BnF Gallica

Problèmes plaisans et délectables, qui se font par les nombres . Partie recueillis de divers autheurs, et inventez de [...]

Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France

{BnF Gallica

Bachet, Claude-Gaspard (1581-1638). Problèmes plaisans et délectables, qui se font par les nombres . Partie recueillis de divers autheurs, et inventez de nouveau, avec leur démonstration, par Claude Gaspar Bachet, Sr. de Méziriac. Seconde édition, reveuë, corrigée , augmentée.... 1624.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :
- La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.
- La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

CLIQUER ICI POUR ACCÉDER AUX TARIFS ET À LA LICENCE

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :
- des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.
- des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter **utilisationcommerciale@bnf.fr**.

V 2111
3

V 19291

Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France

PROBLEMES PLAISANS ET DELECTABLES, QVI se font par les nombres.

Partie recueillis de diuers Autheurs, partie inuentez de nouueau auec leur demonſtration.

Par CLAVDE GASPAR BACHET, Sieur de Meziriac.

Seconde Edition, reueuë, corrigée, & augmentée de pluſieurs propoſitions, & de pluſieurs Problemes, par le meſme Autheur.

Tres-vtile pour toutes ſortes de perſonnes curieuſes, qui ſe ſeruent de l'Arithmetique, & Mathematique.

A LYON,

Chez PIERRE RIGAVD & ASSOCIEZ, ruë Merciere, au coing de ruë Ferrandiere, à l'Enſeigne de la Fortune.

M. DC. XXIIII.

A MONSIEVR
LE C'OMTE DE
TOVRNON.

MONSIEVR,

Ie vous offre des jeux, mais qui sont, à mon aduis, dignes de vostre bel esprit, & capables de luy fournir quelques fois vn aggreable diuertissement. I'ay iuste sujet de iuger ainsi, puis que i'ay eu le bonheur de cognoistre par experience, les belles qualitez que vous possedez, & le plaisir que vous prenez aux Mathematiques, & particulierement en cette sorte de jeux, qui se font par les nombres, dont ie vous en ay veu practiquer plusieurs fort heureusement, & mesme vous m'auez fait l'honneur d'en,

vouloir apprendre de moy quelques-vns. Ces conſiderations ont eſté les motifs, qui m'ont porté à vous dedier ce liure, lequel vous verrez s'il vous plaiſt, de bon œil, ayant eſgard non tant à ſa valeur, qu'à l'inuiolable affection que vous a voüée,

Voſtre tres-humble & tres-affectionné ſeruiteur.

CLAVDE GASPAR BACHET.

A MONSIEVR DE Meziriac, ſur ſon liure de Ieux.

SONNET.

Tout ce que le puiſſant architecte du monde
Par ſa ſeule parole a fait voir à nos yeux
De plus beau, de plus rare, & plus induſtrieux
Dans le ciel, dans la terre, ou dans la mer profonde,
Par des nombres eſgaux d'vne meſure ronde
Se lie, & s'entretient d'vn ordre gratieux,
Et le Chaos confus regneroit en tous lieux,
Si chaſque choſe eſtoit ſans nombre vagabonde.
Imitant cet ouurier (BACHET) *tu nous fais voir*
Que ſur tous les humains tu t'es pleu de ſçauoir.
Des nombres plus cachez l'admirable nature.
Voyre au meſme patron reglant tes actions
Iuſqu'à tes paſſe-temps & recreations,
Tout eſt fait, & dreſſé par nombre, & par meſure.

Charles le Grand, Aduocat au ſiege Preſidial de Breſſe.

In Nobiliſſimi C. G. Bacheti luſus Arihtmeticos.

QVeis eſt ingenij decus, vel artis,
Natura ſtudióve comparatum:
In paruis etiam patere rebus
Poſſunt, nec modicam referre laudem.
Notus lineola fuit vel vna
Qui cunctos ſuperauit arte pictor.
Syluas ſi cecinit Maro, gregéſque,
Sylua conſulibus fuêre digna.
Clades Iliacas Poëta magnus
Qui ſcribit, ſimul ac Vlyſſis acta,
Dum dicit βατραχων μυων τε pugnas
Eſt ſemper ſimilis ſui diſertus.
Sic ludens numeris BACHETVS iſtis.
Doctrinæ geniique ſi feracis
Tantas fundit opes, quid obſtupendum?
Luſus non alios daret BACHETVS.

A Mon

A Monſieur de Meziriac, ſur ſes ieux Arithmetiques.

L'Vn prefere au prouffit les douces veluptez,
L'autre n'appreuue rien qui ne ſoit prouffitable.
Mais quand on a meſlé l'vtile au delectable
Alors eſgalement tous s'en ſont contentez.
Tes ieux (mon cher BACHET) doctement Inuentez
Sçauent bien accopler d'vn art inimitable
Le plaiſir au prouffit, & ſont qu'en meſme table
Chaſcun peut aſſouuir ſes curioſitez.
O que de beaux ſecrets; Mais quoy gentil ouurier
D'vn labeur ſi parfait ſeras tu ſans loyer?
Non, tu ne peux manquer d'vne immortelle gloire.
Car aux ſiecles ſuiuans les plus braues eſprits,
Qui ſe paiſtront ſouuent de tes fameux eſcrits.
Conſacreront ton nom au temple de memoire

Preface au Lecteur.

IL y a onze ans que ce liure fut premierement imprimé, & que ie volus qu'il sortist en lumiere, tant pour faire vn essay de mes forces, que pour sonder quel iugement on feroit de mes œuures, & à fin qu'il seruist comme d'auan-coureur à mon Diophante. Maintenant que i'ay veu, que ce petit ouurage a esté fauorablement accueilly des plus beaux esprits de la France, & qu'auec l'ayde du Ciel, Diophante voit le iour, & me rend aussi la recompence attenduë de mon trauail, il me semble qu'auec plus d'asseurance ie puis publier ce liure de nouueau, & me promettre qu'il sera bien reçeu, puis qu'il est beaucoup plus accomply qu'il n'estoit

n'eſtoit auparauant. Il eſt vray que peut-eſtre quelqu'vn s'eſtonnera, de ce qu'apres auoir fait vne œuure ſi ſerieuſe, & remplie de ſi profondes ſpeculations comme eſt le Diophante, ie me ſuis amusé à des choſes de ſi petite conſequence, & de ſi peu d'vtilité comme ſont celles que ce liure contient: mais ie reſpons premierement à celuy qui fera ceſte conſideration, que les liures ſont les enfans de nos eſprits, & qu'outre l'inclinatiõ naturelle, qu'ont tous les peres d'aymer leurs enfans generalement, ils portent encore vne affectiõ particuliere à leurs premiers nez. C'eſt pourquoy ce liure eſtant le premier qui ſoit parti de ma main, & comme l'enfant premier né de mon eſprit, c'eſt auec iuſte raiſon, que ie le cheris particulierement, & que ie ne me contente pas de l'auoir mis au monde, mais ie veux encor prendre le ſoing de ſa conſeruation, & de ſon accroiſ-

ſance. En outre ie ne crois pas, que ceux qui auront penetré dans ce liure plus auant eue l'eſcorce, le iugent de ſi peu de valeur, que feront ceux-là qui n'en auront leu que le tiltre: car encor que ce ne ſoyent que des ieux, dont le but principal eſt de donner vne honneſte recreation, & d'entretenir auec leur gentilleſſe vne compagnie, ſi eſt-ce qu'il faut bien de la ſubtilité d'eſprit, pour les practiquer parfaictement, & faut eſtre plus que mediocrement expert en la ſcience des nombres, pour bien entendre les demonſtrations, & pour ſe ſçauoir ayder de pluſieurs belles inuentions, que i'ay adiouſtees. Finalement, pour preuuer encore que ce liure n'eſt point du tout inutile, & que la cognoiſſance de ces Problemes peut ſeruir grandement en quelque occaſion, ie ne veux employer que le teſmoignage d'Hegeſippus au troiſieſme liure de la priſe de Hieruſalem. La

il rapporte la memorable hiſtoire de Ioſephe, ce fameux Autheur qui nous a laiſsé par eſcrit la meſme guerre des Iuifs, lequel eſtãt gouuerneur dans la ville de Iotapata, lors qu'elle fut aſſiegee, & peu apres emportee d'aſſaut par Veſpaſian, il fut contraint de ſe retirer dans vne ciſterne, ſuiui d'vne trouppe de ſoldats, pour euiter la premiere fureur des armes victorieuſes des Romains. Mais il courut plus de fortune de perdre la vie parmy les ſiens, que parmy les ennemis : Car comme il eut arreſté de s'aller rendre à la mercy du vainqueur, ne pouuant imaginer aucun autre moyen de ſe garentir de la mort, il treuua ſes ſoldats ſaiſis d'vne telle freneſie, qu'ils vouloient tous mourir, & s'entretuer les vns les autres, pluſtoſt que de prendre ce party. Ioſephe s'efforça bien de les deſtourner d'vne ſi mal-heureuſe entrepriſe, mais ce fut en vain; car rejettãs tout ce qu'il pueſt leur alleguer

leguer au contraire, & perſiſtans en leur opinion, ils en vindrent iuſques là, que de le menacer, s'il ne s'y portoit volontairement, de l'y contraindre par force, & de commencer par luy meſme l'execution de leur tragique deſſein. Alors ſans doute c'eſtoit fait de ſa vie, s'il n'euſt eu l'eſprit de ſe defaire de ces hommes furieux, par l'artifice de mon 23. Probleme. Car feignant d'adherer à leur volonté, il ſe conſerua l'authorité qu'il auoit ſur eux, & par ce moyen leur perſuada facilement, que pour euiter le deſordre & la confuſion, qui pourroient ſuruenir en tel acte, s'ils s'entretuoiēt à la foule, il valoit mieux ſe ranger par ordre en quelque façon, & commençant à conter par vn bout, maſſacrer touſiours le tantieſme. (l'Auctheur n'exprime par le quantieſme) iuſques à ce qu'il n'en demeuraſt qu'vn ſeul, lequel ſeroit obligé de ſe tuer ſoy-meſme. Tous eſtans de cet

accord,

accord, Iosephe les disposa de sorte, & choisit pour luy vne si bonne place, que la tuerie estant continuee iusques à la fin, il se trouua seul en vie, ou peut estre encore qu'il sauua quelques vns de ses plus affidez: & de ceux desquels il se pouuoit promettre vne entiere & parfaicte obeïssance. Voyla vne histoire bien remarquable, & qui nous apprend assez, qu'on ne doit point mespriser ces petites subtilitez, qui aiguisent l'esprit, habilitent l'hõme à des plus grandes choses, & apportent quelquesfois vne vtilité non preueuë.

Reste que i'aduertisse le Lecteur, que ceste seconde edition est beaucoup plus accomplie, que la premiere: car outre qu'elle est plus correcte, elle est augmentee de plusieurs Problemes, & de la demonstration parfaicte du Probleme, qui estoit le cinquiesme en la premiere edition, & qui est le sixiesme en ceste-

cy.

cy. A cet effect i'ay tiré vne dixaine de propoſitions de mes Elemens Arithmetiques, pour les rapporter icy, conſiderant que ie ne pouuois pas ſi promptement mettre en lumiere ce liure là des Elemens, & que neantmoins ie ne deuois pas ſouffrir, que ce petit ouurage demeuraſt ſi long-temps imparfaict.

Quant à ce qui eſt requis pour la parfaicte intelligence, & pour la practique de ces Problemes, ie puis aſſeurer que tout homme de bon eſprit, en pourra comprendre, & practiquer la plus grand'part. Il eſt vray qu'il y en a quelques vns, qui ne pourront parfaictement eſtre mis en practique, que par ceux qui ſçauent les premieres regles de l'Arithmetique. Pour les demonſtrations, elles ſont pour les plus doctes: car elles ſuppoſent la cognoiſſance du ſeptieſme, huictieſme, & neufuieſme liure d'Euclide, & encore quelque propoſi-

tions

tions du second appliquees aux nombres, & quelques definitions, & propositions du cinquiesme.

En fin i'admoneste ceux qui voudront mettre ces ieux en vsage, & en auoir du contentement, qu'ils prennent le soing de les faire auec vne telle dexterité, qu'on n'en puisse pas aisément descouurir l'artifice; Car ce qui rauit les esprits des hommes, c'est vn effect admirable dõt la cause leur est incognuë. C'est pourquoy si l'on fait plusieurs fois de suitte le mesme ieu, il faut tousiours y apporter quelque diuersité, le faisant en differentes façons, ainsi que i'enseigne aux aduertissemens, que ie donne apres les demonstrations, qui pour ceste cause doiuent estre leus diligemment, & & bien considerez.

PRO

PROPOSITION PREMIERE.

Si vn nombre donné ſe multiplie par vn autre, & le produit ſe diuiſe encor par vn autre, il y aura telle proportion du nombre donné au quotient de la diuiſion, qu'il y a du diuiſeur au multiplicateur.

A 8.	
B 3.	C 4.
D 24.	E 6.

SOIT le nombre donné A. lequel multiplié par B. produiſe le nombre D; & diuiſant D par C, ſoit le quotient E. Ie dis qu'il y a telle proportion de A. nombre donné au quotient E, qu'il y a du diuiſeur C. au multiplicateur B. Car puis que C diuiſant D, fait le quotient E, il eſt certain que C E multipliez enſemble produiſent D; mais auſſi par l'hypoteſe, A B. multipliez enſemble, produiſent le meſme D. Doncques par la 19. du 7. d'Euclide il y a telle proportion de A, à E, que de C, à B. Ce qu'il falloit demonſtrer.

PROPOSITION II.

S'il y a quatre nombres proportionaux, & qu'on multiplie le premier & le troisiesme par vn mesme nombre ; le multiple du premier aura telle proportion au second, que le multiple du troisiesme au quatriesme.

A 2. B 4. E 10.
G 5.
C 3. D 6. F 15.

SOient quatre nombres proportionaux A B. C. D. à sçauoir qu'il y ait telle proportion de A, à B. que de C. à D. & qu'on multiplie les deux A C. premier & troisiesme par le mesme nombre G. & soient les produits. E F. Ie dis qu'il y a telle proportion de E à B. que de F. à D. Car puisque il y a telle proportion de A à B que de C à D. il y aura, par la proportion alterne, telle proportió de A à C, que de B à D. Or pource que le mesme G multipliant A & C, produit E & F, il y a telle proportion de E à F que de A à C, doncques aussi il y a telle proportion de E à F que de B à D, & alternatiuement, telle proportion de E à B. que de F à D. Ce qui se deuoit demonstrer.

PROPOSITION III.

Si trois ou plusieurs nombres se multiplient ensemble, le produit sera tousiours le mesme, en quelle façon, & par quel ordre qu'on les multiplie.

EVCLIDE ayant demonstré en la 16. du 7. que de deux nombres soit qu'on multiplie le premier par le second, ou le second par le premier, le produit est tousiours le mesme. Ie veux icy preuuer que le semblable aduient en trois, ou plusieurs nombres. Or trois ou plusieurs nombres se disent estre multipliez ensemble, lors qu'on en multiplie deux ensemble, & le produit par vn autre & ce produit derechef par vn autre, & ainsi tant qu'il y a aura de nombres.

A 2.	B 3.	C 4.
D 6.	H 8.	F 12.
E 24.	K 24.	G 24.

SOIENT donc premierement proposez trois nombres A. B. C. & multipliant A par B soit fait D. lequel multiplié par C produise E: Puis changeons d'ordre, & multiplions B par C & soit fait F. qui multiplié par A produise G. Changeons derechef d'ordre & multiplions A par C, & soit fait H, lequel multiplié par B produise K (Car voilà toutes les differentes façons que peuuent admettre trois nombres se multiplians ensemble) Ie dis que les trois produits E.K. G. sont vn mesme nombre. Car puisque B multipliant les deux A. C. produit D. F. il y a telle proportion de A. à C, que de D. à F. donc le mesme nombre se produit multipliant A par F, & C. par D. par la 19. du 7. Partant E & G sont vn mesme nombre. Semblablement puisque C multipliant A & B, produit H & F. il y a telle proportion entre A & B, qu'entre H & F. Partant le mesme nombre se faict multipliant A par F & B par H.

Doncques K G sont vn mesme nombre. Par conſequent tous les trois E.K.G. sont vn mesme nombre. Ce qu'il falloit preuuer.

Maintenant soyent proposez quatre nõbres A.B.C.D. & multipliant A par B, & le produit par C. soit fait E. qui multiplié par D. faſſe K.

	E 24.	F 60.	
A 2.	B 3.	C 4.	D 5.
	G 12.		
K 120.		H 120.	

Puis changeans d'ordre, & multiplians D par C. & le produict par B. soit fait F. qui multiplié par A. produiſe H. Ie dis que K. H. sont vn mesme nombre, & que le mesme nombre se produira touſiours en quelque autre façon, qu'on multiplie ensemble les quatre nõbres A.B.C.D. Car puiſque multipliãs ensemble d'vn costé les trois A. B. C; & d'vn autre costé les trois D.C.B. nous trouuons les deux B. C. d'vn costé & d'autre, multiplions B.C. ensemble, & soit faict G. Or parce qui a esté demonstré en trois nombres le mesme E. qui se fait multipliant A par B, & le produit par C, le mesme E, dis-je, se fera auſſi multipliãt B par C, & le produict (à sçauoir G) par A. semblablement nous prouuerons, que F se feroit multipliant D par G. Puis donc que le mesme G. multipliãt les deux A.D. produit E F. il y a telle proportion entre A D, qu'entre E F. Partant le mesme nombre se fait, multipliant A par F, & D par E. Doncques K.H. sont vn mesme nombre. Or par semblable moyen nous prouuerons touſiours le mesme. Car de quatre nombres, en multipliant trois ensemble d'vn costé, & trois d'vn autre, il se rencontrera touſiours

iours,que de trois pris d'vn coſté & d'autre, il y en aura deux qui ſerõt les meſmes,& par ainſi la meſme demonſtration aura touſiours lieu.

Semblablement ſi l'on propoſe cinq nombres,i'en prendray quatre d'vn coſté, & quatre d'vn autre, & s'en treuuera touſiours trois qui ſeront les meſmes d'vn coſté & d'autre. Ainſi m'aidant de ce qui a eſté demonſtré en trois & en quatre nombres, ie parferay la demonſtration d'vne meſme ſorte. Et ſi l'on propoſe ſix nombres,ie me ſeruiray de ce qui aura eſté demonſtré en cinq ; & ainſi touſiours, ſi l'on en propoſe d'auantage. Doncques le moyen de la demonſtration eſt vniuerſel, & applicable à toute multitude de nombres.

ADVERTISSEMENT.

Ce meſme Theoreme d'vne autre façon a eſté demonſtre par Clauius ſur la 19. *du* 8. *Mais de combien ma demonſtration ſoit plus brieſue & plus claire que la ſienne, i'en laiſſe le iugement au prudent lecteur. Certes cette propoſition eſt fort vtile & importante,non ſeulement à cauſe des problemes ſuiuans, mais auſſi pour faciliter la demonſtration de pluſieurs autres beaux Theoremes, comme ie feray voir, Dieu aydant,en mon liure des Elemens Arithmetiques.*

PROPOSITION IV.

De tout nombre pairement pair, la moitié eſt vn nombre pair.

A 24.
B. 12.

SOit A nombre pairement pair, dont la moitié ſoit B. Ie dis que B eſt vn nombre pair ; Car ſi B eſtoit

impair, le nombre A seroit pairement impair seulement par la 33. du 9. Ce qui est contre l'hypotese. Donc il faut que B soit pair. Ce qui se deuoit demonstrer.

ADVERTISSEMENT.

La conuerse de ceste proposition, à sçauoir que tout nombre, dont la moitié est nombre pair, est pairement pair, est trop euideme; car puisque multipliant la moitié d'vn nombre pair par 2. on fait le mesme nombre, si icelle moitié est nombre pair, estant multipliee par 2. qui est aussi pair, infailliblement le produit sera nombre pairement pair par la definition.

PROPOSITION V.

De tout nombre pairement impair seulement, la moitié est vn nombre impair.

A 10.
B 5.

CEste proposition est la conuerse de la 33. du 9. Soit A nombre pairement impair seulement, & sa moitié soit B. Ie dis que B est impair; car si B estoit pair, le nombre A seroit pairement pair par l'Aduertissement de la precedente proposition. Ce qui est contre l'Hypotese. Donques B est impair. Ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION VI.

Tout nombre pairement pair, est mesuré par le quaternaire; & tout nombre que le quaternaire mesure, est pairement pair.

Soit

SOIT A B. nombre pairement pair, duquel la moitié soit C B nombre pair, par la 4. de ce liure. & soit G. le quaternaire. Ie dis premierement que G mesure le nombre A B. Car prenant le binaire D, qui est la moitié de G, il est euident qu'il y a telle proportion de D à G, que de C B, à A B. & par la proportion alterne il y a mesme proportion de D. à C. B. que de G. à A B. Mais D mesure C B (car tout nombre pair quel est C B, comme il a esté preuué, est mesuré par le binaire) doncques G pareillement mesure A B.

En apres posons que le quaternaire G. mesure quelque nombre comme A B. Ie dis que A B. est pairement pair. Car en premier lieu il est certain que A B. est pair, d'autant qu'il est mesuré par vn nombre pair quel est G, comme on recueillit de la 21. du 9. Partant prenons la moitié de A B, qui soit C B. Lors comme au parauant il y aura telle proportion de C B à A B, que du binaire D. au quaternaire. G. & alternatiuement telle proportion de C B à D. que de A B. à G; mais A B est mesuré par G par l'Hypotese. Donques aussi C B. sera mesuré par D. Partant C B est nombre pair; Par cõsequent A B est pairement pair par l'aduertissement de la 4. de ce liure. Donques il appert de la verité de ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION VII.

Tout nombre qui surpasse du binaire quel-

que nombre pairement pair, est pairement impair seulement.

SOit le nombre A B surpassant du binaire A C, le nombre C B pairement pair, Ie dis que A B est pairement impair seulement. Car en premier lieu que A B soit pair; il est euident par la 21.du 9.d'autant qu'il est cõposé de deux nombres pairs A C. C B. En apres que ledit A B soit seulement pairement impair, ie le preuue ainsi. S'il estoit pairement pair, il seroit mesuré par le quaternaire par la precedente. Or C B. qui par l'Hypothese est pairement pair, est pour mesme raison mesuré par le mesme quaternaire. Doncques le binaire A C restant, seroit aussi mesuré par le quaternaire, chose impossible. C'est pourquoy A B. ne peut estre que pairement impair. Ce qu'il falloit preuuer.

PROPOSITION VIII.

Tout nombre pairement impair seulement, surpasse du binaire quelque nombre pairement pair.

C'Est la cõuerse de la precedente. Soit A B nombre pairement impair seulement. Ie dis qu'il surpasse de deux quelque nombre pairement pair. Car puisque A B. est pair, soient ses deux moitiez A C. C B. qui seront nõbres impairs par la 5.de ce liure. Doncques de C B. ostant l'vnité C D. le reste D B. sera

sera nombre pair. Ie prends le double de D B. qui soit G B nombre pairement pair par l'aduertissement de la 4. de ce liure. Alors d'autant que tout A B a mesme proportion à tout C B. que le nombre osté G B. a l'osté D B. (Car d'vn costé & d'autre il y a proportion double.) Il s'ensuit aussi que le reste A G. au reste D C. a la mesme proportion double, par la 11. du 7. Or C D. est l'vnité par la construction, donc A G est le binaire. Par consequent ayant esté preuué, que G B. est pairement pair ; Il est éuident que A B. surpasse vn pairement pair G B. du binaire A G. ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION IX.

Si l'on adiouste ensemble deux nombres, l'vn pairement pair, & l'autre pairement impair seulement, le composé sera pairement impair seulement.

AV nombre pairemẽt pair A C soit adiousté le nombre C B pairement impair seulement. Ie dis que le composé A B. est pairement impair seulement. Car s'il estoit pairement pair, le quaternaire le mesureroit par la 6. de ce liure. Or d'autant que par l'hypothese A C est pairement pair, le quaternaire le mesure aussi, par la mesme raison. Doncques le mesme quaternaire mesureroit aussi le restant C B. & par consequent C B. seroit pairement pair. Ce qui est impossible, ayant esté supposé

qu'il est pairement impair seulement. Doncques A B. ne peut estre que pairement impair. Ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION. X.

Si l'on multiplie vn nombre pairement pair, par quel nombre que ce soit, le produit sera nombre pairement pair.

A 8. B 3. C 24.

LE nombre pairement pair, A. soit multiplié par B quel nombre qu'on voudra, & soit le produit C. Ie dis que C. est nombre pairement pair. Car puisque A pairement pair mesure C. & le quatenaire mesure A par la 6. de ce liure. Il faut aussi que le quaternaire mesure C. Doncques C. est pairement pair par la mesme proposition. Ce qu'il falloit preuuer.

PROPOSITION XI.

Si l'on multiplie quelque nombre pairement pair seulement par vn nombre impair, le produit sera pairement impair seulement.

A 6. B 5. D 3. E 15. C 30.

SOit vn nombre A pairement impair seulement, qui multiplié par B. nõbre impair produise C. Ie dis que C est pairement impair seulement, Ie prends D. la moitié de A & multipliant D par B. soit produit E. Il est éui-

dent

dent que E. eſt la moitié de C. Car puis que B multipliant A fait C. le meſme B. multipliant la moitié de A. fera la moitié de C. Or eſt-il que D. eſt nombre impair par la 5. de ce liure. Par conſequent multipliant enſemble les deux impairs B D. le produit E. eſt impair par la 29. du 9. Doncques C. (duquel la moitié E. eſt nombre impair) eſt neceſſairement nombre pairement impair ſeulement par la 33. du 9. Ce qu'il falloit demonſtrer.

PROPOSITION XII.

Si l'on multiplie quelque nombre pairement impair ſeulement par vn nombre pair, le produit ſera nombre pairement pair.

CEcy eſt éuident par la definition meſme du nombre pairement pair : car ce produit eſt fait de la multiplication de deux nombres pairs.

PROPOSITION XIII.

Tout nombre plus grand que trois eſt pairement pair, où il ſurpaſſe quelque nombre pairement pair de vn, ou bien de deux, ou bien de trois.

A . . . . . B.
A . C . . . . . B.
A . . C . . . . . B
A . . . C . . . . . B

SOit proposé le nombre A B plus haut que trois. Ie dis que A B est pairement pair, ou vrayement qu'il surpasse quelque nombre pairement pair, d'vn, ou de deux, ou de trois. Car puis que A B est plus haut que trois, il faut qu'il soit quatre, ou plus grand que quatre : si c'est quatre, c'est vn nombre pairement pair par la 6. de ce liure : s'il est plus grand que quatre, ou quatre le mesure, & par ainsi il est pairement pair par la mesme proposition ; ou bien ostant quatre de A. B. tant de fois qu'on peut, il reste quelque chose, comme A C. Or est-il que AC. ne peut estre qu'vn, ou deux ou trois (car autremẽt on n'auroit pas osté quatre tant de fois qu'on pourroit) & CB. estant mesuré par quatre, est nombre pairement pair par la 6. de ce liure. Doncques A B. surpasse vn nombre pairement pair, d'vn ou de deux, ou de trois. Partant nous auons entierement preuué ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION XIV.

S'il y a quatre nombres proportionaux, diuisant le premier par le second, on aura le mesme quotient, que diuisant le troisiesme par le quatriesme.

A 18.	B 6.	C 12.	D 4.
	E 3	1.	

SOient A B. C D. quatre nõbres porportion

portionnaux : c'eſt à ſçauoir, qu'il y ait telle proportion de A. à B. que de C. à D. & diuiſant A par B. ſoit le quotient E. Ie dis que le meſme E ſe produira diuiſant C par D. Car puiſque diuiſant A par B, le quotient eſt E, il y a telle proportion de A, à B. que de E, à l'vnité, par la definition de la diuiſion. Mais par l'hypotheſe il y a meſme proportion de A à B. que de C. à D. Doncques il y a auſſi meſme proportion de C. à D. que de E à l'vnité. Par conſequent il appert par la definition de la diuiſion, que diuiſant C par D, le quotient eſt E Ce qu'il falloit demonſtrer.

ADVERTISSEMENT.

On peut tirer d'icy, à cauſe de la proportion conuerſe, que diuiſant le ſecond par le premier, on produit auſſi le meſme quotient, que diuiſant le quatrieſme par le troiſieſme : & à cauſe de la proportion alterne, on produit le meſme quotient, ſoit qu'on diuiſe le premier par le troiſieſme, ſoit qu'on diuiſe le ſecond par le quatrieſme: & derechef par la proportion conuerſe, on produit le meſme quotient diuiſant le troiſieſme par le premier, & le quatrieſme par le ſecond.

PROPOSITION XV.

Deux nombres premiers entre eux eſtant donnez, le moindre multiple de chacun d'iceux, ſurpaſſant de l'vnité l'autre nombre, ou quelque ſien multiple, eſt moindre que

le

le plus petit nombre qui soit mesuré par les deux nombres donnez.

SOient donnez les nombres premiers entr'eux A & B. & soit le nombre C. le moindre multiple de A surpassant de l'vnité le nombre D esgal a B. ou multiple de B. & soit E F. le plus petit nombre mesuré par A & par B. Ie dis que C. est moindre que E F. Car s'il n'est pas moindre, ou il est esgal a E F. ou il est plus grand que E F. Qu'il soit esgal, c'est chose impossible: Car cela supposé il s'ensuiura que le nombre B mesurera le nombre D C. mais le mesme B. mesure aussi D. Doncques le mesme B. mesurera l'vnité restante, de laquelle C surpasse D. ce qui est impossible. Que si l'on dit que C. est plus grand que E F. supposons qu'il le surpasse de F H. tellement que E H. soit esgal à C. En premier lieu ie dis que F H. est plus grand que l'vnité, à cause que A mesurant tout le nombre E H. qui est esgal à C. & mesurant aussi E F. le mesme A mesure encor le restant F H. dont s'ensuit que F H. est plus grand que A. ou pour le moins esgal à A. Doncques puis que F H. est plus grand que l'vnité, retranchons en l'vnité G H. alors le nombre E H. surpassera de l'vnité le nombre E G. & par consequent D. sera esgal à E G. puis que C est esgal à E H. & B mesurera E G. Partant puis que B. mesure les nombres E G. E F. il mesure aussi le restant F G. mais nous auons preuué que A mesure

assiu

aussi F H. & il est éuident que F H. surpasse F G. de l'vnité. Doncques F H. est vn multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B. & neantmoins F H. est moindre que E H. c'est à dire que C. Doncques C. n'est pas le moindre multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B contre l'hypothese. La mesme contradiction s'ensuiura si on dit que le moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de A n'est pas moindre que E F. Doncques il appert de la verité de nostre proposition.

ADVERTISSEMENT.

En cette proposition & aux suiuantes, i'appelle vn nombre multiple de l'autre : toutesfois & quantes que l'autre le mesure, suiuant la definition 5. du 7. d'Euclide. Toutesfois ie ne requiers point qu'vn nombre soit plus grand que l'autre, pour estre son multiple: mais il me suffit qu'il luy soit esgal, & ie dis souuent qu'vn nombre est multiple de soy-mesme, à cause qu'il se mesure soy-mesme ; c'est à dire, il se contient soy-mesme vne fois iustement.

PROPOSITION XVI.

Deux nombres premiers entr'eux estant donnez, on ne pourra pas trouuer deux differens multiples de l'vn, dont chascun surpasse de l'vnité quelque multiple de l'autre, & qui soient tous deux moindres que le plus petit nombre qui soit mesuré par les deux nombres donnez.

Soient

A 5. B 3. C 15.
E—K-F.—G-H.

SOient les nombres donnez A B. & le plus petit nombre qu'ils mesurent, soit C. Ie dis qu'on ne peut trouuer deux differents multiples de A. surpassans de l'vnité quelques multiples de B. & qui soient tous deux moindres que C. car s'il s'en peut trouuer deux differens, l'vn sera plus grand que l'autre. Soit donc le plus grand E H. le moindre E F, tellement que A mesure l'vn & l'autre, & qu'ostant de l'vn & de l'autre l'vnité G H. & l'vnité K F. les restans E G. E K. soient multiples de B. cela supposé, puis que A mesure E H. & E F. il mesure aussi le restant FH. De mesme puis que B. mesure E G. & E K. il mesure aussi le restant K G. ou F H. qui est esgal à K G. à cause des vnités esgales K F. G H. adiousteés d'vn costé & d'autre au mesme nõbre F G. Donques A & B. mesurent F H. Ce qui est impossible, d'autant que F H. est moindre que E H. & E H. est moindre que C. par l'hypothese, & C. est le plus petit nombre mesuré par A. & par B. doncques la proposition est veritable.

COROLLAIRE.

Il s'ensuit que deux nombres estans donnez, si l'on treuue vn multiple de l'vn d'iceux, surpassant de l'vnité vn multiple de l'autre, & moindre que le plus petit nombre mesuré par les deux nombres donnez, iceluy multiple est le moindre qui face vn semblable effect : car s'il s'en treuuoit encore vn moindre, on en auroit deux differens, & tous deux moindres que le

plus

plus petit nombre mesuré par les nombres donnez dont le contraire a esté demonstré.

PROPOSITION XVII.

S'il y a deux nombres premiers entre eux, & que du nombre surpassant de l'vnité, le plus petit nombre qu'ils mesurent, on oste le moindre multiple du premier surpassant de l'vnité quelque multiple du second: le reste sera esgal au moindre multiple du second surpassant de l'vnité quelque multiple du premier.

SOient A & B nombres premiers entre eux, & soit E G le plus petit nombre qu'ils mesurent, auquel soit adioustée l'vnité G H. & de tout le nombre E H soit osté E F le moindre multiple de A surpassant E K multiple de B de l'vnité K F. Ie dis que le reste F H est le moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de A. Car que F H soit multiple de B il est euident, d'autant, que B mesure les nombres E G. E K, & par consequent il mesure le restant K G, auquel F H est esgal, a cause des vnitez esgales K F. G H adioustées d'vn costé & d'autre au mesme nombre F G. semblablement que A mesure F G. qui est moindre de l'vnité, que F H, il est manifeste, a cause que A mesure les nombres E G. E F. &

par consequent il mesure le restãt EG. Or que F H soit le moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de A, ie le preuue : car s'il y en à vn plus petit que F H, soit F M. tellement que F M. soit multiple de B. & qu'ostant d'iceluy l'vnité L M, le reste F L soit multiple de A. Cela supposé, puisque par l'hypothese, le nombre A mesure les nombres E F. F L. il mesure aussi tout le nombre E L. semblablement puisque B mesure E K & F M ou bien K L qui est esgal a F M. le mesme B mesure aussi tout le nombre E L, Doncques A & B mesurent E L. Ce qui est impossible, d'autant que E L est moindre que E G, & EG est le plus petit nombre mesuré par A & par B.

On peut demonstrer ceste derniere partie plus facilement en ceste sorte. Puisque E H est esgal a K G comme il a esté preuué, & K G est moindre que E G, s'ensuit que F H est moindre que E G. Donc F H est le moindre multiple de B. surpassant de l'vnité vn multiple de A. par le corollaire de la precedente.

PROPOSITION XVIII.

Deux nombres premiers entre eux estant donnez, treuuer le moindre multiple de chascun d'iceux, surpassant de l'vnité vn multiple de l'autre.

Soient

A 7. B 2. C 14.
E 8. D 15.

SOient donnez les nombres A & B premiers entre eux, & qu'il faille trouuer les moindres multiples de chacun d'iceux, surpassans vn multiple, de l'autre nombre de l'vnite. Ie soustrais B le moindre, du plus grand A, tant de fois qu'il se peut faire, & ie dis qu'il doit rester quelque chose: car s'il ne restoit rien, B mesureroit A, & parce que B se mesure aussi soy-mesme, A & B ne seroient pas premiers entre eux contre l'hypothese. Supposons donc premierement, qu'ostant B de A, tant de fois qu'il s'en peut oster, il reste l'vnité. Ie dis que A est le moindre multiple de A que nous cherchons: car on ne sçauroit trouuer vn moindre nombre que A, qui soit mesuré par A & A surpasse B ou quelque sien multiple de l'vnité. Reste a trouuer le moindre multiplé de B qui surpasse A, ou sõ multiple, de l'vnité. Ie multiplie donc A par B, & soit le produict C, auquel adioustant l'vnité, soit faict D, & de D ostant le nõbre A, soit le reste E. Ie dis que E est le multiple de B, que nous cherchons. Car puis que A & B sont premiers entre eux, le produict de leur multiplication C est le plus petit nombre mesuré par lesdits A & B, par la premiere partie de la 36. du 7. Dõcques D surpasse de l'vnité le plus petit nõbre mesuré par A & par B. Dont s'ensuit que de D ostant A, qui est le moindre multiple de A; surpassant de l'vnité le nombre B, ou quelque multiple de B: le reste E est esgal au moindre multiple de B, surpassãt de l'vnité quelque multiple de A, par la precedente. Ce qu'il falloit demonstrer.

En apres soient les nombres premiers entre

T 43 M 5 H 3
A 67 B 60 C 7 D 4 E 3
S 2881 N 300 K 21 G 8 F 9
Q 2580 O 280 I 12
R 2880 P 301 L 20

eux A B. de telle nature, qu'ostant B de A tant de fois qu'on peut, il reste le nombre C plus grand que l'vnité. Alors i'oste semblablement C de B tant de fois qu'il se peut faire, & soit le reste D. lequel i'oste derechef de C tant de fois que ie puis, & soit le reste E. & ie continue ainsi, ostant tousiours le dernier restant du precedent, iusques a ce qu'il ne reste que l'vnité. Car a cause que les nombres A B sont premiers entre eux, continuant coste substraction, on paruiendra finalement a l'vnité, par la conuerse de la 1. du 7. demonstree par Campanus, & par Clauius aussi. Supposons donc qu'ostant E de D tant de fois qu'on peut, il ne reste que l'vnité. Lors si ie veux trouuer le multiple de A surpassant de l'vnité le multiple de B. Ie considere les nombres restans C. D. E. ascauoir s'ils sont en nombre pair, ou en nombre impair, & s'ils sont en nombre impair, ie prens le moindre multiple de E surpassant de l'vnité quelque multiple de D, par la premiere partie de ceste demonstration. Soit donc F le moindre multiple de E qui surpasse de l'vnité le nombre G multiple de D. Ie diuise F par E, & soit le quotient H. par lequel ie multiplie C. & soit le produit K. Apres par le mesme H ie multiplie le multiple de D. qui joint auec E compose le nombre C. & soit le produit I. & adioustant ensemble G I. soit la somme L. Ie dis que K est le moindre multiple de C surpassant de l'vnité le nombre L. qui est multiple

ple de D. & premierement que K soit multiple de C il appert par la construction, puisque K est produit multipliant C par H. Secondement que L soit multiple de D. il est euident, puisque L est composé des deux nombres G. I. dont chascun est multiple de D par la construction. Troisiesmement que K surpasse L de l'vnité, ie le preuue. Car multiplier C per H, est autant que multiplier par H le nombre E, & le nombre D ou le multiple de D, qui auec E cõpose le nombre C. Par tant K est esgal aux deux nombres I. F. par la 1. du 2. Mais L est esgal aux deux nombres I. G. par la construction, & F surpasse G de l'vnité. Doncques la somme des deux nombres I. F à sçauoir K. surpasse aussi de l'vnité, la somme des deux I. G. à sçauoir L. ce qu'il falloit demonstrer. Finalement que K soit le moindre multiple de C surpassant de l'vnité vn multiple de D ie le preuue aussi : Car les deux nombres D E estant premiers entre eux par la 1. du 7. il s'ensuit que le produit de leur multiplication est le plus petit nombre qui soit mesuré par eux, par le 36. du 7. Mais F est moindre que ledit plus petit nombre mesuré par D & par E par la 15. de ce liure. Doncques F est moindre que le produit de la multiplication de D par E. & par consequent H est moindre que D puisque E multipliant H fait F, qui est moindre que le produit de D par le mesme E. Doncques puis que H est moindre que D, multipliant H & D par le mesme C, le produit de C par H à sçauoir K. est moindre que le produit de C par D, Mais a cause que C. D. sunt premiers entre eux, par la 1. du 7. le produit de C par D est le

T 43 M 5 H 3
A 67 B 60 C 7 D 4 E 3
S 2881 N 300 K 21 G 8 F 9
Q 2580 O 280 I 12
R 2880 P 301 L 20

plus petit nombre mesuré par C & D. par la 36. du 7. Doncques K multiple de C surpassant de l'vnité vn multiple de D, est moindre que le plus petit nombre mesuré par C & par D, & par consequent K est le moindre multiple de C qui face vn semblable effet, par le corollaire de la 16. du present liure. Ce qu'il falloit demonstrer. Maintenant, attendu que D mesure L, comme il a esté preuué, diuisons L par P & soit le quotient M, & par M multipliant B soit le produit N. & par le mesme M multipliant le multiple de C qui auec D compose B. soit le produit O. & adioustant ensemble K. O. soit la somme P. Ie dis que P. est le moindre multiple de C surpassant de l'vnité le nombre N qui est multiple de B. Car en premier lieu N est multiple de B par la construction, & P est multiple de C, à cause qu'il est composé de K & de O, dont chascun est multiple de C. par la construction. En apres que P surpasse N de l'vnite ie le preuue ainsi. Puisque multiplier B par M est autant, que multiplier par M le nombre D, & le multiple de C qui auec D compose B. il appert que N. est esgal aux deux O. L. Mais P est esgal aux deux O. K. par la construction, & K surpasse L de l'vnité comme nous auons demonstré. Doncques P surpasse aussi N de l'vnité. Ce qu'il falloit

falloit preuuer. Finalement que P soit le moindre multiple de C qui surpasse de l'vnité vn multiple de B. ie le preuue aussi; car puisque K qui surpasse L de l'vnité est moindre que le produit de C par D comme nous auons demonstré, à plus forte raison L est moindre que ledit produit de C. par D. Partant puisque D multipliant M & C. produit deux produits inesgaux & le produit de D par M à sçauoir L est moindre que le produit de D par C, il s'ensuit que M. est moindre que C. Doncques le produit de B par M à sçauoir N est moindre que le produit de B par C. Mais en outre ie dis que le produit de B par C surpasse N d'vn nombre plus grand que l'vnité, car s'il ne le surpassoit que de l'vnité, le nombre B qui mesure ledit produit de B par C, & qui mesure aussi le nombre N, mesureroit encor l'vnité restante de laquelle ledit produit surpasseroit N. Doncques P ne surpassant N que de l'vnité, & le produit de B par C surpassant le mesme N d'vn plus grand nombre que l'vnité, il faut aduoüer, que P. est moindre que ledit produit de B par C. Or le produit de B par C est le plus petit nombre mesuré par B & par C pour les raisons plusieurs fois alleguées. Doncques P est vn multiple de C surpassant de l'vnité vn multiple de B, & le mesme P est moindre que le plus petit nombre mesuré par B & par C Par consequent par la corollaire de la 16. du present liure P est le moindre multiple de C surpassant de l'vnité vn multiple de B.

T 43 M 5 H 3
A 67 B 60 C 7 D 4 E 3
S 2881 N 300 K 21 G 8 F 9
Q 2580 O 280 I 12
R 2880 P 301 L 20

cequ'il falloit demonstrer. Finalement puis que C mesure P. diuisant P par C. soit le quotient T. & par T multipliant A soit le produit S. & par le mesme T multipliant le multiple de B qui auec C compose A, soit le produit Q, & adioustant ensemble N. Q. soit la somme R. Ie dis que S est le moindre multiple de A que nous cherchons, qui surpasse de l'vnité le nombre R multiple de B. Car en premier lieu S est multiple de A, estant produit de la multiplication de A par T. en apres R est multiple de B. à cause qu'il est composé des deux nombres N. Q. dont chascun est multiple de B. Troisiesmement, pource que multiplier A par T. est autant, que multiplier par T le nombre C, & le multiple de B qui auec C compose A. il s'ensuit que S. est esgal aut deux nombres N. P. mais R est esgal aux deux N. Q. doncques tout ainsi que P. surpasse N de l'vnité, de mesme S surpasse R de l'vnité. En fin que S soit le moindre multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B. ie le preuue: Car i'ay demonstré que P est moindre que le produit de B par C. d'ou s'ensuit que diuisant P par C, le quotient T est moindre que B. Doncques

ques multipliant T & B par le mesme A, le produit de T par A asçauoir S sera moindre, que le produit de B par A qui est le plus petit nombre mesuré par A & B. Partant S estant multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B, & estant moindre que le plus petit nombre mesuré par A & B. il s'ensuit que le mesme S est le moindre multiple de A, surpassant de l'vnité vn multiple de B. par le corollaire de la 16. du present liure. Nous auons donc trouué le moindre multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B. Ce qu'il falloit faire.

Mais si on demande le moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de A, nous le pourrons trouuer par deux voyes. La premiere, en supposant que nous ayons trouué le moindre multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B. par la precedente operation. Car si ie multiplie A par B, & qu'au produit i'adiouste vn, & que de la somme, i'oste le nombre S. il est euident qu'il restera le moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de A par la 17. du present liure.

La seconde voye est semblable a celle par laquelle nous auons trouué le moindre multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B. par laquelle d'abord nous trouuerons le moindre multiple de B que nous cherchons, sans supposer qu'on ait treuué le moindre multiple de A. Considerant les mesmes restes C. D. E. qui sont en nombre impair, ie

T 17. M 2. H 1.
A 67. B 60. C 7. D 4. E 3.
S 1139. N 120. K 7. I 4. F 3.
Q 1020. O 112. L 8.
R 1140. P 119.

prens F moindre d'vne vnité que D, & pource que nous auons supposé qu'ostant E de D tant de fois qu'on peut, il reste l'vnité, s'ensuit que E mesure F. Partant diuisant F par E soit le quotient H, par lequel multipliant C soit le produit K. & par le mesme H multipliant le multiple de D qui auec E cõpose C, soit le produit I. & adioustant D auec I soit la somme L. Ie dis que L est le moindre multiple de D surpassant de l'vnité le nombre K qui est multiple de C. Car que k soit multiple de C il appert par la construction. Que L soit multiple de D, il est euident, puisque L est composé de I multiple de D, & de D mesme. Que L surpasse k de l'vnité, ie le preuue. Car multiplier C par H (d'ou se produit k) c'est autant que multiplier par le mesme H le nombre E (d'ou se produit F) & le multiple de D qui auec E compose C (d'ou se produit I.) Partant k est esgal aux deux nombres I F. Mais L est esgal aux deux I. D. Doneques tout ainsi que D surpasse F de l'vnité, de mesme L surpasse K de l'vnité. Reste a preuuer que L est le moindre multiple de D qui surpasse de l'vnité vn multiple de C. ce que ie preuue ainsi. Puisque F est moindre que D. a plus forte raison F est moindre que le produit de D par E, & par consequent diuisant F d'vn costé, & le produit de

D par

D par E de l'autre, par le meſme E. le quotient H ſera moindre que le quotient D. Doncques auſſi multipliant H & D par le meſme C, le produit de C par H, aſçauoir *k* ſera moindre que le produit de C par D. Mais en outre ie dis que le produit de C par D ſurpaſſe *k* d'vn nombre plus grand que l'vnité ; car puiſque C. meſure tant le produit de C par D, que le nombre *k*. le meſme C meſure auſſi le nombre dont ledit produit ſurpaſſe *k*, & partant ledit nombre dont le produit de C par D ſurpaſſe *k* eſt plus grand que l'vnité. Mais L. ne ſurpaſſe *k* que de l'vnité. Doncques L eſt moindre que le produit de C par D, c'eſt a dire que le plus petit nõbre meſure par C & par D, & par cõſequent L eſt le moindre multiple de D ſurpaſsãt de l'vnité vn multiple de C par le corollaire de la 16. du preſent liure. Or paſſant plus auant, puiſque D meſure L, qu'il le meſure par M, & par M multipliant B, ſoit le produit N, & par le meſme M multipliant le multiple de C qui auec D compoſe B, ſoit le produit O. & adiouſtant enſemble O & *k* ſoit la ſomme P. Ie dis que N eſt le moindre multiple de B ſurpaſſant de l'vnité vn multiple de C aſçauoir P. Car que N ſoit multiple de B il appert par la conſtruction. Que O ſoit multiple de C il eſt euident, puiſque il eſt compoſé de *k* & de O dont chaſcun eſt multiple de C. Que N ſurpaſſe P de l'vnité ie le preuue : Car multiplier B par M (d'ou ſe produit N) c'eſt autant que multiplier par M le nombre D (d'ou ſe produit L) & le multiple de C qui auec D compoſe B, d'ou ſe produit O. Partant N eſt eſgal aux deux nombres O L. Mais P eſt eſgal aux deux O *k*. & L ſurpaſſe *k* de l'vnité. Donc N

ſurpaſſ

T 17 M 2 H 1
A 67 B 60 C 7 D 4 E 3
S 1139 N 120 K 7 I 4 F 3
Q 1020 O 112 L 8
R 1140 P 119

surpasse aussi P de l'vnité ; ce qu'il falloit preuuer. En fin que N soit le moindre multiple de B qui fasse vn tel effet, ie le preuue ainsi. Puisque L est moindre que le produit de C par D comme i'ay demonstré, diuisant par le mesme D, tant L, que le produit de C par D, le quotient M prouenant du moindre nombre diuisé, sera moindre que le quotient D prouenant du plus grand ; par consequent multipliant le mesme B par M & par C, le produit de B par M, asçauoir N sera moindre que le produit de B par C, & ainsi par le corollaire de la 16. du present liure, N sera le moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de C. Finalement puisque C mesure F, que ce soit par le nombre T. & par T multipliant A, soit le produit S, & par le mesme T multipliant le multiple de B qui auec C compose A, soit le produit Q. & adioustant ensemble Q. & N soit la somme R. Ie dis que R est le multiple de B que nous cherchons, asçauoir qu'il surpasse de l'vnité le nombre S multiple de A, & que c'est le moindre multiple de B qui fasse tel effet. Car que S soit multiple de A, il appert par la construction. Que R soit multiple de B, il est clair, puisque il est composé de Q & de N, dont chascun est multiple de B. Que R surpasse S de l'vnité, ie le preuue : car multiplier A par T (d'ou se produit S) c'est autant que multiplier par T le nombre C (d'ou se produit P) & le multiple de B qui auec C compose A, d'ou

se pro

ſe produit Q. Doncques S eſt eſgal aux deux nombres Q. P. mais R eſt eſgal aux deux Q. N. Donc tout ainſi que N ſurpaſſe P de l'vnité, de meſme R ſurpaſſe S de l'vnité. Finalement que R ſoit le moindre multiple de B faiſant vn tel effect ie le preuue auſſi. Car iay preuué que N eſt moindre que le produit de B par C, donc à plus forte raiſon P eſt moindre que ledit produit. Par conſequent, diuiſant par le meſme C tant le nombre P; que ledit produit de B par C; le quotient T prouenãt du moindre nõbre diuiſé, ſera moindre que le quotient B prouenant du plus grand. Doncques multipliant le meſme A par T & par B. le produit de A par T à ſcauoir S. eſt moindre que le produit de A par B. Mais en outre ie dis que le produit de A par B ſurpaſſe S de plus que de l'vnité. Car puiſque A meſure tant le produit de A par B que le nombre S, le meſme A meſure auſſi le nombre reſtant dont ledit produit ſurpaſſe S. par conſequent ledit nombre reſtant dont le produit de A par B ſurpaſſe S, eſt plus grand que l'vnité. Mais R ne ſurpaſſe S que de l'vnité. Doncques R eſt moindre que le produit de A par B, c'eſt à dire que le plus petit nombre meſuré par A & par B. & par conſequent. R eſt le moindre multiple de B ſurpaſſant de l'vnité vn multiple de B par le coroll. de la 16. de ce liure.

Que ſi du plus grand des nombres donnez oſtant le plus petit, & du plus petit oſtant le nombre reſtant; & continuant ceſte ſouſtraction comme il a eſté dit, iuſques à ce qu'on paruienne à l'vnité, la multitude des nombres reſtans ſe treuue en nombre pair; il faut prendre la reigle

tout

tout à rebours de celle du cas precedent, c'eſt à dire que ſi l'on veut le moindre multiple du plus grand ſurpaſſant de l'vnité vn multiple du plus petit des nombres donnez, il faut proceder comme on à fait au cas precedent, quand on cherchoit le moindre multiple du plus petit ſurpaſſant de l'vnité vn multiple du plus grand. Mais ſi l'on veut le moindre multiple du plus petit qui ſurpaſſe de l'vnité vn multiple du plus grand, il faut proceder comme on à fait au cas precedent, lors qu'on cherchoit le moindre multiple du plus grand ſurpaſſant de l'vnité vn

T 43 M 1 H 3
A 67 B 60 C 7 D 4 E 3
S 2881 N 300 K 21 G 8 F 9
Q 2580 O 280 I 12
R 2880 P 301 L 20

T 17 M 2 H 1
A 67 B 60 C 7 D 4 E 3
S 1139 N 120 K 7 I 4 F 3
Q 1020 O 112 L 8
R 1140 P 119

multiple du plus petit. Car ſoiẽt les nombres donnez B.C. tellement que les nombres reſtans D. E. ſoient en nombre pair; lors s'il faut treuuer le moindre multiple de B ſurpaſſant de l'vnité vn multiple de C, qu'on ſe repreſente la figure de la ſeconde operation du cas precedent, & l'on verra que nous auons demonſtré clairement, que le nombre N eſt le moindre multiple de B ſurpaſſant de l'vnité le nombre P multiple de C. Mais ſi l'on veut le moindre multiple de C ſurpaſſant de l'vnité vn multiple de B. qu'on ſe repreſente la figure de la premiere operatiõ du cas precedent, & on verra que nous auons demonſtré que le nombre P eſt le moindre multiple de

C ſur

C surpassant de l'vnité le nombre N multiple de B. Or les mesmes operations se peuuent continuer à l'infini quelle multitude qu'il y ait de nombres restans, & la demonstration sera touſiours la mesme. Doncques nous auons parfaictement demonstré la façon de treuuer le moindre multiple de chascun des nombres donnez surpassant de l'vnité vn multiple de l'autre. Ce qu'il falloit faire.

