

## 0 Le dernier disciple de Galilée

Cet homme symbolise malgré lui une passation de pouvoir, entre la géométrie grecque, et la nouvelle géométrie, celle des infiniments petits, celle de Leibniz et de Newton.

histoires de géométrie

### Le dernier disciple de Galilée

*triomphe de la géométrie nouvelle*



hist-math.fr

Bernard YCART

## 1 Vincenzo Viviani (1622–1703)

Il s'appelle Vincenzo Viviani. Selon un de ses contemporains :  
« Il est d'aspect agréable, avec un air de gaieté sur le visage. Il est plutôt grand de taille, la peau claire et les cheveux bruns ; ses yeux d'un léger bleu turquoise sont toujours vifs et brillants. »

D'après Fontenelle :

Vincenzo Viviani (1622–1703)



## 2 Éloge de Monsieur Viviani (1703)

« Il avait cette innocence et cette simplicité de mœurs que l'on conserve ordinairement, quand on a moins de commerce avec les hommes, qu'avec les livres, et il n'avait point cette rudesse, et une certaine fierté sauvage, que donne assez souvent le commerce des livres sans celui des hommes. Il était affable, modeste, ami sûr et fidèle, et ce qui renferme beaucoup de vertu en une seule, reconnaissant au souverain degré. »

Bref, quelqu'un de bien au dire de tout le monde. Le paradoxe est qu'il va incarner pour la postérité un certain conservatisme, alors qu'il a été l'élève d'un des scientifiques les plus novateurs de l'histoire, Galilée.

Éloge de Monsieur Viviani (1703)

Bernard le Bouyer de Fontenelle (1657–1757)

**Il avoit cette innocence & cette simplicité de mœurs que l'on conserve ordinairement, quand on a moins de commerce avec les Hommes, qu'avec les Livres, & il n'avoit point cette rudesse, & une certaine fierté sauvage que donne assez souvent le commerce des Livres sans celui des Hommes. Il étoit affable, modeste, ami sûr & fidèle, & ce qui renferme beaucoup de vertu en une seule, reconnoissant au souverain degré. Il est vrai que**

### 3 Villa à Arcetri

Tout a commencé en 1638. Galilée est assigné à résidence dans cette villa à Arcetri, près de Florence. Il est aveugle. Le grand duc de Toscane Ferdinand II, qui n'a pas pu arranger ses affaires avec la papauté, essaie tout de même de l'aider, et en particulier de lui trouver les secrétaires dont il a absolument besoin.

#### Villa à Arcetri

Galileo Galilei (1564–1642)



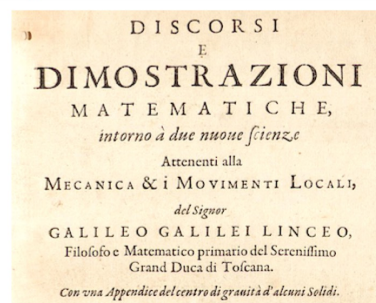
### 4 Discorsi e dimostrazioni matematiche (1638)

Parce que Galilée est encore actif scientifiquement. Cette année là, il publie une œuvre importante, les « Discours sur deux nouvelles sciences tenant à la mécanique et aux mouvements locaux ».

Or, ce n'est pas n'importe quel secrétaire qui peut copier des mathématiques, corriger des démonstrations et mettre au point des figures.

#### Discorsi e dimostrazioni matematiche (1638)

Galileo Galilei (1564–1642)



### 5 Leopoldo de Medici (1617–1675)

Justement, le frère du grand-duc, Léopold, vient d'entendre parler par son professeur, d'un jeune homme de bonne famille particulièrement doué pour les mathématiques. Le grand-duc fait le nécessaire, et voilà Viviani installé chez Galilée à Arcetri. Écoutez-le raconter.

#### Leopoldo de Medici (1617–1675)



### 6 Vita di Galileo Galilei (1654)

« Peu après cette publication inattendue, je fus admis dans la villa d'Arcetri où demeurait Galilée. Je pus bénéficier de sa conversation savante et de ses précieux enseignements. Dans l'étude des mathématiques, à laquelle je m'étais appliqué peu avant, j'avais recours à sa parole pour la solution des doutes et difficultés que je rencontrais bien souvent à cause de la faiblesse naturelle de mon esprit. »

#### Vita di Galileo Galilei (1654)

Vincenzo Viviani (1622–1703)

Poco dopo questa inaspettata pubblicazione, concedendomi l'ingresso nella villa d'Arcetri, dove allor dimorava il sig<sup>r</sup> Galileo, acciò quivi io potesse godere de' sapientissimi suoi colloqui e preziosi ammaestramenti, e contentandosi questi che nello studio delle matematiche, alle quali poco avanti mi ero applicato, io ricorresse alla viva sua voce per la soluzione di quei dubbii e difficoltà che per natural fiacchezza del mio ingegno bene spesso incontro[...]

## 7 Galilée et Viviani (1892)

Quel tableau touchant ! Le vieux maître aveugle transmettant sa connaissance, juste avant de mourir, à son tout dernier disciple.

