Une histoire de mathématiques à écouter sur

hist-math.fr

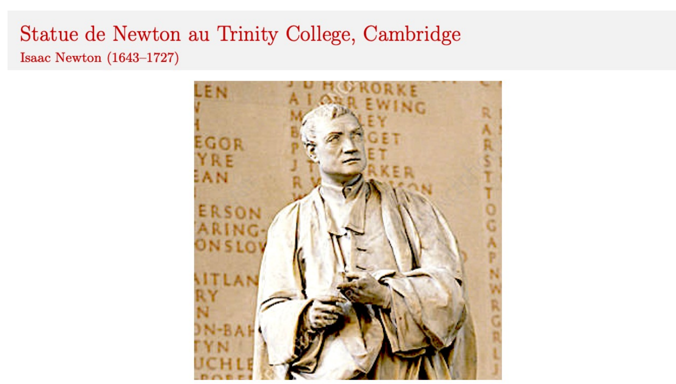
0 La méthode des fluxions

Je vais vous parler une fois de plus de Newton et de son année miraculeuse. Cette fois-ci, c'est pour l'invention du calcul différentiel. Je vous promets comme d'habitude, de faire de mon mieux pour ne pas sombrer dans l'hagiographie, en restant au plus près de l'authenticité historique. Mais ça ne va pas être facile.

1 Isaac Newton (1643–1727)

Comme pour tous les grands hommes, on ne manque pas de portraits de lui… une fois sa célébrité acquise. Le voici l'année précédant sa mort. Mais soixante ans auparavant, à quoi ressemblait-il ?

2 Statue de Newton au Trinity College, Cambridge



L'université de Cambridge a placé la statue de son élève le plus illustre dans la chapelle du Trinity college, ou il a étudié. Mais la statue, pour vivante et réaliste qu'elle soit, date de 1755, pas loin d'un siècle après l'inscription de Newton au Trinity College.

3 Sir Isaac Newton as a young man

Sir Isaac Newton as a young man
Isaac Newton (1643–1727)

Le British Museum a aussi cette magnifique gravure d'un jeune homme censé être Sir Isaac Newton. Le problème est qu'elle date de 1799. Il n'est pas interdit de douter de la ressemblance.

4 Newton as a Divine Geometer (1795)

Newton as a Divine Geometer (1795)
William Blake (1757–1827)

Puisque nous donnons dans le fantaisiste, voici Newton comme géomètre divin, par un peintre qui est mort exactement un siècle après Newton.

5 Trinity College

Trinity College
University of Cambridge

Décidemment, il vaut mieux renoncer à savoir à quoi il ressemblait. D'ailleurs vous connaissez déjà l'histoire de ses années de jeunesse. Inscrit à 18 ans à l'Université de Cambridge, la peste se déclare quatre ans plus tard, l'obligeant à revenir au manoir familial. Là, en quelques mois, il profite de son inactivité pour inventer l'essentiel des mathématiques et de la physique modernes, et personne n'a jamais compris d'où il avait tiré tout cela.

6 Woolsthorpe Manor

Woolsthorpe Manor
Maison natale d'Isaac Newton

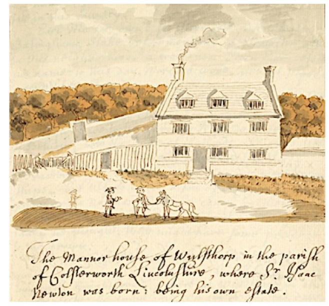
En gros c'est presque cela qui s'est passé, tout du moins c'est presque conforme à ce qu'il a raconté. Mais essayons d'être plus précis. Nous disposons du témoignage de William Stukeley, qui a été son ami dans les dernières années de sa vie.

7 Woolsthorpe Manor

Voici le manoir de Woolsthorpe selon Stukeley. Vous pouvez jouer au jeu des sept erreurs avec la photo précédente, mais en gros on dirait bien que nous parlons de la même maison.

Stukeley est en grande partie à l'origine de la légende des années miraculeuses.

Woolsthorpe Manor
William Stukeley, Memoirs of Sir Isaac Newton's life (1752)

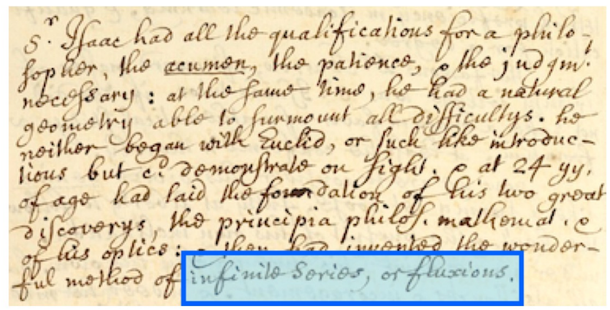


8 He neither began with Euclid

« Sir Isaac avait toutes les qualifications d'un philosophe : la perspicacité, la patience, et le nécessaire jugement : en même temps, il avait une géométrie naturelle, capable de surmonter toutes les difficultés. Il n'a pas commencé par Euclide, ni par aucune introduction du même genre, mais il pouvait démontrer à vue. Et à l'âge de 24 ans, il avait posé les fondements de ses deux grandes découvertes, les principes de la philosophie mathématique et ses optiques ; et il avait alors inventé la merveilleuse méthode des séries infinies, ou fluxions. »

