0 La combinatoire des hexamètres

Un problème de versification latine comme exercice de combinatoire, c'est déjà pas banal. Sachant que quelques uns des meilleurs mathématiciens du dix-septième siècle s'y sont cassé les dents, ça vaut le coup de regarder de plus près, non ?

Vous vous souvenez de cette scène du Bourgeois Gentilhomme où Monsieur Jourdain demande à son maître de Philosophie comment tourner un compliment ?

histoires de statistique

La combinatoire des hexamètres

de Bernoulli à Knuth

hist-math.fr Bernard Ycart

1 Le Bourgeois Gentilhomme, acte II, scène IV (1670)

« Maître de philosophie.— On les peut mettre premièrement comme vous avez dit : *Belle Marquise, vos beaux yeux me font mourir d'amour.* Ou bien : *D'amour mourir me font, belle Marquise, vos beaux yeux.* Ou bien : *Vos yeux beaux d'amour me font, belle Marquise, mourir.* Ou bien : *Mourir vos beaux yeux, belle Marquise, d'amour me font.* Ou bien : *Me font vos yeux beaux mourir, belle Marquise, d'amour.*

Monsieur Jourdain.— Mais de toutes ces façons-là, laquelle est la meilleure ?

Maître de philosophie.— Celle que vous avez dite : *Belle Marquise, vos beaux yeux me font mourir d'amour.* »

Voilà le problème : comment permuter les mots d'une phrase sans changer son sens. Le latin s'y prête mieux que le français à cause des déclinaisons : le sens des mots est déterminé plus par leur terminaison que par leur position relative. Donc il y a plus de façons de permuter les mots d'une phrase latine sans changer son sens. Pour les vers latins, le problème se complique à cause du rythme.

Le Bourgeois Gentilhomme, acte II, scène IV (1670)

Molière (1622–1673)

Maître de philosophie.— On les peut mettre premièrement comme vous avez dit : *Belle Marquise, vos beaux yeux me font mourir d'amour.* Ou bien : *D'amour mourir me font, belle Marquise, vos beaux yeux.* Ou bien : *Vos yeux beaux d'amour me font, belle Marquise, mourir.* Ou bien : *Mourir vos beaux yeux, belle Marquise, d'amour me font.* Ou bien : *Me font vos yeux beaux mourir, belle Marquise, d'amour.*

Monsieur Jourdain.— Mais de toutes ces façons-là, laquelle est la meilleure ?

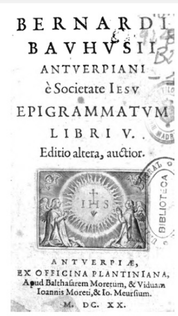
Maître de philosophie.— Celle que vous avez dite : *Belle Marquise, vos beaux yeux me font mourir d'amour.*

2 Epigrammatum (1615)

C'est un problème connu depuis longtemps, mais la question a été relancée en 1615 par cet ouvrage d'un Jésuite d'Anvers, Bernard Bauhuis : « Épigrammes », et plus particulièrement par un de ces épigrammes, que voici.

Epigrammatum (1615)

Bernard Bauhuis (1575–1614)


BERNARDI BAVHVSII ANTVERPIANI è Societate IESV EPIGRAMMATVM LIBRI V. Editio altera, auctior.

ANTVERPIÆ, EX OFFICINA PLANTINIANA, Apud Balthasarem Moretum, & Viduam Ioannis Moreti, & Io. Meursium. M. DC. XX.

3 Epigrammatum (1615)

Epigrammatum (1615)
Bernard Bauhuis (1575–1614)

VNIVS LIBRI VERSVM,
VNIVS VERSVS LIBRVM,
CHRISTIANVM PROTEVM,
tot ora ſcilicet,quot cęlum ſidera gerentem
(verti enim poteſt,millies,bis & vicies,
ſenſu ſaluo & Heroici carminis lege)
noſtri in cæli Reginam affectus
monumentum hoc ponimus ſempiternum.
TOT TIBI SVNT DOTES, VIRGO,
QVOT SIDERA CAELO.

