

0 Le Mont-Blanc mathématique

La théorie analytique des probabilités de Laplace, a été qualifiée de « Mont-Blanc de l'analyse mathématique ».

histoires de statistique

Le Mont-Blanc mathématique

théorie analytique des probabilités



hist-math.fr

Bernard YCART

1 Pierre-Simon Laplace (1749–1827)

C'est une œuvre majeure de Pierre-Simon Laplace, le livre fondateur de la théorie des probabilités. Sauf que si la Théorie des probabilités était un Mont-Blanc, alors pour Laplace il y avait un Everest.

Pierre-Simon Laplace (1749–1827)



2 quelques livres

En comptant simplement en nombre de pages, la Théorie analytique des probabilités représente environ le quart du Traité de mécanique céleste.

En dehors des deux ouvrages théoriques que sont la Théorie analytique des probabilités, et le Traité de mécanique céleste, Laplace avait tenu à écrire des versions vulgarisées, L'Essai philosophique pour les probabilités, et l'Exposition du système du monde pour la mécanique céleste.

Le Traité de mécanique céleste, Laplace en dédie le tome 3 à Bonaparte, et la dédicace est assez ridiculement dithyrambique.

quelques livres

Pierre-Simon Laplace (1749–1827)

	pages
<i>Théorie analytique des probabilités</i>	506
<i>Essai philosophique sur les probabilités</i>	96
<i>Traité de mécanique céleste</i> (5 tomes)	1972
<i>Exposition du système du monde</i>	418

3 Traité de Mécanique céleste T.3, dédicace (1802)

« À BONAPARTE
de l'Institut National »

Oui, Bonaparte s'était fait élire académicien.

« Citoyen premier consul,

[...] Il m'est doux et honorable de l'offrir au héros pacificateur de l'Europe, à qui la France doit sa prospérité, sa grandeur et la plus brillante époque de sa gloire; [...] Puisse cet ouvrage consacré à la plus sublime des sciences naturelles, être un monument durable de la reconnaissance que votre accueil et les bienfaits du Gouvernement inspirent à ceux qui les cultivent! De toutes les vérités qu'il renferme, l'expression de ce sentiment sera toujours pour moi, la plus précieuse.

Salut et respect,
Laplace »

Traité de Mécanique céleste T.3, dédicace (1802)
Pierre-Simon Laplace (1749–1827)

A BONAPARTE
de l'Institut National
Citoyen premier consul,

[...] Il m'est doux et honorable de l'offrir au héros pacificateur de l'Europe, à qui la France doit sa prospérité, sa grandeur et la plus brillante époque de sa gloire; [...] Puisse cet ouvrage consacré à la plus sublime des sciences naturelles, être un monument durable de la reconnaissance que votre accueil et les bienfaits du Gouvernement inspirent à ceux qui les cultivent! De toutes les vérités qu'il renferme, l'expression de ce sentiment sera toujours pour moi, la plus précieuse.

Salut et respect,
Laplace

4 Napoléon à Sainte-Hélène

Qu'en pensait Napoléon au juste? Napoléon, exilé à Sainte-Hélène, à la fin de sa vie, parle de ceux qu'il a bien connus, et en particulier de Laplace.

Napoléon à Sainte-Hélène
Napoléon Bonaparte (1769–1821)



5 Napoléon à Sainte-Hélène

« À l'intérieur, le ministre Quinette fut remplacé par Laplace, géomètre du premier rang, mais qui ne tarda pas à se montrer administrateur plus que médiocre. Dès son premier travail, les consuls s'aperçurent qu'ils s'étaient trompés. Laplace ne saisissait aucune question sous son vrai point de vue; il cherchait des subtilités partout, n'avait que des idées problématiques, et portait enfin l'esprit des infiniment petits dans l'administration. »

Le coup des infiniments petits, c'est un bon mot que Napoléon n'a pas pu retenir.

Laplace est resté ministre très exactement six semaines. Voici un témoignage d'un contemporain du côté royaliste.

Napoléon à Sainte-Hélène
Napoléon Bonaparte (1769–1821)

À l'intérieur, le ministre Quinette fut remplacé par Laplace, géomètre du premier rang, mais qui ne tarda pas à se montrer administrateur plus que médiocre. Dès son premier travail, les consuls s'aperçurent qu'ils s'étaient trompés. Laplace ne saisissait aucune question sous son vrai point de vue; il cherchait des subtilités partout, n'avait que des idées problématiques, et portait enfin l'esprit des infiniment petits dans l'administration.

