

0 Le nombre nuptial

La meilleure caractérisation de la tradition philosophique européenne, serait qu'elle consiste en une suite de notes de bas de page dans l'œuvre de Platon. C'est un philosophe européen qui l'a dit, alors...

Mais dans l'histoire des mathématiques, quelle est la place de Platon ?

histoires d'arithmétique

Le nombre nuptial

une devinette de Platon



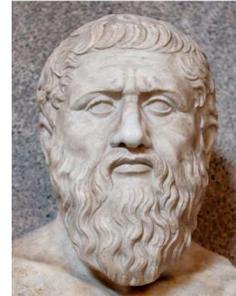
hist-math.fr

Bernard YCART

1 Platon (ca 428–348 av. J.-C.)

Ils nous en reste les solides platoniciens qui sont les cinq polyèdres réguliers de dimension 3, mais Platon ne les a pas découverts.

Platon (ca 428–348 av. J.-C.)



2 l'Académie de Platon

Il a fondé une académie, qui a formé entre autres Aristote, ce qui n'est pas rien.

l'Académie de Platon

Platon (ca 428–348 av. J.-C.)



3 Socrate et Platon (ca 400 av. J.-C.)

Avant cela il avait été l'élève de Socrate. On voit ici Platon se dresser sur la pointe des pieds pour lire par-dessus l'épaule de Socrate qui écrit. C'est une représentation du Moyen-Âge. En fait, Socrate n'a laissé aucun écrit.

On n'a la trace de sa pensée que par ce qu'en ont dit ses successeurs, dont justement Platon. Et d'ailleurs on ne sait pas trop bien si, dans les dialogues de Platon où Socrate intervient à la première personne, c'est bien lui qui parle, ou bien Platon qui lui fait dire ce qu'il veut.

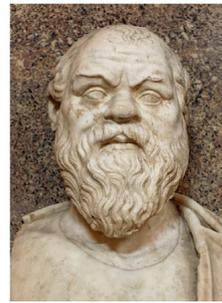
Socrate et Platon (ca 400 av. J.-C.)



4 Socrate (ca 470–399 av. J.-C.)

D'après plusieurs témoignages, Socrate était particulièrement laid, mais là non plus, rien n'est prouvé.

Socrate (ca 470–399 av. J.-C.)



5 mort de Socrate (399 av. J.-C.)

Au fond tout ce dont on soit à peu près sûr, c'est qu'il a été condamné à mort pour avoir corrompu la jeunesse athénienne, et qu'il a bu la ciguë.

Sur son rôle dans l'histoire des sciences, Aristote est formel.

mort de Socrate (399 av. J.-C.)
Jacques-Louis David (1748–1825)



6 le point de départ de la science

« Aussi, est-ce à juste titre qu'on peut attribuer à Socrate la découverte de ces deux principes : l'induction et la définition générale; ces deux principes sont le point de départ de la science. »

Quant à Platon, son rôle en tant que propagandiste est encore plus important. Proclus est considéré comme un des derniers philosophes néoplatoniciens. Il vivait quelque huit siècles après Platon. Voici ce qu'il en dit.

le point de départ de la science
Aristote, Métaphysique (ca. 320 av. J.-C.)

Aussi, est-ce à juste titre qu'on peut attribuer à Socrate la découverte de ces deux principes : l'induction et la définition générale; ces deux principes sont le point de départ de la science.

7 Commentaires sur le premier livre des Éléments d'Euclide

« Platon fit prendre aux mathématiques en général, à la géométrie en particulier, un essor immense, grâce au zèle qu'il déploya pour elles, et dont témoignent assez ses écrits tout remplis de discours mathématiques, et qui, à chaque instant, éveillent l'ardeur pour ces sciences chez ceux qui s'adonnent à la philosophie. »

Nous allons voir un de ces écrits, mais avant je voudrais vous montrer ce que pouvait être une formation classique il y a quelques siècles.