Les trois premières lignes parlent d'un livre en un seul vers, un vers « protée », c'est-à-dire qui peut prendre de multiples formes. Voici la traduction.

4 Epigrammatum (1615)

« Un vers constituant un livre à lui seul
Un livre constitué d'un seul vers
Un vers chrétien et protée

faisant paraître autant de visages que le ciel porte d'étoiles. Il peut en effet être transformé, mille fois et deux fois et vingt fois, en conservant tout son sens et selon la règle de la poésie épique, comme rappel pour l'éternité de notre attachement envers la reine du ciel.

Tu possèdes autant de mérites, ô Vierge, que le ciel possède d'étoiles »

Nous reviendrons plus loin sur la règle de la poésie épique. Comment sait-on combien le ciel porte d'étoiles ? Facile ! D'après le catalogue de Ptolémée, il en a 1022. En 1615, rares étaient ceux qui osaient discuter l'autorité de Ptolémée.

Epigrammatum (1615)
traduction : Chantal Marnat

Un vers constituant un livre à lui seul
Un livre constitué d'un seul vers
Un vers chrétien et protée

faisant paraître autant de visages que le ciel porte d'étoiles. Il peut en effet être transformé, mille fois et deux fois et vingt fois, en conservant tout son sens et selon la règle de la poésie épique, comme rappel pour l'éternité de notre attachement envers la Reine du ciel.

Tu possèdes autant de mérites, ô Vierge, que le ciel possède d'étoiles

5 Pietatis Thaumata (1617)

Deux ans plus tard, un certain Erycius Puteanus saisit la balle au bond. Il publie un livre dans lequel il énumère effectivement 1022 formes du même vers, une pour chaque étoile du catalogue de Ptolémée.

Vous voyez ici quelques uns de ces vers. Le problème est combien sont possibles en tout. Il y en a au moins 1022 puisqu'ils ont été énumérés. Mais ni Bauhuis ni Puteanus n'ont affirmé que c'étaient les seuls possibles. Il y a huit mots à permuter, donc il y a au plus factorielle huit vers possibles. Factorielle huit, c'est 40 320. Ce qui réduit le total, ce sont les contraintes de rythme imposées par les règles de la poésie latine.

Pietatis Thaumata (1617)
Erycius Puteanus (1574–1646)

1022 vers sur les mêmes mots
1022 étoiles au catalogue de Ptolémée

Tot dotes tibi, quot cælo sunt sidera, Virgo
Dotes tot, cælo sunt sidera quot, tibi Virgo
Dotes, cælo sunt quot sidera, Virgo tibi tot
Sidera quot cælo, tot sunt Virgo tibi dotes
Quot cælo sunt sidera, tot Virgo tibi dotes
Sunt dotes Virgo, quot sidera,tot tibi cælo
Sunt cælo tot Virgo tibi, quot sidera, dotes
⋮

6 Dactyles, spondées et trochées

En latin, comme en grec ou en sanscrit, les vers sont scandés : le rythme est donné par une alternance de syllabes longues ou courtes. Les mots d'une seule syllabe sont forcément des syllabes longues. Mais pour les mots de deux syllabes, ça dépend. Dans les huit mots du vers de Bauhuis, tibi peut être soit deux syllabes courtes, soit une courte suivie d'une longue. Tandis que Virgo commence forcément par une longue.

Maintenant, il y a trois « mesures » possibles. Une mesure est soit un dactyle : long court court, Taa ti ti, soit un Spondée, long long, Taa Taa, soit un Trochée : long court, Taa ti.

Dactyles, spondées et trochées

longues : – courtes : ∪

tot	tibi	sunt	dotes
–	∪∪ ∪–	–	– –
Virgo	**quot**	**sidera**	**cælo**
–∪ – –	–	–∪∪	– –

- Dactyle : –∪∪
- Spondée : – –
- Trochée : –∪

7 Hexamètre

Un vers latin doit être un hexamètre, c'est-à-dire contenir six mesures. La règle est la suivante. Les quatre premières mesures peuvent être soit des dactyles, soit des spondées. La cinquième mesure est forcément un dactyle, la sixième est soit un spondée soit un trochée.

