Une histoire de mathématiques à écouter sur

hist-math.fr

0 Le tournant mathématique

Cela ne vous aura pas échappé si vous avez suivi les histoires précédentes : la logique a longtemps été associée à la philosophie, la rhétorique ou la dialectique, mais certainement pas aux mathématiques. La logique dite mathématique, celle dont je suis censé vous raconter l'histoire, n'a commencé à dépasser le symbolisme élémentaire d'Aristote, qu'au dix-neuvième siècle. Avant cela, personne n'avait songé à isoler les opérations sur les propositions, à les résumer par des symboles, à en tirer des diagrammes et des équations.

Enfin, presque personne. Dans l'énorme masse de manuscrits inachevés laissés par Leibniz, on a retrouvé la preuve qu'il avait, comme dans d'autres domaines, plus d'un siècle d'avance. Il avait compris, avant tout le monde, que la logique ne pourrait progresser que si elle prenait le tournant des mathématiques.

histoires de logique

Le tournant mathématique

logique de Leibniz

hist-math.fr Bernard Ycart

1 Francis Bacon (1561–1626) René Descartes (1596–1650)

Le dix-septième siècle a sorti la logique des rails dans lesquels les successeurs d'Aristote l'avaient maintenue si longtemps. La Renaissance européenne avait commencé à contester l'héritage aristotélicien au siècle précédent. Ensuite Bacon, puis Descartes, ont affirmé haut et fort que les syllogismes d'Aristote n'étaient pas le bon outil pour faire avancer la connaissance sur des bases rationnelles.

Francis Bacon (1561–1626) René Descartes (1596–1650)
Instauratio Magna (1620) Discours de la méthode (1637)

2 Antoine Arnauld (1612–1694) Pierre Nicole (1625–1695)

Après la mort de Descartes, Arnauld et Nicole ont réalisé une synthèse diplomatique entre la logique aristotélicienne et la méthode de Descartes. Leur livre, la Logique ou l'art de penser, écrit par deux Jansénistes en pleine querelle avec les Jésuites, a connu de nombreuses éditions et traductions. Je vous raconte ailleurs cette « Logique de Port-Royal ».

Antoine Arnauld (1612–1694) Pierre Nicole (1625–1695)
La logique ou l'art de penser (1662)

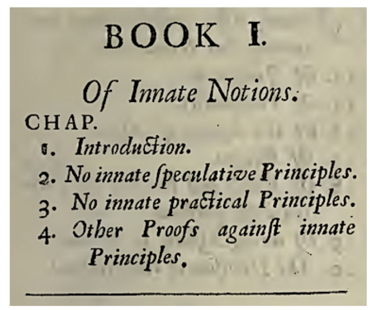
3 John Locke (1632–1707)

John Locke (1632–1707)
An essay concerning humane understanding (1690)

Côté anglais, le digne successeur de Bacon, le philosophe marquant de la fin du siècle, est John Locke. Son œuvre majeure, « Un essai sur l'entendement humain », est datée de 1690, mais il y a travaillé environ 20 ans. C'est une théorie complète de la connaissance, basée sur l'empirisme cher à Bacon, et qui s'oppose à Descartes sur un point crucial : Locke ne croit pas en l'existence d'idées innées.

4 An essay concerning humane understanding (1690)

An essay concerning humane understanding (1690)
John Locke (1632–1707)



BOOK I.

Of Innate Notions.

CHAP.
1. *Introduction.*
2. *No innate ſpeculative Principles.*
3. *No innate practical Principles.*
4. *Other Proofs againſt innate Principles.*

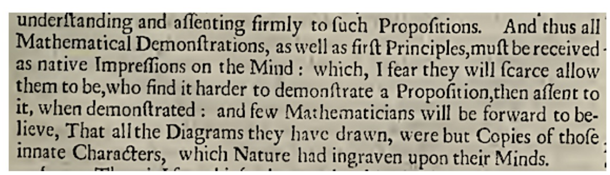
Il en fait même la première partie de son livre. Vous le voyez, Locke démontre qu'il n'y a pas de principe spéculatif inné, pas plus que de principes pratiques innés. Un de ses arguments est tiré des mathématiques.

