dessous de certaines limites, le même Tribunal, ou un autre, formeroit une Cour d'équité qui pût prononcer une espèce de compensation ou de partage.

On ne doit pas regarder le premier parti comme rigoureusement injuste. En effet, on ne seroit alors que donner à celui dont le droit est le plus probable : & du moment où, par la nature des choses, l'un de ceux qui prétendent à une possession, doit être préféré à l'autre, il est clair que celui dont le droit est le plus probable, doit obtenir la préférence.

Cette forme
de décision
n'est point
injuste
en elle-même.

Mais ce même moyen a l'inconvénient de faire dépendre d'une très-petite probabilité la décision d'une chose très-importante. D'ailleurs, il seroit aisé de prouver, par le calcul, que si cette très-petite pluralité se répétoit souvent, une division proportionnelle, ou à peu-près proportionnelle à la probabilité du droit, conduiroit à des injustices moindres & moins fréquentes.

Ses
inconvéniens.

Le second parti a trois inconvéniens ; d'abord il prolonge les décisions, & il oblige d'employer un plus grand nombre de Votans. Ensuite si la pluralité exigée n'a lieu qu'après avoir pris l'avis de plusieurs Tribunaux, elle n'a lieu réellement que sur un plus grand nombre de Votans, ce qui affoiblit la probabilité.

Renvoi
de la décision
à une autre
assemblée.
Inconvéniens
de
cette forme.

En troisième lieu, si les voix qui ont prononcé dans la première décision ne sont pas comptées dans la seconde ou dans la troisième, on s'expose, comme nous l'avons observé, à suivre l'avis de la minorité. Si au contraire on compte ces voix, ou il faut renoncer à une nouvelle instruction, à de nouveaux moyens de discussion, c'est-à-dire, rejeter des lumières qu'il est possible d'acquérir, ce qu'on peut regarder comme une injustice, ou bien il faut les admettre.

Dans ce dernier cas, si les anciens Votans n'ont pas la liberté de changer d'avis, on sent quelle incertitude il doit en résulter dans les jugemens; & si on leur laisse cette liberté, nous avons prouvé combien alors cette circonstance affoiblissoit la probabilité.

Établissement
d'un jugement
de
compensation.

Il nous paroît donc que le troisième parti mérite la préférence, pourvu que la manière de faire la compensation du droit, ou le partage de l'objet contesté, soit fixée par une loi, ainsi que les limites de l'autorité de cette espèce de Cour d'équité. En effet, lorsque cette petite pluralité a lieu, il devient vraisemblable que la probabilité de la décision en elle-même est très-petite, & on peut même avoir une très-grande probabilité qu'elle sera au-dessous d'une certaine limite. Or, nous avons déjà observé que dans le cas d'une très-petite probabilité, le partage proportionnel expose à moins d'injustice; & il suit même de ce que nous avons dit dans la seconde Partie, que c'est la seule méthode qui soit rigoureusement juste. C'est donc seulement lorsque la probabilité réelle du droit de l'un des concurrents peut être regardée comme très-grande & inassignable, que le parti de donner la totalité peut être regardé comme le plus juste.

On peut cependant craindre que ce moyen n'expose à une injustice,

Injustice, en engageant ceux des Juges qui favoriseroient l'une des deux Parties à voter en sa faveur. On pourroit croire en effet que dans des cas un peu douteux ils se décideroient avec moins de scrupule, dans l'idée qu'il ne résulteroit pas de leur opinion une injustice absolue. Cependant nous ne croyons pas qu'en général on gagne beaucoup à placer toujours les hommes entre deux extrêmes. C'est à peu-près comme si on prétendoit qu'il seroit favorable aux accusés innocens d'établir la peine de mort plutôt qu'une peine plus légère, sous prétexte qu'alors les Juges mettent plus d'exactitude & de scrupule dans leurs jugemens.

Nous pensons donc que cette méthode devroit être préférée : & en effet, si on suppose un Tribunal dans lequel la probabilité de chaque voix soit $\frac{2}{10}$, qu'on exige une pluralité de trois voix pour une véritable décision, & qu'on établisse un jugement d'équité pour les cas où la pluralité n'est que d'une voix, on pourra, en supposant la probabilité réelle égale à $\frac{222}{1000}$, n'avoir qu'un risque moindre que $\frac{1}{365}$ d'avoir un jugement faux, la pluralité étant alors de trois voix seulement. Lorsqu'on aura recours à une Cour d'équité, la probabilité, regardée comme insuffisante, sera moindre qu'un neuvième; & si le nombre des Votans est 25, on aura une assurance $\frac{31222}{36000}$ que la décision sera en faveur d'une opinion dont la probabilité sera au-dessus de la limite $\frac{222}{1000}$. Ce dernier nombre exprime ici la limite au-dessous de laquelle on doit chercher à se procurer une assurance que la probabilité réelle de l'opinion adoptée ne doit pas tomber.

On voit par-là que cette méthode évite suffisamment l'injustice, puisque cette injustice ne peut être évaluée tout au plus qu'à la 365.^e partie de l'objet contesté; quantité

presque toujours trop petite pour y avoir égard. Au reste, on n'auroit dans un cas semblable qu'à admettre même un jugement d'équité dans le cas d'une pluralité de trois voix, & alors l'injustice cesseroit absolument d'être à craindre. L'on peut observer enfin qu'avec des Loix simples, ces cas, même d'une pluralité de trois seulement, seroient si rares, qu'il y auroit très-peu de jugemens où il seroit nécessaire de recourir au Tribunal d'équité.

2.^d Exemple.
Tribunal
pour les causes
criminelles.

II. Le second exemple est celui d'un Tribunal qui prononce entre deux propositions, dont l'une ne doit être admise que lorsque l'on a une assurance suffisante qu'elle est vraie; de manière que si cette assurance n'a pas lieu, on n'adopte pas cette opinion dans la pratique, quoiqu'elle soit la plus probable. C'est ce qui a lieu, par exemple, dans le jugement d'un accusé qui doit être puni, non lorsqu'il est probable qu'il a commis le crime, mais seulement lorsqu'il est prouvé qu'il est coupable. C'est aussi ce qui est absolument nécessaire toutes les fois qu'il est question de prononcer sur les droits d'un homme, & non entre les droits opposés de deux hommes. Nous avons discuté ci-dessus plusieurs autres circonstances, où l'on peut également exiger, pour admettre une opinion dans la pratique, qu'elle ne soit pas au-dessous d'un certain degré de probabilité, & où il faut se conformer à l'opinion contraire, quoique moins probable, lorsque la probabilité de la première est au-dessous de ces limites. *Voyez ci-dessus page xvij.*

Nous considérerons ici particulièrement le jugement d'un accusé.

Nous avons observé dans la quatrième Partie, que la méthode d'exiger dans ce cas l'unanimité entre les voix, non-

seulement diminueoit la probabilité moyenne, mais introduisoit même de l'incertitude dans les décisions, & pouvoit proposer à condamner dans des cas où l'on seroit bien éloigné d'avoir l'assurance nécessaire que le crime est prouvé, comme à renvoyer un coupable avec une probabilité très-grande qu'il n'est pas innocent.