Comme vous le voyez, le vers de Bauhuis respecte bien les règles. Ça fait :

Taa ti ti, Taa Taa, Taa Taa, Taa Taa, Taa ti ti, Taa Taa

Un autre exemple pourrait être

Taa ti ti, Taa ti ti, Taa Taa, Taa ti ti, Taa ti ti, Taa ti

Je vous laisse essayer les autres formes possibles, il y en a 32 en tout.

Hexamètre

Hexamètre = six mesures

1	2	3	4	5	6
–∪∪ – –	–∪∪ – –	–∪∪ – –	–∪∪ – –	–∪∪	–∪ – –
tot tibi	sunt do-	-tes Vir-	-go quot	sidera	cælo

8 Gérard Jean Vossius (1577–1649)

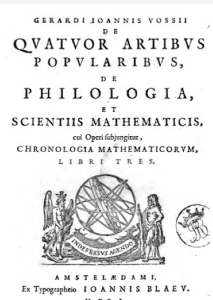
Ce Vossius, ou Voss, était un savant hollandais de la première moitié du dix-septième siècle. Il nous en est resté ce magnifique portrait, mais peu de mathématiques.

Gérard Jean Vossius (1577–1649)

9 Quatuor artibus popularibus (1650)

Dans ce livre, paru peu après sa mort, il cite le vers de Bauhuis, Tot Tibi Sunt, pour dire qu'il y a 40 320 permutations des 8 mots, et au moins 1022 hexamètres licites. On le savait déjà, et Vossius ne va pas plus loin.

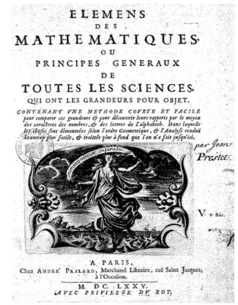
Quatuor artibus popularibus (1650)
Gérard Vossius (1577–1649)


GERARDI IOANNIS VOSSII
DE
QVATVOR ARTIBVS
POPVLARIBVS,
DE
PHILOLOGIA,
ET
SCIENTIIS MATHEMATICIS,
cui Operi subjungitur,
CHRONOLOGIA MATHEMATICORVM,
LIBRI TRES.

AMSTELÆDAMI,
Ex Typographeio IOANNIS BLAEV.
MDCL.

10 Elémens des Mathématiques (1675)

Elémens des Mathématiques (1675)
Jean Prestet (1648–1690)


ELEMENS
DES
MATHEMATIQUES,
OU
PRINCIPES GENERAUX
DE
TOUTES LES SCIENCES,
QUI ONT LES GRANDEURS POUR OBJET.
CONTENANT UNE METHODE COURTE ET FACILE pour comparer ces grandeurs & pour découvrir leurs rapports par le moyen des caracteres des nombres, & des lettres de l'alphabeth. Dans laquelle les choſes ſont démontrées ſelon l'ordre Geometrique, & l'Analyſe renduë beaucoup plus facile, & traittée plus à fond que l'on n'a fait juſqu'ici.

par Jean Prestet.

V. + 84.

A PARIS,
Chez ANDRE' PRALARD, Marchand Libraire, ruë Saint Jacques, à l'Occaſion.
M. DC. LXXV.
AVEC PRIVILEGE DU ROY.

Jean Prestet est né en 1648, l'année avant la mort de Vossius. Il n'a qu'une vingtaine d'années quand il écrit ses « Éléments de Mathématiques ». C'est un élève de Nicolas Malebranche, qui est plus connu comme philosophe, mais qui a aussi enseigné les mathématiques, comme Prestet.

Ces Éléments de mathématiques font une grande place à l'algèbre. Malgré les critiques, en particulier de Wallis et Leibniz, on sait par exemple que Abraham de Moivre a appris l'algèbre dans ce livre, que son père lui avait acheté.

11 cette question, quoyque très difficile

Dans les éléments de mathématiques de Prestet, on trouve cet exemple.