Oui bon, Stukeley fait tout ce qu'il peut pour diffuser la légende, mais sur le plan scientifique, difficile de lui faire confiance. Heureusement, nous avons mieux : des textes écrits de la main de Newton lui-même.

He neither began with Euclid
William Stukeley, Memoirs of Sir Isaac Newton's life (1752)


Sr. Isaac had all the qualifications for a philo-
sopher, the acumen, the patience, & the judgmt.
necessary: at the same time, he had a natural
geometry able to surmount all difficultys. he
neither began with Euclid, or such like introduc-
tions but cd. demonstrate on sight. & at 24 yy.
of age had laid the foundation of his two great
discoverys, the principia philos. mathemat. &
of his optics: & then had invented the wonder-
ful method of infinite Series, or fluxions.

9 Newton en 1715

Le manuscrit qui va suivre date probablement de 1715, soit cinquante ans après les faits. Newton est président de la Royal Society depuis 1703, anobli par la reine Anne en 1705. Il écrit dans un contexte particulier, celui de la controverse de priorité avec Leibniz. Son récit ne peut qu'être subjectif. Reste qu'il s'agit bien de son écriture, et que les faits qu'il décrit sont précis.

Au passage, je voudrais exprimer une fois de plus ma gratitude pour le magnifique travail de numérisation effectué à l'université de Cambridge dans le cadre du Newton project. Ces milliers de pages de la main même de Newton, me donnent des frissons dans le dos.

Newton en 1715
Isaac Newton (1643–1727)

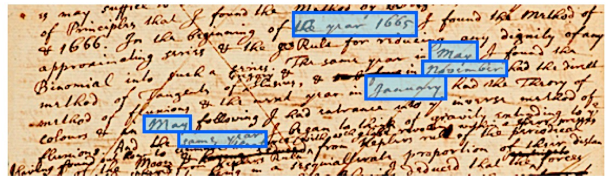
10 The same year I began to think of gravity

« Au commencement de l'année 1665, je trouvai la méthode des séries approximantes, et la règle pour réduire n'importe quelle puissance d'un binôme en une telle série. La même année en mai, je trouvai la méthode des tangentes de Gregory et Slusius, et en novembre j'eus la méthode directe des fluxions, et l'année suivante en janvier j'eus la théorie des couleurs, et en mai suivant j'eus accès à la méthode inverse des fluxions. Et la même année je commençai à penser à la gravité étendue à l'orbite de la lune. »

Il n'y a pas de raison de mettre la parole de Newton en doute. Selon ce qu'il écrit, en moins de deux ans, alors qu'il avait entre vingt-deux et vingt-trois ans, il a découvert la formule du binôme, sa théorie de l'optique et la gravitation universelle. Et aussi bien sûr, la méthode des séries approximantes, la méthode directe et inverse des fluxions, qui sont le sujet principal de cette histoire. Je tenterai plus loin de vous dire de quoi il s'agit. Continuons dans la même page.

The same year I began to think of gravity

Isaac Newton, MS Add.3968.41 :85r (ca 1715)



In the beginning of the year 1665 I found the method of approximating series & the Rule for reducing any dignity of any Binomial into such a series. The same year in May I found the method of Tangents of Gregory & Slusius, & in November had the direct method of fluxions & the next year in January had the Theory of Colours and in May following I had entrance to y^{e} inverse method of fluxions. And the same year I began to think of gravity extending to y^{e} orb of the Moon.

11 I was in the prime of my age for invention

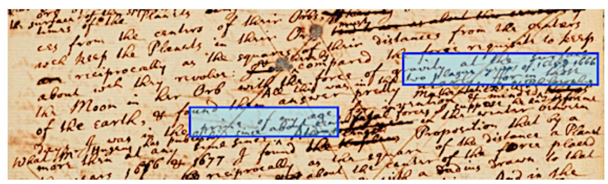
« De la loi de Kepler sur les périodes des Planètes, je déduisis que les forces qui maintiennent les planètes sur leurs orbites doivent être inversement proportionnelles aux carrés de leurs distances au centre autour duquel elles tournent. Ensuite, je comparai la force requise pour maintenir la lune sur son orbite, à la force de gravité à la surface de la terre et trouvai qu'elles correspondaient plutôt bien.