ADVERTISSEMENT.

Pour faciliter la prattique de ce probleme, il faut remarquer qu'il n'est pas necessaire de treuuer tous les nombres dont nous nous sommes seruis en la demonstration: Car il appert que si on peut trouuer le nombre T, on à tout fait, d'autant qu'en la premiere operation, il ne faut que multiplier A par T, & le produit S est le multiple de A que l'on cherche. Et en la seconde operation, il ne faut que multiplier A par T, & au produit S adiouster l'vnité, & la somme R est le multiple de B que l'on cherche. C'est pourquoy il ne faut que treuuer le nombre T, le plus promptement qu'il se pourra faire. Or nous le trouuerons ainsi fort promptement. En la premiere operation, ie multiplie D par E, au produit i'adiouste vn, de la somme ie soustrais D, le reste sera F, lequel ie diuise par E, le quotient est H, lequel ie multiplie par C, le produit est K, duquel i'oste vn, le reste est L, lequel ie diuise par D, le quotient est M, lequel ie multiplie par B, le produit est N, auquel adioustant vn, la somme est P. lequel diuisé par C, me donne pour quotient T. Autrement ie treuue F comme auparauant, duquel i'oste vn, reste G. Ie diuise F par E,

& G par D, & ie joins les deux quotiens, la somme fait M. Ie prens le multiple de C qui auec D compose B. qui en l'exemple donné, est 56. ie le diuise par C, le quotient est 8. lequel ie multiplie par M, & au produit i'adiouste H, la somme fait le nombre T. En la seconde operation, i'oste vn du nombre D, reste F, lequel ie diuise par E, le quotient est H, que ie multiplie par C, le produit est k, auquel adioustant vn, prouient L, lequel diuisé par D, me donne M, qui multipliant B, fait N, duquel estant vn reste P, lequel diuisé par C, me donne T. Autrement, ie treuue H comme auparauant, auquel adioustant vn, i'ay M. Apres ie prens le multiple de C qui auec D compose B. à sçauoir 56. ie le diuise par C, le quotient est 8. que ie multiplie par M, & au produit adioustant H, i'ay le nombre T. & ceste regle continue de mesme à l'infini.

X 19. T 17. M 2. H 1. V 127. A 67. B 60. C 7. D 4. E 3. Y 2413. Z 2412.	Car soient les nombres donnez V. A. tellemẽt

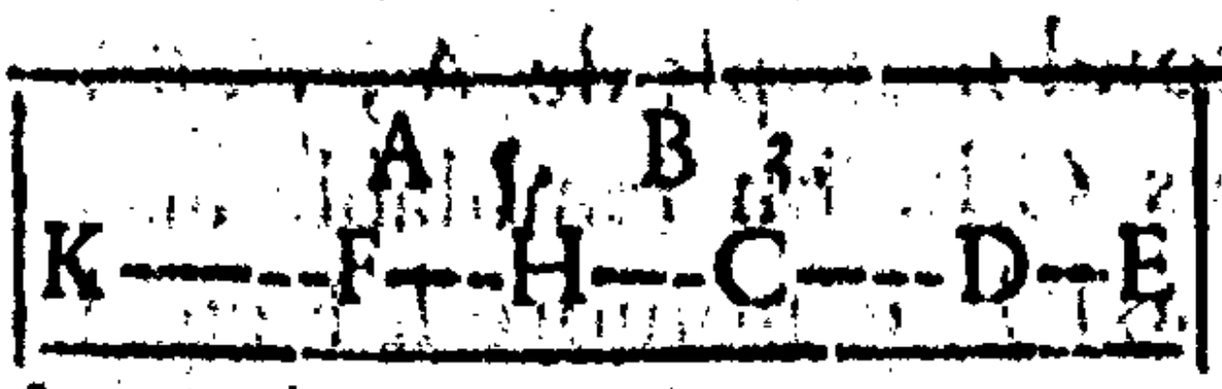
que continuant la soustraction ordonnee, les restes soient B. C. D. E. pour trouuer le multiple de V qui surpasse de l'vnité vn multiple de A ie chercheray T par l'vne des deux façons que i'ay donnees touchant la seconde operation, & suiuant la premiere façon ie diuiseray R par B & soit le quotient X. par lequel multipliant V le produit Y sera le multiple de V que ie cherchois, qui surpasse de l'vnité le nombre Z multiple de A. Par l'autre façon ie treueray X incontinent: Car ayant treué T ie pren le multiple de B qui auec C compose A, ie le diuise par B, & le quotient ie le multiplie par T, & au produit i'adiouste M, la somme fait X infalliblement. Le

mesme

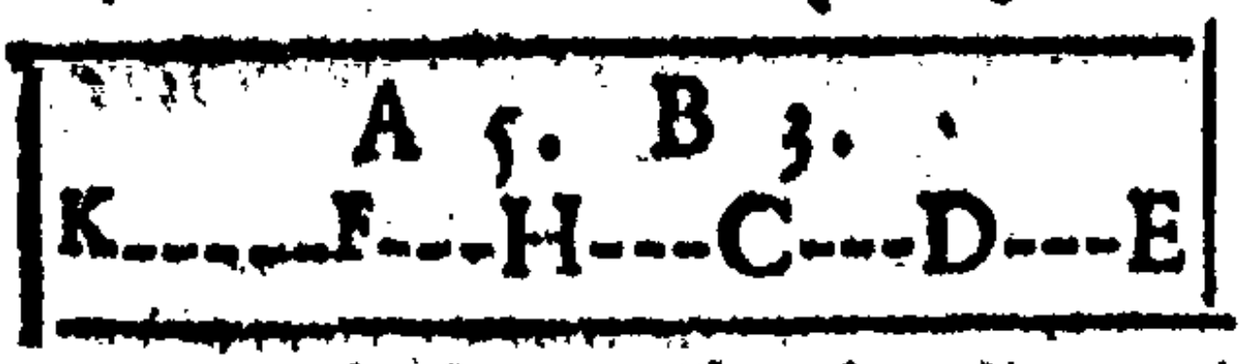
mesme se peut dire des regles données pour la premiere operation.

PROPOSITION XIX.

Deux nombres premiers entre eux estant donnez, trouuer par ordre tous les multiples de chascun d'iceux surpassans de l'vnité, vn multiple de l'autre.



Soient donnez A. B. premiers entre eux, & qu'il faille trouuer par ordre tous les multiples de A surpassans de l'vnité, quelque multiple de B. Soit pris premierement par la precedente C E le moindre multiple de A, surpassãt de l'vnité le nombre C D multiple de B, tellement que D E soit l'vnité, & au nombre C E soit adiousté F C le plus petit nombre mesuré par A & par B. Ie dis que F E est le second multiple de A qui surpasse de l'vnité le nombre F D multiple de B. Car que F E soit multiple de A, il est euident, puisque A mesure les nombres F C. C E desquels F E est composé. Semblablement F D est multiple de B, à cause que B mesure les nombres F C. C D. desquels F D se compose. En outre le nombre F E surpasse F D de l'vnité D E comme on voit. Finalement que F E soit le second multiple de A faisant vn tel effect, c'est à dire qu'entre C E, & F E on n'en puisse trouuer vn autre, ie le preuue: Car si entre C E. & F E il s'en peut treu-



uer vn, soit H E, tellement que H E soit multiple de A, & qu'il surpasse de l'vnité, le nombre H D multiple de B. Cela supposé, puisque A mesure les nombres F E, H E, il mesure aussi le restant F H. semblablement, puisque B mesure les nombres F D, H D, il mesure aussi le restant F H. Doncques tous les deux A & B mesurent, F H. Ce qui est impossible, attendu que F H est moindre que F C, qui est le plus petit nombre mesuré par A & par B. Par consequent F E est le second multiple de A, c'est à dire le plus petit apres C E. En semblable maniere, si on adiouste à F E le nombre k F esgal à F C, on preuuera que k E est le troisiesme multiple de A faisant l'effect desiré; & ainsi à k E adioustant derechef le plus petit nombre mesuré par A & par B, on aura le quatriesme multiple de A, & ainsi à l'infini. Tout de mesme on trouuera tous les multiples de B surpassans de l'vnité quelques multiples de A. Doncques nous auons monstré à faire parfaictement, ce qui estoit proposé.

PROPOSITION XX.

Estant donnez plusieurs nombres premiers entre eux, tellement que chascun d'iceux soit premier à chacun des autres, treuuer le moindre multiple de tous excepté vn, qui surpasse de l'vnité vn multiple de celuy qui est excepté.

Soient

A 2. B 5. C 7. D 9.
E 10. F 70.

SOient donnez les nombres A B C D tels que chascun d'iceux soit premier à chascun des autres, & qu'il faille treuuer le moindre multiple de A B C qui surpasse vn multiple de D de l'vnité. Ie multiplie A par B & le produit soit E, lequel ie multiplie par C, & le produit soit F. Alors si F. surpasse de l'vnité vn multiple de D ie dis que F est le moindre multiple de A B C que nous cherchions: Car que F soit multiple de A B C il est euident, d'autant que A. B mesurent le nombre E, & le nombre E mesure le nombre F, doncques A. B. mesurent F; mais C mesure aussi F par la construction. Doncques tous les nombres A B C mesurent F, & par consequent F est multiple de A. B. C. Or par l'hypothese F surpasse de l'vnité vn multiple de D. Il ne reste donc qu'a preuuer que F soit le moindre multiple de A B C qui face vn tel effect. Mais cela est facile à faire: car puisque A & B sont premiers à C, le produit de A par B, à sçauoir E est aussi premier à C par la 26. du 7. & le mesme E est le plus petit nombre mesuré par A & par B par la 36. du 7. Doncques par la 38. du mesme liure, le produit de E par C, à sçauoir F est le plus petit nombre mesuré par A B C. Doncques F est le plus petit multiple de A B C qui se puisse treuuer. Ce qu'il falloit demonstrer.

Que si le nombre F ne surpasse pas de l'vnité vn multiple de D. Alors parce que chascun des deux nombres A & B est premier à chascun des deux C & D, il s'ensuit que le produit de A par

A 2	B 3	C 5	D 7
E 6	F 30	G 120	
H ------			

B, à sçauoir E est aussi premier à C & à D, par la 26. du 7. mais C est aussi premier à D par l'hypothese. Doncques le produit de E par C, à sçauoir F est premier à D. soit donc pris le nombre G qui soit le moindre multiple de F, surpassãt de l'vnité vn multiple de D par la 18. de ce liure. Ie dis que G est le moindre multiple de A B C que nous cherchions: Car puisque G est multiple de F, & F est multiple de A B C comme nous auons demonstré cy deuant, il s'ensuit que G est multiple de A B C; mais G surpasse de l'vnité vn multiple de D par la construction. Donc il ne reste que de preuuer, que G soit le moindre nombre qui face vn tel effect. Or cela est facile à faire: car s'il n'est pas le moindre, qu'on en donne vn plus petit, à sçauoir H qui soit multiple de A B C, & qui surpasse de l'vnité vn multiple de D. Alors parce que H est mesuré par A B C. & F est le plus petit nombre mesuré par A B C. le mesme F mesurera H par le corollaire de la 38. du 7. Doncques H qui est moindre que G, est vn multiple de F surpassant de l'vnité vn multiple de D, ce qui est impossible, attendu que nous auons pris G le moindre multiple de F surpassant de l'vnité vn multiple de D. La mesme façon de proceder & de demonstrer aura lieu si on donne plus grande quantité de nombres, comme il est euident. Doncques nous auons fait ce qu'il falloit faire.

COROL

COROLLAIRE.

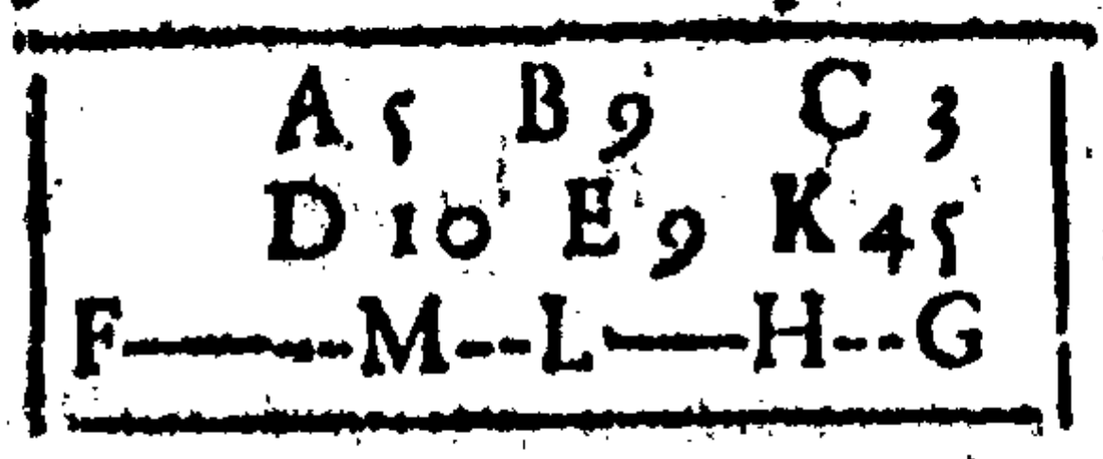
Si plusieurs nombres sont premiers à quelque autre nombre; le moindre nombre mesuré par les mesmes nombres est aussi premier au mesme nombre. Cecy a esté prouué en la seconde partie de la demonstration.

ADVERTISSEMENT.

Ayant treuué le moindre multiple de plusieurs nombres premiers entre eux, surpassant de l'vnité vn multiple d'vn autre, il est bien facile de treuuer par ordre tous les multiples des mesmes nombres, faisans le mesme effect: Car il ne faut qu'imiter l'artifice de la 19. de ce liure, c'est à dire que si on prend le plus petit nombre mesure par A B C D & qu'on l'adiouste au nombre G, on aura le second multiple de A B C surpassant de l'vnité vn multiple de D. & si au second multiple, on adiouste derechef le mesme nombre, on aura le troisiesme, & ainsi à l'infini. La demonstration est toute semblable à celle de la 19. de ce liure; c'est pourquoy ie n'ay pas volu en faire vne proposition à part.

PROPOSITION XXI.

Deux nombres premiers entre eux estant donnez, treuuer le moindre multiple de chascun d'iceux, surpassant vn multiple de l'autre, d'vn nombre donné.



SOient les nombres premiers entre eux A. B. & qu'il faille treuuer le moindre multiple de A surpassant vn multiple de B, du nombre donné C. Soit par la 18. de ce liure, le nombre D, qui soit le moindre multiple de A surpassant de l'vnité le nombre E multiple de B. & multipliant D par C soit le produit F G. duquel ostant le nombre C soit le reste F H. & soit K le plus petit nombre mesuré par les deux nombres donnez A B. Alors ou le nombre F H est moindre que K, ou il luy est esgal, ou il est plus grand.

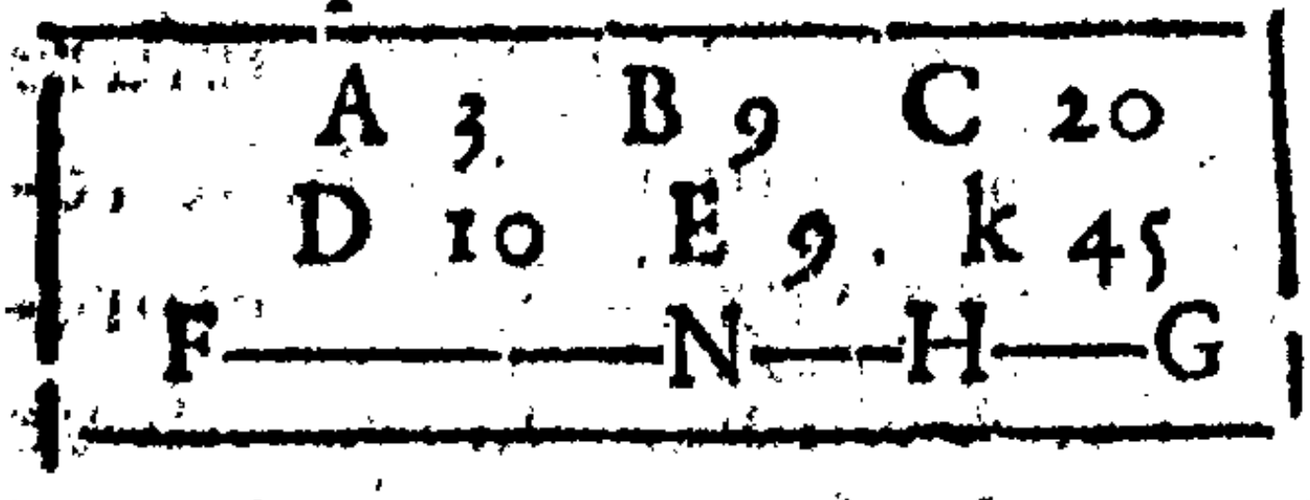
Soit Premierement F H plus petit que K, ou esgal à K. Car en ces deux cas l'operation & la demonstration sont les mesmes. Ie dis que F G est le moindre multiple de A faisant l'effect desiré: Car en premier lieu, F G estant multiple de D, & D estant multiple de A par la construction, il s'ensuit que F G est multiple de A. en apres pource que multiplier D par C (d'ou se produit F G) c'est autant que multiplier par C, le nombre E & l'vnité, desquels D se compose, le nombre F G est esgal aux produits de E par C, & de l'vnité par C: mais le produit de l'vnité par C, est esgal au mesme C, c'est à dire au nombre H G. Doncques le restant F H est esgal au produit de E par C. Par consequent F H est multiple de E; mais E est multiple de B par la construction. Doncques F H est multiple de B. Nous auons donc F G multiple de A qui surpasse F H multiple de B du nombre H G esgal au nombre donné C. Reste à preuuer que F G soit le

le moindre multiple de A faisant vn tel effect. Or s'il ne l'est pas soit F L plus petit que F G, & multiple de A surpassant F M multiple de B du nombre M L esgal à C, ou à H G. Alors au mesme nombre L H adiouſtant les nombres esgaux M L. & H G, les composez M H, & L G seront esgaux. Et parce que A mesure les nombres F G & F L, il mesurera aussi les restant L G, ou son esgal M H. Derechef parce que B mesure les nombres F H & F M, il mesurera aussi le restãt M H. Dõcques tous les deux A & B mesurent M H. Ce qui est impossible. Car puisque F H est moindre que K ou esgal à K, M H qui est moindre que F H, est tousiours moindre que K, & partant M H ne peut estre mesuré par A & par B, attendu que K est le plus petit nombre mesuré par A & par B.

A 5. B 9. C 3.
D 10. E 9. K 45.
F——M--H--L--G

QVe si quelqu'vn disoit que F L, doit tomber entre F G & F H. Cela supposé, il s'ensuiura tousiours vne semblable contradiction. Car tout ainsi que F L est moindre que F G. de mesme il faut que F M soit moindre que F H, à cause que les nombres M L, H G sont esgaux, estant supposé que l'vn & l'autre est esgal à C. Par consequent, des nombres esgaux M L, H G, ostant le mesme nombre H L, les restans M H, L G seront esgaux. Or pource que A mesure les nombres F G, F L, il mesure aussi le restant L G, ou son esgal M H. De mesme pource que B mesure les nombres F H, F M, il mesure aussi le restant M H. Doncques tous les deux nombres A & B mesu-

rent M H. Ce qui est impossible, par la mesme raison cy deuant alleguee, d'autant que M H est moindre que F H, & F H est moindre que k, ou esgal à K, qui est le plus petit nombre mesuré par A & par B. Nous auons donc trouué en ce cas, le nombre F G qui est le moindre multiple de A surpassant vn multiple de B du nombre C. ce qu'il falloit faire.



SEcondemẽt soit le nombre F H plus grand que k. Alors soit osté k du nombre F H tant de fois, qu'il reste N H, moindre que k, ou esgal à k. tellement que F N soit multiple de k. Ie dis que N G est le moindre multiple de A surpassant N H multiple de B du nombre H G esgal au nombre donné C. car comme auparauant, nous prouuerons que F G est multiple de A, & que F H est multiple de B, & que H G est esgal à C. Or parce que F N est multiple de K, & K est multiple de A & de B, il s'ensuit que F N est aussi multiple de A & de B. Par consequent, puisque A mesure les nombres F G, F N, il mesure aussi le restant N G; semblablement puisque B mesure les nombres F H, F N, il mesure aussi le restant N H. Doncques N G est multiple de A surpassant N H multiple de B, du nombre H G esgal au nombre donné C. & parce que N H. est moindre que k ou esgal à k, il s'ensuit que N G est le moindre multiple de A faisant vn tel effet, par ce qui a esté preuué en la premiere partie de ceste demonstration. Doncques

nous

nous auons accompli de tout point, ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XXII.

Deux nombres premiers entre eux estant donnez, treuuer par ordre tous le multiples de chascun d'iceux, surpassans quelque multiple de l'autre, d'vn nombre donné.

A 5 B 9 C 3
K-L-F------H-G

Soient les nõbres donnez A & B. & qu'il faille treuuer par ordre tous les multiples de A surpassans quelque multiple de B, du nombre donné C. soit pris par la precedente le nombre F G qui soit le moindre multiple de A, surpassant F H multiplé de B, du nombre H G esgal a C. & au nombre F G soit adiousté K F le plus petit nombre mesuré par A & par B. Ie dis que K G est le second multiple de A faisant vn mesme effet, Car à cause que A mesure les nombres K F, F G, il mesure aussi le composé d'iceux K G. semblablement, a cause que B mesure les nombres K F, F H, il mesure aussi K H. Doncques K G, est vn multiple de A surpassant k H multiple de B, du nombre H G esgal au nombre donné C. Reste a preuuer que k G soit le second multiple de A faisant vn semblable effet, c'est a dire qu'entre F G & k G il n'y en à point d'autre, ce qui se preuue ainsi. S'il se peut treuuer vn multiple de A faisant l'effet desiré, &

A 5 B 9 C 3
K-L-F------H-G

qui soit plus grand que F G, & plus petit que k G, soit ce nombre là L G, tellement que L G soit multiple de A, & L H multiple de B. Celà supposé, puisque A mesure les nombres k G, L G, il mesurera aussi le restant k L; semblablement puisque B mesure les nombres k H, L H, il mesurera aussi le restant k L. Doncques A & B mesureront k L. Ce qui en impossible, attendu que k L, est moindre que k F, qui est le plus petit nombre mesuré par A & par B. De mesme si a k G, l'en adiouste vn nombre esgal a k F, on aura le troisiesmé multiple de A faisant ce qu'on desire, & continuant ainsi a adiouster au dernier multiple trouué, le plus petit nombre mesuré par A & par B, on aura le multiple suiuant, comme on peut demonstrer tout en mesme façon. Doncques nous auons enseigné a treuuer par ordre tous les multiples de A, surpassans quelque multiple de B, du nombre donné C. ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XXIII.

Estant donnez plusieurs nombres premiers entre eux, tellement que chascun d'iceux soit premier a chascun des autres: treuuer le moindre multiple de tous excepté vn, qui surpasse d'vn nombre donné, quelque multiple de celuy qu'on à excepté.

Soient

A 2 B 3 C 5 D 7	
E 2	F 30

SOient les nombres premiers entre eux A B C D, tellement, que chascun d'iceux soit premier a chascun des autres, & qu'il falle treuuer le moindre multiple de A B C, surpassant vn multiple de D du nombre donné E. Ie prens, F le plus petit nombre mesuré par A B C, & si F surpasse vn multiple de D du nombre E, ie dis que F est le multiple de A B C que l'on cherche, Car il est impossible de treuuer vn moindre multiple de A B C, que F, comme il est cuident par la construction.

A 2 B 3 C 5 D 7		
E 3	F 30	G 150
	H--	

MAis si F ne surpasse pas vn multiple de D, du nombre donné E, neantmoins parce que F est premier a D a cause que chascũ des nõbres A B C est premier a D, par le corollaire de la 20. de ce liure, soit pris G le moindre multiple de F surpassãt vn multiple de D, du nõbre dõné E par la 21. de ce liure: ie dis que G est le multiple de A B C qu'il falloit treuuer: Car puisque G est multiple de F, & F est multiple de A B C, il s'ensuit que G est aussi multiple de A B C: Mais par la construction G surpasse vn multiple de D, du nõbre dõné E. Doncques il ne reste qu'à preuuer que G soit le moindre nombre qui face vn tel effet. Or si cela n'est pas, soit H moindre que G, & multiple de A B C surpassant vn multiple de D, du nombre E. Cela supposé, puisque A B C mesurent H, il s'ensuit que F mesure le mesme nombre H par le corollaire de la 38. du 7. Doncques H est vn multiple de F surpassant vn multiple de D, du nombre E. Ce qui est impossible, à cause que H est moindre

que

que G, & G est le plus petit multiple de F surpassant vn multiple de D, du nombre E par la construction. Il faut donc aduoüer que G est le moindre multiple de A B C faisant l'effet qu'on desire. Ainsi nous auons fait ce qu'il falloit faire.

ADVERTISSEMENT.

Ayant treuué le moindre multiple, on trouuera tous les autres multiples par ordre, imitant l'artifice de la 22. de ce liure. Car si au nombre G on adiouste le plus petit nombre mesuré par A B C D, on aura le second multiple de A B C faisant l'effet desiré, & si au second multiple, on adiouste derechef le mesme nombre, on aura le troisiesme multiple, & ainsi a l'infiny. La demonstration de cecy est toute semblable, a celle de la 22. de ce liure.

PROPOSITION XXIV.

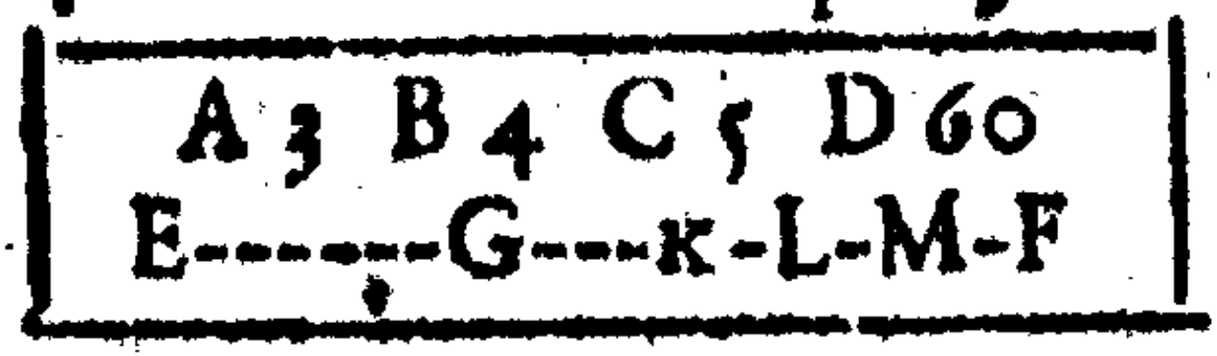
Plusieurs nombres estant donnez, si l'on prend le plus petit nombre mesuré par eux; on ne pourra pas treuuer deux diuers nombres moindres que luy, desquels ostant chascun des nombres donnez tant de fois qu'on pourra, il reste les mesmes nombres d'vn costé & d'autre.

A 3 B 4 C 5 D 60
E — — G — — k-L-M-F

Soient les nombres donnez A B C, & soit D le plus petit

petit nombre mesuré par eux. Ie dis qu'on ne peut trouuer deux nombres differens, moindres que D, tellement qüe d'iceux ostant chascun des nombres A B C tant de fois qu'il se pourra faire, il reste les mesmes nombres d'vn costé & d'autre. Car si cela se peut, soient les nombres E F, G F tous deux moindres que D, tellement que d'iceux ostant A tant de fois qu'on pourra, il reste d'vn costé & d'autre le mesme nombre M F, & ostant des mesmes nombres E F, G F, le nombre B tant de fois qu'on pourra, il reste d'vn costé & d'autre L F: & ostant C des mesmes nombres en mesme façon, il reste d'vn costé & d'autre le mesme nombre K F. Cela supposé, parce que A mesure les nombres E M, G M, il mesure aussi le restant E G. Et parce que B mesure les nombres E L, G L, il mesure aussi le reste E G, & parce que C mesure les nombres E K, G K, il mesure aussi le restant E G. Ainsi tous les nombres A B C mesurent E G. ce qui est impossible, a cause que E G est moindre que E F, & E F est moindre que D, qui est le plus petit nombre mesuré par A B C.

Or on ne peut imaginer aucun cas, auquel n'ait lieu ceste demonstration. Car soit que l'on die que les nõbres E F, G F soint mesurez par tous les nombres A B C, ou par deux d'iceux, ou par vn seulement, on tirera tousiours vne melme conclusion. Si l'on dit que A B C mesurent E F, & G F, on voit d'abord que cela est impossible, à cause que E F & G F sont moindres que D, qui est le plus petit nombre mesuré par A B C. Mais si l'on dit que A & B mesurent E F, & G F, & que des mesmes nombres ostant C tant de fois



qu'il se peut faire, il reste M F. Alors puisque A & B mesurent E F & G F, ils mesureront aussi le restant E G, & parce que C mesure E M, & G M, il mesurera aussi le restant E G, Doncques A B C mesureront E G. Ce qui est impossible, comme i'ay demonstré.

Qui si l'on dit que A seul mesure les nombres E F, G F, & que des mesmes nombres ostant B tant fois qu'on pourra, il reste M F, & que des mesmes nombres ostant C de la mesme sorte, il reste L F. Alors par ce que A mesure E F & G F, il mesure aussi le restant E G. & parce que B mesure E M & G M, il mesure aussi le restant E G, & parce que C mesure E L & G L, il mesure aussi le restant E G, par consequent A B C mesurent E G ce qui est impossible comme auparauant.

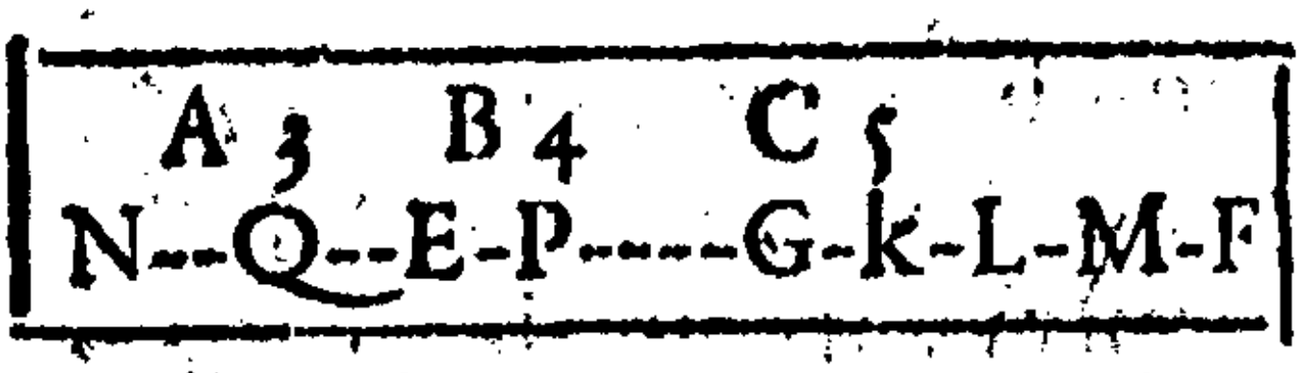
Mais si l'on veut dire, qu'ostant chascun des nombres A B C de E F & de G F, ou deux d'iceux seulement, il reste par tout le mesme nombre, on tombera neantmoins en mesme inconuenient: car si ostant A B C de E F, & de G F, on dit qu'il reste par tout le mesme nombre M F, on voit d'abord l'impossibilité, attendu qu'il s'ensuiura, que A B C mesureront E M & G M, chose impossible, à cause que E M, G M sont moindres que D. Et si l'on veut qu'ostant les deux nombres A B tant seulement de E F & de G F, il reste le mesme nombre M F, mais qu'ostant C des mesmes nombres E F, G F, il reste L F. Alors puisque A & B mesurent E M & G M, ils mesureront aussi le restant E G, & parce que C mesure

C mesure E L G L, il mesurera aussi le restant E G, par consequent A B C mesureront F G. Ce qui est impossible, comme il à esté dit plusieurs fois. Doncques en toutes façons, il est impossible de treuuer deux nombres moindres que D, desquels ostant chascun des nombres A B C, tant de fois qu'on pourrà, il reste les mesmes nombres d'vn costé & d'autre. Ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION XXV.

Plusieurs nombres estant donnez, si on prend quelque nombre moindre que le plus petit nombre mesuré par les nombres donnez, & qu'on oste d'iceluy chascun des nombres donnez tant de fois qu'on pourra, il restera les mesmes nombres, qui resteront si on oste en la mesme sorte les nombres donnez de la somme du nombre pris & de quelque multiple du plus petit nombre mesuré par les nombres donnez. Mais il ne se treuueraqu'vn nombre seul faisant vn mesme effet, entre le dit plus petit nombre mesuré par les nombres donnez, & le double d'iceluy; & vn autre tant seulement; entre le double & le triple; & vn autre en-

core entre le triple & le quadruple, & ainsi à l'infiny.



SOient donnez les nombres A B C, & soit E G le plus petit nombre mesuré par eux, & qu'on prenne G F moindre que E G, & de G F ostãt tant de fois qu'on pourra le nombre A qu'il reste M F, tellement que A mesure G M, & du mesme G F ostant B en la mesme sorte, qu'il reste L F, tellement que B mesure G L, & du mesme G F ostant C en mesme façon, qu'il reste K F, tellement que C mesure G K, Ie dis premierement que si au nombre G F on adiouste E G ou quelque multiple de E G comme son double N G. la somme E F ou N F fait le mesme effet que le nombre G F. C'est à dire qui si de E F ou de N F on oste tant de fois qu'on pourra les nombres A B C, il reste les mesmes nombres M F, L F, K F. Car puisque A mesure les nombre E G, G M, il mesure aussi le composé d'iceux E M. Doncques quand de E F on ostera A tant de fois qu'on pourra, il restera M F. Semblablement à cause que B mesure les nombres E G, G L, & par consequent, E L, quand on ostera B de E F, tant qu'on pourra, il restera L F. Par mesme raison, attendu que C mesure E G, & G K, & par consequent E K, si on oste C de E F tant qu'on pourra, il restera K F. Donc il est euident que E F fait le mesme effet que G F. En la mesme façon on preuuera que N F fait le mesme effet que G F, & aussi tout autre nombre com-

posé

posé de G F & de quelque multiple de E G. Donç nous auons suffisamment demonstré la premiere partie de nostre proposition.

Secondement ie dis qu'entre E G, & son double N G il ne se treuuera point d'autre nombre hors E F qui face vn tel effet, & qu'entre N G, & le triple de E G, il ne s'en treuuera point d'autre que N F; & ainsi à l'infiny, qu'entre deux multiples prochains de E G, il ne se treuuera iamais qu'vn seul nombre faisant vn mesme effet. Car si entre E G, & N G il s'en peut trouuer vn autre que E F, ou il sera plus grand que E F, ou plus petit. Qu'il soit premierement plus petit à sçauoir P F, tellement que de P F ostant les nombres A B C en la sorte que i'ay dite, restent les nombres M F, L F K F. Alors puisque A mesure E M & P M, il mesure aussi le restant E P, & puisque B mesure E L, P L, il mesure aussi le restant E P; & parce que C mesure E K; P K, il mesure aussi le restant E P. Doncques A B C mesurent E P. ce qui est impossible, à cause que E P est moindre que E G, qui est le plus petit nombre mesuré par A B C. Que si l'on dit que le nombre tombant entre E G, & N G, est plus grand que E F, à sçauoir que c'est Q F, Alors faisant des argumens tous semblables, on preuuera que A B C mesurent Q E. Ce qui est impossible, pour autant que Q E est moindre que N E qui est le plus petit nombre mesuré par A B C. De la mesme façon on demonstrera qu'il ne peut tomber autre nombre entre N G, & le triple de E G, fors N F qui face le mesme effet, & ainsi à l'infiny. Doncques nous auons demonstré tout ce que nous auions proposé.

PROPOSITION XXVI.

Vn nombre estant donné, si l'on adiouste ensemble toutes les figures qui l'expriment, & que de la somme on reiette le nombre de 9. tant de fois que l'on pourra, le reste sera esgal a ce qui reste diuisant le mesme nombre donné, par le nombre de 9.

LA demonstration de ceste proposition ne depend que de la façõ de nostre chiffre, à cause que nous n'auons que neuf figures significatiues despuis 1, iusques à 9. & que voulant passer plus auant pour exprimer 10. on recommence par 1. y adioustant vn zero qui ne signifie rien de soy. C'est pourquoy si l'on prend vn nombre de dizaines iuste comme 60. il appert que la figure significatiue 6. est ce qui reste si l'on diuise 60. par 9. à cause que multiplier 10. par 6. d'ou prouient 60, c'est autant que multiplier 9. & 1 qui composent 10. par le mesme 6. & par consequent, parce que tout nombre qui multiplie l'vnité ne se change point, 60, contient vn multiplie de 9. & d'auantage 6. Doncques diuisant 60 par 9. il reste 6. Que si aux nombres des dizaines on adiouste vn autre nombre, comme si l'on prend 62. il est euident que la somme de 6. & de 2. à sçauoir 8. est ce qui reste diuisant 62. par 9. puisque 60. estant diuisé par 9. il reste 6. comme

nous

nous auons prouué. Et si le nombre donné estoit 65. il s'ensuiuroit neantmoins le mesme. Car Car puisque diuisant 60. par 9. il reste 6. il appert qu'y adioustant 5. la somme est 11. dont ostant 9. le reste 2. est necessairement ce qui reste diuisant 65. par 9.

Par les mesmes raisons aux nombres exprimans les centeines iustes, la premiere figure significatiue, monstre tousiours le nombre qui reste diuisant le nombre des centeines par 9. à cause que 99 est multiple de 9. & que passant plus auant pour exprimer cent, on recommence par 1. y adioustant deux zero. Et le mesme se preuue de 1000. & de 10000. & de 100000. & ainsi à l'infiny. Par consequent quel nombre qui soit donné, comme 3562. puisque diuiser ce nombre par 9. est autant que diuiser par le mesme 9. les parties dont il est composé, à sçauoir 3000. 500. & 62. pourueu qu'on prenne tous les restes, & qu'on regarde encor combien de fois neuf y est contenu, & puisque diuisant 3000. par 9. le reste est 3, & diuisant 500 par 9. le reste est 5. & diuisant 62. par 9. le reste est 6. & 2. à sçauoir 8. cõme nous auons preuué il est euident que joignant ensemble tous ces restes, qui ne sont que les figures qui expriment le nombre 3562. pourueu que de la somme desdits restes on oste 9. tant de fois que l'on pourra, le reste sera iustement ce qui reste diuisant le mesme 3562. par 9. Ce qu'il falloit demonstrer.

ADVERTISSEMENT.

Ceste proposition est le fondement de la preuue de 9. dont plusieurs se seruent aux quatre premieres regles de l'Aritmethique pratique. Laquelle i'ay esté contraint de rapporter icy, à cause que sans son ayde ie ne pouuois parfaictement demonstrer mon troisiesme probleme.

PRO

PROBLEME PREMIER.

Deuiner le nombre que quelqu'vn aura pensé.

DIremierement fais tripler le nombre pensé, & par apres prendre la moitié du produit, s'il se peut faire sans fraction, & s'il ne se peut faire autrement fais y adiouster 1. puis prendre la moitié de tout, laquelle moitié fais derechef tripler, & demande combien de fois il y a 9. en ce dernier triple. Lors pour chasque 9. pren 2. & tu deuineras le nombre pensé. Preh garde seulement que s'il a fallu adiouster 1. pour prendre la moitié, il te faut aussi adiouster 1. au nombre que tu trouueras prehant 2. pour chasque 9. Par exemple quelqu'vn ait songé 6. qu'il le triple viendra 18. qu'il en prenne la moitié, il aura 9. qu'il le triple, viendra 27. Ou 9. est contenu 3 fois, partant tu prendras 3. fois 2. à sçauoir 6. pour le nombre pensé. Or qu'on ait pensé 5. en le triplant viendra 15. à qui il faut adiouster 1. pour en prendre le moitié, & au lieu de 15. on

aura 16,dont la moitié est 8.qui triplé derechef, fait 24.Ou 9.est contenu 2. fois, partant prenant 2.fois 2.tu auras 4.auquel si tu adiouſtes 1.à cauſe de l'vn qu'il a fallu adiouſter pour prendre la moitié,tu trouueras 5. le nombre pensé.

DEMONSTRATION.

Il faut ǁnecessairement que le nombre pensé soit pair, ou impair, ou que ce soit l'vnité. Posons premierement qu'on eut songé 1. alors triplant 1.viẽdra 3.à qui il faut adiouſter 1. selon la regle donnée, & viendra 4. dont la moitié est 2. qui triplé derechef fait 6. Partant si tu demandes combien de fois il y a 9.au dernier triple, on respondra qu'il n'y est point. Dont il s'ensuit qu'on ne peut auoir pensé qu'vn,à cause de l'vnité adiouſtee, pour faire la partition. Partant en ce cas la reigle est bonne & infallible.

D 36.	A 8.	B 24.
4 ½.	1.	C 12.
9.	2.	3.

SEcondement soit A. le nombre pensé, nombre pair, lequel triplé faſſe B. qui sera pair par la 28.du 9. partant la moitié de B.soit C. qui triplé derechef, produiſe D. Alors puisque multipliant A par 3. & diuisant le produit B.par 2.le quotient est C. il faut par la premiere proposit. qu'il y ait telle proportion de A à C; que de 2. à 3.& conuertissant de C à A,que de 3.à 2. Partant C contient A vne fois & demy.Dõc si l'on multiplie C par 3. d'où se produit D,c'est autant que si l'on multiplie par 3. le nombre A pris vne fois & demy. C'est donc autant que si l'on multiplie A par 4 ½. (car 3 fois 1 ½. fait 4 ½.) Parquoy le nombre D se fait multipliãt A par 4 ½. & partant

par

par la definition de la multiplication, il y a telle proportion de 4 ½. à D. que de 1. à A. Doncques si de ces quatre nombres proportionaux, on double le premier, & le troisiesme, d'où se produisent 9. & 2. l'on couclurra par la seconde proposition qu'il y a telle proportion de 9. à D. que de 2. à A. Partant autãt de fois que 2. est contenu au nombre pair A, autant de fois precisément 9. est contenu en D. dont il appert de la verité de la regle.

Finalement le nombre pensé A. soit impair, dont le triple B sera aussi impair par la 29. du 9. donc adioustant 1. à B. soit fait C, dont la moitié soit D; dont le triple soit E. le prens G nombre pair moindre que A de 1. & son triple soit H. dont la moitié soit K, dont le triple soit L. Or il appert, puisque A surpasse G de 1. que B surpasse H de 3. (à sçauoir du triple de 1.) & par consequent C surpasse H de 4. Doncques D surpasse K de 2. (à scauoir de la moitié de 4.) Parquoy E surpasse L de 6. (à scauoir du triple de 2.) partant ayant esté demonstré en la premiere partie que L contient 9. autant de fois precisément, que G contient 2. Il est euident que E contient 9. autant de fois aussi, & non pas d'auantage, car il ne surpasse L que de 6. Partant prenant autant de fois 2. que 9. se treuue de fois en E, nous aurons le nombre G, auquel adioustant 1. comme veut la reigle, nous aurons A. le nombre pensé. Doncques nous auons entierement & parfaictement monstré à deuiner le nombre pensé. Ce qu'il falloit faire.

B 21.	
G 6.	A 7.
H 18.	C 22.
K 9.	D 11.
L 27.	E 33.

PROBLEME SECOND.

Faire le mesme d'vne autre sorte.

PRis tripler le nombre pensé, puis prendre la moitié du produit, ou si le nombre est impair adiouster 1. puis prendre la moitié. Fais tripler derechef ceste moitié; puis prendre la moitié de ce triple, ou adiouster 1. comme auparauant si le nombre est impair, à fin de le pouuoir partir en deux. Lors demande combien de fois il y a 9. en la derniere moitié, & pour chasque 9. prens 4. remarquant que si la diuision ne se peut faire la premiere fois sans adiouster 1. il te conuient aussi retenir 1. & si la diuision ne se peut faire la seconde fois, il te conuient retenir 2. Par consequent si toutes les deux fois la diuision ne se peut faire, il te faut retenir 3. Par exemple si l'on auoit pensé 7. le faisant tripler, viendra 21. auquel il faut adiouster 1. pour prendre la moitié qui est 11. dont le triple est 33. auquel aussi adioustant 1. & prenant la moitié, vient 17. Auquel 9. est contenu vne fois seulement. Partãt tu prendras vne fois 4. auquel tu adiousteras 3. à cause que la diuision ne s'est peu parfaire ny la premiere ny la seconde fois, & tu auras 7. le nombre pensé.

On peut aussi faire ainsi ce probleme. Fais adiouster au nombre pensé la moitié du mesme nombre, & à ceste somme fais adiouster derechef la moitié de la mesme somme. Puis demande combien de fois il y a 9. & prens 4. pour chasque 9. comme deuant; mais aussi prens garde que si le nombre pensé n'a point d'entiere moitié, il faut faire adiouster 1. & prendre la moitie de ce nombre, & l'adiouster au nombre pensé. Que si le mesme aduient la seconde fois, il faut aussi faire le mesme, & pour la premiere fois retenir 1. pour la seconde 2. pour toutes deux ensemble 3. comme auparauant. Par exemple si l'on auoit pensé 10. luy adioustant sa moitié vient 15. auquel faut adiouster 1. pour auoir la moitié 8. qui adioustee à 15. fait 23. Auquel 9. est contenu deux fois. Partant prenant deux fois 4. tu auras 8. auquel adioustant 2. à cause que la seconde fois il a fallu adiouster 1. pour prendre la moitié, tu auras 10. le nombre pensé.

Quelques vns encore prattiquent autrement ce probleme. Car ils font adiouster au nombre pensé sa moitié, ou bien (s'il est impair) sa plus grande moitié. (Car d'autant que tout nombre impair se peut diuiser en deux nombres, dont l'vn surpasse l'autre de l'vnité, ils appellent le plus grand, la plus grande moitié du nombre impair) & semblablement à ceste somme ils font adiouster sa moitié ou sa plus grande moitié, puis demandent combien de fois il y a 9. & pour chasque 9. prennent 4. mais ils demandent encore si apres auoir osté tous les 9. de la derniere somme, on en peut oster encore 8. & si cela est, ils retiennent 3. Que si 8. ne s'en peut oster, ils demandent

si l'on en peut oster 5. & pour cela retiennent 2. Que si 5. ne s'en peut oster, ils en font oster 3. & pour cela retiennent 1.

DEMONSTRATION.

E 18.	A 8.	B 24.
2 ¼.	1.	C 12.
9.	4.	D 36.

IE demonstre la premiere façon de parfaire ce probleme, car les autres deux sont fondees sur les mesmes principes. Il est certain par la 13. proposit. que tout nombre plus grand que 3. est pairement pair, ou surpasse quelque pairement pair de 1. ou de 2. ou de 3. Soit donc premierement le nombre pensé A plus grand que 3. & pairement pair qui triplé face B qui sera pairement pair aussi par la dixiesme proposition doncques C. la moitié de B. sera nombre pair par la 4. proposit. parquoy triplant C. le produit D sera nombre pair par la 28. du ♦. Soit donc sa moitié E. Or nous auons demonstré au precedent probleme que le nombre D. contient A quatre fois & demi. D'où s'ensuit que E la moitié de D contient le mesme A deux fois & quart (car 2 ¼ est la moitié de 4 ½) partant multipliant A par 2 ¼ prouiédroit E. Doncques il y a mesme proposition de 2 ¼ à E que de 1. A. Partant multipliant par 4. tant 2 ¼ que 1. d'où se produisent 9. & 4. il y aura telle proportion de 9. à E que de 4. à A. par la 2. proposit. Or est-il que 4 mesure A par la 6. proposit. Doncques 9. mesure aussi E,

E 18.	A 8.	B 24.
2 ¼	1.	C 12.
9.	4.	D 36.

& au

& autant de fois que 9. est contenu en E, autant de fois 4. est contenu au nombre pensé A. Donc il appert que de ce costé la regle est infaillible & bonne.

B 27.	
G 8.	A 9.
K 24.	C 28.
L 12.	D 14.
M 36.	E 42.
N 18.	F 21.

Secondement soit A le nombre pensé surpassant de 1. le nombre G pairement pair, & triplant A soit fait B. qui sera impair par la 29. du 9. Partant adioustant 1. à B comme veut la regle, soit fait c & le triple de G soit *k*. Il est certain (comme nous auons demonstré en la derniere partie de la demonstration du precedent probleme) que C. surpasse *k* de 4. Parquoy *k* estant pairement pair par la 10. proposit. il faut aussi que C soit pairement pair, par la 6. proposit. dautant qu'il est mesuré par le quaternaire: soit donc D la moitié de C. qui sera nombre pair par la 4. proposit. Partant E le triple de D sera aussi pair par la 28. du 9. On en pourra donc prendre la moitié F. Ie prens aussi L. la moitié de *k*, puis M. le triple de L, puis N. la moitié de M. Or puisque, comme il a esté dit, C surpasse *k* de 4. il faut aduouër que D. surpasse L de 2. (à sçauoir de la moitié de 4.) doncques E surpasse M. de 6. (à sçauoir du triple de 2.) doncques F ne surpasse N. que de 3. (à sçauoir de la moitié de 6.) Partant ayant esté demonstré cy deuant que N. contient 9. autant de fois precisement, que G pairement pair contient 4. Il est euident que F contiendra aussi 9. autant de fois, & non plus (pource que il ne surpasse N que de 3.) Par consequent prenant 4. pour chasque 9. contenu en F,

nous

nous viendrons trouuer le nombre G, auquel adioustant 1. comme veut la reigle nous deuinerons le nombre pensé A. Ce qu'il falloit faire.

G 8.	A 10.
K 24.	B 30.
L 12.	C 15.
	D 45.
M 36.	E 46.
N 18.	F 23.

Troisiesmement soit A. le nombre pensé surpassant de 2. le nombre G. pairement pair. Doncques A. est pairement impair seulement par la 7. proposit. soit donc B. son triple, qui sera aussi pairement impair seulement par la 11. proposit. Partant C. sa moitié sera nombre impair par la 5. proposit. Doncques D le triple de C sera aussi impair par la 29. du 9. Partant adioustant 1. à D. soit fait E dont la moitié soit F. Lors comme auparauant ie prens K. le triple de G, dont la moitié soit L. dont le triple soit M. dont la moitié soit N. Or puisque A. surpasse G de 2. il appert que B surpasse K de 6. (à sçauoir du triple de 2. Par consequent C surpasse L. de 3. (à sçauoir de la moitié de 6.) Partant D surpasse M de 9. (à sçauoir du triple de 3.) & par consequent E surpasse M de 10. Partant F. ne surpasse N. que de 5. (à sçauoir de la moitié de 10.) doncques ie conclus comme auparauant que F contient 9. autant de fois que N. & non plus (à cause que N. contient 9. quelquesfois precisement, & F ne supasse N que de 5. Partant prenant 4. pour chasque 9. contenu en F nous trouuerons le nombre G. auquel adioustant 2. comme veut la regle; nous deuinerons

uinerons le nombre pensé A. Ce qu'il falloit faire.

Quatriesmement soit A le nombre pensé surpassant de 3. le nombre G pairement pair. Et soit K le triple de G, donc la moitié soit L. dont le triple soit M, dont la moitié soit N. & soit aussi B. le triple de A; qui sera impair par la 29. du 9. partant luy adioustant 1. soit fait C. Or il appert puisque A surpasse G de 3. que B. surpasse K de 9. à sçauoir du triple de 3.) partant C. surpasse le mesme K de 10. Doncques K estant pairement pair par la 10. proposit. luy adioustant 10. nombre pairement impair seulement, le composé à sçauoir C, sera pairement impair seulement par la 9. proposit. Soit donc sa moitié D nombre impair par la 5. proposit. qui surpassera L de 5. (à sçauoir de la moitié de 10.) & soit E triple de D, qui estant impair par la 29. du 9. il luy faut adiouster 1. & soit fait F, dont la moitié soit H. Puisque donc, comme nous auons preuué, D surpasse L. de 5. il s'ensuit que E surpasse M de 15. (à sçauoir du triple de 5.) & par consequent F. surpasse le mesme M. de 16.) Partant H ne surpasse N. que de 8. (à sçauoir de la moitié de 16.) Doncques ie conclurray comme auparauant que H ne contient pas 9. plus de fois que fait le nombre N. Par consequent prenant 4. pour chasque 9. contenu en H, on trouuera le nombre G; auquel adioustant 3. comme veut la reigle, on deuinera le nombre pensé A. Ce qu'il falloit faire.

G 8.	A 11.
	B 33.
k 24.	C 34.
L 12.	D 17.
	E 51.
M 36.	F 52.
N 18.	H 26.

Finale

Finalement soit le nombre pensé moindre que 4. comme 1. ou 2. ou 3. & premierement soit 1. dont le triple est 3. à qui adioustant 1. vient 4. dont la moitié est 2. qui triplé fait 6. dont la moitié est 3. Où 9. n'est point contenu de fois. Partant prenant 1. seulement pour l'vnité adioustee à la premiere diuision, tu deuineras qu'on à pensé 1.

Secondement le nombre pensé soit 2. dont le triple est 6. dont la moitié est 3. qui triplé fait 9. auquel adioustant 1. vient 10. dont la moitié est 5. où 9 n'est point aussi contenu. Partant tu prendras seulement 2. pour l'vnité adioustee à la seconde diuision.