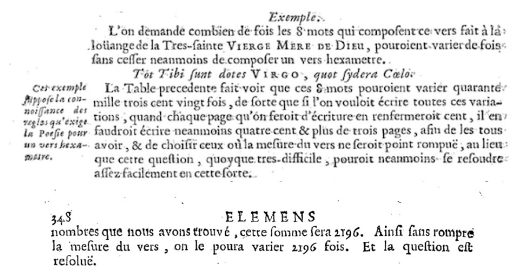
« L'on demande combien de fois les 8 mots qui composent ce vers fait à la louange de la Très-Sainte Vierge Mère de Dieu, pourraient varier de fois sans cesser néanmoins de composer un vers hexamètre. »

Comme vous le voyez à gauche, cet exemple suppose la connaissance des règles qu'exige la poésie pour un vers hexamètre.

« Cette question, quoique très difficile, pourrait néanmoins se résoudre assez facilement en cette sorte. » Après cinq pages de calculs, Prestet arrive au résultat : 2196. Et la question est résolue dit-il fièrement.

Pas vraiment. Poussé par les critiques, Prestet prépare une nouvelle édition de ses éléments. Elle est publiée en 1689. L'année après, Prestet meurt à 42 ans.

cette question, quoyque très difficile
Prestet, Elémens des Mathématiques (1675)


Exemple.

L'on demande combien de fois les 8 mots qui compoſent ce vers fait à la loüange de la Tres-ſainte VIERGE MERE DE DIEU, pouroient varier de fois ſans ceſſer neanmoins de compoſer un vers hexametre.

Tot Tibi ſunt dotes VIRGO, *quot ſydera Cœlo.*

Cet exemple ſuppoſe la connoiſſance des regles qu'exige la Poeſie pour un vers hexametre.

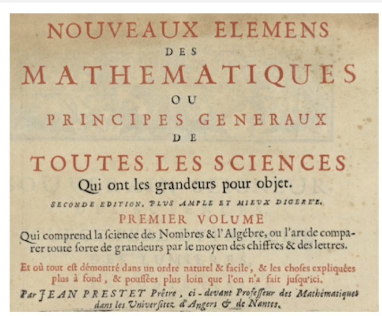
La Table precedente fait voir que ces 8 mots pouroient varier quarante mille trois cent vingt fois, de ſorte que ſi l'on vouloit écrire toutes ces variations, quand chaque page qu'on feroit d'écriture en renfermeroit cent, il en faudroit écrire neanmoins quatre cent & plus de trois pages, afin de les tous avoir, & de choiſir ceux où la meſure du vers ne ſeroit point rompuë, au lieu que cette queſtion, quoyque tres-difficile, pouroit neanmoins ſe reſoudre aſſez facilement en cette ſorte.

348 ELEMENS

nombres que nous avons trouvé, cette ſomme ſera 2196. Ainſi ſans rompre la meſure du vers, on le poura varier 2196 fois. Et la queſtion eſt reſoluë.

12 Nouveaux élémens des Mathématiques (1689)

Nouveaux élémens des Mathématiques (1689)
Jean Prestet (1648–1690)


NOUVEAUX ELEMENS
DES
MATHEMATIQUES
OU
PRINCIPES GENERAUX
DE
TOUTES LES SCIENCES
Qui ont les grandeurs pour objet.
SECONDE EDITION, PLUS AMPLE ET MIEUX DIGEREE.
PREMIER VOLUME
Qui comprend la ſcience des Nombres & l'Algébre, ou l'art de comparer toute ſorte de grandeurs par le moyen des chiffres & des lettres.
Et où tout eſt démontré dans un ordre naturel & facile, & les choſes expliquées plus à fond, & pouſſées plus loin que l'on n'a fait juſqu'ici.
Par JEAN PRESTET Prêtre, ci-devant Profeſſeur des Mathématiques dans les Univerſitez d'Angers & de Nantes.