Toute incertitude, tout danger de cette espèce, qui n'est pas une suite nécessaire de la nature des choses, & qui naît de la forme même de la décision, deviendroit une véritable injustice, & suffit pour faire rejeter cette manière de former les jugemens, si on peut par d'autres formes éviter ce danger & cette incertitude. Or, c'est ce qui arrive dans cette occasion, où, quoique tous les Votans, hors un, aient commencé par adopter une opinion, la forme prescrit d'adopter l'opinion qui n'a eu qu'un suffrage, si le Votant qui l'a donné ramène tous les autres à son avis; & nous avons trouvé que dans ce cas on doit craindre d'avoir une très-grande probabilité qu'un accusé est coupable, quoiqu'il soit déclaré innocent, & une probabilité insuffisante du crime, quoique l'accusé soit déclaré coupable.

D'ailleurs l'objet le plus essentiel, est d'éviter la condamnation d'un innocent, & c'est même cette raison qui a sur-tout mérité à cette forme de jugement, usitée en Angleterre, les nombreux partisans qu'elle a en Europe. Or, il est aisé de se procurer, par une autre forme, une assurance aussi grande à cet égard. Par exemple, si on exige une pluralité de huit voix dans un Tribunal formé par des hommes instruits, exercés à la discussion, & qui se soient disposés par leurs études à cette fonction importante, on pourra se répondre sans doute d'avoir une assurance de ne pas condamner un

innocent égale à celle que donne le jugement unanime de douze Jurés pris au hasard, même en supposant que cette unanimité a lieu dès la première votation, ou que la nécessité de revenir à l'unanimité n'ait pas diminué la probabilité des voix. En effet, c'est supposer seulement que l'avis unanime de deux hommes éclairés, équivaut à l'avis unanime de trois hommes pris au hasard, supposition qui ne peut paroître exagérée.

Probabilité de huit voix pour condamner.

Nous supposerons donc avant tout qu'on exige une pluralité de huit voix pour condamner.

1.^{re} condition.

Le produit de la probabilité réelle, par la probabilité que celle de chaque voix ne tombera pas au-dessous d'une certaine limite, & par la probabilité, dans le cas de la moindre pluralité, doit donner une assurance suffisante.

Cela posé, puisque nous avons fixé l'assurance de ne pas condamner un innocent à $\frac{144767}{144768}$ dans le cas le plus défavorable, il faut que le produit de la probabilité réelle que peut avoir un fait de l'espèce de ceux qu'on examine, multiplié par la probabilité que la voix d'aucun des Votans ne tombera pas au-dessous d'une certaine limite, & ensuite, par la probabilité qui résulte de la pluralité de huit voix, dont on fait la probabilité égale à cette même limite, il faut, dis-je, que ce produit ne soit pas au-dessous de $\frac{144767}{144768}$, c'est-à-dire, en supposant ces probabilités égales, que chacune soit environ $\frac{999998}{1000000}$.

La supposition que la probabilité de chaque voix est $\frac{9}{10}$, satisfera à cette condition.

2.^{de} condition.

Assurance suffisante qu'un innocent ne sera pas condamné pendant une génération entière.

Pour satisfaire à la seconde condition, qui exige que l'on ait une assurance suffisante que dans un certain nombre de jugemens il n'y aura pas un innocent condamné, on peut demander que ce même produit, élevé à la puissance 1000, ne soit pas au-dessous de $\frac{1829}{1900}$ que nous avons donné pour limite à cette assurance. Or, on satisferoit encore à cette condition, en faisant la probabilité de chaque voix égale à

$\frac{2}{10}$: & en supposant que les deux autres probabilités sont égales à celle qui naît de cette pluralité de huit voix.

Il ne reste plus qu'à s'assurer la probabilité de ne pas laisser échapper des coupables. Pour remplir cette condition, nous ferons en sorte, 1.^o que la probabilité qu'il n'échappera point un coupable dans le cours d'une génération, soit $\frac{997}{1000}$; 2.^o que dans chaque jugement on ait la probabilité $\frac{99999}{100000}$ d'avoir un jugement vrai à la pluralité de huit voix au moins, & le risque $\frac{1}{144768}$ seulement de n'avoir pas de décision. Nous ne multiplions pas ces valeurs par la probabilité réelle du fait, parce que le renvoi d'un coupable dont le délit seroit au-dessous de cette probabilité, ne doit pas être regardé comme devant encourager au crime. Nous ne multiplions pas non plus cette probabilité par celle que la voix d'aucun Votant ne tombera au-dessous de la limite assignée, parce que comme il est question ici d'une décision rendue en général à une pluralité quelconque, c'est la probabilité moyenne, & non la limite inférieure de la probabilité, qui doit être considérée. On remplira ces deux conditions, en supposant comme ci-dessus, la pluralité exigée de huit voix, la probabilité de chacune de $\frac{2}{10}$, & en portant à 30 le nombre des Votans.

On pourroit aussi chercher à remplir également cette condition, que la pluralité de six voix, dans le cas où cette pluralité seroit contre l'accusé, ne donnât pas une probabilité du crime qui pût, ou produire un exemple effrayant, ou faire craindre qu'on ne laissât dans la société un homme dangereux.

On ne doit pas regarder cette condition comme essentielle : en effet, quand elle seroit impossible à remplir, la Justice n'en exigeroit pas moins de ne pas condamner un accusé

3.^e Condition.
Assurance
suffisante de ne
pas laisser
échapper
un coupable.

Examen
du cas
où un accusé
seroit renvoyé
avec
une pluralité
de six voix
contre lui.

tant que le crime ne seroit pas prouvé, & il ne peut y avoir d'injustice à renvoyer un accusé toutes les fois que la probabilité de son crime, quelque grande qu'elle soit, n'atteint la limite à laquelle on a trouvé que doit commencer une véritable assurance. Cependant il seroit à désirer, comme nous l'avons déjà dit, que, même dans le petit nombre de cas où l'on renverroit l'accusé, parce qu'on n'a pas contre lui une probabilité suffisante, la probabilité fût incomparablement plus petite que l'assurance exigée. Mais on ne peut obtenir cette condition, à moins que la probabilité de chaque voix ne soit très-grande, & c'est uniquement du choix des Votans que dépend la possibilité d'y satisfaire.

Si cette possibilité n'existe pas, du moins la forme que nous proposons ici exposeroit encore à un danger moindre que celle qui exige l'unanimité, & la probabilité de ce danger seroit même très-petite : elle n'est en effet dans cet exemple que $\frac{1}{144768}$ pour chaque jugement.

Au reste, les inconvéniens qui peuvent naître du défaut de cette condition, sont peut-être moindres qu'ils ne le paroissent au premier coup-d'œil. En effet, si ces exemples d'impunité sont très-rares, on ne peut guère les regarder comme un encouragement au crime. Tout homme qui auroit vu un grand nombre de coupables punis, & qui en verroit un seul échapper à la condamnation, en seroit peu frappé, & le plus souvent même confondroit cet exemple avec celui de l'impunité, produite par le défaut de preuves ; exemple dangereux, mais que la forme des décisions ne peut prévenir.

Quant à la seconde espèce de danger, la défiance qu'inspire nécessairement tout homme renvoyé par un jugement, auquel il n'a manqué pour le condamner que la pluralité

suffisante, deviendra un préservatif contre le mal qu'il pourroit faire : il ne lui resteroit d'autre parti à prendre qu'une conduite réservée, ou le métier de brigand. Mais dans une société bien policée ce métier ne peut guère exister ; & ceux qui seront tentés de s'y livrer, doivent être réprimés avant d'avoir fait beaucoup de mal.