Troisiesmement le nombre pensé soit 3. dont le triple est 9. auquel adioustant 1. vient 10. dont la moitié est 5. dót le triple est 15. auquel adioustant 1. vient 16. dont la moitié est 8. Qui semblablement ne contient point 9. Mais tu prendras 3. à cause de l'vnité adioustee tant à la premiere qu'à la seconde diuision, & ainsi deuineras le nombre pensé. Doncques nous auons parfaictement monstré à deuiner tout nombre pensé. Ce qu'il falloit faire.

Maintenant il est aisé de monstrer que les deux autres façons de faire ce ieu reuiennent à ceste cy, & ont les mesmes fondemens. Car quant à la seconde nous auons desia monstré cy dessus que tripler vn nombre, & prendre la moitié du produit, c'est autant que multiplier ledit nombre par 1 ½. donc c'est autant que luy adiouster sa moitié. Partant si à ceste somme nous adioustons derechef sa moitié, c'est autant que si nous la multiplions aussi par 1 ½. Doncques c'est autant

que si

que si nous multiplions le nombre pensé par 2 ¼. d'autant que 1 ½. par 1 ½. fait 2 ¼. De cecy tu peux aisement recueillir la demonstration entiere de ceste façon de faire, appliquant toutes les parties de la demonstration donnee à icelle ; ce que i'obmets par brieueté.

Quant à la troisiesme façon, elle ne differe quasi point de la seconde : Car il est euident que la plus grande moitié d'vn nombre impair, n'est autre que la moitié du nombre pair prochain, plus grand d'vn que ledit impair, & quand à ce qu'à la fin on demande apres qu'on à osté tous les 9. s'il reste 8. ou 5. ou 3. la cause de cecy appert assez par la seconde, troisiesme, & quatriesme partie de la presente demonstration.

ADVERTISSEMENT.

Quiconque comprendra parfaictement la demonstration de ces deux problemes, il luy sera facile de forger des regles nouuelles pour deuiner le nombre pensé à l'imitation des precedentes. Car par exemple fay tripler le nombre pensé, puis prendre la moitié du produit, puis multiplier ladicte moitié par 5. & prendre encor la moitié du produit ; tu deuineras le nombre pensé, si tu demandes combien de fois il y à 15 en la derniere moitié, & si pour chasque 15. tu prens 4. Obseruant comme cy dessus, qu'il faut retenir 1. ou 2. ou 3. selon que la diuision ne se peut parfaire la premiere, ou la seconde fois, ou toutes les deux ensemble. La cause de cecy est, que multiplier vn nombre par 3. & partir le produit par 2. c'est autant que multiplier ledit nombre par 1 ½. & multiplier vn nombre par 5. & partir le

produit

produit par 2. c'est autant que multiplier le mesme nombre par 2 ½. (ces nombres se treuuent en diuisant le multiplicateur par le diuiseur, car diuisant 3. par 2. vient 1 ½. & diuisant 5. par 2. vient 2 ½.) doncques faire ces deux multiplications, & ces deux diuisions, c'est autant que multiplier le nombre pensé par 3 ¼. d'autant que 1 ½. par 2 ½. fait 3 ¼. Ie te laisse appliquer tout le reste de la demonstration (qui est chose bien aisee, attendu que 3 ¾. multiplié par 4. fait 15. & tu trouueras que si le nombre pensé surpasse d'vn quelque nombre pairement pair, outre les 15. contenus en la derniere moitié, il y aura encore 5. & si le nombre pensé passe de 2. quelque pairement pair, à la fin il restera 8. & si le nombre pensé passe de 3. quelque pairement pair, il restera 13. à la fin. Partant si tu veux imiter la seconde, ou troisiesme façon de parfaire ce probleme; Tu feras adiouster au nombre pensé sa moitié ou sa plus grande moitié (cela est autant que le multiplier par 1 ½.) puis à ceste somme tu feras adiouster vn nombre esgal à elle mesme, & encore de plus la moitié, ou plus grande moitié de la mesme somme (cela est autant que la multiplier par 2 ½.) puis tu demanderas combien de fois il y a 15. & pour chasque 15. tu prendras 4. retenant aussi 1. ou 2. ou 3. selon que la diuision ne se pourra parfaire la premiere, ou la seconde fois, ou toutes deux ensemble. Ou bien apres auoir fait oster tous les 15. de la derniere somme, tu demanderas s'il reste encor 13. ou 8. ou 5. & retiendras pour cela ou 3. ou 2. ou 1.

Ceste mesme regle se pourroit aucunement changer si la premiere fois on faisoit multiplier le nombre pensé par 5. puis partir par 2. puis multiplier par 3. & derechef partir par 2. Car tout cela seroit bien autant que multiplier le nombre pensé par 3 ¾. comme auparauant, & par

& partant pour chasque 15. il faudroit aussi prendre 4. Mais il y auroit de la difference en cela, que si le nombre pensé passoit d'vn quelque pairement pair, la partition ne se pourroit faire sans fraction ny la premiere, ny la seconde fois, & si le nombre pensé passoit de 3. quelque pairement pair, la partition ne se pourroit faire la premiere fois seulement. Partant en tel cas il faut changer la regle, & si la partition ne se peut faire la premiere fois seulement, retenir 3. si elle ne se peut faire la seconde fois seulement, retenir 2. si elle ne se peut faire toutes deux les fois, retenir 1. Il est vray qu'imitant la troisiesme façon de parfaire ce probleme, il n'y a pas tant de diuersité. Car si le nombre pensé passe d'vn quelque pairement pair, à la fin tous les 15 ostez il restera 5. comme auparauant, & si le nombre pensé passe de 2. quelque pairement pair, il reste aussi 8. mais si le nombre pensé passe de 3. quelque pairement puir il restera 12. non pas 13. La cause de tout cecy n'est pas malaisée à trouuer. I'en laisse la recherche au curieux lecteur, qui suiuant le chemin que ie luy ay tracé, & se fondant sur les mesmes principes & propositions en pourra venir facilement à bout.

On pourroit aussi faire multiplier par 5. puis partir par 2. & derechef multiplier par 5. & partir par 2. & demander combien de fois il y a 25. & pour chasque 25. retenir 4. & ainsi en plusieurs autres manieres. Prens garde seulement qu'en ceste derniere façon, il aduient ce que ie viens de dire, à sçauoir que si la partition ne se peut faire iuste toutes deux les fois, il faut retenir 1. si elle ne se peut faire la seconde fois il faut retenir 2. si elle ne se peut faire la premiere fois, il faut retenir 3.

PROBLEME TROISIESME.

Deuiner le nombre pensé d'vne autre façon.

MAIS tripler le nombre pensé, puis prendre la moitié du produit, & tripler derechef ceste moitié, puis prendre la moitié de ce triple, tout de mesme qu'au probleme precedent, faisant aussi adiouster 1. lors que la partition ne se peut pas faire. Mais au lieu de demander combien de fois il y a neuf en la derniere moitié, demande qu'on te declare toutes les figures, auec lesquelles ladicte moitié s'exprime, excepté vne, pourueu que celle qu'on te cache ne soit point vn Zero, & qu'on te die l'ordre desdictes figures, tant de celles qu'on te manifeste, que de celle qu'on cache. Lors tu deuineras le nombre pensé, adioustant ensemble toutes les figures qu'on te manifeste, & reiettant 9. tant de fois qu'il sera possible, puis soubstraisant ceste somme, ou ce qui reste ayant reietté tous les 9. du mesme nombre de 9. Car le reste sera la figure cachee, ou s'il ne reste rien, ladicte figure cachee sera 9. Au

cas

cas neantmoins que les deux partitions se soient faictes iustement sans addition de l'vnité. Que si la partition n'a pas esté faicte iuste la premiere fois, alors à la somme des figures manifestees tu adiousteras 6.& parfairas le demeurant ainsi qu'il a esté dit. Si la partition n'a pas esté iuste la seconde fois, tu adiousteras 4. à ladicte somme. Si la partition n'a pas esté iuste toutes deux les fois, tu adiousteras vn à la mesme somme. Ainsi doncques ayant treuué la figure cachee tu auras entiere cognoissance de la derniere moitié. Et partant considerant combien de fois il y a 9. & prenant 4. pour chasque 9. & adioustant 1.ou 2.ou 3. selon qu'il sera de besoin, en la mesme façon qu'au probleme precedent, tu deuineras infalliblement le nombre pensé. Par exemple, qu'on ait pensé 24. Apres auoir triplé, & partagé par deux fois, la derniere moitié sera 54. Partant si on te manifeste la premiere figure 5. tu ne feras que soubstraire 5. de 9. & le reste 4. sera la seconde figure cachee. Et si on te manifeste 4. ostant 4. de 9. tu trouueras 5. la premiere figure. Ainsi tu cognoistras que la derniere moitié estoit 54. ou 9 est contenu six fois, & partant prenant 6 fois 4. tu deuineras que le nombre pensé estoit 24.

Que si l'on pense 25. apres auoir triplé & partagé par deux fois, la derniere moitié sera 57. mais la partition n'aura pas esté iuste la premiere fois. Partant si l'on te manifeste la premiere figure 5. tu luy adiousteras 6. & de la somme 11. tu osteras 5. restera 2. que tu osteras de 9. & le reste 7. sera la seconde figure cachee. Ainsi tu sçauras que la derniere moitié est 57 ou 9 est contenu 6 fois, & prenant 4. pour chasque 9. &

adiouſtant 1. à cauſe de la premiere partition imparfaicte, tu trouueras le nombre penſé.

Que ſi l'on te dit qu'en la derniere moitié il y a trois figures, & que les deux dernieres ſont 13. & que la partition n'a pas eſté iuſte la ſeconde fois, tu adiouſteras enſemble 1. & 3. & à la ſomme 4. tu adiouſteras 4. font 8. tu oſteras 8. de 9. reſte 1, pour la premiere figure cachee. Doncques la derniere moitié eſtoit 113. ou 9. eſt contenu 12. fois, & multipliant 12. par 4. vient 48. auquel adiouſtant 2. à cauſe de la ſeconde partition imparfaicte, tu auras 50. le nombre penſé.

Finalement ſi en la derniere moitié, il y a trois figures, dont la premiere ſoit 1. la derniere 7. & que toutes deux les partitions n'ayent pas eſté iuſtes, tu adiouſteras les deux figures connues enſemble, qui font 8. & à 8. tu adiouſteras 1. ſelon la regle, font 9. qui oſté de 9 ne laiſſe rien. Partant la ſeconde figure cachee eſt 9. & la derniere moitié entiere eſt 197. ou 9 eſt contenu 21 fois. Doncques multipliant 21 par 4. & au produit 84 adiouſtant 3. à cauſe des deux partitions imparfaictes, tu trouueras le nombre penſé 87.

DEMONSTRATION.

En premier lieu il appert par la regle donnee, que ce probleme ne ſe peut practiquer, ſinon lors que le nombre penſé eſt plus grand que 4. à cauſe qu'il faut que la derniere moitié, ſoit compoſee de deux, ou de pluſieurs figures; ce qui n'arriuera pas, ſi le nombre penſé ne ſurpaſſe 4.

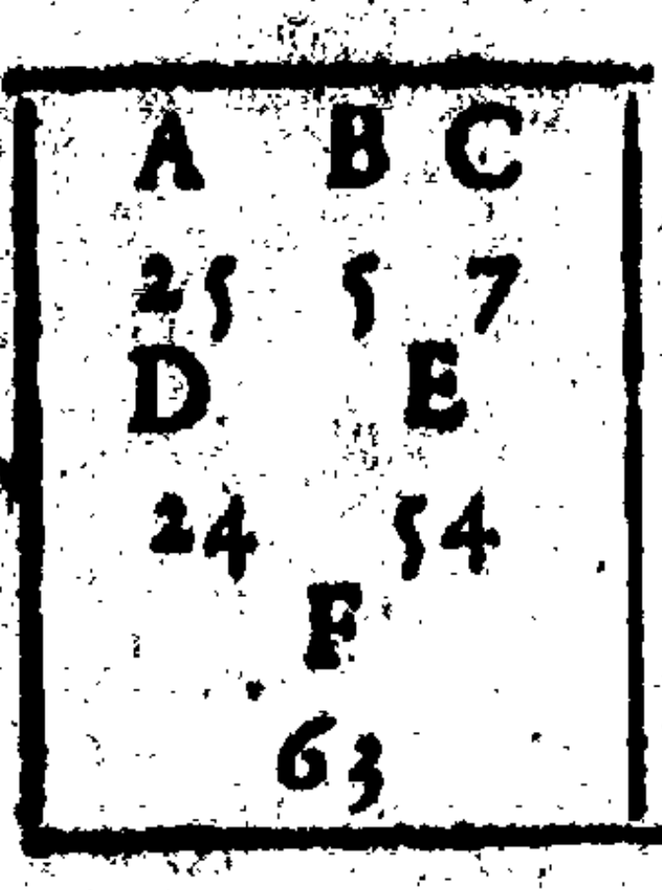
Soit

A	B C
24	5 4

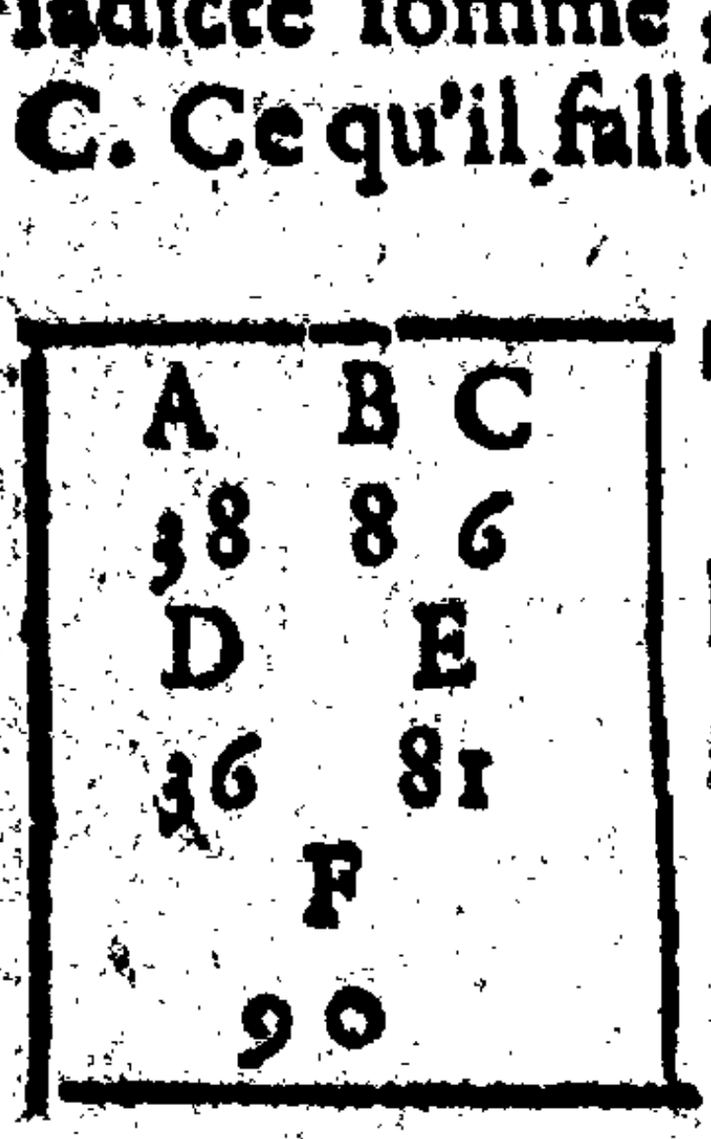
SOit donc A le nombre pensé plus grand que 4. Il est certain par nostre 13. proposit. que A est pairement pair ; ou qu'il surpasse quelque pairement pair de 1. ou de 2. ou de 3. Soit premierement A pairement pair ; & apres qu'on à triplé, & partagé deux fois selon la regle, soit la derniere moitié B C composee des deux figures B & C, & soit connue l'vne desdictes figures seulement. Or il a esté preuué en la premiere partie du probleme precedent, que les deux partitions se font iustes en ce cas, & que B C est multiple de 9. & le contient quelquesfois iustement. Doncques les deux figures B & C ioinctes ensemble, doiuent faire iustement 9. par nostre 26. proposit. Partant si on oste B de 9. il restera C. & si on oste C de 9. il restera B. Ce qu'il falloit demonstrer. Car tout le reste qui concerne ce probleme en ce cas, a esté demonstré en ladicte premiere partie du precedent.

A	B C
25	5 7
D	E
24	54
	F
	63

SEcondement soit A le nombre pensé surpassant de l'vnité, le nombre pairement pair D, & apres qu'on à triplé & partagé par deux fois selon la regle, soit la derniere moitié B C, composee des deux figures B & C, dont l'vne soit connue. Soit aussi E. la derniere moitié qui reste, quand on a triplé & partagé le nombre D par deux fois, & à E adioustant 9. soit fait le nombre F. Or il appert par la seconde partie du probleme precedent, qu'en ce cas la premiere



partition n'a pas esté iuste, & que le nombre B C surpasse E, de 3. & par consequent puisque F surpasse E de 9. le meſme F surpasse B C, de 6. Par ainsi adiouſtant 6 à B C, on fera le nombre F. Mais E est multiple de 9. par la premiere partie du precedent probleme, & par consequent F qui surpasse E de 9 iustement, est aussi multiple de 9. Doncques le nombre B C auec 6. est aussi multiple de 9. Partant si l'on ioint ensemble les figures B, & C, & 6. & qu'on reiette les 9. il ne restera rien, par nostre 26. proposition; car il se fera vn nombre de neufs iuste. Supposant donc que B me soit cognu, si ie luy adiouste 6. & que de la somme i'oste 9. s'il se peut faire, il faut que le reste, ou ladicte somme (si elle est moindre que 9) adiouſtee à C, faille 9 iustement. Doncques si i'oste de 9. ledit reste, ou ladicte somme, il me restera la figure incognue C. Ce qu'il falloit demonstrer.



TRoisiesmement soit le nombre pensé A surpassant de 2. le nombre D pairement pair, & apres qu'on a triplé & partagé deux fois selon la regle, la derniere moitié, d'vn costé soit B C, & de l'autre E, & adiouſtant 9 au nombre E, soit fait F. Il appert par la troisiesme partie du probleme precedent, que la partition n'a pas esté faicte iustement la seconde fois, & que B C surpasse E de cinq. Et partant puisque

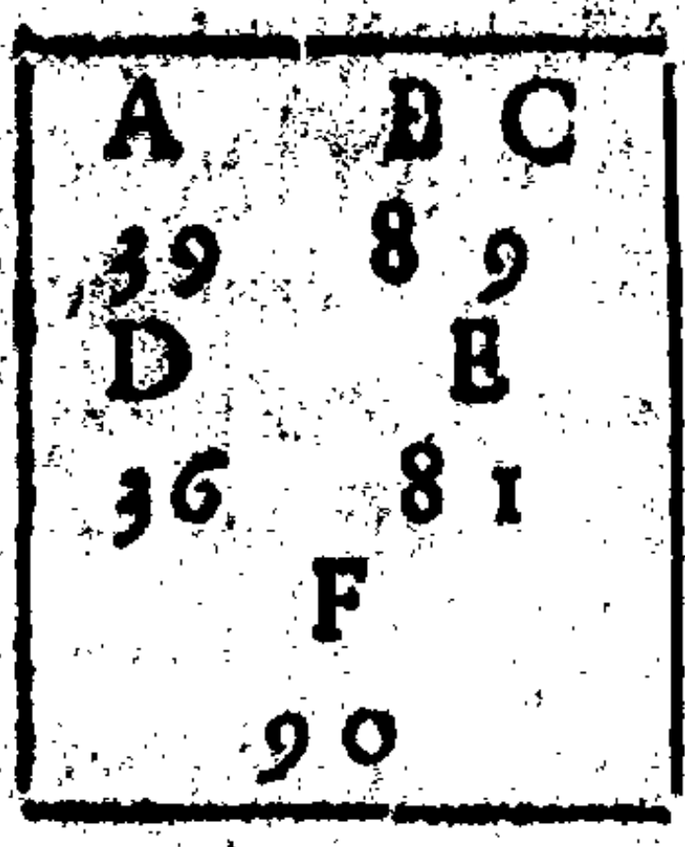
F sur

F surpasse le mesme E de 9. il s'ensuit que F surpasse B C, de 4 seulement. Mais E est multiple de 9. par la mesme troisiesme partie du probleme precedent, & par consequent F qui surpasse E de 9 iustement, est aussi multiple de 9. Doncques B C ioint auec 4 est aussi multiple de 9. C'est pourquoy adioustant ensemble les figures B & C, & y ioignant 4. & reiettant tousiours 9. il ne restera rien, par nostre 26. proposition. Doncques si l'vne desdictes figures est connue, par exemple B, luy adioustant 4. & reiettant 9. & ostant le reste du mesme 9. le reste nécessairement ést esgal à C. Ce qu'il falloit demonstrer.

A	B C
39	8 9
D	E
36	81
F	
90	

FInalement soit le nombre pensé A, surpassant de 3. le nombre pairement pair D; & que tout le reste de la construction se fasse, comme aux deux cas precedens. Il appert par la quatriesme partie du precedent probleme, que E est multiple de 9. & par consequent F aussi, & que B C surpasse E de 8. & par consequent F surpasse B C de 1. Dont s'ensuit que les figures B & C ioinctes ensemble auec l'vnité, font vn nombre de neufuaines iuste, par nostre 26. proposition. Parrant si B est cognu, luy adioustant 1. & reiettant 9. le reste auec C, doit faire iustement 9. Doncques si on oste ce reste de 9. on aura la figure C. Ce qu'il falloit demonstrer.

Que s'il arriue qu'adioustant 1. à B, la somme soit iustement 9. il faut que C soit aussi 9. ou



bien Zero : Mais il ne peut estre Zero, par l'exception appolee à la regle. Doncques c'est 9 infalliblement. Et le mesme accident arriuant en tous les cas precedens, on conclurra le mesme, par les mesmes raisons.

Quant au reste de la regle, à sçauoir que BC estant entierement cognu, il faut regarder combien de fois il cõtient 9. & pour chasque 9 prendre 4. & adiouster tantost 1. tantost 2. tantost 3. selon les diuers cas, tout cela a esté demonstré au probleme precedent.

ADVERTISSEMENT.

L'honneur d'auoir le premier inuenté la façon de ce probleme, en ce qu'il adiouste sur le precedent, ie le cede franchemẽt au R.P. Iean Chastelier de la compagnie de Iesus. Il est vray que ie ne tiens point de luy, ny la regle pour deuiner le nombre pensé, ny la demonstration. Mais seulement il me proposa par vne sienne lettre ce probleme, en forme de question, & en ces mesmes termes, sinon qu'ils estoient en latin.

Quelqu'vn ayant pensé vn nombre, & luy ayant adiousté sans fraction sa moitié, ou sa plus grande moitié, si autrement faire ne se peut, & ayant adiousté derechef à ceste somme, sa moitié, ou sa plus grande moitié, en la mesme façon, & ceste derniere somme estant manifestee toute, fors vne seule figure significatiue, telle que voudra cacher celuy qui à pensé le nombre : deuiner le nombre pensé. Mais il est necessaire qu'on sçache, si les additions des moitiez se sont faictes precisement, ou non.

Sur

Sur ceste proposition ie treuuay dans fort peu de temps, & la regle que i'ay donnee, & la demonstration, laquelle i'ay bien volu communiquer au Lecteur curieux, sans toutesfois desrober au premier inuenteur, la gloire qui luy en est deuë:

Au reste il est euident, que la practique de ce Probleme, estant toute la mesme, que celle du precedent hors le dernier point, on se peut seruir non seulement de la premiere façon de le faire: mait aussi de la seconde, comme on peut voir aussi que le P. Chastelier se seruit de la seconde, en la proposition qu'il me fit.

Quant a la condition apposee, à sçauoir qu'il ne faut pas que la figure cachee soit vn zero, la derniere partie de la demonstration en fait voir la cause, qui est qu'en ce cas là, on ne pourroit pas sçauoir certainement, si la figure cachee doit estre vn zero, ou vn 9. Dont on peut recueillir, que ladicte condition se peut changer, & qu'on peut reseruer tout de mesme, que la figure cachee ne soit poinct vn 9. Et veritablement sans l'vne ou l'autre de ces deux reserues, il arriuera fort souuent que la solution du Probleme se trouuera ambigue. Comme au premier cas, si l'on te dit que la premiere des deux figures de la derniere moitié est 9. tu ne scaurois discerner si la seconde figure cachee est vn zero ou 9. ny deuiner par consequent, si l'on a pensé 40. ou 44. semblablement au second cas, si la premiere des deux figures est 3. tu ne peux scauoir certainement, si la seconde est vn zero, ou 9. ny deuiner si le nombre pensé est 13. ou 17. Et au troisiesme cas, si la premiere figure est 5. il se peut

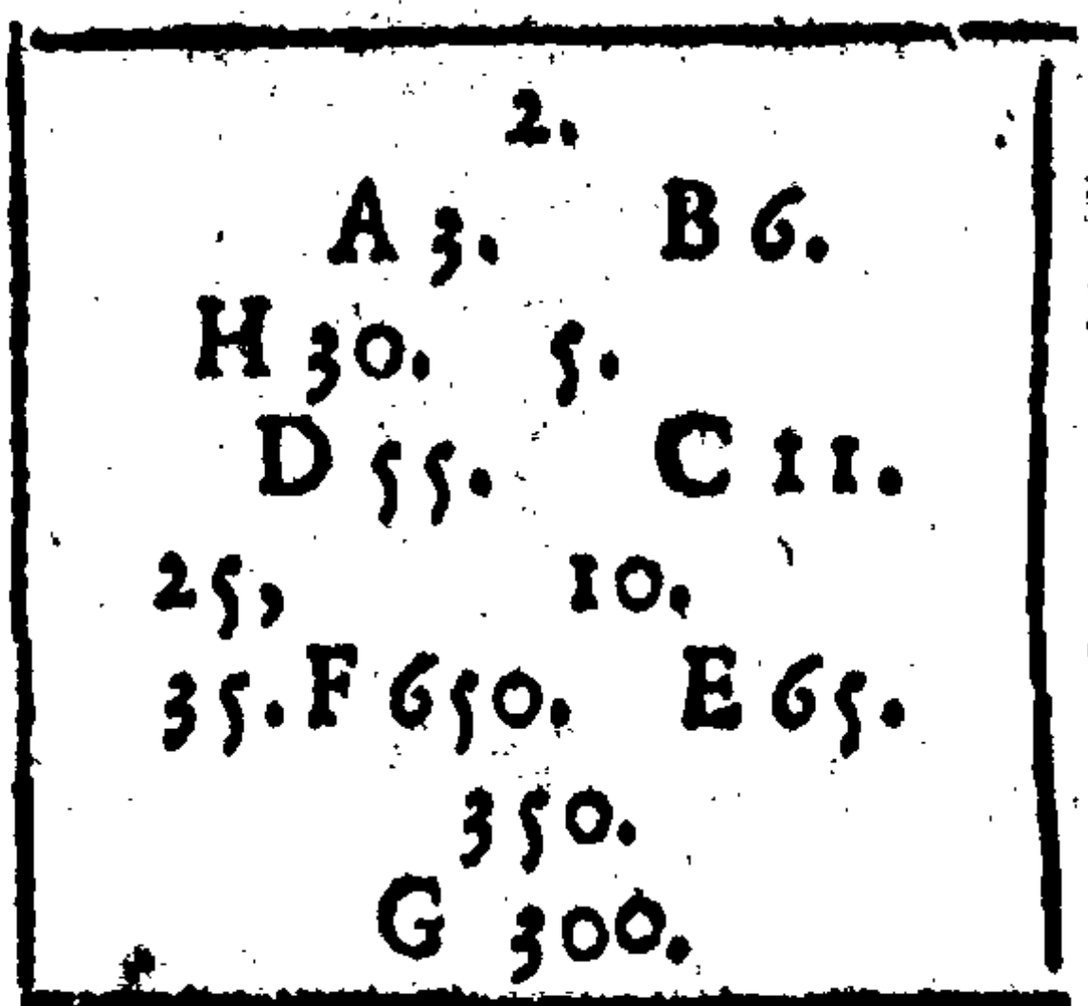
faire que la seconde est vn zero, ou vn 9. & que le nombre pensé est 22. ou 26. finalement au dernier cas, si la premiere figure est 8. il est incertain si la seconde est vn zero, ou bien vn 9. & si le nombre pensé est 35. ou 39. Il faut donc necessairement reseruer, que la figure cachee, ne soit iamais vn zero, ou si l'on veut permettre cela, il faut reseruer, qu'elle ne soit iamais vn 9.

PROBLEME QVATRIESME.

Faire le mesme encor diuersement.

DIs doubler le nombre pensé, & à ce double fais adiouster 5. puis multiplier le tout par 5. puis adiouster 10. & multiplier le tout par 10. Lors t'enquerant quel est ce dernier produit, & en ostant d'iceluy 350. du reste, le nombre des centaines, sera le nombre pensé. Par exemple qu'on ait pensé 3. son double est 6. auquel adioustant 5. vient 11. qui multiplie par 5. fait 55. auquel adiouſtant 10. prouient 650. qui multiplié par 10. produit 6500. duquel si tu ostes 3500. restera 3000. où tu vois clairement que le nombre des centaines, à scauoir 3. est le nombre pensé.

DEMONSTRATION.



SOit A, le nombre pensé, qui doublé faſſe B, auquel adiouſtant 5. vienne C. qui multiplié par 5. produiſe D, auquel adiouſtant 10. ſe faſſe E qui multiplié par 10. produiſe F dont oſtant 350. ſoit le reſte G. Ie dis que prenant autant d'vnitez qu'il y a de centaines en G on deuinera le nombre penſé A. Car puiſque C. eſt compoſé de B. & de 5. Ce ſera autant multiplier C. par 5. que multiplier par le meſme 5. les parties dont C. eſt compoſé, à ſcauoir B, & 5. par la premiere du ſecond d'Euclide. Or on ſcait aſſez que multipliant 5. par 5. le produit eſt 25. ſoit donc H produit de la multiplication de B par 5. Partant il s'enſuit que D eſt eſgal à H, & à 25 joints enſemble. Par conſequent puiſque adiouſtant 10. à D, prouient E, & adiouſtant auſſi 10 à 25. prouiẽt 35. Il eſt certain que H & 35. enſemb.e ſont eſgaux à E. Doncques c'eſt autant multiplier E par 10, que multiplier H & 35. par le meſme 10. par la 1. du ſecond. Partant F eſt eſgal à ce qui ſe fait multipliant H. par 10. joint à ce qui ſe fait multipliant 35. par 10. Or multipliant 35. par 10. prouient 350. Doncques F contient 350. & le produit de la multiplication de H par 10. Par conſequent puiſque oſtant 350. de F le reſte eſt G, il faut dire neceſſairemẽt que le produit de la multiplica

2.
A 3. B 6.
H 30. 5.
D 55. C 11.
25. 10.
35. F 650. E 65.
350
G 300

tiplication de H. par 10. Cela supposé prenons les trois nõbres 2. A 5. Il est certain par la 3. proposition qu'en quelle façon, & par quel ordre que nous les multiplions ensemble, le produit sera tousiours le mesme. Or multipliant A par 2. & le produit B par 5. nous faisons H. Doncques le mesme H. se fera si l'on multiplie 2. par 5. & le produit 10. par A. Puis donc que A multiplié par 10. fait H; considerons maintenant les trois nombres 10. A 10. par la mesme 3. proposition il s'ensuit que nous aurons le mesme nombre multipliant A par 10. & le produit H par 10. que nous aurions multipliant 10. par 10. & le produit 100. par A Or nous auons preuué que multipliant H par 10. le produit est G. Doncques le mesme G le produira multipliant A par 100. Partant G contient 100. autant de fois que A contient l'vnité. Doncques la regle est bonne.

ADVERTISSEMENT.

Si tu consideres bien les fondemens de ceste demonstration qui ne sont autres que la premiere du second applique aux nombres, & nostre 3. proposition, tu comprendras aisément le moyen de diuersifier la practique de ce Probleme en cent mille façons : car premierement si tu veux tousiours que le nombre des centaines exprime le nombre pensé, & que les multiplications se facent par 2. par 5. & par 10. comme auparauant, mais seulement

lepient que le nombre qui se soubstrait de la derniere somme, a sçauoir 350. soit changé. Prens garde que 350. est prouenu du 5. qu'on à adiousté du commencement, lequel multiplié par 5. à fait 25. auquel adioustant 10. est prouenu 35. qui finalement multiplié par 10. à produit 350. Doncques si tu veux changer 350. change les nombres que tu fais adiouster, par exemple au lieu de 5. fais adiouster 4. & 12 au lieu de 10. ou bien tels autres nombres qu'il te plaira, & lors pour sçauoir quel nombre il faudra soubstraire, multiplie le premier 4. pas 5. viendra 20. auquel adiouste 12. viendra 32. qui multiplié par 10 fera 320. le nombre qu'il conuiendra soubstraire de la derniere somme: & ainsi si tu changes encore les 4. & 12. tu changeras aussi 320. Partant desia par ce moyen le Probleme se peut parfaire en infinies sortes differentes.

Secondement voulant encor que le nombre des centeines monstre le nombre pensé, tu peux toutesfois changer les multiplicateurs. Car nous auons conclu que le nombre G, se fait multipliant le nombre pensé A, par 100. pource que les trois multiplicateurs 2. 5. & 10. dont nous nous sommes seruis, multipliez ensemble font 100. d'autant que 2. fois 5 font 10. & 10. fois 10. font 100. Doncques pourueu que tu prennes pour multiplicateurs des nombres qui multipliez ensemble facent 100. il n'importe quels ils soyent. Partant premierement tu te peux seruir des mesmes 2. 5. & 10. en changeant l'ordre seulement comme faisant en premier lieu multiplier par 5. puis par 10. puis par 2. ou bien premierement par 10. puis par 2. & en fin par 5. ou autrement.

En apres tu peux prendre d'autres nombres qui facent le mesme effect comme 5. 4. 5. ou bien 2. 25. 2. seulement prens garde qu'en tous ces changemens le nombre qu'il faut soubstraire à la fin change aussi, selon la diuersité

diuersité des multiplicateurs, & des nombres qu'on fait adiouster. Par exemple prenons 5.4.5. pour multiplicateurs, & pour nombres à adiouster 6. & 9. & soit le nombre pensé 8. Qu'on le multiple par 5. viendra 40. auquel adioustant 6. viendra 46. qui multiplié par 4. fera 184. auquel adioustant 9. viendra 193. qui multiplié par 5. donnera 965. Or pour sçauoir quel nombre il faut soubstraire de 965. considere qu'apres auoir adiousté le premier nombre 6. on a multiplié par 4. puis on a adiousté 9. & multiplié par 5. Doncques multiplie 6 par 4. viendra 24. adiouste 9. viendra 33. qui multiplié par 4. donne 165. le nombre qu'il faut soubstraire. Aussi de 965. estant [redacted]. il reste 800. ou le nombre des centeines est le nombre pensé.

Troisiesmement tu peux prendre tout autre nombre que 100. & faire qu'il soit contenu au restant de la substraction autant de fois qu'il y aura d'unitez au nombre pensé: & pour ce faire il ne faut que choisir pour multiplicateurs des nombres qui multipliez ensemble facent le nombre que tu veux. Comme si tu veux prendre 24. choisis pour multiplicateurs. 2.3.4. ou bien 2. 6. 2. Mais sçaches aussi trouuer le nombre qu'il te faudra soubstraire à la fin, ainsi que ie t'ay enseigné cy dessus. Par exemple prenons pour multiplicateurs 2.3. 4. & pour nombres à adiouster 7. & 8. & soit le nombre pensé 5. qui doublé fera 10. à qui adioustant 7. vient 17. qui multiplié par 3. fait 51. à qui adioustant 8. prouient 59. qui multiplié par 4. fait 236. Or pour sçauoir quel nombre il faut soubstraire, multiple 7. par 3. vient 21. adiouste 8. vient 29. qui multiplié par 4. donne 116. Doncques de 236. oste 116. restera 120. ou tu vois que 24. est contenu 5. fois, & par là tu iuges que le nombre pensé estoit 5. Tu peux aussi ne prendre que deux multiplicateurs, & n'adiouster qu'vn nombre,

comme

comme ſi tu voulois que le nombre des dizaines exprimat le nombre pensé, prens 2. & 5. pour multiplicateurs, & 6. pour nombre à adiouſter, & ſoit par exemple le nombre pensé 7. qui doublé ſera 14. auquel adiouſtant 6. viendra 20. qui multiplié par 5. produira 100. dont il faut oſter 30 (d'autant que 6. fois 5. font 30.) & le reſte 70, contient 7. dizaines, autant qu'il y a d'vnitez au nombre pensé. Semblablement on pourroit prendre quatre, cinq, ou ſix, ou pluſieurs multiplicateurs, & adiouſter d'auantage de nombres, comme ie laiſſe conſiderer au prudent Lecteur.

Finalement on peut diuerſifier la pratique de ce Probleme vſant de ſoubſtraction au lieu d'addition, & par conſequent à la fin vſant d'addition au lieu de ſoubſtraction. Comme ſi tu te veux ſeruir des nombres donnez au premier exemple, ſoit 12. le nombre pensé, fais-le doubler, viendra 24. d'où fais oſter 5. reſtera 19. qui multiplié par 5. ſera 95. d'où fais oſter 10. reſtera 85. qui multiplié, par 10. produira 850. Mais maintenant il faut adiouſter 350. à 850. au lieu de le ſoubſtraire, & la ſomme ſera 1200. ou le nombre des centeines exprime le nombre pensé 12. La demonſtration de cecy eſt facile, ſuppoſé ce que nous auons demonſtré, & n'eſt point beſoin de s'y arreſter d'auantage.

PROBLEME CINQVIESME.

Deuiner encor le nombre pensé d'vne autre sorte.

CEste façon semble plus ingenieuse que les autres, bien que la demonstration en soit plus aisee. Fay multiplier le nombre pensé par quel nombre que tu voudras, puis diuiser le produit par quel autre que tu voudras, puis multiplier le quotient par quelque autre, & derechef multiplier, ou diuiser par vn autre, & ainsi tant que tu voudras. Voire mesme s'il te plait remets cela à la volonté de celuy qui aura sõgé le nombre, pourueu qu'il te die tousiours par quels nombres il multiplie, & par quels il diuise. Mais pour deuiner le nombre pensé, prens en mesme temps quelque nombre à plaisir, & fais sur luy secrettement toutes les mesmes multiplications & diuisions, & lors qu'il te plaira d'arrester, dis à celuy qui a songé le nombre, qu'il diuise le dernier nombre qui luy reste, par le nombre pensé; Toy semblablement diuise ton dernier nombre par le premier que tu auras pris, & sois asseuré que le quotient de ta diuisiõ sera le mesme que le quotient de la sienne. Partant fais adiouster à ce

quotient

quotient le nombre pensé & demande qu'il te declare ceſte ſomme, alors oſtant d'icelle le quotient connu, tu ſçauras infalliblement que le reſte c'eſt le nombre penſé. Par exemple ſoit le nombre penſé 5. fai-le multiplier par 4. viendra 20. fai-le diuiſer par 2. viendra 10. fai-le multiplier par 6. viendra 60. fai-le diuiſer par 4. viendra 15. & ainſi fay multiplier & diuiſer tant qu'il te plaira, mais en meſme temps choiſis quelque nombre, & fais ſur luy toutes les meſmes operations. Par exemple prens 4. qui multiplié par 4. fait 16. qui diuiſé par 2. fait 8. qui multiplié par 6. fait 48. qui diuiſé par 4. donne 12. Lors ſi tu te veux arreſter là, dis à celuy qui a ſongé le nombre qu'il diuiſe ſon dernier nombre à ſçauoir 15. par le nombre penſé 5. le quotient ſera 3. & tu vois bien auſſi que tu auras le meſme quotient ſi tu diuiſes ton dernier nombre 12 par le premier que tu auois pris qui eſt 4. Partant deſ-maintenant tu peux faire vn aſſez plaiſant ieu deuinant le quotient de ceſte derniere diuiſion, choſe qui ſemblera bien admirable à ceux qui en ignoreront la cauſe. Que ſi tu veux auoir le nombre penſé, ſans faire ſemblant de ſçauoir ce dernier quotient, fais adiouſter ledit nombre penſé, audit dernier quotient, & demande la ſomme de ceſte addition, qui eſt 8 en l'exemple donné, d'où ſi tu ſoubſtrais le quotient connu à ſçauoir 3. te reſtera infalliblement le nombre penſé 5.

DEMONSTRATION.

A 5.		F 3.
B 20.	N 4.	G 12.
C 10.	P 2.	H 6.
D 60.	Q 6.	K 36.
E 15.	R 4.	L 9.
	M 3.	

SOit A le nombre pensé, qui multiplié par N, faſſe B. qui diuiſé par P; donne C. qui multiplié par Q. produiſe D. qui diuiſe par R. faſſe E. & prens d'vn autre coſté le nombre F. qui multiplié auſſi par N. faſſe G. qui diuiſé par P. donne H. qui multiplié par Q produiſe K. qui diuiſé par R. faſſe L. Alors diuiſant E par le nombre penſé A. ſoit le quotient M. Ie dis que le meſme quotient M. prouiendra diuiſant L par F. Car puiſque le meſme N. multipliant les deux A. F. produit B. & G. il y a telle proportion de B à G. que de A. à F. & parce que le meſme P. diuiſant les deux B. G, produit C, & H. il y a meſme proportion de C à H; que de B. à G; & par conſequent la meſme que de A. à F. ſemblablement par meſme raiſon il y a meſme proportion de D à K, que de C à H; & par conſequent la meſme que de A à F. & finalement il y a meſme proportion de E à L. quede D à K, c'eſt à ſçauoir que de A. à F Doncques par la proportion alterne, il y a telle proportion de E à A, que de L à F. Partant diuiſant E par A, & L par F, il prouiendra le meſme quotient par la 14. propoſition Cela preuué le reſte de la regle eſt euident. Car cognoiſſant le quotient M, ſi tu y fais adiouſter le nombre penſé A; il eſt certain que de la ſomme oſtant le quotient M. cognu, le reſte ſera A. Doncques

ques nous auons bien monſtré à deuiner le nombre penſé. Ce qu'il falloit faire.

ADVERTISSEMENT.

On peut changer infiniment la practique de ce Probleme, d'autant qu'on peut faire multiplier & diuiſer par diuers nombres tels que l'on veut, & n'importe que l'on faſſe multiplier, puis diuiſer alternatiuement, ou que l'on faſſe multiplier deux ou trois fois de ſuite, puis diuiſer ſemblablement. L'on peut auſſi ayant cognu le dernier quotient vſer de ſoubſtraction, au lieu d'addition, ſi le nombre penſé ſe treuue moindre qu'iceluy quotient. Comme en l'exemple donné en la demonſtration ſi l'on ſe fut arreſté apres auoir multiplié par 6. le dernier nombre, d'vn coſté eut eſté 60. de l'autre 36. Partant faiſant diuiſer 60. par le nombre penſé 5. le quotient eſt 12. qui te viendra pareillement diuiſant 36. par le nombre 3. pris du commencement. Partant ſi du quotient 12. tu fais ſoubſtraire le nombre penſé, demandant combien il reſte, on te reſpondra qu'il reſte 7. Donc il eſt certain que ſi tu ſoubſtrais 7. du quotient cogneu 12. le reſte 5. eſt le nombre penſé. L'on peut auſſi à ce dernier quotient cogneu faire adiouſter, ou ſoubſtraire d'iceluy non tout le nombre penſé, mais quelque partie d'iceluy, comme la moitié, le tiers, le quart, ou quelque autre. Car cognoiſſant la partie d'vn nombre, il n'eſt pas malaiſé de cognoiſtre tout le nombre.

PROBLEME SIXIESME.

Faire encor le meſme d'vne autre façon.

CEſte façon eſt la plus difficile à practiquer de toutes, & la demonſtration en eſt aſſez cachee. Prens deux, ou trois, ou pluſieurs nombres premiers entre eux, de telle ſorte que chacun d'iceux ſoit premier à chaſcun des autres, comme ſont ces trois 3.4.5. & cherche le moindre nombre qui eſt meſuré par iceux, qui en l'exemple donné eſt 60. Lors dis à celuy qui doit penſer le nombre, qu'il en pẽſe quelqu'vn qui ne paſſe point 60. & mets peine de treuuer vn nombre qui eſtant meſuré par 3. & 4. ſurpaſſe de l'vnité quelque multiple de 5. quel eſt 36. ſemblablement treuue vn nombre qui eſtant meſuré par 3. & 5. ſurpaſſe de l'vnité quelque multiple de 4. quel eſt 45. finalement cherche vn nombre qui eſtant meſuré par 4. & 5. ſurpaſſe de l'vnité quelque multiple de 3. quel eſt 40. Ayant ces trois nombres, fais oſter 3. tant de fois qu'on pourra du nombre penſé, & qu'on te die ce qui reſte, & pour autant d'vnitez qu'il reſtera prens autant de fois 40. Semblablement fais oſter 4. tant qu'on

pourra

pourra du nombre pensé, & demandant le reste, pour chasque vnité restante retien 45. finalement fais aussi oster tous les 5. du nombre pensé, & pour chasque vnité qui restera, retien 36. Puis adiouste ensemble tous les nombres que tu as retenu, & si la somme est moindre que 60. elle sera esgale au nombre pensé, mais si elle passe 60. ostant d'icelle 60. tant de fois que tu pourras, le reste sera le nombre pensé.

Par exemple qu'on ait songé 19. en ostant tous le 3. d'iceluy reste 1. pour lequel tu retiendras vne fois 40. en ostant tous les 4. reste 3. partant tu retiendras 3 fois 45. à sçauoir 135. en ostant tous les 5. reste 4. partant tu retiendras 4. fois 36. à sçauoir 144. Or adiouste ensemble 40. 135. & 144. la somme sera 319. d'où si tu ostes 60. tant de fois qu'on le peut oster, il restera 19. le nombre pensé. Que si ostant tous les 3. tous les 4. & tous les 5. il ne restoit iamais rien, le nombre pensé seroit infalliblement 60.

DEMONSTRATION.

A 3.	B 4.	C 5. D 60.
E 36.	F 45.	G 40. H 59.
K 2.	L 3.	M 4.
N 80.	O 135.	P 144.
Q 359.		

SOient les nombres A B C, dont chascũ soit premier à chascun des autres, & le moindre nombre qu'ils mesurent soit D. En apres qu'on trouue par la 20. de ce liure, le nombre E multiple de A & de B, surpassant de l'vnité vn multiple de C. Qu'on trouue semblablement le nombre F multiple de A & de C, surpassant de l'vnité, vn

A 3. B 4. C 5. D 60.
E 36. F 45. G 40. H 59.
K 2. L 3. M 4.
N 80. O 135. P 144.
Q 359.

multiple de B. Et qu'on trouue encor le nombre G multiple de B & de C, surpassant de l'vnité vn multiple de A. Alors le nombre pensé soit H moindre que D. & qu'on oste A de H tant de fois qu'il se peut faire, & soit le reste k, lequel multipliant G, face N. Qu'on oste aussi B de H taut de fois qu'on pourra, & soit le reste L. lequel multipliant F, face O. Qu'on oste de mesme C de H tant de fois qu'on peut, & soit le reste M, lequel multipliant E, face P. Et la somme des nombres N O P, soit Q. Ie dis que Q est esgal au nombre pensé H, ou bien que si de Q on oste D tant de fois que faire se peut, le reste est esgal audit nombre pensé H. Car puisque A & B mesurent E, ils mesurent aussi P, qui est multiple de E, & par mesme raison A & C mesurent O, & B & C mesurent N. Partant A mesure O & P. Or parce que G surpasse de l'vnité vn multiple de A, le produit de la multiplication de G par K, à sçauoir N, surpasse vn multiple de A, du nombre k, comme il appert par la construction de la 21. de ce liure. C'est pourquoy si N l'on adiouste O & P, qui sont multiples de A, la somme Q surpassera aussi du nombre K, vn multiple de A, d'où s'ensuit que si de Q on oste A, tant de fois que faire se peut, le reste sera k. Par vn semblable argument on prouuera, que si de Q, on oste B tant de fois que faire se peut, il restera L, & que si du mesme Q, on oste C tant de fois que faire se peut, le reste sera M. Doncques ostant chascun des trois nombres A B C, du

nombre

nombre Q, il reste les mesmes nombres K L M, qui restent ostant les mesmes trois nombres A B C, du nombre pensé H. Partant si Q est moindre que D, comme nous auons aussi supposé que H soit moindre que le mesme D, il est euident que Q est esgal à H. par la 24. de ce liure. Mais si Q est plus grand que D, il est certain que ledit Q, est composé d'vn multiple de D, & du nombre H, par la 25. de ce liure. Doncques si de Q. l'on oste D tant de fois que faire se peut, le reste sera infalliblement esgal à H. Ce qu'il falloit demonstrer. On ne peut pas soustenir que Q peut estre esgal à D. Car si cela estoit, les nombres A B C mesureroient ledit Q, ce qui est impossible, attendu que nous auons demonstré, qu'ostant de Q. lesdits A B C, tant de fois que faire se peut, restent les nombres K L M.

ADVERTISSEMENT.

Ceste façon de deuiner le nombre pensé a esté touchée par Forcadel en ses annotations sur l'Arithmetique de Gemme Frise, & par Guillaume Gosselin en la premiere partie de sa traduction de l'Aritmethique de Nicolas Tartaglia, & en ces lieux l'vn & l'autre se vantent d'en donner la demonstration, bien que ny l'vn ny l'autre n'en approche pas.

Quant à Forcadel il appert assez qu'il n'a point compris la cause vniuerselle de ce Probleme. Car il ne parle que de deux nombres premiers entre eux, & encore veut-il que l'vn surpasse l'autre de l'vnité. Et ce qui est le pis ils ne demonstre pas bien ceste particuliere facon de faire. Or est-il qu'on peut prendre deux, trois,

quatre, ou plusieurs nombres premiers entre eux, de la façon que nous auons dit, & parfaire tousiours le Probleme, & quand on n'en prendroit que deux, il n'est point necessaire que l'vn surpasse l'autre de l'vnité seulement. Car prenons par exemple 5. & 9. Alors on pourra penser quelque nombre qui ne surpasse point 45. (d'autant que 45. est le moindre nombre mesuré par 5. & 9.) & pour chasque vnité restante apres qu'on aura osté tous les 5. ie retiendray autant de fois 36. (car 36. est mesuré par 9. & surpasse de l'vnité vn multiple de 5.) semblablement pour chasque vnité restante apres auoir osté tous les 9. ie retiendray 10. (car 10. est mesuré par 5. & surpasse 9. de l'vnité) soit donc, par exemple, le nombre pensé 21. en ostant d'iceluy tous les 5. reste 1. Partant ie retiens 36. En ostant tous les 9. reste 3. Partant ie retien 3. fois 10. à sçauoir 30. Puis i'adiouste 36. & 30. dont la somme est 66. d'où i'oste 45. & reste 21. le nombre pensé.

Quant à Gosselin il à bien proposé la façon de ce Probleme plus generalement, mais il n'a fait que semblant de le vouloir demonstrer, car en effect il ne demonstre rien.

Moy aussi en la premiere impression de ce liure, ie ne donnay pas la demonstration de ce Probleme, à cause que ie ne voulus pas le grossir des douze propositions, que i'ay esté contraint d'y adiouster, presque pour ce seul subiect, & que ie pensois de publier au premier iour mes Elemens Arithmetiques, dont i'ay tiré lesdictes propositions. Mais considerant qu'estant diuerti par plusieurs autres occupations, ie ne pouuois pas si tost faire imprimer mesdits elemens, & voulant contenter le Libraire, qui me sollicitoit de mettre derechef ce liure sous la presse, & me prioit de le corriger & augmenter

augmenter : ie me suis resolu d'y mettre la derniere main, & de ne tenir plus le lecteur en attente, pour ce qui concerne ce probleme, & quelques vnes des subtilitez adioustees à la fin de ce liure, qui dependent aussi des mesmes propositions, desquelles despend la demonstration precedente.

Or encor qu'il me semble que ma demonstration soit assez accomplie, si veux-ie encor esclaircir deux points, ou le lecteur pourroit trouuer de la difficulté. Le premier est, que requerant en ce probleme, qu'on prenne plusieurs nombres premiers entre eux, tellement que chascun d'eux soit premier à chascun des autres, ie n'ay point enseigné le moyen de treuuer des nombres de telle nature. Le second, que ie n'ay point demonstré, qu'il soit necessaire de se seruir de nombres, qui ayent ceste proprieté.

Pour le premier point il est aisé d'y satisfaire. Car premierement pour auoir deux nombres premiers entre eux, on peut en prendre deux differens de l'vnité, car si tels nombres auoyent quelque commune mesure autre que l'vnité, on preuueroit que quelque nombre mesurant le plus grand, & mesurant le moindre osté du plus grand, mesureroit aussi l'vnité restante, ce qui est impossible. En apres si l'on ioinct ensemble deux nombres premiers entre eux, leur somme sera nombre premier à chascun d'iceux par la 30. du 7. Partant voylà vn moyen certain d'en auoir trois tels que nous desirons. De plus pour en auoir tant que l'on voudra, il ne faut que prendre autant de nombres qui soyent premiers de leur nature, tels qu'Euclide les definit en la 12. definition du 7. Et qu'on en puisse treuuer tant que l'on desirera, le mesme Autheur le demonstre en la 20. du 9.

