

0 les vers dorés de Pythagore

Que sait-on exactement de Pythagore ? Eh bien franchement, pas grand-chose !

histoires d'arithmétique

Les vers dorés de Pythagore

arithmétique et mystique



hist-math.fr

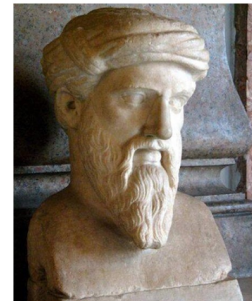
Bernard YCART

1 Pythagore (ca 570–495 av. J.-C.)

D'abord à quoi ressemblait-il ? Probablement pas à ce buste, qui a été sculpté plusieurs siècles après sa mort. La légende veut qu'il ait été d'une grande beauté.

Les témoignages antiques les plus précis ne portent pas sur l'homme mais sur sa philosophie. Ce sont ceux de Platon et Aristote, qui datent d'un siècle et demi à deux siècles après les faits. Quant aux autres...

Pythagore (ca 570–495 av. J.-C.)



2 les sources

Diodore de Sicile est un historien du temps de Jules César, ensuite vient Plutarque un bon siècle après. Les trois suivants ont écrit des biographies de Pythagore, qui reprennent des racontars antérieurs. Le dernier de la liste, Proclus écrivait environ mille ans après les faits : vous imaginez écrire de nos jours une biographie d'Avicenne sans rien savoir de sa vie, sans avoir rien lu de lui ? Parce que c'est le cas pour Pythagore : il n'a rien écrit, ou au moins rien qui ait jamais été cité.

Voici ce qu'en disait un historien des sciences à la fin du dix-huitième siècle.

les sources

Pythagore (ca 570–495 av. J.-C.)

Diodore de Sicile (ca 90–30 av. J.-C.)

Plutarque (46–120)

Diogène Laërce (ca 180–240)

Porphyre de Tyr (ca 234–310)

Jamblique (ca 250–330)

Proclus de Lycie (412–487)

3 Histoire des sciences dans la Grèce (1781)

Il ne nous reste de tout cela qu'un ramassis informe et grossier de récits contradictoires, invraisemblables, et faux pour la plupart, rassemblés sept cents ans après la mort de Pythagore, par trois misérables compilateurs ; sans qu'on puisse savoir, à l'exception de quelques faits, d'où sont venus ceux qu'ils rapportent, et combien de fois ils ont changé de forme avant que de parvenir dans les ouvrages où les prirent enfin nos trois compilateurs Diogène Laërce, Porphyre et Iamblique. »

Histoire des sciences dans la Grèce (1781)

Christoph Meiners (1747–1810)

Il ne nous reste de tout cela qu'un ramassis informe et grossier de récits contradictoires, invraisemblables, et faux pour la plupart, rassemblés sept cents ans après la mort de Pythagore, par trois misérables compilateurs ; sans qu'on puisse savoir, à l'exception de quelques faits, d'où sont venus ceux qu'ils rapportent, et combien de fois ils ont changé de forme avant que de parvenir dans les ouvrages où les prirent enfin nos trois compilateurs Diogène Laërce, Porphyre et Iamblique.

4 Pythagore (ca 570–495 av. J.-C.)

De sorte que même son état civil est hasardeux. Les sources ne sont pas d'accord sur le nom, ni sur la profession de son père. La plupart des biographes le font naître à Samos, mais pas tous. Les dates de naissance avancées s'étalent sur près de 80 ans. Certains le font mourir à 80 ans, d'autres à 107 ans. Quant à son éducation, il l'aurait acquise au cours de ses voyages, en Égypte, à Babylone, voire en Crète, en Inde ou en Gaule.

Au fond ce qui est le moins douteux, c'est son nom : il est formé de Pythie et de Agora. Ensuite, les questions commencent. Cela peut être « Celui que la Pythie a annoncé » ou bien « Celui qui parle comme Apollon Pythien ».

Pythagore (ca 570–495 av. J.-C.)

père	Mamarcus, Mnésarcus
profession du père	graveur, marchand
lieu de naissance	Samos, Lemnos
date de naissance	-640, -608, -580, -576, -570
durée de vie	80, 90, 99, 100, 104, 107
cause de la mort	assassinat, suicide
voyages	Égypte, Perse, Chaldée, Gaule, Inde

5 Apollo and Python (1811)

Apollon Pythien, c'est le Dieu qui a terrassé le serpent Python. Parfaitement : tout nu avec son arc et une flèche, comme dans ce tableau de Turner.