S'il existait des idées innées, dit-il…

5 all the Diagrams they have drawn

« Il faudrait reconnaître toutes les démonstrations mathématiques pour autant de vérités gravées naturellement dans l'esprit, aussi bien que les premiers principes. Mais c'est à quoi, je le crains, ne consentiront pas aisément ceux qui voient par expérience qu'il est plus difficile de démontrer une proposition de cette nature que de l'accepter après qu'elle a été démontrée. Il se trouvera fort peu de mathématiciens qui soient disposés à croire que toutes les figures qu'ils ont tracées, n'étaient que des copies d'autant de symboles innés, que la nature avait gravés dans leur âme. »

all the Diagrams they have drawn
Locke, An essay concerning humane understanding (1690)



underſtanding and aſſenting firmly to ſuch Propoſitions. And thus all Mathematical Demonſtrations, as well as firſt Principles, muſt be received as native Impreſſions on the Mind: which, I fear they will ſcarce allow them to be, who find it harder to demonſtrate a Propoſition, then aſſent to it, when demonſtrated: and few Mathematicians will be forward to believe, That all the Diagrams they have drawn, were but Copies of thoſe innate Characters, which Nature had ingraven upon their Minds.

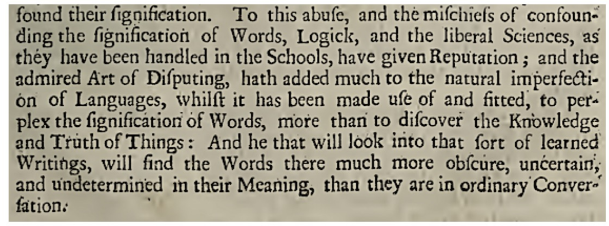
Locke prend en permanence comme exemples, les mathématiques et leurs démonstrations. Il n'est pas mathématicien lui-même, mais il connaît Newton, pour qui il a la plus grande admiration.

Concernant la logique, Locke s'inscrit à la suite de Bacon et Descartes dans le courant de ceux qui l'ont dénoncée comme inutile.

6 the Words there much more obscure

« Il n'y a rien qui ait plus contribué à mettre en vogue le dangereux abus de langage qui consiste à confondre la signification des termes, que la logique et les arts libéraux, tels qu'on les a maniés dans les Écoles. L'art de disputer, qui a été en si grande admiration, a aussi beaucoup augmenté les imperfections naturelles du langage, tandis qu'on l'a fait servir à embrouiller la signification des mots plutôt qu'à découvrir la nature et la vérité des choses. En effet, qu'on jette les les yeux sur les savants écrits de cette espèce, et l'on verra que les mots y ont un sens plus obscur, plus incertain, et plus indéterminé que dans la conversation ordinaire. »

the Words there much more obscure
Locke, An essay concerning humane understanding (1690)


found their signification. To this abuse, and the mischiefs of confounding the signification of Words, Logick, and the liberal Sciences, as they have been handled in the Schools, have given Reputation; and the admired Art of Disputing, hath added much to the natural imperfection of Languages, whilst it has been made use of and fitted, to perplex the signification of Words, more than to discover the Knowledge and Truth of Things: And he that will look into that sort of learned Writings, will find the Words there much more obscure, uncertain, and undetermined in their Meaning, than they are in ordinary Conversation.

7 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)

Si je vous ai cité Arnauld et Locke, c'est qu'il sont les philosophes de référence de la fin du dix-septième siècle. Leibniz ne manque pas une occasion de leur rendre hommage. Il a échangé une correspondance nourrie avec Arnauld. Pour Locke, il a fait plus : il a rassemblé en un livre l'ensemble de ses réflexions sur l'entendement humain.

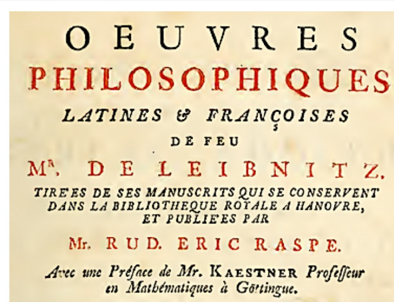
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)

8 Nouveaux essais sur l'entendement humain (1704–1765)

Cela donne les « Nouveaux essais sur l'entendement humain ». Le manuscrit était prêt dès 1704, mais la correction a pris du retard. Après la mort de Locke en 1707, Leibniz a jugé qu'il n'était pas correct de publier des critiques auxquelles l'auteur ne pouvait plus répondre.

Il faudra attendre 1765 et la publication de ce recueil d'« Œuvres philosophiques latines et françaises » pour lire les Nouveaux essais de Leibniz. Concernant les idées innées, Leibniz ne prend position ni pour Descartes, ni pour Locke. Pour lui, il existe bien un petit nombre d'idées innées. Parmi elles, le principe de non-contradiction, qu'il exprime sous forme générale.