Commentaires sur le premier livre des Éléments d'Euclide

Proclus (412-485)

Platon fit prendre aux **Mathématiques** en général, à la **Géométrie** en particulier, un **essor immense**, grâce au zèle qu'il déploya pour elles, et dont témoignent assez ses écrits tout remplis de discours mathématiques, et qui, à chaque instant, éveillent l'ardeur pour ces sciences chez ceux qui s'adonnent à la philosophie.

8 Œuvres de Platon (1534)

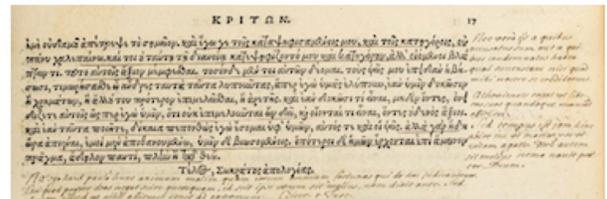
Ceci est une page extraite d'un exemplaire des œuvres complètes de Platon, dans une édition de 1534. Le livre contient plus de 1200 pages, et il est entièrement écrit en grec. Les pages de cet exemplaire sont annotées comme vous le voyez, avec des lignes soulignées et des remarques dans la marge. Certaines de ces remarques sont en français, mais la plupart sont en latin.

Eh bien, celui qui a lu si attentivement Platon dans le texte, et l'a commenté en latin, n'est autre que Jean Racine, l'auteur d'Andromaque.

J'vous jure, on trouve de ces trucs sur Gallica tout de même !

Œuvres de Platon (1534)

Annotations de Jean Racine (1639-1688)



9 La République (ca. 380 av. J.-C.)

Bref, comme nous ne sommes pas capables de lire Platon dans le texte, nous allons avoir recours à une traduction. Ceci est la page de titre de la première traduction française de la République, en l'an 1600.

Il y en a eu bien d'autres depuis. La République est l'ouvrage le plus important de Platon. Il a été épluché très minutieusement par les lettrés du dix-neuvième siècle. C'est leurs traductions que vous allez entendre.

Au début du livre sept de la République, se trouve la célèbre allégorie de la caverne.

La République (ca. 380 av. J.-C.)

Platon (ca. 428-348 av. J.-C.)



10 une demeure souterraine en forme de caverne

« Figure-toi des hommes dans une demeure souterraine, en forme de caverne, ayant sur toute sa largeur une entrée ouverte à la lumière ; ces hommes sont là depuis leur enfance, les jambes et le cou enchaînés, de sorte qu'ils ne peuvent bouger ni voir ailleurs que devant eux, la chaîne les empêchant de tourner la tête ; la lumière leur vient d'un feu allumé sur une hauteur, au loin derrière eux ; entre le feu et les prisonniers passe une route élevée : imagine que le long de cette route est construit un petit mur, pareil aux cloisons que les montreurs de marionnettes dressent devant eux, et au-dessus desquelles ils font voir leurs merveilles. »

une demeure souterraine en forme de caverne

Platon, la République, Livre VII (ca. 380 av. J.-C.)

Figure-toi des hommes dans une demeure souterraine, en forme de caverne, ayant sur toute sa largeur une entrée ouverte à la lumière ; ces hommes sont là depuis leur enfance, les jambes et le cou enchaînés, de sorte qu'ils ne peuvent bouger ni voir ailleurs que devant eux, la chaîne les empêchant de tourner la tête ; **la lumière leur vient d'un feu allumé sur une hauteur**, au loin derrière eux ; entre le feu et les prisonniers passe une route élevée : imagine que le long de cette route est construit un petit mur, pareil aux cloisons que les montreurs de marionnettes dressent devant eux, et au-dessus desquelles ils font voir leurs merveilles.

11 la caverne de Platon (ca. 1530)

Et pour sortir de cette caverne, pour cesser de prendre les ombres chinoises des marionettes pour la réalité, il faut monter vers la lumière.