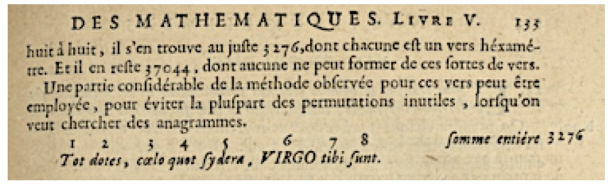
Ces « Nouveaux éléments de mathématiques » ont été passablement augmentés par rapport à l'édition de 1675.

13 Nouveaux élémens des Mathématiques (1689)

Nouveaux élémens des Mathématiques (1689)
Jean Prestet (1648–1690)

On y retrouve le même exemple. Prestet précise maintenant qu'il va « résoudre assez facilement une question aussi épineuse qu'elle le paraît d'abord. »

Suit un calcul encore plus long que dans la première mouture, au bout duquel il arrive au résultat que vous voyez : 3276.



DES MATHEMATIQUES. Livre V. 135

huit à huit, il s'en trouve au juste 3276, dont chacune est un vers héxamétre. Et il en reste 37044, dont aucune ne peut former de ces sortes de vers.

Une partie considérable de la méthode observée pour ces vers peut être employée, pour éviter la plusspart des permutations inutiles, lorsqu'on veut chercher des anagrammes.

1 2 3 4 5 6 7 8 somme entière 3276

Tot dotes, cœlo quot sydera, VIRGO tibi sunt.

14 John Wallis (1616–1703)

John Wallis (1616–1703)

Wallis est beaucoup plus célèbre que Prestet. C'est le plus grand mathématicien anglais avant Newton.

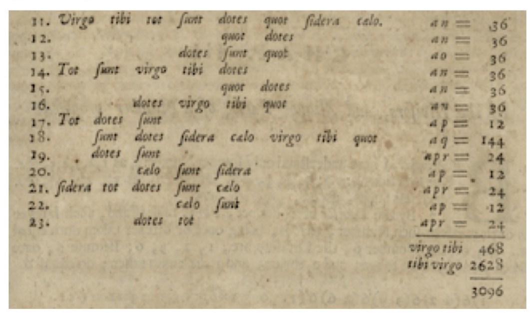
15 Discourse of combinations (1685)

Son « Discours sur les combinaisons » date de 1685, il avait donc 69 ans. On y retrouve une fois de plus le même exemple. Wallis ne cite que Vossius, et pas Prestet. On sait pourtant qu'il avait lu les Éléments de mathématiques de Prestet, dont il ne pensait pas beaucoup de bien. Il se peut donc que ce soit le livre de Prestet qui l'ait poussé à reprendre le même exemple.

Wallis, au bout d'un assez long calcul trouve 3096, ce qui est entre les deux résultats de Prestet.

Wallis a publié dans sa vie des centaines de pages. Il est titulaire de la chaire Savilienne de géométrie à l'université d'Oxford depuis 1649. Il aurait pu considérer que son résultat était juste, pour la seule raison qu'il l'avait écrit. Or il garde son humilité.

Discourse of combinations (1685)
John Wallis (1616–1703)



11. Virgo tibi tot sunt dotes quot sidera cælo. — an = 36
12. quot dotes — an = 36
13. dotes sunt quot — ao = 36
14. Tot sunt virgo tibi dotes — an = 36
15. quot dotes — an = 36
16. dotes virgo tibi quot — an = 36
17. Tot dotes sunt — ap = 12
18. sunt dotes sidera cælo virgo tibi quot — aq = 144
19. dotes sunt — apr = 24
20. cælo sunt sidera — ap = 12
21. sidera tot dotes sunt cælo — apr = 24
22. cælo sunt — ap = 12
23. dotes tot — apr = 24

virgo tibi 468
tibi virgo 2628

3096

16 I will not be positive. . .

I will not be positive. . .
Wallis, Discourse of combinations (1685)

« Je n'affirmerai pas qu'il n'y ait pas d'autres variantes, auquel cas il faudrait les ajouter. Ou que la majorité soit répétée deux fois, auquel cas il faudrait les retrancher. Mais pour l'instant, je ne discerne ni les unes ni les autres. »

I will not be positive that there may not be some other Changes : (and then, those may be added to these ;) Or, that most of these be twice repeated, (and if so, those are to be abated out of the Number ;) But I do not, at present, discern either the one and other.