Nouveaux essais sur l'entendement humain (1704–1765)
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)

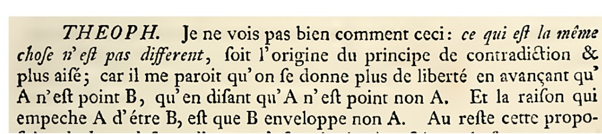

OEUVRES
PHILOSOPHIQUES
LATINES & FRANÇOISES
DE FEU
Mr. DE LEIBNITZ.
TIRÉES DE SES MANUSCRITS QUI SE CONSERVENT DANS LA BIBLIOTHEQUE ROYALE A HANOVRE, ET PUBLIÉES PAR
Mr. RUD. ERIC RASPE.
Avec une Préface de Mr. KAESTNER Professeur en Mathématiques à Gottingue.

9 l'origine du principe de contradiction

« Je ne vois pas bien comment ceci : *ce qui est la même chose n'est pas différent*, soit l'origine du principe de contradiction et plus aisé : car il me paraît qu'on se donne plus de liberté en avançant qu'A n'est point B, qu'en disant qu'A n'est point non-A. Et la raison qui empêche A d'être B est que B enveloppe non-A. »

Leibniz prend bien soin de distinguer les axiomes qui sont acceptés par tous, des vérités que l'on peut en déduire par une démonstration. Par exemple :

l'origine du principe de contradiction
Leibniz, Nouveaux essais sur l'entendement humain (1704–1765)


THEOPH. Je ne vois pas bien comment ceci : *ce qui est la même chose n'est pas different*, soit l'origine du principe de contradiction & plus aisé ; car il me paroit qu'on se donne plus de liberté en avançant qu'A n'est point B, qu'en disant qu'A n'est point non A. Et la raison qui empeche A d'être B, est que B enveloppe non A. Au reste cette propo-

10 deux & deux sont quatre

« Ce n’est pas une vérité tout à fait immédiate que deux et deux font quatre. »

Et cette vérité pas tout à fait immédiate, Leibniz en donne une démonstration étonnante de modernité.

Elle commence par trois définitions pour dire que deux est le successeur de un, trois de deux et quatre de trois. (Évidemment, parler de successeur est anachronique). Suit un axiome pour la transitivité de l’égalité. Leibniz n’explicite pas l’associativité de l’addition, mais les accolades à droite de l’image ne laissent aucun doute. La démonstration est impeccable, et surtout elle nous rappelle l’axiomatique des entiers, qui ne commencera à émerger qu’un siècle et demi plus tard.

Concernant la logique scolastique, Leibniz fait exposer à un de ses personnages la position cartésienne.

deux & deux sont quatre

Leibniz, Nouveaux essais sur l’entendement humain (1704–1765)

THEOPH. Je dis, que je vous attendois là bien preparé. Ce n’eſt pas une verité tout à fait immediate que deux & deux ſont quatre; ſuppoſé que *quatre* ſignifie trois & un. On peut donc la demontrer & voici comment.

Definitions: 1) *Deux*, eſt un & un.
2) *Trois*, eſt Deux & un.
3) *Quatre*, eſt Trois & un.

Axiome, mettant des choſes egales à la place, l’egalité demeure.

Demonſtration: 2 & 2 eſt 2 & 1 & 1 (par la def. 1)
2 & 1 & 1 eſt 3 & 1 (par la def. 2)
3 & 1 eſt 4 (par la def. 3) - - -
Donc (par l’Axiome)

$$\begin{array}{c} 2 + \overbrace{\quad 2 \quad} \\ \underbrace{2 + 1} + 1 \\ \underbrace{3 + 1} \\ 4 \end{array}$$

2 & 2 eſt 4. Ce qu’il faloit demontrer. Je pouvois, au lieu de dire que 2

11 l’esprit la voit mieux sans cela

l’esprit la voit mieux sans cela

Leibniz, Nouveaux essais sur l’entendement humain (1704–1765)

« On croit généralement que le syllogisme est le grand instrument de la raison et le meilleur moyen de mettre cette faculté en usage. Pour moi j’en doute, car il ne sert qu’à voir la connexion des preuves dans un seul exemple, et non au-delà : mais l’esprit la voit aussi facilement et peut-être mieux sans cela. »

§. 4. *PHILAL.* On croit generalement que le *Syllogiſme* eſt le grand inſtrument de la raiſon & le meilleur moyen de mettre cette faculté en uſage. Pour moi j’en doute, car il ne ſert qu’à voir la connexion des preuves *dans un ſeul exemple* & non au delà: mais l’eſprit la voit auſſi facilement & peût-être mieux ſans cela. Et ceux, qui ſavent ſe ſervir des

Mais le personnage qui exprime la position de Leibniz est d’un avis plus nuancé.