Maintenant qu'il soit necessaire que les nombres

que nous choisissons pour faire oster du nombre pensé, soyent premiers entre eux, delle sorte, que chascun d'iceux soit premier à chascun des autres, ie le demonstre en ceste façon. Qu'on ait choisi les trois. A. B. C. & que quelqu'un vueille dire que les deux A. C. peuuent estre communiquans ou composez entre eux. Ie dis que cela supposé, le probleme ne se peut parfaire en la façon cy dessus exposée; car on ne pourra iamais treuuer vn nombre, qui mesuré par les deux A. B. surpasse d'vne vnité seule le restant C. ou quelque sien multiple, ny vn qui mesuré par les deux B, C, surpasse d'vne vnité le restant A. ou son multiple; ce qui toutesfois seroit necessaire comme il appert. Que si les deux A. C, sont composez entre eux, soit le nombre D. leur commune mesure, & qu'on donne s'il est possible le nombre E G, mesuré par les deux A. B. & surpassant de l'vnité F G. le nombre E F, esgal à C, ou son multiple. Alors puisque A. mesure E G, le nombre D mesurant A, mesurera aussi le mesme E G. & puisque C, mesure E F. le nombre D, mesurant C, mesurera aussi le mesme E F. Partant le mesme D, mesurant tout E G, & le nombre osté E F. mesurera encor l'vnité restante F G. Ce qui est impossible. La mesme absurdité s'ensuiura, si l'on pense donner vn nombre mesuré par B C; qui surpasse A ou son multiple de l'vnité. Doncques nostre intention est suffisamment preuuée.

D 2.
A 4. B 5. C 6.
E——— F G

Et parce que la façon que i'ay donnee en la proposition 20. de treuuer vn multiple de plusieurs nombres premiers entre eux, excepté d'vn, qui surpasse de l'vnité, vn multiple de celuy qui est excepté, est vn peu difficile, & ne se peut pas practiquer aisement, que par

par ceux qui sçauent bien manier les nombres, i'en veux donner vn autre moyen, qui n'est pas tant scientifique, à cause qu'on y procede vn peu à tastons: mais qui sera peut estre plus facile à practiquer, à ceux qui ne sont pas bien entendus en l'Arithmetique. Soient proposez les trois nombres 3. 4. 5. & qu'il en faille trouuer vn mesuré par 4. & 5. & surpassant 3. ou quelque sien multiple de l'vnité; Prens premierement le moindre mesuré par 4. & 5. qui est celuy qui se fait, les multipliant l'vn par l'autre, à sçauoir 20. par la premiere partie de la demonstration de la 36. du 7. Et s'il ne satisfait à ce que tu veux, il te le conuient doubler tripler, quadrupler, & touſiours ainsi multiplier, iusques à ce que tu ayes rencontré celuy que tu desires, comme en l'exemple donné, le double de 20. à sçauoir 40. est le nombre que tu cherches; car il est mesuré par 4. & par 5. & surpasse de l'vnité 39. multiple de 3. semblablement si tu veux vn nombre mesuré par 3. & 5. qui surpasse d'vne vnité vn multiple de 4. Pren le moindre mesuré par 3. & 5. qui est 15. & puis qu'il ne satisfaict pas à ce qu'on desire, pren son double qui est 30. Lequel n'estant pas encore à propos, pren le triple, à sçauoir 45. qui est le nombre que tu cherches. De mesme pour auoir vn nombre mesuré par 3. & 4. qui surpasse de l'vnité vn multiple de 5. pren le moindre mesuré par 3. & 4. à sçauoir 12. qui n'estant pas tel que tu veux, ny moins son double 24. tu prendras son triple 36. qui fait l'effect que tu desires. Or ayant vne fois trouué ces nombres, tu pourras, si tu veux, en trouuer infinis autres de mesme; car il ne faut qu'adiouster aux nombres desia trouuez le moindre qui est mesuré par tous les nombres premiers que tu as choisis, comme si à 40. 45. 36. tu adiouſtes 60. tu auras trois autres nombres fuisans le mesme effect, à sçauoir 100.

105. 96. *Ausquels si tu adiouſtes encor* 60. *tu en auras trois autres, & ainsi tant que tu voudras. Et bien qu'il n'importe desquels tu te serues, quant à la certaineté de la regle, toutesfois il importe beaucoup quand à la facilité; car si tu choisis les moindres, la practique en sera bien plus aisée.*

Reste à dire quelque chose du nombre que l'on prescrit pour borne à celuy qui songe le nombre, à fin qu'il n'en pense point vn plus grand, qui est le mesme nombre qu'on soubstrait à la fin de la somme des nombres retenus. Or ce nombre là est le moindre qui est mesuré par tous les nombres premiers choisis, qui est 60. *en l'exemple donné. Et si l'on auoit choisi* 2.3.5. *Ce nombre là seroit* 30. *Et si l'on auoit choisi* 3.5.7. *ce nombre là seroit* 105. *Maintenant pour trouuer le moindre nombre mesuré par tant de nombres qu'on voudra, Euclide en a donné regle generale en la* 38. *du* 7. *Car ce qu'il demonstre de trois nombres donnez, se peut estendre à toute multitude de nombres. Toutesfois estant proposez des nombres tels que nous auons declaré, à sçauoir, premiers entre eux d'vne telle sorte, que chascun d'eux soit premier à chascun des autres, on peut donner pour ce subiect vne regle particuliere bien aisée, qui est tirée de ladicte* 38. *du* 7. *y appliquant la premiere partie de la demonstration de la* 36. *Car il ne faut que multiplier ensemble les nombres donnez. Comme si c'estoyent* 3. 4. 5. *multipliant* 3. *par* 4. *vient* 12. *qui multiplie par* 5. *fait* 60. *Ainsi si les nombres proposez estoyent* 3. 5. 7. *multipliant* 3. *par* 5. *vient* 15. *qui multiplie par* 7. *faict* 105.

Finalement i'aduertis lecteur que ce probleme se peut parfaire tout de mesme si l'on faisoit oster, quatre, cinq, six, ou plusieurs nombres premiers entre eux en la maniere exposée, & pour le faire toucher au doigt,

i'en veux donner vn exemple en quatre nombres. Soient les quatres nombres choisis. 2. 3. 5. 7. *Alors le nombre duquel il ne faudra pas en penser vn plus grand sera* 210. *qui est celuy qui se fait multipliant ensemble tous les quatre nombres choisis ; & pour chasque vnité qui restera ostant tous les* 2. *il faudra retenir* 105. *Pour chasque vnité restante, ostant tous les* 3. *il faudra retenir* 70. *Pour chasque vnité restante ostant tous les* 5. *il faudra retenir* 126. *& pour chasque vnité restante, tous les* 7 *ostez, il faudra retenir* 120. *Puis adioustant ensemble les nombres retenus, leur somme sera esgale au nombre pensé, sinon qu'elle surpasse* 210. *Car alors il faudra oster* 210. *d'icelle somme tant de fois qu'on pourra, & le reste sera le nombre pensé.*

PROBLEME SEPTIESME.

Deuiner plusieurs nombres que quelqu'vn aura pensez.

QVELQV'VN ait songé plusieurs nombres, & premierement que la multitude d'iceux soit vn nombre impair, c'est à sçauoir qu'il en ait songé trois ou cinq ou sept & cetera. Dis luy qu'il te declare la somme du premier & du se

du second ioints ensemble, puis la somme du second & du troisiesme, puis celle du troisiesme & quatriesme, puis celle du quatriesme & cinquiesme, & ainsi tousiours la somme des deux prochains, & finalement la somme dú dernier & du premier. Alors prenant toutes ces sommes en mesme ordre qu'elles t'auront esté données, adiouste ensemble toutes celles qui se treuueront ez lieux impairs, à sçauoir la premiere, troisiesme, cinquiesme & cet. semblablement adiouste ensemble, toutes celles qui se treuueront és lieux pairs à sçauoir la seconde, quatriesme, sixiesme & cet. & soustray la somme de celles cy, de la somme de celles là, le reste sera le double du premier nombre pensé. Comme s'il auoit songé 2. 3. 4. 5. 6. Toutes les sommes des deux prochains, auec celle du dernier & premier seroyent 5. 7. 9. 11. 8. Desquelles si tu prens celles qui sont és lieux impairs à sçauoir 5. 9. 8. leur somme sera 22. & si tu prens celles qui sont és lieux pairs à sçauoir 7. & 11. leur somme sera 18. qui ostée de 22. reste 4. dont la moitié 2. est le premier nombre pensé. Or vn des nombres pensez estant treuué, tu auras aisement tous les autres, d'autant que tu connois les sommes qu'ils font estants pris deux à deux; Que si la multitude des nombres pensez est vn nombre pair, fay toy comme au parauant declarer la somme d'iceux pris deux, à deux, mais à la fin ne demande pas la somme du dernier & du premier, ains celle du dernier & du second; en apres adiouste ensemble toutes les sommes des lieux impairs, excepté la premiere, & d'autre costé adiouste ensemble toutes les sommes des

lieux pairs, & de la somme de celles cy, soustray la somme de celles là, le reste sera le double du second nombre pensé. Comme si l'on auoit pensé ces six nombrs 2. 3. 4. 5. 6. 7. Les sommes d'iceux pris deux à deux, auec la somme du dernier & second, seroient 5. 7. 9. 11. 13. 10. Mais celles des lieux impairs excepté la premiere sont 9. & 13. qui jointes ensemble font 22. Celles des lieux pairs sont 7. 11. 10. qui ensemble font 28. d'où si tu soustrais 22. le reste 6. sera le double du second nombre pensé, à sçauoir de 3.

DEMONSTRATION.

A 2.	B 3.	C 4.	D 5.	E 6.
F 5.	G 7.	H 9.	K 11	L 8.

SOyent les nombres pensez A. B. C. D. E. dont la multitude est nombre impair, & la somme du premier & second soit F, celle du second & troisiesme soit G; celle du troisiesme & quatriesme soit H, celle du quatriesme & cinquiesme soit K, & celle du cinquiesme & premier soit L. Maintenant considerons celles qui sont és lieux pairs, à scauoir G. & K. Il est euident que G contient vne partie de F (à scauoir B) & vne partie de H (à scauoir C) semblablement K contient vne partie de H (à scauoir D) & vne partie de L. (à scauoir E) doncques G. K. ensemble contiennent tout ce qui est contenu en H, & de plus partie des sommes. F. L. premiere & derniere. Tout de mesme s'il y auoit d'auantage de sommes, nous preuuerions tousiours que celles des

lieux

A	2.	B	3.	C	4.	D	5.	E	6.
F	5.	G	7.	H	9.	K	11.	L	8.

lieux pairs contiennent precisément tout ce qui est contenu en celles des lieux impairs interposees, & de plus partie des extremes. Or il appert qu'il reste en F, le nombre A, qui n'est point contenu en G, & qu'il reste en L; le mesme A; qui n'est point contenu en K. Partant les sommes F. H. L, surpassent iustement les sommes G. K. du nombre A. pris deux fois. Ce qu'il falloit preuuer.

A	2.	B	3.	C	4.	D	5.	E	6.	M	7.
F	5.	G	7,	H	9.	K	11.	L	13.	N	10.

SOient maintenant les nombres pensez A. B. C. D. E. M. dont la multitude est nombre pair, & la somme du premier & second soit F. celle du second & troisiesme, soit G. celle du troisiesme & quatriesme, soit H; celle du quatriesme & cinquiesme soit K, celle du cinquiesme & sixiesme, soit L. & finalement celle du sixiesme & second soit N. Il est certain, si nous separons le nombre A, des nombres B. C. D. E. M. que des restans, la multitude sera nombre impair, & si nous ostons aussi la somme F, d'auec les autres, les restantes à scauoir G. H. K. L. N. seront iustement les sommes des nombres B. C. D. E. M. pris comme cy dessus. Partant par ce qui a esté desi-ja demonstré les sommes G. K. N. ensemble, surpasseront

les

les sommes H. L, du double du nombre B. Ce qu'il falloit preuuer.

Il appert donc que ceste façon de faire reuient à la premiere, s'imaginant que le premier des nombres pensez, soit osté, & ostant semblablement la premiere somme. On ne laisse pourtant de deuiner ledit premier nombre, d'autant que cognoissant le second B; si on le soubstrait de la somme F, le reste sera necessairement le premier nombre A, & de la mesme sorte on treuue tous les autres, car ostant B cognu de la somme G, le reste est C, & ostant C. de la somme H, il reste D, & ainsi des autres. Partant nous auons suffisamment enseigné à deuiner tous les nombres pensez. Ce qu'il falloit faire.

ADVERTISSEMENT.

Ceste façon de parfaire ce probleme auec sa demonstration, ie la tiens du R. Pere Iean Chastelier de la Compagnie de Iesus, homme certes tres-expert en toute sorte de Science.

Il est bien vray qu'on pourroit faire le mesme en plusieurs autres façons. Premierement par la regle de deux fausses positions, ou par l'Algebre comme ie laisse iuger à ceux qui sont capables d'en faire experience.

Secondement en vne autre sorte tres-facile, qui est telle. Ioints ensemble toutes les sommes donnees, & prens la moitié de cela, ce sera la somme de tous les nombres pensez, si la multitude d'iceux est nombre impair. Que si la multitude des nombres pensez est nombre pair, laisse la premiere somme, & ioints ensemble toutes les autres, & prens la moitié de cela; Ce

sera aussi la somme de tous les nombres pensez excepté le premier. Or sçachant la somme de tous les nombres pensez il est aisé de les deuiner tous. Car soyent les nombres pensez tels que cy deuant 2. 3. 4. 5. 6. *les sommes seront aussi* 5. 7. 9. 11. 8. *lesquelles ioinctes ensemble font* 40. *dont la moitié* 20. *est la somme iuste de tous les nombres pensez, ce qui est euident, car és sommes* 5. 7. 9. 11. 8. *il appert que chascun des nombres pensez est contenu deux fois. Partant si tu veux deuiner le premier nombre, puisque tu sçais que le second & troisiesme font* 7. *& que le quatriesme & cinquiesme font* 11. *ostant* 7. *&* 11 (*à sçauoir* 18) *de la somme de tous (à sçauoir de* 20) *il faut necessairement que le reste* 2. *soit le premier nombre: & de la mesme façon tu trouueras tous les autres; ou bien te seruant de celuy que tu auras ainsi treué, tu trouueras les autres par son moyen comme auparauant. Que si la multitude des nombres est nombre pair, tu useras de semblable artifice laissant la premiere somme, & la cause en est euidente par la demonstration donnee.*

Troisiesment on peut proceder à la solution de ce probleme d'vne façon bien differente, qui est telle; si quelcun à pensé trois nombres, fais-toy declarer la somme d'iceux pris deux à deux, comme il a esté dit. Mais s'il en à pensé quatre, fais toy manifester la somme d'iceux pris trois à trois, en tant de façons qu'on les y peut prendre, & s'il en a pensé cinq, fais-les ioindre quatre à quatre, s'il en a pensé six, fais-les ioindre cinq à cinq & ainsi des autres. Alors pour deuiner les nombres pensez tien ceste regle generale. Adiouste ensemble toutes les sommes qui te seront manifestees, & diuise la somme d'icelles par vn nombre moindre d'vne vnitè que celuy qui exprime la multitude des nombres pensez. Le quotient sera la somme iuste des nombres

pensez, laquelle estant cognue, c'est chose trop aisee de trouuer tous lesdits nombres l'vn apres l'autre. Par exemple qu'on ait songé ces quatre nombres 3. 5. 6. 8. La somme du premier, second & troisiesme, fait 14.

La somme du second, troisiesme, quatriesme fait 19. La somme du troisiesme, quatriesme, premier fait 17. La somme du quatriesme, premier & second fait 16. Ioints ensemble toutes ces sommes, tu auras 66. lequel si tu diuises par 3 (qui est vn moins que 4. exprimant la multitude des nombres pensez) tu auras 22. qui est la somme iuste des nombres pensez. Partant si tu ostes de 22. les sommes 14. 19. 17. 16. l'vne apres l'autre, tu trouueras tous les nombres pensez l'vn apres l'autre.

Ceste regle a esté touchee par plusieurs, mais elle est particulierement bien expliquee par Xilandre sur la 16. proposition du premier liure de Diophante. La demonstration en est bien facile, car trois nombres se peuuent ioindre deux à deux en trois façons, mais chascun d'iceux ne sera pris que deux fois, d'autant qu'on en laisse tousiours vn. Et quatre nombres se peuuent ioindre trois à trois en quatre façons, mais chacun d'iceux ne sera pris que trois fois pour la mesme raison. Ainsi cinq nombres se peuuent accoupler quatre à quatre en cinq sortes, mais chascun d'iceux ne sera pris que quatre fois, & ainsi des autres. Dont on peut facilement comprendre la cause de ceste regle.

Quant à ce qu'en la façon inuentee par le P. Chastelier (ce qui se doit aussi entendre de la premiere & seconde dont i'ay parlé en cet aduertissement) si la multitude des nombres pensez est nombre pair, il faut ioindre le dernier auec le second, non pas auec le premier; qui en voudroit sçauoir la raison, Ie dis que cela est expedient, pour ce que qui ioindroit le dernier auec

le premier, le probleme pourroit receuoir plusieurs solutions, voire infinies si l'on admet les fractions, par ainst l'on ne pourroit pas certainement deuiner les nombres pensez, puisque plusieurs autres ioints de mesme façon pourroyent faire les mesmes sommes. Par exemple quand on auroit pensé 3. 5. 6. 8. si l'on prend la somme du premier & second, qui est 8. celle du second & troisiesme, qui est 11. celle du troisiesme & quatriesme, qui est 14. & celle du quatriesme & premier, qui est 11. L'on ne sçauroit par la deuiner certainement les nombres pensez, car soit que l'on choisisse ces quatre 1. 7. 4. 10. ou bien ces autres 2. 6. 5. 9. ou encor ces autres 4. 4. 7. 7. & encor plusieurs autres, voire infinis admettant les fractions, on trouuera tousiours les mesmes sommes en les prenant deux à deux.

Et en effect, si tu penses te seruir en ce cas de la regle donnee, tu la trouueras du tout inutile, car toutes les sommes des lieux impairs iointes ensemble, feront le mesme nombre que les sommes des lieux pairs, comme en l'exemple donné 8 & 14 font le mesme, que 11. & 11. à sçauoir 22. Que si tu veux recourir à la regle de faux, où tu soudras la question du premier abord, posant quelqu'vn des nombres infinis qui la peuuent soudre, ou autrement tu n'en viendras iamais à bout. Quant à la seconde regle que i'ay donnee en cet aduertissement, tu trouueras aussi qu'elle ne s'y peut appliquer.

Mais certes il n'y a rien qui descouure mieux le secret, que l'operation de l'Algebre, car apres auoir discouru parfaictement sur le probleme proposé, & poursuiuy toutes les parties d'iceluy, venant à l'equation, tu ne trouueras iamais qu'vn mesme nombre esgal à soymesme, comme en l'exemple donné tu trouueras 11. esgal à 11. Qui est vn signe infallible que la question

reçoit

reçoit infinies solutions, comme à tresbien remarqué Pierre Nugnez au 6. chapitre de la premiere partie de son Algebre, & qu'alors elle est solue infiniment comme parle Diophante. Or pour dire ce qui se peut sur toutes semblables questions, il se faudroit seruir d'vne mienne inuention, par laquelle i'enseigne le moyen en tel cas de treuuer vn nombre au dessus, ou bien au dessous duquel, tout nombre pris pour valeur de la racine, peut soudre la question proposée, ou vrayement quelquesfois treuuer deux nombres, entre lesquels tout autre estant pris pour valeur de la racine, on satisfait à la question. Comme en l'exemple proposé, on peut mettre pour le premier nombre pensé tout nombre moindre que 8. & si l'on auoit proposé vne telle question. Treuuer six nombres tel que la somme du premier & second soit 14. celle du secõd & troisiesme, soit 9. celle du troisiesme & quatriesme, soit 2. celle du quatriesme & cinquiesme, soit 18. celle du cinquiesme & sixiesme, soit 10. & celle du sixiesme & premier soit 9. Ie treuueray par mon inuention que ceste question n'a qu'vne solution en nombres entiers, lesquels sont 6. 8. 1. 1. 7. 3. Mais si l'on admet les fractions elle en a infinies; Car tout nombre qu'on mette pour le premier, qui soit plus grand que 5. & moindre que 7. la solution sera tres-bonne. Or il est euident que par le moyen des fractions, entre 5. & 7. on peut prendre infinis nombres, mais il n'y a que 6. d'entier.

Pour contenter aucunement le lecteur studieux, i'expliqueray briefuement ceste mienne inuention à la fin de ce liure, aux subtilitez des nõbres qui suiuront les problemes, le renuoyant pour en estre instruit plus amplement, à mes commentaires sur la question 41. du 4. liure de Diophante.

PROBLEME HVICTIESME.

Deuiner vn nombre que quelqu'vn aura en l'imagination sans luy rien demander.

IMAIS penser vn nombre à quelqu'vn, & dis luy qu'il le multiplie par quel noimbre que tu voudras, & au produit fais adiouster vn certain nombre, tel qu'il te plaira, & fais aussi diuiser ceste somme par quel nombre qu'il te viendra en fantasie. Alors diuise aussi à part toy le nombre par qui tu as fait multiplier, par celuy par qui tu as fait diuiser, & autant d'vnitez, ou parties d'vnité qu'il y aura en ce quotient, autant de fois fais oster le nombre pensé du quotient qui est prouenu à celuy qui a songé le nombre, puis tu deuineras aiséement ce qui luy reste, sans luy rien demander. Car ce reste sera tousiours le quotient qui prouient diuisant le nombre que tu as fait adiouster apres la multiplication, par celuy qui a seruy de diuiseur. Par exemple quelqu'vn ait pensé 6. fais-le multiplier par 4. viendra 24. à cela fais adiouster 15. la somme sera 39. fais-la diuiser par 3. le quotient sera 13. Or diuisant

sant le multiplicateur 4. par le diuiseur 3. il te prouient 1 $\frac{1}{3}$. Doncques fais oster du quotient 13. le nombre pensé vne fois, & encor le tiers d'iceluy à sçauoir 6. & encor 2. qui sont 8. restera 5. qui est le nombre qui te prouiendra diuisant le nombre adiousté 15. par le diuiseur 3 semblablement s'il auoit songé 8. fais-le multiplier par 6. viendra 48. fais y adiouster 12. viendra 60. fais-le diuiser par 4. viendra 15. & pource que diuisant le multiplicateur par le diuiseur prouient 1 $\frac{1}{2}$. fais oster de 15. vne fois & demy le nombre pensé, à sçauoir 8 & 4 qui sont 12. Tu deuineras que le reste est 3. qui prouient diuisant le nombre adiousté 12. par le diuiseur 4.

DEMONSTRATION.

A 6.	B 24.	E 8.
H 4.	C 15.	F 5.
K 3.	D 39.	G 13.
	L 1 $\frac{1}{2}$.	

SOit A. le nombre pensé, qui multiplié par H fasse B, auquel adioustant C. prouiene D. & diuisant D. par K. soit le quotient G. & semblablement diuisant les nombres B & C, par le mesme K; soyent les quotiens E F. & diuisant encor H, par k. soit le quotient L. Or puisque B. & C. ensemble sont esgaux à D, il est certain que les quotiens E F ensemble sont esgaux au quotient G. & puisque A multiplié par H. produit B; qui diuisé par k, donne le quotient E; il y a telle proportion de A à E. que de k à H. par la 1. propost. Partant par l'Aduertissemẽt de la 14. propo. il se produira le mesme quotient, soit qu'on diuise E par A, soit qu'on diuise H. par k; mais diuisant H par k, le

A 6.	B 24.	E 8.
H 4.	C 15.	F 5.
K 3.	D 39.	G 13.
	L 1 1/1.	

quot ient est L.. par la construction, doncques le mesme L. prouiendra diuisant E par A. & par consequent multipliant A par L, le produit sera E. Partant puis que la reigle donnée ordonne que du quotient G. on face oster A, autant de fois, & autant de parties d'icelluy, qu'il se treuue en L d'vnitez, & de parties d'vnité, il est éuident que cela est tout le mesme que faire oster du mesme G. le nombre E. Or nous auons monstré que E & F ensemble sont esgaux à G. Doncques ostant E de G. le reste sera F, qui te sera infailliblement cogneu, d'autant que C. est le nombre certain que tu as fait adjouster apres la multiplication, qui diuisé par K. donne le quotient F. Par consequent la reigle est bonne & suffisamment demonstree.

ADVERTISSEMENT.

Ce ieu coustumierement se pratique par plusieurs d'vne façon trop particuliere. Car ils font tousiours doubler le nombre pensé, puis adjouster à cela vn nombre pair tel qu'ils veulent, puis partir cette somme par 2. & du quotient font oster le nombre pensé vne fois, & finalement deuinent que le reste c'est la moitié du nombre pair qu'ils ont fait adjouster. Mais la reigle generale que i'ay donnée est beaucoup plus belle, & plus subtile, & ce probleme ainsi pratiqué bien qu'il soit aisé à celuy qui est expert à bien manier les nombres, semble neantmoins admirable aux autres, & l'artifice d'icelluy ne peut estre facilement descouuert, encor est-il euident que la façon commune sus alleguée reuient à la mienne & n'est que comme vn eschantillon d'icelle. Car puis que le multiplicateur & le diuiseur n'est que le mesme

2. *dini*

2. diuisant l'vn par l'autre, il prouient 1. dont il appert que du dernier quotient il ne faut faire oster qu'vne fois le nombre pensé, & le reste sera infalliblement la moitié du nombre adiousté, à cause que le diuiseur est 2.

Que si l'on m'obiecte qu'on ne peut aisément practiquer ce Probleme si generalement que i'ay monstré, si l'on n'est bien versé en l'Aritmethique, à cause que le plus souuent il y interuient des fractions, dont tout le monde ne se sçait pas bien escrimer. Ie respons premierement que ie n'escrits pas principalement pour ceux qui sont du tout ignorans comme i'ay des-ia proteſté, & qui sont si hebetez & tardifs à comprendre les proprietez des nombres, qu'ils font trenuer Pithagore vn effronté menteur, disant que l'ame de l'homme n'est rien qu'vne nombreuse harmonie. En apres ie dis qu'on peut practiquer ce ieu en infinies façons, sans toutesfois tomber en fractions, & pour ayder les plus foibles i'en veux donner les moyens.

Prens pour multiplicateur quel nombre que tu voudras, pourueu que tu prenes pour diuiseur, ou le mesme nombre, ou vn autre qui le mesure, & que le nombre que tu fais adiouster, soit aussi mesuré par le mesme diuiseur. Comme si l'on auoit songé 7. fais le multiplier par 5. viendra 35. Et d'autant que 5. n'a point de nombre qui le mesure sinon luy mesme, tu es contraint de prendre aussi 5. pour diuiseur, & par consequent de faire adiouster vn nombre mesuré par 5. comme 10. qui adiouste à 35. fera 45. qui diuisé par 5. donne 9. duquel si tu fais oster vne fois le nombre pensé (pource que le multiplicateur diuisé par le diuiseur donne 1.) le reste sera 2. qui prouient aussi diuisant 10. par 5. Que si tu prens pour multiplicateur le nombre 6. tu pourras prendre pour diuiseur ou le mesme 6. où 3. où 2. Par exemple soit 7. le nombre pensé comme auparauant, fais le

multiplier par 6. viendra 42. & si tu veux choisir pour diuiseur 3. fais adiouster vn nombre qui ait tiers comme 15. viendra 57. qui diuisé par 3. donne 19. duquel fais oster deux fois le nombre pensé (à cause que le multiplicateur 6. diuisé par le diuiseur 3. donne 2.) restera 5. qui prouient aussi diuisant 15. par 3;

En outre si tu ne te veux point assubiectir à prendre pour multiplicateur vn nombre qui soit mesuré par le diuiseur, tu te peux exempter de cette peine en ceste sorte. Choisis premierement en toy-mesme quel diuiseur que tu voudras, & commande à celui qui songe le nombre d'en penser vn qui soit mesurè par ton diuiseur auparauant preuen, comme si tu veux faire diuiser par 3. dis luy qu'il songe quelque nõbre qui ait tiers, & si tu te proposes de faire diuiser par 4. dis luy qu'il sõge quelque nombre qui ait quart & ainsi des autres. Car alors il n'importera par quel nombre tu fasses multiplier, pourueu que tu fasses tousiours adiouster vn nombre, qui soit mesuré par ton diuiseur. La cause de tout cecy ie la laisse chercher au curieux Lecteur, elle est bien aisée à trouuer, & ne depend que du 10. 11. & 12. Axiome du 6. d'Euclide.

PRO

PROBLEME NEVFIESME.

Deux nombres estant proposez, l'vn pair & l'autre impair, deuiner de deux personnes lequel d'iceux chascune aura choisi.

SOient par exemple Pierre & Iean ausquels tu ayes proposé deux nombres l'vn pair & l'autre impair comme 10. & 9. & que chascun d'eux choisisse vn de ces nombres à t'on insçeu. Lors pour deuiner lequel chascun aura choisi. Prens aussi deux nombres l'vn pair, & l'autre impair, comme 2. & 3. & fay multiplier celuy que Pierre aura choisi, par 2. & celuy que Iean aura choisi, par 3. Apres fay joindre ensemble les deux produicts, & que la somme te soit manifestee, ou bien demande seulement si ceste somme est nombre pair ou impair, ou par quelque moyen plus secret tasche de le descouurir, comme leur commandant d'en prendre la moitié. Car sçachant cela tu viendras aisément à bout de ton attente, d'autant que si ladicte somme est nombre pair, infalliblement le nombre que tu as faict multiplier

plier

plier par ton impair (à sçauoir par 3) c'estoit le nombre pair (à sçauoir 10) Que si ladicte somme est nombre impair, le nombre que tu as fait multiplier par ton impair (à sçauoir par 3) estoit infalliblement le nombre impair (à sçauoir 9) Comme si Pierre auoit choisi 10. & Iean 9. fay multiplier par 2. celuy de Pierre, & par 3. celuy de Iean, les produits seront 20. & 27. dont la somme est 47. nombre impair, dont tu coniectures que celuy que tu as faict multiplier par 3. c'est le nombre impair, & partant, que Iean auoit choisi 9. & Pierre 10. Que si tu fais multiplier par 2. celuy de Iean, & celuy de Pierre par 3. Les deux produicts seront 18. & 30. dont la somme est 48. nombre pair, dont tu recueillis que celuy qui a esté multiplié par 3. c'est le nombre pair, & partant que Pierre a choisi 10. Iean 9.

DEMONSTRATION.

LA demonstration de cecy est tres-facile & ne despend que de la 28. & 29. du 9. car comme on peut inferer de la 21. du mesme liure, le nombre pair par quel nombre qu'il soit multiplié fait touſiours vn nombre pair, mais l'impair est bien de differente nature, car s'il est multiplié par vn pair, le produit est pair par la 28. & s'il est multiplié par vn iimpair, le produit est impair par la 29. Partant si faisant ce ieu, il se rencontre que le nombre pair soit multiplié par ton impair tous deux les produicts seront pairs, car aussi de l'autre costé vn pair sera multiplié par vn impair, & par consequent la somme sera infalliblement nombre pair par la 21. citée. Mais s'il se rencon-

tre

tre que tu faſſes multiplier le nombre impair par ton impair, on multipliera d'autre coſté le pair par le pair, & partant le premier produict ſera impair, le ſecond pair. Doncques la ſomme des deux ſera nombre impair comme a demonſtré Clauius ſur la 23. du 9.

ADVERTISSEMENT.

Ce ieu ne reçoit autre diuerſité, ſinon que l'on peut choiſir quels deux nombres que l'on veut, & faire multiplier par leſquels deux que l'on veut, pourueu que l'vn ſoit touſiours pair, l'autre impair. Il eſt vray que i'ay inuenté les deux ſuiuans à l'imitation de veſtuy-cy, qui ſeront à propos pour faire le meſme effect en differentes manieres.

PRO

PROBLEME DIXIESME.

Faire le meſme en deux nombre pairs, dont l'vn ſoit pairement pair, & l'autre pairement impair ſeulement.

QV'ils choiſiſſent par exemple l'vn 6.& l'autre 8.Prens comme auparauant deux nombres dont l'vn ſoit pair,& l'autre impair, comme 2. & 3. & fais auſſi multiplier l'vn des nombres choiſis par 2. l'autre par 3. & joindre les produits,& que la ſomme te ſoit manifeſtee,ou bien t'enquiers ſi ladicte ſomme eſt nombre pairement pair,ou non,ce que tu pourras ſçauoir, faiſant prendre la moitié d'icelle, & derechef la moitié de la moitié : car ſi la moitié de la ſomme eſt nombre pair,la ſomme eſt nombre pairement pair,par l'aduertiſſemeut de la 4. propoſition & ſi la moitié de la ſomme eſt nombre impair la ſomme eſt nombre pairement impair ſeulement par la 39.du 9. Or ſi la ſuſdicte ſomme eſt nombre pairement pair, ſois aſſeuré que le nombre que tu as faict multiplier par l'impair, comme par 3.eſt le nombre pairement pair(à ſcauoir 8.)

Que

Que si ladicte somme est nombre pairement impair seulement, sois certain que le nombre que tu as fait multiplier par ton impair (à scauoir par 3) est le nombre pairement impair seulement (à scauoir 6.) ie t'en laisse faire l'experience, car c'est chose bien aisee.

DEMONSTRATION.

NOus auons demonstré en la 10. proposition qu'vn nombre pairement pair, par quel nombre qu'il soit multiplié, produit tousiours vn pairement pair. Mais le nombre pairement impair seulement, s'il est multiplié par vn pair, produit vn pairement pair par la 12. proposition & s'il est multiplié par vn impair produit vn pairement impair seulement, par la 11 proposition. Partant s'il se rencontre que tu faces multiplier par l'impair, le nombre pairement pair, le produit sera pairement pair; qui estant adiouste à l'autre produit qui est aussi pairement pair, prouenant de deux nombres pairs multipliez ensemble, la somme sera infalliblement vn nombre pairement pair, car deux pairement pairs joints ensemble, font vn pairement pair, d'autant que chascun d'iceux estant mesuré par le quaternaire, il faut que la somme d'iceux soit aussi mesuree par le mesme quaternaire, & par consequent ladicte somme est nombre pairement pair par la 6. proposition. Que s'il aduient que tu faces multiplier par l'impair le nombre pairement impair seulement, le pro-

duit ſera pairement impair ſeulement, auquel adiouſtant l'autre produit qui eſt touſiours pairement pair par la raiſon cy deſſus alleguee, la ſomme ſera neceſſairement vn nombre pairement impair ſeulement par la 9. propoſition Partant il appert de la verité de la regle donnee.

PRO

PROBLEME VNZIESME.

Faire le meſme en deux nombres impairs premiers entre eux.

DOnne à choiſir aux deux perſonnes, deux nombres qui ſoyent impairs & premiers entre eux comme 9. & 7. pourueu que l'vn d'iceux ſoit nombre composé comme eſt 9. & prens ſemblablement pour tes multiplicateurs deux nombres premiers entre eux, mais il n'importe pas qu'ils ſoyent tous deux impairs, pouruéu que l'vn d'iceux meſure l'vn des autres deux que tu as donnez à choiſir. Par exemple pren 3. & 2. qui ſont premiers entre eux, & l'vn d'iceux à ſçauoir 3. meſure l'vn des autres à ſcauoir 9. & fay multiplier comme auparauant l'vn des nombres choiſis par 3. l'autre par 2. & que la ſomme des deux produits te ſoit manifeſtee ou bien enquier toy ſi ladicte ſomme eſt meſuree par celuy de tes multiplicateurs qui meſure l'vn des nombres choiſis, comme en l'exemple donné fay moyen de ſçauoir ſi la ſuſdicte ſomme

est mesuree par 3. en commandant qu'on prenne le tiers d'icelle. Par là tu deuineras infalliblement lequel des deuz nombres chasque personne à choisi. Car si ladicte somme est mesuree par 3. c'est signe que le nombre que tu as fait multiplier par 3. est celuy que le mesme 3. ne mesuroit pas à sçauoir 7. Que si ladicte somme n'est pas mesuree par 3. c'est signe que le nombre que tu as fait multiplier par 3. est celuy mesme que 3. mesuroit, à scauoir 9. & de mesme facon procedera la regle si tu donnes des autres nombres à choisir, & que tu en prennes des autres pour multiplicateurs, pourueu qu'ils ayent les conditions requises.

DEMONSTRATION.

A 9.	B 7.
D 3.	E 2.
F 27.	G 14.
H 21.	K 18.

Soyent les deux nombres choisis A B. tous deux impairs, & premiers entre eux, pourueu que l'vn comme A soit nombre composé (ce qui est necessaire, d'autant que nous supposons que l'vn d'iceux soit mesuré par vn autre nombre) & prenons aussi deux nombres D. E. premiers entre eux, pourueu que l'vn d'eux comme D, mesure le nombre A. Maintenant qu'on multiplie A, par D, & soit fait F, & qu'on multiplie B. par E. & soit fait G. Ie dis que D ne peut mesurer la somme des deux nombres F G. Car puisque D. multipliant A. produit F. il est certain que D mesure F par A. Parrant si D mesuroit la somme des deux F. G. Il s'ensuiuroit que le mesme D mesureroit aussi G. ce qui est impossible,

sible, d'autant que A. & B. estant premiers entre eux, & D mesurant A, il faut dire que D est premier à B. par la 25. du 7. mais par l'hypothese, le nombre E, est aussi premier au mesme D. doncques tous les deux B. E, sont premiers à D: & par consequent le produit de leur multiplication, à scauoir G est premier au mesme D par la 26. du 7. Partant il est impossible que D mesure G. Voylà donc vne partie de la regle demonstree.

En apres D. multipliant B, produise H & E multipliant A, produise k. Ie dis que D mesure la somme des deux H. K. Car en premier lieu puisque H est produit multipliant D par B, il appert que D mesure H. secondement puisque E multipliant A, produit K, il s'ensuit que A mesure K. Or est-il que par l'hypothese D mesure A; doncques le mesme D mesure aussi K. Partant puisque D mesure les deux H. K. Il mesurera aussi la somme d'iceux. Ce qu'il falloit prequer.

ADVERTISSEMENT.

Ceste regle ne s'estend pas seulement aux nombres impairs, mais elle peut auoir lieu encor que l'vn des nõbres choisis soit pair & l'autre impair, pourueu qu'ils soyent premiers entre eux, & que tu prenes tousiours pour multiplicateurs deux nombres aussi premiers entre eux, & dont l'vn mesure l'vn des autres. Par exemple prenant les mesmes multiplicateurs 3. & 2. tu pouuois donner à choisir les deux nombres 8. & 7. & alors le 2. eut esté celuy de tes multiplicateurs qui t'eust guidé pour deuiner, d'autant que c'est luy qui mesure 8, &

certes il eſt enident que la demonſtration eſt generale pour tous nombres premiers, ſoit qu'ils ſoyent impairs, où non, pourueu qu'ils obſeruent toutes les autres conditions requiſes. Il eſt vray que ny les nombres choiſis, ny les multiplicateurs, ne peuuent eſtre tous deux pairs à cauſe que deux nombres pairs ne ſont iamais premiers entre eux, ains ont touſiours le binaire pour commune meſure.

PRO

PROBLEME DOVZIESME.

Deuiner plusieurs nombres pensez pourueu que chascun d'iceux soit moindre que dix.

PRis multiplier le premier nombre pensé par 2. puis adiouster 5. au produit, & multiplier le tout par 5. & à cela adiouster 10. puis y adiouster le second nombre pensé, & multiplier le tout par 10. puis y adiouster le troisiesme nombre pensé, & si l'on à pensé d'auantage de nombres, fais encor multiplier cela par 10. puis adiouster le quatriesme nombre, & ainsi fais touſiours multiplier par 10. & adiouster vn des autres nombres pensez. Alors fais-toy declarer la derniere somme, & si l'on n'a pensé que deux nombres, soubstray d'icelle somme 35. & du reſte le nombres des dizaines, te monstrera le premier nombre pensé, & le nombre des nombres, le second. Que si l'on à pensé trois nombre, oste de la derniere somme 350. & du reste le nombre des centaines exprimera le premier nombre pensé, celuy des dizaines le second, celuy des nombres le troisiesme: & de mesme façon tu

procederas touſiours à deuiner d'auantage de nombres, comme ſi l'on en à penſé quatre, tu ſoubſtrairas de la derniere ſomme 3500. & du reſte le nombre des mille exprimera le premier nombre penſé, celuy des centaines le ſecond, celuy des dizaines le troiſieſme, & celuy des nombres le quatrieſme. Par exemples les quatre nombres penſez ſoyent 3. 5. 8. 2. fais doubler le premier viendra 6. auquel adiouſtant 5. vient 11. qui multiplié par 5. donne 55. auquel adiouſtat 10. vient 65. auquel adiouſtant le ſecond nombre, vient 70. qui multiplié par 10. fait 700. auquel adiouſtant le troiſieſme nombre, vient 708. qui multiplié par 10. fait 7080. auquel adiouſtant le quatrieſme nombre, vient 7082. Que ſi tu en ſoubſtrais 3500. le réſte ſera 3582. qui exprime par ordre les quatre nombres penſez.

DEMONSTRATION.

CE Probleme imite entierement l'artifice du 4. & tous deux ont preſque le meſme fondement. Car comme nous auons demonſtré en ce lieu là, doubler vn nombre, puis y adiouſter 5. & multiplier le tout par 5. puis adiouſter 10. cela eſt autant que multiplier le nombre par 10. & au produit adiouſter 35. Or tout nombre eſtant multiplié par 10. le produit contient vn nombres precis de dizaines, & par conſequent en eſcriuant ce produit la, la derniere figure ſe treuue vn zero, & la premiere eſt le meſme nombre qui a eſté multiplié par 10. Partant ſi à ce produit on adiouſte quelque autre nombre moindre que 10. La premiere figure ne change

point;

point, & la ſeconde ſe treuue le meſme nombre adiouſté au lieu du zero. Doncques la cauſe eſt manifeſte pourquoy quand on à penſé deux nombres, apres que l'operation eſt faite ſelon qu'il a eſté dit, il faut de la derniere ſomme oſter 35 (qui eſt vn nombre ſuperflu qu'on fait adiouſter ſubtilement pour cacher l'artifice) & du reſte le nombre des dizaines eſt neceſſairemẽt le premier nombre penſé, & celuy des nombres eſt le ſecond. Par meſme raiſon quand on à penſé trois nombres, puiſque apres auoir fait tout le meſme qu'en deux, on multiplie le tout par 10. & on adiouſte le troiſieſme nombre penſé, il eſt euident que le premier qui auoit deſia eſté multiplié par 10. ſe treuue alors multiplié par 100. & le ſecond ſe treuue multiplié par 10, & le troiſieſme ſe treuue mis au lieu d'vn zero qui ſeroit en la place des nombres, & pource que le nombre ſuperflu 35. s'eſt auſſi multiplié par 10. il eſt changé en 350. Dont il appert aſſez de la cauſe de la regle donnee, & la meſme demonſtration à lieu en quatre, cinq, ſix, ou pluſieurs nombre; comme il eſt euident. L'on peut auſſi, de ce qui a eſté dit, comprendre la raiſon de la condition appoſee à la propoſition du Probleme, qu'il faut que chaſcun des nombres penſez ſoit moindre que 10. Car ſi quelqu'vn d'iceux eſtoit plus grand que 10. il ſeroit augmenter la figure precedente, d'autant d'vnitez qu'il y auroit de dizaines en iceluy, comme il appert par la regle d'Addition. Partant noſtre regle ſe rendroit inutile.

ADVERTISSEMENT.

Ceste regle que i'ay donnee fort generalement est appliquee par plusieure à diuerses choses particulieres.

Les uns s'en seruent pour deuiner combien il y a de points en chasque dés de tant qu'on en aura gettez, & la practique en est bièn aisee car les points d'vn dé ne peuuent iamais passer 6. & ne se faut qu'imaginer que les points de chasque dé sont vn nombre pensé, & la regle est du tout lu mesme.

Les autres s'en seruent pour deuiner qui de plusieurs personnes aura pris vne bague, en quelle main il l'aura, en quel doigt, & en quelle jointure & alors il faut disposer les persõnes par ordre, tellement qu'vne soit premiere, l'autre seconde, l'autre troisiesme, &c. Sẽblablement il se faut imaginer que des deux mains l'vne est premiere, l'autre est seconde, & aussi que des cinq doigts de la main, l'vn est premier, l'autre second, l'autre troisiesme, &c. & faire encor le mesme des jointures de chasque doigt. Partant ce ieu n'est rien autre que deuiner quatre nombres pensez. Par exemple supposons que la quatriesme personne ait la bague, en la seconde main, au cinquiesme doigt, en la troisiesme jointure, fais doubler le nombre de la personne, viendra 8. auquel adioustant 5. vient 13. qui multiplié par 5. donne 65. auquel adioustant 10. vient 75. & y adioustant le nombre de la main, prouient 77. qui multiplié par 10. donne 770. auquel adioustant le nombre du doigt, vient 775. qui multiplié par 10. donne 7750. auquel adioustant le nombre de la jointure, vient 7753. duquel il faut soubstraire 3500. & le reste sera 4253. dont les figures expriment, tout ce qu'on veut deuiner. Que si l'on vouloit deuiner seulement de plusieurs personnes, laquelle à la bague, & en quel doigt, ce ne seroit que deuiner

ner deux nombres pensez., mais il faut prendre garde qu'en ce cas on s'imagine en chasque personne dix doigts disposez par ordre, par consequent il peut arriuer qu'vne personne ait la bague au dixiesme doigt, & partant alors à vn nombre precis de dixaines adioustant 10. *il se fera aussi vn nombre de dizaines precis, mais plus grand d'vn qu'auparauant; Partant apres la soubstraction, il restera zero, en la place des nombres. Doncques cela t'arriuant sois asseuré que pour deuiner le nombre de la personne, il te faut oster* 1. *du nombre des dizaines, & dire que telle personne à la bague au dixiesme doigt. Par exemple que la sixiesme personne ait la bague au dixiesme doigt, fais doubler le nombre de la personne, viendra* 12. *auquel adioustant* 5 *vient* 17. *qui multiplié par* 5. *fait* 85. *auquel adioustant* 10. *fait* 95. *& à cela adioustant encor le nombre du doigt, vient* 105. *d'où si tu ostes* 35. *reste* 70. *Où tu vois clairement que le nombre des dizaines surpasse d'vn, le nombre de la personne.*

Pour diuersifier la practique de ce probleme, il ne faut que bien entendre ce que i'ay dit en l'aduertissement du 4. cy dessus. Car premierement bien que les multiplicateurs ne se puissent bonnement changer: (d'autant qu'il faut tousiours qu'apres auoir adiousté chasque nombre, l'on multiplie le tout par 10) *toutesfois on y peut encor proceder auec quelque diuersité, car puisque multiplier par* 2. *& puis par* 5. *c'est autant que multiplier par* 10. *il appert qu'au commencement on pourroit faire multiplier le premier nombre par* 10. *au lieu de doubler, puis multiplier par* 5. *Ou bien faire en premier lieu multiplier par* 5 *puis par* 2. *Semblablement apres qu'on a adiousté quelqu'vn des autres nombres, au lieu de faire multiplier le tout par* 10. *on pourroit faire multiplier par* 2. *puis par* 5. *ou bien par* 5. *puis par* 2.

Secondement quand aux nombres superflus que l'on fait adiouster pour couurir l'artifice, & dont la somme se soubstrait à la fin, ils se peuuent changer comme l'on veut & par ainsi la reigle se peut diuersifier en infinies manieres, la cause en est euidente, par ce que i'ay dit en l'aduertissement du 4. probleme. Par exemple soyent les quatre nombres pensez 4. 2. 5. 3. comme cy dessus. Fay multiplier le premier par 5. viendra 20. fais y adiouster 8. viendra 28. Fay doubler cela; viendra 56. fais y adiouster le second nombre pensé, viendra 58. fay multiplier cela par 10. viendra 580. fais y adiouster 12. viendra 592. fais y adiouster le troisiesme nombre pensé, viendra 597. fais-le doubler viendra 1194. fais y adiouster 6. viendra 1200. fais-le multiplier par 5. viendra 6000. auquel adioustant le dernier nombre pensé viendra 6003. Or parce qu'apres auoir adiousté 8. on a doublé, c'est autant que si l'on auoit doublé 8. qui fait 16. lequel multiplié par 10. fait 160. auquel adioustant 12. vient 172. qui doublé fait 344. auquel adioustant 6. vient 350. qui multiplie par 5. donne 1750. Partant le nombre qu'il faut soubstraire est 1750. qui osté de 6003. reste 4253. qui exprime les quatre nombres pensez.

PROBLEME TREZIESME.

Quelqu'vn ayant pris en ſes deux mains certains nombres d'vnitez, dont la proportion ſeule ment ſoit cogncuë deuiner apres quelques changemens, combien il luy en reſte en vne main.

QVELQV'VN ait pris en la main droicte certain nombre d'vnitez, comme de gettons, & qu'il en prenne auſſi certain nombre en la main gauche, pourueu qu'il te declare ſeulement la proportion de ces deux nombres. Par exemple qu'il en ait 15. en la main droicte & 12 en la gauche, alors il te dira que le nombre de ceux de la droicte, au nombre de ceux de la gauche eſt en proportion d'vn & quart. Partant fais luy mettre de la gauche en la droicte quel nombre de gettons que tu voudras, pourueu qu'il ſe

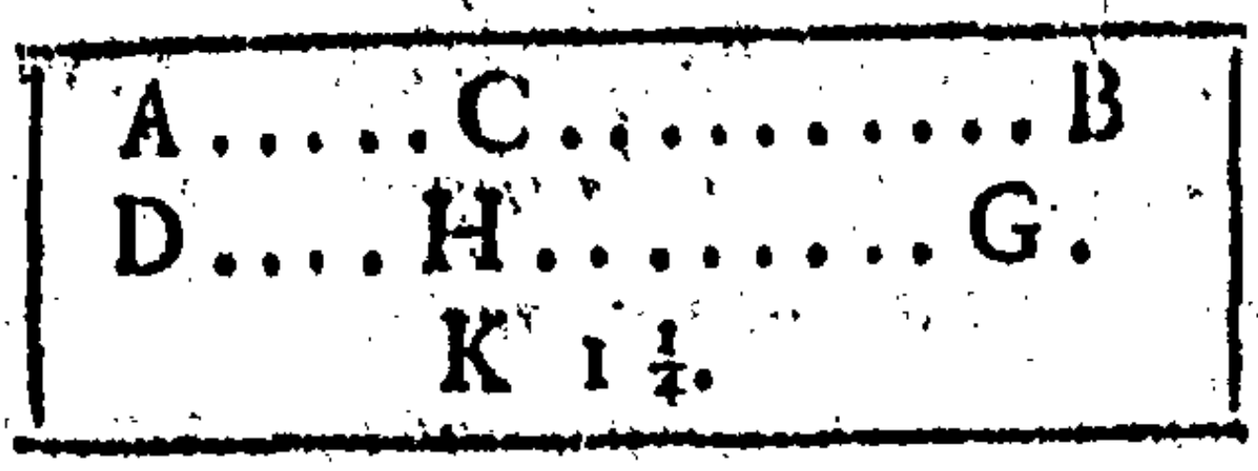
puiſſe

puisse faire, & qu'il ait partie semblable à celle ou à celles qui seront exprimées au denominateur de la proportion, comme en l'exemple donné, où le denominateur est 1 ¼. fay luy mettre de la gauche en la droicte quelque nombre qui ait quart, comme 8. en apres dis luy qu'il en remette de la droicte en la gauche autant qu'il en est demeuré en la gauche selon le denominateur de la proportion à sçauoir qu'il y en remette vne fois, & vn quart autant qu'il y en est demeuré & pource que de 12. estant 8. il demeure 4. il est certain qu'il y en remettra 5. & en tout il s'en treuuera lors 9. en la gauche. Adonc tu deuineras ce qui luy reste en la droicte par tel artifice. Pren le dominateur de la proportion à sçauoir 1 ¼. adioustes y 1. viendra 2 ¼. multiple par 2 ¼. le nombre qu'en premier lieu tu as fait transporter de la gauche en la droicte, à sçauoir 8. viendra 18. le nombre que tu veux deuiner.

Autre exemple, qu'il prenne 39 iettons en la droicte, & 15 en la gauche qui est vne proportion de 2 ½. Dis luy que de la gauche en la droicte il mette vn nombre qui ait cinquiesme comme 10. Alors il en aura 49. en la droicte, & restera 5. en la gauche. En apres dis-luy qu'il en remette de la droicte en la gauche deux fois autant qu'il y en est demeuré, & les trois cinquiesmes du mesme nombre qui est demeuré, & il y en remettra 13. partant en tout il en aura lors en la gauche 18. Mais tu deuineras ce qui luy reste en la droicte, si tu adioustes 1. au denominateur de la proportion, car il viendra 3 ½. par qui multipliant 10. le nombre que du commencement tu as fait transporter de la gauche en la droicte,

droicte, tu auras 36. le nombre iuſte qui luy reſte en la droicte.

DEMONSTRATION.