Si donc on peut supposer à chaque voix une probabilité au-dessus de $\frac{9}{10}$, de manière que la probabilité qu'elle ne tombe pas au-dessous de cette limite soit à-peu-près $\frac{999998}{1000000}$, en exigeant une pluralité de huit voix, & formant un Tribunal de trente Votans, on remplira d'une manière suffisante toutes ces conditions qu'on doit exiger d'un Tribunal destiné à prononcer sur la vérité d'une accusation. Le seul inconvénient qu'on éprouveroit alors, seroit la nécessité de former un Tribunal très-nombreux si on vouloit admettre des récusations non motivées, comme la Justice paroît l'exiger, & n'être forcé cependant que dans des cas très-rares d'appeler des Étrangers pour compléter le Tribunal.

Nous nous bornerons à faire observer de plus, que suivant ce que nous avons dit dans la quatrième Partie, sur la nécessité d'éviter toute espèce d'influence, il faut non-seulement, relativement aux choix des Votans & aux récusations, prendre toutes les précautions qui peuvent diminuer les dangers de toute influence particulière, mais même empêcher l'influence plus dangereuse qui peut, dans certains cas ou pour certaines personnes, agir sur le Tribunal entier : de manière qu'après être parvenu, par le choix des Membres & par les récusations, à rendre insensible l'effet de la prévention, de l'intérêt, ou des préjugés de chaque particulier, il faut faire en sorte que l'assemblée, considérée collectivement, n'ait ni préjugé de Corps, ni aucun

Composition
du Tribunal.

Nécessité
d'éviter
les effets de
l'influence.

autre intérêt que celui d'être juste. La Justice exige rigoureusement cette précaution, puisque toute cause d'erreur qui n'est pas inévitable, qui n'est pas une suite de l'incertitude attachée aux jugemens humains, est l'ouvrage de celui qui l'a introduite dans les jugemens, & doit être regardée comme une véritable injustice. En effet, puisque la société ne peut avoir le droit d'exposer aucun individu à un risque qui n'est ni nécessaire, ni même utile, c'est porter atteinte à la sûreté d'un citoyen, que de le soumettre par la loi à un danger qu'il étoit possible de lui épargner.

Il faut donc que si un Tribunal perpétuel est chargé de ces jugemens, il soit strictement borné à cette seule fonction; &, s'il est plus avantageux que ce Tribunal soit un Corps, il faut qu'il le soit le moins qu'il est possible: mais, dans des pays où certains préjugés populaires ont encore de la force, où ce qu'on appelle *peuple*, a certaines opinions particulières, il n'est pas moins indispensable d'éviter de confier à des Juges pris au hasard, la décision des affaires sur lesquelles ces préjugés ou ces opinions peuvent influencer.

3.° Exemple.
Élections.

III. Avant d'examiner la forme des élections, il est nécessaire de rechercher d'abord s'il est avantageux ou non de prononcer, par une première décision, si chaque candidat est digne d'être élu.

Utilité
d'un premier
jugement
sur l'éligibilité
des Sujets.

Cette première décision rendroit beaucoup plus simple l'élection qui en doit être la suite, quelque forme que l'on croie devoir préférer.

On pourroit demander s'il vaut mieux, ou confier cette décision à ceux qui doivent élire, ou en charger une autre assemblée que celle qui fait l'élection. Pour résoudre cette question, il faut observer que l'on peut confier cette première décision,

décision, ou à une assemblée qui diffère seulement de la première, parce qu'elle est moins nombreuse, & qu'elle n'est pas composée de la même classe de Votans, comme lorsque l'on confie le droit de présenter pour une élection à un Corps, & qu'on en charge un autre de choisir entre ceux qui ont été présentés comme éligibles. Mais si un pareil usage peut être utile pour certaines vues politiques, on voit qu'il ne peut avoir aucune utilité relativement à l'objet que l'on se propose ici, celui d'assurer la vérité des décisions. En effet, il est aisé de voir que le choix entre les candidats exige plus de sagacité & de lumières que la simple décision sur leur capacité. Ce seroit donc au contraire à l'assemblée la plus nombreuse, la moins éclairée par conséquent, qu'il faudroit confier la décision de l'éligibilité, & remettre le choix à une assemblée moins nombreuse & plus éclairée.

En supposant que la même assemblée formât la première décision, & fût aussi chargée du choix, le seul inconvénient à craindre, seroit la faculté que cette forme pourroit donner à une cabale nombreuse pour exclure précisément celui des candidats qui a le plus de mérite; mais il est aisé de voir que dans ce cas, quelque forme que l'on prenne, une cabale qui réunit plus de la moitié des voix, fût-elle même partagée sur l'objet de son choix, aura toujours la possibilité d'exclure celui qu'elle voudra; seulement dans le cas de la méthode d'élire ordinaire, en supposant que deux cabales divisées sur l'objet de leur choix, tendent à exclure un troisième candidat, & que ce candidat soit le meilleur, il lui suffira d'avoir plus d'un tiers des voix pour être élu, tandis qu'il seroit déclaré non éligible, à moins d'en avoir plus de la moitié; mais ce motif ne peut être allégué ici, parce que la forme ordinaire

d'élection, qui d'ailleurs est vicieuse, ne paroît avoir quelque avantage dans ce cas, que parce qu'on suppose la pluralité corrompue, & votant contre la vérité; qu'alors la décision, prise à la pluralité, devient vicieuse par elle-même, & qu'en général l'objet qu'on doit se proposer dans une forme de décision, est de faire en sorte que l'avis de la pluralité soit conforme à la vérité, & ait une probabilité suffisante, & non d'éviter de suivre cet avis, parce qu'il peut être contraire à la vérité. Tout moyen qui fait éviter l'avis de la pluralité lorsqu'il est faux, tend à le faire rejeter quand il est vrai.

Forme
de l'élection.

Nous supposerons d'abord que l'on suit la méthode proposée dans la première Partie, c'est-à-dire, que chacun donnant une liste des candidats, suivant l'ordre qu'il leur attribue, donne par ce moyen son avis sur toutes les propositions qu'on peut former en comparant ces candidats deux à deux.

Qu'elle peut
conduire
à deux espèces
de résultats.

Cela posé, nous avons vu qu'il y avoit des cas où le système des décisions à la pluralité des voix sur toutes ces propositions, conduisoit à des résultats contradictoires: mais on peut considérer ces résultats sous deux points de vue: on peut vouloir ou qu'il n'y ait aucune contradiction dans tout ce système, en sorte qu'il en résulte la vérité du vœu de la pluralité sur l'ordre de mérite de tous les concurrens, ou bien qu'il n'y ait point de contradiction dans la partie du système qui suffit pour décider la supériorité d'un candidat sur les autres. Supposons en effet quatre candidats, *A, B, C, D*, & que le système des décisions rendues à la pluralité, qui, dans ce cas, est formé de six propositions, soit composé des six décisions.

1. *A* vaut mieux que *B*.
2. *A* vaut mieux que *C*.
3. *A* vaut mieux que *D*.
4. *B* vaut mieux que *C*.
5. *D* vaut mieux que *B*.
6. *C* vaut mieux que *D*.

Il est aisé de voir que ce système, pris dans son entier, renferme un résultat contradictoire, puisque les propositions 4 & 5 conduisent à la conclusion *D* vaut mieux que *C*; conclusion qui est contradictoire avec la sixième proposition.

Mais si on ne considère que les propositions, qui sont nécessaires pour décider la supériorité d'un candidat sur tous les autres, alors il suffit d'admettre les trois premières propositions, auxquelles aucune des trois autres n'est contradictoire.

