0 La maison des tablettes

C'était un temps où les livres étaient des tablettes d'argile. Non seulement les livres, mais aussi les cahiers, et même les cahiers de brouillon. Et je vais vous dire, c'est une sacrée chance : les écoliers dont je vais vous raconter l'histoire vivaient il y a près de 4000 ans, et grâce à leurs cahiers d'exercices, on peut suivre leur d'apprentissage, d'étape en étape, presque comme s'ils avaient été filmés.

histoires de savants

La maison des tablettes

apprendre à compter en Mésopotamie

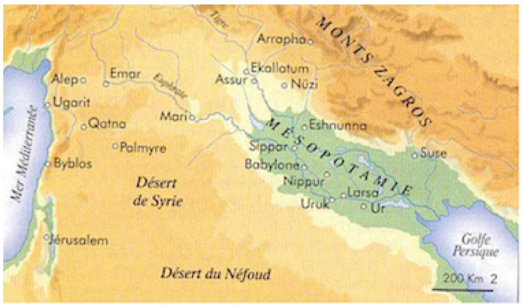
hist-math.fr Bernard Ycart

1 Mésopotamie

L'histoire se passe entre Tigre et Euphrate, en Mésopotamie. Plus particulièrement dans la ville de Nippur, que vous voyez au Sud-Est de Babylone et au Nord d'Uruk.

Mésopotamie

entre Tigre et Euphrate



2 Hammurabi (ca. 1800–1750 av. J.C.)

À l'époque dont il est question, vers le début du dix-huitième siècle avant Jésus-Christ, l'homme fort du moment était Hammurabi. Il était arrivé au pouvoir à Babylone en 1792 et avait commencé une politique de conquêtes militaires aux dépens des royaumes voisins, bâtissant au cours de son long règne un véritable empire.

Hammurabi (ca. 1800–1750 av. J.C.)

3 Le code d'Hammurabi

Il a régné en tout 43 ans. Il nous en est resté le code d'Hammurabi, la toute première formalisation d'un système judiciaire.

Le code d'Hammurabi
Hammurabi (ca. 1800–1750 av. J.C.)

4 plan de Nippur

La ville de Nippur, où se déroule l'histoire, était un centre religieux du royaume de Larsa, où régnait le roi Rim-Sin,... jusqu'à ce qu'Hammurabi prenne le pouvoir en 1763.

On a retrouvé un plan ancien de Nippur sur tablette d'argile. Les fouilles archéologiques y ont mis au jour des temples, des maisons, et de nombreux documents.

plan de Nippur
EBL 1903 (ca. 1400 av. J.C.)

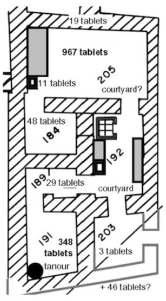
5 Edduba, la maison des tablettes

L'une des maisons de Nippur, baptisée maison F par les archéologues, recelait une quantité tout à fait inhabituelle de tablettes de tous types et tous contenus : en tout 1425 fragments y ont été trouvés.

Cette maison F était une Edduba, littéralement une « maison des tablettes », en fait une école de scribes. Les historiens ne sont pas d'accord sur le public de ces écoles. Pour certains, les scribes qui apprenaient leur métier dans les Edduba étaient destinés à former une caste de prêtres et d'administrateurs de haut niveau, proches du pouvoir royal. Pour d'autres, l'enseignement était beaucoup plus généralisé.

Certains textes décrivent de façon très vivante le quotidien des écoliers.

Edduba, la maison des tablettes
House F (ca. 1750 av. J.C.)



6 je veux aller à l'école

« Je me suis réveillé de bon matin.
J'ai vu ma mère et je lui ai dit :
« Donne-moi mon déjeuner, je veux aller à l'école »
Ma mère m'a donné deux rouleaux, je suis allé à l'école. »

je veux aller à l'école
Edduba, la maison des tablettes (ca. 1750 av. J.C.)

Je me suis réveillé de bon matin.
J'ai vu ma mère et je lui ai dit :
« Donne-moi mon déjeuner, je veux aller à l'école »
Ma mère m'a donné deux rouleaux, je suis allé à l'école.

7 j’ai lu ma tablette à mon père

« Qu’as tu fait à l’école ?
J’ai lu ma tablette, pris mon déjeuner,
préparé ma tablette, je l’ai écrite.
Après l’école je suis rentré à la maison,
j’ai lu ma tablette à mon père et il était content. »

j’ai lu ma tablette à mon père
Edduba, la maison des tablettes (ca. 1750 av. J.C.)