Tout ceci se passa dans les deux années de peste de 1665–1666. Car en ce temps-là, j'étais dans la force de l'âge pour l'invention, et je m'occupais de mathématiques et de philosophie plus qu'à n'importe quelle autre période depuis. »

Il s'excuserait presque d'avoir inventé autant, aussi jeune, et en si peu de temps. Pour ce qui est des années de peste, d'après sa propre chronologie, il avait commencé ses découvertes avant l'épidémie, puisqu'il n'a quitté Cambridge qu'en août 1665. Mais ce n'est qu'un détail.

I was in the prime of my age for invention

Isaac Newton, MS Add.3968.41 :85r (ca 1715)



12 Statue de Barrow au Trinity College, Cambridge

Quant au fait d'avoir tout inventé en partant de rien, Newton ne l'a jamais prétendu. Son maître Isaac Barrow a lui aussi sa statue dans la chapelle du Trinity College à Cambridge.

Newton a reconnu dans ses manuscrits sa dette envers Barrow pour ce qui concerne la géométrie et l'optique. Barrow lui avait enseigné sa méthode géométrique pour déterminer à la fois les tangentes et les quadratures, et il avait clairement établi que les deux opérations étaient réciproques l'une de l'autre. Il n'était pas le seul d'ailleurs. Newton cite aussi Gregory, dont je vous parle ailleurs et Slusius, ou René-François de Sluse, qui était un mathématicien belge, parmi les nombreux précurseurs du calcul différentiel. Newton avait lu aussi la géométrie de Descartes, et surtout l'Arithmétique des Infinis de Wallis. Voici ce qu'il en dit.

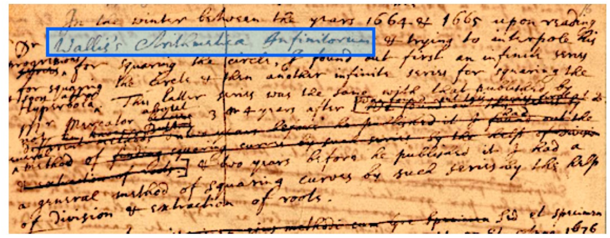
Statue de Barrow au Trinity College, Cambridge

Isaac Barrow (1630–1677)

13 trying to interpole his progressions

« Pendant l'hiver 1664–1665, à la lecture de l'Arithmetica Infinitorum de Wallis et en essayant d'interpoler ses progressions pour la quadrature du cercle, je trouvai d'abord une série infinie pour carrer le cercle, ensuite une autre série infinie pour carrer l'hyperbole. Cette dernière série était identique à celle publiée par M. Mercator environ 3 ou 4 ans plus tard. Deux ans avant qu'il ne la publie, j'avais une méthode générale pour carrer des courbes par des séries analogues, à l'aide de la division et de l'extraction de racines. »

trying to interpole his progressions
Isaac Newton, MS Add.3968.41 :76r (ca 1715)



14 Logarithmo-technia (1668)

Vous vous souvenez, que « carrer » une courbe signifie calculer l'aire sous la courbe ; pour nous son intégrale au-dessus d'un segment. Avant le milieu du siècle, Grégoire de Saint-Vincent et ses disciples avaient relié l'aire entre un segment d'hyperbole et l'asymptote, aux logarithmes. Le résultat donné par Mercator revenait à écrire le logarithme sous forme de série entière. Effectivement, Newton disposait, bien avant Mercator, d'un résultat beaucoup plus général. En voici la preuve, dans un de ses manuscrits datant de 1665.

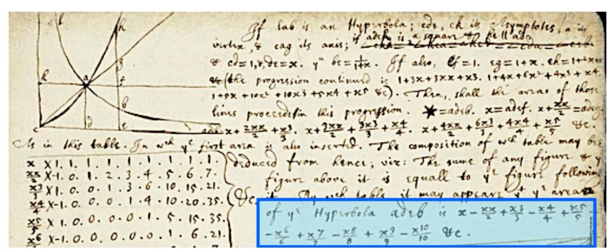
Logarithmo-technia (1668)
Nicolaus Mercator (1620–1687)


LOGARITHMO-TECHNIA:
SIVE
Methodus conſtruendi
LOGARITHMOS
Nova, accurata, & facilis;
SCRIPTO
Antehàc Communicata, Anno Sc. 1667.
Nonis *Auguſti*: Cui nunc accedit.
Vera Quadratura Hyperbolæ,
&
Inventio *Summæ* Logarithmorum.
AUCTORE NICOLAO MERCATORE
Holſato, è Societate Regia.

15 y^{e} area of y^{e} Hyperbola

Vous voyez le graphique en haut. Newton précise que la longueur *cd* vaut 1, il note x la longueur *de*, moyennant quoi le segment d'hyperbole *adeb* a pour surface la primitive de un sur $1 + x$, soit $x - x^2/2 + x^3/3$, etc., c'est exactement ce qui est écrit dans l'encadré bleu.