12 une des plus belles de l’esprit humain

« Votre raisonnement sur le peu d’usage des syllogismes est plein de quantité de remarques solides et belles. Et il faut avouer que la forme scolastique des syllogismes est peu employée dans le monde, et qu’elle serait trop longue et embrouillerait si on voulait l’employer sérieusement. Et cependant, le croiriez-vous ? je tiens que l’invention de la forme des syllogismes est une des plus belles de l’esprit humain, et même des plus considérables. C’est une espèce de *Mathématique universelle* dont l’importance n’est pas assez connue ; et l’on peut dire, qu’un *art d’infaillibilité* y est contenu, pourvu qu’on sache et qu’on puisse s’en servir, ce qui n’est pas toujours permis. »

une des plus belles de l’esprit humain

Leibniz, Nouveaux essais sur l’entendement humain (1704–1765)

THEOPH. Vôtre raiſonnement ſur le peu d’uſage des ſyllogiſmes eſt plein de quantité de remarques ſolides & belles. Et il faut avouer que la forme ſcholaſtique des ſyllogiſmes eſt peu employée dans le monde, & qu’elle ſeroit trop longue & embrouilleroit ſi on la vouloit employer ſerieuſement. Et cependant, le croiriés-vous? je tiens que l’invention de la forme des ſyllogiſmes eſt une des plus belles de l’eſprit humain, & même des plus conſiderables. C’eſt une eſpece de *Mathematique univerſelle*, dont l’importance n’eſt pas aſſés connue; & l’on peut dire, qu’un *art d’infallibilité* y eſt contenu, pourvû qu’on ſache & qu’on puiſſe s’en bien ſervir, ce qui n’eſt pas toujours permis. Or il faut ſavoir que par

Une mathématique universelle, voire une langue ou plutôt une symbolique universelle ? c’est le rêve de sa vie : ce qu’il appelle la « Caractéristique universelle ». Je vous le raconte à propos de l’histoire de l’informatique.

13 Sophie de Hanovre (1630–1714)

J'ai choisi ici de vous citer une lettre qu'il a adressée à sa protectrice et amie Sophie de Hanovre, autrement dit l'Électrice Sophie.

Ils ont échangé des centaines de lettres, publiées en trois volumes totalisant près de deux mille pages. Sophie de Hanovre était née en Hollande, pendant l'exil de sa famille suite aux déboires du père pendant la guerre de Trente ans. Mais si, vous savez bien, je vous ai déjà parlé de cette famille. La sœur aînée de Sophie est Élisabeth de Bohème, la première cartésienne de l'histoire. Les deux sœurs Élisabeth et Sophie ont donc été les correspondantes, et même les disciples, de deux des plus grands philosophes du siècle : Descartes et Leibniz.

Sophie de Hanovre (1630–1714)
Jean Michelin (1670)

14 Lettre à l'Électrice Sophie (Mars 1706)

Voici l'Électrice Sophie vers les soixante-dix ans, au moment ou Leibniz évoque son rêve de jeunesse.

« Il est vrai que j'ai projeté autrefois une nouvelle manière de calculer propre aux matières qui n'ont rien de commun avec les Mathématiques, et si cette façon de Logique était mise à exécution, tout raisonnement [. . .] se ferait à la Mathématicienne [. . .]. »

Lettre à l'Électrice Sophie (Mars 1706)
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)

15 on pourroit tousjours dire : comptons

« Car on pourrait toujours dire : comptons, et juger comme il faut par cette voie autant que les données et la raison peuvent nous en fournir les moyens. Mais je ne sais si je serai jamais en état d'exécuter un tel projet qui a besoin de plus d'une main ; et il semble même que le genre humain n'est pas encore assez mûr pour prétendre aux avantages auxquels cette méthode pourrait mener. »

Vous le voyez, à soixante ans, Leibniz ne se fait plus trop d'illusions sur sa capacité à mener à bien l'entreprise.