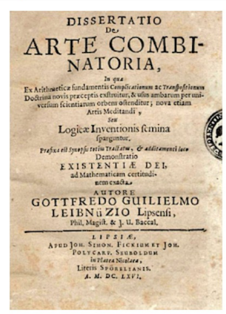
17 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)

Vous vous doutez bien, s'agissant de combinatoire et fouineur comme vous le connaissez, que Leibniz ne laisserait pas échapper le problème.

18 Dissertatio de arte combinatoria (1666)

Dissertatio de arte combinatoria (1666)
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)



DISSERTATIO
DE
ARTE COMBI-
NATORIA,
In qua
Ex Arithmeticæ fundamentis Complicationum ac Transpositionum Doctrina novis præceptis exstruitur, & usus ambarum per universum scientiarum orbem ostenditur ; nova etiam
Artis Meditandi,
Seu
Logicæ Inventionis semina
sparguntur.
Præfixa est Synopsis totius Tractatus, & additamenti loco
Demonstratio
EXISTENTIÆ DEI,
ad Mathematicam certitudinem exacta.
AUTORE
GOTTFREDO GUILIELMO
LEIBNüZIO Lipsensi,
Phil. Magist. & J. U. Baccal.

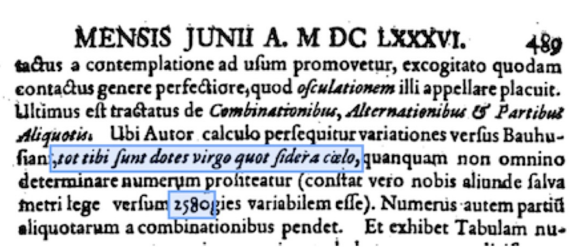
LIPSIÆ,
APUD JOH. SIMON. FICKIUM ET JOH.
POLYCARP. SEUBOLDUM
in Platea Nicolaea,
Literis SPÖRELIANIS.
A. M. DC. LXVI.

Effectivement il y a tout un chapitre de sa thèse de 1666, écrite à l'âge de 19 ans, qui porte sur la combinatoire des hexamètres. Leibniz y cite le vers de Bauhuis, mais prudemment, il évite de donner un total. Pourtant, il fait le même type de calcul pour un autre vers.

19 Acta eruditorum (Juin 1686)

Acta eruditorum (Juin 1686)
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)

Vingt ans plus tard, les choses ont changé. Leibniz a lu et critiqué le livre de Prestet. Il vient de lire l'Algèbre de Wallis, et il écrit un résumé pour les Acta Eruditorum, paru en Juin 1686. Ce résumé n'est pas signé, mais il est presque certain qu'il vient de Leibniz lui-même. Leibniz a bien remarqué le passage sur le vers de Bauhuis dans le livre de Wallis, et incidemment, il mentionne entre parenthèses que selon son propre calcul, il y a 2580 vers licites possibles avec les mêmes mots. Encore un résultat différent.



MENSIS JUNII A. M DC LXXXVI. 489
tactus a contemplatione ad usum promovetur, excogitato quodam contactus genere perfectiore, quod *osculationem* illi appellare placuit. Ultimus est tractatus de *Combinationibus, Alternationibus & Partibus Aliquotis*. Ubi Autor calculo persequitur variationes versus Bauhusiani, *tot tibi sunt dotes virgo quot sidera cœlo*, quanquam non omnino determinare numerum profiteatur (constat vero nobis aliunde salva metri lege versum 2580ies variabilem esse). Numerus autem partiū aliquotarum a combinationibus pendet. Et exhibet Tabulam nu-

20 Jacob Bernoulli (1655–1705)

Jusqu'ici, le rapport avec l'histoire de la statistique n'était pas direct. Mais maintenant, on ne plaisante plus : c'est Jacques Bernoulli himself qui entre en scène.