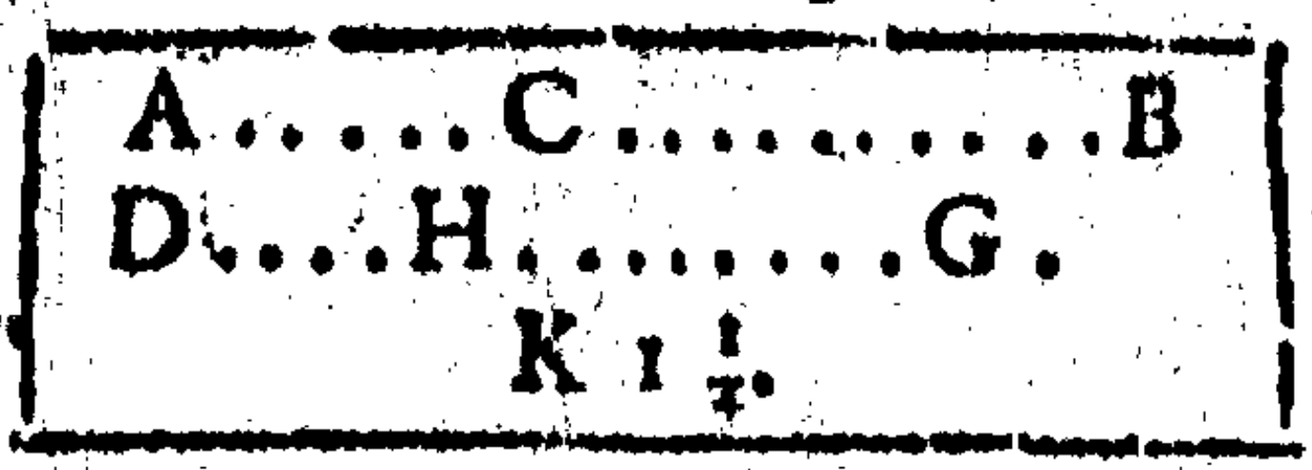


LE nombre de la main droite ſoit A. B. & celuy de la gauche D G, & le denominateur de la proportion qu'a A B, à D G, ſoit k : & qu'on adiouſte le nombre cogneu H G, auec A B, puis qu'auec le reſte D H, on ioigne le nombre A C, qui garde auec D, H, la meſme proportion exprimée par le denominateur k. Alors ie dis que la ſomme des deux C B. H G. ſera cogneüe. Car puiſque il y a telle proportion de tout A B. à tout D G. que du nombre oſté A C, au nombre oſté D H. il s'enſuit que le reſte C B, au reſte H G. a auſſi la meſme proportion. Par conſequent puiſque H G eſt cogneu ſi par le denominateur k on multiplioit H G, on auroit, le nombre C B. & partant ſi on multiplie H G par vn nombre plus grand d'vn que k, il prouiendra la ſomme des deux C B, H G, comme il appert.

ADVERTISSEMENT.

Si le denominateur K. eſt nombre entier (ce' qui aduiendra ſi la proportion de A B, à D G, eſt proportion multiple, ou d'eſgalité) la practique de ce ieu n'a nulle difficulté, & n'importe quel nombre ſoit H G, qu'on fait tranſporter du commencement de D G, en A B. Mais ſi k à quelque fraction adiointe, alors pour

eſtre



euiter les fractions qui ne peuuent estre admises en ce probleme, il est necessaire (comme il a esté dit en la reigle) que H G soit vn nombre ayant telle partie, quelle est celle qui est exprimée au denominateur K. Car cela supposé nous ne pourrons tomber en fractions, d'autant que si A B. contient D G. vne ou plusieurs fois, & encore quelque partie ou quelques parties dudict D G. il est necessaire, que D G. ait telle partie qu'elle est celle qui est exprimee par le denominateur de la fraction contenue en K. Partant ledit denominateur de ladicte fraction mesure tout le nombre D G. Doncques si nous supposons que le mesme denominateur mesure aussi H G, il s'ensuiura que le mesme mesurera aussi le restant D H. Par ainsi D H. aura la mesme partie, ou les mesmes parties exprimees en K, Doncques nous pourrons sans fraction prendre le nombre A C, qui ait mesme proportion à D H. que A B. à D G.

Or de la practique & de la demonstration donnée, il appert, qu'il faut tousiours faire transporter le nombre cogneu du commencement, de la main où est le moindre nombre, en celle où est le plus grand, partant il faut que celuy auec qui tu fais le ieu te manifeste en quelle main est le plus grand, & en quelle main est le moindre nombre, sinon que la proportion des deux nombres soit proportion d'esgalité, à sçauoir qu'il y ait autant de gettons en vne main qu'en l'autre. Car alors il n'importe ny quel nombre on face transporter, ny de quelle main. Et i'aduertis le Lecteur que c'est en ceste derniere façon seule que par cy deuant on a practiqué ce ieu. Partant la reigle generale que i'ay donnée est de mon inuention, comme aussi celle du suiuant.

PRO

PROBLEME QVATORZIESME.

Faisant le mesme qu'auparauant, deuiner apres les mesmes changemens, combien il y a d'vnitez en chasque main, & combien il y en auoit du commencement.

POSONS le cas comme cy dessus, qu'on eut pris 15. gettons en la main droicte, & & 12. en la gauche, & qu'on en eut transferé 8. de la gauche en la droicte, & qu'on en eut remis de la droicte en la gauche vne fois & quart autant qu'il y en estoit demeuré. Alors puis que par la reigle precedente tu sçais ce qui reste en la droicte, n'en fay nul semblant, mais demande encor quelle proportion il y a du nombre qui se treuue en vne main, à celuy qui se treuue en l'autre, car si tu sçais telle proportion, l'vn des nombres t'estant cogneu, tu cognoistras infalliblement l'autre, comme en l'exemple donné, si l'on te dit qu'apres les changemens faits il y a deux fois autant de gettons en la droicte, qu'en la gau

la gauche, puis que par la reigle precedente tu sçais qu'il y en a 18. en la droicte, tu és bien asseuré qu'il y en a 9 en la gauche. Parrant la premiere partie de ce probleme est bien aisée, & porte auec soy sa demonstration.

Maintenant si tu veux deuiner combien il y auoit de gettons du commencement en chasque main, puis que tu sçais par la premiere partie la somme de tous les gettons (car en l'exemple donné sçachant que les changemens faits il y en à 18. en l'vne, & 9 en l'autre, tu sçais que la somme de tous est 27) & puis que tu sçais aussi que le nombre de la droicte du commencement contenoit celuy de la gauche vne fois & quart; il te conuient diuiser la somme cogneue (à sçauoir 27) en deux nombres qui obseruent la proportion de 1 $\frac{1}{4}$. Or pour diuiser tout nombre donné en deux qui obseruent entre eux telle proportion que l'on voudra, sers toy de ceste reigle. Prens les deux moindres nombres qui obseruent la proportion requise, & les adiouste ensemble & par la somme d'iceux diuise le nombre donné, & par le quotient multiplie les deux moindres nombres, obseruans la proportion requise, tu trouueras les nombres que tu cherches. Comme en l'exemple donné où il faut diuiser 27. en deux nombres, obseruans la proportion de 1 $\frac{1}{4}$. Pren 5. & 4. les moindres nombres qui gardent ladicte proportion, leur somme sera 9. par qui diuisant 27. le quotient est 3. qui multipliant 5. & 4. te donne 15. & 12. les nombres que tu cherchois. Tu deuineras donc que du commencement il y auoit 15. gettons en la main droicte, & 12. en la gauche.

DEMONSTRATION.

LA premiere partie de ce Probleme est cuidente de soy mesme,& ne requiert pas autre demonstration. Car cognoissant vn nombre, & la proportion qu'il à auec vn autre, il est certain que cet autre là se peut cognoistre facilement, multipliant, ou diuisant le nombre cogneu par le denominateur de la proportion cogneuë, selon qu'il est le plus grand, ou le moindre terme de la proportion.

Quand à la seconde partie elle est aussi toute demonstrée, si l'on demonstre la façon de diuiser vn nombre donné en deux nombres, qui obseruent la proportion donnée. Soit donc proposé le nombre A, qu'il faille diuiser en deux, gardans la proportion, dont le denominateur est B. Ie prens les deux C D. les moindres qui obseruent la proportion donnée, & les ioignant ensemble, leur somme soit E. & diuisant A par E, soit le quotient F: & multipliant les deux C D, par F. soyent les produits G. H. Ie dis que G. H. sont les nombres cherchez. Car premierement il est clair qu'ils obseruent la proportion requise, d'autant que le mesme F. multipliant les deux C D, à produit les deux G. H. en apres, que les mesmes G. H. ioints ensemble fassent A, ie le preuue. Car puis que E diuisant A, donne pour quotient F, il appert que F. multipliant E, produira, A. Or est-il que E est esgal aux deux C D, Donc-

A 27.	B 1 ¼.
C 5.	D 4.
E 9.	F 3.
G 15.	H 12.

A 27.	B 1 ½.
C 5.	D 4.
E 9.	F 3.
G 15.	H 12.

ques par la premiere du second d'Euclide, les deux nombres qui se produisent multipliant C, & D, par F. (à sçauoir les deux G.H) ioints ensemble seront esgaux à A, qui se produit multipliant E, par le mesme F. Ce qu'il falloit demonstrer.

ADVERTISSEMENT.

Pour practiquer subtilement ce probleme, & le precedent, il faut en faire comme trois. Premierement on se peut seruir du precedent pour vn. Secondement on se peut seruir de la premiere partie de cestuy cy pour vn autre, mais alors il ne faut point faire semblant de sçauoir ce qui reste en vne main les changemens faits. Troisiesmement on se peut encor seruir de la seconde partie de ce probleme pour vn troisiesme ieu, qui semblera peut estre plus admirable que les deux autres, mais alors aussi il ne faut point monstrer ny de sçauoir ce qui reste en vne des mains apres les changemens, ny ayant demandé la seconde fois la proportion des vnitez restantes en chasque main, il ne faut point faire semblant de sçauoir le nombre desdictes vnitez, mais il faut diuiser secretement la somme d'icelles en deux parties, qui obseruent la proportion premiere, en la façon que i'ay enseignee, & deuiner par ce moyen, combien il y auoit au commencement d'vnitez en chasque main.

Ie t'aduertis encor, que ce que i'ay dit de prendre les deux moindres termes obseruans la proportion donnée, comme (D.) n'est pas absolument necessaire, car bien qu'on print des autres nombres en la mesme proportion, cela n'importeroit pas comme il appert par la demonstration, mais ie fais prendre les moindres, pour plus grande faciliré en operant, d'autant que les plus petits nombres sont plus aisez à manier.

PRO

PROBLEME QVINZIESME.

Plusieurs dez estans iettez, deuiner la somme des points adioustez ensemble d'vne certaine façon.

PAR exemple qu'on ait ietté trois dez à ton insçeu, fais adiouster par quelqu'vn les points d'iceux ensemble, puis laissant vn d'iceux à part en l'estat qu'il est, fais prendre des autres deux les points de dessous, à sçauoir ceux qui sont en la partie du dé opposee à celle de dessus qui paroit sur la table, & qu'on adiouste ces points à la somme des precedens, puis qu'on reiette derechef ces deux dez, & qu'on adiouste les points d'iceux qui paroissent dessus, à la susdicte somme, & qu'õ en laisse vn d'iceux en l'estat qu'il est auec le premier, & que du troisiesme on prenne les points de dessous & qu'on les adiouste aux autres : finalement qu'on reiette ce troisiesme, & qu'on adiouste à la susdicte somme les points d'iceluy qui paroissent dessus, & qu'on le laisse en l'estat qu'il est auec les deux autres. Lors t'approchãt de la table & regardãt les points des trois dez qui paroissent dessus, tu les adiousteras ensemble, & à leur sõme adiousteras encor 21. &

tu deuincras la somme de tous les points adiou-stez ensemble, en la façon, que i'ay dit. Comme si la premiere fois les points des trois dez sont 5.3.2. Leur somme sera 10. & laissant vn d'iceux à part tourné comme il est, à sçauoir le 5. qu'on prenne les poincts opposez du 3. & du 2. on treuuera 4. & 5. qui adioustez à 10. font 19. Puis qu'on reiette ces deux dez, & que les points d'iceux paroissans dessus soyent 4. & 1. qui adioustez à 19. feront 24. & laissant le 4 à part auec le premier, qu'on prenne les points opposez de l'autre, qui sont 6. qui adioustez à 24. font 30. finalement qu'on reiette ce mesme dé, & que les points de dessus d'iceluy soyent 2. qui adioustez à 30. font 32. & qu'on laisse aussi ce dé en l'estat qu'il est auec les autres. Lors t'approchant & regardant les trois dez, tu trouueras que les points paroissans dessus sont 5. 4. 2. dont la somme est 11. à qui si tu adioustes 21. comme i'ay dit, tu auras 32. la somme requise. Ce ieu se peut aussi practiquer en tant de dez que l'on voudra, comme i'enseigneray en l'aduertissement.

DEMONSTRATION.

CE ieu peut sembler admirable à ceux qui en ignorent la cause, & toutesfois la finesse n'est pas des plus grandes, car elle ne depend que de la structure des dez, qui sont tous façonnez de telle sorte, que les points des deux parties opposees joints ensemble font tousiours 7. Par ainsi d'vn costé il y a 1. de l'autre costé opposé 6. D'vn costé se trouue 2. de l'autre 5.

d'vn

d'vn coſté eſt marqué 3. de l'autre 4. Doncques toutes les fois que tu fais prendre les points des deux parties oppoſees d'vn meſme dé, tu es aſſeuré que leur ſomme eſt 7. Partant puiſque par faiſant le ieu comme i'ay enſeigné, on prend les points des parties oppoſees en trois dez, il eſt certain que cela eſt autant que prendre trois fois 7. à ſçauoir 21. & partant adiouſtant 21. à tous les autres points qu'on aſſemble, il eſt euident qu'on à la ſomme de tous.

ADVERTISSEMENT.

Pren garde que les dez ſoyent marquez comme i'ay dit, & qu'ils ne ſoyent point faux, car autrement le probleme ne ſe pourroit parfaire. Prens garde auſſi qu'il faut practiquer ce ieu comme i'ay enſeigné, ſans que iamais on faſſe prendre immediatement les points des parties oppoſees d'vn meſme dé. Car celuy qui verroit faire le ieu, pourroit par ce moyen-la deſcouurir l'artifice bien aiſement, remarquant que les points oppoſez d'vn dé font touſiours 7.

Mais pour faire le meſme ieu en quatre, cinq, ou pluſieurs dez, il ne faut que prendre garde combien de fois on fait adiouſter les points oppoſez d'vn dé, & retenir autant de fois 7. pour adiouſter à la fin. Comme ſi l'on auoit ietté quatre dez, practiquant le ieu ainſi que i'ay monſtré en trois, on trouueroit qu'on fait prendre ſix fois les points oppoſez d'vn dé, partant à la fin il faudroit adiouſter 6. fois 7. à ſçauoir 42. & en cinq dez on trouueroit qu'on prendroit dix fois les points oppoſez d'vn dé, partant à la fin il faudroit adiouſter 70. & ainſi touſiours l'on peut faire vne reigle pour tant de dez que l'on voudra.

PROBLEME SEIZIESME.

Deuiner combien il y a de points en vne Carte, regardant vne fois seulement chascune des autres Cartes.

PRENS vn ieu de Cartes entier, où il y en a 52. & donne à tirer vne carte à quelqu'vn qui la retiendra sans te la monstrer; lors pour deuiner combien de points il y en a en la carte tiree, pren le reste des cartes, & faisant valoir les AS, vn, chasque personnage 10. & les autres cartes autant de points qu'elles en marquent, cõmence à adiouster les points de la premiere carte, aux points de la seconde, & la somme d'iceux, aux points de la troisiesme, & ainsi consecutiuement iusques à la derniere carte, reiectant touſiours le nombre de 10. & adiouſtant le reste aux points de la carte suiuante, comme on reiette 9 en la preuue du 9. Finalement oste la derniere somme, ou le dernier reste, du nombre de 10. Ce qui restera, sera le

nombre

nombre des points de la carte tiree. Que si ladicte derniere somme est esgale à 10. le nombre des points de la carte tiree, sera aussi 10.

DMONSTRATION.

CEste demonstration est bien facile, car il ne faut que preuuer que la somme des points de toutes les cartes ensemble, est vn nombre mesuré par 10. Mais cecy est euident, dautant qu'en premier lieu la somme des points de tous les personnages, & des quatre dix, est mesuree par 10. à cause que chascune desdictes cartes contient iustement dix points. En apres la somme des autres neuf cartes de mesme point, despuis 1. iusques à 9. estant iusteiment 45. il est euident, que toutes les cartes ensemble de tous les quatre points despuis l'As iusques au 9 inclusiuement, feront 4 fois 45. c'est à dire 180 qui est aussi vn nombre mesuré par 10. Doncques puisque 10 mesure la somme de tous les points de tous les personnages, & des quatre dix, & le mesme 10 mesure la somme des points de toutes les autres cartes despuis l'As iusques au 9. Il s'ensuit que le mesme 10 mesure le nombre composé des deux sommes susdictes, à sçauoir la somme des points de toutes les cartes ensemble. C'est pourquoy assemblãt les points de toutes les Cartes, & reiettant tousiours 10. il faut que la derniere somme faste aussi iustement 10. Partant si on a tiré vne Carte, adioustant les points de toutes les autres ainsi que i'ay dit, la derniere somme, ou le dernier reste ioint auec les points de la Carte tiree, doit faire 10 iustement. Par

consequent ostant de 10 ladicte derniere somme, ou ledit dernier reste, ce qui restera sera infalliblement le nombre des points de la Carte tiree: ou si ladicte derniere somme est 10. il faut que le nombre des poinct de la Carte tiree soit aussi 10. Ce qu'il falloit demonstrer.

ADVERTISSEMENT.

Quiconque aura bien compris la demonstration, il trouuera facilement diuerses autres façons de faire ce probleme. Car premierement on le peut faire en tout nombre de Cartes; pourueu qu'on remarque auparauant la somme des poinct de toutes lesdictes Cartes ensemble. Par exemple aux 36. Cartes du Piquet, supposant que l'As vaille 1. la somme des points de toutes les Cartes, sera 284. qui n'est pas iustement mesuree par 10. Car ostant tous les 10 de 284. il reste 4. Neantmoins on fera le ieu aussi facilement qu'auparauant, si commençant à adiouster ensemble les points des Cartes, on reiette premierement 4. & puis iusques à la fin on reiette les 10.

Secondement le nombre qu'on reiette en adioustant, & duquel à la fin on soubstrait le dernier reste; pour deuiner les points de la carte cachée, se peut aussi changer en beaucoup de façons, car il n'importe quel nombre ce soit, pourueu qu'il ne soit point plus petit que le nombre des points de la plus haute carte. Ainsi au lieu de 10. on pourroit prendre 11. où 12. où 13. &c. Mais il faut tousiours considerer si ce nombre qu'on choisira mesure le nombre des points de toutes les cartes, où non, ce qui se connoit par la diuision; car s'il ne reste rien, il le mesure, s'il reste quelque chose de la diuision, il ne le mesure pas; & en ce cas il faut oster le

reste

reste tout au commencement de l'addition qu'on fait des points des cartes restantes, comme i'ay dit en l'exemple precedent, qu'il falloit oster 4. *auant que de commencer à oster les* 10.

Finalement tu remarqueras, qu'il y a plusieurs cartes dont la valeur est arbitraire, & se peut changer à plaisir, comme sont tous les personnages, lesquels ordinairement on fait valoir dix, sans aucune difference entre le Roy, la dame, & le valet. Car on pourroit faire valoir le valet 11. *la dame* 12. *le Roy* 13. *où bien quelques autres nombres.*

Et faisant ainsi, pourueu que l'on manie deux fois les cartes, on pourra deuiner non seulement les points de la carte cachée; mais on deuinera precisément quelle carte c'est. Comme si l'on prend le ieu de cartes tout entier, à cause que la somme des points de toutes les cartes est 364. *laquelle est mesurée par* 13. *tu conteras tousiours iusques à* 13. *& osteras* 13. *aussi tost qu'il se pourra faire, & continuant ainsi iusques à la fin, si tu ostes de* 13. *la derniere somme, où le dernier reste tu trouueras infalliblement le nombre des points de la carte cachee, & par la tu sçauras desia si c'est vn Roy où vn valet, ou vn dix ou vn* 9. *&c. Par consequent si tu reprens les Cartes, tu verras incontinent lequel des* 4. *Rois, ou des quatre valets, ou des* 4. *dix, ou des quatre neuf, te manque; & celuy qui te manquera, sera sans doute la Carte cachee: mais pren garde que s'il ne restoit rien, la carte cachee seroit vn Roy.*

PROBLEME DIXSEPTIESME.

Deuiner combien de points il y a en trois cartes.

PRENS vn ieu de cartes entier, où il y en a 52. & quelqu'vn choiſiſſe trois d'icelles, leſquelles qu'il voudra, tu deuineras combien elles contiennent de points en ceſte ſorte. Dis luy qu'à chaſcune des cartes choiſies, il adiouſte tant des autres cartes, qu'elles accompliſſent le nombre de 15. en computant les points de la carte choiſie ; cela fait, qu'il te donne le reſte des cartes, lors du nombre d'icelles oſte 4. & le reſte ſera infalliblement le nombre des points des trois cartes. Par exemple que les points des trois cartes ſoyent 4. 7. 9. Il eſt certain que pour accomplir 15. computant les points de chaſque carte, à 4. il faut adiouſter 11. cartes ; & à 7. il en faut adiouſter 8. & à 9. il en faut adiouſter 6. Partant le reſte des cartes ſera 24. d'où ſi tu oſtes 4. reſtera 20. le nombre des points des trois cartes: car 4. 7. & 9. font 20. Or comme on peut practique ce ieu en beaucoup de ſortes, en quel nombre de cartes que ce ſoit, ie l'enſeigneray en l'aduertiſſement.

DEMON

DEMONSTRATION.

POur rendre parfaicte raison de cecy, suppo-sons que les trois cartes choisies soyent les trois moindres, à sçauoir les trois As. dont chascun ne vaille qu'vn, alors il est euident que pour accomplir 15. à chasque carte il faut adiouster 14. cartes, & partant le nombre tant des trois choisies que des adiousteés sera 45. lequel estant osté du nombre entier des cartes qui est 52. il en reste 7. d'où si l'on oste 4. reste 3. le nombre des points des trois cartes choisies. Or cecy supposé il est aisé à preuuer, qu'il faut tousiours oster 4. du nombre des cartes restantes, pour deuiner la somme des points des trois cartes ; Car d'autant qu'on augmentera les nõbres des poinrs d'icelles, en mettant des plus hautes cartes, autant moins de cartes il faudra adiouster pour accomplir les quinze, & partant d'autant precisément s'augmentera le nombres des cartes restantes, partant ostant 4. comme auparauant, le reste sera tousiours esgal au nombre des points des trois cartes choisies, par l'axiome: si à deux nombres esgaux on adiouste nombres esgaux, les sommes seront esgales. Comme si au lieu du premier As, on met vn six, alors la somme des points sera augmentee de 5. Car au lieu de 3. elle sera 8. Mais aussi à la premiere carte au lieu de 14. qu'on y adioustoit pour accomplir 15, on n'adioustera maintenant que 9. qui sont cinq moins. Partant le reste des cartes se treuuera augmenté de cinq. Dont il appert de la verité de mon dire.

ADVER

ADVERTISSEMENT.

De ceste demonstration on peut reeueillir vne regle generale pour tout nombre de cartes, & quel nombre que l'on face accomplir (car au lieu de 15. *on pourroit faire accomplir* 14. 13. 16. *&c.) qui est telle. Triple le nombre que tu fais accõplir, & au produit adiouste* 3. *& soubstray ceste somme de tout le nombre des cartes: le reste sera le nombre qu'il te faudra soubstraire des cartes restantes pour faire le ieu. Comme en l'exemple donné triple* 15. *vient* 45. *adiouste* 3. *vient* 48. *soubstray* 48. *de* 52. *reste* 4. *le nombres qu'il faut oster des cartes restantes.*

Que si le triple du nombre qu'on fait accomplir auec 3. *se treuue esgal à tout le nombres des eartes, c'est signe que le nombre des cartes restantes, doit exprimer iustement le nombre des points des trois cartes choisies.*

Que si le mesme triple joint auec 3. *est plus grand que tout le nombre des cartes, alors il en faut soubstraire le nombre des cartes, & le reste sera vn nombre qu'il faut adiouster au nombre des cartes restantes pour faire le ieu. Par exemple s'il n'y a que* 36. *cartes, & qu'on vueille comme auparauant faire accomplir* 15. *Pour trouuer la regle tu tripleras* 15. *viendra* 45. *où adioustant* 3. *vient* 48. *Qui ne se peut soubstraire de* 36. *nombre des cartes, partant au rebours, soubstray* 36. *de* 48. *& le reste* 12. *sera vn nombre qu'il faudra adiouster aux cartes restantes, vsant icy d'Addition au lieu de soubstraction.*

Et en effect cecy n'est point changer la regle donnée, comme pourront comprendre aisément ceux qui sont tant soit peu exercez en l'Algebre, & qui sçauent les regles d'Addition, & soubstraction par plus & par

moins.

moins. Car ſuiuant la regle il faudroit ſoubſtraire 48
de 36. ce qui ſe feroit par le ſigne de moins, & diroit-on que le reſte ſeroit moins 12. *Puis il faudroit ſoubſtraire moins* 12. *du nombre des cartes reſtantes, ce qui eſt autant comme adiouſter* 12. *au meſme nombre.*

On peut doncques practiquer ce ieu en infinies façons differentes. Car premierement on le peut faire en tout nombre de cartes, quelles qu'elles ſoyent, & combien de points qu'on faſſe valoir chaſque carte.

Secondement on peut faire accomplir quel nombre que l'on veut, computant touſiours les point de chaſque carte. Voire il n'eſt pas neceſſaire qu'auec toutes trois on faſſe accomplir le meſme nombre, mais on peut nommer trois nombres differents, comme 13. 14. 15. *& alors pour former la regle, il faut adiouſter enſemble ces trois nombres, & y adiouſter* 3. *& parfaire tout le reſte comme i'ay dit cy-deſſus.*

Finalement on peut faire le meſme ieu en quatre, cinq, ſix, ou pluſieurs cartes, & former touſiours des regles à l'imitation de celle que i'ay donnée, comme ſi l'on veut deuiner les points de quatre cartes, & faire accomplir 15. *par tout, & que le nombre des cartes ſois* 52. *ie multiplieray par* 4. *le nombre* 15. *viendra* 60. *à qui i'adiouſteray* 4. *viendra* 64. *ie ſoubſtrairay de la le nombre des cartes, à ſçauoir* 52. *reſtera* 12. *qui eſt le nombre qu'il faudra adiouſter au nombre des cartes reſtantes.*

Pren garde ſeulement qu'il peut arriuer quelquefois que le nombre des cartes ſera ſi petit, & les trois que tu feras accomplir ſi grands qu'il n'y aura pas aſſez de cartes pour ce faire; Toutesfois tu parfairas encore le ieu, ſi tu demandes combien il s'en faut, qu'il n'y ait aſſez des cartes pour accomplir les trois nombres que tu auras ordonnez; pourueu qu'alors tu t'imagines que le

reſte

reſte des cartes ſoit le meſme nombre qui defaut auec le ſigne de moins. Par exemple que le nõbre des cartes ſoit 36. & que tu faſſes par tout accomplir 15. & que les trois cartes choiſies ſoyënt 2.3.4. Il eſt certain qu'on ne pourra pas accomplir 15. par tout, car à la premiere carte il en faudroit adiouſter 13. à la ſeconde 12. à la troiſieſme 11. & ces trois nombres auec les trois cartes choiſies font 39. Partant le nombre de toutes les cartes n'eſtant que 36. il s'en faudra trois qu'on ne puiſſe accomplir 15. par tout, Doncques imagine toy que le reſte des cartes c'eſt moins 3. & puiſque en ce cas la regle enſeigne qu'au nombre des cartes reſtantes il faut adiouſter 12. Adiouſte 12. à 3. tu auras 9. le nombres des points des trois cartes choiſies.

PRO

PROBLEME

DIX-HVICTIESME.

De plusieurs cartes disposees en diuers rangs deuiner laquelle on aura pensee.

PRENS 15. cartes, & les dispose en trois rangs, si bien qu'il s'en treuue cinq en chasque rang, & que quelqu'vn pense laquelle qu'il voudra pourueu qu'il te declare en quel rang elle est. Alors ramasse à part les cartes de chasque rang, puis join les toutes ensemble, mettant toutesfois le rang où est la carte pensee au milieu des deux autres. En apres derechef dispose toutes les cartes en trois rangs, en posant vne au premier, puis vne au second, puis vne au troisiesme, & en remettant derechef vne au premier, puis vne au second, puis vne au troisiesme, & ainsi iusques à ce qu'elles soyent toutes rangees. Alors demande en quel rang est la carte pensee, & ramasse comme auparauant chasque rang à part, mettant au milieu des autres, celuy où est la carte pensee; & finalement dispose les encore en

re en trois rangs de la mesme sorte qu'auparauant, & demande auquel est-ce que se treuue la carte pensee, & sois asseuré qu'elle se treuuera lors la troisiesme du rang où elle sera, Ainsi tu la deuineras aisément.

Que si tu veux encore mieux couurir l'artifice, tu peux ramasser derechef toutes les cartes en la façon que i'ay dit dessus, mettant au milieu des deux autres, le rang où est la carte pensee, & lors la carte pensee se treuuera au milieu de toutes les quinze cartes, si bien que de quel costé que l'on commence à conter elle sera tousiours la huictiesme.

Ce ieu se practique ainsi communement, mais i'enseigneray en l'aduertissement comme on peut faire le mesme en tout nombre de cartes, & en beaucoup de façons differentes.

DEMONSTRATION.

POur rendre raison infallible de cecy, il me faut preuuer que disposant les cartes ainsi que i'ay dit par trois fois, en fin apres la troisiesme fois la carte pensee est necessairement la troisiesme du rang où elle se treuue. Or pren garde que la premiere fois ayant rangé en trois rangs quinze cartes, comme i'ay dit, quand tu sçais en quel rang est la carte pensee, tu es asseuré que c'est vne des cinq qui sont en ce rang la. Partant recueillant à part les cartes de chasque rang, & mettant au milieu des autres rangs, celuy où est la carte pensee & les disposant derechef comme i'ay enseigné alors tu mets en diuers rangs les cinq cartes qui auparauant n'estoyent qu'en

pensee,

vn ſeul rang, Partant regarde bien en quelles places tombent les cartes du rang du milieu, entre leſquelles tu ſçais que doit eſtre la carte penſee,& remarque ces cinq points.

1. Que la premiere tombe au ſecond lieu du troiſieſme rang.

2. Que la ſeconde tombe au troiſieſme lieu du premier rang.

3. Que la troiſieſme tombe au troiſieſme lieu du ſecond rang.

4. Que la quatrieſme tombe au troiſieſme lieu du troiſieſme rang.

5. Que la cinquieſme tombe au quatrieſme lieu du premier rang.

Doncques ſi la carte penſee eſt lors au premier rang, tu és aſſeuré que c'eſt la troiſieſme ou quatrieſme d'iceluy par la remarque du ſecond, & quatrieſme point, partant diſpoſant derechef les cartes en la façon ordonnee, elle tombera neceſſairement en la troiſieſme place du ſecond, ou en la troiſieſme du troiſieſme rang, par le troiſieſme & quatrieſme point.

Que ſi apres la ſeconde diſpoſition la carte pẽſee eſt au ſecond rang, tu es aſſeuré que c'eſt la troiſieſme du meſme rang, par la remarque du troiſieſme point, partant dés lors tu la peux deuiner, mais quand bien tu rangeras derechef les cartes en la façon expoſee, elle retumbera touſiours en la meſme place par le meſme troiſieſme point.

Que ſi la carte penſee apres la ſeconde diſpoſition eſt au troiſieſme rang, tu és aſſeuré que c'eſt la ſecõde, ou la troiſieſme d'iceluy par la remarque du premier, & du quatrieſme point, partant

rangeant derechef les cartes, elle tombera infalliblement en la troisiesme place du premier rãg; par le second point, ou en la troisiesme du second par le troisiesme point. Doncques quoy qu'il aduienne, apres la troisiesme fois, la carte pensee sera tousiours la troisiesme du rang où elle se treuuera. Ce qu'il falloit demonstrer.

ADVERTISSEMENT.

Si tu comprens bien le fondement de ce ieu il te sera bien aisé de le faire en tout nombre de cartes, & en plusieurs differentes façons, Car la finesse cõsiste en cela, que les cartes d'vn mesme rang par vne autre disposition se separent, & se mettent en diuers rangs, ce que ie veux esclaircir entierement, par vn exemple facile. Pren 16. cartes, & les dispose seulement en deux rangs, tellement qu'il y en ait 8. d'vn costé, & 8. de l'autre. Lors sçachant en quel rang est la carte pensee, tu és asseuré que c'est vne des huit: partant prenant les cartes de chasque rang à part, & les disposant de telle sorte que tu en mettes vne au premier rang, l'autre au second, puis vne au premier, puis vne au second, & ainsi iusques à la fin, tu vois bien que des huit cartes entre lesquelles est la carte pensee, il en tombe quatre d'vn costé & quatre de l'autre. Doncques demandant lors en quel rang est la carte pensee tu és asseuré que c'est vne de quatre. Que si tu les ranges derechef ainsi que i'ay dit, de ces quatre là il en tombera deux d'vn costé, & deux de l'autre, partant si tu sçais lors en quel rang est la carte pensee, tu és asseuré que c'est vne des deux. Que si finalement tu les ranges encore comme il faut, de ces deux là l'vne se treuuera au premier rang, l'autre au second. Par consequent sçachant lors en quel rang est la carte pensee, tu la deuine-

res infalliblement. Que ſi tu veux faire le ieu plus promptement prenant les meſmes 16. cartes, il te les faut diſpoſer en quatre rangs, ſi bien qu'en chaſque rang il y en ait 4. & apres auoir ſçeu en quel rang eſt la carte penſee, diſpoſant derechef les cartes en la façon cy deuant expoſee, les quatre de ce rang là ſe ſepareront toutes, tellement qu'vne tombera au premier rang, l'autre au ſecond, l'autre au troiſieſme, l'autre au quatrieſme. Partant tout incontinent tu peux deuiner la carte penſee ſçachant le rang où elle eſt alors.

Par ce meſme artifice quelques vns font vn autre ieu aſſez gentil, par lequel pluſieurs cartes eſtant propoſees à pluſieurs perſonnes, on deuine quelle carte chaſque perſonne à penſee. Par exemple qu'il y ait quatre perſonnes, pren quatre cartes & les monſtrant à la premiere perſonne, dis-luy qu'elle penſe celle qu'elle voudra, & mets à part ces quatre cartes. Puis pren-en quatre autres, & les preſente de meſme à la ſeconde perſonne, à fin qu'elle penſe celle qu'elle voudra; & fais encor tout le meſme auec la troiſieſme, & quatrieſme perſonne. Alors prens les quatre cartes de la premiere perſonne & les diſpoſe en quatre rangs, & ſur icelles range les quatre de la ſeconde perſonne, puis les quatre de la troiſieſme, puis celles de la quatrieſme. Et preſentant chaſcun de ces quatre rangs à chaſque perſonne, demande à chaſcune en quel rang eſt la carte par elle penſee: car infailliblement la carte de la premiere perſonne, ſera la premiere du rang où elle ſe treuuera la carte de la ſeconde perſonne ſera la ſeconde de ſon rang; la carte de la troiſieſme, ſera la troiſieſme en ſon rang, & la carte de la quatrieſme, ſera la quatrieſme du rang où elle ſe treuuera. Et ainſi des autres, s'il y a plus de perſonnes, & par conſequent plus de cartes. La raiſon de cecy eſt bien euidente, partant ie ne m'y amuſeray pas d'auantage.

Voyla ce que i'auois dit de ce ieu en la premiere impression de ce liure Mais en ceste seconde, ie veux donner vne autre façon de le faire beaucoup plus belle que toutes les precedentes. Prens vn nombres de cartes qui soit le produit de la multiplication de deux nombres prochains, c'est à dire dont l'interualle soit l'vnité, comme 12. *qui se fait multipliant* 3. *par* 4. *où* 20. *qui se fait multipliant* 4. *par* 5. *où* 30. *qui se fait multipliant* 5. *par* 6. *où* 42. *qui se fait multipliant* 6. *par* 7. *puis accouple lesdites cartes deux à deux, & ordonne qu'on en pense deux ainsi accouplees comme elles sont. Alors ramasse toutes lesdites cartes ensemble, mettant tousiours celles qui sont accouplees l'vne aupres de l'autre. Apres tu rangeras toutes tes cartes en vn quarré long en ceste sorte. Mets les trois premieres par mesme ordre l'vne à costé de l'autre puis range la* 4. *sous la* 1. *Puis mets la* 5. *à costé de la troisiesme, la* 6. *sous la* 4. *la* 7. *à costé de la* 5. *la huictiesme sous la* 6. *& continuë à faire de la sorte, iusques à ce qu'au rang de celles que tu mets à costé l'vne de l'autre, il y ait vn nombse de cartes esgal au plus grand costé de ton quarré long, & vn autre nombre de cartes esgal au moindre costé du mesme quarré long, au rang de celles que tu mets l'vne sous l'autre. Comme si tu as pris* 20. *cartes, le plus grand costé sera* 5. *& le plus petit* 4. *Partant tu rangeras tes cartes en la façon exposée, iusques à ce qu'il y en ait* 5. *l'vne à costé de l'autre, &* 4. *l'vne sous l'autre. Ce qui sera, lors que tu auras mis la* 8. *sous la* 6. *Cela fait, range à costé de la* 4. *la* 9. *la* 10. *& la* 11. *toutes de suitte. Puis mets la* 12. *sous la* 9. *& la* 13. *à costé de la* 11. *& la* 14. *sous la* 12. *Apres range tout de suitte la* 15. 16. 17. *à costé de lo* 12. *Et finalement la* 18. 19. 20. *à costé de la* 14.

Mais

Mais parce que ie ne te puis icy exprimer 20. *cartes par nombres, prenons au lieu de* 20 *cartes*, 20 *nombres, à sçauoir les* 20 *premiers despuis* 1. *iusques à* 20. *Et supposant que tu les ayes accouplez au commencement deux à deux mettant ensemble* 1 & 2. 3 & 4. 5 & 6. 7 & 8 9 & 10. 11 & 12. 13 & 14. 15 & 16. 17 & 18: 19 & 20. *Il est donc certain que suiuant la reigle donnee, tu les rangeras comme tu vois qu'ils sont en la figure apposee. Cela fait tu demanderas en quel rang, ou en quels rangs sont les deux nombres pensez, prenant les rangs d'vn costé à l'autre non pas de haut en bas, le premier estant A B, le second C D, le troisiesme E F, le quatriesme G H. Lors on te dira que les deux nombres pensez sont en vn mesme rang, ou en deux rangs differens specifiant lesdits rangs. S'ils sont en vn mesme rang, tien pour regle asseuree que ce sont deux nombres l'vn à costé de l'autre, dont le premier tient le mesme rang dans son propre rang, que tient ce rang mesme entre les autres rangs, comme si les deux nombres pensez sont au premier rang, le premier d'iceux est le premier du premier rang, & les nombres pensez sont* 1 & 2. *s'ils sont au second rang, le premier est le second de ce rang là, & les deux nombres sont* 9 & 10. *s'ils sont au troisiesme rang, le premier d'iceux est le troisiesme de ce rang là, & les nombres pensez sont* 15 & 16. *s'ils sont au quatriesme rang, le premier d'iceux est la quatriesme de ce rang là, & les nombres pensez sont* 19 & 20. *Tu remarqueras dont attentiuement les nombres susdits*, 1.

A	1	2	3	5	7	B
C	4	9	10	11	13	D
E	6	12	15	16	17	F
G	8	14	18	19	20	H

A	1	2	3	5	7	B
C	4	9	10	11	13	D
E	6	12	15	16	17	F
G	8	14	18	19	20	H

& 2. 9 & 10. 15 & 16. 19 & 20. *Car ie les appelle les clefs du ieu, que seruent non seulement pour deuiner les deux nombres pensez, lors qu'ils sont tous deux en vn mesme rang, mais aussi lors qu'ils sont en deux diuers rangs. D'autant qu'en ce cas, aussi tost qu'on t'à manifesté les deux rangs, ou sont les deux nombres pensez, il te faut prendre la clef du rang le plus haut, & sous le premier nombre de ladite clef, tu trouueras au rang d'embas vn des deux nombres pensez, & à costé du second nombre de la clef en esgale distance, tu trouueras l'autre nombre pensé. Par exemple si les deux nombres pensez sont 7. & 8. On te dira, qu'ils sont au premier & au quatriesme rang. Prend donc la clef du plus haut de ces deux rangs, à sçauoir du premier, laquelle & 1. & 2. & descens droit despuis 1. iusques au quatriesme rang, tu trouueras 8. vn des nombres pensez. Apres cherche à costé de 2. vn nombre autant esloigné de 2. que 8 est esloigné de 1. tu trouueras 7. l'autre nombre pensé. Que si l'on te dit que les nombres pensez sont au second, & au quatriesme rang, tu prendras la clef du second rang qui est 9. & 10. & descendant droit despuis 9. iusques au quatriesme rang tu trouueras 14 vn des nombres pensez, & si tu prens à costé de 10, vn nombre autant esloigné de 10. que 14 de 9. tu trouueras l'autre nombre pensé qui est 13.*

La demonstration de cecy à mesme fondement que les regles donnees cy-deuant, car il est euident, que des nombres accouplez deux à deux, il n'y en à iamais qu'vn couple qui se treuue au mesme rang, de tous les autres l'vn est tousiours en vn rang, & l'autre en vn

autre. Tout ce à quoy il faut bien prendre garde, c'eſt à diſpoſer leſdits nombres comme i'ay enſeigné. Et pour mieux te faire comprendre cet ordre, i'ay icy mis les deux figures ſuiuantes l'vne de 30 nombres, l'autre de 42.

1	2	3	5	7	9
4	11	12	13	15	17
6	14	19	20	21	23
8	16	22	25	26	27
10	18	24	28	29	30

1	2	3	5	7	9	11
4	13	14	15	17	19	21
6	16	23	24	25	27	29
8	18	26	31	32	33	35
10	20	28	34	37	38	39
12	22	30	36	40	41	42

Ce ieu ſe peut faire non pas ſeulement auec vne perſonne; mais encor auec pluſieurs en meſme temps. Car quand ils ſeront quatre ou cinq, dont chaſcun penſera en meſme temps, deux de ces cartes accouplees, apres que tu les auras rangees en vn quarre long tu demanderas à chaſcun l'vn apres l'autre en quels rangs ſont celles qu'il à penſees, & les deuineras par la regle donnee.

PROBLEME

DIX-NEVFIESME.

Deuiner de plusieurs cartes, celle que quelqu'vn aura pensee.

PRen tant de cartes qu'il te plaira, & les monstre par ordre à celuy qui en voudra penser vne, & qu'il en pense vne pourueu qu'il se souuienne la quantiesme c'est, à sçauoir, si c'est la premiere, ou la seconde, ou la troisiesme, &c. Mais en mesme temps que tu luy monstres les cartes l'vne apres l'autre conte les secrettement, & quant il aura pensé, & que tu auras conté tant auant qu'il te plaira, pren les cartes que tu auras contées, & dont tu sçais parfaittement le nombre, & pose-les sur les autres que tu n'as pas contées, de telle sorte que les voulant reconter elles se treuuent disposées au contraire, à sçauoir que la derniere soit la premiere, & la penultiesme soit la seconde, & ainsi des autres. Alors dis hardiment que les contant en celle façon la carte pensée tombera sous le nombre des cartes, par toy secrettement contées & transposées, puis luy demandant la quantiesme

tieſme eſtoit la carte penſée, commence à conter tes cartes ainſi que i'ay dit à rebours, & ſur la premiere mets le nombre exprimant la quantieſme eſtoit la carte pensée, & ſuiuant l'ordre des nombres, & des cartes tu ne failliras iamais de rencontrer la carte penſee, lors que tu arriueras au nombre que tu auras dit.

DEMONSTRATION.

A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.	H.	K.
1.	2.	3.	4	5.	6.	7.	8.	9.

PRens les cartes A. B. C. D. E. F. G. H. K. & que la premiere ſoit A, la ſeconde B. la troiſieſme C &c. & que la carte penſée ſoit la quatrieſme, à ſçauoir D. & ſuppoſons que tu ayes conté tant auant qu'il t'aura pleu, à ſçauoir iuſques à k, qui ſont 9. cartes. Alors ayant renuerſé ces 9. cartes & commençant à conter par la derniere, tu diras que la carte penſée viendra la neufuieſme. En apres tu demanderas la quantieſme eſtoit la carte penſée, & on te dira qu'elle eſtoit la quatrieſme, partant mettant quatre ſur le k. & cinq ſur H. & ſix ſur G. & ainſi conſecutiuement tu trouueras que le nombre 9. tombera infailliblement ſur la carte penſée D. Or la cauſe de cecy n'eſt pas trop cachée, car en contant les meſmes cartes par ordre, ſoit qu'on commence par vn bout, ſoit qu'on commence par l'autre, il y a touſiours le meſme nombre d'vn coſté & d'autre. Doncques il y a autant de cartes deſpuis D. iuſques à K, que deſpuis k.

iusques à D. Partant puis que mettant quatre sur D. le neuf tombe sur k. il est certain que si l'on met quatre sur k. il faudra que le neuf tombe sur D. Partant la practique de ce probleme est suffisamment demonstrée.

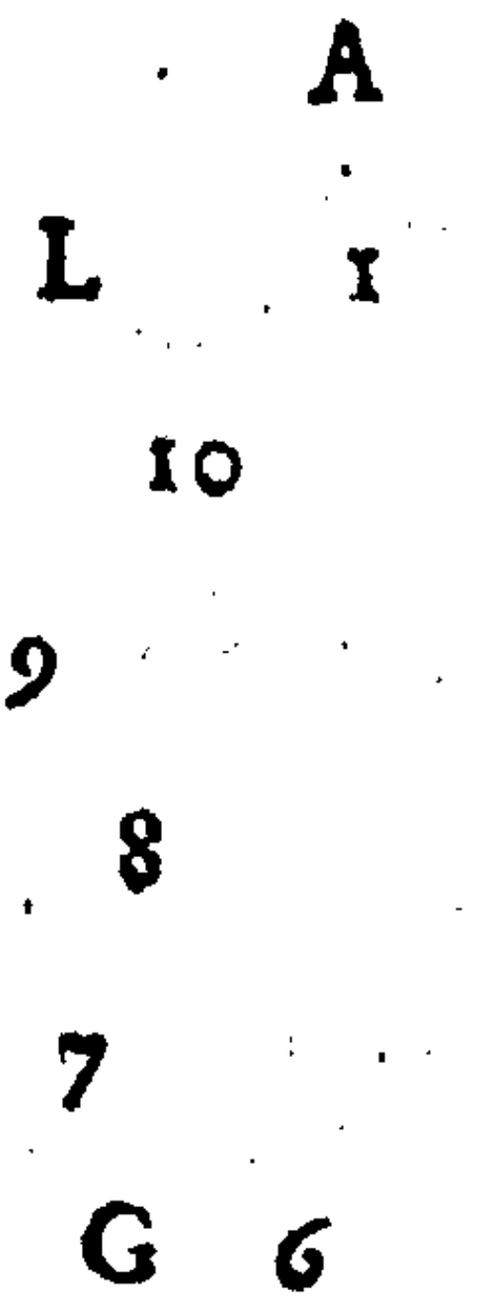
ADVERTISSEMENT.

Quelques vns practiquent ce ieu vn peu diuersement & semble qu'ils le fassent pour mieux couurir l'artifice. Car ils adiouſtent touſiours 1. *au nombre des cartes qu'ils ont contées, & disent que la carte pensée tombera soubs ce nombre là ainsi augmenté d'vn : mais alors ayant demandé la quantiesme estoit la carte pensée, ils ne commençent pas à conter par ce nombre là, mais par vn plus grand d'vne vnité, comme en l'exemple donné ayant conté 9 cartes ils diront que la carte pensée viendra la dixiesme, mais ayant sçeu qu'elle estoit la quatriesme, ils mettront cinq sur le K, six sur H, sept sur G & ainsi consecutiuement.*

Or il appert assez que ceste façon de faire reuient à celle que i'ay donnee, car si on accroit esgalement deux nombres, les sommes garderont le mesme interualle, partant entre 5. *&* 10. *il y a autant d'interualle qu'entre* 4 *&* 9. *Doncques si mettant* 4 *sur K, le* 9. *tombe sur D. comme i'ay preuué, il faut necessairement que mettant* 5. *sur K, le* 10. *tombe sur le mesme D.*

PROBLEME VINGTIESME.

De plusieurs nombres par ordre commenceans par l'vnité, & disposez en rond, deuiner lequel on aura pensé.



SOyent par exẽple dix nombres A. B. C. D. E. F. G. H. K. L. commenceans par l'vnité, & disposez comme tu vois, tellement que A soit vn, B deux C trois, D quatre &c. comme si c'estoyent dix cartes commençant par l'As, & suiuant par ordre iusques à dix, & que quelqu'vn pense celle qu'il voudra, puis qu'il en touche vne laquelle qu'il luy

luy plaira. Lors au nombre de celle qu'il aura touchée adiouste le nombre iuste de toutes les cartes, & luy fay conter à rebours iusques à ceste somme là, commençant par celle qu'il a touchée, & mettant sur icelle secretement le nombre de celle qu'il a pensee, & infalliblement à la fin il tombera sur la carte pensée. Par exemple qu'il pense le G. à sçauoir 7. & qu'il touche le B. à sçauoir 2. Adiouste à 2. tout le nombre des cartes à sçauoir 10. tu auras 12. dis luy qu'il conte iusques à 12. commençant despuis B. & allant à rebours du costé de A. L. k. &c. mettant le nombre pensé, à sçauoir 7. sur D. Ainsi 8. tombera sur A. & 9. sur L. & 10. sur k. & 11. sur H. & finalement 12. sur la carte pensée G. Le mesme aduiendroit quelle quantité de nombres qu'il y eut, comme s'il y en auoit 15. tu adiousterois 15. au nombre touché, & ferois conter iusques à telle somme, allant à rebours & commençant par le nombre touché, & mettant sur iceluy le nombre pensé & ainsi des autres.

DEMONSTRATION.

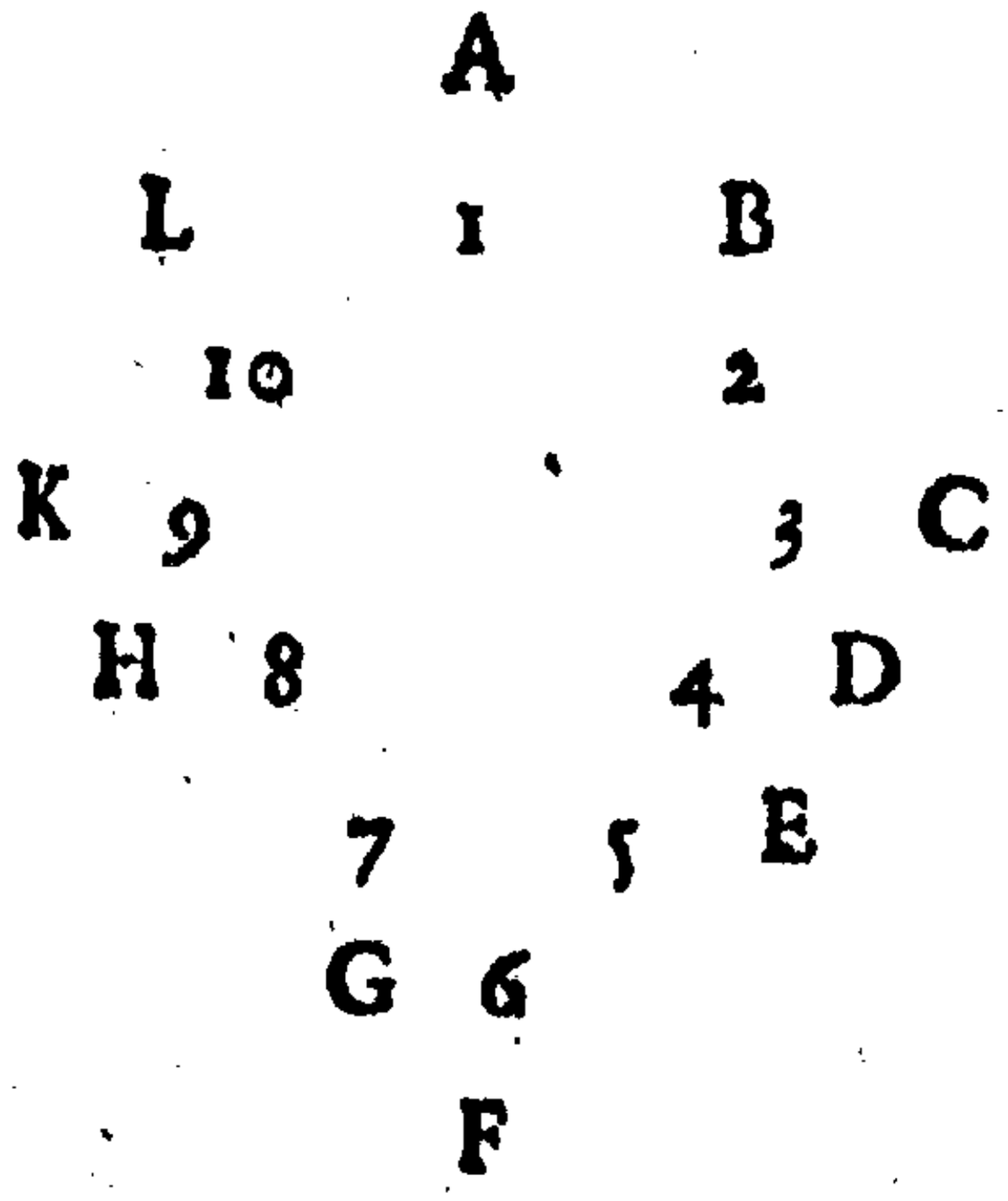
LA demonstration de ce ieu est facile presupposant deux principes. L'vn est celuy que i'ay desi-ja apporté en la demonstration du probleme precedant, à sçauoir que plusieurs vnitez estant disposées par ordre, si l'on met vn nombre sur la premiere, & que continuant à conter selon l'ordre naturel des nombres, il en tombe vn autre sur la derniere, le mesme nombre tombera sur la premiere, si l'on met sur la derniere

celuy

celuy la qu'on auoit mis sur la premiere, & qu'on conte à rebours.