6 Histoire de France... (1832)

« La carrière politique de M. Laplace est loin de mériter des éloges : né dans la classe plébéienne, il se montra, dès 1789, partisan des idées nouvelles ; mais il n'eut pas assez d'orgueil, ou, si l'on veut, assez de philosophie pour résister aux séductions de la vanité ; tour à tour courtisan de la liberté et du despotisme, il brûla son encens au pied de la convention, du directoire et de l'empire ; comblé de distinctions et de faveurs par Napoléon, il s'empessa d'oublier ses bienfaits et devint, après les événements de 1814 et de 1815, l'un des meilleurs courtisans de la légitimité, sans se ressouvenir qu'il avait été un des plus fidèles sujets de l'usurpation. »

Oui, Laplace est ce qu'on pourrait appeler une girouette, ou un bon nageur.

Brissot était un de ces députés girondins qui ont été victimes de la terreur en 1793. Plus tard, son fils édite ses mémoires, et rajoute ses propres jugements. À propos de Laplace, il dit. . .

7 Mémoires de Brissot par son fils

« Son principal ouvrage, *l'Exposition du système du monde*, publié en 1796, fut dédié au conseil des Cinq-Cents. Une cinquième édition de cet ouvrage a paru en 1824, et quelques légères mutilations qu'elle éprouva font présumer que, si le savant n'avait point changé d'opinion sur ses théories scientifiques, le marquis et le pair de France répudiait quelques-uns des principes du ministre républicain. »

8 Théorie Analytique des Probabilités (1812)

Quoi qu'on puisse penser de la carrière politique de Laplace, il reste que sa Théorie analytique des probabilités est bien un livre majeur. Et ça, c'est indépendamment de la liste de titres à rallonge que Monsieur le comte Laplace rajoute sur la première page.

Dans la version light, qu'est l'Essai philosophique sur les probabilités, on trouve l'essentiel de la théorie, mais sous une forme assez difficilement compréhensible. Une des raisons est le parti-pris de tout écrire en français, sans aucun signe mathématique. Voici ce que ça donne sur le théorème central limite.

Histoire de France... (1832)

C^{te} de Montgaillard

La carrière politique de M. Laplace est loin de mériter des éloges : né dans la classe plébéienne, il se montra, dès 1789, partisan des idées nouvelles ; mais il n'eut pas assez d'orgueil, ou, si l'on veut, assez de philosophie pour résister aux séductions de la vanité ; tour à tour courtisan de la liberté et du despotisme, il brûla son encens au pied de la convention, du directoire et de l'empire ; comblé de distinctions et de faveurs par Napoléon, il s'empessa d'oublier ses bienfaits et devint, après les événements de 1814 et de 1815, l'un des meilleurs courtisans de la légitimité, sans se ressouvenir qu'il avait été un des plus fidèles sujets de l'usurpation.

Mémoires de Brissot par son fils

Anacharsis Brissot (1791-1854)

Son principal ouvrage, *l'Exposition du système du monde*, publié en 1796, fut dédié au conseil des Cinq-Cents. Une cinquième édition de cet ouvrage a paru en 1824, et quelques légères mutilations qu'elle éprouva font présumer que, si le savant n'avait point changé d'opinion sur ses théories scientifiques, le marquis et le pair de France répudiait quelques-uns des principes du ministre républicain.

Théorie Analytique des Probabilités (1812)

Pierre-Simon Laplace (1749-1827)

THÉORIE

ANALYTIQUE

DES PROBABILITÉS;

PAR M. LE COMTE LAPLACE,

Pair de France; Grand-Officier de la Légion-d'Honneur; Grand-Croix de l'Ordre de la Réunion; Membre de l'Institut royal et du Bureau des Longitudes de France; des Sociétés royales de Londres et de Göttingue; des Académies des Sciences de Russie, de Danemarck, de Suède, de Prusse, d'Italie, etc.