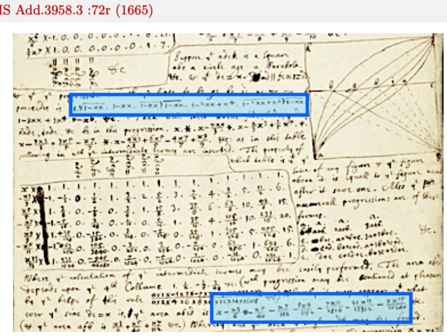
y^{e} area of y^{e} Hyperbola
Isaac Newton, MS Add.3958.3 :72r (1665)



16 a square, a circle, a Parabola

Dans la même page, Newton passe à d'autres courbes. Dans le premier encadré bleu il écrit des puissances de $1 - x^2$: puissance un demi, un, trois demis, deux, cinq demis. Sa formule du binôme lui permet d'écrire les développements en série correspondants, puis d'en prendre la primitive. Une primitive conduit à des aires sous la courbe, en particulier des formules d'approximation de π, c'est-à-dire des quadratures du cercle. C'est le cas dans le second encadré bleu. En voici l'explication.

a square, a circle, a Parabola
Isaac Newton, MS Add.3958.3 :72r (1665)



17 Série du binôme

Au passage, c'est un contre-sens que d'appeller « formule du binôme de Newton » le développement de $(a+b)$ puissance n pour n entier. Cette formule-là était connue des Européens depuis la Renaissance, des Arabes depuis beaucoup plus longtemps, des Chinois et des Indiens encore bien avant eux.

Le véritable exploit de Newton est d'avoir écrit le développement en série de $(1+x)$ puissance α pour α positif ou négatif, entier ou fractionnaire, et d'avoir compris les multiples usages qu'il pouvait en faire, moyennant des primitives et des changements de variable. Par exemple, si vous prenez α égale un demi, vous obtenez le développement de racine carrée de $1+x$. En remplaçant x par moins x^2, vous développez en série l'équation d'un cercle, et en prenant la primitive vous calculez des surfaces de morceaux de cercle. D'où la quadrature que Newton annonce.

Remarquez, qu'il pousse les développements en série jusqu'à l'ordre 13, et il ajoute ensuite etc. Pour Newton, les développements en série qu'il manipule, correspondent à des quantités concrètes. Il ne se pose pas la question des conditions de convergence.

Les séries ne sont qu'une des briques de la théorie que Newton a mise en place. L'élément principal est la notion de fluxion, qui pour nous correspond à la dérivation. Voici un des premiers documents dans lequel sa méthode générale apparaît. Il date de 1666.

Série du binôme

Isaac Newton (1643–1727)

$$
\begin{aligned}
(1+x)^\alpha &= 1+\alpha x+\cdots+\frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}x^n+\cdots\\
\sqrt{1+x} &= 1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{16}x^3-\frac{5}{128}x^4+\cdots\\
\sqrt{1-x^2} &= 1-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{8}x^4-\frac{1}{16}x^6+\frac{5}{128}x^8+\cdots\\
\int_0^X \sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x &= X-\frac{1}{6}X^3-\frac{1}{40}X^5-\frac{1}{112}X^7-\frac{5}{1152}X^9+\cdots
\end{aligned}
$$

18 To find y^e nature of y^e crooked line...

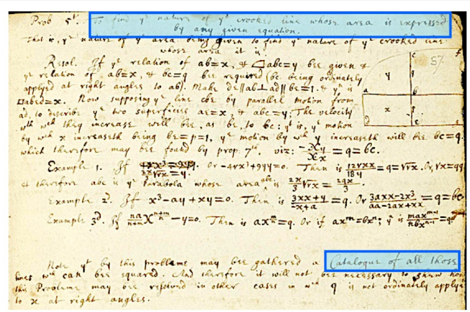
Dans ce manuscrit, Newton liste des problèmes dont il donne la solution. L'énoncé du problème numéro cinq est donné dans l'encadré bleu du haut de l'image. « Trouver la nature de la ligne courbe dont l'aire est exprimée par n'importe quelle équation ». Dans notre langage : « Étant donnée une primitive, calculer sa dérivée. Pour exprimer sa solution, Newton parle de mouvement et de vitesse.

Néanmoins, il est parfaitement conscient de la généralité de l'opération. Il le dit dans les quatre dernières lignes de l'image. « Notez que par ce problème, on peut constituer un catalogue de toutes les lignes qui peuvent être carrées ». Comprenez : de toutes les fonctions qui peuvent être intégrées.

Un peu plus loin dans le même manuscrit on trouve le problème inverse.

To find y^e nature of y^e crooked line...