Apollo and Python (1811)

Joseph Mallord William Turner (1775–1851)



6 Le temple d'Apollon Pythien à Delphes

Un temple lui était dédié dans la ville de Delphes. Dans ce temple officiait une prêtresse, la Pythie, qui prononçait des oracles plus ou moins clairs que chacun pouvait interpréter à sa convenance. Dans le cas de la naissance de Pythagore, la légende veut que la Pythie ait été très explicite. Voici cette légende racontée par Jamblique.

Le temple d'Apollon Pythien à Delphes

reconstitution



7 Un voyage d'affaires

« Le commerçant Mnésarque se rend à Delphes pour affaires, en compagnie de sa femme Parthénis. Il songe à entreprendre un voyage en Syrie. Consultante la Pythie à ce propos, il apprend que le voyage projeté sera heureux et lucratif ; et la prêtresse ajoute, sans être interrogée sur ce point, que Parthénis est grosse et mettra au monde un fils d'une beauté et d'une sagesse merveilleuses et qui comblera de bienfaits le genre humain. Mnésarque ajoute immédiatement foi à l'oracle : il change le nom de Parthénis en Pythais, et l'enfant annoncé par Apollon Pythien reçoit, quand il naît, le nom de Pythagore. »

8 toute cette fable est à rejeter

« Il n'en faut pas croire Epiménide, Eudoxe et Xénocrate qui racontent qu'au moment de la consultation de l'oracle, Apollon s'unit à Pythais et la rendit mère ; toute cette fable est à rejeter. Mais à considérer les circonstances de cette naissance et la profonde sagesse qui est propre à Pythagore, on ne peut hésiter à admettre que c'est d'Apollon que procède l'âme descendue parmi les hommes, quelle que soit la nature du lien par lequel elle s'est unie au Dieu. »

Voilà voilà : sur l'enfance, la jeunesse, les années de formation, les voyages, on ne sait à peu près rien de sûr.

Jusqu'à son arrivée à Croton, vers l'an 536 avant Jésus-Christ.

9 de Samos à Croton

Voici ce qu'en dit la légende.

« C'était un homme d'une quarantaine d'années, d'une grande taille, plein de grâce et de distinction dans la voix, dans la physionomie, dans toute sa personne, unissant à une beauté de visage qui le fit d'abord comparer, puis confondre avec Apollon, une gravité austère qui ne se permettait jamais le rire, ni la conversation enjouée, ni la plaisanterie. Doué d'une rare éloquence, d'un beau génie, rempli d'une science profonde, étendue, sévère, qu'il avait puisée dans les livres et les entretiens des sages et dans le commerce des hommes, Pythagore essaya de réaliser dans Croton un plan systématique, un idéal de vie, une réforme morale, religieuse et politique qu'il avait sans doute conçue antérieurement.

S'il faut en croire ses plus anciens biographes, il ébranle la foule, et opère sur ses sentiments et ses mœurs une révolution magique : il a le don de charmer les âmes. C'est un apôtre éloquent et persuasif de la sagesse et de la vertu. »

En clair : un gourou. Il fonde une secte, ou une religion, selon le point de vue que vous souhaitez adopter. Il sait bien que tout fondateur de religion qui se respecte doit faire des miracles. Voici ce que raconte Diogène Laërce.

Un voyage d'affaires

Jamblique, Vie de Pythagore (ca. 300)

Le commerçant Mnésarque se rend à Delphes pour affaires, en compagnie de sa femme Parthénis. Il songe à entreprendre un voyage en Syrie. Consultante la Pythie à ce propos, il apprend que le voyage projeté sera heureux et lucratif ; et la prêtresse ajoute, sans être interrogée sur ce point, que Parthénis est grosse et mettra au monde un fils d'une beauté et d'une sagesse merveilleuses et qui comblera de bienfaits le genre humain. Mnésarque ajoute immédiatement foi à l'oracle : il change le nom de Parthénis en Pythais, et l'enfant annoncé par Apollon Pythien reçoit, quand il naît, le nom de Pythagore.