Galilée et Viviani (1892)

Tito Lessi (1858–1917)



## 8 Galileo vecchio con i discepoli (1841)

Oui bon, enfin dernier, au moins le plus jeune. Il y avait d'autres disciples dans l'entourage de Galilée.

Galileo vecchio con i discepoli (1841)

Luigi Sabatelli (1772–1850)



## 9 Evangelista Torricelli (1608–1647)

En particulier Torricelli. Celui-ci étudie les travaux de Galilée depuis qu'il est tout jeune. En 1641, il publie un ouvrage sur le mouvement, inspiré par les théories de Galilée. Galilée se le fait lire et l'approuve. Il invite alors Torricelli qui sera son assistant dans les derniers mois de sa vie, et qui sera là aux côtés de Viviani, lors des derniers instants du maître.

Oui, mais Torricelli meurt à peine cinq ans plus tard et Viviani reste seul pendant plus de soixante ans pour entretenir la flamme, et rappeler la mémoire de Galilée, malgré la condamnation du tribunal papal. Il va le faire avec une constance et une obstination qui étonne, voire même amuse ses contemporains.

Evangelista Torricelli (1608–1647)



## 10 le dernier Disciple du grand Galilée

« Malgré la différence d'âge, il a pris pour Galilée une tendresse vive, et une espèce de passion. Partout il se nomme le disciple, et le dernier disciple du grand Galilée; car il a beaucoup survécu à Torricelli son collègue. Jamais il ne met son nom à un titre d'ouvrage sans l'accompagner de cette qualité; jamais il ne manque une occasion de parler de Galilée, et quelquefois même, ce qui fait encore mieux l'éloge de son cœur, il en parle sans beaucoup de nécessité; jamais il ne nomme le nom de Galilée sans lui rendre un hommage; et l'on sent bien que ce n'est point en quelque sorte pour s'associer au mérite de ce grand homme, et en faire rejaillir une partie sur lui. Le style de la tendresse est bien aisé à reconnaître d'avec celui de la vanité. »

Fontenelle a raison, on ne peut pas soupçonner Viviani d'hypocrisie. On peut peut-être estimer qu'il en fait un peu trop, mais c'est aussi oublier le courage qu'il fallait pour contrer la réputation sulfureuse de Galilée.

## 11 Monument funéraire de Galilée (1737)

À sa mort en 1703, Viviani avait laissé un legs et des instructions pour qu'un monument soit érigé dans une église à la mémoire de Galilée, et pour que ses propres restes reposent auprès de ceux du grand homme. Cela n'a été réalisé qu'en 1737, presque un siècle après le décès de Galilée.

## 12 Épitaphe

L'épitaphe gravée en dessous du sarcophage, précise non seulement que Galilée était sans égal parmi ses contemporains, mais aussi que Vincenzo Viviani a ordonné par testament que ce monument soit érigé.

### le dernier Disciple du grand Galilée

Fontenelle, Eloge de Monsieur Viviani (1703)

ge, il a**it pris** pour Galilée une tendresse vive, & une espèce de passion. Par-tout il se nomme le Disciple, & **le dernier Disciple du grand Galilée**; car il a beaucoup survécu à Toricelli son Colleague: jamais il ne met son nom à un titre d'Ouvrage, sans l'accompagner de cette qualité; jamais il ne manque une occasion de parler de Galilée, & quelquefois même, ce qui fait encore mieux l'éloge de son cœur, il en parle sans beaucoup de nécessité; jamais il ne nomme le nom de Galilée sans lui rendre un hommage; & l'on sent bien que ce n'est point pour s'affocier **en quelque forte au mérite de ce grand Homme**, & en faire rejaillir une partie sur lui; le style de la tendresse est bien aisé à reconnoître d'avec celui de la vanité.

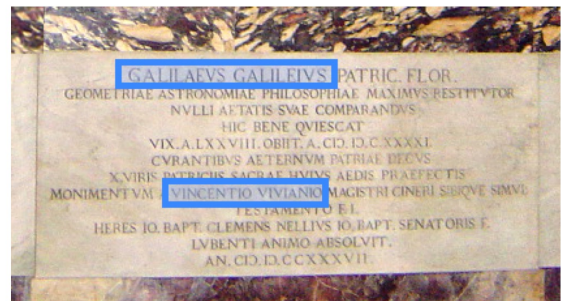
### Monument funéraire de Galilée (1737)

Basilique Santa Croce de Florence



### Épitaphe

Basilique Santa Croce de Florence





## 13 Palazzo dei Cartelloni, Florence (1693)

De son vivant, Viviani avait acquis un palais à Florence, dont vous voyez l'entrée. Il s'appelle toujours le palais des grandes affiches, par référence à ces immenses panneaux gravés qui encadrent la porte. C'est un véritable roman en latin qui est présenté au visiteur, en fait un résumé de la vie de Galilée et un étalage de toutes les dettes de reconnaissance du propriétaire des lieux. Evidemment les ducs de Toscane successifs qui ont employé Galilée puis Viviani ne sont pas oubliés : Ferdinand un et deux, Cosme deux et trois, tous « De Médicis ». Le roi de Pologne Casimir, lui avait proposé une place prestigieuse : il est dûment remercié.