9 Essai philosophique sur les Probabilités (1814)

« La théorie des fonctions génératrices donne une expression très simple de cette probabilité, et que l'on obtient en intégrant le produit de la différentielle de la quantité dont le résultat déduit d'un grand nombre d'observations s'écarte de la vérité, par une constante moindre que l'unité, dépendante de la nature du problème, et élevée à une puissance dont l'exposant est le rapport du carré de cet écart, au nombre des observations. L'intégrale prise entre des limites données, et divisée par la même intégrale étendue à l'infini positif et négatif, exprimera la probabilité que l'écart de la vérité est compris entre ces limites. Telle est la loi générale de la probabilité des résultats indiqués par un grand nombre d'observations. »

Certes, tout est vrai. Mais on ne s'étonne pas trop, du mal que la théorie de Laplace a eu à percer.

Essai philosophique sur les Probabilités (1814)

Pierre-Simon Laplace (1749–1827)

La théorie des fonctions génératrices donne une expression très-simple de cette probabilité, et que l'on obtient en intégrant le produit de la différentielle de la quantité dont le résultat déduit d'un grand nombre d'observations s'écarte de la vérité, par une constante moindre que l'unité, dépendante de la nature du problème, et élevée à une puissance dont l'exposant est le rapport du carré de cet écart, au nombre des observations. L'intégrale prise entre des limites données, et divisée par la même intégrale étendue à l'infini positif et négatif, exprimera la probabilité que l'écart de la vérité est compris entre ces limites. Telle est la loi générale de la probabilité des résultats indiqués par un grand nombre d'observations.

10 Mémoire sur les approximations de formules ... (1810)

Pourtant dans les différents mémoires que reprend la Théorie analytique des probabilités on trouve bien des versions successives du théorème central limite, ou le plus souvent, des cas particuliers comme celui-ci. Ces cas particuliers, pour la loi uniforme, ou la loi multinomiale, sont listés dans le livre, sans que Laplace en déduise un énoncé général.

Du coup les fondements de la statistique inférentielle, qui pourtant ont aussi été développés par Laplace, sont un peu passés inaperçus. Voici ce qu'on lit dans un « Mémoire sur le calcul des probabilités » qui date de 1780, soit plus de trente ans avant la Théorie analytique.

Mémoire sur les approximations de formules ... (1810)

Pierre-Simon Laplace (1749–1827)

Dans le cas que nous avons considéré dans l'article III, q' est nul; $k=h$; $k'=\frac{1}{11}$. h ; l'expression précédente devient en y faisant $r=\frac{1}{11}r'$

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{1}{11}} \cdot \int dr' \cdot e^{-\frac{1}{11} r'^2}$$

et les limites de la moyenne des erreurs sont $\pm \frac{\frac{1}{11} r' h}{\sqrt{h}}$, c'est ce qui est conforme à l'article cité.

11 Mémoire sur les probabilités, 19 juillet 1780

« c'est ici surtout qu'il est nécessaire d'avoir une méthode rigoureuse pour distinguer, parmi les phénomènes observés, ceux qui peuvent dépendre du hasard, de ceux qui dépendent de causes particulières, et pour déterminer avec quelle probabilité ces derniers indiquent l'existence de ces causes. »

Laplace appelle « dépendre du hasard » ce que nous appelons l'hypothèse nulle. La « méthode rigoureuse » dont il parle consiste tout simplement à calculer la probabilité de l'observation sous l'hypothèse nulle, c'est-à-dire la p-valeur. Selon la p-valeur il conclut soit l'hypothèse nulle soit l'alternative. C'est le principe des tests tels que nous les appliquons encore. Son exemple favori est la proportion des sexes à la naissance.

« on trouve que, dans l'espace de ces vingt-six années, il est né à Paris 251 527 garçons et 241 945 filles, ce qui donne à très peu près $\frac{105}{101}$ pour le rapport des naissances des garçons à celles des filles. »

Et Laplace calcule sa p-valeur, en utilisant le théorème central limite.

Mémoire sur les probabilités, 19 juillet 1780

Pierre-Simon Laplace (1749–1827)

c'est ici surtout qu'il est nécessaire d'avoir une méthode rigoureuse pour distinguer, parmi les phénomènes observés, ceux qui peuvent dépendre du hasard, de ceux qui dépendent de causes particulières, et pour déterminer avec quelle probabilité ces derniers indiquent l'existence de ces causes.