L'autre principe est que plusieurs vnitez estant disposées en rond, si l'on commence à conter par quelqu'vne, & qu'on mette quelque nombre sur icelle, poursuiuant de conter en rond iusques à ce qu'on reuienne à celle par laquelle on a commencé, le nombre qui se fait adioustant tout le nombre des vnitez à celuy qu'on aura mis sur ladicte vnité, tombera sur la mesme vnité. Par exemple que l'on commence à conter despuis A, & que l'on mette 8 dessus. Il est euident que si l'on parfaict le rond, en fin dessus le mesme A, il tumbera 18. qui se faict adioustant 8 au nombre des vnitez qui est 10.

Car commençant à conter par vne des vnitez, & parfaisant tout le rond, on parcourt toutes les vnitez, partant c'est autant que prendre tout le nombre desdictes vnitez.



Or cela supposé, que quelqu'vn ait pensé la carte G. à sçauoir 7. Alors celle qu'il touchera, ou ce sera la mesme, ou vne autre apres suiuante en l'ordre naturel des nombres, ou vne autre deuant.

Premierement qu'il ait touché la mesme, alors la chose est euidente. Car par la reigle donnee

commencera à conter despuis le mesme G. iusques à 17. mettant 7 sur le mesme G, partant par le second presuppose, le nombre 17. tombera sur le mesme G.

Secondement qu'il ait touché vne carte suiuante comme L. alors adiouſtant le nombre des cartes selon la reigle au nombre de L, tu feras conter iusques à 20. mettant sur L le nombre pensé 7. Or est-il que G, estant 7. & poursuiuant à conter par ordre, le nombre 10 tombe sur L. Doncques si sur L. nous mettons 7. en contant à rebours, & reuenant par le mesme chemin, le nombre 10. tombera infalliblement sur G. par le premier presuppose. Doncques le nombre 20. tombera aussi sur le mesme G par le second presuppose.

Finalement qu'il ait touché quelque carte precedente comme B, alors adiouſtant 10 à 2. tu feras conter iusques à 12. mettant le nombre pensé 7. sur B: & allant du costé de A, L, K, & ceter. Or est-il que mettant 2. Dessus B, & contant naturellement du costé de C. D. & cet. le nombre 7. tombe sur G; Doncques si l'on s'imagine que B soit 7. il s'ensuit qu'on suppose que G. soit 2. par le premier presuppose. Partant quand l'on met 7. dessus B, & qu'on poursuit à conter du costé de A, c'est autant que si l'on auoit commencé à conter despuis G; mettant 2. sur iceluy. Il est donc certain par le second presuppose que poursuiuant à conter, & parfaisant le rond, le nombre 12 tombera sur le mesme G. Par consequent la practique de ce ieu demeure parfaictement demonstree.

ADVERTISSEMENT.

On peut en deux sortes diuersifier la practique de ce ieu.

Premierement faisant comme i'ay dit que quelques vns font au probleme precedent. Par exemple qu'on ait pensé 7. *& touché B comme cy dessus. Au lieu defaire conter iusques à* 12. *comme la reigle donnee enseigne, ie feray conter iusques à* 13. *qui est* 1. *plus: mais alors sur la carte touchee B, ie ne feray pas mettre le nombre pensé* 7. *ains l'autre qui suit, à sçauoir* 8. *& infalliblement le nombre* 13. *tombera sur G. & il est certain que par ceste façon l'on couure mieux l'artifice.*

Secondement pour trouuer le nombre iusques auquel ie veux faire conter. Ie puis au nombre de la carte touchee, adiouster le nombre de toutes les cartes non vne fois seulement, mais deux, trois, quatre ou plusieurs fois. Par exemple B. estant touché ie peux faire conter iusques à 12. *ou iusques à* 22. *iusques à* 32. 42. *& cet. & ainsi iusques à quel autre nombre qui prouiendra adioustant à* 2. *quelque multiple de* 10. *& la raison est la mesme que celle que i'ay apportee au second presupposé, car sur la mesme carte que tombera* 12. *sur la mesme, parfaisant le rond tomberont aussi* 22. 32. 42. *& cet.*

Le mesme s'entend si l'on veut practiquer le ieu en la façon cy deuant declaree. Par exemple le mesme B estant touché, si l'on fait conter iusques à 13. *au lieu de* 12, *on peut aussi faire conter iusques à* 23. 33. 43. *& cet. & ainsi des autres vnitez.*

Prens garde que si tie fais ce ieu auec dix cartes, il

aura

aura plus de grace, & l'artifice se cachera mieux si tu renuerses les cartes, tellement qu'on ne voye pas comme elles sont disposees : mais il est necessaire que tu remarques la disposition d'icelles, à fin de sçauoir le nombre de la carte touchee, pour trouuer celuy iusques auquel il faut faire conter.

PRO

PROBLEME XXI.

Disposer en trois rangs les neuf premieres cartes, depuis l'As iusques au 9. tellement que les points de chasque rang assemblez fassent tousiours la mesme somme, tant en long, qu'en large, & en diametre.

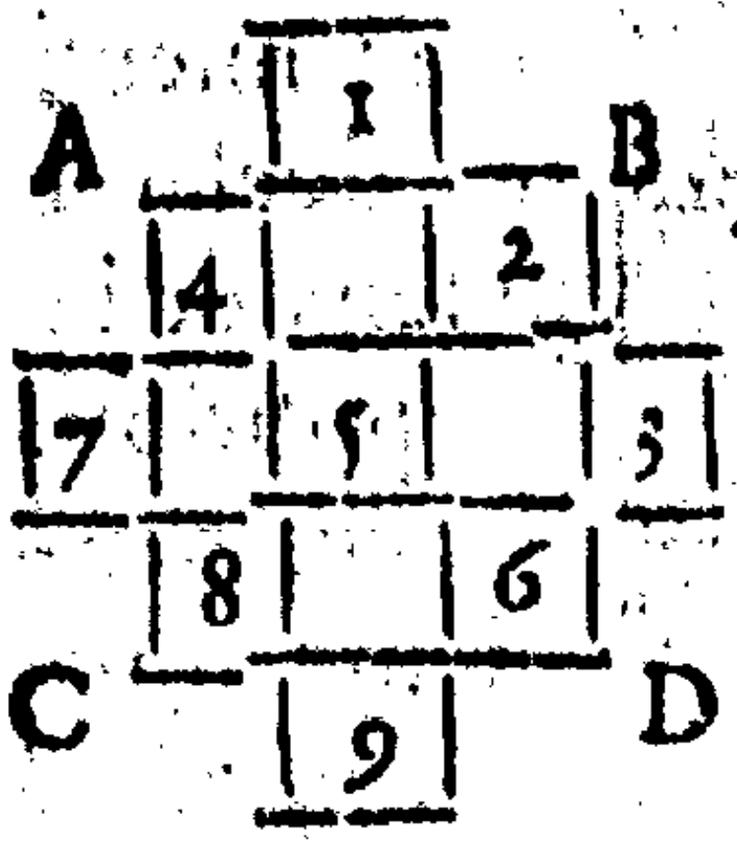
G	K	M
A 4	9	2 B
C 3	5	7 D
E 8	1	6 F
H	L	O

IE ne sçaurois mieux te declarer le sens de la proposition de ce probleme ny mieux t'enseigner le moyen de le parfaire, qu'en t'exposant la figure que i'ay mise à costé; ou tu vois que les neuf premiers nombres sont disposez en trois rangs, tellement que chascun des rangs A B. C D. E F. faict la somme de 15. & derechef chascun des trois rangs G H. K L. M N. faict semblablement 15. & les nombres qui sont disposez en diametre, à sçauoir

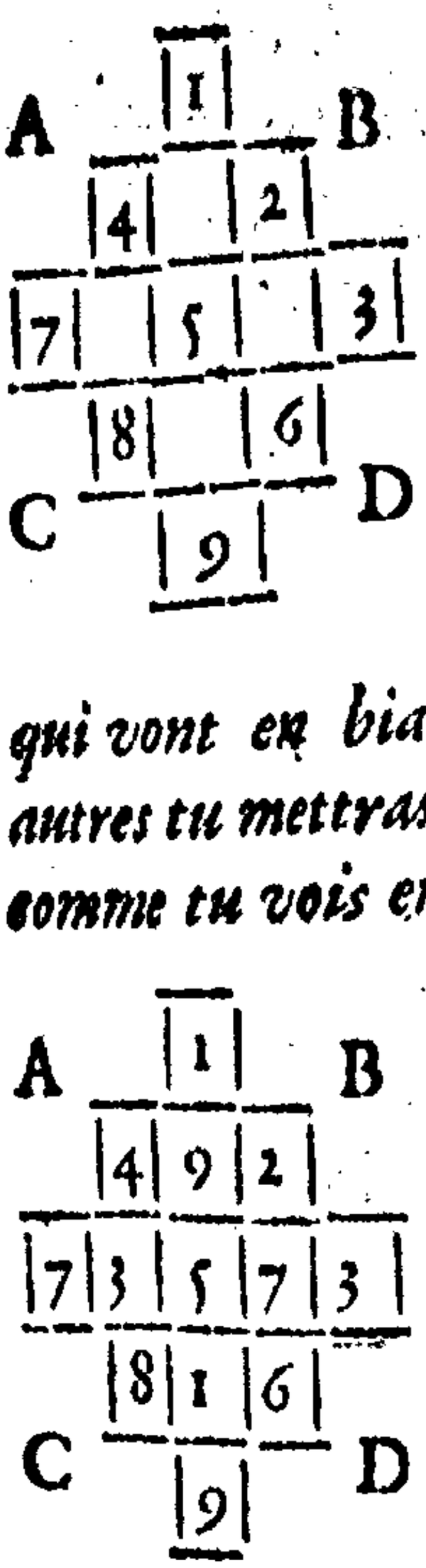
d'vn costé 4. 5. 6. & de l'autre 2. 5. 8. font encore 15. Quant à la reigle generale pour disposer ainsi tous les nombres despuis l'vnité iusques à vn nombre quarré, quel qu'il soit; i'en parleray en l'aduertissement.

ADVERTISSEMENT.

I'ay veu en plusieurs autheurs, disposez en ceste sorte tous les nombres despuis l'vnité iusques aux sept nombres quarrez consecutifs commençant à 9. à sçauoir 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. Mais la reigle pour les disposer ainsi, ie ne l'ay treuuee en aucun autheur. Or apres auoir beaucoup speculé là dessus, i'ay en fin treuué vne reigle tres-belle & tres-facile pour tous les quarrez impairs: mais pour les pairs, ie n'ay peu rencontrer aucune iusques à present qui soit parfaicte, & qui me contente. Quant à la reigle des quarrez impairs elle est telle. Fais vn quarré parfaict A B C D. & diuise chasque costé en autant de parties esgalles, qu'il y a d'vnitez en vn costé du quarée que tu veux disposer; Puis tire des lignes paralleles aux costez tant en long qu'en large des points de tes diuisions; & tout le quarré se treuuera diuisé en autant de petits quarrez, que tu as de nombres à disposer comme si tu veux disposer le quarré A B C D, sera diuisé en 9 petits quarrez, comme tu vois en la figure. Apres allonge sur tous les costez, les lignes tirees des points de tes diuisions, & fais derechef des petits quarrez semblables aux premiers, qui aillent touſiours decroissant du nombre de deux, iusques à ce qu'ils se terminent

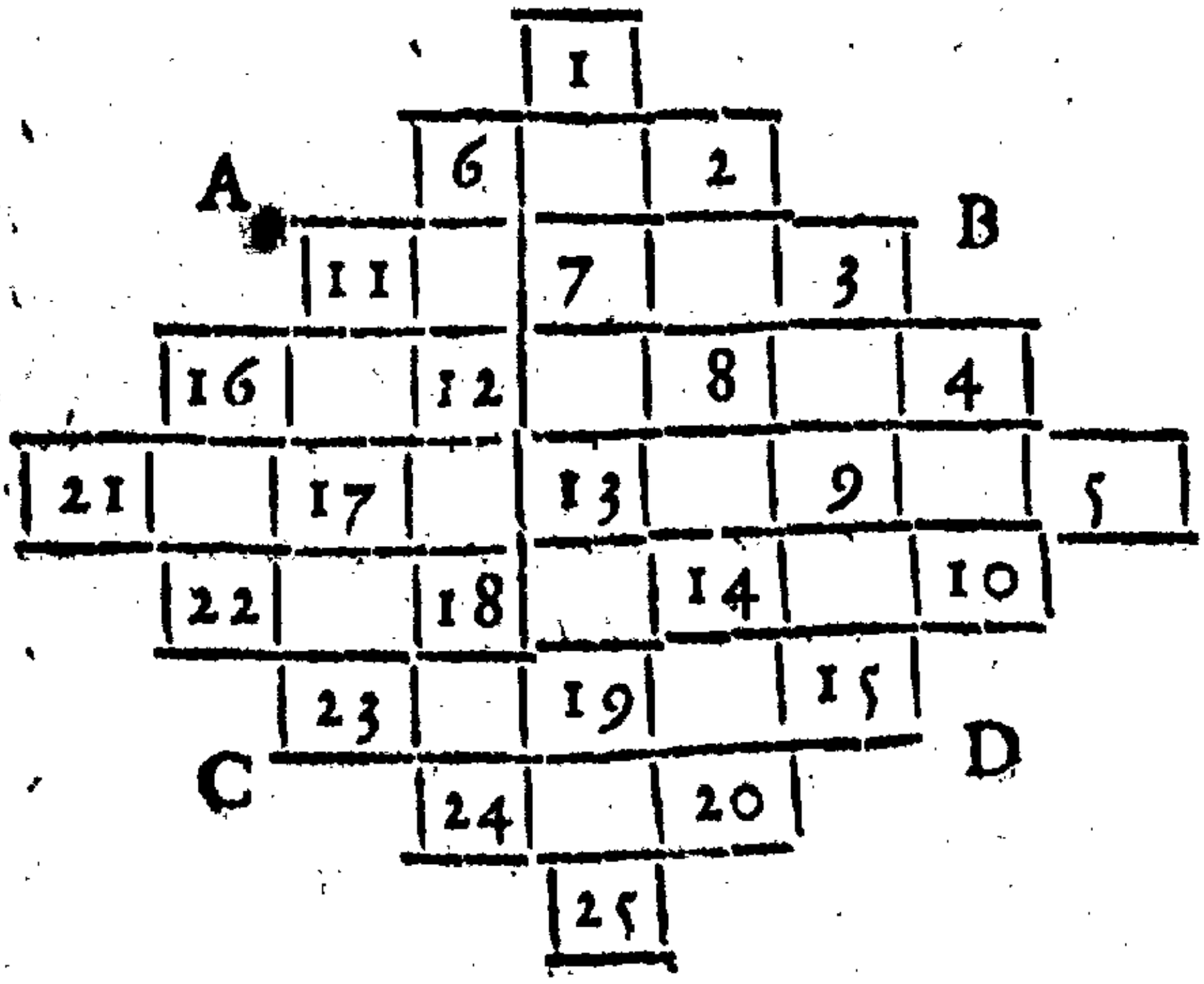


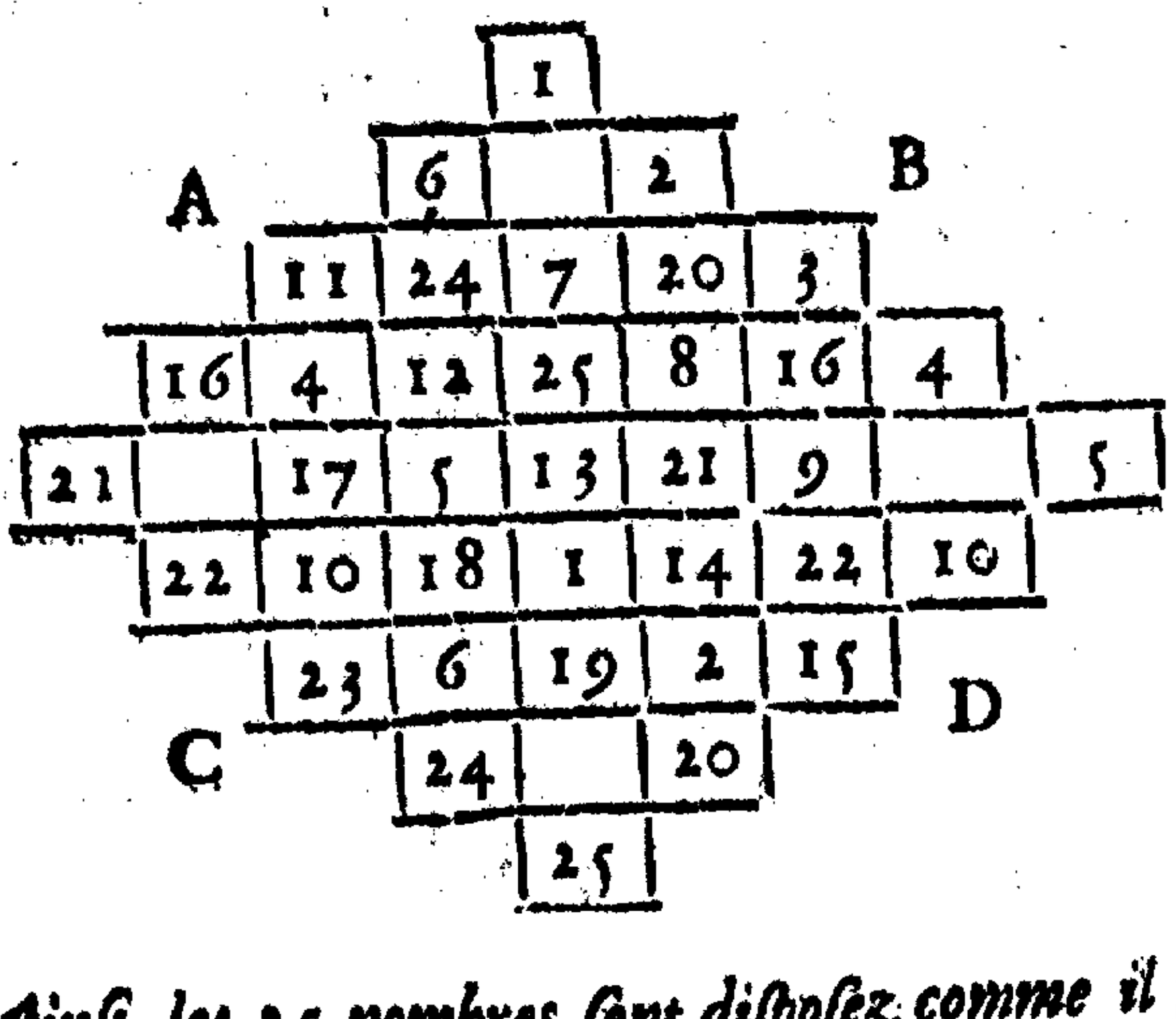
ent. Ces nombres sont



nent en vn seul petit quarré, lors range tes nombres suiuant l'ordre naturel des nombres & mets 1 au petit quarré d'enhaut, & le 2. & le 3. aux petits qui sont à l'entour du mesme diametre que le premier, c'est à dire que 1. 2. 3. se doiuent disposer dans les trois petits quarrez qui vont en biaisant, & semblablement dans trois autres tu mettras 4. 5. 6. & dans trois autres 7. 8. 9. comme tu vois en la premiere figure. Cela faict, les nombres qui se treuueront dans ton quarré A B C D. seront iustement colloquez en leurs places, à sçauoir 2. 4. 5. 6. 8. Mais les autres qui sont demeurez dehors, tu les mettras dans les places vuides qui restent vsant seulement de transposition, c'est à sçauoir que ceux d'enhaut, tu les mettras en bas, & ceux d'embas tu les porteras en haut; Ceux du costé gauche, passeront au costé droit, & ceux du costé droit, iront au costé gauche, comme tu vois en la seconde figure. Ainsi tous tes nombres seront disposez en la façon que requiert ce probleme. Mais remarque que la reigle generale de la transposition est qu'il faut porter le nombre qui se treuue hors de ton quarré, dans le mesme rang ou il se treuue, autant de places plus auant, qu'il y a d'vnitez au costé de ton quarré: Comme en nostre exemple, il le faut porter trois places plus auant, à cause que 3 est le costé de 9. & si nous auions pris au lieu de 9. les quarrez 25. ou 49. on porteroit les nombres qui se treuueroient

hors des quarrez 5 places ou 7 places plus auant, à cause que 5. est le costé de 25. & 7 est le costé de 49. Pour mieux te faire entendre ceste reigle, i'ay disposé icy en mesme sorte tous les nombres despuis 1. iusques à 25. comme tu vois es deux figures suiuantes.

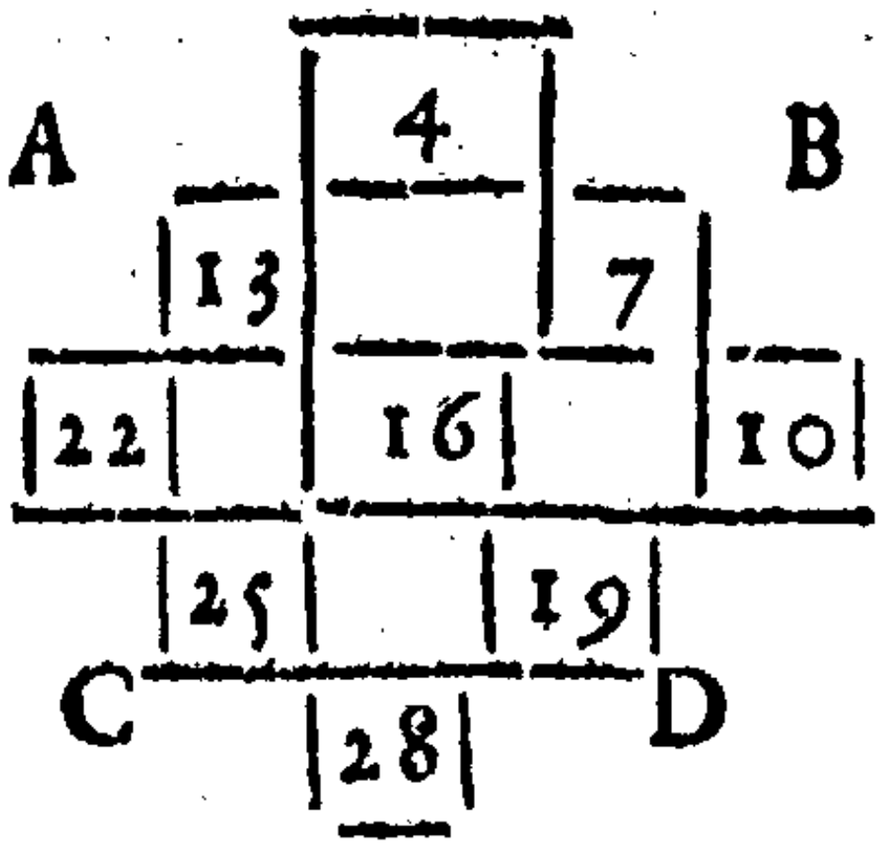


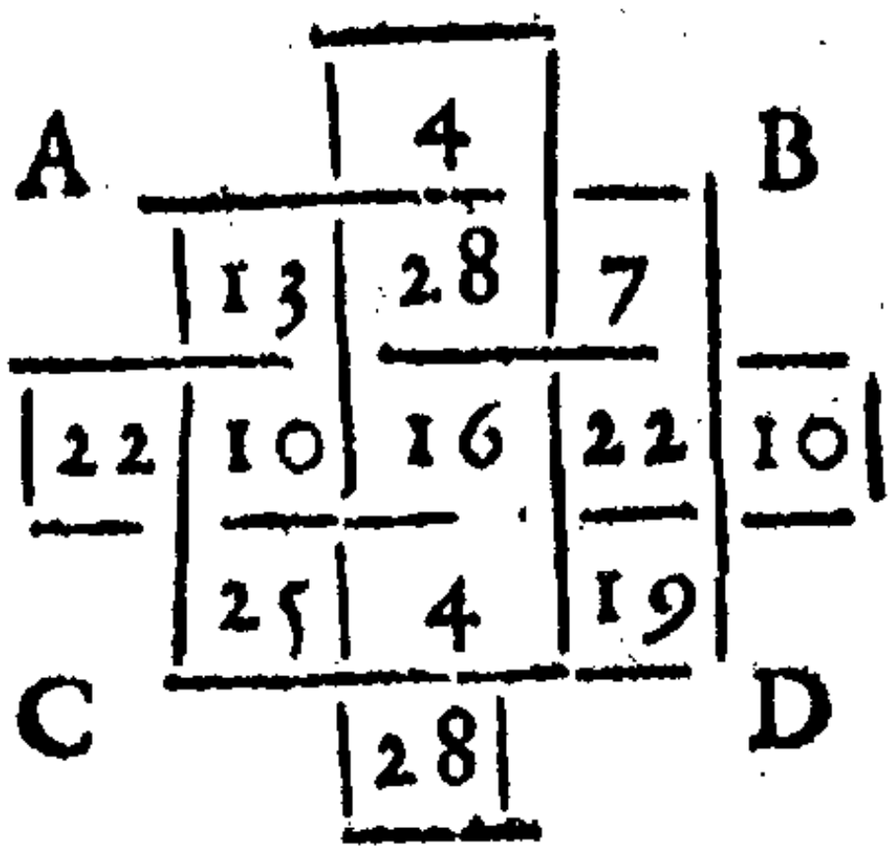


Ainsi les 25 nombres sont disposez comme il faut dans le quarré A B C D. car la somme de chasque rang est tousiours 65. La mesme reigle sert en tous

autres

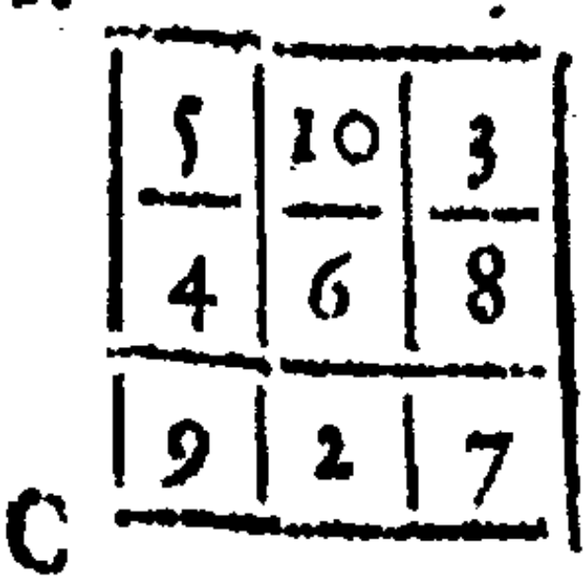
autres nombres, pourueu qu'ils soient pris en continuelle progression Arithmetique, encor qu'ils ne commenceront point par 1. *& que la difference de la progression ne sera point* 1. *Comme si tu veux ainsi disposer les 9 nombres suiuans* 4.7.10.13.16.19.22.25.



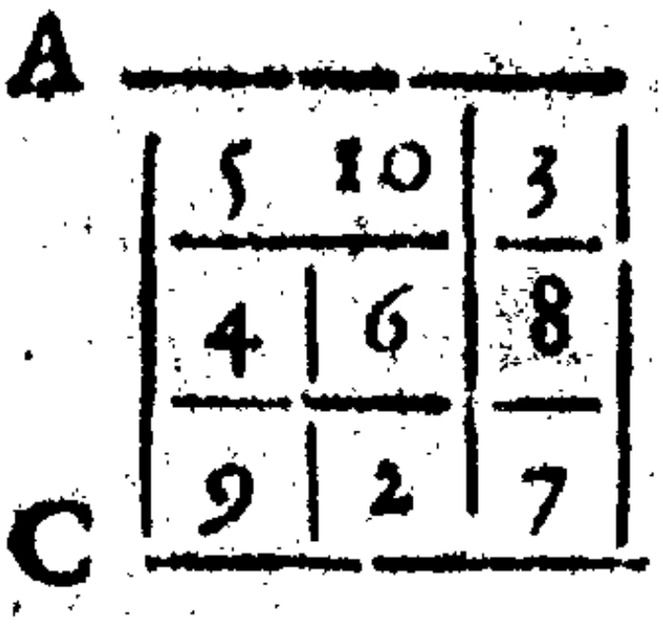


28. *pource qu'ils sont en progression arithmetique, tu le pourras faire par la reigle donnee, & comme tu vois que i'ay faict aux deux figures apposees, car au quarré de la seconde A B C D. lesdits 9. nombres sont tellement disposez que la somme de chasque rang est tousiours* 48.

On peut tirer de cecy vne autre façon de faire ce ieu auec neuf cartes, laissant l'as, & prenant les autres 9 despuis le 2. *iusques au* 10. *& si tu obserues bien la reigle, elles se treuueront disposees comme tu vois en la figure, ou la somme des nombres de chasque rang est tousiours* 18.



En outre c'est chose digne de remarque que les nombres disposez en diametre ne font pas seulement la mesme somme, que font ceux de chascun des autres rangs. Mais encore ils se treuuent tousiours disposez en progression arithmetique. Et de ceux du



diametre A D, la difference de la progression est la mesme, que celle de la progression de tous les nombres; de ceux du diametre B C, la difference de la progression, est le produit de la multiplication de la difference de ceux du diametre A D, par le costé du quarré, qui exprime la multitude des nombres. Ce que tu peux verifier par tous les exemples que i'ay rapportez.

Voila tout ce que ie puis dire touchant la reigle des quarrez impairs, dont ie ne donne point la demonstration, à cause que pour ce faire, il me faudroit icy rapporter vn liure tout entier de mes elemens Arithmetiques auquel ie demonstre les proprietez de la progression Arithmetique.

Quant à la reigle des quarrez pairs, i'ay desia dit que ie n'en ay point encor treuué vne parfaicte. C'est pourquoy ie ne m'amuseray pas à mettre, par escrit, plusieurs particulieres obseruations que i'ay faictes sur ce subiet, auec lesquelles neantmoins, i'ay disposé tous les nombres desdpuis l'vnité, iusques aux quarrez 100 *&* 144. *ce que personne n'auoit encore faict deuant moy. Mais i'aduertiray bien le lecteur, que pour ces quarrez pairs, il faut necessairement donner deux reigles differentes, à cause que ceux dont le costé est pairement pair ne se disposent pas du tout de la mesme façon, que ceux dont le costé est pairement impair. Et pour le faire voir clairement, comme aussi pour donner quelque lumiere à ceux qui apres moy voudront prendre la peine de chercher ces reigles, i'ay mis icy les figures des cinq premiers quarrez pairs, à sçauoir de* 16. 36. 64. 100. 144 *disposez comme il faut, & dessous chasque figure i'ay costé le nombre quarré,*

quarré, dessus i'ay mis la somme que font les nombres de chasque rang.

16

A					B
	4	14	15	1	
	9	7	6	12	
	5	11	10	8	
C	16	2	3	13	D

34

A							B
	6	32	3	34	35	1	
	7	11	27	28	8	30	
	19	14	16	15	23	24	
	18	20	22	21	17	13	
	23	29	10	9	26	12	
C	36	5	33	4	2	31	D

111

64

A								B
	8	58	59	5	4	62	63	1
	49	15	14	52	53	11	10	56
	41	23	22	44	45	19	18	48
	32	34	35	29	28	38	39	25
	40	26	27	37	36	30	31	33
	17	47	46	20	21	43	42	24
	9	55	54	12	13	51	50	16
C	64	2	3	61	60	6	7	57	D

260

100

10	92	93	7	5	96	4	98	99	1
11	19	18	84	85	86	87	13	12	90
71	29	28	77	76	75	24	23	22	80
70	62	63	37	36	35	34	68	69	31
41	52	53	44	46	45	47	58	59	60
51	42	43	54	56	55	57	48	49	50
40	32	33	67	65	66	64	38	39	61
30	79	78	27	26	25	74	73	72	21
81	89	88	14	15	16	17	83	82	20
100	9	8	94	95	6	97	3	2	91

505.

144.

12	134	135	9	8	138	139	5	4	142	143	1
121	23	22	124	125	19	18	128	129	15	14	132
109	35	34	112	113	31	30	116	117	27	26	120
48	98	99	45	44	102	103	41	40	106	107	37
60	86	87	57	56	90	91	53	52	94	95	49
73	71	70	76	77	67	66	80	81	63	62	84
61	83	82	64	65	79	78	68	69	75	74	72
96	50	51	93	92	54	55	89	88	58	59	85
108	38	39	105	104	42	43	101	100	46	47	97
25	119	118	28	29	115	114	32	33	112	110	36
13	131	130	16	17	127	126	20	21	123	122	24
144	2	3	141	140	6	7	137	136	10	11	133

870.

An

Au reste toutes les proprietez des nombres des quarrez impairs que nous auons declarees cy dessus conuiennent aussi à ceux cy des quarrez pairs. Car premierement on peut disposer en mesme sorte toute multitude de nombres qui soit vn quarré pair, pourueu que lesdits nombres soyent en progression Aritmethique, & cela se fera imitant la figure du quarré pair qui exprime la multitude des nombres, & mettant le plus petit de tes nombres en la place de 1. *l'autre apres en la place de* 2. *le troisiesme au lieu du* 3. *& ainsi consecutinement. Par exemple si tu veux ainsi disposer les seize*

A

14	44	47	5
29	23	20	38
17	35	32	26
50	8	11	41

C D B

nombres suiuans 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26. 29. 32. 35. 38. 41. 44. 47. 50. *tu imiteras la figure du quarré* 16. *comme i'ay dit, & les rangeras ainsi que tu les vois en la figure, ou la somme des nombres de chasque rang, est touſiours* 110.

En outre les nombres disposez en diametre, obseruent aussi la progression Aritmethique; mais la difference de la progression de ceux du diametre A D est le produit de la multiplication de la difference de la progression de tous les nombres; par vn nombre moindre de l'vnité que le costé du quarré: & la difference de la progression de ceux du diametre B C est le produit de la multiplication, de la difference de la progression de tous les nombres, par vn nombre surpassant de l'vnité le costé du quarré.

PROBLEME XXII.

Si deux ont proposé entre eux, de dire chascun l'vn apres l'autre alternatiuement vn nombre à plaisir, qui toutesfois ne surpasse point vn certain nombre prefix, pour voir adioustant ensemble les nombres qu'ils diront, qui arriuera plustost à quelque nombre prescrit: faire si bien qu'on arriue tousiours le premier au nombre destiné.

SOIT 100. le nombre destiné, & que le nombre prefix, qu'on ne peut passer soit 10. si bien qu'il soit permis de dire 10. ou tout nombre moindre. Par exemple le premier die 7. le second 10. qui font 17. puis le premier prenne 5. qui font 22. & le second prenne 8. qui font 30. & ainsi tousiours l'vn apres l'autre alternatiuement prenne vn nombre à plaisir, ne surpas

surpassant point 10. & qu'on adiouste tousiours les nombres qu'ils diront, iusques à ce qu'on paruienne à 100. & que celuy qui dira le nombre accomplissant 100. soit reputé pour vainqueur. Or pour vaincre infalliblement, adiouste 1. au nombre qu'on ne peut passer, qui est icy 10. tu auras 11. & oste continuellement 11. du nombre destiné 100. tu auras ces nombres. 89. 78. 67. 56. 45. 34. 23. 12. 1. Partant si tu commences à dire 1. quel nombre que ton aduersaire die, il ne te pourra empescher de paruenir à 12. & de là à 23. & de là, à 34. & de là, à 45. & de là, à 56. & de là, à 67. & de là, à 78. & de là, à 89. & finalement de là, à 100. Dont il appert que si les deux qui ioüent à ce ieu sçauent tous deux la finesse infalliblement celuy qui commence emporte la victoire. Toutesfois ce n'est pas reigle generale, car si l'on changeoit le nombre destiné à sçauoir 100. ou le nombre qu'on ne peut passer à sçauoir 10. la chose pourroit aller autrement, comme ie declareray cy-apres.

DEMONSTRATION.

LA demonstration de cecy est assez euidente, si l'on considere attentiuement la facon que i'ay donnee pour former la regle generale. Car en l'exemple proposé (qui nous seruira pour tout autre) quand tu prens 11. surpassant d'vn le nombre 10. que l'õ ne peut surpasser, & que tu l'ostes de 100. dont il reste 89. il appert que si tu dis 89. quoy que die ton aduersaire, il ne te peut empescher de paruenir à 100. Car premierement quãd

il

il diroit le plus grand nombre qu'il puisse dire à scauoir 10. il ne peur paruenir à 100. d'autant qu'entre 89,& 100. l'interualle est 11. mais il ne paruiendra qu'à 99. & partant il ne te restera qu'vn pour accomplir 100.

Secondement quand il diroit le moindre nombre qu'il puisse dire, à scauoir 1. tu ne lairras pourtant de gaigner, car il ne te restera que 10. pour paruenir à 100. d'autant que la difference de 89. à 100. estant 11. s'il adiouste 1. à 89. il ne te faudra adiouster que 10. pour parfaire 100.

Finalement quel autre nombre qu'il die entre 1.& 10. il est trop euident qu'a plus forte raisõ tu pourras accomplir 100. Pour la mesme cause si de 89. tu ostes 11. dont il reste 78. il appert qu'ayant pris 78. ton aduersaire ne te peut empescher de venir à 89. & pour la mesme raison ayãt dit 67. on ne te peut empescher de dire 78. & ainsi de tous les autres nombres assignez qui restent ostant continuellement 11. Doncques la regle est infallible & parfaictement demonstree.

ADVERTISSEMENT.

On peut apporter de la diuersité en la practique de ce ieu.

Premierement à cause que le nombre destiné pour y paruenir, peut estre quel nombre que l'on voudra choisir, par exemple au lieu de 100. *on se pourroit proposer* 120. *& alors les nombres qu'il faudroit remarquer seroyent.* 109.98.87.76.65.54.43.32.21.10. *Où il appert aussi que celuy qui commenceroit gaigneroit infalliblement.*

Secondement pource que le nombre prefix que l'on ne peut

peut paſſer ſe peut auſſi changer à plaiſir. Par exemple voulant touſiours paruenir à 100. *on pourroit pour le nombre prefix choiſir* 8. *& alors les nombres qu'il faudroit remarquer ſeroyent* 91. 82. 73. 64. 55. 46. 37. 28. 19. 10. 1. *& celuy qui commenceroit gagneroit auſſi. Mais ſi l'on prenoit* 9. *pour le nombre prefix, les nombres à remarquer ſeroyent* 90. 80. 70. 60. 50. 40. 30. 20. 10. *Partant il appert que celuy qui commenceroit pourroit perdre, ſi l'autre entẽdoit le ſecret du ieu, d'autant que le premier ne pouuant paſſer* 9. *ne pourroit paruenir à* 10. *& ne pouuant dire moins que* 1. *il ne pourroit empeſcher que l'autre ne paruint à* 10. *& partant il ne pourroit empeſcher qu'il ne paruint à tous les autres nombres conſecutiuement & finalement à* 100.

Mais il eſt certain que tous ces ieux ne ſe font pas ordinairement auec ceux qui les ſçauent deſia, ains auec ceux qui les ignorent. Partant ſi ton aduerſaire nẽ ſçait pas la fineſſe du ieu, tu ne dois pas prendre touſiours tous les nombres remarquables & neceſſaires, pour gaigner infalliblement, car faiſant ainſi tu deſcouuriras trop l'artifice, & s'il eſt homme de bon eſprit il remarquera tout incontinent ces nombres là, voyant que tu choiſis touſiours les meſmes, mais au commencement tu peux dire à la volée des autres nombres, iuſques à ce que tu approches du nombre deſtiné, car alors tu pourras ſubtilement accrocher quelqu'vn des nombres neceſſaires de peur d'eſtre ſurpris.

PRO

PROBLEME XXIII.

Estant psoposé quelque nombre d'vnitez distinguces entre elles, les disposer & ranger par ordre en telle sorte, que reiettant tousiours la neufiesme, ou la dixiesme, ou la tantiesme que l'on voudra, iusques à vn certain nombre, les restantes soyent celles que l'on voudra.

ON à accoustumé de proposer ce Probleme en ceste sorte, Quinze Chrestiens & quinze Turcs se treuuent sur mer dans vn mesme nauire, & s'estant esleuee vne terrible tourmente, le pilote dit qu'il est necessaire de ietter dans la mer la moitié des personnes qui sont en la nef, pour sauuer le reste. Or cela ne se peut faire que par sort; Partant on est d'accord que se rangeans tous par ordre, & contant de neuf, en neuf, on jette chasque neufuiesme dans la mer iusques à ce que de 30. qu'ils sont, il n'en demeure que 15. On demande comment il les faudroit disposer pour faire que le sort tombat sur les 15. Turcs sans perdre aucun des Chrestiens. Pour faire

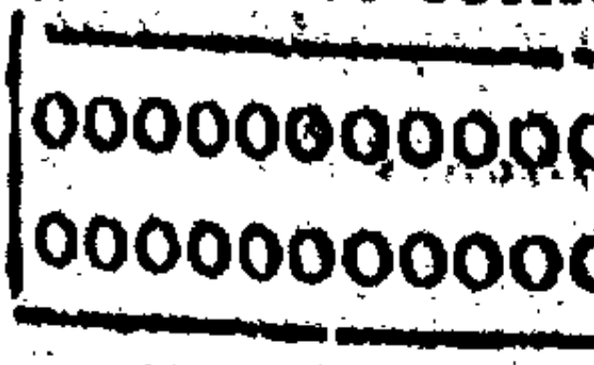
cecy promptement, remarque ces deux vers:

Mort tu ne fauliras pas
En me liurant le trespas.

Et pren garde seulement aux voyelles a e i o u. T'imaginant que la premiere a, vaut vn, la seconde e, vaut 2. la troisieſme i, vaut 3. la quatrieſme o, vaut quatre, & la cinquieſme u, vaut 5, & d'autant qu'il faut commencer par les Chreſtiens, en la premiere ſyllabe (Mort) la voyelle o te monſtre qu'il faut en premier lieu mettre 4. Chreſtiens: en la ſeconde ſyllabe (Tu) la voyelle u te monſtre qu'il faut apres ranger 5. Turcs. Ainſi (ne) ſignifie 2. Chreſtiens; (fal) vn Turc; (li) 3. Chreſtiens; (ras) vn Turc (pas) vn Chreſtien; (en) 2. Turcs; (me) 2. Chreſtiens; (li) 3. Turcs: (vrant) vn Chreſtien; (le) 2 Turcs; (tres) 2. Chreſtiens; (pas) vn Turc. La regle generale pour faire le meſme en tout nombre deſpend de ce que ie diray en la demonſtration.

DEMONSTRATION.

VOulant faire ce ieu en quel nombre que ce ſoit, par exemple en 30. imagine toy 30. vnitez toutes ſemblables comme celles que tu vois



icy deſcrites, & commençant à conter par la premiere, marque la neufuieſme ou la trentieſme que l'õ voudra auec quelque ſigne comme mettant deſſus quelque marque, puis conte deſpuis celle que tu as marquee, de la meſme facon, & marque auſſi la neufuieſme, & continuë à faire le meſme recommençant quãd tu ſeras au bout, & ſautãt toutes celles que

tu

tu auras desʃ-ja marquees, iuʃques à ce que tu en ayes marqué le nombre requis, comme en l'exemple proposé, iuʃques à ce que tu en ayes marqué quinze; car alors toutes les vnitez marquees ſeront celles qu'il faudra rejetter, & les autres, celles qui demeureront. La raiſon en eſt bien euidente. Partant ſi tu remarques la diſpoſition deſdictes vnitez, à ſcauoir comment les marquees ſont diſpoſees parmy les non marquees, tu feras ayséement vne regle pour quel nombre que ce ſoit.

ADVERTISSEMENT.

Il eſt aiſé à voir que ce ieu ſe peut practiquer fort diuerſement. Car premierement, le nombre des vnitez peut eſtre tel que l'on veut, par exemple au lieu de 30. *on en pouuoit mettre* 40. 50. 60. *où plus, où moins. Secondement au lieu de rejetter touſiours la neufuieſme, on peut rejetter la ſixieſme, la dixieſme, ou la tantieſme que l'on voudra.*

Finalement au lieu d'en rejetter autant qu'il en demeure on peut n'en rejetter que tant peu que l'on voudra, tellement qu'il en demeure d'auantage, ou bien en rejetter ſi grand nombre qu'il en demeure beaucoup moins, comme en l'exemple donné, ſuppoſant qu'il y eut eu dans la nef 6. *Turcs ſeulement, &* 24. *Chreſtiens, & que pour deſcharger le vaiſſeau, il n'en eut fallu ietter en mer que la cinquieſme partie des perſonnes à ſçauoir* 6. *on les eut peu diſpoſer de ſorte, que le ſort fut tombé ſeulement ſur les* 6. *Turcs. De meſme s'il y auoit* 20. *Turcs, &* 10. *Chreſtiens, & qu'il en falluſt oſter les* $\frac{1}{3}$. *On les pourroit diſpoſer en telle façon que les* 20.

Turcs

Turcs s'en iroyent, & les 10. *Chrestiens demeureroient.*

Or comme i'ay touché en la preface de cette œuure, c'est par ceste inuentiõ que Iosephe se sauua tres-subtilement dans Iotapata ainsi qu'on recueille euidemment des paroles d'Egesippus touchant ce fait au 3. *Liure de la guerre de Hierusalem. Et bien qu'il nẽ particularize pas assez ceste action, toutesfois par ce qu'il dit nous nous pouuons imaginer comme le tout se passa. Car ainsi qu'il raconte, il y eut* 40. *Soldats qui se sauuerent auec Iosephe dans le lac, si bien qu'à conter ledit Iosephe ils estoient en tout* 41. *Partant supposons qu'il ordonna que contant de trois en trois, on tueroit tousiours le troisiesme: il est certain que procedãt de la sorte, tu trouueras en fin par la regle donnee en la demonstration, qu'il faut que Iosephe se mit le trente-uniesme apres celuy, par lequel on commençoit à conter, au cas qu'il visast à demeurer en vie luy tout seul. Mais s'il voulut sauuer vn de ses compagnons, il le mit en sa seziesme place, & s'il en voulut sauuer encor vn autre, il le mit en la trente-cinquiesme place.*

PROBLEME XXIV.

Plusieurs nombres inesgaux estant proposez, diuiser chascun d'iceux en deux parties, & treuuer deux nombres desquels l'vn multipliant vne desdictes parties, & l'autre multipliant l'autre; la somme des deux produits se treuue par tout la mesme.

CE Probleme coustumierement se propose en ceste sorte. Trois femmes vendent des pommes au marché; la premiere en vẽd 20. la seconde 30. la troisiesme 40. Et elles vendent toutes trois à vn mesme prix, & rapportent chascune la mesme somme d'argent, on demande comme cela se peut faire.

Il est certain que prenant cecy cruëment comme il est proposé, & s'imaginant qu'elles ayent vendu toutes leurs pommes à vn seul prix, & à vne seule fois, la chose est impossible, car en ceste façon il ne peut estre que celle qui à plus grand quantité de pommes, ne rapporte d'auantage d'argent. Mais il se doit entendre, quelles vendent

dent à diuerſes fois, & à diuers prix, bien qu'a chaſque fois elles vendent chaſcune à vn meſme prix. Par exemple mettons que la premiere fois elles vendent 1. denier la pomme, & qu'à ce prix la premiere femme vende 2. pommes la ſeconde 17. la troiſieſme 32. Alors la premiere fẽme aura 2. deniers, la ſeconde 17. & la troiſieſme 32. Puis ſuppoſons qu'à la ſeconde fois elles vendẽt le reſte de leurs pommes 3. deniers la pomme, alors la premiere pour 18. põmes qui luy reſtent, aura 54. deniers. La ſeconde pour 13. pommes qui luy reſtent, aura 39. deniers. La troiſieſme pour 8. pommes qui luy reſtent, aura 24. Or qu'on aſſemble tout l'argẽt de la premiere, à ſçauoir 2. & 54. & tout celuy de la ſecõde, à ſçauoir 17. & 39. & finalement celuy de la troiſieſme, à ſçauoir 32. & 24. on treuuera que chaſcune rapporte 56. deniers. Partant il appert qu'en sẽblables queſtiõs, le tout giſt à diuiſer les trois nombres propoſez en deux parties, & treuuer deux nombres dont l'vn multipliant vne deſdictes parties, & l'autre l'autre, la ſomme des deux produicts ſoit la meſme par tout. Pour faire cecy i'ay inuenté la regle ſuiuante generale & infallible perſonne par cy-deuant ne s'en eſtant aduiſé que ie ſçache.

Pren les differences du moindre nombre des propoſez auec les plus grands, comme en l'exemple donné pren la difference de 20. à 30. & celle auſſi de 20. à 40. tu auras 10. & 20. Cela fait, regarde quels nõbres ces differences ont pour cõmune meſure, comme 2. 5. 10. & choiſis pour tes multiplicateurs quelques deux nõbres, dõt l'interualle ſoit 2. où 5. où 10. Cõme 1. & 3. où 1. & 6. ou 2. & 7. où 1. & 11. Par exemple choiſis 1. & 3. Alors

par l'interualle d'iceux qui est 2.diuise la differé-ce de 20.à 40.)à sçauoir 20.)& par le quotiẽt 10. multiplie à part les deux nombres 1. & 3. tu auras 10.& 30.Partant diuise le moindre des nombres proposez à sçauoir 20.en deux telles parties que tu voudras,pourueu que la plus grande surpasse 10.le moindre des deux 10.& 30. Par exẽple diuise 20. en 3. & 17. & adiouste 30.à la moindre, oste 10.de la plus grande,tu auras 33. & 7.les deux parties cherchees de 40.semblablement pour trouuer les deux parties de 30.tu procederas ainsi. Diuise la difference de 20.à 30. (à sçauoir 10.)par l'interuale qui est entre 1.& 3.(à sçauoir par 2.) le quotient sera 5. qui multiplié par 1.& 3.donnera 5.& 15.Partant puis que 20. est desʃ-ja diuisé en 3.& 17.adiouste comme auparauant 15. au moindre & soustray 5. du plus grand,tu auras 18. & 12. les deux parties de 30. que tu cherches.Doncques tu as diuisé les trois nombres proposez comme il faut, à sçauoir le premier en 3. & 17. le second en 18. & 12. le troisiesme en 33.& 7.& multipliant l'vne de ces parties par 1. l'autre par 3. la somme des deux produicts est par tout 54.

Que si au lieu de 1.& 3. tu choisis pour multiplicateurs 2.& 7.par leur interualle 5. diuise la plus grande difference 20. viendra 4. qui multiplié par 2. & 7. donnera 8. & 28. Partant diuise 20. le moindre des nombres proposez en deux telles parties, que la plus grande surpasse 8. par exemple diuise 20. en 8. & 12. & à la moindre adiouste 28.de la plus grande oste 8.tu auras 36. & 4.les deux parties de 40. semblablement par l'interualle 5. diuise la moindre differecce 10.

viendra

viendra 2.qui multiplié par 2.& 7.donnera 4. & 14.Partant les deux partis de 20.estant 8. & 12. adiouste 14. à la moindre & oste 4. de la plus grande,tu auras 22. & 8. les deux parties de 30. Doncques les trois nombres sont diuisez comme il faut, le premier en 8. & 12. Le second en 22.& 8.Le troisiesme en 36. & 4. & multipliant l'vne des parties par 2.l'autre par 7.la somme des deux produicts est par tout 100.

Que si tu prens pour multiplicateurs 1.& 11. dont l'interualle est 10,diuise la plus grande difference 20.par l'interualle 10.le quotient sera 2. qui multipliant 1.& 11.donnera 2.& 22.partant diuise le moindre des nombres proposez en deux parties,dont la plus grande surpasse 2.comme en 6.& 14. & à la moindre adiouste 22. oste 2.de la plus grande, tu auras 28. & 12. pour les parties de 40.Et par le mesme interualle 10.diuisant la moindre difference,10.vient 1.qui multiplié par 1. & 11. donne 1.& 11. Partant les parties de 20.estant 6.& 14.adiouste 11. à la moindre,oste 1. de la plus grande, tu auras 17. & 13. pour parties de 30. Donc le premier est diuisé en 6.& 14.Le second en 17. & 13. Le troisiesme en 28. & 12. Et multipliant l'vne de ces parties par 1.l'autre par 11.la somme des deux produits est par tout 160.

DEMONSTRATION.

A 20.	B 30	P 2.	Q 198.
C 10.		H 2.	K 18.
D 5.		L 12.	M 2.
E 6.	F 1.	N 14.	O 16.
G 2.		R 14.	T 96.

SOyent propoſez les deux nombres A B. pour les diuiſer en la façon requiſe. Leur differẽce ſoit C. qui ſoit meſuree par le nombre D. & prens deux nombres E. F. dont l'interualle ſoit D. & diuiſant C. par D. ſoit le quotient G. qui multipliant les deux E. F. produiſe les deux L. M. & diuiſant A. le moindre des deux nombres propoſez en deux parties H k. telles qu'on voudra, pourueu que de la plus grande K. on puiſſe ſoubſtraire M. le moindre des deux L. M. & adiouſtant enſemble H. L. ſoit la ſomme N. puis oſtant M. de K. ſoit le reſte O. ie dis que N. O. sõt les parties de B. qui multiplices l'vne par E. l'autre par F. produiſent deux nombres, dont la ſomme eſt eſgale à la ſomme des deux qui ſe produiſent, multipliant H. K. les parties de A. (par la conſtruction) par les meſmes nombres E. F. Car premierement que N. O. joints enſemble ſoient eſgaux à B. Ie le preuue.