Qu’as tu fait à l’école ?
J’ai lu ma tablette, pris mon déjeuner,
préparé ma tablette, je l’ai écrite.
Après l’école je suis rentré à la maison
j’ai lu ma tablette à mon père et il était content.

8 Le maître a été invité à la maison

« Le maître a été invité à la maison,
on lui a donné la place d’honneur.
L’écolier s’est assis devant lui.
Tout ce qu’il avait appris de l’art du scribe, il le montra à son père.
Son père tout joyeux dit au maître : « Vous avez ouvert la main de mon petit, vous en avez fait un expert ». »

Cet écolier qui nous semble tellement proche, on aimerait bien savoir à quoi il ressemblait.

Le maître a été invité à la maison
Edduba, la maison des tablettes (ca. 1750 av. J.C.)

Le maître a été invité à la maison
on lui a donné la place d’honneur.
L’écolier s’est assis devant lui.
Tout ce qu’il avait appris de l’art du scribe, il le montra à son père.
Son père tout joyeux dit au maître :
« Vous avez ouvert la main de mon petit,
vous en avez fait un expert. »

9 Étendard d’Ur

Mais on a beaucoup moins d’images que de tablettes. Celle-ci est une des faces de l’étendard d’Ur. Elle montre un roi et ses serviteurs. Les personnages ont semble-t-il le crâne rasé. Ils sont torse nu et portent une sorte de jupe.

Étendard d’Ur
face de la paix (ca. 2500 av. J.C.)

10 Ebih-Il

La représentation est conforme à cette statuette, qui représente un certain Ebih-Il, prêtre d’Ishtar, qui devait donc être un lettré, et avoir suivi la formation d’une Edduba.

Ebih-Il
temple d’Ishtar, Mari (ca. 2500 av. J.C.)

11 exercice d'écriture

Qu'apprenait-on dans une Edduba ? On commençait par maîtriser l'écriture cunéiforme, et donc par tracer des lignes de « clous » sur l'argile avec un calame. Puis on recopiait des listes de signes, puis des listes de mots.

Souvent on trouve des tablettes où le maître a écrit un modèle sur la moitié gauche, que l'élève recopiait plus maladroitement sur la moitié droite.

La tablette que vous voyez a deux faces écrites.

exercice d'écriture
CBS 15401, Nippur

12 liste de signes

liste de signes
CBS 15401, recto

Sur une des faces, des lignes ont été tracées, et l'élève a recopié des signes.

13 noms d'animaux

noms d'animaux
CBS 15401, verso

Sur l'autre face, l'élève a recopié des noms d'animaux.

14 Gilgamesh et Enkidu

Une fois maîtrisée l'écriture, l'apprentissage de la littérature pouvait commencer. À l'époque, la langue maternelle des élèves était l'akkadien, et ils apprenaient en classe le sumérien, qui était la langue morte de référence littéraire, un peu comme l'était le latin en Europe jusqu'au dix-neuvième siècle.

La moitié des fragments de la maison F sont des textes de littérature sumérienne. Parmi ces textes, il y avait bien sûr l'épopée de Gilgamesh, que tous les élèves connaissaient.

En dehors de la littérature sumérienne, les écoliers écrivaient aussi des épîtres et des louanges à des rois et des héros des siècles passés. Comme Lipit-Estar.

Gilgamesh et Enkidu
épopée de Gilgamesh (ca. 3000 av. J.C.)

15 Louange à Lipit-Estar

« Ta louange ne disparaîtra jamais des tablettes de l'école.

Pour que les scribes puissent chanter ta gloire,

Et qu'ils te glorifient magnifiquement,

Ta louange ne cessera jamais à l'école. »

Les élèves recopiaient aussi des proverbes qui nous montrent que la sagesse populaire du temps était au moins aussi avisée que la nôtre.

Louange à Lipit-Estar
règne 1934–1924 av. J.C.

Ta louange ne disparaîtra jamais des tablettes de l'école
Pour que les scribes puissent chanter ta gloire
Et qu'ils te glorifient magnifiquement
Ta louange ne cessera jamais à l'école

16 proverbes mésopotamiens

— Le scribe qui ne sait pas le sumérien, comment pourrait-il faire une traduction ?
— Le scribe expert en calcul est déficient en écriture ; le scribe expert en écriture est déficient en calcul.
— Le jeune scribe qui a du pain et de la nourriture en excès, n'est pas attentif à l'art du scribe.
— Le scribe déchu devient prêtre. (C'est pas gentil pour les prêtres.)
— Le chanteur déchu devient joueur de cornemuse. (Allez savoir pourquoi.)
— Celui qui mange trop ne peut pas dormir. (C'est toujours vrai.)