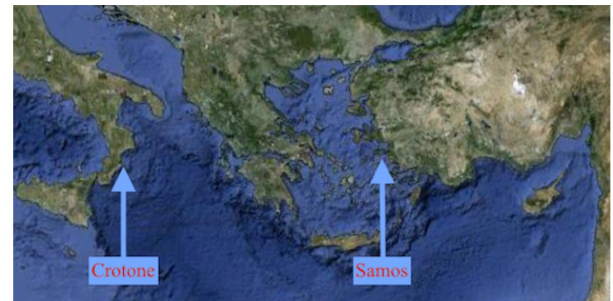
toute cette fable est à rejeter

Jamblique, Vie de Pythagore (ca. 300)

Il n'en faut pas croire Epiménide, Eudoxe et Xénocrate qui racontent qu'au moment de la consultation de l'oracle, Apollon s'unit à Pythais et la rendit mère ; toute cette fable est à rejeter. Mais à considérer les circonstances de cette naissance et la profonde sagesse qui est propre à Pythagore, on ne peut hésiter à admettre que c'est d'Apollon que procède l'âme descendue parmi les hommes, quelle que soit la nature du lien par lequel elle s'est unie au Dieu.

de Samos à Croton

Pythagore (ca. 570-495 av. J.-C.)



10 Pythagore émergeant du monde souterrain

« Il se fit creuser sous terre un caveau, où il descendit. Il demanda à sa mère de consigner sur des tablettes tous les événements avec leurs dates et de les lui descendre dans son caveau. Ainsi fit-elle. Plus tard, Pythagore remonta sur terre, maigre et squelettique. Il vint trouver ses disciples et leur raconta qu'il arrivait des enfers. Il le prouva en décrivant tout ce qui s'était passé en son absence. Émotion des disciples, qui fondent en larmes, croient dur comme fer que Pythagore est un dieu, et lui confient leurs femmes pour qu'elles apprennent elles aussi ses doctrines : ce furent les Pythagoriciennes. »

Pythagore émergeant du monde souterrain

Salvator Rosa (1615-1673)



11 les Pythagoriciennes

Et oui, en effet, il y a eu des Pythagoriciennes. Diogène Laërce s'en étonne d'ailleurs.

« Il peut paraître surprenant qu'il y ait eu tant de femmes pythagoriciennes, si l'on considère que les Pythagoriciens observaient un silence de cinq ans, et qu'ils avaient plusieurs dogmes secrets, qu'il n'était pas permis de révéler ; ce qui s'accorde difficilement avec le goût de parler si naturel aux femmes, et la peine qu'elles ont à garder un secret. »

D'ailleurs j'en vois une qui ne suit pas : elle regarde dehors.

les Pythagoriciennes

xix^e siècle



12 Pythagore et les pêcheurs

Un autre miracle, rapporté par Jamblique :

« Apercevant des pêcheurs qui retirent de l'eau leurs filets chargés, Pythagore leur indique le nombre exact des poissons qu'ils ont pris. Les pêcheurs se récrient : si le nombre exact des poissons est conforme à la réalité, ils se déclarent prêts à rejeter leur butin à la mer. On vérifie : Pythagore ne s'est pas trompé d'une unité, et les pêcheurs tiennent leur promesse, d'ailleurs dédommagés généreusement par l'étranger. »

Pythagore et les pêcheurs

Salvator Rosa (1615-1673)



13 Pythagoriciens célébrant le lever du soleil

Un qui n'est pas vraiment convaincu par la religion de Pythagore, c'est Plutarque, pour qui tout cela vient d'Égypte.

« l'Héliopolitain Enuphis avait parlé à Pythagore. C'est ce dernier Grec, surtout, à ce qu'il paraît, qui plein d'admiration pour ces prêtres, auxquels il avait inspiré le même sentiment, voulut imiter leur langage symbolique et mystérieux, en enveloppant d'allégories tous ses dogmes. En effet il n'y a aucune différence entre ce qu'on appelle des hiéroglyphes et la plupart des préceptes de Pythagore. »

Pourtant ces fameux préceptes de Pythagore n'ont rien de particulièrement incompréhensible. On les appelle des « symboles ». Par exemple il ne faut pas :

Pythagoriciens célébrant le lever du soleil

Fyodor Bronnikov (1827-1902)



14 Les symboles de Pythagore

- tisonner le feu avec un couteau (de nos jours on dit mettre de l'huile sur le feu)
- faire pencher la balance (s'écarter de la justice)
- s'asseoir sur un boisseau de blé (dont on se nourrit)
- essuyer sa chaise avec une torche (effectivement, ça peut chauffer)
- uriner en regardant le soleil (euh là, j'ai pas bien vu pourquoi)
- marcher sur des rognures d'ongle ou des cheveux coupés (ben... là non plus)

La morale de Pythagore, ou plutôt des pythagoriciens, est résumée dans une sorte d'évangile constitué de 71 vers. On les appelle « les vers dorés ». Voici les premiers.

