

## 0 La controverse de Valladolid

C'est plutôt rare que l'histoire des mathématiques nous emmène en Amérique du Sud. Nous y allons environ 20 ans après la conquête Espagnole. Quelques voix commencent à s'élever pour dénoncer les exactions des colons, et les mauvais traitements infligés aux Indiens.

Charles Quint en 1526, puis le Pape Paul III en 1537 ont interdit l'esclavage des Indiens. Mais au Pérou et au Mexique, rien n'a vraiment changé.

## 1 La controverse de Valladolid (1550–1)

C'est dans ce contexte qu'a lieu la controverse de Valladolid. Elle a inspiré un livre puis un film.

Bartolomé de las Casas, joué par Jean-Pierre Marielle, s'oppose en deux fois un mois en 1550 et 1551, à Juan Ginés de Sepúlveda, joué par Jean-Louis Trintignant.

Contrairement à ce qu'on croit souvent, il ne s'agit pas de déterminer si les Indiens sont des êtres humains doués d'une âme. Le pape a déjà décidé que oui. Par contre, la question est de savoir s'ils peuvent vivre libres, ou bien s'il est légitime de les réduire en esclavage.

## 2 Juan Ginés de Sepúlveda (1494–1573)

Sepúlveda argumente sur les pratiques des Indiens qui violent les lois de la morale naturelle : sacrifices humains, anthropophagie, inceste, pratiques qu'il est nécessaire d'empêcher par la force.

histoires d'arithmétique

### La controverse de Valladolid

comptes en Amérique précolombienne



hist-math.fr

Bernard YCART

### La controverse de Valladolid (1550–1)

Jean-Claude Carrière, Jean-Daniel Verhaeghe (1992)



### Juan Ginés de Sepúlveda (1494–1573)

controverse de Valladolid (1550–1)

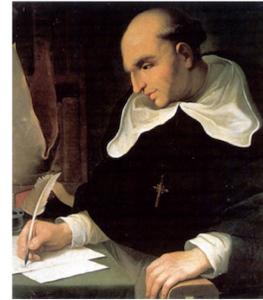


### 3 Bartolomé de las Casas (1484–1566)

Las Casas argumente sur la rationalité des Indiens, démontrée par leur degré de civilisation. En particulier par leur architecture.

Que les Indiens étaient bien des êtres rationnels, leurs pratiques mathématiques le démontrait tout autant que leur architecture.

Bartolomé de las Casas (1484–1566)  
controverse de Valladolid (1550–1)



### 4 Brevissima relacion de la destruycion de las Indias (1552)

Las Casas avait vécu la situation du côté des conquérants avant de consacrer son existence à la défense des Indiens. Après la controverse, il écrit un récit des exactions, cette « très brève relation de la destruction des Indes » qui va être abondamment diffusée par la propagande anti-espagnole, en particulier en Hollande, sans vraiment que la situation sur le terrain ne s'améliore.

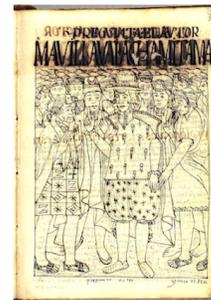
Brevissima relacion de la destruycion de las Indias (1552)  
Bartolomé de las Casas (1484–1566)



### 5 El primer nueva corónica i buen gobierno (1615)

Les témoignages du côté des Indiens sont rares, et d'autant plus précieux. Ce Felipe Guaman Poma de Ayala est un Indien qui a appris à lire et à écrire. Il a laissé un manuscrit de près de douze cent pages, abondamment illustré. Ici, il se met lui même en scène en train de recueillir les doléances de ses compatriotes.

El primer nueva corónica i buen gobierno (1615)  
Felipe Guaman Poma de Ayala (1535–1616)



### 6 Camina el autor con su hijo

Poma de Ayala destine son livre au roi d'Espagne, dont il espère, et imagine même, les réactions. Et il raconte comment, âgé de 80 ans, il a fait à pied le chemin jusqu'à Lima, pour amener son livre au représentant du Roi. Il a voyagé en hiver, et pauvrement vêtu, dit-il. Il a même rencontré la neige, que vous voyez tomber des nuages.

Il était accompagné de son fils Francisco, de son cheval et de deux chiens. Le chien qui suit son fils tout à fait à droite de l'image, s'appelle Lautaro. Lautaro est le nom d'un Mapuche du sud du Chili, qui avait osé mener une révolte contre l'invasisseur espagnol.