[...]

on trouve que, dans l'espace de ces vingt-six années, il est né à Paris 251 527 garçons et 241 945 filles, ce qui donne à très peu près $\frac{105}{101}$ pour le rapport des naissances des garçons à celles des filles.

12 Mémoire sur les probabilités (1780)

« On aura, pour la probabilité que x est égal ou moindre que $1/2$, une fraction dont le numérateur est égal à 1,1521, et dont le dénominateur est la septième puissance d'un million ; »

La septième puissance de un million en dénominateur, on en est à $1,1521 \cdot 10^{-42}$.

Mémoire sur les probabilités (1780)

Pierre-Simon Laplace (1749–1827)

on aura, pour la probabilité que x est égal ou moindre que $1/2$, une fraction dont le numérateur est [...] égal à 1,1521, et dont le dénominateur est la septième puissance d'un million ;

13 Mémoire sur les probabilités (1780)

Que dit R sur les mêmes données ? $1.1526 \cdot 10^{-42}$. Impressionnant comme précision non ? La conclusion est parfaitement claire.

« comme elle est d'une petitesse excessive, on peut regarder comme aussi certain qu'aucune autre vérité morale, que la différence observée [...] est due à une plus grande possibilité dans la naissance des garçons. »

Traduisez possibilité par probabilité. Voici un autre exemple, datant de 1785. Cette fois-ci il s'agit de comparer le rapport des sexes à Paris et à Naples.

Mémoire sur les probabilités (1780)

Pierre-Simon Laplace (1749–1827)

on aura, pour la probabilité que x est égal ou moindre que $1/2$, une fraction dont le numérateur est [...] égal à 1,1521, et dont le dénominateur est la septième puissance d'un million ;

```
g <- 251527; f <- 241945; n <- g+f
p <- g/n; p0 <- 0.5
z <- sqrt(n)*(p-p0)/sqrt(p0*(1-p0))
pnorm(z, lower.tail=FALSE)
[1] 1.15256e-42
```

comme elle est d'une petitesse excessive, on peut regarder comme aussi certain qu'aucune autre vérité morale, que la différence observée [...] est due à une plus grande possibilité dans la naissance des garçons.

14 Mémoire sur les approximations..., (1785)

« On trouve alors la probabilité P , que la possibilité des naissances des garçons à Paris est plus grande que dans le royaume de Naples, égale à $\frac{1}{100}$ environ (R confirme) ; il est donc vraisemblable qu'il existe dans ce royaume, comme à Londres, une cause de plus qu'à Paris, qui y facilite les naissances des garçons ; mais la probabilité avec laquelle elle est indiquée par les observations est trop peu considérable encore pour prononcer irrévocablement sur cet objet. »

Donc Laplace trouve une p-valeur de un centième, il aurait tendance à rejeter l'hypothèse nulle, mais il fait quand même la fine bouche. On est loin de la dictature du cinq pour cent que nous connaissons actuellement.

Laplace est parfaitement conscient de l'intérêt de sa méthode et des applications qu'elle peut avoir, en particulier en médecine.

Mémoire sur les approximations..., (1785)

Pierre-Simon Laplace (1749–1827)

On trouve alors la probabilité P , que la possibilité des naissances des garçons à Paris est plus grande que dans le royaume de Naples, égale à $\frac{1}{100}$ environ (R : 0.009878) ; il est donc vraisemblable qu'il existe dans ce royaume, comme à Londres, une cause de plus qu'à Paris, qui y facilite les naissances des garçons ; mais la probabilité avec laquelle elle est indiquée par les observations est trop peu considérable encore pour prononcer irrévocablement sur cet objet.

15 Théorie analytique des probabilités (1812)

« Ainsi, pour reconnaître le meilleur des traitements en usage dans la guérison d'une maladie, il suffit d'éprouver chacun d'eux sur un même nombre de malades, en rendant toutes les circonstances parfaitement semblables; la supériorité du traitement le plus avantageux se manifestera de plus en plus, à mesure que ce nombre s'accroîtra, et le calcul fera connaître la probabilité correspondante de son avantage, et du rapport suivant lequel il est supérieur aux autres. »

Théorie analytique des probabilités (1812)

Pierre-Simon Laplace (1749–1827)

Ainsi, pour reconnaître le meilleur des traitements en usage dans la guérison d'une maladie, il suffit d'éprouver chacun d'eux sur un même nombre de malades, en rendant toutes les circonstances parfaitement semblables; **la supériorité du traitement le plus avantageux se manifestera de plus en plus**, à mesure que ce nombre s'accroîtra, et le calcul fera connaître la probabilité correspondante de son avantage, et du rapport suivant lequel il est supérieur aux autres.