Mais comment éduquer les futurs dirigeants de la République, pour leur apprendre à monter vers la lumière ?

la caverne de Platon (ca. 1530)

Michiel Coxie (1499–1592)



12 comment on les fera monter vers la lumière

« Veux-tu donc que nous examinions maintenant de quelle manière se formeront des hommes de ce caractère, et comment on les fera monter vers la lumière, comme certains sont montés, dit-on, de l'Hadès au séjour des Dieux ? »

comment on les fera monter vers la lumière

Platon, la République, Livre VII (ca. 380 av. J.-C.)

Veux-tu donc que nous examinions maintenant de quelle manière se formeront des hommes de ce caractère, et comment on les fera monter vers la lumière, comme certains sont montés, dit-on, de l'Hadès au séjour des Dieux ?

13 l'arithmétique

« La logistique et l'arithmétique portent tout entières sur le nombre ? Certainement. Ce sont par conséquent des sciences propres à conduire à la vérité. [...] Il conviendrait donc, Glaucon, de prescrire cette étude par une loi, et de persuader à ceux qui doivent remplir les plus hautes fonctions publiques de se livrer à la science du calcul, non pas superficiellement, mais jusqu'à ce qu'ils arrivent, par la pure intelligence, à connaître la nature des nombres ; et de cultiver cette science non pas pour la faire servir aux ventes et aux achats, comme les négociants et les marchands, mais pour l'appliquer à la guerre, et pour faciliter la conversion de l'âme du monde de la génération vers la vérité et l'essence. »

Les Grecs distinguaient le calcul appliqué, qu'ils appelaient logistique, de l'arithmétique, à savoir la théorie des nombres. Clairement, c'est sur l'arithmétique que Platon compte pour faciliter la conversion de l'âme du monde. Et à part l'arithmétique ?

l'arithmétique

Platon, la République, Livre VII (ca. 380 av. J.-C.)

Or la logistique et l'arithmétique portent tout entières sur le nombre ? Certainement. Ce sont par conséquent des sciences propres à conduire à la vérité. [...] Il conviendrait donc, Glaucon, de prescrire cette étude par une loi, et de persuader à ceux qui doivent remplir les plus hautes fonctions publiques de se livrer à la science du calcul, non pas superficiellement, mais jusqu'à ce qu'ils arrivent, par la pure intelligence, à connaître la nature des nombres ; et de cultiver cette science non pas pour la faire servir aux ventes et aux achats, comme les négociants et les marchands, mais pour l'appliquer à la guerre, et pour faciliter la conversion de l'âme du monde de la génération vers la vérité et l'essence.

14 la géométrie

« Nous savons qu'il y a une différence du tout au tout entre celui qui est versé dans la géométrie et celui qui ne l'est pas. Oui par Zeus, du tout au tout. Voilà donc la seconde science que nous prescrirons aux jeunes gens. »

Ok : arithmétique, géométrie, et ensuite ?

15 l'astronomie

« Et maintenant l'astronomie sera-t-elle la troisième science ? Que t'en semble ? C'est mon avis. »

16 la musique

« Il me semble, répondis-je que comme les yeux ont été formés pour l'astronomie, les oreilles l'ont été pour le mouvement harmonique, et que ces sciences sont sœurs, comme l'affirment les Pythagoriciens et comme nous, Glaucon, nous l'admettons, n'est-ce pas ? »

17 le Quadrivium

Et voilà lancée pour les siècles à venir la liste des sciences mathématiques : arithmétique, géométrie, astronomie, musique. Ensemble elles forment ce qu'on appellera à partir du cinquième siècle le quadrivium, ou carrefour des quatre voies. L'enseignement des mathématiques en Occident a comporté ces quatre parties pendant une bonne dizaine de siècles, jusqu'à la Renaissance.

la géométrie

Platon, la République, Livre VII (ca. 380 av. J.-C.)

Nous savons qu'il y a une différence du tout au tout entre celui qui est versé dans la géométrie et celui qui ne l'est pas. Oui par Zeus, du tout au tout. Voilà donc la seconde science que nous prescrirons aux jeunes gens.

l'astronomie

Platon, la République, Livre VII (ca. 380 av. J.-C.)