Isaac Newton, MS Add.3958.3 :57r (1666)

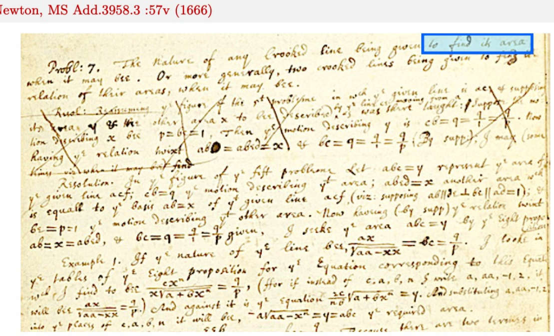


19 The nature of any Crooked line being given...

Il s'agit du problème 7 : « La nature de n'importe quelle ligne courbe étant donnée, trouver son aire, quand c'est possible ». Comprenez : « trouvez sa primitive ». Avec ces deux problèmes, Newton exprime ce que nous appelons le théorème fondamental de l'analyse, qui n'a été perçu comme fondamental que bien après Newton. Le fait que calculer des tangentes et calculer des intégrales soient deux opérations réciproques l'une de l'autre avait déjà été reconnu, en particulier par Barrow. La nouveauté chez Newton était qu'il s'affranchissait presque complètement de la géométrie pour ne manipuler que des quantités algébriques. De plus, ce n'était pour lui qu'une étape vers une théorie plus générale, celle des équations différentielles.

The nature of any Crooked line being given...

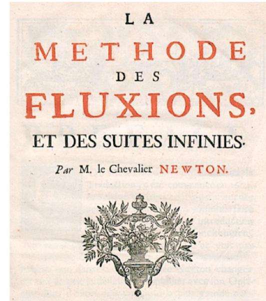
Isaac Newton, MS Add.3958.3 :57v (1666)



20 La méthode des fluxions (1740)

Pour vous la présenter, nous allons quitter les manuscrits pour une version plus aboutie, publiée après la mort de Newton. Nous en avons même une traduction française. Et devinez qui est le traducteur ?

La méthode des fluxions (1740)
Isaac Newton (1643–1727)



21 Georges-Louis Leclerc, Comte de Buffon (1707–1788)

C'est le Buffon des probabilités géométriques, et de l'histoire naturelle. Il n'était encore qu'au début de sa longue carrière.

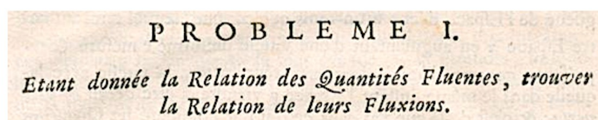
Georges-Louis Leclerc, Comte de Buffon (1707–1788)
François-Hubert Drouais (1753)

22 Fluentes et fluxions

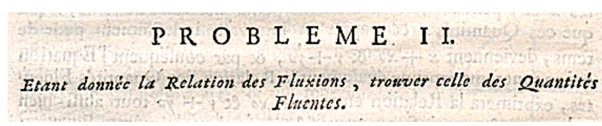
Bref. Voici les deux problèmes réciproques selon Newton. « Problème I : étant donnée la relation des quantités fluentes, trouver la relation de leurs fluxions ». Par quantités fluentes, comprenez des variables : x, y etc. Une relation entre fluentes est une équation, qu'il s'agit de dériver pour trouver une équation entre fluxions. Jusque-là, tout va bien.

Mais regardez le problème II : « Étant donnée la relation des fluxions, trouver celle des quantités fluentes ». La relation des fluxions, est une relation faisant intervenir des dérivées, autrement dit, une équation différentielle. Et là, cela devient beaucoup plus compliqué. Newton distingue trois classes d'équations.

Fluentes et fluxions
Newton, La méthode des fluxions (1740)


PROBLEME I.

Etant donnée la Relation des Quantités Fluentes, trouver la Relation de leurs Fluxions.


PROBLEME II.

Etant donnée la Relation des Fluxions, trouver celle des Quantités Fluentes.

23 distinguer les Equations en trois Classes

La première est celle des « équations où il ne se trouve que les deux fluxions et l'une des fluentes ». Comprenez que vous pouvez écrire dy sur dx en fonction de x ou de y. Le problème se ramènera à un calcul d'intégrale, une quadrature dans le vocabulaire de l'époque.

La seconde classe est formée des équations qui contiennent les deux fluxions et les deux fluentes. Comprenez que vous allez écrire dy sur dx comme une fonction de x et y. Cette seconde classe recouvre ce que l'on appelait à l'époque « problème inverse des tangentes ». Le « problème direct des tangentes » consistait à calculer la tangente à une courbe. Il avait été résolu bien avant Newton, par Fermat et Descartes. Le problème inverse des tangentes, consistait, étant donnée une équation décrivant une propriété de la tangente à une courbe, à retrouver l'équation de cette courbe. Pour nous il s'agit de résoudre une équation différentielle d'ordre 1 ; mais à l'époque de Newton, il n'était pas facile de débarrasser le problème de son habillage géométrique.