De même, si l'on suppose que l'on ait cinq candidats, *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, & que le système des dix propositions adoptées à la pluralité, soit :

1. *A* vaut mieux que *B*.
2. *A* vaut mieux que *C*.
3. *A* vaut mieux que *D*.
4. *A* vaut mieux que *E*.
5. *B* vaut mieux que *C*.
6. *B* vaut mieux que *D*.
7. *B* vaut mieux que *E*.
8. *C* vaut mieux que *D*.
9. *E* vaut mieux que *C*.
10. *D* vaut mieux que *E*.

on aura, en considérant tout le système, un résultat contradictoire, puisque les propositions 8 & 9 donnent la conclusion

E vaut mieux que *D*, conclusion contradictoire à la dixième proposition.

Mais les sept premières, qui donnent le premier rang à *A* & le second à *B*, peuvent être admises sans qu'il en résulte aucune contradiction ni entr'elles ni avec aucune des trois autres.

De même, si au lieu de la septième proposition on avoit eue celle-ci, *E* vaut mieux que *B*, le système entier auroit renfermé deux contradictions, puisque la conclusion tirée des propositions 6 & 7, auroit été encore en contradiction avec la proposition 10.

Mais le système des quatre premières propositions, qui suffisent pour déterminer la préférence en faveur de *A*, n'offriroit encore aucune contradiction, & il y auroit une décision réelle relativement à cet objet seul.

On voit donc que, selon qu'on voudra choisir le candidat le plus digne, ou les deux, les trois candidats les plus dignes, ou enfin avoir l'ordre de tous les candidats proposés, il suffira que le système n'implique point contradiction pour le premier, pour les deux, pour les trois premiers candidats, ou bien il faudra qu'il ne renferme aucune contradiction.

Nous ne considérons ici que les deux cas extrêmes, celui où l'on ne cherche à connoître que le candidat qui mérite la préférence sur tous, & celui où l'on a intérêt de connoître l'ordre de tous les candidats. Les cas intermédiaires se déduisent facilement de ceux-ci.

Conditions
qu'il faut
chercher à se
procurer.
1.° Probabilité
suffisante
d'avoir un
système de

Dans chacune des deux questions il y a trois points à considérer; 1.° la probabilité d'avoir un système qui ne renferme aucune contradiction; 2.° la probabilité que ce système, s'il a lieu, ne sera formé que de propositions vraies; 3.° enfin

la probabilité absolue d'avoir un système uniquement formé de propositions vraies.

On trouvera d'abord que dans tous les cas, plus le nombre des candidats augmente, plus la probabilité d'avoir une décision, ou d'avoir une décision vraie, diminue, mais aussi qu'elles augmentent avec le nombre des Votans; en sorte que si la probabilité de la vérité d'une seule décision a l'unité pour limite, l'unité sera aussi la limite de ces probabilités.

On trouvera ensuite qu'en supposant la probabilité d'une décision sur une seule proposition égale à $\frac{19999}{20000}$, on aura une probabilité $\frac{1899}{1900}$ * d'obtenir pour dix candidats une votation conforme à la vérité, sur la préférence qu'un d'entre eux mérite sur tous les autres.

La probabilité d'avoir une décision sera un peu plus forte; & si on ne demande qu'une probabilité $\frac{1899}{1900}$ d'avoir fait un choix conforme à la vérité, dans le cas où on obtient un système qui ne renferme point de contradictions, on aura cette probabilité égale à $\frac{1899}{1900}$, pourvu que celle d'une seule décision soit à peu-près $\frac{1901}{1902}$.

Dans le cas où l'on considère la vérité du système relativement à l'ordre de tous les candidats, pour le même nombre de dix candidats, il faudra que le risque de l'erreur d'une seule décision soit au-dessous de $\frac{1}{100000}$, si on veut avoir une probabilité $\frac{1899}{1900}$ d'avoir un système dont toutes les propositions soient vraies, c'est-à-dire, d'avoir le véritable ordre entre les candidats. Mais si on se contente de la probabilité $\frac{1899}{1900}$

propositions
qui ne
renferment
pas de
contradictions.
2.° Probabilité
suffisante
que si on a
rempli
cette première
condition,
toutes les
propositions
de ce système
seront vraies.
3.° Probabilité
d'avoir
un système
formé de
propositions
vraies.

Moyens
de les remplir.

* Nous avons choisi ce nombre, parce qu'il représente un danger qu'on regarde comme nul pour sa propre vie pendant l'espace d'une année.

d'avoir une décision vraie toutes les fois que l'on a une décision, il suffira que ce même risque ne soit que $\frac{3}{100000}$.

Comme nous avons ici considéré la probabilité d'une décision en général, il est nécessaire d'examiner le cas où elles sont rendues à la plus petite pluralité possible. Dans ce cas, si on suppose $\frac{9}{10}$, par exemple, la probabilité de chaque voix, on trouvera que pour dix candidats, il suffira d'exiger une pluralité de quatre voix pour avoir, même dans le cas le plus défavorable, la probabilité $\frac{99}{100}$ d'avoir fait un bon choix, & il est aisé de voir que dans cette même hypothèse on pourra se procurer la probabilité exigée ci-dessus pour une décision en général dans les différens cas, sans être obligé de supposer très-grand le nombre des Votans.

Il résulte donc de cette théorie & de l'application faite à cet exemple :

1.^o Qu'on peut pour cette forme d'élection (si le nombre des candidats n'est pas très-grand) s'assurer d'avoir un système non contradictoire & une probabilité suffisante de la vérité de toutes les propositions de ce système, sans faire aucune supposition qui paroisse trop s'écarter de la Nature.

2.^o Que comme cette probabilité augmente avec le nombre des Votans, on pourra établir l'usage d'en appeler de nouveaux dans les cas où la votation des premiers conduiroit à un système contradictoire, & par ce moyen l'on aura une probabilité toujours croissante d'obtenir une véritable décision.

Du parti qu'on peut prendre si la décision ne donne point un résultat possible.

Inconvénient qui résulte de ce moyen,

Si l'on étoit obligé de choisir, quoique le résultat de la décision formât un système de propositions, dont quelques-unes seroient contradictoires entr'elles, on pourroit suivre le moyen indiqué dans la première Partie. Mais dans ce cas la probabilité que le candidat qui obtient la préférence est le

meilleur, est toujours au-dessous de $\frac{1}{2}$, ainsi que pour tous les autres candidats, quoique l'on puisse avoir une probabilité au-dessus de $\frac{1}{2}$ que ce candidat doit être regardé comme le meilleur plutôt qu'aucun des autres en particulier. Cette conclusion, qui paroît d'abord contradictoire, ne l'est pas réellement.

Supposons en effet six candidats seulement, & que la probabilité en faveur de celui qui obtient la préférence, soit $\frac{5}{12}$, & pour les autres $\frac{2}{12}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{12}$, il est clair que la probabilité de la bonté du choix sera $\frac{5}{12}$ plus petit que $\frac{1}{2}$, quoiqu'il y ait une probabilité $\frac{5}{6}$ ou $\frac{5}{6}$ que ce candidat mérite plutôt d'être regardé comme le meilleur que chacun des autres pris séparément.

On peut faire une objection contre la méthode que nous employons ici. Supposons en effet trois candidats *A*, *B*, *C*, & qu'un Votant les ait rangés suivant l'ordre *A*, *B*, *C*, d'où résultent les trois propositions:

A vaut mieux que *B*.