15 Les vers dorés

Craindre, adorer les dieux, c'est la première loi :
Rèvere du serment l'irrévocable foi.
Bienfaiteurs des humains les héros et les sages,
Des cœurs reconnaissants exigent les hommages.
Sois parent serviable et fils respectueux
Que ton meilleur ami soit le plus vertueux.

Il existe de nombreuses traductions des vers dorés. Celle-ci, en alexandrins pur sucre, est due à Jean-Jacques Lefranc de Pompignan, qui est né à Montauban en 1709.

16 Jean-Jacques Lefranc de Pompignan (1709–1784)

Sauf s'il vous arrive d'aller de Montauban à Toulouse, vous ne connaissez pas Pompignan et vous allez continuer. Pourtant il a été un poète reconnu, au siècle des Lumières. Il a même été élu à 51 ans, à l'Académie française, en remplacement de Maupertuis. Maupertuis avait été une des cibles de Voltaire, et Pompignan a eu le tort, dans son discours de réception, d'y faire allusion. Il parle des « imprudents, qui pour la satisfaction cruelle de décrier un livre, ou de diffamer un rival, se privent eux-mêmes des fruits inestimables de leur art ».

Surtout, comme il espère être nommé gouverneur des enfants royaux, Pompignan a eu le tort de se placer un peu trop en écrivain chrétien, ce qui le met en opposition avec le parti philosophique, mené par Voltaire, d'Alembert et Diderot : on est au moment de la parution de l'Encyclopédie, et de la crise qui va mener à l'expulsion des Jésuites.

Voltaire, avec toute la verve et la méchanceté dont il sait faire preuve, se déchaîne, et Pompignan, ridiculisé, écœuré, retourne dans sa province.

Les symboles de Pythagore

Diogène Laërce

- tisonner le feu avec un couteau
- faire pencher la balance
- s'asseoir sur un boisseau de blé
- essuyer sa chaise avec une torche
- uriner en regardant le soleil
- marcher sur des rognures d'ongle ou des cheveux coupés

Les vers dorés

Jean-Jacques Lefranc de Pompignan (1709–1784)



VERS DORÉS.

CRAINdre, adorer les Dieux, c'est la première loi.
Rèvere du serment l'irrévocable foi.
Bienfaiteurs des humains, les héros & les sages,
Des cœurs reconnoissans exigent les hommages.
Sois parent serviable & fils respectueux,
Que ton meilleur ami soit le plus vertueux ;

Jean-Jacques Lefranc de Pompignan (1709–1784)



17 Olympe de Gouges (1748–1793)

Pour la petite histoire, on n'a jamais pu prouver que ce Lefranc de Pompignan était le père naturel d'Olympe de Gouges. Pourtant les bonnes langues de Montauban en étaient persuadées. Elle aussi d'ailleurs.

Mais si, vous savez bien : celle qui a dédié sa « Déclaration des droits de la femme et de la citoyenne » à la reine Marie-Antoinette, en 1791. Fallait oser tout de même. Pendant la Terreur, elle a aussi osé s'en prendre ouvertement à Robespierre, et là, elle a eu tort.

Bref : revenons à Pythagore et à sa religion. Voici ce qu'en dit Platon dans « La République ».

Olympe de Gouges (1748–1793)

Marie Gouze



18 Le genre de vie pythagorique

« Pythagore, à ce qu'on dit, fut recherché pendant sa vie dans le même but, à ce point que l'on distingue encore aujourd'hui entre tous les autres hommes ceux qui suivent le genre de vie appelé par eux-mêmes pythagorique.

Et ça, vous voyez, c'est intéressant parce que c'est écrit environ un siècle et demi après Pythagore. Donc au temps de Platon, et d'ailleurs aussi au temps d'Aristote, il y avait encore des Pythagoriciens qui se distinguaient par leur genre de vie. »

Quel était donc ce genre de vie ? Voici ce qu'en dit Diodore de Sicile.

Le genre de vie pythagorique

Platon, La République, Livre X (ca. 380 av. J.-C.)

Pythagore, à ce qu'on dit, fut recherché pendant sa vie dans le même but, à ce point que l'on distingue encore aujourd'hui entre tous les autres hommes ceux qui suivent le genre de vie appelé par eux-mêmes Pythagorique.