Dans les équations de la troisième classe, « il se trouve des fluxions de plus de deux quantités ». C'est le problème le plus général. Il englobe des équations différentielles de degré supérieur, comme des équations aux dérivées partielles. Newton, qui ne doute de rien, annonce la solution du problème dans les trois cas. Et après quelques développements, il triomphe :

distinguer les Equations en trois Classes
Newton, La méthode des fluxions (1740)

XIII. Mais à l'égard de ce Problême nous pouvons diſtinguer les Equations en trois Claſſes.
XIV. La premiere des Equations où il ne ſe trouve que les deux Fluxions & l'une des Fluentes.
XV. La ſeconde ou il ſe trouve les deux Fluxions & les deux Fluentes.
XVI. La troiſiéme ou il ſe trouve des Fluxions de plus de deux Quantités.
XVII. Ceci étant prépoſé, je vais chercher la Solution de ce Problême dans les trois Cas.

24 le plus difficile de tous les Problêmes

« Ainsi, j'ai donc achevé ce problème épineux et le plus difficile de tous les problèmes ; mais outre cette méthode générale dans laquelle j'ai compris toutes les difficultés, il y en a d'autres particulières plus courtes et qui facilitent quelquefois l'opération. Le lecteur ne sera pas fâché d'en voir ici quelques essais. »

Les méthodes particulières plus courtes sont les changements de variables ou de fonctions qui permettent d'intégrer certaines équations. Mais il y a surtout cette fameuse méthode générale dans laquelle Newton a compris toutes les difficultés.

Comment ? On nous l'aurait cachée ? Mais de quoi s'agit-il donc ?

le plus difficile de tous les problèmes
Newton, La méthode des fluxions (1740)

XLI. Ainſi j'ai donc achevé ce Problême épineux & le plus difficile de tous les Problêmes ; mais outre cette Méthode générale dans laquelle j'ai compris toutes les Difficultés, il y en a d'autres particulieres plus courtes & qui facilitent quelquefois l'Opération ; le Lecteur ne ſera pas fâché d'en voir ici quelques eſſais.

25 divisés chacun par le nombre de leurs Dimensions

Regardez comment Newton se débarrasse du cas le plus simple. Il se donne une équation dans laquelle interviennent les fluxions et la variable. En prenant, dit-il, x pour la quantité corrélative, et en réduisant l'équation par un tour de passe-passe, le rapport des fluxions y point sur x point s'écrit comme une série en x : $1 + x^2 - x^4 + 2x^6$ etc. Il ne reste plus qu'à intégrer terme à terme, ce qu'il fait en multipliant d'abord par x, puis en divisant chaque terme par sa dimension. Et hop, voici y exprimé en fonction de x. Magique non ?

divisés chacun par le nombre de leurs dimensions
Newton, La méthode des fluxions (1740)

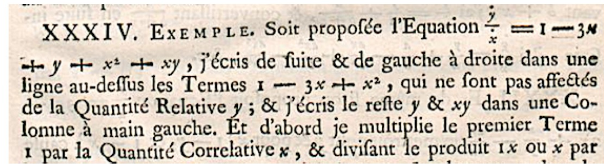
XIX. Par Exemple dans l'Equation propoſée $\dot{y}\dot{y} = \dot{x}\dot{y} + \dot{x}\dot{x}xx$; je prends x pour la Quantité Correlative, & en réduiſant l'Equation j'ai $\frac{\dot{y}}{\dot{x}} = 1 + x^2 - x^4 + 2x^6$, &c. je multiplie par x cette Valeur de $\frac{\dot{y}}{\dot{x}}$ & j'ai $x + x^3 - x^5 + 2x^7$, &c. qui étant diviſés chacun par le nombre de leur Dimenſions donnent $x + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{5}x^5 + \frac{2}{7}x^7$, &c. que j'égale à y. Ainſi l'Equation $y = x + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{5}x^5 + \frac{2}{7}x^7$, &c. déterminera la Relation de x & y, que l'on demandoit.

26 de gauche à droite dans une ligne au-dessus

Il y a encore plus fort. Voici une équation de la seconde classe. Dans notre langage la dérivée de y par rapport à x est $1 - 3x + y + x^2 + xy$, elle est donc fonction à la fois de x et de y.