Jacob Bernoulli (1655–1705)

21 Ars Conjectandi (1713)

Son œuvre majeure, l'Ars Conjectandi, a été publiée huit ans après sa mort. C'est son neveu Nicolas qui a supervisé la publication. Nicolas avait passé sa maîtrise sous la direction de Jacques, puis il avait soutenu une thèse en 1709. Cette thèse portait sur l'usage en droit de l'Ars Conjectandi, l'« art des conjectures ». Pour la publication du livre de Jacques, Nicolas a utilisé des notes manuscrites de son oncle, ainsi que son journal.

Il est impossible de savoir quel aurait été le choix de Jacques Bernoulli s'il avait lui-même organisé la publication de son livre. Tel que l'a décidé son neveu, voici quel est le plan. La première partie est la reproduction du traité de Huygens sur les jeux de hasard, augmenté de quelques notes. La seconde partie porte sur la combinatoire. La troisième partie est présentée comme l'application des deux précédentes à des jeux de hasard particuliers. La quatrième partie est l'application en matière civile, morale et économique. C'est dans le chapitre 5 de cette quatrième partie qu'apparaît ce qui a rendu le livre justement célèbre : une démonstration de la loi des grands nombres.

Ars Conjectandi (1713)
Jacob Bernoulli (1655–1705)

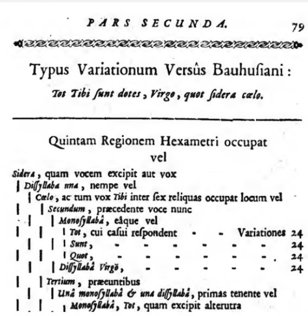

JACOBI BERNOULLI,
Profess. Basil. & utriusque Societ. Reg. Scientiar. Gall. & Pruss. Sodal.
MATHEMATICI CELEBERRIMI,
ARS CONJECTANDI,
OPUS POSTHUMUM.
Accedit
TRACTATUS
DE SERIEBUS INFINITIS,
Et EPISTOLA Gallicè scripta
DE LUDO PILÆ
RETICULARIS.

BASILEÆ,
Impensis THURNISIORUM, Fratrum.
cIↄ Iↄcc xiii.

22 deuxième partie : des permutations et combinaisons

La deuxième partie porte le titre de « doctrine des permutations et des combinaisons ». On y trouve presque au début, l'exemple du vers de Bauhuis. Bernoulli commence par rappeler tous les résultats que nous avons vus précédemment, puis il se lance dans son propre calcul. Remarquez la présentation arborescente qu'il donne des différents cas.

deuxième partie : des permutations et combinaisons
J. Bernoulli, Ars Conjectandi (1713)


PARS SECUNDA. 79

Typus Variationum Versûs Bauhusiani :

Tot Tibi sunt dotes, Virgo, quot sidera cælo.

Quintam Regionem Hexametri occupat vel

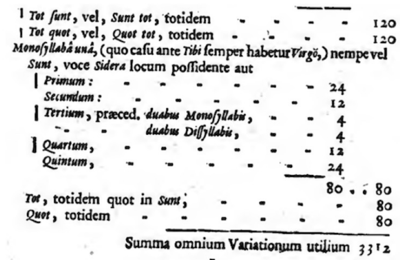
Sidera, quam vocem excipit aut vox
| *Dissyllaba una*, nempe vel
| *Cælo*, ac tum vox *Tibi* inter sex reliquas occupat locum vel
| | *Secundum*, præcedente voce nunc
| | | *Monosyllabâ*, eâque vel
| | | | *Tot*, cui casui respondent - - Variationes 24
| | | | *Sunt*, - - - - - - 24
| | | | *Quot*, - - - - - - 24
| | | *Dissyllabâ Virgô*, - - - - - 24
| | *Tertium*, præeuntibus
| | | *Unâ monosyllabâ & una dissyllabâ*, primas tenente vel
| | | | *Monosyllabâ*, *Tot*, quam excipit alterutra

23 deuxième partie : des permutations et combinaisons

Au bout d'une liste qui dure trois pages, Bernoulli arrive à la fin de son énumération et donne le résultat de l'addition : 3312.