19 Le genre de vie pythagorique

« Il fut pour les jeunes gens le modèle admirable d'une vie sage et réglée qu'il leur donnait à imiter : c'est ainsi qu'il détourna du luxe et de la prodigalité tous ceux qui le fréquentèrent, plongés auparavant, par l'abus de leurs richesses, dans une oisiveté et une corruption également abjectes pour le corps et pour l'âme. »

Le genre de vie pythagorique

Diodore de Sicile, Bibliothèque Historique (ca. 50 av. J.-C.)

Il fut pour les jeunes gens le modèle admirable d'une vie sage et réglée qu'il leur donnait à imiter : c'est ainsi qu'il détourna du luxe et de la prodigalité tous ceux qui le fréquentèrent, plongés auparavant, par l'abus de leurs richesses, dans une oisiveté et une corruption également abjectes pour le corps et pour l'âme.

20 Pythagore prônant le régime végétarien

Toujours d'après Diodore de Sicile :

« Pythagore a soutenu l'opinion de la métempsycose, et il regardait l'usage de manger la chair des animaux comme une abomination. Il croyait qu'après la mort les âmes de tous les êtres qui ont eu vie passaient dans le corps d'autres animaux. »

Les Pythagoriciens étaient donc végétariens. Mais ce n'était pas leur seule abstinence.

Pythagore prônant le régime végétarien

Pierre Paul Rubens (1577–1640)



21 ne point avoir de commerce

« Le même Pythagore, donnant des avis salutaires sur ce qui concerne les plaisirs de l'amour, conseillait de ne point avoir de commerce avec les femmes pendant l'été, et de n'en approcher que sobrement pendant l'hiver. En général il considérait ce genre de jouissance comme nuisible, et jugeait que l'habitude des plaisirs de l'amour finissait par affaiblir les forces et amenait une prompte mort. »

Évidemment des préceptes aussi contraires à l'usage commun, cela ne pouvait qu'attirer les railleries. Un certain Aristophon, un peu après Aristote, écrit une pièce de théâtre pour se moquer des Pythagoristes.

22 ne pas se laver, c'est être sale

« Boire de l'eau, c'est le fait d'une grenouille ; manger des légumes et des oignons, d'une chenille ; ne pas se laver, c'est être sale ; passer l'hiver à la belle étoile, c'est vivre comme un merle ; souffrir le froid, causer en plein midi, c'est affaire aux cigales ; ne pas se servir d'huile, et ne pas même en voir, c'est d'un gueux ; marcher pieds nus dès le lever du soleil, c'est d'une grue, ne pas dormir, pour ainsi dire, d'une chauve-souris. »

23 ils ont cherché de beaux prétextes

« Croyez-vous vraiment que ce soit de leur plein gré que ceux qu'on appelle les vieux pythagoriciens, vivent dans cette crasse et portent ces vêtements troués ? N'en croyez rien, ils ont cherché de beaux prétextes pour donner aux gueux une règle de vie conforme à leur état. Mais servez-leur des poissons de choix et des viandes délicates, s'ils ne les croquent pas jusqu'à s'en mordre les doigts, je peux être dix fois pendu. »

Les spécialistes estiment que la religion pythagoricienne a duré deux siècles et demi, soit une dizaine de générations : ce n'est pas si mal. La philosophie de Pythagore, et ses mathématiques, ont duré beaucoup plus longtemps. C'est dû bien sûr à l'influence qu'elles ont eu sur Platon, sur Aristote, et sur Euclide.

C'est dû aussi à un homme beaucoup moins connu : . . .

ne point avoir de commerce

Diodore de Sicile, Bibliothèque Historique (ca 50 av. J.-C.)

Le même Pythagore, donnant des avis salutaires sur ce qui concerne les plaisirs de l'amour, conseillait de ne point avoir de commerce avec les femmes pendant l'été, et de n'en approcher que sobrement pendant l'hiver. En général il considérait ce genre de jouissance comme nuisible, et jugeait que l'habitude des plaisirs de l'amour finissait par affaiblir les forces et amenait une prompte mort.

ne pas se laver, c'est être sale

Aristophon, Le pythagoriste (ca 300 av. J.-C.)

Boire de l'eau, c'est le fait d'une grenouille ; manger des légumes et des oignons, d'une chenille ; ne pas se laver, c'est être sale ; passer l'hiver à la belle étoile, c'est vivre comme un merle ; souffrir le froid, causer en plein midi, c'est affaire aux cigales ; ne pas se servir d'huile, et ne pas même en voir, c'est d'un gueux ; marcher pieds nus dès le lever du soleil, c'est d'une grue, ne pas dormir, pour ainsi dire, d'une chauve-souris.

ils ont cherché de beaux prétextes

Aristophon, Le pythagoriste (ca 300 av. J.-C.)