Ce que Newton décrit, c'est un algorithme itératif, qui permet de calculer l'un après l'autre les termes d'une série qui approche la valeur de y.

de gauche à droite dans une ligne au-dessus
Newton, La méthode des fluxions (1740)

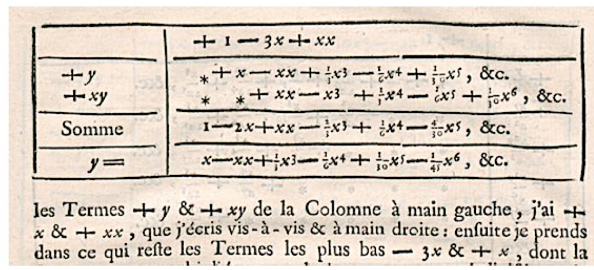

XXXIV. Exemple. Soit proposée l'Equation $\frac{\dot{y}}{\dot{x}} = 1 - 3x + y + x^2 + xy$, j'écris de suite & de gauche à droite dans une ligne au-dessus les Termes $1 - 3x + x^2$, qui ne sont pas affectés de la Quantité Relative y ; & j'écris le reste y & xy dans une Colomne à main gauche. Et d'abord je multiplie le premier Terme 1 par la Quantité Correlative x, & divisant le produit $1x$ ou x par

27 Solution d'une équation différentielle

Newton propose même une écriture de l'algorithme sous forme de tableau. Il a mis en haut les termes en x seul. Dans la colonne de gauche, apparaissent les termes qui contiennent la fonction inconnue y. Chacun correspond à une série. Il ne reste qu'à ajouter tous les termes pour fabriquer la série de la ligne « somme ». Cette série intégrée terme à terme par la méthode précédente, donne la solution, dans la dernière ligne. Magique je vous dis. Mais Newton croyait-il vraiment que sa méthode résolvait toutes les équations différentielles ?

Non bien sûr. Vous ne l'imaginez tout de même pas naïf à ce point. Quand il expose sa méthode à destination de Leibniz, dans une lettre datée du 24 octobre 1676, voici comment il conclut.

Solution d'une équation différentielle
Newton, La méthode des fluxions (1740)


	$+1 - 3x + xx$
$+y$ $+xy$	$* + x - xx + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{30}x^5$, &c. $* \quad * + xx - x^3 + \frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{6}x^5 + \frac{1}{30}x^6$, &c.
Somme	$1 - 2x + xx - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{6}x^4 - \frac{4}{30}x^5$, &c.
$y =$	$x - xx + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{30}x^5 - \frac{1}{45}x^6$, &c.

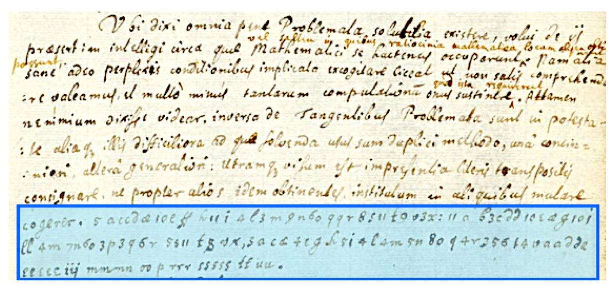
les Termes $+y$ & $+xy$ de la Colomne à main gauche, j'ai $+x$ & $+xx$, que j'écris vis-à-vis & à main droite : ensuite je prends dans ce qui reste les Termes les plus bas $-3x$ & $+x$, dont la

28 Ubi dixi omnia Problemata solubilia existere

« Quand j'ai dit que presque tous les problèmes étaient résolubles, il faut comprendre ceux auxquels les mathématiciens se sont consacrés jusqu'ici, ou au moins ceux dans lesquels des arguments mathématiques peuvent être appliqués. Car bien sûr, on peut en imaginer d'autres avec des conditions si compliquées que nous ne réussissions pas à les comprendre suffisamment bien, et encore moins à porter le fardeau des calculs si longs qu'ils demandent. Cependant, à moins que je n'en dise trop, les problèmes inverses de tangentes sont à notre portée, ainsi que d'autres plus difficiles que ceux-ci. Pour les résoudre, j'ai utilisé une méthode en deux volets, dont une partie est plus claire, l'autre plus générale. À présent, il m'a semblé approprié de les consigner toutes les deux par des lettres transposées, au cas où, si d'autres parvenaient au même résultat, je fusse obligé de changer mes plans. »

Les lettres transposées désignent cet anagramme que vous voyez dans l'encadré bleu. Il commence par « 5accd… », etc.

Ubi dixi omnia Problemata solubilia existere
Newton, Lettre à Oldenburg pour Leibniz (24 octobre 1676)


Ubi dixi omnia pene Problemata solubilia existere, volui de iis præsertim intelligi circa quæ Mathematici se hactenus occuparunt, vel saltem in quibus ratiocinia mathematica locum aliquem obtinere possunt. Nam alia sane adeo perplexis conditionibus implicata excogitare liceat ut non satis comprehendere valeamus, et multo minus tantarum computationum onus quod ista requirerent sustinere. Attamen ne nimium dixisse videar, inversa de Tangentibus Problemata sunt in potestate, aliaque illis difficiliora ad quæ solvenda usus sum duplici methodo, una concinniori, altera generaliori: utramque visum est impræsentia literis transpositis consignare, ne propter alios idem obtinentes, institutum in aliquibus mutare cogerer. 5accdæ10effh11i4l3m9n6oqqr8s11t9v3x: 11ab3cdd10eæg10ill4m7n6o3p3q6r5s11t8vx, 3acæ4egh5i4l4m5n8oq4r3s6t4vaaddææeeeeeiijmmnnooprrrsssssttuu.