Et maintenant l'astronomie sera-t-elle la troisième science ? Que t'en semble ? C'est mon avis.

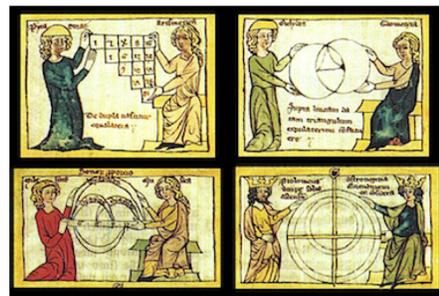
la musique

Platon, la République, Livre VII (ca. 380 av. J.-C.)

Il me semble, répondis-je que comme les yeux ont été formés pour l'astronomie, les oreilles l'ont été pour le mouvement harmonique, et que ces sciences sont sœurs, comme l'affirment les Pythagoriciens et comme nous, Glaucon, nous l'admettons, n'est-ce pas ?

le Quadrivium

Arithmétique, Géométrie, Astronomie, Musique



18 les sept arts libéraux

Le socle de l'enseignement scolastique comprend les sept arts libéraux, c'est-à-dire le trivium, suivi du quadrivium. Le trivium, c'est la grammaire, la rhétorique, et la dialectique. Sur cette illustration du douzième siècle, les sept arts libéraux entourent la philosophie, au centre.

les sept arts libéraux
Hortus Deliciarum (ca. 1180)



19 les sept arts libéraux (ca. 1450)

Ceci est une illustration de la Renaissance, période où ce mode d'enseignement va commencer à être remis en cause. Remarquez que dans le trivium, la dialectique s'appelle logique. Mais surtout la science qui trône au centre est non pas l'astronomie, mais l'astrologie.

Mais pour l'instant, nous sommes encore dix-huit siècles avant la Renaissance.

les sept arts libéraux (ca. 1450)
Francesco Pesellino (ca. 1422-1457)



20 elle élève la partie la plus noble de l'âme

« voilà précisément les effets de l'étude des sciences que nous venons de parcourir : elle élève la partie la plus noble de l'âme jusqu'à la contemplation du plus excellent de tous les êtres, comme tout à l'heure nous venons de voir le plus perçant des organes du corps s'élever à la contemplation de ce qu'il y a de plus lumineux dans le monde matériel et visible. »

Fort bien. L'étude des mathématiques est donc indispensable. Mais pour qui, et comment ?

elle élève la partie la plus noble de l'âme
Platon, la République, Livre VII (ca. 380 av. J.-C.)

voilà précisément les effets de l'étude des sciences que nous venons de parcourir : elle élève la partie la plus noble de l'âme jusqu'à la contemplation du plus excellent de tous les êtres, comme tout à l'heure nous venons de voir le plus perçant des organes du corps s'élever à la contemplation de ce qu'il y a de plus lumineux dans le monde matériel et visible.

21 enseignées à nos élèves dès l'enfance

« L'arithmétique, la géométrie, et toutes les sciences qui doivent servir de préparation à la dialectique, seront donc enseignées à nos élèves dès l'enfance, mais cet enseignement sera donné sous une forme exempte de contrainte.

Pourquoi donc ?

Parce que l'homme libre ne doit rien apprendre en esclave ; en effet, que les exercices corporels soient pratiqués par contrainte, le corps ne s'en trouve pas plus mal, mais les leçons qu'on fait entrer de force dans l'âme n'y demeurent point.

C'est vrai.

Ainsi donc, excellent homme, n'use pas de violence dans l'éducation des enfants, mais fais en sorte qu'ils s'instruisent en jouant : tu pourras par là mieux discerner les dispositions naturelles de chacun. »

Oh que c'est gentil tout ça ! Mmhh bon, d'accord. Platon est un peu utopiste, mais sincèrement convaincu. Mais quelle sorte de mathématique lui-même pratique-t-il ?

Histoire de vous préparer au pire, voici le genre d'énigme qu'on trouve dans les textes de Platon. Celle-ci est extraite de l'Epinomis, qui est un dialogue postérieur à la République.