Il semble que son rêve soit né très tôt. Leibniz a commencé sa formation par une boulimie de lecture, entre 8 et 12 ans, qui l'a mené à apprendre de l'histoire autant que du droit, Tite Live comme Aristote. Écoutez Diderot, dans l'Encyclopédie.

on pourroit tousjours dire : comptons
Leibniz, Lettre à l'Électrice Sophie (Mars 1706)

Car on pourroit tousjours dire : comptons, et juger comme il faut par cette voye autant que les données et la raison nous en peuvent fournir les moyens. Mais je ne say si je seray jamais en estat d'executer un tel projet qui a besoin de plus d'une main ; et il semble même que le genre humain n'est pas encor assez meur pour pretendre aux avantages où cette Methode pourroit mener.

16 aller mourir tranquille

« Il perdit son père à l'âge de six ans, et le sort de son éducation retomba sur sa mère, femme de mérite. Il se montra également propre à tous les genres d'études, et s'y porta avec la même ardeur et le même succès. »

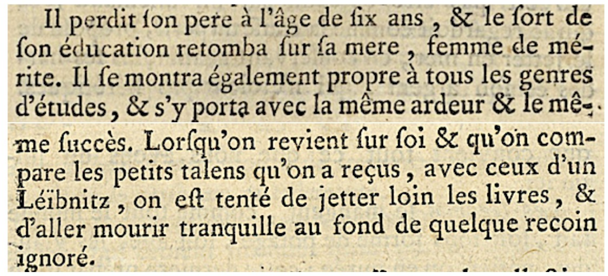
Là, Diderot ajoute une réflexion personnelle, qui traduit bien l'effarement de quiconque constate l'incroyable potentiel de Leibniz.

« Lorsqu'on revient sur soi et qu'on compare les petits talents qu'on a reçus, avec ceux d'un Leibniz, on est tenté de jeter loin les livres, et d'aller mourir tranquille au fond de quelque recoin ignoré. »

Bref ! Concernant la logique, Leibniz nous le raconte lui-même : « Je n'avais pas encore douze ans, que je remplissais des pages avec des exercices remarquables de logique. Je cherchais à dépasser les subtilités scolastiques, et ni Zabarella, ni Ruvio ni Toledo ne m'arrêtèrent longtemps. »

Sa première œuvre marquante, il l'écrit à l'âge de dix-neuf ans. Et même si vers la fin de sa vie, il en parle comme un « petit essai d'écolier » que l'on a réimprimé plus tard malgré lui, cet ouvrage contient en germe une bonne partie du rêve de Leibniz.

aller mourir tranquille
Diderot, Encyclopédie, article Léibnitzianisme

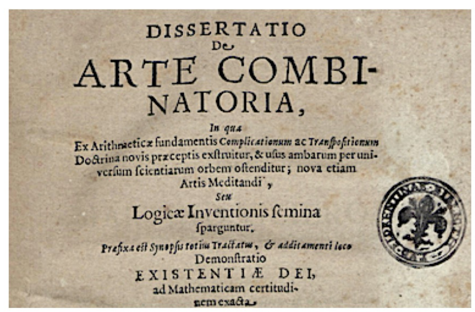

Il perdit ſon pere à l'âge de ſix ans, & le ſort de ſon éducation retomba ſur ſa mere, femme de mérite. Il ſe montra également propre à tous les genres d'études, & s'y porta avec la même ardeur & le même ſuccès. Lorſqu'on revient ſur ſoi & qu'on compare les petits talens qu'on a reçus, avec ceux d'un Léïbnitz, on eſt tenté de jetter loin les livres, & d'aller mourir tranquille au fond de quelque recoin ignoré.

17 Dissertatio de Arte Combinatoria (1666)

Voici la page de titre. Il s'agit d'une « Dissertation sur l'art combinatoire dans laquelle, à partir des fondations de l'arithmétique, une théorie des complications et des permutations est construite à partir de nouvelles règles, leur usage dans l'univers des sciences est démontré, et de nouvelles graines de l'Art de la Méditation, ou Logique de la Découverte, sont semées. En préface, un synopsis de l'ouvrage est donné, et on y ajoute une démonstration de l'existence de Dieu, déduite avec une certitude mathématique. »

Vous apprécierez l'ambition. Parmi les applications, Leibniz traite des combinaisons de propositions propres à constituer des syllogismes.