### Palazzo dei Cartelloni, Florence (1693)

Vincenzo Viviani (1622-1703)



## 14 ÆDES A DEO DATÆ LUDOVICI MAGNI

Mais c'est Louis XIV qui occupe la place d'honneur. Au-dessus de la porte, trône le buste de Galilée. Derrière, un panneau explique que c'est grâce à la générosité de Louis le Grand que cette maison a été construite. Le cartouche en lettres majuscules que j'ai encadré en bleu dédie cette demeure à Louis le Grand, le don de Dieu.

Le Don de Dieu, Dieudonné, c'est un des prénoms de Louis XIV, arrivé tard au moment où on commençait à craindre que son père Louis XIII puisse rester sans héritier. Mais pourquoi une telle insistance à remercier Louis XIV ?

### ÆDES A DEO DATÆ LUDOVICI MAGNI

Viviani, Palazzo dei Cartelloni, Florence (1693)



## 15 il reçut une pension du Roi

« En ce temps-là il arriva à M. Viviani ce qui doit l'avoir le plus flatté en toute sa vie, il reçut une pension du Roi en 1664, d'un prince dont il n'était point sujet, et à qui il était inutile. Si ces circonstances relèvent le mérite de M. Viviani, elles relèvent encore plus la magnificence du Roi et son amour pour les lettres. »

La politique de mécénat de Louis XIV s'étendait à tous ceux qui pouvaient par leurs écrits, célébrer sa gloire en Europe. Les étrangers étaient les mieux traités. Par exemple Huygens recevait 6000 livres et Molière seulement 1000. Je n'ai pas réussi à savoir combien Viviani a touché, mais je doute que cela ait suffi pour lui payer un palais : mille livres de l'époque cela fait environ 27 mille euros.

C'était un exploit retentissant, qui avait valu à Viviani une notoriété propre à attirer sur lui la munificence royale.

### il reçut une pension du Roi

Fontenelle, Éloge de Monsieur Viviani (1703)

**En ce tems-là il arriva à M. Viviani ce qui doit l'avoir le plus flatté en toute sa vie, il reçut une pension du Roi en 1664, d'un Prince dont il n'étoit point sujet, & à qui il étoit inutile. Si ces circonstances relevent le mérite de M. Viviani, elles relevent encore plus la magnificence du Roi, & son amour pour les Lettres.**

## 16 Coniques d'Apollonius

Vous savez l'importance qu'ont les textes grecs dans la science européenne. On les étudie à partir de trois sources. En premier lieu les manuscrits en grec transmis par les Byzantins : beaucoup sont arrivés en Europe après la chute de Constantinople en 1453. En second lieu les traductions latines à partir de traductions en arabe. Enfin il y a les informations indirectes que l'on trouve dans d'autres textes, par exemple dans la Collection mathématique de Pappus.

Un texte aussi fondamental que les coniques d'Apollonius n'a jamais été complet. Une partie de ce qu'on en savait venait d'Apollonius lui-même. Voici la lettre d'introduction qui sert de préface au livre un des coniques.

## 17 Coniques, livre I

« Apollonios salue Eudème.

Si ta santé se rétablit et si le reste va selon tes désirs, tant mieux ! moi-même je me porte bien. »

Ça nous fait plaisir !

« À l'époque où nous nous fréquentions à Pergame, je pouvais constater le vif désir que tu avais de prendre connaissance des travaux que j'avais conduits sur les Coniques ; c'est pourquoi je t'envoie le premier Livre après correction, et te ferai tenir les autres lorsque j'en serai satisfait. »

Apollonius parle ensuite de ce qu'ont fait ses prédécesseurs, il annonce huit livres, décrit le contenu des quatre premiers, puis il dit :

## 18 Coniques, livre I

« Les autres Livres sont d'un niveau bien plus élevé. Le premier (c'est-à-dire le cinquième à partir du début) développe le sujet des minima et des maxima ; le second traite des sections de cône égales et semblables ; le troisième de théorèmes relatifs aux diorismes, et le dernier de problèmes coniques déterminés.

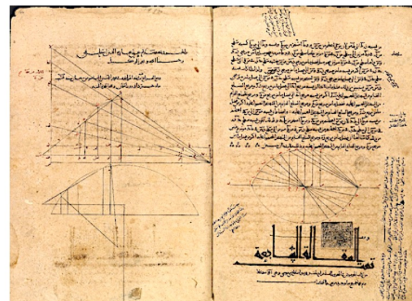
Néanmoins, lorsque tous les Livres auront été publiés, libre aux lecteurs de s'en faire une opinion personnelle.