A vaut mieux que *C*.

B vaut mieux que *C*.

Nous regardons ces trois propositions comme également probables; cependant on pourroit croire que la proposition *A* vaut mieux que *C* est plus probable que les deux autres, parce que la différence entre *A* & *C* est plus grande, & que d'ailleurs elle peut être prouvée à la fois par la comparaison de *A* avec *C*, & parce qu'elle est une conséquence des deux propositions

A vaut mieux que *B*.

B vaut mieux que *C*.

Mais nous observerons, 1.^o que la grandeur de la différence

Réponse à une objection contre la manière dont on a envisagé ici le problème.

n'influe pas nécessairement dans la probabilité, à moins que l'une de ces différences ne soit incertaine, ou presque insensible. Or, l'on sent qu'il est question ici de la probabilité en général, & non ce qu'elle peut être dans certaines circonstances.

2.^o Que si la comparaison ne se fait que pour une seule qualité des Votans, la conclusion *A* vaut mieux *C*, qu'on tire des propositions *A* vaut mieux que *B*, *B* vaut mieux que *C*, n'ajoute rien à la probabilité de la proposition trouvée, en comparant immédiatement *A* avec *C*.

3.^o Que si au contraire l'on compare plusieurs qualités, il est possible que les deux propositions

A vaut mieux que *B*,

B vaut mieux que *C*,

signifient seulement que *A* vaut mieux que *B*, relativement à une seule de ces qualités, & que *B* vaut mieux que *C*, relativement à cette même qualité, quoique *B* pût être inférieur pour une autre qui est jugée moins importante: alors la conclusion *A* vaut mieux que *C*, qu'on tireroit de ces deux propositions renfermeroit de plus cette préférence entre ces deux qualités, qui par-là deviendroit probable, mais elle ne donneroit aucune probabilité de plus sur la préférence que *A* mérite sur *C*, relativement à cette qualité, & aucune qu'il la mérite par rapport à l'autre qualité.

4.^o Enfin, puisqu'il n'y a aucune raison absolue de croire que la proposition *A* vaut mieux que *C* soit plus probable que *A* vaut mieux que *B*, lorsque *B* vaut mieux que *C*, il paroît plus naturel de juger ces propositions d'après le degré de pluralité qu'elles ont obtenue, que d'après l'hypothèse précédente: ce qui est d'autant plus vrai, que la conséquence *A* vaut mieux que *C*, qui dérive des propositions *A* vaut mieux que

que B , B vaut mieux que C , n'en est une véritable conséquence qu'autant que les mêmes Votans ont prononcé ces deux propositions. En effet, si un Votant a prononcé A vaut moins que B & B vaut mieux que C , il résulte de sa voix une probabilité pour B vaut mieux que C , mais il n'en peut résulter une pour A vaut mieux que C .

Un Géomètre célèbre, qui a observé avant nous les inconvéniens des élections ordinaires, a proposé une méthode, qui consiste à faire donner à chaque Votant l'ordre dans lequel il place les candidats; à donner ensuite à chaque voix en faveur du premier, l'unité pour valeur, par exemple; à chaque voix en faveur du second une valeur au-dessous de l'unité; une valeur encore plus petite à chaque voix en faveur du troisième, & ainsi de suite, & de choisir ensuite celui des candidats pour qui la somme de ces valeurs, prises pour tous les Votans, seroit la plus grande.

Cette méthode a l'avantage d'être très-simple, & l'on pourroit sans doute, en déterminant la loi des décroissemens de ces valeurs, éviter en grande partie l'inconvénient qu'a la méthode ordinaire, de donner pour la décision de la pluralité une décision qui y est réellement contraire: mais cette méthode n'est pas rigoureusement à l'abri de cet inconvénient. En effet, supposons qu'il y ait trois candidats seulement, A, B, C , & 81 Votans, & chacun ayant nommé les candidats suivant l'ordre de mérite, que trente voix adoptent l'ordre A, B, C , une l'ordre A, C, B , 10 l'ordre C, A, B , 29 l'ordre B, A, C , 10 l'ordre B, C, A , & une voix l'ordre C, B, A .

Nous aurons pour la proposition A vaut mieux que B , 41 voix contre 40; pour A vaut mieux que C , 60 voix

Réflexions
sur une
autre méthode

contre 21 ; pour la proposition *B* vaut mieux que *C*, 69 voix contre 12, & par conséquent une décision en faveur de *A*. Or, dans ce même cas, si on compare *A* & *B* par la méthode que nous examinons ici, nous trouverons que tous deux sont placés onze fois au dernier rang, ainsi il n'en résulte aucune valeur ni pour l'un ni pour l'autre : que *A* est placé trente-une fois au premier rang, & *B* trente-neuf fois, ce qui, en supposant égale à l'unité la valeur qui résulte de chaque voix en faveur de *B*, donne 8 pour *B* : mais *A* est trente-neuf fois à la seconde place, & *B* n'y est que trente-une : donc la valeur de *A* surpassera, par cette raison, celle de *B* de huit fois la valeur attachée à cette seconde place. Or, cette valeur est plus petite que l'unité, & *B* surpasse *A* de huit unités : donc par le résultat de ce calcul, *B* surpasse *A*. Or, cette conclusion est contraire au vœu de la pluralité, puisque la proposition *A* vaut mieux que *B* à 41 voix contre 40.

Si l'on considère seulement ces deux propositions,

A vaut mieux que *B*,

A vaut mieux que *C*,

la première aura 41 voix contre 40, la seconde 60 voix contre 21, & par conséquent si la probabilité de chaque voix est seulement $\frac{1}{4}$, la probabilité que *A* doit obtenir le premier rang sera au-dessus, non-seulement de la même probabilité pour *B* & pour *C*, mais même au-dessus de $\frac{1}{2}$.

Ainsi, en préférant *B* au lieu de *A*, on préféreroit celui pour lequel la probabilité du mérite, non-seulement est au-dessous de celle d'un autre, mais une probabilité au-dessous de $\frac{1}{2}$ à une probabilité qui est au-dessus.

On peut observer encore que cette méthode donne toujours un résultat, tandis que les propositions qui ont la pluralité

peuvent former un système qui renferme des propositions contradictoires.

On peut encore observer que si on a cinq candidats, par exemple, deux dignes de la place & trois qui en soient indignes, & qu'un nombre d'Électeurs moindre que la moitié forme une cabale, elle peut dans cette méthode faire tomber le choix sur un des trois mauvais candidats, si le reste des électeurs se partage entre les deux bons: au lieu que dans la méthode que j'ai cru devoir préférer, l'un des deux bons est nécessairement élu. Mais les combinaisons où cet inconvénient a lieu sont en petit nombre, & celles où la méthode ordinaire est défectueuse, sont très-communes.

Quoique le Géomètre célèbre auquel on doit cette méthode, n'ait rien publié sur cet objet, j'ai cru devoir le citer ici *, 1.^o parce qu'il est le premier qui ait observé que la méthode commune de faire les élections étoit défectueuse; 2.^o parce que celle qu'il a proposé d'y substituer est très-ingénieuse, qu'elle seroit très-simple dans la pratique. D'ailleurs, quoiqu'elle ne soit pas exempte des défauts qui doivent faire rejeter la méthode ordinaire, cependant ces défauts y sont beaucoup moins sensibles: il est même très-probable qu'il arriveroit très-rarement qu'elle induisît en erreur sur la véritable décision de la pluralité.