Croyez-vous vraiment que ce soit de leur plein gré que ceux qu'on appelle les vieux pythagoriciens, vivent dans cette crasse et portent ces vêtements troués ? N'en croyez rien, ils ont cherché de beaux prétextes pour donner aux gueux une règle de vie conforme à leur état. Mais servez-leur des poissons de choix et des viandes délicates, s'ils ne les croquent pas jusqu'à s'en mordre les doigts, je peux être dix fois pendu.

24 Introduction à l'Arithmétique

Nicomaque de Gêrase, qui vivait dans la seconde moitié du premier siècle. Il a écrit une « Introduction à l'Arithmétique ».

Vous le voyez sur cette page de titre, il est présenté comme un Pythagoricien : plus sur le plan philosophique que proprement religieux.

On considère en tout cas que cette introduction à l'arithmétique compile l'ensemble des connaissances pythagoriciennes sur les nombres. Elle a eu une profonde influence, par l'intermédiaire de la traduction de Boèce, au début du sixième siècle. Cette traduction a été utilisée comme livre d'enseignement pendant tout le Moyen-Âge en Europe.

C'est dans ce livre par exemple qu'est décrit pour la première fois le célèbre « crible d'Ératosthène ».

25 Le crible d'Ératosthène

« La production de ces nombres est appelée par Ératosthène le « crible », car nous prenons les nombres impairs tous ensemble, et parmi eux nous séparons comme par une sorte d'instrument, ou un crible, ceux qui sont premiers et non composés, des secondaires et composés, et nous trouvons les classes mélangées. »

Au début du livre on trouve la classification des mathématiques qui a été reprise par Platon dans la République, et utilisée pendant une bonne quinzaine de siècles : c'est le quadrivium.

26 Le quadrivium

« Deux méthodes scientifiques traitent de la quantité : l'arithmétique de la quantité absolue, la musique de la quantité relative. [...] »

Deux autres sciences traitent de l'étendue : la géométrie de ce qui est fixe et reste au repos, l'astronomie de ce qui est en mouvement et qui tourne. »

Mais Nicomaque ne cache pas, comme d'ailleurs Platon, que l'arithmétique est la plus importante des quatre parties.

27 Le quadrivium

« Laquelle de ces quatre méthodes doit-on apprendre en premier ? De toute évidence, celle qui existe naturellement avant toutes les autres, est supérieure et sert d'origine et de racine, pour ainsi dire de mère, à toutes les autres. C'est l'arithmétique [...] »

Si la géométrie existe, l'arithmétique doit être impliquée, car c'est avec l'aide de cette dernière que l'on peut parler de triangle, quadrilatère, octaèdre, icosaèdre [...] »

Certes, il faut savoir compter pour dire qu'il y a trois angles dans un triangle. Mais pour les pythagoriciens, la relation entre arithmétique et géométrie était beaucoup plus étroite.

Introduction à l'Arithmétique

Nicomaque de Gêrase (ca 60–120)



Le crible d'Ératosthène

Nicomaque de Gêrase, Introduction à l'Arithmétique (ca 100)

La production de ces nombres est appelée par Ératosthène le "crible," car nous prenons les nombres impairs tous ensemble, et parmi eux nous séparons **comme par une sorte d'instrument, ou un crible**, ceux qui sont premiers et non composés, des secondaires et composés, et nous trouvons les classes mélangées.

Le quadrivium

Nicomaque de Gêrase, Introduction à l'Arithmétique (ca 100)

Deux méthodes scientifiques traitent de la quantité : l'arithmétique de la quantité absolue, la musique de la quantité relative.[...]

Deux autres sciences traitent de l'étendue : la géométrie de ce qui est fixe et reste au repos, l'astronomie de ce qui est en mouvement et qui tourne.

Le quadrivium

Nicomaque de Gêrase, Introduction à l'Arithmétique (ca 100)

Laquelle de ces quatre méthodes doit-on apprendre en premier ? De toute évidence, celle qui existe naturellement avant toutes les autres, est supérieure et sert d'origine et de racine, pour ainsi dire de mère, à toutes les autres. C'est l'arithmétique...

Si la géométrie existe, l'arithmétique doit être impliquée, car c'est avec l'aide de cette dernière que l'on peut parler de triangle, quadrilatère, octaèdre, icosaèdre...