Porte-toi bien »

Et oui, mais jusqu'en 1659, on ne connaissait que les quatre premiers livres. On savait par Pappus que les maxima et les minima, c'étaient les lignes les plus courtes ou les plus longues qu'on pouvait mener d'un point à une conique, c'est à dire pour nous, les normales et les tangentes. Fermat et Descartes s'en étaient fait une spécialité. Écoutez ce qu'en dit Descartes en 1638 à propos de sa Géométrie, parue quelques mois auparavant.

### Coniques d'Apollonius

Manuscrit Arabe IX<sup>e</sup> siècle



### Coniques, livre I

Apollonius de Pergé (ca 240–190 av. J.-C.)

Apollonios salue Eudème.

Si ta santé se rétablit et si le reste va selon tes désirs, tant mieux ! moi-même je me porte bien.

À l'époque où nous nous fréquentions à Pergame, je pouvais constater le vif désir que tu avais de prendre connaissance des travaux que j'avais conduits sur les Coniques ; c'est pourquoi je t'envoie le premier Livre après correction, et te ferai tenir les autres lorsque j'en serai satisfait.

### Coniques, livre I

Apollonius de Pergé (ca 240–190 av. J.-C.)

[...] Les autres Livres sont d'un niveau bien plus élevé. Le premier développe le sujet des minima et des maxima ; le second traite des sections de cône égales et semblables ; le troisième de théorèmes relatifs aux diorismes, et le dernier de problèmes coniques déterminés.

Néanmoins, lorsque tous les Livres auront été publiés, libre aux lecteurs de s'en faire une opinion personnelle.

Porte-toi bien.

## 19 Lettre au R. P. Mersenne, 18 janvier 1638

« Il est vrai toutefois que je n'y ai point mis ces termes de *maximis* et *minimis*, dont la raison est qu'ils ne sont connus que parce qu'Apollonius en a fait l'argument de son cinquième Livre, et que mon dessein n'a point été de m'arrêter à expliquer aucune chose de ce que quelques autres ont déjà su, ni de réparer les livres perdus d'Apollonius, comme Viète, Snellius, Marinus Ghetaldus, etc., mais seulement de passer au-delà de tous côtés. »

Viviani lui ne cherche pas à passer au-delà de tous côtés. Il reste au contraire extrêmement fidèle à la géométrie des Grecs, et rêve de réparer les livres perdus.

## 20 De Locis Solidis (1701)

Il commence la reconstruction des livres d'Aristée sur les lieux solides. Mais la tâche est trop rude. Il n'achèvera la publication qu'à la fin de sa vie. Sur la première page, figure la double dédicace à Cosme trois de Médicis, et à Louis XIV. Il précise que sa première divination date de 1646, il avait alors 23 ans.

C'est à l'âge de 37 ans qu'il réalise son coup de maître, ou coup de chance, vous allez voir.

## 21 De Maximis et Minimis (1659)

Il travaille depuis quelques temps à reconstituer le cinquième livre d'Apollonius, quand il apprend qu'un autre mathématicien, Borelli, a retrouvé dans une bibliothèque un manuscrit arabe qui contient la traduction de trois des livres perdus, dont le cinquième.

Viviani se dépêche de terminer sa propre reconstitution, et refuse de recevoir la moindre information de Borelli. Il prend même la précaution de faire signer chaque page de son manuscrit par Léopold de Médicis, qui pourra attester qu'il ne connaît pas l'arabe. Son livre paraît en 1659 : « De maximis et minimis, divination géométrique du cinquième livre d'Apollonius ».

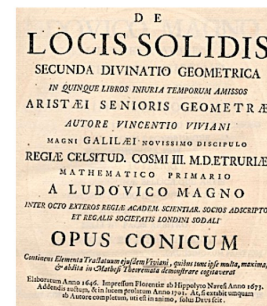
### Lettre au R. P. Mersenne (18 janvier 1638)

René Descartes (1596–1650)

Il est vrai toutefois que je n'y ai point mis ces termes de *maximis* et *minimis*, dont la raison est qu'ils ne sont connus que parce qu'Apollonius en a fait l'argument de son cinquième Livre, et que mon dessein n'a point été de m'arrêter à expliquer aucune chose de ce que quelques autres ont déjà su, [ni de réparer les livres perdus d'Apollonius](#), comme Viète, Snellius, Marinus Ghetaldus, etc., mais seulement de [passer au-delà de tous côtés](#).

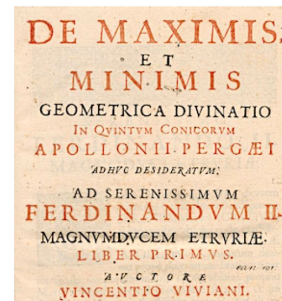
### De Locis Solidis (1701)

Vincenzo Viviani (1622–1703)



### De Maximis et Minimis (1659)

Vincenzo Viviani (1622–1703)



## 22 Apollonii Pergæi conicorum (1661)

Quelque temps plus tard paraît la traduction du manuscrit arabe, publiée par Borelli. La comparaison est très flatteuse pour Viviani : de l'avis des spécialistes, non seulement Viviani a parfaitement deviné le contenu du livre d'Apollonius, mais il a su aller plus loin sur plusieurs points importants.