Il est parfaitement conscient de la difficulté de l'entreprise : appréciez sa mise en garde.

deuxième partie : des permutations et combinaisons
J. Bernoulli, Ars Conjectandi (1713)


Tot sunt, vel, Sunt tot, totidem - - - - 120
Tot quot, vel, Quot tot, totidem - - - - 120
Monosyllabâ unâ, (quo casu ante Tibi semper habetur Virgo,) nempe vel
Sunt, voce Sidera locum possidente aut
Primum : - - - - - - 24
Secundum : - - - - - - 12
Tertium, præced. duabus Monosyllabis, - - 4
- - duabus Dissyllabis, - - 4
Quartum, - - - - - - 12
Quintum, - - - - - - 24
80 . . 80
Tot, totidem quot in Sunt; - - - - 80
Quot, totidem - - - - - - 80
Summa omnium Variationum utilium 3312

24 deuxième partie : des permutations et combinaisons

« Il arrive souvent, que même les hommes les plus prudents et circonspects tombent dans le travers de ce que les logiciens appellent communément *énumération insuffisante des cas*. »

deuxième partie : des permutations et combinaisons
J. Bernoulli, Ars Conjectandi (1713)

Il arrive souvent, que même les hommes les plus prudents et circonspects tombent dans le travers de ce que les logiciens appellent communément *énumération insuffisante des cas*.

25 Qui avait raison ?

Alors résumons. Les premiers, Bauhuis, Puteanus, Vossius avaient annoncé 1022 mais c'était une borne inférieure, qui correspondait au nombre d'étoiles du catalogue de Ptolémée. Prestet avait donné deux résultats différents, Wallis puis Leibniz deux autres, et enfin Bernoulli qui avait le total le plus grand : 3312.

Les choses en étaient restées là jusqu'en 1902. Deux mathématiciens copublient un article, où ils affirment qu'ils ont obtenu le résultat de 2880, et qu'il y sont arrivés par deux méthodes différentes. Là on se dit, c'est bon, le problème est résolu, il ont sûrement raison.

Qui avait raison ?

	date	nombre
Puteanus	1617	1022
Prestet	1675	2196
Prestet	1689	3276
Wallis	1685	3096
Leibniz	1686	2580
Bernoulli	1692	3312
Whitworth	1902	2880
Hartley	1902	2880

26 Bernoulli et Knuth !

Eh bien pas du tout. Donald Knuth, a repris le problème et raconte cette histoire. Il en a fait un exercice pour « The Art of Computer Programming ». Il affirme que c'est Bernoulli qui avait raison, et explique que c'est parce qu'il avait utilisé la bonne méthode, celle du dénombrement en arbre.

Bernoulli et Knuth !

	date	nombre
Puteanus	1617	1022
Prestet	1675	2196
Prestet	1689	3276
Wallis	1685	3096
Leibniz	1686	2580
Bernoulli	1692	3312
Whitworth	1902	2880
Hartley	1902	2880
Knuth	2006	3312

27 références

Je me souviens avec émotion de Philippe Flajolet, et de l'admiration ébahie qui était la mienne devant sa virtuosité en combinatoire. Je me souviens aussi que Philippe Flajolet avait beaucoup de respect pour Donald Knuth, qui était son ami. Alors quand Knuth dit que c'est Bernoulli qui avait raison, je le crois sur parole. Je ne cherche même pas à refaire le calcul.

Vous ne croyez pas sérieusement que j'en serais capable ? Si ? C'est gentil ça.

références

- J. Bernoulli (1713) *Ars Conjectandi*, Bâle : Thurnis
- D. E. Knuth (2006) *The Art of Computer Programming* : volume 4, fascicle 4, New-York : Addison-Wesley
- A. Robinet (1960) Jean Prestet ou la bonne foi cartésienne (1648–1691), *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, 13(2), 95–104
- J. Wallis (1695) *A treatise of Algebra both historical and pratical*, London : Playford
- R. Wilson, J.J. Watkins eds. (2013) *Combinatorics : ancient and modern*, Oxford University Press