28 Nombres polygonaux

Par exemple un nombre triangulaire, ou carré, ou pentagonal, était véritablement vu comme une figure géométrique discrète : des jetons disposés en triangle, ou en carré ou en pentagone. Et à ces nombres polygonaux étaient attachés des propriétés plus ou moins mystiques. Surtout au plus sacré d'entre eux, la tétraktys, ou tétrade en français.

Au milieu des vers d'or dont nous avons parlé avant, se trouve ce qu'on appelle le « serment de Pythagore ».

29 Le serment de Pythagore

J'en jure par celui qui grava dans nos cœurs,
La Tétrade sacrée, immense et pur symbole,
Source de la Nature et modèle des Dieux.

30 La Tétrade sacrée

La tétrade sacrée c'est tout simplement ceci : pas seulement le nombre 10, mais la figure triangulaire un plus deux plus trois plus quatre.

Voici le commentaire du même traducteur.

« Selon Pythagore, 1 et 2 représentaient les principes cachés des choses; 3 leurs facultés, et 4, leur essence propre. Ces quatre nombres qui, réunis par l'addition, produisent le nombre 10, constituaient l'Être, tant universel que particulier; en sorte que la tétrade qui en est comme la vertu, pouvait devenir l'emblème de tous les êtres. »

Cette mystique des nombres est véritablement le signe distinctif de l'arithmétique pythagoricienne. Voici un autre exemple.

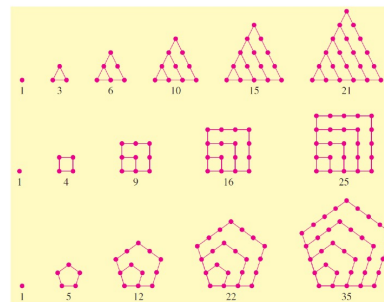
31 Nombres surabondants, déficients et parfaits

« Parmi les nombres pairs simples, certains sont surabondants, certains déficients; certains sont entre les deux et on les appelle parfaits. » Ce sont des définitions parfaitement claires. Elles font référence à la somme des diviseurs propres d'un nombre. Que cette somme soit supérieure au nombre, comme pour 12, et on dit qu'il est surabondant. Si la somme des diviseurs est inférieure, comme pour 8, on dit qu'il est déficient. Si la somme est égale, le nombre est parfait.

Pourquoi ces dénominations? À propos des nombres surabondants, Nicomaque explique.

Nombres polygonaux

Nicomaque de Gérase, Introduction à l'Arithmétique (ca 100)



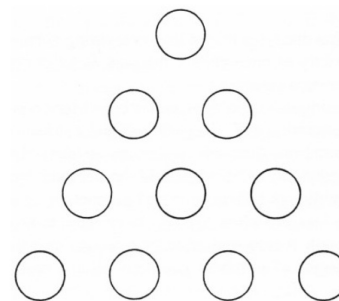
Le serment de Pythagore

Fabre d'Olivet, Les vers dorés de Pythagore (1813)

J'en jure par celui qui grava dans nos cœurs,
La Tétrade sacrée, immense et pur symbole,
Source de la Nature et modèle des Dieux

La Tétrade sacrée

Fabre d'Olivet, Les vers dorés de Pythagore (1813)



Nombres surabondants, déficients et parfaits

Nicomaque de Gérase, Introduction à l'Arithmétique (ca 100)

Parmi les nombres pairs simples, certains sont surabondants, certains déficients; certains sont entre les deux et on les appelle parfaits.

- surabondant : $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16 > 12$
- déficient : $1 + 2 + 4 = 7 < 8$
- parfait : $1 + 2 + 3 = 6$

32 Nombres surabondants

« C'est comme si un animal était créé avec trop de membres, ou avec dix langues, comme dit le poète, et dix bouches, ou avec neuf lèvres ou trois rangées de dents, ou une centaine de mains, ou trop de doigts sur une main. »

Et à propos des nombres parfaits :

33 Nombres parfaits

« De même que les choses belles et excellentes sont peu nombreuses et faciles à énumérer, tandis que les choses laides et mauvaises sont très répandues, ainsi les nombres surabondants et déficients se trouvent en grande quantité, irrégulièrement disposés ; et les nombres parfaits sont facilement comptés et bien arrangés. »

La définition de nombre parfait a été reprise par les mathématiciens de tous les temps, mais sans la connotation mystique des pythagoriciens. Euclide dit simplement « le nombre parfait est celui qui est égal à ses parties ». Il y ajoute un magnifique théorème, promis à une longue postérité.