Bien sûr il ne s'agit que de construire géométriquement les normales et tangentes à des courbes particulières : les coniques. Les méthodes de Fermat et Descartes sont beaucoup plus générales, puisqu'elles s'appliquent à n'importe quelle courbe, dont on donne l'équation. Mais d'une part Fermat et Descartes ne sont pas encore très connus ; d'autre part deviner un livre grec perdu a beaucoup plus de poids pour les humanistes du dix-septième siècle, qu'inventer une méthode nouvelle, même si elle est plus générale.

L'exploit de Viviani est diffusé dans toute l'Europe. Il lui vaut les largesses de Louis XIV, mais aussi de nombreuses distinctions prestigieuses, dont le titre de premier mathématicien du grand duc de Toscane, que Galilée avait porté en son temps.

Alors vous comprenez, quand un jeune savant allemand visite l'Italie en 1689, il s'empresse de demander une lettre d'introduction pour rencontrer le grand Vincenzo Viviani. Voici cette lettre.

## 23 Lettera al Sig. Viviani (15 octobre 1689)

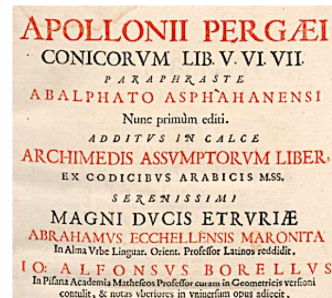
« Voici devant vous M. Leibniz, allemand, une personne pleinement lettrée comme votre illustrissime seigneurie le constatera, qui avant de retourner dans sa patrie, est très désireux de rencontrer les hommes de lettres italiens et particulièrement la personne de votre illustrissime seigneurie. Ne voulant faillir ni à son noble désir, ni au mérite singulier de votre illustrissime seigneurie, je l'adresse à vous avec la ferme croyance que deux grands hommes apprécieront la belle occasion que je leur présente. Dans l'attente de vos révérends commandements, je confirme être pour toujours le serviteur obéissant et dévoué de votre illustrissime seigneurie. »

Ouaouh ! Voilà un lettré qui sait écrire ! On sait que Leibniz et Viviani ont discuté entre autres des moyens de faire évoluer la position de l'Église sur l'héliocentrisme. Il n'est pas sûr qu'ils soient rentrés dans les détails du calcul différentiel de Leibniz.

Alors trois ans plus tard, quelle mouche vient donc piquer son illustrissime seigneurie, à l'âge respectable et respecté de 70 ans, et le pousse à s'attaquer frontalement à Leibniz ?

### Apollonii Pergæi conicorum (1661)

Giovanni Alfonso Borelli (1608-1679)



### Lettera al Sig. Viviani (15 octobre 1689)

Vitale Giordano (1633-1711)

Viene costà, il Sig<sup>r</sup> Leobiniz Germanico persona di quella piena letteratura che V. S. Ill<sup>ma</sup> sperimenterà, e molto desideroso di conoscere prima del suo ritorno in patria, i letterati d'Italia e particolarmente la persona di V. S. Ill<sup>ma</sup>, io non devo mancare né al nobile desiderio di lui né al merito singolare di V. S. Ill<sup>ma</sup>, lo indirizzo a lei con ferma credenza che due grand'huomini goderanno di sì bella occasione ch'io le presento : mentre pregandola dei suoi riveritissimi comandamenti mi confermo per sempre di V. S. Ill<sup>ma</sup> dev<sup>mo</sup> servitore obl<sup>mo</sup>.



## 24 De Linea Catenaria (1691)

La mouche a piqué quelques mois auparavant dans les Acta Eruditorum : Leibniz, Jean Bernoulli et Huygens ont résolu presque simultanément un vieux problème. Voici les premières phrases de l'article de Leibniz.

« Le problème de la courbe de la cordelette ou de la chaînette, présente un double intérêt, premièrement celui d'étendre l'art d'inventer, autrement dit l'analyse, jusqu'à présent incapable d'aborder convenablement de telles questions, deuxièmement celui de faire progresser la technique des constructions. De fait, nous pouvons l'obtenir et la tracer à peu de frais, par une construction de type physique, en laissant pendre un fil ou mieux une chaînette. Galilée fut le premier à y réfléchir, mais sans parvenir à en découvrir la nature : contrairement à ses conjectures, il ne s'agit pas en effet de la parabole. »

Comment ? Galilée se serait-il trompé ? Eh bien oui, ça arrive aux meilleurs.