IV. Nous examinons dans le quatrième exemple les décisions rendues par des assemblées très-nombreuses, & composées de manière, qu'à mesure que le nombre des Votans augmente, on soit obligé d'y en admettre dont la probabilité est très-petite.

4.^e expérience.
Assemblées très-nombreuses, où la probabilité des voix diminue à mesure que le nombre des Votans augmente.

* Cet Ouvrage étoit imprimé en entier avant que j'eusse connoissance de cette méthode, si ce n'est pour en avoir entendu parler à quelques personnes. Elle a été publiée depuis. *Mém. de l'Acad. 1781.*

Nous nous sommes arrêtés à une hypothèse qui paroît assez naturelle, celle de supposer que le nombre des Votans qui ont une certaine probabilité, est proportionnelle à la probabilité qu'ils se tromperont; mais que cette loi n'a lieu que depuis la probabilité 1 jusqu'à $\frac{1}{2}$. En effet, dans cette hypothèse on n'aura point de Votant qui ne se trompe jamais; & si on en a un qui ne se trompe, par exemple, qu'une fois sur cent, on en aura cinquante qui se tromperont une fois sur deux, dix qui se tromperont une fois sur dix jugemens.

Impossibilité
de remplir
dans ce cas
toutes les
conditions
nécessaires
pour la sûreté
des décisions.

En suivant cette hypothèse, on trouvera que lorsque le nombre total des Votans est un très-grand nombre, on pourra s'assurer encore de remplir la condition exigée pour la sûreté des décisions, à la vérité pourvu que l'on ait égard à la probabilité moyenne. Cette conclusion est d'autant plus naturelle, qu'il paroît que la limite devrait être placée un peu au-dessus de $\frac{1}{2}$. Mais cette condition ne suffit pas, & il faudroit avoir une assurance suffisante que la probabilité qui résulte de la pluralité ne sera pas au-dessous de la limite qui lui est assignée. Or, dans le cas d'une assemblée très-nombreuse, dans laquelle les voix peuvent tomber jusqu'à $\frac{1}{2}$ environ, & où celles qui ont le moins de probabilité sont en plus grand nombre, cette dernière condition deviendra souvent impossible à remplir, sans exiger une pluralité beaucoup trop grande pour qu'il soit possible de remplir en même-temps les autres conditions. Il en sera de même de la condition qui exigeroit une très-grande probabilité qu'aucune voix ne tombera au-dessous de la limite qu'elle doit atteindre pour donner à la décision rendue à une certaine pluralité une assurance suffisante.

On ne peut donc guère se flatter de remplir les conditions

exigées ni dans cette hypothèse ni dans aucune de celles qui peuvent paroître se rapprocher de la Nature, tant que l'on aura une assemblée très-nombreuse où la pluralité de la voix d'un très-grand nombre de Votans est fort petite.

Mais on peut observer que dans la plupart des objets soumis à la décision d'une assemblée, les mêmes Votans, dont les voix ont une si petite probabilité, peuvent avoir assez de lumières, non pas sans doute pour prononcer avec quelque probabilité quel homme entre un grand nombre a le plus de mérite, mais pour ne choisir comme le plus éclairé qu'un de ceux dont la voix auroit une assez grande probabilité : ainsi une assemblée nombreuse, composée de Votans qui ne seroient pas très-éclairés, ne pourroit être employée utilement que pour choisir les Membres d'une assemblée moins nombreuse, à laquelle la décision des autres objets seroit ensuite confiée, & l'on parviendroit alors facilement à remplir pour cette dernière décision toutes les conditions qu'exigent la justice & l'intérêt général. Si l'on songe sur-tout que presque jamais il ne s'agit dans les décisions d'une proposition simple, rarement même d'une décision isolée, mais d'un système de décisions liées entr'elles, dont une seule décision fautive peut déranger l'harmonie, on verra que cette dernière forme est la seule qui puisse laisser quelque espérance de remplir les conditions dont l'observation est nécessaire.

Ce que nous avons dit des inconvéniens d'une assemblée trop nombreuse, s'applique à plus forte raison au cas où la probabilité de la voix d'un certain nombre de Votans tombe au-dessous de $\frac{1}{2}$; mais il faut observer dans ce dernier cas qu'on ne peut même espérer de remédier à cet inconvénient, en chargeant cette assemblée nombreuse du choix de ceux auxquels la décision sera enfin remise.

Moyens
d'y remédier.

Des cas où
la probabilité
de la décision
est au-dessous
de $\frac{1}{2}$.

En effet, lorsque la probabilité de la voix d'un Votant tombe au-dessous de $\frac{1}{2}$, il doit y avoir une raison pour laquelle il prononce moins bien que ne feroit le hasard; & cette raison ne peut être prise que dans les préjugés auxquels ce Votant est soumis. Or, il est vraisemblable que ce même Votant donnera la préférence aux hommes qui partagent ces préjugés, c'est-à-dire, à des hommes dont, pour un grand nombre de décisions, la probabilité est au-dessous de $\frac{1}{2}$.

Conséquences
qui
en résultent.

Ainsi, pourvu que dans une société il y ait un grand nombre d'hommes éclairés & sans préjugés, & pourvu que le droit du grand nombre qui n'a pas assez de lumières, se borne à choisir ceux qu'il juge les plus instruits & les plus sages, & auxquels en conséquence les citoyens remettent le droit de prononcer sur les objets qu'eux-mêmes ne seroient pas en état de décider, on peut parvenir à une assurance suffisante d'avoir des décisions conformes à la vérité & à la raison.

Mais il n'en est pas de même si ceux qui, dans l'opinion publique, passent pour être éclairés, sont soumis à des préjugés. Pour tous les objets sur l'examen desquels ces préjugés peuvent influer, non-seulement l'élection ne peut donner aucune assurance d'avoir des Votans exempts de préjugés, & dont la voix ait une probabilité suffisante, mais au contraire elle ne sera qu'un moyen d'avoir une assurance que ceux à qui les décisions seront confiées, soumis eux-mêmes à ces préjugés, auront une probabilité au-dessous de $\frac{1}{2}$; en sorte qu'il y auroit de l'avantage dans ce cas à s'en rapporter à un petit nombre d'hommes pris au hasard dans la classe de ceux à qui l'on doit supposer de l'instruction.

Nous sommes donc encore ramenés ici à une conclusion semblable à celle de la première Partie, c'est que la forme

qu'on peut donner aux assemblées qui prononcent sur une loi ou sur quelques autres objets que ce soit, ne peut procurer aucun moyen d'avoir l'assurance que l'on doit chercher à l'obtenir, à moins qu'on ne puisse s'assurer de former ces assemblées d'hommes éclairés.

Nous trouvons de plus que si les hommes qui passent pour instruits, partagent les opinions populaires, on ne peut remplir cette dernière condition. Ainsi l'on ne peut regarder les décisions à la pluralité des voix comme propres à faire connoître ce qui est vrai & utile, que dans le cas où une grande partie de la société a des lumières, & où les hommes qui sont instruits, qui ont cultivé leur esprit & exercé leur raison, ne sont pas soumis à des préjugés. Alors, en effet, il suffit que la direction des affaires soit confiée à ceux qui, dans l'opinion commune, passent pour être capables & avoir des lumières, & l'on peut en avoir l'assurance dans quelques constitutions, & une assez grande espérance dans presque toutes.

C O N C L U S I O N.