Puis que D. eſt l'interualle des nombre E. F. il eſt certain que D. F. enſemble ſont eſgaux au nombre E. Partant par la 1. du 2. le nombre qui ſe fait multipliant E. par G. à ſçauoir L. eſt eſgal aux deux qui ſe produiſent, multipliant par le meſme G. les deux D. F. à ſçauoir aux deux C. M. Partant C. eſt l'interualle des deux L. M. Doncques ſi aux deux H. k. nous adioutons L, & que nous en oſtions M. c'eſt autant que ſi aux deux H, k, nous

adioutions

adioutions seulement le nombre C. Or de ceste addition & de ceste soubstraction prouiennent les deux N. O, doncques N. O. sont esgaux aux nombres H k,auec le nombre C.Partant puisque H. k. sont esgaux à A, & que A C, sont esgaux à B, Il est euident que N O. sont esgaux à B. Ce qu'il falloit preuuer.

Secondemẽt qu'on multiplie H par F,& soit le produit P.qu'on multiplie k.par E,& soit le produit Q.D'autre costé qu'on multiplie aussi N.par F,& soit le produit R. qu'on multiplie O par E. & soit le produit T.Ie dis que les deux produits P.Q.joints ensemble,sont esgaux aux deux R.T. Car puisque H L. ensemble sont esgaux à N, Le nõbre qui se fait multipliãt N par F(à scauoir R) est esgal aux deux qui se font multipliant par le mesme F, les deux H L;Or multipliant H par F, le produit est P,Doncques R. est esgal à P,& au produit de la multiplication de L.par F.Semblablement puisque k. est esgal aux deux M O. Le nombre Q.qui se faict multipliant k.par E,est esgal aux deux qui se font multipliant par le mesme E,les deux M O, or multipliant O par E, le produit est,T,dõcques Q.est esgal à T,& au produit de la multiplication de M.par E.Partant R. Surpasse P. du produit de L par F. & Q. surpasse T,du produit de M par E.Or ces deux produicts sont esgaux (car puis que le mesme G multipliãt E F,produit L M,il y a telle proportion de E à F, que de L. à M, par consequent il se produit le mesme nombre multipliant E par M, & multipliant F par L, par la 19.du 7. Doncques R surpasse P.du mesme nombre, dont Q. surpasse T, partant il est euident que E. P.ensemble, font la

mesme somme que R.T.Ce qu'il falloit demonstrer.

La mesme raison, & la mesme facon de faire à lieu si les nombres proposez sont plus de deux: car selon la reigle on compare tousiours chascun des plus grands auec le moindre. Partant la demonstration est generale.

ADVERTISSEMENT.

Il faut icy remarquer deux choses, pour ne tomber pas en quelque inconuenient.

La premiere est, que comme la question se propose ordinairement, il faut euiter les fractions, & donner la solution en nõbres entiers, qui est la cause qu'il est presque necessaire que les differences des nombres proposez ayẽt quelque commune mesure, car autremẽt diuisant, comme enseigne la regle, quelqu'vne des differences par vn nombre qui ne la mesureroit pas, la quotiẽt ne seroit pas entier, & partant le plus souuent en tout le reste de l'operation les fractions se trouueroient entremeslees. I'ay dit que cela estoit presque necessaire, car quelquesfois il peut arriuer que bien que les susdittes differẽces n'ayent point de cõmune mesure que l'vnité, toutesfois la solution se peut donner en nombres entiers, pourueu que le moindre des nombres proposez surpasse au moins de 2. la plus grãde difference. Par exemple soyent les trois nombres proposez 20.25.32. bien que les differẽces 5. & 12. n'ayent point de commune mesure que l'vnité, neantmoins pource que 20. surpasse de beaucoup 12. on pourra fort bien soudre la questiõ, prenãt pour multiplicateurs deux nombres, dont l'internalle soit 1. cõme 1 & 2. Que si tu procedes selon la regle, & que tu fasses 4. & 16. les deux parties de 20. tu trouueras 14. & 11. pour les

parties

parties de 25. & 28. & 4. pour les parties de 32. & tousiours l'vne d'icelles multipliee par 1. l'autre par 2. la somme des deux produicts sera 36.

La seconde chose digne de remarque est qu'il faut auec grãd esgard choisir des multiplicateurs dõt l'interualle soit vn nombre mesurant les differences. Car pour ne tomber point en incõuenient, il faut que lesdicts multiplicateurs soyẽt tels que par leur interualle diuisant la plus grande difference, & par le quotient multipliant le moindre desdits multiplicateurs, le produit se trouue au moins moindre de 2. que le moindre des nombres proposez. Partant les nombre proposez estant 20. 30. 40. & les differences 10. & 20. encor que 2. soit leur commune mesure, si ne m'est-il pas permis de choisir pour multiplicateurs tous nombres dont l'interualle soit 2. car si ie pren 3. & 5. diuisant par l'interualle 2. la difference 20. le quotient est 10. qui multiplié par 3. fait 30. qui est plus grand que le moindre des nombres proposez (à sçauoir que 20) partant la question est insoluble par ce moyen & la cause de cecy est assez euidente par la reigle donnée, & par la demonstration d'icelle. Car il faudroit diuiser 20. en deux telles parties, que de la plus grande on peut oster 30. Ce qui est manifestement impossible. Dont aussi on peut comprendre la raison de ce que i'ay dit, qu'il est necessaire que le moindre des nombres proposez surpasse, pour le moins de 2. le produit de la multiplication du moindre multiplicateur, par le quotient de la diuision. Car il faut diuiser le moindre des nombres proposez en deux telles parties, que de la plus grande on puisse oster ledit produit. Or la plus grande partie d'vn nombre (ne voulant point admettre les fractions) c'est ce qui reste ostant 1. dudict nombre. Par exemple la plus grande partie de 20. sans fraction, c'est 19.

diuisant 20. en 1. & 19. Doncques puis que le produit de la multiplication susmentionné doit estre moindre que 19. il est force que pour le moins il soit moindre de 2. que 20.

Par tout ce qui a esté dict, on voit assez que ce probleme se peut practiquer en beaucoup de façons differentes, & peut receuoir beaucoup de solutions. Car premierement sans changer les nombres proposez on peut bien souuent choisir beaucoup de differens multiplicateurs obseruans les conditions requises. Secondement encore retenant les mesmes multiplicateurs, la question peut receuoir differentes solutions, selon qu'on diuisera le moindre des nombres proposez en differentes parties, ce qui se peut faire bien souuent en beaucoup de sortes, car il n'importe en quelle façon on les diuise, pourueu que la plus grande partie soit tousiours plus grande, que le produit de la multiplication susmentionné. Troisiesmement, ayant vne fois choisi des multiplicateurs à propos, & diuisé les nombres proposez en parties propres à soudre la question, retenant les mesmes parties, tu peux changer de multiplicateurs, prenant deux autres nombres quelconques en mesme proportion, comme au lieu de 1 & 3 prenant 2 & 6. ou 3. & 9. &c.

Finalement ceste reigle ne s'estend pas seulement à trois nombres, mais elle se peut practiquer en toute multitude de nombres, pourueu qu'on obserue tousiours les conditions requises, car on pourroit proposer tels nombres, que la solution seroit impossible, comme qui proposeroit 20. 30. 41.

PROBLEME XXV.

De trois choſes & de trois perſonnes propoſees, deuiner quelle choſe aura eſté priſe par chaſque perſonne.

IMAGINE toy que des trois perſonnes l'vne eſt premiere, l'autre ſeconde, l'autre eſt troiſieſme, & ſemblablement des trois choſes fais-en vne premiere, l'autre ſeconde, l'autre troiſieſme. Puis prenant 24. getrons donne 1. geton à la premiere perſonne, deux à la ſeconde, trois à la troiſieſme, & laiſſant les 18. getrons reſtans ſur la table, permets qu'à ton inſçeu chaſque perſonne prenne celle des trois choſes qu'elle voudra; cela fait ordonne que la perſonne qui a pris la premiere choſe, prenne des getrons reſtans autant que tu luy en as donné, & que la perſonne qui a pris la ſeconde choſe,

prenne

preme des gettons restans deux fois autant que tu luy en as donné ; & que la personne qui a pris la troisiesme chose prenne des gestons restans, quatre fois autant que tu luy en as donné. Alors demande le reste des gestons, & pren garde qu'il n'en peut rester que 1. ou 2. ou 3. ou 5. ou 6. ou 7. iamais 4. Partant pour ces six façons differentes remarque ces six paroles.

Par fer, Cesar, Iadis, deuint, si grand, Prince.

Que s'il reste 1 geston tu te seruiras de la premiere, s'il en reste 2. tu te seruiras de la seconde, s'il reste 3. gettons, tu te seruiras de la troisiesme, s'il reste 5. gettons tu prendras la quatriesme & ainsi consecutiuement. Or pour t'en seruir tu dois remarquer, qu'en chasque parole il y a deux syllabes dont la premiere signifie la premiere personne & la seconde signifie la seconde personne ; semblablement pren garde aux voielles *a e i.* Car *a.* signifie la premiere chose, *e* la seconde, *i* la troisiesme, Partant selon que tu trouueras vne de ces voielles en vne des syllabes, tu dois iuger qu'vne telle chose est entre les mains d'vne telle personne. Par exemple supposons qu'il reste 3. gettons & que partant il te faille seruir de la troisiesme parole *Iadis.* Alors d'autant que la premiere voielle *a* est en la premiere syllabe, tu diras que la premiere personne à la premiere chose, & pource que la troisiesme voyelle *i*, est en la seconde syllabe, tu diras que la seconde personne à la troisiesme chose. Et sçachant ce qu'ont la premiere & seconde personne, tu sçais bien ce qu'a la troisiesme.

DEMONSTRATION.

IL faut en premier lieu demonstrer que 3 personnes ne peuuent prendre 3 choses qu'en six façons differentes, & cecy se preuue ainsi. Premierement deux personnes prenant deux choses ne peuuent changer qu'en deux façons, car ou la premiere personne à la premiere chose, & la secõde personne à la seconde chose, ou bien la premiere personne à la seconde chose, & la seconde personne à la premiere chose. Cela supposé quand il y a trois personnes & trois choses, quel changement qu'on se puisse imaginer, il faut necessairement que l'vne des trois choses, par exemple la premiere, se treuue entre les mains de la premiere personne, ou de la seconde, ou de la troisiesme. Or la premiere chose estant entre les mains de la premiere personne, les autres deux personnes ne peuuent changer qu'en deux façons, comme i'ay desia preuué: semblablement la mesme chose estant entre les mains de la seconde personne, les autres deux personnes ne peuuent changer qu'en deux façons, & par mesme raison la mesme chose estant entre les mains de la troisiesme personne, les autres deux ne peuuent changer qu'en deux façons. Doncques tous ces differens changemens ne peuuent estre que 2. fois 3. à sçauoir 6. Ce qu'il falloit preuuer. Or que la reigle que i'ay donnee pour signifier chascune de ces six façons soit bonne & infallible, ie le preuue aisément. Car supposons.

Premierement que la premiere personne ait la

premiere

premiere chose; la seconde personne la seconde chose; & la troisiesme personne la troisiesme chose. Alors selon la reigle, la premiere personne prendra 1. des 18. gettons restans (à sçauoir vne fois autant que tu luy en as donné) la seconde personne en prendra 4 (à sçauoir deux fois autant que tu luy en as donné) & la troisiesme personne en prendra 12 (à sçauoir quatre fois autant que tu luy en as donné (partant la somme de tous ces gettons estant 17. il appert qu'il ne restera qu'vn getton. Donc en tel cas tu te seruiras fort à propos de la premiere parole *Par fer.* qui monstre vne telle disposition.

Secondement que la premiere personne ait pris la seconde chose, la seconde personne ait pris la premiere chose, & la troisiesme personne la troisiesme chose. Alors la premiere personne prendra 2. gettons, la seconde personne en prendra aussi 2. & la troisiesme en prendra 12. & la somme de tous ces gettons est 16. qui ostee de 18. reste 2. Partant en tel cas tu te peux bien seruir de la seconde parole *Cesar.*

Troisiesmement que la premiere personne ait la premiere chose, la seconde personne ait la troisiesme, & la troisiesme ait la seconde. Alors la premiere personne prendra 1. getton, la seconde 8. la troisiesme 6. qui tous ensemble font 15. qui osté de 18. reste 3. Partant en ce cas tu te seruiras fort bien de la troisiesme parole *Iadis.*

Quatriesmement que la premiere personne ait la seconde chose, la seconde personne ait la troisiesme, & la troisiesme personne ait la premiere.

miere. Alors la premiere perſonne prendra 2. gettons, la ſeconde 8. la troiſieſme 3. qui tous enſemble font 13. qui oſté de 18. reſte 5. Partant en tel cas tu te peux ſeruir de la quatrieſme parole *Deuint.*

Cinquieſmement que la premiere perſonne ait la troiſieſme choſe, la ſeconde perſonne ait la premiere choſe, & la troiſieſme perſonne ait la ſeconde. Alors la premiere perſonne prendra 4. gettons, la ſeconde 2. & la troiſieſme 6. qui tous enſemble fon 12. qui oſté de 18. reſte 6. Partant en tel cas tu te peux bien ſeruir de la cinquieſme parole *ſi grand.*

Sixieſmement que la premiere perſonne ait la troiſieſme choſe; la ſeconde perſonne ait la ſeconde, & la troiſieſme perſonne ait la premiere. Alors la premiere perſonne prendra 4. gettons, la ſeconde 4. & la troiſieſme 3. qui tous enſemble font 11. qui oſté de 18. reſte 7. Partant en tel cas tu te ſeruiras fort à propos de la ſixieſme parole. *Prince.*

1.	a.	c.	i.
2.	e.	a.	i.
3.	a.	i.	e.
5.	e.	i.	a.
6.	i.	a.	e.
7.	i.	e.	a.

Que ſi tu veux auoir deuant les yeux ces ſix differentes diſpoſitions, tu les peux voir en la figure cy appoſee, où eſt marqué à coſté de chaſque diſpoſition le nombre des gettons qui reſtent.

ADVERTISSEMENT.

Quelques vns practiquent ce ieu vn peu differemment,

ment, car ils donnent vn getton à la premiere personne, deux à la seconde, & quatre à la troisiesme, partant les gettons restans ne sont que 17. *Puis ils ordonnent quo celuy qui à la premiere chose, prenne des gettons restans autant qu'il en a reçeu; & que celuy qui à la seconde chose, prenne des gettons restans deux fois autant qu'il en a; & que celuy qui à la troisiesme chose, prenne des gettons restans trois fois autant qu'il en a; & faisant en ceste façon, ou vrayement il ne reste point de getton, ou il en reste* 1. *ou* 2. *ou* 4. *ou* 5. *ou* 6. *& iamais* 3. *Pour les dispositions, il n'y a que la quatriesme & la cinquiesme qui changent de place, la quatriesme deuenant cinquiesme, & la cinquiesme deuenant quatriesme, comme tu peux voir en la figure cy apposee, & l'experience t'en rendra certain.*

0.	a.	e.	i.
1.	e.	a.	i.
2.	a.	i.	e.
4.	i.	a.	e.
5.	e.	i.	a.
6.	i.	e.	a.

Or plusieurs ont l'aisé par escrit cy deuant ceste façon de faire ce ieu en trois choses. Mais personne que ie sçache n'a encor donné reigle certaine pour faire le mesme en quatre personnes & en quatre choses. Partant ie veux icy adiouster ceste petite inuention, & premierement ie suppose que les differentes dispositions de quatre choses prinses par quatre personnes, ne peuuent estre en tout que 24. *Ce qui se preuue aisément tout ainsi que i'ay preuué cy dessus, que les diuerses dispositions de trois choses ne sont que* 6. *Car il faut de necessité qu'vne des quatre choses (comme la premiere) soit entre les mains de l'vne des quatre personnes: & icelle chose estant entre les mains de la premiere personne, les autres trois ne peuuent changer qu'en* 6. *façons comme i'ay preuué cy dessus. Semblablement*

blement la mesme chose, estant entre les mains de la seconde personne, les autres trois peuuent changer en 6. façons seulement, & le mesme aduiendra quand ladicte chose sera entre les mains de la troisiesme personne, ou de la quatriesme. Partant il est euident que toutes ces differentes dispositions, ne peuuent estre que 4. fois 6. à sçauoir 24.

0.	0.	a.	c.
1.	a.	0.	c.
3.	0.	c.	a.
5.	a.	c.	0.
7.	c.	0.	a.
8.	c.	a.	0.
12.	0.	a.	i.
13.	a.	0.	i.
18.	0.	c.	i.
21.	a.	c.	i.
22.	c.	0.	i.
24.	c.	a.	i.
27.	0.	i.	a.
29.	a.	i.	0.
30.	0.	i.	c.
33.	a.	i.	c.
38.	c.	i.	0.
39.	c.	i.	a.
43.	i.	0.	a.
44.	i.	a.	0.
46.	i.	0.	c.
48.	i.	a.	c.
50.	i.	c.	0.
51.	i.	c.	a.

Cela supposé pren 88 gettons, donnant 1. d'iceux à la premiere personne; 2. à la seconde; 3. à la troisiesme; & 4. à la quatriesme; qui tous ensemble font 10. partant il en restera 78. Alors quand chasque personne aura pris la chose qu'elle voudra, ordonne que celuy qui a pris la premiere chose, prenne des gettons restans autant qu'il en a, & que celuy qui a pris la seconde chose prenne des gettons restans quatre fois autant qu'il en a; & que celuy qui a pris la troisiesme chose, en prenne seize fois autant qu'il en a. Puis sans rien dire de celuy qui a pris la quatriesme chose demande le reste des gettons; car ou il n'en restera point, ou il en restera vn nombre exprimé par vn de ceux que tu vois icy cottez. Partant selon le nombre des gettons qu'il restera, sers toy

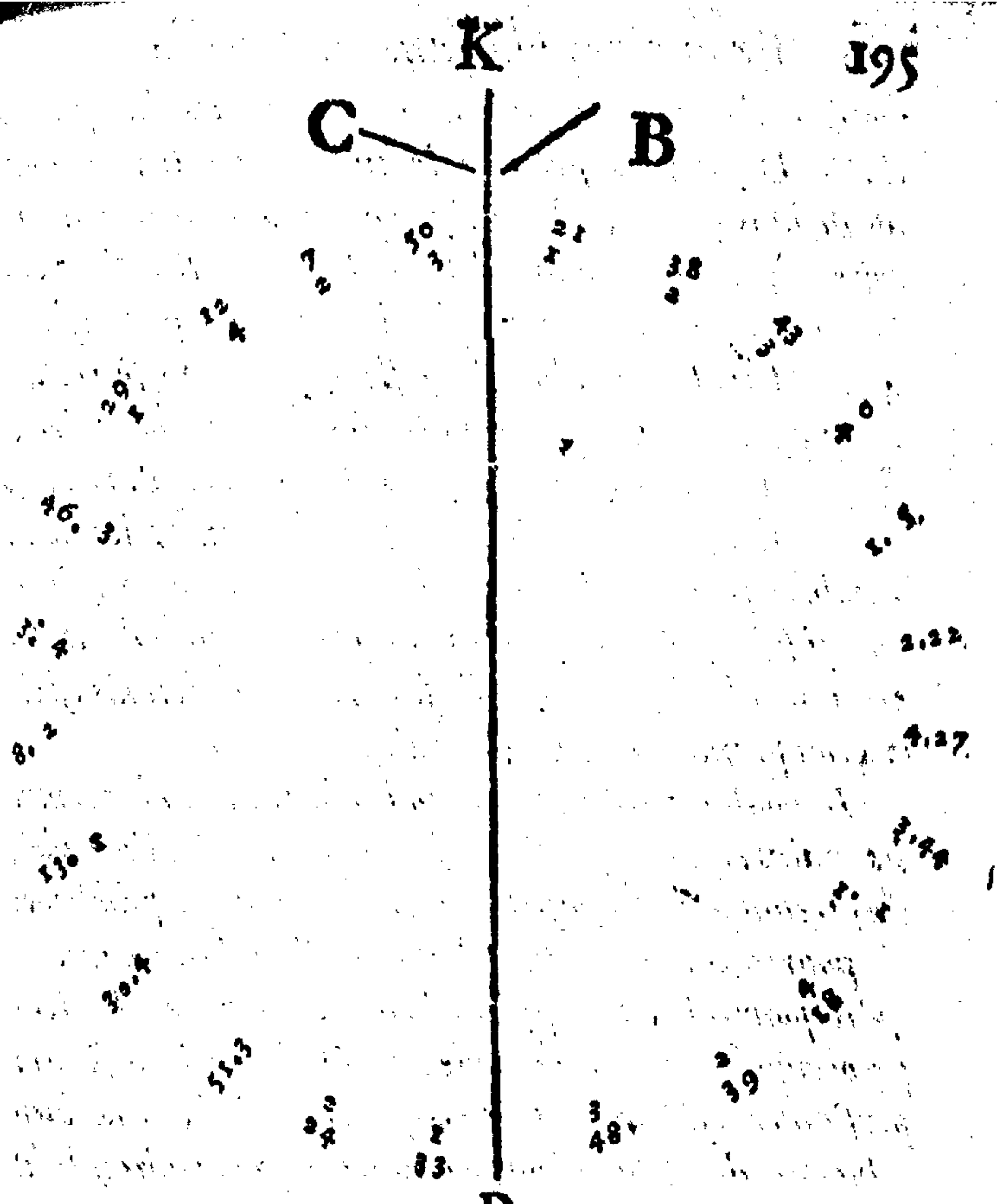
de la disposition des voyelles a. e i o qui respond audit nombre en la figure apposee, & bien que ie ne mette que trois voyelles en chasque disposition, cela n'importe rien, car sçachant les choses prises par les trois premieres personnes, il est euident que la quatriesme personne ne peut auoir que l'autre chose qui reste. Par exemple supposons qu'il reste 22. gettons; Regarde les voyelles qui sont à l'endroit de 22. à sçauoir o. o. i. Car elles signifient que la premiere personne à la seconde chose, & que la seconde personne, à la quatriesme chose, & que la troisiesme à la troisiesme chose, dont s'ensuit que la quatriesme personne à la premiere chose.

Quant à la demonstration de ceste reigle, elle n'est point differente de celle que i'ay donnee cy deuant en trois choses, & trois personnes. Partant ie ne la coucheray point au long pour euiter prolixité.

Que si ie ne forme pas des mots qui expriment ces differentes dispositions, c'est d'autant que cela serait inutile. Car il ne seruiroit rien de sçauoir les diuerses dispositions si l'on ne sçait les nombres des gettons qui restent respondans aux dictes dispositions. Or est-il qu'il est presque impossible de se souuenir de ces nombres là, pource qu'ils ne gardent ni ordre, ni proportion entreeux, & que leur multitude offusque la memoire. Parant il est necessaire à celuy qui voudra practiquer ce ieu, d'auoir deuant ses yeux la figure apposee, laquelle il pourra escrire en vn morceau de papier pour s'en seruir au besoing.

On pourra aussi se seruir facilement de ces mesmes nombres disposez en cercle, contenant au dedans les quatre nombres 1. 2. 3. 4. signifiant les quatre choses. Car sçachant le reste des gettons, il faut chercher au cercle dehors le nombre d'iceluy reste, & prendre le nombre qui luy respond au cercle dedans, auec les

deux



deux nombres ſuiuants, comme ſi le reſte des gettons eſt 43. on prendra 43. au cercle dehors; puis on prendra le 3. qui luy reſpond au dedans, auec les deux nombres ſuiuans, qui ſont 4. & 1. Par ainſi ces trois nombres 3. 4. 1. ainſi diſpoſez, ſignifient que quand il reſte 43. gettons, la premiere perſonne, à la troiſieſme choſe, la ſeconde perſonne, à la quatrieſme choſe, & la troiſieſme perſonne à la premiere choſe; dont s'enſuit que la quatrieſme perſonne à la ſeconde choſe. Mais il ſe faut prendre garde à la ligne K D, qui diuiſe le cercle en deux parties eſgales. Car ſi le

nombre des gettons restans se treuue en la partie K. B. D, il faut prendre le nombre qui luy respond au dedans auec les deux suiuants, contant du mesme costé, à sçauoir tirant depuis K vers B, & vers D. comme nous auons monstré le nombre restant estant 43. Mais si le nombre du reste des gettons se treuue en la partie K C D. il faut conter tout au contraire à sçauoir tirant despuis K vers C & D. Partant si le reste des gettons estoit 8. on prendroit 2. & les deux nombres suiuans du costé de D. à sçauoir 1. & 4. Ainsi si le reste des gettons estoit 39. on prendroit les trois nombres 2. 3. 1. mais si le reste des gettons estoit 24. on prendroit 2. 1. 3. & ainsi des autres.

Ie voulois faire fin, quand m'estant tombez entre les mains trois liures d'Arithmetique de P. Forcadel, i'ay treuué qu'au troisiesme il traictoit de ce probleme; & pource que cet Autheur s'attribue beaucoup, & qu'il pourroit estre que l'esprit du curieux Lecteur preoccupé de ses vanteries, se lairroit aisément persuader estre vray tout ce qu'il dit, ie le veux bien aduertir des fautes que commet en cet endroit ledit Forcadel.

En premier lieu il se trompe lourdement, quand il estime que cinq choses se peuuent seulement disposer en 20. façons differentes; car elles se peuuent disposer en 120. façons comme l'on peut aisément demonstrer par ce que i'ay dit cy deuant, & le fondement de la demonstration est que puis que 4. choses se disposent en 24 differentes sortes; cinq choses se disposeront en cinq fois 24 sortes, c'est à sçauoir en 120 façons. Partant si quelqu'vn suiuant ce que dit Forcadel pensoit faire ce ieu en cinq choses, & cinq personnes, n'ayant remarqué que 20. dispositions des cinq choses, il pourroit arriuer en cent sortes qu'il se treuueroit court.

En apres Forcadel se vante de donner reigle generale. Pour faire ce probleme en tout nombre de choses, & de personnes, qui soit impair, disant qu'on prenne autant de nombres en progression Arithmetique, commençante par 1. *& progredissante par* 1. *& d'autre costé, qu'on prenne autant de nombres en progression geometrique double commençante par l'vnité. Mais ceste reigle est du tout fausse, ce qu'il me suffit de prenuer par l'exemple, que luy mesme choisit de cinq choses, & cinq personnes. Il dit qu'il faut prendre* 144. *gettons, & à cause des cinq nombres de la progression Arithmetique* 1. 2. 3. 4. 5. *il en faut donner* 1. *à la premiere personne;* 2 *à la seconde;* 3. *à la troisiesme;* 4. *à la quatriesme, &* 5 *à la cinquiesme & restera* 129. *gettons. Puis à cause des cinq nombres de la progression geometrique double,* 1. 2. 4. 8. 16. *Il faut dire que celuy qui prendra la premiere chose, prenne des* 129. *gettons restans, vne fois autant qu'il en a & que celuy qui a pris la seconde chose, en prenne deux fois autant qu'il en a & que celuy qui a la troisiesme chose, en prenne* 4 *fois autant qu'il en a; & que celuy qui à la quatriesme chose, en prenne* 8. *fois autant qu'il en a; & finalement que celuy qui à la cinquiesme chose, en prenne* 16. *fois autant qu'il en a: lors à son opinion selon le reste des gettons on pourra deuiner la chose que chascun aura prise. Or pour prenuer que ceste reigle est fausse, supposons que le premier ait la premiere chose, le second la seconde, le troisiesme la troisiesme, la quatriesme la cinquiesme, & le cinquiesme la quatriesme. Doncques le premier prendra* 1. *geton; le second* 4. *le troisiesme* 12. *le quatriesme* 64. *& le cinquiesme* 40. *qui tous ensemble font* 121. *qui osté de* 129. *le reste sera* 8. *en apres posons le cas que le premier ait la premiere chose, le second la troisiesme, le*

troisiesme la quatriesme, le quatriesme la seconde, & le cinquiesme la cinquiesme, doncques le premier prendra 1. getton; le second 8. le troisiesme 24. le quatriesme 8. & le cinquiesme 80. qui tous ensemble font aussi 121. qui osté de 219. reste 8 comme auparauant. Partant bien que ces deux dispositions soyent differentes, toutesfois il reste vn mesme nombre de gettons, doncques par ce reste on ne peut deuiner infalliblement laquelle c'est des deux, & par consequent la reigle de Forcadel est incertaine & fausse.

*

S'ENSVIVENT QVELQVES AVTRES PETITES SVBTILITEZ DES NOMBRES, QV'ON propose ordinairement.

I.

Ie demande vn nombre qui estant diuisé par 2. *il reste* 1. *estant diuisé par* 3. *il reste* 1. *& semblablement estant diuisé par* 4. *ou par* 5. *ou par* 6. *il reste touſiours* 1. *mais estant diuisé par* 7. *il ne reste rien.*

CESTE question se propose ainsi ordinairement. Vne pauure femme portant vn panier d'œufs pour vendre au marché, vient à estre heurtee par vn certain qui fait tomber le panier, & casser tous les œufs, qui pourtant desirant de satisfaire à la pauure femme, s'en-

quiert du nombre de ses œufs, elle respond qu'elle ne le sçait pas certainement, mais qu'elle est bien souuenante que les cõtant deux à deux il en restoit 1. & semblablement les cõtant trois à trois, ou quatre à quatre, ou cinq à cinq, ou six à six, il restoit tousiours 1. & les contant sept à sept il ne restoit rien. On demande comme de là on peut coniecturer le nombre des œufs.

Il est certain que pour soudre cette question il faut treuuer vn nombre mesuré par 7. qui surpasse de l'vnité vn nombre mesuré par 2. 3. 4. 5. 6. & puisque 60 est le moindre mesuré par lesdits nombres, & que par consequent il mesure tout autre nombre mesuré par les mesmes nombres par le corollaire de la 38 du 7. il appert que le nombre cerché doit estre vn multiple de 7. surpassant de l'vnité 60. ou quelque multiple de 60. Mais auãt que passer outre, il faut remarquer qu'à fin que la questiõ soit possible, il est necessaire que chascun des nombres 2. 3. 4. 5. 6. soit premier au nõbre 7. Ce que ie preuue ainsi. Soit B. le nombre 7. & soit A quelqu'vn des nombres susdicts qu'on die n'estre pas premier au nombre B. doncques ils auront quelque commune mesure qui soit C. ie dis qu'il est impossible de treuuer vn multiple de B. surpassant de l'vnité vn multiple de A. (ce qui toutesfois est necessaire pour soudre la question comme il appert) car si l'on soustient le contraire soit D H. multiple de B, surpassant D G multiple de A, de l'vnité G H. Alors puisque C mesure B, & que B mesure D H; il s'ensuit aussi que C mesure D H. & puisque A mesure D G. & que C

A 4. B 7.
C——
D———G.H

mesure

mesure A, le mesme C doit aussi mesurer D G. Doncques C mesurant D H, & D G. mesurera aussi l'vnité restante G H. Ce qui est absurde & impossible. Il faut donc necessairement que A soit premier à B, & ainsi tous les autres nombres sus mentionnez. Ce qu'il falloit preuuer.

En apres il est à noter que si plusieurs nombres sont premiers à quelque autre nombre, le moindre nombre mesuré par les mesmes nombres est aussi premier au mesme nombre, par le corollaire de la 20. de ce liure. Partant il est certain que 60. & 7. sont premiers entre-eux. Doncques pour soudre ceste question par regle infallible, il faut auoir recours à ce Probleme qui n'est autre chose que la 18. proposition de ce liure.

Deux nombre premiers entre-eux estant donnez, treuuer vn multiple duquel d'iceux qu'on voudra, qui surpasse l'autre de l'vnité, ou quelque multiple de l'autre.

Mais d'autant que la construction de ce Probleme est assez difficile, & la demonstration trop longue comme i'ay dit en l'aduertissement du 6. Probleme on pourra tastonnant quelque peu treuuer le nombre cherché en ceste sorte. Il faut doubler, tripler, quadrupler & ainsi continuellement multiplier le nombre 60. iusques à ce que l'on treuue vn nombre qui accreu de l'vnité soit mesuré par 7. Ainsi multipliant 60. par 5. viendra 300. auquel adioustant 1. on aura 301. le nombre cherché.

Cardan donne vn autre moyen qui semble vn peu plus court, bien qu'en sa procedure il commet le vice qui par les Philosophes est appellé. *Petitio principij*. Car la regle est telle. Oste 7. de 60.

tant de fois que tu pourras, & prens le reste qui est 4. Puis cherche vn multiple de 7.qui surpasse de l'vnité vn multiple de 4 Iceluy est 21.qui passe de l'vnité 20. multiple de 4. diuise 20. par 4. viendra 5.Doncques si tu multiplies 60.par 5.tu auras 300. multiplie de 60. auquel adioustant 1. vient 301. multiple de 7. Or qu'en ceste operation on commette le vice que i'ay dit, il est bien euidẽt,car on suppose qu'il faut treuuer vn multiple de 7.surpassant de l'vnité vn multiple de 4. sans en donner le moyen certain ; qui est autant incognu,comme le moyen de treuuer vn multiple de 7.surpassant de l'vnité vn multiple de 60. Toutesfois ceste regle facilite aucunement l'inuention du nombre cherché , d'autant qu'il est bien aisé en tastonnant , de treuuer vn multiple de 7.surpassant de 1.vn multiple de 4.à cause de la petitesse des nombres 7. & 4. Ce qui est plus difficile , les nombres estant plus grands,comme 60. & 7.

Quant au reste cela supposé,ceste regle est infallible , car encor que Cardan ne la demonstre pas,toutesfois la demonstration en est telle.Puisque ostant 7.de 60. tant qu'on peut, il reste 4. il est certain qu'ostant 4.de 60.le nombre restant à sçauoir 56.est multiple de 7.Or supposons qu'on ait treuué 21.multiplié de 7.surpassant de l'vnité 20. multiple de 4. & diuisant 20. par 4.soit le quotient 5.Ie dis que si on multiple 60.par 5. on aura vn multiple de 60. moindre de l'vnité que vn multiple de 7. Car multiplier 60. par 5. c'est autant que multiplier par le mesme 5.les parties de 60. à sçauoir 56. & 4. & puisque 7. mesure 56. comme il a esté dit, il est certain que le mes-

me 7.

7.	60.
56.	4.
21.	20.
5.	

me 7. mesureraaussi le produit de 56. multiplié par 5. Quant au produit de la multiplication de 4. par 5. c'est le nombre 20. auquel par l'hypothese ne manque que 1. pour estre multiple de 7. partant joignant ces deux produits, à leur somme (qui est esgale au produit de 60. par 5.) il ne manquera aussi que 1. pour estre multiple de 7. Ce qu'il falloit preuuer.

Pour conclusion prens garde que ceste question n'a pas vne seule solution, car on peut trouuer infinis nombres qui la soudront, ce qui se fait ainsi. En ayant trouué vn comme 301. prens le moindre nombre mesuré par 7. & 60. qui est le produit de leur multiplication, à sçauoir 420. & adiouste ce nombre à 301. tu auras 721. qui fait le mesme effet que 301. & si tu adioustes derechef 420. à 721. tu en auras encor vn autre, & ainsi plusieurs autres sans fin, adioustant touſiours 420. comme il est euident par la 19. de ce liure. Dont il appert que Tartaglia en la premiere partie l. 16. qu. 146. doutant si ceste question peut receuoir plus de deux solutions, n'a pas entendu la regle generale & parfaicte demonstration d'icelle.

II.

Treuuer vn nombre, qui estant diuisé par 2. laisse 1. & diuisé par 3. laisse 2. & diuisé par 4. laisse 3. & diuisé par 5. laisse

4.& diuisé par 6.laisse 5.mais qui diuisé par 7.ne laisse rien.

IEAN Sfortunat, & Nicolas Tartaglia en la premiere p.l.16.q.150.confessent d'ignorer la regle generale pour soudre cette cy, & toute semblable question, bien que le premier afferme de plus temerairement qu'elle ne se peut treuuer, le second se contente d'aduouër ingenuement qu'il ne la sçait pas.

Toutesfois elle n'est point plus difficile que la precedente. Car puisque il faut treuuer vn multiple de 7. qui estant diuisé par 2. où par 3.ou par 4. ou par 5.ou par 6. laisse tousiours vn nombre moindre d'vn que le diuiseur, il est certain qu'il ne faut qu'vn nombre qui soit mesuré par 2. 3. 4. 5. 6. c'est à dire,qui soit multiple de 60. & qui surpasse d'vn quelque multiple de 7. Car prenant par exemple 60. il appert que si 59. estoit multiple de 7. il satisfcroit à la question, d'autant que ledit 59. estant diuisé par lequel que ce soit des nombres susdits, le reste de la diuision sera tousiours moindre de 1. que le diuiseur, ce qui se preuue ainsi.Prenons par exemple 5.pour diuiseur.Puisque 5. mesure 60. ostant 5. de 60. le reste 55. sera aussi mesuré par 5. & puisque l'interualle de 55. à 60. est le mesme 5. il est euident que de 55. à 59. (qui est moindre de 1.que 60.) l'interualle sera 4. moindre de 1. que 5. Partant diuisant 59. par 5. le reste infalliblement sera moindre de 1. que le mesme 5. Ainsi preuuerat-on le semblable des autres nombres 2.3.4.6.C'est donc chose asseuree que pour soudre

soudre ceste question, il ne faut que treuuer vn multiplic de 60. qui surpasse de 1. vn multiple de 7. ce qui se fait certainement par la 18. de ce liure. Que si l'on trouue la construction de ladicte 18. proposition trop difficile à practiquer, on pourra faire comme en la precedente question, & multiplier 60. par 2. 3. 4. & ainsi continuellement iusques à ce qu'on treuue le multiple qu'on cherche. Ce qui sera fait tout incontinent, car doublant 60. viene 120. duquel ostant 1. reste 119. le nombre cherché.

On peut aussi se seruir de la regle de Cardan qui est telle. Oste les 7. de 60. & pource qu'il reste 4. treuue vn multiple de 4. qui surpasse 7. ou vn sien multiple de 1. comme est 8. & diuise 8. par 4. vient 2. Doncques multiplie 60. par 2. tu auras 120. le multiple de 60. surpassant de 1. 119. multiple de 7. La demonstration de cecy est toute semblable à celle de la precedente, & ceste regle à la mesme imperfection que i'ay remarquee en l'autre. Mais ie n'ay point procedé enuers Cardan de si mauuaise foy qu'a fait Buteon, en son Algebre, car ledit Cardan ayant mis de suitte ces deux questions en son Aritmethique cap. 66. si bien que l'vne est la question 63. l'autre la 64. Il s'est mesconté appliquant à la precedente la regle de cette-cy, & donnant pour ceste-cy la regle qui sert à la precedente, ce qui luy est aduenu par mesgarde non par ignorance; & neantmoins Buteon ou par malice, ou pour n'auoir eu l'esprit de cognoistre ce que ie vien de dire, reprend fort aigrement ledit Cardan, quoy qu'il n'apporte rien de meilleur, ains non content de se confesser ignorant, touchant la regle generale pour

soudre

soudre ceste question, il ose affermer non sans temerité, qu'elle ne se peut trouuer se persuadant que personne ne paruiendroit iamais à ce à quoy il auoit failly bien que son œuure tesmoigne assez qu'il scauoit plus de Latin, que d'Algebre, & qu'il s'estoit plus estudié à bien parler qu'a penetrer les secrets d'vne si haute science.

Ie ne veux pourtant excuser Cardan en ce qu'il à dit qu'il est necessaire que le nombre qu'on suppose deuoir mesurer le nombre cherche(quel est 7.) en toutes deux ces euestions, doit estre premier de sa nature, car cela est faux, & suffit qu'il soit premier à tous les autres, à scauoir és exemples donnez à 2.3.4.5.6. comme i'ay preuué en la precedente, ce que ie pourroy monstrer par cent exemples. Aduertissant de plus le Lecteur, que ceste question recoit aussi infinies solutions. Car ayant treuué 119. autant de fois que tu luy adiousteras 420. autant tu trouueras de nombres faisans le mesme effect que 119. par la 19. de ce liure.

III.

Deux bons compagnons ont 8. pintes de vin à partager entre-eux esgallement, lesquelles sont dans vn vase contenant iustement 8. pintes, & pour faire leur partage ils n'ont que deux autres vases dont l'vn contient 5. pintes, & l'autre

3. On demande comme ils pourront partager iustement leur vin, ne se seruant que de ces trois vases.

ON peut soudre ceste question en deux facons. Premierement du vase contenant 8. qui est plein on versera 5. pintes dãs le vase contenant 5. & d'iceluy on en versera 3. dans le vase contenant 3. & il en restera 2. dans le 5. on versera puis les trois pintes qui sont dans le 3. dedans le 8. & on mettra dans le 3. les 2. qui sont dans le 5. en apres de ce qui est dans le 8. on remplira derechef le 5. & du 5. on versera vne pinte dans le 3. ce qui luy manquoit pour le remplir. Partant il restera iustement 4. pintes dans le vase de 5. & 4. pintes dans les deux autrer.

Secondement on versera du vase de 8. trois pintes dans le 3. lesquelles on mettra puis dans le vase de 5. & derechef du vase de 8. on versera 3. pintes dans le 3. dont on en mettra 2. dans le 5. pour le remplir, & lors il n'en restera qu'vne dans le 3. en apres on vuidera le 5. dans de 8. & on mettra dans le 5. la pinte qui est dans le 3. & des 7. pintes qui se treuuent dans le 8. on en versera 3. dans le 3. Partant il en restera 4. iustement dans le 8. & 4. dans les deux autres vases.

Or bien qu'il semble que ceste question ne se puisse soudre par regle certaine, & qu'il y faille necessairemeut proceder à tastons, toutesfois on peut par vn discours certain & infallible paruenir à la solution d'icelle, ou descouurir son impossibilité si par hazard on la proposoit impossible,

ble, & de fait sur la question proposee on peut ainsi discourir. Puisque pour partager 8. pintes esgalement il faut qu'il y en ait 4. d'vn costé & 4.de l'autre,& il est certain qu'il n'en peut auoir 4.que dans le 5.ou dans le 8. il nous faut procurer l'vn,ou l'autre, voylà donc que ie peux prenpre deux differentes routes ; & suiuant la premiere ie feray ce discours.Pour faire que dans le vase de 5.il reste 4.pintes iustement;il faut;ledict vase estant plein, en oster vne seulement;cela ne se peut faire qu'en versant icelle pinte dans l'vn des deux autres à qui il ne faille qu'vne pinte pour estre plein;cela ne peut arriuer au 8. (car si le 5.estant plein il ne manquoit qu'vne pinte au 8.pour estre plein , il s'ensuiuroit qu'en tout il y auroit 12.pintes contre l'hypothese, il faut donc que ce soit le vase de 3. à qui il ne faille qu'vne pinte pour estre plein,& partant il faut que dans iceluy il y ait seulement 2.Or cela se peut imaginer en deux facons. La premiere , si le 3. estant plein,on peut oster vne pinte d'iceluy,la seconde si le 5.estant vuide, on y apporte d'vn autre vase lesdites 2.pintes.La premiere facon ne peut reussir,car il faudroit que le 5.estant plein,il ne manquast qu'vne pinte à l'vn des autres vases pour estre plein , ce qui ne peut arriuer au 5. (car il faudroit qu'il n'y eut que 4. pintes dans iceluy, qui seroit supposer ce que l'on cherche) il ne peut aussi arriuer au 8.(car il faudroit qu'il y eut 7. pintes en iceluy qui jointes auec les autres 3. feroient en tout 10. pintes contre l'hypothese) doncques il faut suiure la seconde facon , & apporter d'ailleurs 2.pintes dans le 3. Mais cela ne peut venir du 8. (car si le 3. estant vuide , il ny

auoit

auoit que 2. pintes dans le 8. quoy que le 5. fut plein, tout le nombres des pintes ne seroit que 9. contre l'hypothese) il faut donc que les 2. pintes viennent du 5. Or pour faire qu'il n'y ait que 2. pintes dans le 5. il faut en oster 3. quand il est plein, ce qui est bien aisé à cause que nous auons vn vase contenant 3. Partant si l'on rebrousse chemin, & si l'on reprend le fil du discours despuis la fin iusques au commencement on trouuera la premiere façon de soudre la question.

Suiuant l'autre route ie feray ce discours. Pour faire demeurer 4. pintes dans le 8. il faut en oster 4. Cela se peut imaginer en 3. façons. Premierement ostant les 4. pintes d'vn coup, ce qui est impossible (car il n'y a point de vase contenant 4.) secondement ostant 2. pintes, & puis 2. autres, ce qui est aussi impossible (car bien que on puisse oster 2. pintes, comme i'ay monstré en l'autre discours, où l'on fait venir 2. pintes dans le 5. toutesfois cela fait il est impossible d'en oster 2. autres comme on peut recueillir du mesme discours.) Troisiesmement ostant 1. pinte. & puis 3. & ceste façon est fort vray semblable, car si on peut mettre vne pinte dãs le 5. il sera aisé d'en mettre 3. dans le 3. Or pour faire venir vne pinte dãs le 5. il faut ou que l'on oste 4. dudict 5. lors qu'il est plein, ou que l'on y apporte d'ailleurs ladite pinte. Le premier moyen en impossible, car du 5. on ne peut vuider 4. pintes dans le 3. qui n'en est pas capable, on ne les peut aussi vuider dans le 8. (car il faudroit que dans le 8. il y eut desjà 4. pintes, & partant tout le nõbre des pintes seroit 9. contre l'hypothese) il faut donc embrasser le second

moyen,& apporter d'ailleurs vne pinte dans le 5. Cela ne peut venir du 8. (car le 5. estant vuide s'il n'y auoit qu'vne pinte dans le 8. quoy que le 3. fut plein, tout le nombre des pintes ne seroit que 4.) il faut donc qu'il vienne du 3. Or pour faire que dans le 3, il n'y ait qu'vne pinte,il faut en oster 2. quand il est plein. Doncques il faut qu'à l'vn des autres vases il ne manque que 2. pour estre plein. Cela ne peut arriuer au 8. (car autrement tout le nombre des pintes seroit 9.) Donc il faut qu'il arriue au 5. Et partant il faut que dans le 5. il n'y ait que 3. pintes. Ce qui se procure aisément,versant le 3.quand il est plein, dedans le 5. Doncques reprenant tout ce discours despuis la fin iusques au commencement, on trouuera la seconde façon que i'ay donnee pour soudre ceste question.

Mais pour abreger aucunement ces discours,& cognoistre incontinent si la question est soluble, & comment elle se doit soudre, il faut regarder la difference de la contenuë des deux moindres vases qui est 2. en l'exemple proposé, & si l'on treuue par le discours qu'il faut qu'il demeure 2. pintes en quelque vase,la solution est trouuee, car du 5. rempliſſant le 3. il appert qu'il reste 2. dans le 5. Et l'on voit que l'vn & l'autre des discours precedens est venu aboutir à cet endroit. Partant la condition que prescrit Forcadel à ceste questiõ au 2. Liure de son Aritmethique,n'est pas necessaire,Car il veut qu'on prenne pour les deux moindres nombres,deux des nombres prochains en la progression continuelle des nombres impairs,qui commence à 1. 3. 5. 7. 9. &c. & pour le plus grand,la somme d'iceux : comme en

l'exemple

l'exemple donné nous auons pris 3. & 5. & la ſomme d'iceux, à ſçauoir 8. Mais encor qu'obſeruant ceſte condition la queſtion ſoit touſiours ſoluble, toutesfois il n'eſt point neceſſaire de choiſir tels nombres, ce qu'il me ſuffit de preuuer par vn ſeul exemple. Soyent les deux moindres de 5. & de 8. pintes, & le plus grand de 12. il eſt cuident que 5. & 8. ne ſont point deux nombres prochains en la progreſſion des impairs, & que 12. n'eſt point la ſomme d'iceux. Neãtmoins la queſtion ſe peut ſoudre. Car ſuppoſant que le vaſe de 12. ſoit plein & qu'on le veille diuiſer en deux eſgalement, il faut procurer que dans le vaſe de 8. il ſe treuue 6. pintes. Or pour ce faire il faut quand le vaſe de 8. ſera plein, en oſter 2. Il faut donc que le vaſe de 8. eſtant plein, il n'en manque que (2. à vn des autres, ce ne peut eſtre au 12. (car autrement tout le nombres des pintes ſeroit 18.) Donc il faut que ce ſoit au 5. Mais pour faire qu'il n'en manque que 2. au 5. on doit ſuppoſer qu'il n'y ait que 3. pintes dans le 5. Ce qui ſe peut procurer aiſément d'autant que 3. eſt la difference entre 8. & 5. Partant tu ſoudras la queſtion en ceſte ſorte. Du vaſe de 12. remplis celuy de 8. & de celuy de 8. remplis celuy de 5. & verſe celuy de 5. dans celuy de 12. puis verſe dans le 5. les 3. pintes qui ſont demeurees dans le 8. & remplis derechef du vaſe de 12. celuy de 8. & du 8. verſe 2. pintes dans le 5. qui luy manquent pour eſtre plein, il en reſtera infalliblement 6. dans le vaſe de 8.

IV.

Trois maris ialoux, auec leurs femmes se treuuent de nuict au passage d'vne riuiere, où ils ne rencontrent qu'vn petit batteau sans batelier si estroit qu'il n'est capable que de deux personnes, on demande comme ces six personnes passeront deux à deux, tellement que iamais aucune femme ne demeure en compagnie d'vn ou de deux hommes, si son mary n'est present.

IL faut qu'ils passent en six fois en ceste sorte. Premierement deux femmes passent, puis l'vne rameine le batteau, & repasse auec la troisiesme femme. Cela fait l'vne des trois femmes rameine le batteau, & se mettant en terre auec son mary, laisse passer les deux autres hommes qui vont treuuer leurs femmes. Alors vn desdicts hommes auec sa femme rameine le batteau, & mettant sa femme en terre, prend l'autre homme, & repasse auec luy. Finalement la femme qui se treuue passée auec les trois hommes, entre dans le batteau, & en deux fois va querir les deux autres femmes, par ainsi en 6. fois tous passent.

Il semble aussi que ceste question ne soit fondee en aucune raison. Mais toutesfois la condition apposee, qu'il ne faut point qu'aucune femme

me demeure accompagnee d'aucun des hommes si son mary n'est present, nous peut guider pour trouuer la solution d'icelle par vn discours infallible. Car il est certain que pour passer deux à deux, il faut ou que deux hommes passent ensemble, ou deux femmes ou vn homme auec sa femme. Or au premier passage on ne peut faire passer deux hommes (car alors vn homme seul demeureroit auec les trois femmes contre la condition) donc il est necessaire ou que deux femmes passent, ou qu'il passe vn homme auec sa femme, mais ces deux façons reuiennent à vne, d'autant que si deux femmes passent, il faut que l'vne rameine le batteau, partant vne seule se treuue à l'autre riue; & si vn homme passe auec sa femme, le mesme aduiendra, d'autant que l'homme doit ramener le batteau (car si la femme le ramenoit elle se treuueroit auec les deux autres hommes sans son mary.) Au second passage deux hommes ne peuuẽt passer (car l'vn d'eux lairroit sa femme accompagnee d'vn autre homme.) Vn homme aussi auec sa femme ne peut passer (car estant passé il se treuueroit seul auec deux femmes) il est donc necessaire que les deux femmes passent, ainsi les trois femmes estãt passees, il faut que l'vne d'icelles ramene le batteau: quoy fait. Au troisiesme passage où restent à passer les trois hõmes & vne femme, on voit bien que deux femmes ne peuuent passer, puis qu'il n'y en a qu'vne. Vn homme aussi auec sa femme ne peut passer (car estant passé il se treuueroit seul auec les trois femmes) donc il faut que deux hommes passent, & allent vers leurs deux femmes, laissant l'autre homme auec sa femme. Or

qui ramenera le batteau ? vn homme ne le peut faire (car il lairroit sa femme accompagnee d'vn autre homme)vne femme ne peut aussi. (Car elle iroit vers vn autre homme laissant son mary) Que si les deux hommes le ramenoient,ce seroit ne rien faire , car ils retourneroient là d'où ils sont venus.Partant ne restant autre moyen il faut qu'vn homme auec sa femme ramene le batteau. Au quatriesme passage où restent à passer deux hommes auec leurs deux femmes , il est certain qu'vn homme auec sa femme ne doit passer (car ce seroit ne rien faire) les deux femmes aussi ne peuuent passer (car alors les trois femmes seroient auec vn seul homme) donc il faut que les deux hommes passent. Alors pour ramener le batteau deux hommes ne peuuent estre employez(car ce seroit retourner là d'où ils sont venus) vn homme seul aussi ne peut (car cela fait il se treuueroit seul auec deux femmes) doncques il faut que ce soit la femme qui en deux fois aille querir les deux autres femmes qui restent à passer , & voyla le cinquiesme & sixiesme passage. Partant en six fois ils sont tous passez sans enfreindre la condition.

Encor que ces deux dernieres questions soyent comme ridicules, toutesfois ils y a quelque subtilité à les resoudre , partant ie les ay bien voulu mettre icy , m'efforçant d'en rendre raison , à fin que ceux qui par cy deuant ont pensé que cela ne se pouuoit faire:changent d'opinion, & sçachent que tout effect certain à vne cause certaine.

En outre i'aduertis le Lecteur que Tartaglia l. 16. qu. 143. s'efforce de faire passer à la mesme condition

condition 4. maris auec leurs 4. femmes: Mais il se trompe, car apres auoir fait passer les 4. femmes, il veut qu'vne d'icelles rameine le batteau, & demeure aupres de son mary, & que deux des autres maris passent vers les 3. femmes qui sont de l'autre costé. Ce qui est manifestement contre la condition: car il faut de necessité qu'vne des 3 femmes se treuue auec les deux hommes qui passent, sans que son mary soit present. Et de fait la question est impossible en 4. les faisant passer deux à deux.

V.

Estant proposee telle quantité qu'on voudra pesant vn nombre de liures despuis 1. *iusques à* 40. *inclusiuement (sans toutesfois admettre les fractions) on demande combien de pois pour le moins il faudroit employer à cet effect.*

IE respons 4. pois, dont le premier pese 1. liure & les autres suiuent en cõtinuelle proportion triple; & seront lesdicts quatre pois 1.3.9.27.