Changeons de sujet. La formation scientifique accompagnait la formation littéraire. On a retrouvé une grande quantité de tablettes mathématiques.

proverbes mésopotamiens
Nippur (ca. 1750 av. J.C.)

- Le scribe qui ne sait pas le sumérien, comment pourrait-il faire une traduction ?
- Le scribe expert en calcul est déficient en écriture ; le scribe expert en écriture est déficient en calcul.
- Le jeune scribe qui a du pain et de la nourriture en excès, n'est pas attentif à l'art du scribe.
- Le scribe déchu devient prêtre.
- Le chanteur déchu devient joueur de cornemuse.
- Celui qui mange trop ne peut pas dormir.

17 liste de mesures de capacité

Parmi elles, de nombreuses listes d'unités de mesure : longueurs, surfaces, volumes, poids ; comme celle-ci.

liste de mesures de capacité
P 229902

18 numération sexagésimale (ca. 3000 av. J.C.)

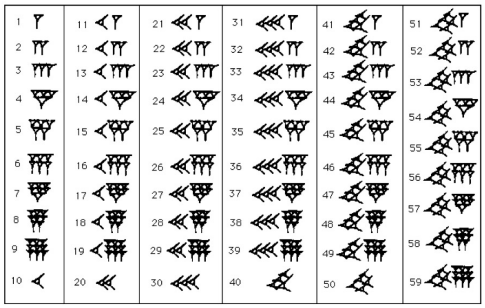
Pour comprendre les contenus mathématiques, il convient de se rappeler le principe de la numération sexagésimale, qui était utilisée par les écoliers de Nippur pour noter les nombres.

Un clou vertical est une unité. Un chevron ouvert à droite, une dizaine. Jusqu'à 60, l'écriture des chiffres est cumulative et décimale, comme vous le voyez : autant de chevrons que de dizaines et autant de clous que d'unités.

Mais le nombre 60 est noté à nouveau par un clou, de même que le nombre 1/60 et le nombre 60^2. D'où le nom de numération sexagésimale, pour la base 60.

Une base aussi élevée demandait de connaître un grand nombre de tables de multiplication. En théorie 59, en pratique beaucoup moins.

numération sexagésimale (ca. 3000 av. J.C.)



19 table de multiplication par neuf

Voici une table de multiplication par 9, recopiée par un élève.

La division était traitée comme une multiplication par l'inverse. Il convenait donc d'être capable de calculer des inverses, et d'en connaître les plus courants sous forme de table. En dehors des tables de multiplication, il y avait donc aussi des tables d'inverses.

table de multiplication par neuf
P 263337

20 table d'inverses

Voici la transcription d'une de ces tables. Il est important de se souvenir que la numération est flottante, c'est-à-dire que les calculs se font à une certaine puissance de 60 près, et cette puissance n'est pas précisée.

L'inverse d'un nombre est tel que le produit par le nombre vaut 1, ou 60, ou 3600, etc. On dit plutôt le « réciproque ».

Par exemple sur la première ligne, 2 et 30 sont inverses parce que 2 fois 30 vaut 60. L'inverse de 16 est 3 fois soixante plus 45, soit 225. Effectivement, 225 fois 16 fait 3600, soit 60^2. L'inverse de 45 est 1 point 20, soit 80. Le produit vaut encore 3600.

Remarquez que seuls les réciproques qui ont une représentation sexagésimale finie sont donnés : la table ne contient pas le réciproque de 7 par exemple.

table d'inverses
notation flottante

2	30	16	3.45	45	1.20
3	20	18	3.20	48	1.15
4	15	20	3	50	1.12
5	12	24	2.30	54	1.6.40
6	10	25	2.24	1	1
8	7.30	27	2.13.20	1.4	56.15
9	6.40	30	2	1.12	50
10	6	32	1.52.30	1.15	48
12	5	36	1.40	1.20	45
15	4	40	1.30	1.21	44.26.40

21 cahier d'exercice : $7.35 \times 7.35 = 57.30.25$

Cette tablette est assez mal écrite, mais le calcul est juste. Au-dessus du trait horizontal, vous lisez le résultat : 57 puis 30, puis 25, ce qui en base 60 fait 57 fois 3600 plus 30 fois soixante plus 25, soit 207 025. C'est le carré du nombre 7 point 35, soit 455, qui est écrit deux fois au-dessus.