O N a dû remarquer sans doute, en lisant cet Ouvrage, que je n'ai fait qu'ébaucher la solution de plusieurs questions importantes, & qu'on doit le regarder comme un simple essai, moins propre à éclairer ceux qui le liront, qu'à inspirer le desir de voir se multiplier les applications du Calcul à ces mêmes questions *. Je n'ai point cru donner un bon Ouvrage,

* Le premier Mathématicien qui ait imaginé d'appliquer le Calcul à des questions politiques, est le célèbre Jean de Witt, Grand-Pensionnaire de Hollande : sa conduite sage & courageuse dans cette place importante, ses vertus, son patriotisme, sa fin malheureuse, ont rendu son nom cher à tous ceux qui aiment leur patrie & que touche la vertu. Il y eut de plus

mais seulement un Ouvrage propre à en faire naître de meilleurs. Étendre les découvertes importantes, & les mettre à la portée du plus grand nombre, essayer de diriger les vues & les travaux des Savans vers un but qu'on croit utile, telle doit être l'ambition de la plupart des Auteurs. Trop peu d'hommes peuvent prétendre à la gloire de contribuer, par des vérités nouvelles, au bonheur de leurs semblables.

Utilité de
l'application
du Calcul aux
questions
politiques.

En voyant que sur presque tous les points, le Calcul ne donne que ce que la raison auroit du moins fait soupçonner, on pourroit être tenté de le regarder comme inutile: mais il est aisé d'observer, 1.^o que le Calcul a du moins l'avantage de rendre la marche de la raison plus certaine, de lui offrir des armes plus fortes contre les subtilités & les sophismes; 2.^o que le Calcul devient nécessaire toutes les fois que la vérité ou la fausseté des opinions dépend d'une certaine précision dans les valeurs. Par exemple, toutes les fois que la conclusion d'un raisonnement restera la même, pourvu qu'une certaine probabilité soit plus grande qu'une autre, la raison seule pourra nous conduire dans un grand nombre de questions à cette conclusion: mais si on doit avoir des conclusions opposées, suivant que la valeur de la probabilité sera

grands noms dans le siècle dernier, & peut-être n'en pourroit-on citer aucun de plus respectable.

Jean de Witt avoit été le Disciple de Descartes, & l'un de ses meilleurs Disciples. Avant d'être Grand-Pensionnaire, il avoit publié un Ouvrage sur les Courbes, où l'on trouve des vues ingénieuses & nouvelles: ce fut lui qui essaya le premier de fixer le taux des Rentes viagères, d'après les probabilités de la vie, données par des Tables de mortalité. Il eut sur la Politique, sur les véritables intérêts des Nations, sur la liberté du Commerce, des idées fort supérieures à celles de son siècle; & l'on peut dire que sa mort prématurée fut un malheur pour l'Europe comme pour sa patrie.

contenue

contenue, ou ne le fera pas, dans des limites plus étroites, on voit aisément que la raison seule ne peut conduire d'une manière certaine à celle de ces deux conclusions que l'on doit préférer. La raison suffit tant qu'on n'a besoin que d'une observation vague des évènements : le Calcul devient nécessaire aussi-tôt que la vérité dépend d'observations exactes & précises.

Ces raisons que nous avons exposées déjà au commencement de ce Discours, ne sont pas les seules. Il n'y a personne qui n'ait observé sur lui-même qu'il a changé d'opinion sur certains objets, suivant l'âge, les circonstances, les évènements, sans pouvoir dire cependant que ce changement ait été fondé sur de nouveaux motifs, & sans pouvoir y assigner d'autre cause que l'impression plus ou moins forte des mêmes objets. Or, si au lieu de juger par cette impression qui multiplie ou exagère une partie des objets, tandis qu'elle atténue ou empêche de voir les autres, on pouvoit les compter ou les évaluer par le Calcul, notre raison cesseroit d'être l'esclave de nos impressions.

Cette dernière considération est d'autant plus importante, que souvent notre opinion décide non-seulement de nos intérêts, mais de ceux des autres hommes; que dans ce cas il ne suffit pas pour être juste de croire une opinion, mais qu'il faut avoir de plus des motifs de la croire, & que ces motifs puissent être regardés comme de véritables preuves. Ainsi l'on ne doit point regarder comme indifférens les moyens d'évaluer, toutes les fois qu'il est possible, les degrés de la probabilité qui détermine nos décisions, & d'assurer par cette méthode la justice de nos jugemens & de nos actions.

Nous oserons ajouter que l'application du Calcul à la discussion d'un très-grand nombre de questions qui intéressent

les hommes, seroit un des meilleurs moyens de leur faire sentir le prix des lumières. Le nombre de ceux qui doutent de leur utilité, ou qui prétendent qu'il seroit dangereux de les répandre, est bien petit de nos jours, si on veut ne compter que ceux qui sont de bonne foi dans une opinion si avilissante pour la Nature humaine.

On fait trop aujourd'hui que l'homme ignorant n'a d'autre intérêt que celui de son indépendance. La force peut l'enchaîner, la servitude peut l'abrutir, la superstition peut le conduire; mais s'il rompt ses chaînes, s'il sort de sa stupide indifférence, si son guide l'égare, alors son instinct reparoit dans toute sa force, & il devient plus terrible que le Sauvage même; semblable à ces animaux féroces que l'homme a soumis, & qui échappés de ses fers, reprennent toute leur furie, & n'ont perdu que l'espèce de générosité qu'ils devoient à leur indépendance.

L'homme éclairé au contraire, en connoissant ses droits, apprend à en connoître aussi les limites; il sait quand il doit faire à son propre bonheur ou à celui des autres, le sacrifice de ses volontés, & quelquefois même celui de ses véritables droits. En connoissant toute l'étendue de ses devoirs, il apprend que le respect pour le bien-être, pour le repos de s autres est un des plus importants & des plus sacrés: il voit plus d'une source de bonheur, plus d'un moyen de faire le bien se présenter à lui, & il choisira ce qui est le plus facile, ce qu'il peut s'assurer d'obtenir à moins de frais.

Mais les lumières ne peuvent-elles pas éblouir les hommes au lieu de les éclairer? la vérité peut-elle être le prix des premiers efforts de l'esprit humain? Ne peut-il pas arriver que l'on substitue à des erreurs grossières des erreurs plus

subtiles & plus dangereuses, parce qu'elles seront plus difficiles à détruire ! L'enthousiasme, qui porte à l'extrême les opinions fondées sur des préjugés, n'exagèrera-t-il point aussi les demi-vérités que la raison fera découvrir ! L'esprit humain en sera-t-il moins exposé à s'égarer, parce que l'espace qu'il s'est ouvert est plus étendu ?

Telles sont les objections que dans un siècle éclairé on peut encore opposer à l'utilité du progrès des lumières ; & lorsque la Philosophie s'unit seulement à l'Éloquence & aux Lettres, ces objections doivent paroître spécieuses, peut-être même ne sont-elles pas sans quelque fondement : mais elles perdent toute leur force lorsque la Philosophie s'unit aux Sciences, & sur-tout aux Sciences de Calcul. Alors obligée d'en suivre la marche toujours certaine & mesurée, elle n'auroit à craindre ni l'enthousiasme ni les écarts. Accoutumée à des résultats précis, elle sentiroit toute l'incertitude qu'un résultat vague porte nécessairement avec lui, & le danger de s'abandonner aux conséquences qui semblent en devoir être la suite, & qui deviennent de plus en plus incertaines à mesure qu'elles s'en éloignent.