Quant au chien qui est à ses pieds, il l'appelle tout simplement « amigo ». Son ami. Décidemment, il me plaît cet homme !

Camina el autor con su hijo  
Poma de Ayala, Primer nueva corónica (1615)



## 7 Seis animales que los pobres indios temen

Poma de Ayala donne de nombreux exemples précis des exactions subies par les Indiens. Il n'hésite pas à citer des noms d'Espagnols. Sur cette image, vous voyez une Indienne à genoux, en train de pleurer. Poma explique qu'il y a six animaux que les pauvres Indiens craignent. Les pires sont le juge et le commandant, un dragon et un lion. Mais l'écrivain, qui est un chat, n'est pas bien vu non plus : pour une population qui n'a pas d'écriture, celui qui détient les clés de l'écrit a un pouvoir énorme.

### Seis animales que los pobres indios temen

Poma de Ayala, Primer nueva corónica (1615)



## 8 l'Empire Inca (1438–1533)

L'intérêt du témoignage de Poma est que ce n'est pas seulement un cahier de doléances. Il a assimilé la culture du conquérant, et il se montre profondément chrétien. Mais pour autant, il refuse que la culture des Incas soit niée. Alors il raconte.

Au moment de la conquête espagnole, l'empire Inca a moins d'un siècle. C'est un gouvernement autocratique, qui a très rapidement étendu son pouvoir sur un territoire immense, plusieurs milliers de kilomètres de cordillère.

### l'Empire Inca (1438–1533)



## 9 Pasease el Ynga

L'Inca, au nom de qui cet immense empire est gouverné, est un personnage important. Comme vous le voyez, il se promène avec son épouse en chaise à porteurs.

Il dispose d'administrateurs et de messagers qui ont réussi à mettre en place un réseau de communication rapide et efficace. Sur plusieurs dizaines de milliers de kilomètres de sentiers de montagne, c'est un véritable exploit.

### Pasease el Ynga

Poma de Ayala, Primer nueva corónica (1615)

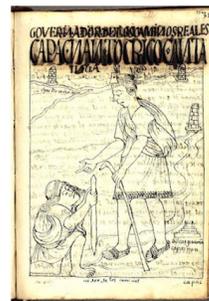


## 10 Gobernador de caminos reales

Le gouverneur des chemins royaux n'est pas peu fier de son réseau de chemins, dont certains sont pavés sur des dizaines de kilomètres.

### Gobernador de caminos reales

Poma de Ayala, Primer nueva corónica (1615)



## 11 Gobernador de puentes

Les sentiers de montagne seraient inutiles sans les ponts qui leur font franchir les torrents. Le gouverneur des ponts en a la charge.

### Gobernador de puentes

Poma de Ayala, Primer nueva corónica (1615)



## 12 Administrador de provincia

Chaque province a son administrateur, qui rend compte de sa gestion aux ministres de l'Inca.

Ah tiens, qu'est-ce qu'il a dans chaque main l'administrateur de la province ?

### Administrador de provincia

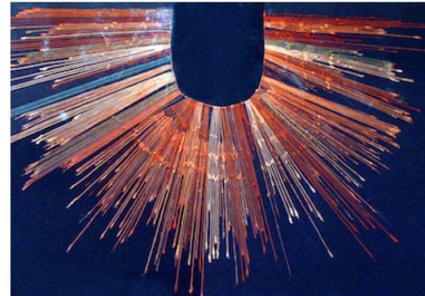
Poma de Ayala, Primer nueva corónica (1615)



## 13 Quipu

Ce sont des quipus, des faisceaux de cordelettes le long desquelles des nœuds sont placés à intervalles réguliers.

### Quipu

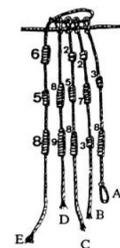


## 14 Quipu

Dans la version simple, la seule qui ait été vraiment comprise, c'est une numération décimale de position. Chaque nœud fait de 1 à 9 tours et note un chiffre. Le nœud le plus bas code les unités, puis les dizaines, etc.

C'est comme une sorte d'abaque. Remarquez qu'il n'y a pas besoin de notation pour le zéro, qui est simplement une absence de nœud dans une certaine position sur la ficelle.