Voici maintenant la transcription d'un problème un peu plus élaboré. Il s'agit de trouver la longueur et la largeur d'une citerne rectangulaire dont on donne le volume, la hauteur et la différence longueur moins largeur. La principale difficulté pour nous est de trouver les bons ordres de grandeur.

cahier d'exercice : $7.35 \times 7.35 = 57.30.25$
P 368967 : $455^2 = 207025$

22 Une citerne rectangulaire

La hauteur est 3.20 (comprenez 3 et un tiers), et on a creusé un volume de 27.46.40 (comprenez $27 + 46/60 + 40/3600$). La longueur dépasse la largeur de 50 (comprenez 50/60 soit cinq sixièmes).

Je vous laisse suivre les étapes pas par pas. On commence par calculer la surface en divisant le volume par la hauteur, ou plutôt, en multipliant par l'inverse. Ensuite, il faut trouver la longueur et la largeur connaissant leur produit et leur différence. C'est un problème classique dans les mathématiques de l'époque. Il mène à une équation du second degré. Voyez comment elle est résolue.

On trouve une longueur de 3.20, soit 3 et un tiers, une largeur de 2.30, soit 2 et demi.

Remarquez que comme dans tout problème du second degré, il y a une racine carrée à extraire. Elle est donnée sans calcul : les élèves apprenaient des tables de carrés, tout comme des tables d'inverses.

Une citerne rectangulaire
tablette babylonienne

La hauteur est 3.20, et on a creusé un volume de 27.46.40. La longueur dépasse la largeur de 50.

- Prenez la réciproque de la hauteur, soit 18,
- Multipliez ceci par le volume, soit 8.20,
- Prenez la moitié de 50, et élevez au carré, soit 10.25,
- Ajoutez 8.20 pour obtenir 8.30.25,
- La racine carrée est 2.55 ; prendre deux copies, ajouter 25 à l'une, le retrancher de l'autre ;
- Vous trouvez que 3.20 est la longueur et 2.30 la largeur.

23 approximation de $\sqrt{2}$

La tablette que vous voyez ici est célèbre par la précision qu'elle donne sur $\sqrt{2}$. En haut à gauche on lit 30, qui est le côté du carré. Sur la diagonale, on lit 1, 24, 51, et 10. En dessous : 42, 25, 35.

approximation de $\sqrt{2}$
YBC 7289 (ca 1700 av. J.C.)

24 approximation de $\sqrt{2}$

approximation de $\sqrt{2}$
YBC 7289 (c. 1700 av. J.C.)

Il faut comprendre le côté du carré, écrit 30, comme 1/2.

La diagonale du carré de côté 1/2 vaut $1/\sqrt{2}$ dont l'inverse est $\sqrt{2}$. Comme nous l'avons vu, les quantités sont souvent données avec leur inverse pour effectuer les divisions. Les valeurs données ici pour $1/\sqrt{2}$ et $\sqrt{2}$ ont une précision inférieure à 10^{-6}.

- $30 = \frac{1}{2}$
- $1.24.51.10 = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = \sqrt{2} - 6 \times 10^{-7}$
- $42.25.35 = \frac{42}{60} + \frac{25}{60^2} + \frac{35}{60^3} = \frac{1}{\sqrt{2}} - 3 \times 10^{-7}$

25 Triplets pythagoriciens

La star des tablettes mathématiques mésopotamiennes, c'est celle-ci : Plimpton 322. Vous n'imaginez pas la quantité d'articles qui ont été publiés sur Plimpton 322.

La tablette est probablement incomplète, et les conjectures sur ce qui manque sont nombreuses. Vous voyez une colonne assez large à gauche, puis deux colonnes plus étroites, puis une colonne où le même signe est répété, enfin une dernière colonne qui numérote les lignes de 1 à 15. Regardez les deux nombres surlignés en bleu. Le premier est 1.59 soit 119 en décimal. Le second est 2.49, soit 169. Il se trouve que 169 au carré moins 119 au carré, ça fait 120 au carré : le triplet 119, 120, 169 est un triplet pythagoricien. Ou si vous préférez les trois côtés d'un triangle rectangle.

Les 15 lignes de la tablette sont du même type : la seconde colonne contient le plus petit côté du triangle, la troisième colonne contient l'hypoténuse. Voici les valeurs décimales.