Et la proportion triple commençante par 1. à ceste merueilleuse proprieté que prenant quelque nombre de termes en icelle proportion, on pourra par autant de pois peser toute quantité pesãte quel nombre de liures que ce soit despuis 1. iusques à la somme desdicts termes. Ainsi la sommes des quatre termes 1.3.9.27. estant 40. ie dis qu'auec quatre pois, dont l'vn pese 1. liure,

l'autre 3.l'autre 9.l'autre 27.on pourra peser toute quantité pesante quelque nombre de liures despuis 1.iusques à 40. De mesme auec ces cinq pois. 1. 3. 9. 27. 81. dont la somme est 121. on pourra peser toute quantité pesant vn nombre de liures,despuis 1. iusques à 121. & ainsi des autres.

Or bien que ceste proprieté de la proportion triple qui commence par l'vnité ait esté remarquee par plusieurs : toutesfois nul,que ie sçache, ne s'est encor mis en deuoir d'en donner raison. C'est pourquoy suyuant ma coustume ie veux entreprendre de ce faire. Et pour y paruenir ie suppose ce Theoreme.

Plusieurs termes estant proposez en continuelle proportion triple commençante par 1. *Le dernier est esgal au double de la somme de tous les precedens y adiouſtant* 1.

LA demonstration de cecy est bien aisee,partant ie ne feray que toucher le fondement d'icelle.Ce Theoreme en autres paroles dit presque le mesme, que la regle qu'õ dõne pour treuuer la somme de plusieurs nombres continuellement proportionaux,pourueu que le denominateur de la proportion,& le premier & le dernier terme soyent cognus,laquelle regle est tiree de la 35.du 9.d'Euclide & est telle. Il faut oster le premier terme du dernier,le reste diuisé par vn nõbre moindre de l'vnité,que le denominateur de la

pro

proportion, donnera la ſomme de tous les termes excepté le dernier. Doncques le dernier contient le premier, & de plus la ſomme de tous les autres precedens autant de fois, qu'il y a d'vnitez au nombre moindre de 1. que le denominateur de la proportion. Partant en la proportion triple commençante par vn, puiſque le premier terme eſt vn, & le nombre moindre de 1. que le denominateur 3. eſt 2. Il faut conclurre que le dernier terme contient 1. & le double de la ſomme des precedens, qui eſt iuſtement ce que dit mon Theoreme. Celà ſuppoſé prenons premierement deux pois à ſçauoir 1. & 3. dont la ſomme eſt 4. Il eſt bien certain qu'il n'y a pas difficulté de peſer par iceux vne quantité qui ſoit eſgale en pois à quelqu'vn d'iceux, ou à la ſomme d'iceux, comme vne quantité peſante 1. ou 3. ou 4. Mais la difficulté eſt de peſer vne quantité qui peſe vn nombre tombant entre leſdits deux pois, comme vne quantité peſante 2. liures & ceſte difficulté ſe reſout par le Theome ſus allegué, car puiſque 3. doit contenir le double de 1. & de plus 1. ſi on prend vne quantité dont le pois ſurpaſſe de 1. le premier pois 1. comme fait la quantité peſante 2. il appert par ledit Theoreme qu'adiouſtant le pois de 1 à ladicte quantité, on fera vn pois eſgal au ſecond pois, qui eſt 3.

Secondement qu'on prenne les trois pois 1. 3. 9. dont la ſomme eſt 13. Ie dis auſſi que par iceux on peſera toute quantité peſante depuis 1. iuſques à 13. Car i'ay deſia preuué que par les deux premiers on peſera iuſques à 4. Que ſi l'on propoſe vne quantité de 5. liures, puiſque 5. ſurpaſſe

de 1.la somme des deux premiers pois, il appert par mon Theoreme que si à 5. l'on adiouste ladite somme qui est 4. on fera le dernier pois à sçauoir 9 Doncques si à la quantité de 5. liures on ioint les deux premiers pois, cela contrebalancera le troisieſme. En apres puisque ce qui reste despuis cinq à neuf est esgal comme i'ay preuué à la somme des deux premiers pois, à sçauoir à quatre : pour peser tout nombre de liures,entre cinq & neuf,à sçauoir 6.7.8. on procedera d'vne façon contraire à celle dont on vse pour peser auec deux pois depuis 1. iusques à 4. Car puisque 5. liures auec la somme des deux premiers pois,esgalent le troisieſme comme i'ay demonstré,il appert que 6. liures auec le second pois 3.ostant seulement le premier 1.esgaleront le mesme troisieſme : & 7 liures auec 3. esgaleront le troisieſme 9. auec 1. & 8. liures auec 1. esgaleront le mesme troisieſme 9. finalement pour peser despuis 9 iusques à 13. il n'y a nulle difficulté, à cause que l'interualle n'est aussi que 4.la somme des deux premiers pois,& faut faire tout de mesme comme pour peser auec deux pois despuis 1. iusques à 4. & ceste demonstration est vniuerselle, les mesmes raisons ayant lieu en tout nombre de pois choisis de mesme façon. C'est pourquoy pour euiter prolixité ie mettray fin à ceste question, seulement i'aduertis le curieux Lecteur,que la proportion double commençante par 1. fait bien vn semblable effect, mais non pas auec si peu de pois, car pour peser par icelle iusques à 31. il faudroit ces cinq pois 1.2.4. 8. 16. Là ou pour peser iusques à 40 par la proportion triple,il n'en faut que 4. comme i'ay

me i'ay preuué. Toutesfois qui voudra, pourra voir comme en autre subiect, Tartaglia se sert de ceste proprieté de la proportion double en la seconde partie, liure 1. chap. 16. q. 32. Pour toute autre proportion plus grande que la triple, elle ne peut faire cet effect, car par exemple prenant ces trois pois en proportion quadruple 1. 4. 16. auec iceux on ne peut peser 2. liures ni 6. ni 7. ni 8. ni 9. ni 10. & ainsi des autres.

VI.

Souuent on requiert qu'on reduise vne plus haute monnoye en des plus basses de differente valeur, tellement qu'il y ait esgal nombre des vnes & des autres, comme si l'on demande qu'on reduise vn escu en soubz, & en liars, tellement qu'il y ait autant de soubs que de liars.

POur faire cecy, regarde la proportion d'vn sols à vn liard qui est quadruple, & diuise 60. qui est la valeur d'vn escu, en deux nombres, obseruans la proportion quadruple, ainsi que i'ay enseigné au probl. 14. tu trouueras que ces deux nombres sont 48. & 12. Partant tu peux dire pour soudre la question, qu'il faut 48 soubs, & 12 soubz reduits en liars, qui sont aussi 48. liards. La raison de cecy est bien euidente, car puisque vn soubz est quadruple d'vn liard, & 48

est qua

est quadruple de 12. il est certain que 12 soubz en liards, sont 48 liards. Que si l'on vouloit reduire vn escu en liars & deniers,d'autant que la proportion d'vn liard à vn denier est triple, & qu'vn escu vaut 240 liars,il faut diuiser, 240 en deux nombres obseruans la proportion triple qui sont 180 & 60.& on dira que 180 liards,& 60 liars reduits en deniers, qui sont aussi 180 deniers,font la valeur d'vn escu.On pourroit de mesme reduire la plus haute monnoye en plusieurs plus basses,comme en trois ou quatre.Car tout ainsi que i'ay enseigné au 14 prob.à diuiser tout nombre donné en deux, obseruans la proportion donnee,ainsi peut on diuiser le nombre donné en plusieurs, obseruans les proportions donnees,cõme s'il faut diuiser 60.en trois nombres, que le premier au second ait proportion sesquialtere, & le second au troisiesme ait proportion double, ie continueray ces proportions en trois termes,comme en 3.2.1.dont la somme est 6.par qui diuisant 60.vient 10.qui multipliãt separément les susdits trois termes, donne les nombres cherchez,à sçauoir 30.20.10.Dõcques si l'on veut par exemple reduire vn escu en deniers,doubles, & liards, tellement qu'il y ait autant des vns que des autres;d'autant que le liard au double à proportiõ sesquialtere,& le double au denier à proportion double ie diuiseray 240 (qui est la valeur de l'escu en liards) en trois nombres, obseruans lesdittes proportions, qui seront 120.80.40.Partant ie diray qu'il faut 120 liars,& 80 liars reduits en doubles,qui sont 120 doubles;& quarante liars reduits en deniers qui sont aussi 120 deniers. Et ceste reigle est si cer-

taine & infallible qu'encor que les nombres des moindres monnoyes viennent entremeſlez de fractions, la ſolution de la queſtion ne laiſſe d'eſtre bõne & veritable. Par exemple qui voudroit reduire vn eſcu en ſoubz, & en deniers, auec la meſme condition, il faudroit diuiſer 60. en deux nombres, obſeruans la proportion de 12 à 1. qui ſeroyent 55 $\frac{1}{12}$ & 4 $\frac{11}{12}$. Partant on diroit qu'il faut 55 ſoubz & $\frac{1}{12}$ d'vn ſoubz & autant de deniers; & la ſolution ſeroit tres-bonne, car 55 deniers & $\frac{1}{12}$ d'vn denier font iuſtement 4 ſoubz & $\frac{1}{12}$ d'vn ſoubz, qui ioints à 55 ſoubs & $\frac{1}{12}$ font 60 ſoubz, la valeur de l'eſcu.

VII.

Vn homme venant à mourir partage ſon bien conſiſtant en certaine ſomme d'eſcus, à ſes enfans, en telle ſorte qu'il ordonne que le premier prenne 1. *eſcu, & la ſeptieſme partie du reſtant, en apres que le ſecond prenne deux eſcus & la ſeptieſme du reſte, & cela fait que le troiſieſme prenne* 3. *eſcus, & la ſeptieſme du reſte, & ainſi conſecutiuement des autres. Or le partage fait en ceſte façon il ſe treuue que chaſcun des enfans eſt eſgalement portionné, l'on demande la ſomme des eſcus, & le nombre des enfans.*

POVR

POVR soudre toute semblable question prens le denominateur de la partie mentionnee,& d'iceluy oste 1. le reste sera le nombre des enfans, & le quarré dudit reste, sera la somme des escus, & chascun aura autant d'escus, qu'il y a d'enfans. Comme en l'exemple proposé, d'autant que la partie mentionnee est ; prens 7. denominateur d'icelle, & en oste 1. restera 6. le nombre des enfans, dont le quarré à sçauoir 36. est la somme des escus, & chascun aura 6. escus comme tu peux voir par experience. La demonstration de cecy est telle.

N 18. M 21. L 24. K 28. H 30. G 35. F 36.
E 3. D 4. C 5. A 6. B 7.

Soit le nombre B. denominateur de la partie, & soit A. moindre de 1. que B: & soit encor C. moindre de 1. que A. & soit F le quarré de A, & multipliant C par B: soit fait G, & multipliant C par A. soit fait H. Or puisque A multipliant soymesme & multipliant C. fait F. & H. & la difference des nombres C A. est l'vnité, il s'ensuit que F contient A, vne fois dauantage que ne fait le nombre H, partant A est la difference des deux F. H. semblablement puisque C multipliant A. & B, produit H G, & la difference des deux A. B, est l'vnité, il s'ensuit que C. est la difference des deux H G. Doncques H. est moindre que F du nombre A: & le mesme H. est moindre que G, du nombre C: par consequent la difference des deux A C. estant 1. il faut que le mesme 1. soit

soit la difference des deux F G. Partant si de F l'on oste 1. reste G, qui diuisé par B, donne C. Or il est euident qu'adiouſtant 1 à C, se fait A, le costé de F. Doncques la somme des escus estant F, & le nombre des enfans A, il appert si le premier prend 1. & la partie du reste denommee de B, qu'il aura vn nombre d'escus esgal à A, comme dit la reigle. Reste à preuuer que tous les autres en auront autant suiuant l'ordonnance du pere, & il est certain que le premier ayant pris vn nombre esgal à A : il reste H. car A est la difference des deux F H comme nous auons preuué. Or qu'on prenne D moindre que C. de l'vnité, & par consequent moindre que A de 2. & multipliant par D. les nombres A.B. soyent faits L. K. Alors puisque la difference de A. & B est 1. il s'ensuit que D est la difference des deux L. K. & d'autant que le mesme A. multipliant les deux D C. (dont l'interualle est 1.) prouiennent L. & H, il s'ensuit que A est la difference des deux L. H. Partant K surpassant L de D : & H surpassant le mesme L de A, il s'ensuit que H surpasse k du mesme nombre dont A surpasse D. à sçauoir de 2. Doncques si le second enfant prend 2. du nombre H, restera K, duquel prenant la partie denommee de B. viendra D. & puisque D auec 2. fait A : il appert qu'il aura autant que le premier, à sçauoir vn nombre esgal à A. De mesme façon si l'on prend E. moindre que D de 1. & par consequent moindre que A de 3. multipliant A. B. par E & produisant N, M, on preuuera que la difference entre L. & M est la mesme qu'entre A & E, à sçauoir 3. Partant si le troisiesme en-

fant

fant prend 3. du nombre L, restera M. lequel diuisé par B, donnera E. doncques puisque E ioint à 3. fait A, il appert que le troisiesme enfant aura autant que chascun des precedens, & la mesraison sert pour tous les autres, & ne faut point douter qu'il n'y ait assez d'escus pour faire que chascun en ait autant qu'il y a d'vnitez en A. Car le quarré F. doit contenir son costé A. autant de fois qu'il y a d'vnitez audit A.

Ceste reigle se peut practiquer fort diuersement. Car premierement selon qu'on changera le denominateur de la partie, l'on changera aussi la solution. Mais il faut prendre garde qu'en la proposition de la question, il ne soit fait mention que d'vne mesme partie, car si l'on faisoit mention de diuerses parties, comme si l'on disoit que le premier prenne 1. & la moitié du reste, le second 2. & le tiers du resto; & ainsi en quelque autre semblable maniere, la question seroit impossible. En outre il ne faut point que la partie mentionnee ait autre numerateur que l'vnité, car si l'on proposoit la question en telle sorte, que le premier deut prendre 1. & $\frac{1}{2}$ du reste, le second 2 & $\frac{1}{2}$ du reste, & ainsi consecutiuement, la question seroit aussi impossible.

Secondement l'on peut clianger les nombres que chalcun prend, auant que de prendre vne certaine partie du reste, comme en l'exemple donné au lieu que le premier prend 1. le second 2. le troisiesme 3. & ainsi consecutiuement: on pourroit requerir que le premier prit tout autre nombre, comme 5. mais alors il faudroit que les nombres des autres, suiuissent en continuelle progression Arithmetique, dont la difference

fut

fut le mesme 5. Par exemple il faudroit que le second prit 10. le troisiesme 15. le quatriesme 20.& ainsi des autres,& en tel cas on trouueroit tousiours le nombre des enfans,comme auparauant ostant 1.du denominateur de la partie:mais le nombre des escus se treuueroit multipliant le quarré du nõbre des enfans par 5. à sçauoir par le nombre que prend le premier, & qui est la difference de la progression.Comme si l'on veut que le premier prẽne 5. & la septiesme du reste. Le second 10.& la septiesme du reste:le troisiesme 15. & la septiesme du reste : & ainsi des autres:le nombre des enfans sera tousiours 6.mais le nombre des escus sera 180. qui se fait multipliant le quarré de 6.à sçauoir 36.par 5.Et chascun des enfans aura 30 escus,à cause que 5.fois 6,sont 30.La demonstration de tout cecy se tire aisément de ce qui a esté dit, comme ie laisse à considerer au prudent Lecteur.

Troisiesmement la question se pourroit proposer diuersement si l'on ordonnoit que chasque enfant prit premierement vne certaine partie,& apres vn certain nombre. Comme qui diroit. Le premier prenne la septiesme de toute la somme, & vn escu de plus ; le second prenne la septiesme du reste,& 2.escus apres.Le troisiesme prenne la septiesme du reste, & de plus 3 escus, & ainsi consecutiuement. Et en tel cas il faut comme auparauant oster 1. du denominateur de la partie, & le reste sera le nombre des enfans, mais le nombre des escus prouiendra, multipliant ledit denominateur par ledit nombre moindre de 1. qu'on met pour le nombre des enfans. Comme en l'exemple donné le nombre

des enfans sera 6. & le nombre des escus 42. & chascun aura autant d'escus qu'il y a d'vnitez au denominateur de la partie à sçauoir 7. La demonstration est facile à treuuer à l'imitation de la precedente. Mais on doit aussi obseruer pour faire la question possible, qu'on ne face mention que d'vne seule & mesme partie, & l'on peut semblablement changer les nombres qu'on prend de plus, pourueu qu'ils se suiuent en continuelle progression Arithmetique & que le moindre soit esgal à la difference. Comme si l'on veut que le premier prenne la septiesme de toute la somme, & 4. de plus, il faut que le second prenne la septiesme du reste, & 8. de plus, & que la troisiesme prenne la septiesme du reste & 12 de plus, & ainsi des autres. Alors le nombre des enfans sera 6. comme auparauant, qu'on treuue estant 1. de 7. Mais pour auoir la somme des escus, ayant multiplié 6. par 7. il faut multiplier le produict 42 par 4. qui est la difference de la progression, & viendra 168. la somme des escus, & chascun en aura 28. lequel 28 se treuue multipliant 7. par 4.

VIII.

Trois hommes ont chascun certaine somme d'escus. Le premier donne des siens aux deux autres autant qu'ils en ont chascun. En apres le second en donne aux deux autres autant qu'ils en ont chascun.

cun. Finalement le troisiesme en donne aux deux autres autant qu'ils en ont chascun : cela fait chascun se treuue 8. escus. On demande combien chascun en auoit du commencement.

CEste question se resout aisément par vn discours qui porte auec soy sa demonstration, & qui est tel. Puis que à la fin chascun se treuue auoir 8. escus, & qu'immediatement auparauant le troisiesme auoit donné au premier, & au second, autant qu'ils auoyent chascun, il faut dont que chascun d'iceux n'en eust que 4. & que le troisiesme en eut 16. Mais le second en venoit de donner aux deux autres autant qu'ils en auoyent chascun. Il faut donc qu'auparauant le premier n'en eut que 2. Le troisiesme 8. & le second 14. Or cela n'est aduenu qu'apres que le premier en a donné aux deux autres autant qu'ils en auoyent chascun. Doncques il conuient dire que du commencement le second en auoit 7. le troisiesme 4. & le premier 13.

Et remarque que pour soudre generalement toute semblable question, il faut tousiours prendre des nombres en mesme proportion que 13. 7. 4. & 8. car pourueu que cela soit, procedant de mesme façon tous trois à la fin se treuuerõt esgaux. Partant le nombre auquel se fait l'esgalité estant donné, il est aisé de trouuer les trois nombres du commencement, car il ne faut que diuiser le nombre donné par 8. & multiplier le quotient par 13. 7. & 4. comme si l'on dit faisant

de la mesme sorte que chascun à la fin se treuue 6. escus diuise 6. par 8. vient ¾. qui multiplié par 13. 7. & 4. te donne à cognoistre qu'au commencement le premier auoit 9 ¾. le second 5 ¼. Le troisiesme 3. Par mesme raison les trois nombres que chascun à du commencement estant donnez, il est facile de treuuer celuy auquel se doit faire l'esgalité. Car il est necessaire à fin que la question soit possible, que lesdicts trois nombres donnez obseruent mesme proportion que 13. 7. 4. partant si tu diuises le plus grand par 13. ou le moyen par 7. ou le moindre par 4. il viendra par tout vn mesme quotient, qui estant multiplié par 8. produira le nombre auquel se doit faire l'esgalité. Comme si les nombres donnez estoyent 26. 14. 8. diuisant 26. par 13. ou 14 par 7. ou 8 par 4 vient tousiours pour quotient. 2. qui multiplié par 8. produit 16. le nombre auquel se fera l'esgalité.

Or d'icy l'on peut tirer la façon d'vn ieu assez gentil pour deuiner de trois personnes, combien chascune aura pris de gettons, ou de cartes, ou d'autres vnitez & ce ieu se pourra practiquer en ceste sorte.

Commande que le troisiesme prenne, par exemple, vn nombre de gettons tel qu'il voudra, pourueu qu'il soit pairement pair, c'est à sçauoir mesuré par 4. En apres ordonne que le second prenne autant de fois 7. que le troisiesme a pris de fois 4. & que le premier prenne tout autant de fois 13. Alors commande que le premier donne de ses gettons aux deux autres autant qu'ils en ont chascun, & puis que le second en donne aux autres autant qu'ils en auront chascun &

finale

finalement que le troisiesme faſſe tout de meſme. Cela fait pren le nombre des gettons duquel que tu voudras des trois (car ils s'en treueront tous vn esgal nombre) & pren la moitié d'iceluy, ce sera le nombre des gettons qu'auoit le troisiesme du commencement, partant il est aisé de deuiner les nombres des autres, prenant pour celuy du second autant de fois 7. & pour celuy du troisiesme autant de fois 13. qu'il y a de fois 4. au nombre du troisiesme cogneu. Par exemple, que le troisiesme ait pris 12. gettons, alors le second en prendra 21. & le premier 39. & apres que chascun aura donné & reçeu comme i'ay deuisé, il aduiendra que chacun aura 24. & la moitié de 24. à sçauoir 12. est iustement le nombre du troisiesme Cecy n'est autre en effect que la reigle que i'ay cy deuant donnée. Car le nombre auquel se fait l'esgalité estant cogneu, pour trouuer ce que chascun auoit du commencement, i'ay dit qu'il falloit diuiser ledit nombre de l'esgalité par 8. & multiplier le quotient par 13. 7. & 4. Or est-il certain que diuiser vn nombre par 8. & multiplier le quotient par 4. c'est autant que prendre les quatre huictiesmes du mesme nombre, à sçauoir la moitié.

Mais si l'on me demandoit par quel moyen i'ay treuué que tous les nombres qui peuuent soudre ceste question doiuent obseruer mesme proportion que 4. 7. 13. & par quelle reigle generale on pourroit soudre toutes autres semblables questions, encor que l'on changeat la proportion de ce que chascun doit donner aux deux autres, comme si au lieu de leur donner

vne fois autant qu'ils ont, on requeroit qu'il leur donnast deux fois, trois fois, quatre fois autant &c. Ie respõs que l'Algebre est celle qui m'a seruy de guide en cecy, & que de l'operatiõ d'icelle, on peut finalement tirer la reigle generale demandée. C'est pourquoy pour satisfaire aux plus curieux, ie veux chercher par ceste voye comme se peut soudre la questiõ, supposant que chascun à son tour donne aux deux autres deux fois autant d'escus qu'ils en ont. Et pour ce faire procedant resolutiuement ie dis que comme ainsi soit que le troisiesme à la fin donnant à chascun des autres deux fois autant qu'ils en ont, ils se treuuent tous trois auoir vn mesme nombre d'escus, il faut que les nombres du premier & secõd fussent auparauant esgaux ; partant ie pose que le premier eust alors 1.℞. d'escus, & le secõd aussi 1.℞. Et puis qu'il faut que le troisiesme leur dõne à chascun le double de ce qu'ils ont, doncques il leur dõnera 2.℞. à chascun. Mais alors tous trois doiuent auoir vn esgal nombre, & le premier & secõd en ont chascun 3.℞. dõcques le troisiesme à pareillemẽt 3.℞. Partant reprenant 2.℞. qu'il a dõné au premier, & 2.℞. qu'il a donné au secõd, il est necessaire que ledit troisiesme auparauant que de dõner, eut 7.℞. le secõd 1.℞. & le premier 3.℞. aussi. Or est-il qu'immediatemẽt auparauant le second vient de donner à chascun des autres, deux fois autant qu'ils auoyent, & partant il leur vient de donner les $\frac{2}{7}$ de ce qu'ils ont à present, à sçauoir $\frac{3}{7}$ ℞ au premier, & $\frac{4}{7}$ ℞ au troisiesme. Doncques ledit second reprenãt ce qu'il a donné, il se treuuera qu'auant que donner, le second auoit $\frac{10}{7}$ Rac. le premier $\frac{1}{7}$ Rac. & le troisiesme

$\frac{7}{7}$. Rac.

$\frac{3}{7}$.Rac.Mais auſſi il cõuient cõſiderer que le premier immediatement auparauãt a donné à chaſcun des autres le double de l'argẽt qu'ils auoyẽt, à ſçauoir à chaſcun d'iceux les $\frac{2}{7}$ de qu'ils ont maintenant, doncques il a donné au ſecond $\frac{12}{9}$ Rac. & au troiſieſme $\frac{54}{9}$ Rac. Partant reprenant le ſien, ie conclus que le premier au commencement auoit $\frac{55}{9}$ Rac. le ſecond $\frac{19}{9}$. Rac. & le troiſieſme $\frac{7}{9}$. Rac. & voyla que la queſtion (pour parler auec Diophante) eſt ſolue infiniment; c'eſt à dire que tout nombre que l'on prenne pour valeur de la racine, l'appliquant deuëment aux poſitions, l'on ſoudra la queſtion. Partant tous trois nombres que l'on choiſira, obſeruans la meſme proportion que 55. 19. & 7. ils feront l'effet que l'on demande, & l'eſgalité ſe fera (ſi l'on prend 55. 19. & 7.) au nombre 27. qui eſt le cube de 3. qui ſurpaſſe d'vn le denominateur de la proportion de ce que chaſcun donne aux autres : ou bien ſi l'on prend d'autres nombres que 55. 19. & 7. l'eſgalité ſe fera en vn nombre qui aura la meſme proportiõ à 27. qu'auront les trois nombres pris à 55. 19. 7. que ſi l'on eut fait vne ſemblable operation pour la queſtion auparauant propoſee, on eut trouué qu'au commencemẽt le premier auoit $\frac{11}{4}$ Rac le ſecond $\frac{7}{4}$. Rac. & le troiſieſme $\frac{1}{4}$ Rac. Par conſequent en ce cas-là il eſt neceſſaire qu'on prenne trois nombres obſeruãs la proportion de 13. 7. 4. & choiſiſſant les meſmes 13. 7. 4. l'eſgalité ſe fait au nombre 8. qui eſt le cube de 2. nombre plus grand d'vn que 1. denominateur de la proportion de ce que chaſcun donne aux deux autres. Or de ceſte operation ie tire vne reigle generale qui dit ainſi.

Triple le denominateur de la proportion, & au produit adiouste 1. *tu auras le troisiesme nombre, à ce troisiesme nombre adiouste* 2. *& multiplie le tout par le denominateur de la proportion, & au produit adiouste* 1. *tu auras le second nombre. Ioins ensemble le second & troisiesme nombre desia trouuez, à leur somme adiouste* 1. *& multiplie le tout par le denominateur de la proportion, & au produit adiouste* 1. *tu auras le premier nombre, & le nombre auquel se fera l'esgalité sera le cube du nombre surpassant d'vn le denominateur de la proportion.*

PAr exemple en la premiere question où le denominateur de la proportion est 1. ie pren le triple d'iceluy denominateur, à sçauoir 3. auquel i'adiouste 1. & i'ay 4. pour le troisiesme nombre. I'adiouste 2. à 4. vient 6. que ie multiplie par 1. & au produit adiouste 1. i'ay 7. pour le second nombre. I'assemble 4. & 7. & à leur somme i'adiouste 1. vient 12. que ie multiplie par 1. & au produit i'adiouste 1. i'ay 13. pour le premier nombre, & le cube de 2. à sçauoir 8. est le nombre auquel se fait l'esgalité.

En

En la ſeconde queſtion où le denominateur eſt 2. le triple 2. & au produict adiouſte 1. i'ay 7. pour le troiſieſme nombre i'adiouſte 2. à 7. vien 9. que ie multiplie par 2. & au produit adiouſte 1. i'ay 19. pour le ſecond nombre. I'aſſemble 7. & 19. & à leur ſomme adiouſte 1. viẽt 27. que ie multiplie par 2. & au produit adiouſte 1. i'ay 55. pour le troiſieſme nombre, & l'eſgalité ſe fait au nombre 27. qui eſt le cube de 3. ſurpaſſant d'vn le denominateur 2. & la regle ſert auſſi biẽ pour toute autre ſorte de proportion comme l'experience fera voir à chaſcun: car ce n'eſt pas icy le lieu d'enſeigner demonſtratiuement comme i'ay tiré ceſte regle de l'operation de l'Algebre, & que partant elle eſt infallible, ie m'en rapporte au iugement de ceux-là qui ſçauent comme on tire la quinte-eſſence d'vne operation d'Algebre qui a paſsé par l'Alembic d'vn eſprit bien delié.

IX.

Trois hommes ont à partager 21. tonneaux, dont il y en a ſept pleins de vin, ſept vuides, & ſept pleins à demy. Ie demande comme ſe peut faire le partage, en ſorte que tous trois ayent vn eſgal nombre de tonneaux, & eſgalle quantité de vin.

CEſte queſtion eſt propoſee par Tarraglia en la premiere partie, liure 16. q. 130. & encor

il en propose vne semblable en la q. 131. suiuante. Mais ledit autheur se contente de donner la solution desdictes questions, sans enseigner la regle generale pour soudre toutes autres semblables, laquelle façon de faire ie repute indigne d'vn si habile Mathematicien. Doncque pour ne commettre la mesme faute ie dis qu'il conuient diuiser le nombre des tonneaux par celuy des personnes, & si le quotient ne vient nombre entier, la question est impossible, comme supposant qu'il y ait 21. tonneaux, si l'on met 4. personnes, le partage ne se peut faire comme l'on requiert, car afin que le nombre des tonneaux se partage esgalemẽt, il faudroit que chascun en eut $5\frac{1}{4}$. qui est chose absurde, vn tonneau ne se pouuant ainsi briser en plusieurs pieces. Il faut donc que ce quotient se treuue entier, car c'est le nombre des tonneaux que chascũ doit auoir. En apres il conuient prendre ledit quotient, & en faire autãt de parties qu'il y a de personnes, obseruant toutesfois que chascune d'icelles parties soit moindre que la moitié du susdict quotient. Comme par exemple les tonneux estans 21. & les personnes 3. ayant diuisé 21. par 3. le quotient est 7. que ie coupe en ces trois parties 3. 3. 1. ou bien en ces trois 2. 2. 3. dont chascune est tousiours moindre que la moitié de 7. Or par le moyen desdites parties on peut soudre la question fort aisément, appliquant chascune d'icelles à chasque personne. Ainsi se seruant des premieres qui sont 3. 3. 1. Le premier 3. signifie que la premiere personne doit auoir 3. tonneaux pleins & autant de vuides (car chascun en doit tousiours prendre autant de pleins que de vuides) & par consequent la

mesme personne n'en doit auoir que 1. à demy plein pour accomplir les 7. De mesme le second 3. monstre que la seconde personne doit prendre 3. tonneaux pleins, 3. vuides, & par consequent 1. à demy plein. Finalement la troisiesme partie 1. denote que la troisiesme personne doit auoir 1. tonneau plein, 1. vuide, & par consequent 5. à demy pleins. Par ainsi chascun aura 7. tonneaux, & 3 ½ tonneaux de vin, partant autant les vaisseaux, comme le vin seront partagez esgalement.

Que si l'on se veut seruir des autres parties de 7. à sçauoir 2. 2. 3. on trouuera vne autre solution, & tout aussi bonne, & dirat-on que le premier doit prendre 2. tonneaux pleins, 2. vuides, & 3. demy pleins. Le second semblablement 2. tonneaux pleins, 2. vuides, & 3. demy pleins, & le troisiesme 3. tonneaux pleins, 3. vuides & 1. demy plein, & pource que l'on ne peut en point d'autre façon faire trois parties de 7. dont chascune soit moindre que la moitié dudit 7. on peut asseurer que le partage en tel cas ne se peut faire en point d'autre sorte.

Et pour mieux faire voir la certaineté & generalité de ma regle, prenons l'autre exemple de Tartaglia où il suppose que le nombre des tonneaux soit 27. & les personnes 3. comme auparauant ie prendray le tiers de 27. qui est 9. & veray de faire trois pars de 9. dont chascune soit moindre que la moitié de 9. Or cela se peut faire en trois differentes façons car les parties de 9. peuuent estre 3. 3. 3. ou bien 1. 4. 4. ou bien 2. 3. 4. Parrant on peut donner trois solutions: car il se peut faire que le premier prenne 3. tonneaux pleins,

pleins, 3. vuides, & 3. demy pleins, & tout autant en prendront le second & le troisiesme. Ou bien le premier en prendra 1. plein, 1. vuide, & 7. demi pleins : le second 4. pleins, 4. vuides, & 1. demy plein: le troisiesme de mesme 4. pleins, 4. vuides, & 1. demy plein. Ou finalement le premier en prendra 2. pleins, 2. vuides, & 5. demy pleins: le second 3. pleins, 3. vuides, & 3. demy pleins: le troisiesme 4. pleins, 4. vuides, & 1. demy plein, & en toutes les trois façons chascun à 9. vaisseaux, & $4\frac{1}{2}$ tonneaux de vin. Neantmoins en ce cas Tartaglia n'apporte qu'vne solution d'autant qu'il ignoroit la regle generale pour soudre toutes ssmblables questions.

Que si l'on suppose qu'il y ait 24. tonneaux dont les 8. soyent pleins, les 8. vuides, & les 8. demy-pleins, & qu'il les faille partager de la mesme façon entre 4. personnes ; diuisant 24. par 4. viendra 6. Partant nous verrons de faire de 6. quatre parties dont chascune soit moindre que la moitié dudit 6. Ce qui ne se peut faire qu'en vne sorte, les parties estant 2. 2. 1. 1. Par ainsi nous dirons que le partage ne se peut faire qu'en vne sorte, à sçauoir si le premier en prend 2. pleins, 2. vnides, & 2. demy pleins; le second aussi 2. pleins, vuides, & 2. demy pleins: le troisiesme 1. plein, 1. vuide; & 4. demy pleins: & le quatriesme de mesme 1. plein, 1. vuide, 4. demy pleins. Par ainsi chascun aura 6. vaisseaux, & la valeur de 3. tonneaux pleins. Ie ne m'estendray pas d'auantage pour rendre la raison de ceste mienne regle, cela estant si facile, que tout homme de bon esprit en viendra bien aisément à bout.

X.

Il y a 41. personnes en vn banquet tant hommes que femmes & enfans, qui en tout despendent 40. soubz, mais chasque homme paye 4. soubz chasque femme 3. soubz chasque enfant 4. deniers. Ie demande combien il y a d'hommes, combien de femmes, combien d'enfans.

CEste question à mis en grande peine tous les Aritmethiciens qui ont esté par cy deuant, comme Frere Luc, François Felician, Nicolas Tartaglia, Estienne de la Roche & autres; qui tous se sont efforcez de la soudre par regle certaine, mais toutesfois ne sont point venus à bout de leur dessein, car tous sont d'vn accord que l'on n'en peut sortir qu'en ceste maniere. Posons que tout le nombre des personnes soit de celles qui payent le moins, à sçauoir d'enfans, dont s'ensuit puisque chasque enfant paye 4. deniers, qui font $\frac{1}{3}$ de s. qu'ils payeront en tout $\frac{41}{3}$ s. qui ostez de 40 s. reste $\frac{79}{3}$. qu'il faut garder à part. En apres soubstraisõs le moindre prix des deux plus grands, à sçauoir $\frac{1}{3}$ de 3. & de 4. resteront $\frac{1}{3}$ & $\frac{11}{3}$. & puisque ces trois restes $\frac{79}{3}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{11}{3}$. sont tous d'vne mesme denomination (car autremẽt il les y faudroit reduire) nous seruãt des numerateurs seulement, il nous conuient diuiser 79. en deux telles parties, que l'vne soit mesuree par 8. l'autre soit mesuree par 11, ce que

nous

ferons en tastonnant de ceste sorte. Ostons vne fois 11.de 79.reste 68.qui n'est pas mesuré par 8. Partant ostons 2.fois.11.de 79.reste 57. qui aussi n'est pas mesuré par 8. Partant ostons 3. fois 11. de 79.reste 46.qui encore n'est pas mesuré par 8. Doncques ostons 4.fois 11.de 79. reste 35.que 8. ne mesure point aussi.Ostons donc 5.fois 11. de 79.reste 24.qui est mesuré par 8. Partant nous dirons que les deux parties cherchees de 79.sont 55.& 24.Car diuisant 55. par 11. le quotient est 5.tout iuste ; & diuisant 24. par 8.le quotient est 3.Doncques nous dirons que le nombre des hõmes est 5.celuy des femmes 3. dont la somme est 8.qui ostee de 41. reste 33. pour le nombre des enfans.Que si l'on n'eut pas peu faire de 79.deux pars, dont l'vne eut esté mesuree par 11. l'autre par 8. la question eut esté impossible. Et si 79. se fut peu diuiser en deux telles parties en plusieurs diuerses façons, la question eut peu receuoir tout autant de differentes solutions.

Voylà la regle que donnẽt les autheurs susdits, laquelle comme ie ne nie pas qu'elle ne soit assez bonne & subtile,& fondee sur raison cõme l'on peut voir facilement,ie sousticns aussi qu'elle est fort imparfaicte, tant parce que en partie l'on y procede à tastons, que parce que elle ne touche pas au fond de ceste matiere. Car toute semblable question proposee vniuerfellement sans estre appliquee à aucun subjet (si elle est possible) reçoit tousiours infinies solutions, comme si l'on disoit Faictes trois pars de 41.que l'vne multiplice par 4.l'autre par 3.l'autre par 1. la somme des trois produit soit 40. Il est euident que c'est la mesme question proposee plus generalement,

car

car icy l'on ne requiert point que les trois parties de 41. soyent nombres entiers, ce qui estoit auparauant necessaire à cause qu'on ne peut admettre fractions de personnes sans absurdité. Voyre mesme l'on peut appliquer vne semblable question à tel subiect, qu'il ne sera point necessaire que la solution se dõne en nombres entiers, comme si l'on disoit. I'ay acheté 41. Aulnes de trois differentes estoffes, à scauoir du veloux à 4. escus l'aulne, du Satin à 3. escus, & de la toile à 20 s. & le tout me couste 40. escus. Ie demande combien i'ay pris de chasque estoffe. Or en tous semblables cas telles questions recoiuent infinies solutions comme ie feray voir cy-apres.

Doncques pour dire ce qui se peut sur ceste question, il se faut seruir d'vne mienne inuention, dont i'ay desia touché vn mot en l'aduertissement du septiesme Probleme, laquelle à ceste occasion i'expliqueray icy briefuement, puisque ie l'ay declaree plus au long en mes commentaires, sur la 41. question du 4. liure de Diophante. Toutesfois i'aduertis le Lecteur que s'il n'est expert en l'Algebre, il ne se trauaille pas pour entendre ce qui s'ensuit; car ce luy seroit peine perduë, d'autant qu'implorant le secours de ceste diuine science ie discours en ceste sorte.

Soit le nombre des homme 1 ℞. Doncques celuy des femmes, auec celuy des enfans sera 41-1 Rac. & puisque chasque homme paye 4. s. tous les hommes ensemble payeront 4. Rac. de s. & partant les femmes auec les enfans payeront 40-4 Rac. Mais d'autãt que chasque femme paye 3. s.

& chasque enfant $\frac{1}{3}$ s. Il appert que la somme que payent les femmes & les enfans ensemble, à scauoir 40-4. Rac. contient le nombre des femmes trois fois, & le tiers du nombre des enfans, & multipliant icelle somme par 3. le produit 120-12. Rac. contient le nombre des femmes neuf fois, & vne fois le nombre des enfans ; partant ostant de là vne fois tant le nombre des femmes que des enfans, à scauoir 41-1. Rac. le reste qui est 79-11. Rac. contiendra huict fois le nombre des femmes ; doncques diuisant par 8. nous aurons pour le nombre des femmes 9 $\frac{7}{8}$ 1 $\frac{3}{8}$ Rac. qui osté de 41-1. Ra. laissera pour le nombre des enfans 31 $\frac{1}{8}$ † $\frac{3}{8}$ Rac. par ainsi nous auõs en termes Algebriques le nombre des hommes qui est 1. Rac. celuy des fẽmes qui est 9 $\frac{7}{8}$ 1 $\frac{3}{8}$ Ra. Celuy des enfans, qui est 31 $\frac{1}{8}$ † $\frac{3}{8}$ Rac. dont la somme est iustement 41. & selon qu'il est requis en la question ; les hommes payeront 4. Rac. les femmes 29 $\frac{5}{8}$ — 4 $\frac{1}{8}$ Rac. & les enfans 10 $\frac{5}{8}$ † $\frac{1}{8}$ Rac. dont la somme est iustement 40. Partant il euident que la question est soluë infiniment (comme dit Diophante) c'est à scauoir que l'on peut prendre tout nombre pour valeur de la racine, pourueu toutesfois qu'on le puisse conuenablement appliquer aux positions.

Or pour ce faire i'ay remarqué deux points. Le premier est qu'encor qu'õ vueille soudre la question generalement sans se soucier si la solution vient en nombres entiers, ou rõpus, il faut neantmoins prendre garde qu'il ne s'ensuiue aucune absurdité, comme en l'exemple dõné si l'on vouloit mettre 7. pour valeur de la racine, il s'ensuiuroit que le nombre des femmes seroit moins

que

que rien, car nous auons trouué par force du discours que le nombre des femmes est 9 $\frac{7}{1}$ 1 $\frac{3}{1}$ Rac. & partant si l'on prent 8. pour valeur de la racine, 1 $\frac{3}{1}$ *Rac.* seront 11. qui estant soustrait de 9 $\frac{7}{1}$ restera pour le nombre des femmes, moins 1 $\frac{4}{1}$. Doncques pour remedier à tous semblables inconueniens ie regarde si quelqu'vn des nombres de mes propositions est cõposé de nombre moins racine, ou de racine moins nombre, ou si l'vn est d'vne sorte, l'autre de l'autre, & lors diuisant les nombres par les racines, s'il y a nombre moins racine, le quotient est vn terme au dessous duquel il faut prendre la valeur de la racine, & s'il y a racine moins nombre, le quotient est vn terme au dessus duquel il faut prendre la valeur de la racine, partant si l'vn des nombres des positions est composé de nombre moins racine, & l'autre de racine moins nombre, on a deux termes entre lesquels de necessité se doit prendre la valeur de la racine exclusiuement. En la question proposée, pource qu'il n'y a que le nombre des femmes où se rencontre le signe de moins, il n'y aura aussi qu'vn terme, qui se treuuera diuisant 9 $\frac{7}{1}$ par 1 $\frac{3}{1}$ & le quotient, à sçauoir 7 $\frac{4}{11}$ sera ledit terme au dessous duquel tout nombre pris pour valeur de la racine soudra la question (pourueu qu'on admette les fractions) que si l'on prend pour la racine 7 $\frac{4}{11}$ ou quelque nombre plus grand, le nombre des femmes se treuuera rien ou moins que rien.

Mais pour donner vn exemple où se rencontrent deux termes, soit le nõbre des personnes 20 l'argent en tout despendu soit 20. s. & que les hommes payent 4 s. les femmes $\frac{1}{2}$ s. les enfans $\frac{1}{4}$ s.

Lors polant 1. ℞. pour le nombre des hommes; les femmes & les enfans ensemble serõt 20-1 ℞. & puisque chasque homme paye 4.s.tous les hõmes payeront 4℞.de s.& partant les femmes auec les enfans payeront 20-4℞.Et d'autant que chasque femme paye $\frac{1}{1}$ s.& chasque enfant $\frac{1}{4}$ il est certain que le nombre de s. que payent les femmes est la moitié du nombre des femmes, & le nombre de sols que payent les enfans, est le quart du nombre des enfans. Doncques 20-4 ℞. contient la moitié du nombre des femmes, & le quart du nõbre des enfans,& multipliant tout par 4.viendra 80-16℞. contenant deux fois le nombre des femmes, & vne fois celuy des enfans, partant ostons en 20-1 ℞. qui contient vne fois tant le nõbre des femmes, que celuy des enfans, restera 60-15 ℞.pour le nombre des femmes,qui osté de 20-1℞.restera 14℞-40.pour le nõbre des enfans. Nous auons doncques 1 ℞.pour les hommes;60-15 Rac. pour les femmes, 14 ℞-40. pour les enfans, & pource qu'il y a nombre moins racine, à sçauoir 60-15 Rac.diuisant 60 par 15. le quotient 4. sera le terme au dessous duquel se doit prẽdre la valeur de la racine,& d'autant qu'il y a racine moins nombre, à sçauoir 14 ℞-40. diuisant 40 par 14. le quotient 2. $\frac{6}{7}$ sera le terme au dessus duquel il faut prendre la racine. Partant tout nombre pris entre 2 $\frac{6}{7}$ & 4. soudra la question si l'on admet les nombres rompus, & point de nombre qui ne soit entre ces deux termes ne sera propre.

Le second point que ie remarque,est pour faire venir la solution en nombres entiers, lors que le sujet ne permettra pas qu'on se serue des fractiõs, comme

comme quand on parle des perſonnes ou d'animaux viuans, qu'on ne peut diuiſer en pluſieurs parties ſans abſurdité, & pour ce faire, ſi és poſitions il ne ſe rencontre aucune fraction la choſe eſt bien aiſée, car on peut prendre pour valeur de la racine tout nombre entier qui ſe treuue entre les bornes des termes cherchez par l'artifice que i'ay enſeigné, comment au dernier exemple, pource qu'en toutes les trois poſitions il n'y a aucune fraction, on peut prendre pour la racine tout nombre entier qui ſe treuue entre $2\frac{6}{7}$ & 4. & pource qu'il n'y a que 3. on peut dire que telle queſtion par nombres entiers n'a qu'vne ſeule ſolution & le nombre des hommes eſt 3. celuy des femmes 15. celuy des enfans 2. mais ſi l'on admettoit les fractions, il appert qu'entre $2\frac{6}{7}$ & 4, on en peut prendre infinies.

Que ſi en quelqu'vn des nombres des poſitions il ſe rencontre des fractions, il y a vn peu plus de difficulté, comme au premier exemple où il y a des huictieſmes tant au nõbre des femmes qu'en celuy des enfans. Toutesfois en tel cas ie procede ainſi tres-certainement. Le nombre des enfans eſtant $31\frac{1}{8} \dagger \frac{1}{8}$ Rac. pour faire que tãt la racine, qu'iceluy nombre des enfans ſe rencontre vn nombre entier, il eſt neceſſaire de prendre pour la racine vn nombre entier, dont les $\frac{1}{8}$ adiouſtées à $\frac{1}{8}$ faſſent vn nombre entier, & ſi faut que iceluy nombre ſoit moindre que $7\frac{2}{11}$ (qui eſt le terme treuué) or cela n'eſt autre que treuuer vn nombre au deſſous de $7\frac{2}{11}$ qui multiplié par 3. & au produit adjouſtant 1. la ſomme ſoit meſurée par 8. c'eſt à dire treuuer vn multiple de 8. qui ſurpaſſe d'vn vn multiple de 3. tel toutesfois

qu'iceluy multiple de 3. diuisé par 3. donne vn quotient moindre que $7\frac{2}{11}$. Or cela n'est autre chose que la 18. proposition de ce liure, par laquelle tu trouueras que 16. est le moindre multiple de 8. que tu cherches, duquel ostant 1. reste 15. multiple de 3. & parce que diuisant 15. par 3. le quotient 5. est moindre que $7\frac{2}{11}$ tu peux prendre 5. pour valeur de la racine, & l'appliquant aux positions, tu diras que le nombre des hommes est 5. celuy des femmes 3. celuy des enfans 33. Que si par la 19. de ce liure, tu vas chercher tous les autres multiples de 8. surpassans de l'vnité, les multiples de 3. tu n'en trouueras aucun autre qui soit propre à soudre la question, car diuisant le multiple de 3. par 3. le quotient sera tousiours plus grand que $7\frac{2}{11}$. Par consequent tu pourras asseurer, que cette qu'estion n'a qu'vne solution en nombres entiers.

Il pourroit aussi arriuer qu'au lieu de se seruir de la 18. de ce liure, il faudroit employer la 21. comme si en l'vne de tes positions tu rencontrois ces nombres $12\frac{3}{5} \dagger 7\frac{4}{5}$ ℞. Car alors tu serois reduit à chercher vn multiple de 5. qui surpassast de 3. vn multiple de 4. ce que tu ferois par la susdite 21. proposition de ce liure. Cela suffit quãt à ceste question: que si quelqu'vn en veut sçauoir dauantage, & apprendre comme par la mesme inuention, on peut soudre les reigles d'alligation, & trouuer tousiours infinies solutions; ce que personne deuant moy n'a iamais enseigné, qu'il aille voir mon commentaire sur la 41. question du 4. liure de Diophante. Là il apprendra aussi comme il faut proceder en toutes questions de semblable nature, lors qu'on propose à diuiser

vn nombre donné en 4. ou en plusieurs parties, qui multipliees par autant de differens nombres donnez, fassent des produits, dont la somme soit aussi vn nombre donné. Mais outre tout ce que i'ay dit en ce lieu là, pour faire voir la beauté de mon inuention, en comparaison de ce qu'ont escrit sur ce subiet, les plus habiles Arithmeticiens qui n'ont deuancé; il faut que i'adiouste icy pour conclusion de ce liure, ce que i'ay treuué en examinant les deux dernieres questions du liure 17. de la premiere partie de l'Arithmetique de Tartaglia. En la premiere il propose à diuiser le nombre 100 en quatre nombres entiers, tellement que multipliant le premier par 3. le second par 1. le troisiesme par $\frac{1}{7}$, le quatriesme par $\frac{1}{1}$, la somme des produits soit aussi 100. & donne vne seule solution, mettant le premier nombre 19. le second 22. le troisiesme 51. le quatriesme 8. aduoüant encore, qu'il ne sçait point soudre des semblables questions, qu'en y procedant à tastons; là ou ie treuue par vn discours infallible, & fondé en bonne demonstration, que ceste question ainsi proposee, peut receuoir infinies solutions en admettant les fractions, à cause qu'on peut mettre pour le premier nombre, tout nombre moindre que 25. Mais en nombres entiers, elle reçoit 226 solutions, à cause qu'on peut mettre pour le premier nombre, tout nombre plus grand que l'vnité, & qui ne surpasse point 24. & mettant le premier nombre 24. on peut donner 3 solutions. Le mettant 23. on en peut donner 7. Le mettant 22. il y a 11 solutions. Le mettant 21. il y en a 15. Le mettant

20. il y en a 19. Le mettant 19. il y en a 18. Le mettant 18. il y en a 17. Le mettant 17. il y en a 16. Et ainsi consecutiuement diminuant touſiours d'vne, iusques au nombre de 2. lequel estant mis pour le premier nombre, ne donne qu'vne solution. I'aurois crainte d'ennuyer le lecteur, & encor plus l'imprimeur, si ie voulois icy coucher par ordre toutes les susdictes 226 solutions: mais pour ne point frustrer entierement les plus curieux de leur attente, ie rapporteray seulement les 18 qui se treuuent, mettant le premier nombre 19. comme Tartaglia le met, & tu verras que la solution de Tartaglia est iustement la seconde.

19	19	19	19	19	19	19	19	19
23	22	21	20	19	18	17	16	15
54	51	48	45	42	39	36	33	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36

19	19	19	19	19	19	19	19	19
14	13	12	11	10	9	8	7	6
27	24	21	18	15	12	9	6	3
40	44	48	52	56	60	64	68	72

La seconde question de Tartaglia est. Diuiser 200 en cinq nombres entiers, tellement que multipliant le premier par 12. le second par 3. le troisiesme par 1. le quatriesme par $\frac{1}{2}$. le cinquiesme par $\frac{1}{7}$. la somme des produits soit aussi 200. & ledit autheur se tient bien glorieux d'auoir peu trouuer vne solution, à sçauoir mettant le premier 6. le second 12. le troisiesme 34. le quatriesme 52. le cinquiesme 96. Mais ie veux que le lecteur s'estonne, quand il verra que i'asseure, que ceste question reçoit 6639 solutions,

toutes

toutes par nombres entiers, d'autant qu'on peut mettre pour le premier nombre, tout nombre moindre que 11 ½. & mettant ledit premier nombre 11. il y a 3 ſolutions. Le mettant 10. il y en a 60. Le mettant 9. il y en a 200. Le mettant 8. il y en a 388. Le mettant 7. il y en a 571. Le mettant 6. il y en a 704. Le mettant 5. il y en a 832. Le mettant 4. il y en a 914. Le mettant 3. il y en a 977. Le mettant 2. il y en a 985. Le mettant 1. il y en a 1005. Que s'il me falloit rapporter icy toutes leſdictes ſolutions en particulier, elles rempliroient plus d'vne vingtaine de pages, ce qui ſeroit trop ennuyeux. C'eſt pourquoy ie me contenteray de coucher icy toutes celles qui ſe trouuent, en mettant le premier nombre 6. & le ſecond 12. comme fait Tartaglia, leſquelles ſolutions ſont en tout 44. comme l'on peut voir.

6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
132	129	126	123	120	117	114	111	108	105	102

6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25
48	52	56	60	64	68	72	76	80	84	88
99	96	93	90	87	85	81	78	75	72	69

6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14
92	96	100	104	108	112	116	120	124	128	132
66	63	60	57	54	51	48	45	42	39	36

6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
23	22	21	20	9	8	7	6	5	4	3
136	140	144	148	152	156	160	164	168	172	176
33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3

FIN.

Fautes suruenuës en l'impreſſion.

PAG. 14. ligne 14. le nombre D C. Cor. le nombre C. Pag. 18. lig. 2. le reſtant E G. Cor. le reſtant F G. Item lig. 18. Puiſque E H. Cor. Puiſque F. H. p. 58. lig. 14. pairement par. Cor: pairément pair. p. 74. lig. derniere. que le produit Cor. que G eſt le produit. pag. 183. lig. derniere, que E P. Cor, que Q P.