Dissertatio de Arte Combinatoria (1666)
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)

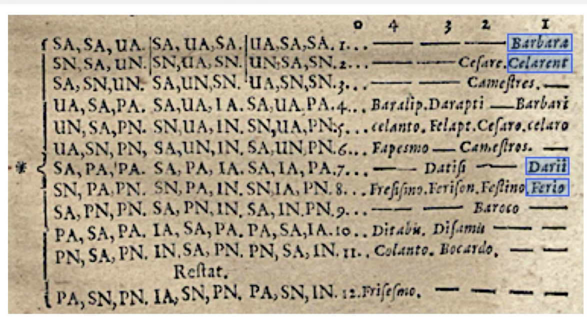

DISSERTATIO
DE
ARTE COMBINATORIA,
In qua
Ex Arithmeticæ fundamentis Complicationum ac Tranſpoſitionum Doctrina novis præceptis exſtruitur, & uſus ambarum per univerſum ſcientiarum orbem oſtenditur; nova etiam Artis Meditandi,
Seu
Logicæ Inventionis ſemina
ſparguntur.
Præfixa eſt Synopſis totius Tractatus, & additamenti loco
Demonſtratio
EXISTENTIÆ DEI,
ad Mathematicam certitudinem exacta.

18 Barbara Celarent Darii Ferio

Il distingue 4 types de propositions, qu'il note par les lettres U (pour universelle), P (particulière), I (indéfinie) et S (singulière). Il faut trois propositions pour un syllogisme, et chacune peut être grand A (affirmative) ou grand N (négative). Au total, Leibniz obtient 512 possibilités. Ce sont les groupes de 6 lettres à gauche de l'image. Quelques uns correspondent aux syllogismes de la scolastique, Barbara, Celarent, Darii, Ferio, et les autres.

Pour autant, ni ces tableaux de syllogismes, ni même les Nouveaux essais sur l'entendement humain, ne laissent croire à une rupture radicale avec la logique de son siècle. Ce que Leibniz avait véritablement accompli en logique n'a commencé à émerger que longtemps après sa mort, à mesure que ses manuscrits étaient publiés. J'en ai choisi un exemple, qui date probablement de 1690. Il s'agit d'un « calcul des ingrédients » qui développe ce que nous pouvons voir avec le recul, comme une logique ensembliste, ou bien comme une logique propositionnelle.

Barbara Celarent Darii Ferio
Leibniz, Dissertatio de Arte Combinatoria (1666)



			0	4	3	2	1
SA, SA, UA.	SA, UA, SA.	UA, SA, SA.	1.	—	—	—	Barbara
SN, SA, UN.	SN, UA, SN.	UN, SA, SN.	2.	—	—	Ceſare.	Celarent
SA, SN, UN.	SA, UN, SN.	UA, SN, SN.	3.	—	—	Cameſtres.	—
UA, SA, PA.	SA, UA, IA.	SA, UA, PA.	4.	Baralip.	Darapti	—	Barbari
UN, SA, PN.	SN, UA, IN.	SN, UA, PN.	5.	celanto.	Felapt.	Ceſaro.	celaro
UA, SN, PN.	SA, UN, IN.	SA, UN, PN.	6.	Fapeſmo	—	Cameſtros.	—
* SA, PA, PA.	SA, PA, IA.	SA, IA, PA.	7.	—	Datiſi	—	Darii
SN, PA, PN.	SN, PA, IN.	SN, IA, PN.	8.	Freſiſmo.	Feriſon.	Feſtino	Ferio
SA, PN, PN.	SA, PN, IN.	SA, IN, PN.	9.	—	—	Baroco	—
PA, SA, PA.	IA, SA, PA.	PA, SA, IA.	10.	Ditabis.	Diſamis	—	—
PN, SA, PN.	IN, SA, PN.	PN, SA, IN.	11.	Colanto.	Bocardo.	—	—
	Reſtat.						
PA, SN, PN.	IA, SN, PN.	PA, SN, IN.	12.	Friſeſmo.	—	—	—

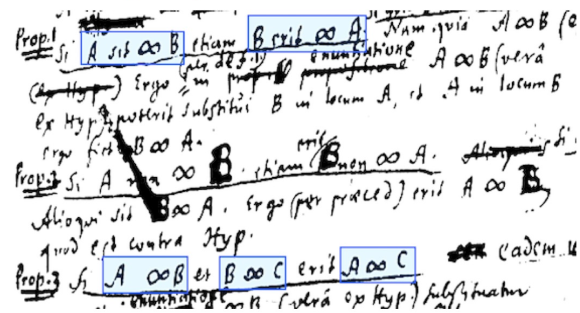
19 Calcul des ingrédients (1690)

Voici le début du manuscrit. Leibniz commence par définir la notion de coïncidence. Il dit : « Des identiques ou des coïncidents peuvent être substitués l'un à l'autre, sans altérer la vérité. Par exemple triangle et trilatère (avoir trois angles et avoir trois côtés). La coïncidence est notée par notre signe infini. Aussitôt après, les propriétés sont énoncées : la proposition 1 exprime la commutativité, la proposition 3 la transitivité.