22 en guise d'échauffement...

« Parmi les nombres compris entre six et douze se trouvent deux nombres formés par l'addition du tiers et de la moitié de six à lui-même. Le chœur des muses a fait présent aux hommes de ces deux raisons qui, se trouvant au milieu, ont le même rapport aux deux extrêmes, pour être le fondement de l'accord et de la symétrie, pour les diriger dans la mesure et l'harmonie de leurs danses et de leurs chants. »

Bon, celle-ci est facile : ajouter à six son tiers, ça donne 8, lui ajouter sa moitié, ça donne 9 ; 8 et 9 sont les moyennes de 6 et 12, l'une harmonique, l'autre arithmétique. Mais qu'est-ce que c'est que cette histoire de chœur des muses ? Eh bien la progression 6, 8, 9, 12 est la base de la gamme musicale pythagoricienne. Ramenée à une fréquence tonique de 1, c'est-à-dire en divisant par 6, $8/6$ ou bien $4/3$ est la quarte, $9/6$ ou bien $3/2$ est la quinte, et $12/6$ ou 2 est l'octave. Voilà ce qui dirige les hommes dans la mesure et l'harmonie de leurs danses et de leurs chants.

En disant cela, Platon ne se montre pas novateur : ce qu'il dit fait partie des bases. C'est le fondement de l'héritage pythagoricien.

Bon maintenant que vous êtes dans l'ambiance,...

enseignées à nos élèves dès l'enfance

Platon, la République, Livre VII (ca. 380 av. J.-C.)

L'arithmétique, la géométrie, et toutes les sciences qui doivent servir de préparation à la dialectique, seront donc enseignées à nos élèves dès l'enfance, mais cet enseignement sera donné sous une forme exempte de contrainte.

Pourquoi donc ?

Parce que l'homme libre ne doit rien apprendre en esclave ; en effet, que les exercices corporels soient pratiqués par contrainte, le corps ne s'en trouve pas plus mal, mais les leçons qu'on fait entrer de force dans l'âme n'y demeurent point.

C'est vrai.

Ainsi donc, excellent homme, n'use pas de violence dans l'éducation des enfants, mais fais en sorte qu'ils s'instruisent en jouant : tu pourras par là mieux discerner les dispositions naturelles de chacun.

en guise d'échauffement...

Platon, Epinomis (ca. 380 av. J.-C.)

Parmi les nombres compris entre six et douze se trouvent deux nombres formés par l'addition du tiers et de la moitié de six à lui-même. Le chœur des muses a fait présent aux hommes de ces deux raisons qui, se trouvant au milieu, ont le même rapport aux deux extrêmes, pour être le fondement de l'accord et de la symétrie, pour les diriger dans la mesure et l'harmonie de leurs danses et de leurs chants.

23 une période qu’embrasse un nombre parfait

« Pour les générations divines il y a une période qu’embrasse un nombre parfait ; pour celles des hommes, au contraire, c’est le premier nombre dans lequel les produits des racines par les carrés – comprenant trois distances et quatre limites – des éléments qui font le semblable et le dissemblable, le croissant et le décroissant, établissent entre toutes choses des rapports rationnels. »

Et ce n’est pas fini :

une période qu’embrasse un nombre parfait

Platon, République, Livre VIII (ca. 380 av. J.-C.)

Pour les générations divines il y a une période qu’embrasse un nombre parfait ; pour celles des hommes, au contraire, c’est le premier nombre dans lequel les produits des racines par les carrés – comprenant trois distances et quatre limites – des éléments qui font le semblable et le dissemblable, le croissant et le décroissant, établissent entre toutes choses des rapports rationnels.