## 25 Discorsi e dimostrazioni matematiche (1638)

L'erreur se trouve dans le livre paru précisément au moment de l'arrivée de Viviani à Arcetri. Galilée y dit :

« On plante sur un mur à une certaine hauteur deux clous. À ces deux clous on suspend une fine chaînette. Cette chaînette prend en se courbant la forme d'une parabole, si bien que si nous marquons sur le mur en pointillés son cheminement, nous obtiendrons le dessin d'une parabole. »

Eh bien non, il suffit de faire l'expérience pour vérifier que c'est faux, et Viviani devait bien le savoir. Mais mettez-vous à sa place : il s'agit de mécanique et de coniques, ses deux spécialités. Leibniz affirme négligemment que la géométrie des anciens, que Viviani révère, est incapable d'aborder de telles questions. Et comble de l'infamie, Leibniz étale publiquement une erreur de son maître adoré. Il y avait de quoi s'énerver. Alors le 4 avril 1692, Viviani riposte.

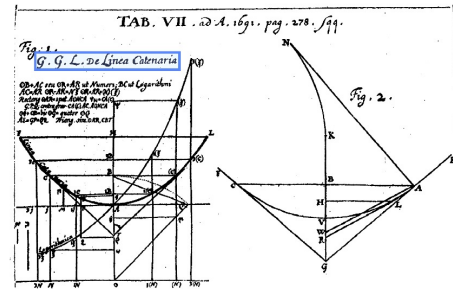
## 26 ÆNIGMA GEOMETRICUM (4 avril 1692)

« Énigme géométrique de la merveilleuse construction de la voûte hémisphérique carrable, proposée par D Pio Lisci Pusillo, géomètre. » Le nom de l'auteur est un anagramme de postremo Galilaei discipulo, le dernier disciple de Galilée.

En italique au dessous, on lit : « On attend sa résolution par les arts secrets des fameux analystes de l'âge présent, puisque l'homme versé seulement dans les travaux de la pure géométrie est incapable, semble-t-il, d'accéder à de tels mystères. »

Un peu plus loin, Viviani monte d'un cran dans la provocation contre les fameux analystes.

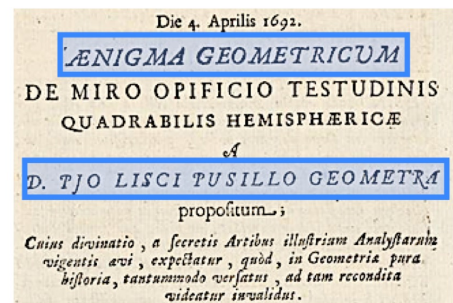
### De Linea Catenaria (1691) Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)



### Discorsi e dimostrazioni matematiche (1638) Galileo Galilei (1564-1642)

*mo sopra il Prisma, procede così: Fermisi ad alto due chiodi in vn parete equidistanti all' Orizzonte, e trà di loro lontani il doppio della larghezza del rettangolo, su 'l quale vogliamo notare la semiparabola, e da questi due chiodi penda vna catenella fossile, e tanto lunga, che la sua sacca si stenda quanta è la lunghezza del Prisma: questa catenella si piega in figura Parabolica. Si che andando punteggiando sopra 'l muro la strada, che vi fa esser catenella, haremo descrittta vn' intera Parabola: la quale con vn Perpendicolo, che*

### ÆNIGMA GEOMETRICUM (4 avril 1692) Vincenzo Viviani (1622-1703)



## 27 OH UNICA VERORUM SCIBILIUM SCIENTIA

« La résolution du présent problème (qui permet la contruction aussi bien que la quadrature de cette admirable voûte) a été offerte à son Altesse Sérénissime Ferdinand, prince de Toscane, amateur et patron généreux des sciences et des arts nobles, par l'auteur même de l'énigme. Celui-ci du même coup ne doute point que le problème ne doive être trouvé aussitôt par chacun des illustres analystes qui existent aujourd'hui dans le monde des lettres, en partageant en carrés appropriés cette remarquable voûte carrable découpée sur l'hémisphère, et il attend impatiemment que, les subtiles recherches des mêmes et leurs multiples travaux se ramenant au même et unique lieu géométrique, alors ceux qui osent témérairement lancer des injures à la Géométrie apprennent à se taire, ou plutôt s'écrient à haute voix :

Ô unique science des vérités accessibles, que l'esprit divin a répandu dans l'esprit humain, afin que celui-ci méprisant les choses inaccessibles, changeantes et trompeuses, vise seulement les choses éternelles, qui sont toujours et pour tous semblables, et n'ait jamais pour son étude d'objet plus innocent. »

## 28 Fenêtre de Viviani

Ce que Viviani avait en tête, c'est cette courbe. On l'obtient comme intersection d'une sphère et d'un cylindre de rayon moitié de celui de la sphère. Il se trouve que le complément de l'intersection dans la sphère est exactement carrable au sens des Grecs : sa surface est  $8R^2$ , si  $R$  est le rayon.

On trouve chez Pappus une courbe analogue : une sorte de spirale qui divise la sphère en deux parties dont l'une est carrable. Viviani était absolument persuadé que les illustres analystes dont il se moque, avec leurs partages en carrés appropriés, ne pourront jamais rien faire de mieux que ce que fait déjà la géométrie classique.