Vient ensuite une opération, qu'il note par un plus entouré. Dans l'interprétation ensembliste, elle correspond à la réunion. Puis, de nouvelles propositions sont énoncées et démontrées.

Calcul des ingrédients (1690)

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)



20 Proposition 10

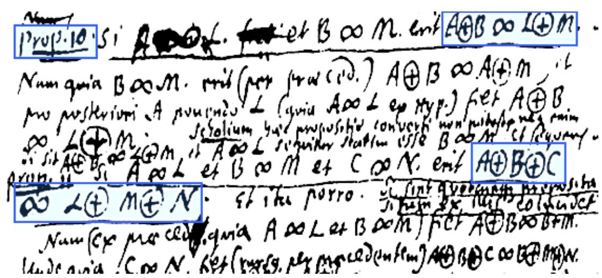
Par exemple la proposition 10.

Si A est identique à L et B identique à M, alors $A \oplus B$ est identique à $L \oplus M$. En termes d'ensembles, si A est égal à L et B égal à M, alors A union B est égal à L union M. La proposition 11 que vous voyez en dessous étend la propriété à trois, puis un nombre quelconque d'éléments.

L'interprétation ensembliste, que j'ai utilisée par commodité, est réductrice, et Leibniz en est parfaitement conscient. Voici la proposition 15.

Proposition 10

Leibniz, Calcul des ingrédients (1690)



21 Proposition 15

« Prop. 15. Si A est dans B et B est dans C, alors A est dans C. Le contenu du contenu est contenu dans le contenant.

C'est le premier des syllogismes : Barbara.

Être quadrilatère est dans parallélogramme, et être parallélogramme est dans rectangle. [...] On peut les inverser si, au lieu de considérer les notions en elles-mêmes, nous considérons les singuliers compris sous la notion et on pourra avoir A rectangle, B parallélogramme et C quadrilatère. En effet, tous les rectangles sont compris dans le nombre des parallélogrammes et tous les parallélogrammes dans celui des quadrilatères. Donc tous les rectangles sont contenus dans les quadrilatères. »

Les deux aspects, ensembliste et propositionnel, sont donc parfaitement explicités. J'espère que ce tout petit extrait vous aura convaincu que Leibniz écrivait bien de la logique mathématique, celle qui n'apparaîtra officiellement qu'au dixneuvième siècle. Et ce n'est pas tout.

Proposition 15

Leibniz, Calcul des ingrédients (1690)

Prop. 15. Si A est dans B et B est dans C, alors A est dans C. Le contenu du contenu est contenu dans le contenant. Être quadrilatère est dans parallélogramme, et être parallélogramme est dans rectangle. [...] On peut les inverser si, au lieu de considérer les notions en elles-mêmes, nous considérons les singuliers compris sous la notion et on pourra avoir A rectangle, B parallélogramme et C quadrilatère. En effet, tous les rectangles sont compris dans le nombre des parallélogrammes et tous les parallélogrammes dans celui des quadrilatères. Donc tous les rectangles sont contenus dans les quadrilatères.

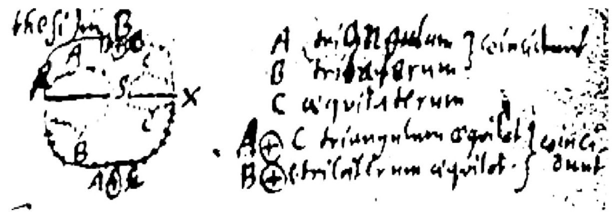
22 Diagramme logique

Voici l'illustration qui accompagne un cas particulier de la proposition 10 vue plus haut. Si A et B coïncident, alors A réuni à C coïncide avec B réuni à C. L'exemple qui est mentionné à droite précise A triangle, coïncide avec B trilatère, donc triangle équilatéral coïncide avec trilatère équilatéral.

La figure de gauche est un diagramme logique. Leibniz en a inventé plusieurs, que l'on retrouve dans d'autres manuscrits.