La précision des résultats, & leur certitude, marquerait une limite bien prononcée entre les opinions spécieuses, qui ne sont que les aperçus d'un premier coup-d'œil, & celles qui méritent d'être mises au rang des vérités qu'on doit suivre dans la pratique. On auroit le double avantage que ceux qui cherchent les lumières utiles, en auroient de plus sûres & risqueroient moins de s'égarer, tandis que ceux qui en craignent les effets, ne pourroient plus y opposer avec autant d'avantage les sophismes & les préjugés. Cette lutte éternelle entre l'erreur & la vérité seroit plus paisible, & le succès dépendroit moins du hasard ou de l'adresse des combattans.

Enfin cette application des Sciences à la Philosophie, est un moyen non-seulement d'étendre les lumières, de les rendre plus sûres, mais d'en multiplier aussi l'utilité, puisqu'elle ne peut manquer de s'étendre successivement à un nombre plus ou moins grand d'objets nouveaux, de questions importantes, qui paroîtroient peut-être aujourd'hui bien éloignées de pouvoir être résolues par de pareilles méthodes. Or, en multipliant les moyens de faire le bien, en les étendant sur un plus grand nombre d'objets, on apprendroit aux hommes à se passer plus tranquillement des avantages dont ils voient qu'il faudroit acheter trop cher une espérance incertaine. En ouvrant ainsi un champ plus vaste aux esprits que domine l'amour du bien, on assure l'utilité de leurs efforts, on empêche que leur ardeur ne puisse être dangereuse, & c'est peut-être le moyen le plus sûr de concilier deux choses qui presque par-tout ont été séparées jusqu'ici; l'activité pour le bien commun, & le repos.

Étendue
de ces
applications.

On se tromperoit en effet si on regardoit ces applications comme nécessairement bornées à un petit nombre d'objets. La connoissance précise de tout ce qui regarde la durée de la vie des hommes, de l'influence qu'ont sur cette durée le climat, les habitudes, la nourriture, la manière de vivre, les différentes professions, les Loix même & les gouvernemens, une connoissance non moins exacte de tous les détails relatifs aux productions de la terre & à la consommation des hommes, une évaluation non arbitraire de l'utilité réelle des travaux publics, des établissemens nationaux, des effets salutaires ou funestes d'une grande partie des Loix d'administration, la méthode de s'assurer, par le Calcul, de la précision des résultats, d'en déduire des conséquences certaines, de connoître par ce

moyen la vérité ou la fausseté d'un grand nombre d'opinions, les ressources qu'on peut tirer de ces applications pour pénétrer plus avant dans la connoissance de l'homme physique ou de l'homme moral; tous ces objets ont à la fois la plus grande importance & la plus grande étendue. On est bien loin d'avoir épuisé en ce genre les connoissances qui semblent s'offrir les premières; & lorsqu'elles seront épuisées, pourquoi, dans cette partie des Sciences comme dans toutes les autres, ne s'offrirait-il pas alors devant nous un champ bien plus vaste encore que celui qui auroit été déjà parcouru?

Ici, comme dans les Sciences physiques, il y a peut-être une infinité d'objets qui se refuseront toujours au Calcul, mais on peut se répondre aussi que dans l'un & l'autre genre, le nombre de ceux auxquels le Calcul peut s'appliquer, est également inépuisable.

On a fait sans doute des applications ridicules du Calcul à des questions politiques; & combien n'en a-t-on pas fait d'aussi ridicules dans toutes les parties de la Physique?

Mais c'est trop nous arrêter à prouver une vérité qu'aucun homme qui aura étudié également la Philosophie & les sciences du Calcul, ne pourra jamais révoquer en doute.

Nous terminerons ce Discours par une réflexion qui peut être utile. On a vu ci-dessus que toute la certitude que nous pouvons atteindre, est fondée sur un penchant naturel à regarder comme une chose constante ce que nous avons vu se réitérer un très-grand nombre de fois. Ce même penchant naturel ne doit-il pas nous porter également à croire la constance & la réalité des choses que nous entendons répéter sans contradiction? Ne serions-nous pas à cet égard dans le cas d'un homme auquel l'on auroit fait sentir deux boules,

Réflexion
sur la cause
des erreurs
& des préjugés.

en en plaçant une seule entre deux doigts croisés, & qui, s'il ne réfléchissoit pas sur les circonstances de ce phénomène, se croiroit certain de l'existence de deux boules?

L'obscurité, l'incompréhensibilité même des idées que les mots prononcés devant nous font naître dans notre esprit, n'affoiblit pas ce penchant dans ceux qui n'ont pas acquis l'habitude de se former des idées précises. Un Astronome qui calcule une éclipse, peut n'avoir pas la conscience de la vérité de la théorie sur laquelle la méthode qu'il emploie est appuyée; il n'est pas nécessaire qu'il ait dans le moment même une idée nette & précise de ce que c'est qu'un logarithme, par exemple, quoiqu'il emploie les logarithmes. Si donc il diffère de celui qui croit une proposition qu'il n'entend point, mais dont il a été frappé, c'est que l'Astronome se rappelle qu'il a fait autrefois, d'après une démonstration qui lui a paru certaine, ce qu'il fait aujourd'hui machinalement, & que la croyance de l'autre a toujours été également machinale. L'homme à préjugé ressemble donc parfaitement à un Arithméticien, à qui on auroit fait apprendre par cœur une méthode de calculer les éclipses & la théorie de cette méthode sans les lui expliquer, & qui calculeroit des éclipses par routine. Il est aisé de voir que cet homme ne s'aviseroit pas de douter de la vérité de ces propositions qu'il n'entend pas, & d'après lesquelles il calcule, & il y croiroit même très-fermement. Les Quadrateurs sont un autre exemple de la même vérité. Ils ne croiroient pas la proposition absurde à laquelle ils sont si opiniâtement attachés, s'ils avoient une idée nette des termes de cette proposition. Ce penchant à croire ce qu'on a cru, qui a la même origine que le penchant à croire constant ce qu'on a vu se répéter uni formément

peut donc s'étendre réellement sur les choses les plus incompréhensibles.

La Raison & le Calcul nous disent que la probabilité augmente de plus en plus avec le nombre des observations constantes qui sont le fondement de notre croyance ; mais la force du penchant naturel, qui nous porte à croire, ne dépend-elle pas au moins autant de la force de l'impression que ces objets font sur nous ? Alors si la raison ne vient pas à notre secours, nos opinions seront réellement l'ouvrage de notre sensibilité & de nos passions. Or, l'observation semble prouver que ce penchant à croire constant & réel ce qui est arrivé constamment, dépend uniquement d'une impression purement passive, & non du raisonnement, puisque le raisonnement ne peut nous fournir aucune raison de croire que ce penchant ne nous trompe pas.

Cette manière d'expliquer la source de nos erreurs & de notre opiniâtreté, peut conduire à des conséquences utiles sur les moyens d'arracher à leur funeste influence les deux classes de l'humanité qu'il est le plus important de préserver de l'erreur, & qui y sont le plus exposées ; les enfans & le peuple.

Tels sont les résultats des questions que nous avons discutées dans cet Essai, & des réflexions auxquelles ces résultats nous ont conduits. Puissé cet Ouvrage être de quelque utilité ; & puissent ceux qui daigneront le lire, juger que je n'ai point profané la mémoire d'un grand homme, en lui consacrant ce foible hommage & en osant parler au Public de l'amitié qui nous unissent.