24 multiplié trois fois donne deux harmonies

« Le fond épitrite de ces éléments, accouplé au nombre cinq, et multiplié trois fois donne deux harmonies : l’une exprimée par un carré dont le côté est multiple de cent, l’autre par un rectangle construit d’une part sur cent carrés des diagonales rationnelles de cinq, diminués chacun d’une unité, ou des diagonales irrationnelles, diminués de deux unités, et, d’autre part, sur cent cubes de trois. »

Voilà, voilà : à partir de toutes ces indications, nous sommes censés avoir compris quel est le nombre dont parle Platon.

Et nous avons tout intérêt à avoir compris !

multiplié trois fois donne deux harmonies

Platon, République, Livre VIII (ca. 380 av. J.-C.)

Le fond épitrite de ces éléments, accouplé au nombre cinq, et multiplié trois fois donne deux harmonies : l’une exprimée par un carré dont le côté est multiple de cent, l’autre par un rectangle construit d’une part sur cent carrés des diagonales rationnelles de cinq, diminués chacun d’une unité, ou des diagonales irrationnelles, diminués de deux unités, et, d’autre part, sur cent cubes de trois.

25 il commande aux bonnes et aux mauvaises naissances

« C’est ce nombre géométrique tout entier qui commande aux bonnes et aux mauvaises naissances, et quand vos gardiens, ne le connaissant pas, uniront jeunes filles et jeunes gens à contretemps, les enfants qui naîtront de ces mariages ne seront favorisés ni de la nature, ni de la fortune. »

Allons bon, rendez vous compte ! Sans connaître ce nombre, on ne peut faire que de mauvais mariages. C’est d’ailleurs pour cela qu’on l’appelle le « nombre nuptial ». On a intérêt à résoudre l’énigme vite fait.

Mais au fait est-ce que Platon ne se serait pas simplement moqué de nous ? Y a-t-il vraiment un nombre à tirer de tout ce fatras de rapports, d’harmoniques et de diagonales rationnelles ?

Eh bien il semblerait que oui. Parce que Aristote, qui avait été son élève, même s’il critique la position philosophique de Platon, ne semble pas douter une seconde de son nombre. En parlant de Socrate, il dit :

il commande aux bonnes et aux mauvaises naissances

Platon, République, Livre VIII (ca. 380 av. J.-C.)

C’est ce nombre géométrique tout entier qui commande aux bonnes et aux mauvaises naissances, et quand vos gardiens, ne le connaissant pas, uniront jeunes filles et jeunes gens à contretemps, les enfants qui naîtront de ces mariages ne seront favorisés ni de la nature, ni de la fortune.

26 rien ici bas ne peut subsister éternellement

« À son avis, les révolutions viennent de ce que rien ici-bas ne peut subsister éternellement, et que tout doit changer dans un certain laps de temps ; et il ajoute que « ces perturbations dont la racine augmentée d'un tiers plus cinq donne deux harmonies, ne commencent que lorsque le nombre a été géométriquement élevé au cube, attendu que la nature crée alors des êtres vicieux et radicalement incorrigibles ». Cette dernière partie de son raisonnement n'est peut-être pas fausse. »

Alors soit Aristote lui-aussi est en train de se moquer de nous, soit une référence au vocabulaire arithmétique s'est perdue en route après Aristote. Parce que quelques siècles plus tard, plus personne n'était capable de retrouver le nombre de Platon. Et ce n'est pas faute d'avoir essayé. Il y a eu deux périodes où l'étude des auteurs grecs en général et de Platon en particulier, a été intense : la Renaissance, et la seconde moitié du dix-neuvième. Et dans ces deux périodes, on ne compte plus les mémoires, et même les livres qui ont été produits sur le nombre nuptial de Platon.

27 triangles de Pythagore

Tout le monde est à peu près d'accord sur une chose, une des progressions dont il est question au moins, est un triangle de Pythagore, à savoir un triangle rectangle, dont les côtés sont proportionnels à 3, 4, et 5. Mais il y en a plusieurs possibles, comme le résume cette figure.