### Quipu



$$\begin{aligned} A &= 38 & B &= 273 & C &= 258 & D &= 89 \\ E &= A + B + C + D & & & & & & = 658 \end{aligned}$$

## 15 Administrador depensero

L'usage des quipus a survécu à la conquête espagnole. Voici un administrateur du nouveau royaume du Peru, du temps de Poma. De la main droite il tient un quipu, de la gauche un livre, preuve qu'il domine et utilise, les deux moyens de garder trace des comptes.

### Administrador depensero

Poma de Ayala, Primer nueva corónica (1615)



## 16 Astrologo andino

Il n'y a pas que les administrateurs qui ont continué à utiliser les quipus. Voici l'astrologue andin, dont la fonction, cruciale, est de calculer en fonction des astres, les dates les plus favorables pour semer, puis pour récolter.

### Astrologo andino

Poma de Ayala, Primer nueva corónica (1615)



## 17 Contador mayor

Évidemment, celui qui a le quipu le plus long est le comptable en chef, qui est aussi trésorier.

Regardez en bas à gauche, on voit une table rectangulaire de cinq lignes et quatre colonnes, avec des jetons blancs et noirs : cinq dans la première colonne, puis 3 puis 2 puis 1.

Les quipus étaient un moyen sûr et fiable de garder trace de nombres. Mais pour faire rapidement des additions, pour fabriquer les comptes à stocker dans un quipu, il fallait plus rapide que des nœuds. Les Indiens utilisaient deux sortes de cailloux ou de graines, mais on ne sait pas vraiment comment ils calculaient.

### Contador mayor

Poma de Ayala, Primer nueva corónica (1615)



## 18 Yupana

Les abaqués indiens s'appelaient des yupanas, mais ils n'étaient pas divisés en colonnes comme en Europe et en Asie. C'était plutôt un agencement de godets dans lequel on mettait des cailloux ou des graines. Il se peut que les différents étages aient correspondu aux puissances de dix, mais on n'en est même pas sûr.

### Yupana





## 23 Comentarios Reales (1609)

Ses « Commentaires royaux » paraissent en 1609. Ils sont beaucoup plus précis que la chronique de Cieza de León, et même que le compte-rendu de Poma de Ayala.

## 24 sin cifras de guarismos

« À certaines périodes, les juges percepteurs, et les comptables ou écrivains qui tenaient les nœuds et les comptes des impôts, se réunissaient dans la ville principale de chaque province. Devant le cacique et le gouverneur inca, ils faisaient les comptes et les répartitions avec les nœuds de leurs fils et avec de petits cailloux.

Ces comptes étaient tellement précis et véritables que je ne sais à qui attribuer le plus de louanges, soit aux comptables qui sans chiffres d’algorithme, faisaient les comptes et partages précis de choses si détaillées, ou au gouverneur et aux ministres royaux, qui comprenaient à la fois les comptes et les justifications qui leur en étaient données. »

## 25 contar por el número de centena de millas

« Les nœuds se plaçaient par ordre d’unité, dizaine, centaine, millier, dizaine de milliers, rarement au delà de la centaine de milliers.

De plus, s’il était arrivé qu’il faille compter en centaines de milliers, ils l’auraient fait ; car dans leur langue, ils peuvent donner tous les nombres qu’il y a dans l’algorithme. »

L’algorithme, « el guarismo » en espagnol, désigne à l’époque la numération arabe. L’Inca Garcilaso est bien conscient de la généralité du procédé. Mais il sait aussi qu’il y a beaucoup plus dans l’usage des quipus que la simple tenue des livres de comptes.

## 26 por el color del hilo y por el número de los nudos

« Par la couleur du fil et le nombre de nœuds, ils déduisaient la loi qui interdisait tel ou tel délit, et la peine à donner au contrevenant. Ils disaient les sacrifices et les cérémonies que, dans telles et telles fêtes, on faisait au dieu Soleil. Ils déclaraient les lois qui protégeaient les veuves, les pauvres et les étrangers. Ainsi ils rendaient compte de toutes choses, gardées en mémoire par la tradition. De sorte que chaque fil et chaque nœud leur remémorait ce qu’il contenait. »

Eh oui ! pour les Incas qui ne possédaient pas d’écriture, apparemment du moins, les quipus contenaient un code mémoriel qui permettait de garder trace de bien autre chose que des nombres. Comment fonctionnait ce code ? on l’ignorera toujours.