Diagramme logique

Leibniz, Calcul des ingrédients (1690)



23 Barbara, Celarent

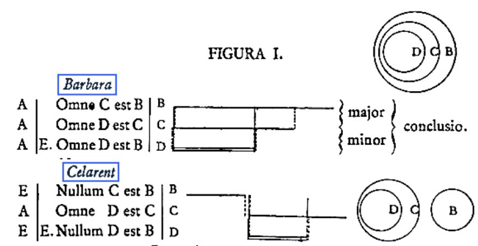
Vous avez ici deux représentations différentes, transcrites d'un même manuscrit, des deux premiers syllogismes de la scolastique, Barbara et Celarent. À droite les propositions sont représentées par des cercles.

Quand Venn a introduit les diagrammes qui portent son nom, il était bien conscient qu'Euler en avait utilisé avant lui. Mais Venn comme Euler, ignoraient que Leibniz les manipulait déjà couramment. Il se trouve que les diagrammes circulaires ne sont pas dénués d'ambigüités, et Leibniz le savait. C'est pourquoi il a inventé l'autre représentation que vous voyez, à base de segments parallèles. Elle sera réinventée, toujours au dix-neuvième siècle, par De Morgan.

Écoutez Louis Couturat. C'est lui qui, au tout début du vingtième siècle, a fait connaître une partie des manuscrits logiques de Leibniz.

Barbara, Celarent

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)



24 Il a découvert les principales lois du calcul logique

« Leibniz a eu l'idée (plus ou moins précise, plus ou moins fugitive) de toutes les opérations de la logique [...]. Il a découvert les principales lois du calcul logique, notamment les règles de composition et de décomposition. Enfin il a très nettement conçu la double interprétation dont ce calcul est susceptible, suivant que les termes représentent des concepts ou des propositions. [...] En un mot, il possédait presque tous les principes de la Logique de Boole [...], et sur certains points il était plus avancé que Boole lui-même. »

Étonnant non ? Figurez-vous qu'en plus, comme il cherchait à établir des catalogues de définitions précises pour tous les concepts, il a réussi à définir l'amour. Enfin ! depuis le temps qu'on attendait !

Il a découvert les principales lois du calcul logique

Couturat, La logique de Leibniz (1901)

Leibniz a eu l'idée (plus ou moins précise, plus ou moins fugitive) de toutes les opérations de la Logique [...]. Il a découvert les principales lois du calcul logique, notamment les règles de composition et de décomposition. Enfin il a très nettement conçu la double interprétation dont ce calcul est susceptible, suivant que les termes représentent des concepts ou des propositions. [...] En un mot, il possédait presque tous les principes de la Logique de Boole [...], et sur certains points il était plus avancé que Boole lui-même.

25 Définition de l'amour (1669)

Définition de l'amour (1669)
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)

« Aimer c'est se réjouir du bonheur d'autrui. »

Cette définition, il l'a formulée ainsi dès 1669. Il l'a reprise tout au long de sa vie, parfois en l'explicitant. Par exemple comme dans cette lettre à Bossuet d'octobre 1698 :

« Aimer n'est autre chose que trouver son plaisir (je dis plaisir, et non pas utilité ou intérêt) dans le bien, perfection, bonheur d'autrui, et qu'ainsi, quoique l'amour puisse être désintéressé, il ne saurait pourtant être détaché de notre propre bien, le plaisir y entrant essentiellement. »

Amare est alterius felicitate delectari

26 références

Goguenards comme je vous devine, vous êtes en train de vous demander quelles applications il a données de cette magnifique définition. Vous allez être déçus. C'est Fontenelle, dans son éloge, qui nous apprend ce qui suit.

« M. Leibniz ne s'était point marié. Il y avait pensé à l'âge de cinquante ans, mais la personne qu'il avait en vue voulut avoir le temps de faire ses réflexions. Cela donna à M. Leibniz le temps de faire aussi les siennes, et il ne se maria point. »

Un génie vous dis-je !

références

- D. Berlioz, F. Drapeau Contim (1998) Un essai logique de Leibniz, « Le calcul des ingrédients » : présentation et traduction, *Revue d'Histoire des Sciences*, 51(1), 35–64
- H. Burckhardt, W. Degen (1990) Mereology in Leibniz's logic and philosophy, *Topoi*, 9, 3–13
- L. Couturat (1901) *La logique de Leibniz*, Paris : Félix Alcan
- V. De Risi ed. (2019) *Leibniz and the Structure of Sciences*, Cham : Springer
- M. Mugnai, H. van Ruler, M. Wilson (2020) *G. W. Leibniz : Dissertation on combinatorial art*, Oxford : University Press
- P. Schuurman (2001) Locke's logic of ideas in context : content and structure, *British Journal for the History of Philosophy*, 9(3), 439–465