Triplets pythagoriciens
Plimpton 322 (ca 1800 av. J.C.)

26 Triplets pythagoriciens

La valeur a est le petit côté, la valeur c l'hypoténuse, qui sont données dans la tablette. La valeur du troisième côté, b n'apparaît pas dans la tablette. Il se trouve que dans chacun des 15 cas, c'est une valeur qui a une écriture sexagésimale simple.

On a donné des interprétations très élaborées voire carrément mystiques au fait que les Mésopotamiens aient été capables d'aligner ainsi des triplets pythagoriciens. En replaçant Plimpton 322 dans le contexte de l'apprentissage mathématique, Eleanor Robson donne une vision plus terre à terre, et beaucoup plus réaliste.

Regardez par exemple la première ligne. 119 plus 169 c'est 288, soit 4.48 en sexagésimal. C'est 4 fois 1.12. La différence 169 moins 119 vaut 50.

Maintenant, souvenez-vous que les apprentis scribes de Nippur recopiaient et apprenaient par cœur à la fois des tables d'inverses et des tables de carrés. Ils ne pouvaient pas ignorer que 1.12 est l'inverse de 50 et que donc, 4 fois 1.12 fois 50 c'est 2 au carré (en fait 2 fois 60).

L'identité remarquable $c^2 - a^2$ égale $(c+a)$ facteur de $(c-a)$, était le pain quotidien des écoliers de Nippur au même titre que les tables d'inverses, les tables de carrés, et la résolution des problèmes de citernes. Replacée dans ce contexte, Plimpton 322 et ses triplets pythagoriciens n'était peut-être tout simplement qu'une liste d'exercices.

Et maintenant, écoutez à nouveau l'un de ces petits écoliers d'il y a 4000 ans.

Triplets pythagoriciens

Plimpton 322 : $a^2 + b^2 = c^2$

a	c	b
119	169	120
3367	4825	3456
4601	6649	4800
12709	18541	13500
65	97	72
319	481	360
2291	3541	2700
799	1249	960
481	769	600
4961	8161	6480
45	75	60
1679	2929	2400
161	289	240
1771	3229	2700

27 Et il m'a frappé

« Je suis entré, je me suis assis, et mon maître a lu ma tablette. Il m'a dit « quelque chose manque ». Et il m'a frappé.

Le maître des règles m'a dit « pourquoi t'es-tu levé sans ma permission ? ». Et il m'a frappé.

Le maître de sumérien m'a dit : « Pourquoi as-tu parlé akkadien ? ». Et il m'a frappé.

Mon maître m'a dit : « ce n'est pas bien écrit ». Et il m'a frappé. »

Et il m'a frappé

Edduba, la maison des tablettes (ca. 1750 av. J.C.)

Je suis entré, je me suis assis, et mon maître a lu ma tablette. Il m'a dit « quelque chose manque ». Et il m'a frappé.

Le maître des règles m'a dit « pourquoi t'es-tu levé sans ma permission ? ». Et il m'a frappé.

Le maître de sumérien m'a dit : « Pourquoi as-tu parlé akkadien ? ». Et il m'a frappé.

Mon maître m'a dit : « ce n'est pas bien écrit ». Et il m'a frappé.

28 références

Et vous imaginez qu'ils ne savaient pas que 169 au carré moins 119 au carré ça fait 120 au carré ? Je vais vous dire : il n'avaient pas intérêt à l'ignorer !

Euh... non, pour une fois, je n'ai pas de morale pédagogique applicable de nos jours, à tirer de cette histoire.

références

- IREM (2016) *Les Mathématiques en Mésopotamie & variations sur les aires*, 2 brochures, Grenoble : Université Grenoble-Alpes
- D. E. Knuth (1972) Ancient Babylonian algorithms, *Communications of the ACM*, 15(7), 671–677
- C. Proust (2006) Apprendre à calculer en Mésopotamie il y a 4000 ans, *Pour la Science*, Paris : Belin, 26–29
- C. Proust (2017) La chanson des mathématiques dans l'Edduba, *Archives internationales d'histoire des scinces*, 65(2), 10–49
- E. Robson (2001) Neither Sherlock Holmes nor Babylon : a reassessment of Plimpton 322, *Historia Mathematica*, 28, 167–206
- S. Tinney (1998) Texts, tablets, and Teaching : scribal education in Nippur and Ur, *Expedition*, 40(2), 40–50