Lourde erreur d'appréciation. La riposte est immédiate. Leibniz reçoit le problème le 27 mai, le résout aussitôt, et poste le lendemain une longue lettre au Duc de Toscane. En voici quelques extraits traduits.

## 29 Au duc de Toscane, Hanovre le 28 mai 1692

« Le problème que vous m'avez soumis est très beau et très avantageux pour l'accroissement de la science ; car sa résolution m'a donné l'occasion de réduire d'une infinité de manières les portions de surfaces sphériques non seulement à des surfaces planes, mais même à des carrés, ce que sans doute personne n'avait trouvé avant qu'apparaisse la question qui se pose maintenant au public sous vos auspices. »

C'est bien une victoire de la nouvelle analyse : au lieu de résoudre un problème particulier par une construction géométrique, Leibniz ne raisonne pas sur la seule fenêtre de Viviani. Il montre comment par sa méthode on calcule les surfaces d'une infinité de portions de la sphère, pourvu qu'une équation de la courbe qui les délimite soit donnée.

Savourant son triomphe, il laisse échapper un brin de propagande visionnaire.

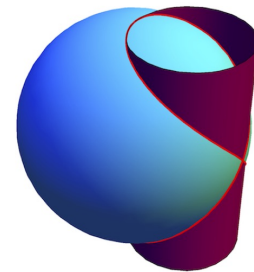
### OH UNICA VERORUM SCIBILIUM SCIENTIA

Vincenzo Viviani (1622-1703)

*P*raesentis Enigmati evolutio (quod spectat ad huius admirabilis Formae, tum Considerationem exactissimam, tum Quadraturam) SERENISSIMO FERDINANDO MAGNO PRINCIPI ETRURIAE, Scientiarum, & nobiliorum Artium CULTORI, ac PATRONO GENEROSISSIMO, ab eodem Enigmati collata iam est; qui quidem simul non dubitat quin hoc ipsum Enigma singuli, literario in Orbe degentes hodie, praclarissimi Analystae, sine statim divinatione, proprias quadrationes impertiendo singularis huius Testudinis tetragonistica ab hemisphaerio dissecta: sed ipsorum solummodo peractas indagines, multiplicisque industrias ad hoc unum, idemque geometricum colimantes, impatenter expectat, ut hinc, qui tenero contumelias in Geometriam intere student, flere desistant; vel potius maxima cum voce exclament: OH UNICA VERORUM SCIBILIUM SCIENTIA A DIVINA in Hominum MENTE infusa! ut haec, imperitibus, mutabilibus, fallacibusque contemptis, aeterna ista, qua semper, & unicuique sunt eadem, tantum appetat, nilque aliud unquam magis innocuum scire perquirat.

### Fenêtre de Viviani

Vincenzo Viviani (1622-1703)



### Au duc de Toscane, Hanovre le 28 mai 1692

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

Le problème que vous m'avez soumis est très beau et très avantageux pour l'accroissement de la science ; car sa résolution m'a donné l'occasion de réduire d'une infinité de manières les portions de surfaces sphériques non seulement à des surfaces planes, mais même à des carrés, ce que sans doute personne n'avait trouvé avant qu'apparaisse la question qui se pose maintenant au public sous vos auspices.

## 30 Délivré de cette difficulté

« Je souhaite – et ce souhait, si d'autres y travaillent, n'est pas irréalisable – voir la Géométrie réduite à l'Analyse absolue (si nous visons au plus haut), de sorte que le genre humain, délivré de cette difficulté, puisse appliquer désormais, pour son plus grand plaisir et son plus grand profit, son étude à la nature même et aux éléments concrets et puisse ainsi y reconnaître l'Étude Divine. »

Libérer l'esprit humain des trivialités qui l'empêchent de se consacrer à Dieu, c'est le leitmotiv de Leibniz, dans toutes ses réalisations, de la machine arithmétique à la caractéristique universelle.

## 31 Armé de la véritable méthode

« Si l'esprit humain, armé de la véritable méthode, se tourne sérieusement de ce côté, je ne doute point qu'il ne produira un jour de grandes merveilles pour vaincre les maladies, pour accroître les commodités de l'existence, pour connaître les miracles que Dieu fait dans la nature. Il semble, à présent, que s'ouvre peu à peu un art d'inventer plus grand, que nos prédécesseurs ne soupçonnaient même pas, et qui servira autant les esprits que la puissance des yeux se trouve aidée par vos célèbres lentilles et lunettes. »

Un peu de pommade pour adoucir la pilule en flattant la fierté nationale : Leibniz sait faire preuve de diplomatie. Reste que le défi de Viviani a marqué une étape importante dans l'histoire de la géométrie. D'abord, il a montré la puissance du nouveau calcul, puisque tous ceux qui le pratiquaient ont pu rapidement résoudre et généraliser le problème : les frères Bernoulli, le marquis de l'Hôpital. Ensuite les recherches sur les courbes tracées sur une surface ont lancé l'étude des courbes dans l'espace à trois dimensions, qui sera un des grands sujets du siècle suivant.