34 Nombres parfaits

« Si, à partir de l'unité, tant de nombres qu'on voudra sont successivement proportionnels en raison double, jusqu'à ce que leur somme soit un nombre premier, et si cette somme multipliée par le dernier fait un nombre, le produit sera un nombre parfait. »

Proportionnels en raison double : Euclide parle des puissances de deux. La somme des puissances de deux successives jusqu'à 2 puissance n vaut $2^{n+1} - 1$. Si cette somme est un nombre premier, alors le produit par 2^n est un nombre parfait. Regardez ce que ça donne pour les premières valeurs : pour n égale 1, 2, 4 et 6, on obtient les quatre nombres parfaits qui étaient connus des Pythagoriciens.

Nombres surabondants

Nicomache de Gêrase, Introduction à l'Arithmétique (ca 100)

C'est comme si un animal était créé avec trop de membres, ou avec dix langues, comme dit le poète, et dix bouches, ou avec neuf lèvres ou trois rangées de dents, ou une centaine de mains, ou trop de doigts sur une main.

Nombres parfaits

Nicomache de Gêrase, Introduction à l'Arithmétique (ca 100)

De même que les choses belles et excellentes sont peu nombreuses et faciles à énumérer, tandis que les choses laides et mauvaises sont très répandues, ainsi les nombres surabondants et déficients se trouvent en grande quantité, irrégulièrement disposés ; et les nombres parfaits sont facilement comptés et bien arrangés.

Nombres parfaits

Euclide, Livre IX, proposition xxxvi

Si, à partir de l'unité, tant de nombres qu'on voudra sont successivement proportionnels en raison double, jusqu'à ce que leur somme soit un nombre premier, et si cette somme multipliée par le dernier fait un nombre, le produit sera un nombre parfait.

- $(1 + 2) \times 2 = 6$
- $(1 + 2 + 2^2) \times 2^2 = 28$
- $1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15$
- $(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) \times 2^4 = 496$
- $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^5 = 63$
- $(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^5 + 2^6) \times 2^6 = 8128$

35 Marin Mersenne (1588–1648)

Les nombres de la forme $2^n - 1$ qui sont premiers sont appelés : nombres de Mersenne. C'est ce religieux de l'ordre des Minimes. Il a beaucoup écrit dans sa vie sur les mathématiques et la musique. Il a aussi écrit des milliers de lettres à des dizaines de correspondants dans toute l'Europe.

Il avait donné une liste de valeurs de n pour lesquelles il pensait que $2^n - 1$ est premier, en se trompant d'ailleurs.

Dans une lettre à ce même Mersenne, Descartes avait affirmé sans donner de démonstration, que tous les nombres parfaits pairs étaient de la forme donnée par Euclide. Comme d'habitude, il a fallu attendre Euler pour une vraie démonstration.

À propos, on ne sait toujours pas s'il existe des nombres parfaits impairs.

36 références

Comment ? C'est fini ? On ne sait vraiment rien de plus sur Pythagore ?

Ben non : je vous ai épargné la musique, l'astronomie et l'harmonie des sphères, parce que j'en parle ailleurs. Mais pour les maths, il n'y a que l'arithmétique mystique dont on soit à peu près sûr.

Et le théorème de Pythagore alors ? Il n'est pas de Pythagore peut-être ?

Ben non, pas vraiment. Promis, je vous raconterai pourquoi, mais pas maintenant. Tenez, si on terminait par quelques petits vers dorés, à la sauce Pompignan ?

Avant que le sommeil te ferme la paupière,
Sur tes œuvres du jour porte un regard sévère.
Ce jour que je finis, comment l'ai-je employé ?
Quel devoir ai-je enfreint ? quel autre ai-je oublié ?
Qu'ai-je dit ? qu'ai-je fait ? Sonde aussi tes pensées.
Tes actions, ainsi devant toi retracées,
Répandront dans ton cœur la joie ou les regrets.

Marin Mersenne (1588–1648)



références

- D. Albertson (2014) *Mathematical theologies*, Oxford : Oxford University Press
- A. E. Chaignet (1874) *Pythagore et la philosophie pythagoricienne*, Paris : Didier
- C. H. Kahn (2001) *Pythagoras and the Pythagoreans*, Indianapolis : Hackett
- I. Lévy (1927) *La légende de Pythagore, de Grèce en Palestine*, Paris : Champion
- P. Rousell (2011) *The complete Pythagoras*, holybooks.com/complete-pythagoras-ebook
- P. Tannery (1887) *Géométrie grecque*, Paris : Gauthier-Villars