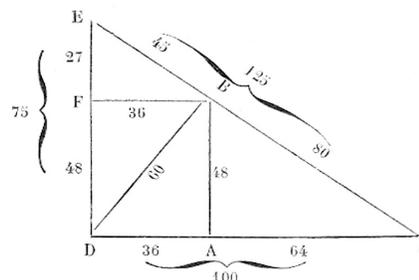
rien ici bas ne peut subsister éternellement

Aristote, Politique, Livre VIII, Chapitre X (ca. 320 av. J.-C.)

À son avis, les révolutions viennent de ce que rien ici-bas ne peut subsister éternellement, et que tout doit changer dans un certain laps de temps ; et il ajoute que « ces perturbations dont la racine augmentée d'un tiers plus cinq donne deux harmonies, ne commencent que lorsque le nombre a été géométriquement élevé au cube, attendu que la nature crée alors des êtres vicieux et radicalement incorrigibles ». Cette dernière partie de son raisonnement n'est peut-être pas fausse.

triangles de Pythagore

P. Tannery (1903)



28 2700 ? 4800 ?

Dès le cinquième siècle Proclus, dont nous avons parlé tout à l'heure, y était allé de son interprétation, sans aboutir à un raisonnement convainquant. Mais tout de même, il était arrivé à la conclusion que 2700 et 4800 étaient forcément impliqués dans les deux harmonies dont parlait Platon.

Cette conclusion a été adoptée par beaucoup, et un des nombres le plus souvent proposé est le produit des deux, à savoir 12 960 000. Ce nombre a des tas de qualités pour un Pythagoricien. Il contient bien le triangle 3,4,5, ou plutôt leur produit, et c'est même la puissance quatrième de ce produit. Que les Grecs n'aient jamais considéré de puissance quatrième, qui n'avait pas d'interprétation géométrique, n'est pas un problème, puisque 60 puissance 4 c'est aussi le carré de 3600.

Sans jouer les empêcheurs de conjecturer en rond, Platon parlait d'un cycle au bout duquel surviennent des révolutions, donc d'une durée à l'échelle historique humaine. Or douze millions neuf cent soixante mille, même traduit en jours, ça fait quand même 35 500 ans.

Beaucoup ont proposé un candidat plus à l'échelle humaine : 216, soit 6 puissance 3. Il contient aussi le triangle de Pythagore, puisque la somme des cubes de 3, 4 et 5 est égale au cube de 6. Bon, en même temps, c'est Platon lui-même qui parle de multiples de cent.

29 références

Il y a eu aussi 8128 proposé par Cardan, qui a l'avantage d'être un nombre parfait. Aussi 5040, 1728, 760 000, et d'autres. Qu'est-ce que j'en sais moi ! Z'avez qu'à le chercher vous-mêmes le nombre nuptial de Platon ! Au moins, vous ne serez pas les premiers.

2700 ? 4800 ?

Proclus (412-485)

$$\begin{aligned}3^3 \times 100 &= 2700 \\3 \times 4^2 \times 100 &= 4800 \\2700 \times 4800 &= 12\,960\,000 \\(3 \times 4 \times 5)^4 &= 12\,960\,000 \\60^4 &= 12\,960\,000 \\3600^2 &= 12\,960\,000 \\3^3 + 4^3 + 5^3 &= 6^3 = 216\end{aligned}$$

références

- P. Couderc, L. Séchan (1949) Platon et les sciences mathématiques, *Revue des Études Grecques*, 62(291-293), 450-459
- A. Diès (1940) Le nombre de Platon. Essai d'exégèse et d'histoire, in : *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des inscriptions en belles-lettres de l'Institut de France*, 14(1), 1-141
- G. J. Kayas (1972) Le « nombre géométrique de Platon ». Essai d'interprétation, *Bulletin de l'Association Guillaume Budé*, 31, 431-468
- J.-L. Périllié (2004) « Summetria » des nombres de la République, *Revue Philosophique de Louvain*, 4(102), 35-58
- P. Remacle et al. (2004) *Site de l'antiquité grecque et latine du moyen-âge*, remacle.org
- P. Tannery (1903) Y a-t-il un nombre géométrique de Platon ? *Revue des Études Grecques*, 16(70), 173-179