### Comentarios Reales (1609)

Inca Garcilaso de la Vega (1539–1616)



### sin cifras de guarismos

Inca Garcilaso, Comentarios Reales

A cierto tiempo señalado se juntaban en el pueblo principal de cada provincia los jueces cobradores y los contadores o escribanos que tenían los nudos y cuentas de los tributos y delante del curaca y del gobernador Inca hacían las cuentas y particiones por los nudos de sus hilos y con piedrezuelas, [...] y las sacaban tan ajustadas y verdaderas, que en esta parte yo no sé a quién se pueda atribuir mayor alabanza, si a los contadores, que, sin cifras de guarismos, hacían sus cuentas y particiones ajustadas de cosas tan menudas, cosa que nuestros aritméticos suelen hacer con mucha dificultad, o al gobernador y ministros regios, que con tanta facilidad entendían la cuenta y razón que de todas ellas les daban.

### contar por el número de centena de millas

Inca Garcilaso, Comentarios Reales

Los nudos se daban por su orden de unidad, decena, centena, millar, decena de millar, y pocas veces o nunca pasaban a la centena de millar; [...]

Mas si se ofreciera haber de contar por el número de centena de millar, también lo contarán; porque en su lenguaje pueden dar todos los números del guarismo, como él lo tiene [...].

### por el color del hilo y por el número de los nudos

Inca Garcilaso, Comentarios Reales

[...] por el color del hilo y por el número de los nudos, sacaban la ley que prohibía tal o tal delito y la pena que se daba al quebrantador de ella. Decían el sacrificio y ceremonia que en tales y tales fiestas se hacían al Sol. Declaraban la ordenanza y fuero que hablaba en favor de las viudas o de los pobres o pasajeros; y así daban cuenta de todas demás cosas, tornadas de memoria por tradición. De manera que cada hilo y nudo les traía a la memoria lo que en sí contenía [...]

## 27 Civilisation Maya

Au moins pour les Incas, on avait des témoins oculaires, des gens qui ont vu fonctionner le recueil de comptes. Pour les Mayas, c'est beaucoup plus difficile. On sait très peu de choses sur cette civilisation, qui a pourtant fleuri pendant douze siècles dans la péninsule du Yucatan, au Mexique. Pourquoi les villes se sont-elles tout à coup dépeuplées au neuvième siècle? On l'ignore. Il nous en est resté des monuments impressionnants, avec de nombreuses inscriptions qui n'ont été déchiffrées que récemment.

### Civilisation Maya

III<sup>e</sup> siècle av. J.C. – IX<sup>e</sup> siècle ap. J.C.



## 28 Codex de Dresde (XIII<sup>e</sup> siècle)

Il en est resté aussi quelques codex, comme celui-ci. Trois seulement ont une authenticité incontestée. Ce sont des livres en forme de dépliants, peints sur de l'écorce. Vu le support, ceux qui ont été conservés ne peuvent être que relativement récents. Ils portent encore le témoignage d'une culture que les occupants espagnols ont tout fait pour éradiquer.

### Codex de Dresde (XIII<sup>e</sup> siècle)



## 29 Codex de Dresde (XIII<sup>e</sup> siècle)

Voici six pages du codex de Dresde, qui en comporte en tout 78. Sa longueur totale est de 3 mètres 56. Il a joué un rôle clé dans le déchiffrement de l'écriture maya, qui a été une aventure intellectuelle splendide au vingtième siècle.

À plusieurs endroits dans ces pages, vous voyez des traits surmontés de plusieurs points, en rouge ou en noir. Il n'y a jamais plus de trois traits superposés, jamais plus de quatre points alignés. Ce sont des nombres.

### Codex de Dresde (XIII<sup>e</sup> siècle)



## 30 Nombres Mayas

Les points sont des unités, les traits valent cinq. La numération est en base vingt. Ce qui est tout à fait remarquable, c'est que les Mayas avaient un zéro, qui est noté comme une sorte de fuseau, ou plutôt une coquille. Ils en avaient même deux, parce qu'ils distinguaient le zéro ordinal (le zéro-ième avant le premier) du zéro cardinal (aucune unité).