Et Viviani, comment a-t-il réagi à la victoire des nouveaux analystes ? Vous vous en doutez, il n'était pas ravi. Sa correspondance montre qu'il considère toujours le calcul différentiel comme une méthode artificielle et obscure, et qu'il ne le comprend pas vraiment.

Néanmoins, il saura montrer sa grandeur d'âme dans la préface de son dernier livre sur la divination d'Aristée. Il y cite tout ce que l'Europe connaît de grands mathématiciens, Christian Huygens, John Wallis, les italiens bien sûr, Cavalieri, Torricelli.

### Délivré de cette difficulté

Leibniz, Lettre au duc de Toscane (28 mai 1692)

Je souhaite – et ce souhait, si d'autres y travaillent, n'est pas irréalisable – voir la **Géométrie réduite à l'Analyse absolue** (si nous visons au plus haut), de sorte que le genre humain, délivré de cette difficulté, puisse appliquer désormais, pour son plus grand plaisir et son plus grand profit, son étude à la nature même et aux éléments concrets et puisse ainsi y reconnaître l'Étude Divine.

### Armé de la véritable méthode

Leibniz, Lettre au duc de Toscane (28 mai 1692)

Si l'esprit humain, armé de la véritable méthode, se tourne sérieusement de ce côté, je ne doute point qu'il ne produira un jour **de grandes merveilles pour vaincre les maladies**, pour accroître les commodités de l'existence, pour connaître les miracles que Dieu fait dans la nature. [...] Il semble, à présent, que s'ouvre peu à peu **un art d'inventer plus grand**, que nos prédécesseurs ne soupçonnaient même pas, et qui servira autant les esprits que la puissance des yeux se trouve aidée par vos célèbres lentilles et lunettes.

## 32 De Locis Solidis (1701)

Vient le tour de Leibniz. Viviani n'a pas de qualificatifs assez élogieux : « promptissime Œdipe, il élucide chaque problème par des analyses des plus subtiles ». Mais le plus grand compliment imaginable sous la plume de Viviani, apparaît dans le premier encadré bleu : Leibniz n'est rien moins qu'un autre Galilée. Vous vous rendez compte ?

## 33 références

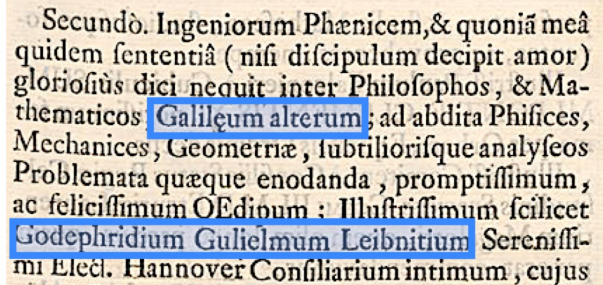
Et dire que je ne vous ai même pas donné l'énoncé du problème ! Vous allez voir, Viviani ne manquait pas d'imagination.

« Parmi les vénérables monuments de la savante Grèce antique, se dresse encore, destiné à durer éternellement, un Temple très auguste à plan circulaire, dédié à la féconde géométrie, qui est recouvert d'une coupole parfaitement hémisphérique à l'intérieur ; mais dans cette coupole, quatre fenêtres d'aires égales (disposées autour et sur la base de l'hémisphère même) sont construites de telle configuration, de telle grandeur, avec une telle industrie et une telle intelligence que, celles-ci ôtées, la surface courbe restant de la coupole, ornée d'un travail précieux, peut être carrée géométriquement. »

Prenez une feuille, z'avez vingt-quatre heures.

### De Locis Solidis (1701)

Vincenzo Viviani (1622–1703)



Secundò. Ingeniorum Phœnicem, & quoniã meâ quidem sententiã ( nisi discipulum decipit amor) gloriosius dici nequit inter Philosophos, & Mathematicos Galileum alterum; ad abdita Phifices, Mechanices, Geometriæ, subtiliorisque analyseos Problemata quæque enodanda, promptissimum, ac felicissimum Œdipum: Illustrissimum scilicet Godephridium Gulielmum Leibnitium Serenissimi Elecl. Hannover Consiliarium intimum, cujus

### références

- L. Boschiero (2005) Post-Galilean thought and experiment in seventeenth-century Italy : the life and work of Vincenzo Viviani, *History of Science*, 43, 77–100
- D. Lanier (1987) Leibniz, la nouvelle analyse et la géométrie ou enquête sur la fenêtre de Viviani, *Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques*, 8, 203–227
- C. S. Roero (1990) Leibniz and the temple of Viviani : Leibniz's prompt reply to the challenge and the repercussions in the field of mathematics, *Annals of Science*, 47(5), 423–443
- M. Segre (1989) Viviani's life of Galileo, *Isis*, 80, 207–231
- F. Tampoia (2018) Iter Italicum and Leibniz/Giordano correspondence, *Researchgate*, preprint
- F. Waquet (2010) Viviani, le disciple chéri de Galilée, *L'Histoire*, 356, 68–73