29 extractione fluentis quantitatis

De multiples versions de cette lettre ont été imprimées, en particulier dans le Commercium Epistolicum de Collins, qui a servi d'argumentaire dans le procès intenté à Leibniz. Comme la solution de l'anagramme y est donnée, et que la publication a eu lieu du vivant de Newton, on peut supposer qu'il n'y a pas d'erreur (contrairement à la copie transmise à Leibniz, soit dit en passant). Voici la traduction de Dominique Tournès :

« Une méthode consiste à extraire une quantité fluente d'une équation qui contient en même temps sa fluxion ; une autre à supposer une série pour l'une quelconque des quantités inconnues, de laquelle les autres peuvent être convenablement déduites, et à rassembler les termes homologues de l'équation résultante, de façon à déterminer les termes de la série supposée. »

Ce sont bien les méthodes dont nous avons parlé plus haut. Voici pour terminer, la caricature que Henri Poincaré a donné de cette histoire.

extractione fluentis quantitatis

Collins, Commercium Epistolicum (1712)

nentes, institutum in aliquibus mutare cogerer. * *5accdæ10effh12i4l3m10n6oqqr7s11t10v3x: 11ab3cdd10eæg10ill4m7n6o3p3q6r5s11t7vx, 3acæ4egh6i4l4m5n8oq4r3s6t4v, aaddæeeeeeiiimmnnooprrrsssssttuu.*

* Id est, *Una Methodus consistit in extractione fluentis quantitatis ex æquatione simul involvente fluxionem ejus : altera tantum in assumptione Seriei pro quantitate qualibet incognita ex qua cætera commode derivari possunt, & in collatione terminorum homologorum æquationis resultantis, ad eruendos terminos assumptæ Seriei.* Analysin per Fluentes & earum Momen-

30 Newton avait bien de la chance

« On raconte que Newton communiqua à Leibniz un anagramme à peu près comme ceci : aaaabb, etc. Leibniz naturellement, n'y comprit rien du tout ; mais nous qui avons la clef, nous savons que cet anagramme veut dire, en le traduisant dans le langage moderne : « Je sais intégrer toutes les équations différentielles, » et nous sommes amenés à nous dire que Newton avait bien de la chance ou qu'il se faisait de singulières illusions. Il voulait dire tout simplement qu'il pouvait former (par la méthode des coefficients indéterminés) une série de puissances satisfaisant à l'équation proposée. »

Newton avait bien de la chance

Poincaré, Science et Méthode (1908)

comme une vraie solution ? On raconte que Newton communiqua à Leibnitz un anagramme à peu près comme ceci : *aaaaabbbeeeeii*, etc. Leibnitz, naturellement, n'y comprit rien du tout ; mais nous qui avons la clef, nous savons que cet anagramme veut dire, en le traduisant dans le langage moderne : « Je sais intégrer toutes les équations différentielles, » et nous sommes amenés à nous dire que Newton avait bien de la chance ou qu'il se faisait de singulières illusions. Il voulait dire tout simplement qu'il pouvait former (par la méthode des coefficients indéterminés) une série de puissances satisfaisant formellement à l'équation proposée.

31 références

S'affranchir enfin de la géométrie des anciens pour accoucher d'une méthode générale abstraite, et donner la solution de problèmes géométriques totalement insolubles jusqu'alors, et ce à même pas 24 ans, quel exploit ! Je ne sais pas si Poincaré en avait bien pris la mesure. À sa décharge, il semble qu'il n'avait pas eu accès aux manuscrits numérisés du Newton project. Je me demande bien pourquoi : vous avez une idée, vous ?

références

- D. M. Bressoud (2011) Historical reflexions on teaching the Fundamental Theorem of Integral Calculus, *The American Mathematical Monthly*, 118(2), 99–115
- G. E. Christianson (2005) *Isaac Newton*, Oxford : University Press
- C. J. Scriba (1967) The inverse method of tangents : a dialogue between Leibniz and Newton (1675–1677), *Archive for History of Exact Sciences*, 2(2), 113–137
- D. Tournès (1996) *L'intégration approchée des équations différentielles (1671-1914)*, Thèse Université Paris 7
- R. S. Westfall (1981) *Never at rest ; a biography of Isaac Newton*, Cambridge : University Press
- M. White (2015) *Isaac Newton, the last sorcerer*, London : Harpercollins