### Nombres Mayas

0	1	2	3	4
	•	••	•••	••••
5	6	7	8	9
—	•	••	•••	••••
10	11	12	13	14
—	•	••	•••	••••
15	16	17	18	19
—	—	•	••	•••
20	21	22	23	24
—	•	••	•••	••••

©www.mesolab.org

## 31 Codex de Dresde (XIII<sup>e</sup> siècle)

Voici un petit détail de la page 58 dans le codex de Dresde. Vous lisez 24 en haut à gauche, puis 25, 25 à nouveau, puis 26. Sur la deuxième ligne, le premier nombre est 9, le second est zéro.

Fort bien, les Mayas avaient donc une numération de position en base 20, et ils avaient même inventé le zéro pour noter les positions vides. D'ailleurs ils mettaient des zéros en position finale, ce que ni les Babyloniens, ni les Grecs ne faisaient.

Sauf que c'est loin d'être aussi simple. La première fonction de la numération Maya était le décompte du temps : la tenue du calendrier. Or une année ne contient pas 400 jours, mais 365 et un peu plus. Les Mayas, comme beaucoup de peuples arrondissaient à 360.

## 32 les grands nombres mayas

Une année valait donc 18 fois 20 jours, ce qui n'empêchait pas de la noter 1 suivi de deux zéros. Au-delà de l'année les puissances suivantes étaient bien en base vingt.

Il est important de ne pas perdre le fil, parce que les Mayas donnaient toutes leurs dates à partir de la naissance du monde. Pour la petite histoire, comme pour la grande, la naissance du monde Maya a eu lieu le 11 août 3115 avant Jésus-Christ. Une date typique, comme 1 million 101 mille 611 jours après la naissance du monde, s'écrit donc 7 bak'tun 13 k'atun 0 tun 0 uinal 11 k'in.

Bon ok, leur système en base 20 a une bizarrerie au niveau de la puissance deux, mais on le leur pardonne, parce qu'ils ont inventé le zéro. Globalement, c'est plutôt simple. Euh, en apparence seulement.

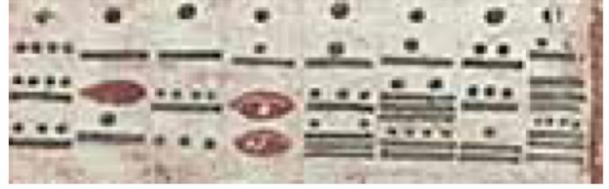
## 33 Les zéros en coquille

Pour une notation mathématique, on trouve sympa qu'il y ait bijection : un signe et un seul pour une notion et une seule.

Dans le seul codex de Dresde, on trouve pas moins de 30 zéros différents. Bah un peu de fantaisie dans le dessin, ça ne nuit pas. Et puis la forme reste à peu près la même.

Oui, mais ça c'est pour le codex de Dresde, qui est relativement récent. Les bas-reliefs sculptés plus anciens sont d'une toute autre complexité.

Codex de Dresde (XIII<sup>e</sup> siècle)  
détail page 58

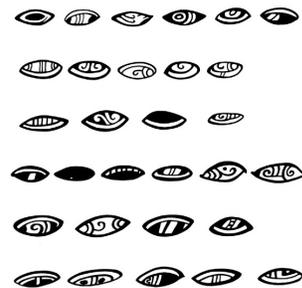


les grands nombres mayas  
compte long des jours

k'in = 1 jour  
winal = 20 jours  
tun = 18 × 20 = 360  
k'atun = 20 tun = 7200  
bak'tun = 20<sup>2</sup> tun = 144 000  
⋮  
alautun = 20<sup>6</sup> tun = 203 040 000 000

1 101 611 = 7 bak'tun 13 k'atun 0 tun 0 uinal 11 k'in

Les zéros en coquille  
Codex de Dresde (XIII<sup>e</sup> siècle)

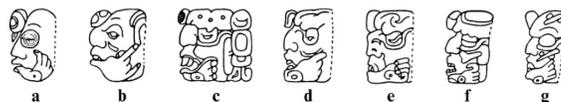


## 34 zéros tête

On y trouve des zéros en forme de tête. Remarquez que ces têtes ont toutes une main au niveau de la mâchoire inférieure.

### zéros tête

A. Blume, Maya concepts of zero (2011)

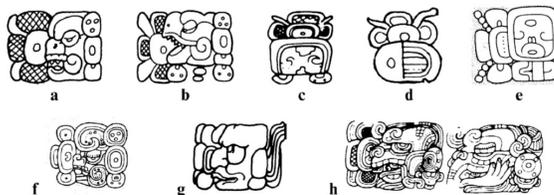


## 35 zéros tête et trèfle

Il y a aussi des têtes sans main sur la mâchoire, mais avec un trèfle à côté.

### zéros tête et trèfle

A. Blume, Maya concepts of zero (2011)



## 36 zéros coquille en main

Et puis des mains qui tiennent non pas une mâchoire, mais une coquille. Et encore ce ne sont que les glyphes les plus simples.

### zéros coquille en main

A. Blume, Maya concepts of zero (2011)



## 37 Stèle D de Quirigua (766)

La stèle D de Quirigua est une sorte d'obélisque de plusieurs mètres de haut. L'une de ses faces donne la date : 9 baktun, 16 katun, 15 tun, 0 winal, 0 kin, soit l'année 766. La représentation des deux derniers zéros est autrement plus compliquée que ceux qui précèdent.

### Stèle de Quirigua (766)

A. Blume, Maya concepts of zero (2011)

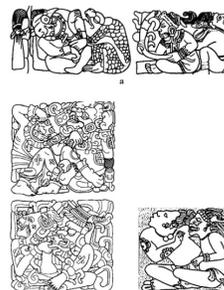


## 38 zéros incarnés

Ce sont les deux glyphes en bas à gauche. D'autres, entièrement différents et tout aussi compliqués, traduisent le même concept.

### zéros incarnés

A. Blume, *Maya concepts of zero* (2011)



## 39 le dieu du zéro

Ce concept va au-delà du simple zéro numérique pour entrer dans le domaine religieux. Les nombres chez les Mayas sont intimement liés à leur panthéon. Le nom de cinq de leurs dieux commence par le chiffre 5. Le chiffre 5 traduit l'excès et ces cinq dieux personnifient les débordements, les vices de toutes sortes et les pires excès.

Comparés aux dieux du cinq, le dieu du zéro est relativement sage. Le voici en buste. Regardez sa machoire inférieure : une main est représentée dessus.

### le dieu du zéro

Cleveland Museum of Arts



## 40 quelques dieux Mayas

Si on commence à rentrer dans le panthéon maya, on n'est pas sorti. Ceci est une page du codex Borgia. Chaque vignette représente un dieu.

### quelques dieux Mayas

Codex Borgia, p. 10



## 41 le dieu Xolotl

Sur cette même page en haut à gauche, voici le dieu Xolotl. Il a une tête d'animal. Il tient dans ses mains deux crânes sans machoires inférieures. Lui aussi a une main représentée sur sa machoire inférieure. Son œil droit pend hors de son orbite. Quant à la marmite représentée au-dessus de sa tête, le contenu ne laisse aucun doute sur la nature du sacrifice pour lequel elle a été utilisée. Xolotl est entre autres, le dieu de la mort sacrificielle. Bon, c'est aussi le dieu du jeu de balle divin. Quant au dessin rouge et vert formé de deux V entrecroisés devant le dieu, c'est le symbole du cinquième Soleil.

Des spécialistes vous expliqueront que le dieu du zéro est lui aussi, comme Xolotl, associé à la mort sacrificielle et au jeu de balle. Je vous épargne les détails sordides de la main sur la machoire inférieure, parce que je n'ai pas tout compris.

### le dieu Xolotl

Codex Borgia



Euh... vous trouvez qu'avec la mort sacrificielle et le jeu de balle associés au dieu du zéro, nous nous sommes quelque peu éloignés des mathématiques et de la rationalité ?

Vous avez peut-être raison, il faudrait qu'on en discute. Ce serait sympa de faire ça à Valladolid, qu'est-ce que vous en dites ?

### références

- A. Blume (2011) Maya concepts of zero, *Proc. Amer. Philosophical Soc.*, 155(1), 51–88
- J.-C. Dehalle, A. Luykx (1996) Les compagnons de l'enfer. Xolotl et le dieu du zéro, *Revue de l'histoire des religions*, 213(3), 301–319
- C. B. Loza (1998) Juger les chiffres, statut des nombres et pratiques de comptage dans les dénombremets andins 1542–1560, *Histoire et Mesure*, 13(1-2), 13–37
- E. Nordenskiöld (1926) Le calcul des années et des mois dans les quipus péruviens, *J. Société des Américanistes*, 18, 51–65
- C. Radicati di Primeglio (1979) *El sistema contable de los Incas : yupana y quipu*, Lima : Libreria Studium