16 Joseph Fourier (1786–1833)

Il faut le reconnaître, il n'y a pas grand monde qui ait compris Laplace de son vivant. Joseph Fourier est l'un d'eux. Quand Laplace meurt, Fourier y va de son éloge historique, comme beaucoup de monde à l'époque. Il est un des rares à évoquer la Théorie des probabilités.

Joseph Fourier (1786–1833)



17 Éloge historique de M. le Marquis de Laplace (1829)

« On retrouve ce même caractère dans ses recherches sur l'analyse des probabilités, science toute moderne, immense, dont l'objet souvent méconnu a donné lieu aux interprétations les plus fausses, mais dont les applications embrasseront un jour tout le champ des connaissances humaines, heureux supplément à l'imperfection de notre nature.

Laplace en a réuni et fixé les principes. Alors elle est devenue une science nouvelle, soumise à une seule méthode analytique, et d'une étendue prodigieuse. Féconde en applications usuelles, elle éclairera un jour d'une vive lumière toutes les branches de la philosophie naturelle. [...] cet ouvrage est un des monuments les plus précieux de son génie. »

Mais au fait, pourquoi Fourier était-il si au courant de la Théorie analytique des probabilités? Cela datait de la restauration.

Éloge historique de M. le Marquis de Laplace (1829)

Joseph Fourier (1768–1833)

On retrouve ce même caractère dans ses recherches sur l'analyse des probabilités, science toute moderne, immense, dont l'objet souvent méconnu a donné lieu aux interprétations les plus fausses, mais dont les applications embrasseront un jour tout le champ des connaissances humaines, heureux supplément à l'imperfection de notre nature.

[...]

Laplace en a réuni et fixé les principes. Alors elle est devenue une science nouvelle, soumise à une seule méthode analytique, et d'une étendue prodigieuse. Féconde en applications usuelles, **elle éclairera un jour d'une vive lumière toutes les branches de la philosophie naturelle**. [...] cet ouvrage est un des monuments les plus précieux de son génie.

18 Éloge historique de Joseph Fourier (1833)

Les circonstances sont expliquées dans l'éloge historique prononcé par François Arago, à la mort de Fourier.

Éloge historique de Joseph Fourier (1833)

François Arago (1786–1853)

ÉLOGE HISTORIQUE

DE

JOSEPH FOURIER,

PAR M. ARAGO, SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

Lue à la séance publique du 18 novembre 1833.

MESSIEURS,

Un académicien, jadis, ne différait d'un autre académicien, que par le nombre, la nature et l'état de ses découvertes. Leur vie, jetée en quelque sorte dans le même moule, se composait d'événements peu dignes de remarque. Une en-

19 justement inquiet pour son avenir

« La seconde restauration trouva Fourier dans la capitale, sans emploi et justement inquiet pour son avenir. Celui qui, pendant quinze ans, administra un grand département ; qui dirigea des travaux si dispendieux ; qui, dans l'affaire des marais de Bourgoin, eut à stipuler pour tant de millions, avec les particuliers, les communes et les compagnies, ne possédait pas vingt mille francs de capital. »

C'est vrai, après Waterloo, ceux qui s'étaient un peu trop compromis avec Napoléon, n'étaient pas bien vus.

justement inquiet pour son avenir

Arago, éloge de Fourier (1833)

La seconde restauration trouva Fourier dans la capitale, sans emploi et justement inquiet pour son avenir. Celui qui, pendant quinze ans, administra un grand département ; qui dirigea des travaux si dispendieux ; qui, dans l'affaire des marais de Bourgoin, eut à stipuler pour tant de millions, avec les particuliers, les communes et les compagnies, ne possédait pas vingt mille francs de capital.

20 Bureau de la statistique de la Seine

« Le Préfet de Paris, M. de Chabrol apprend que son ancien professeur à l'École polytechnique, que le secrétaire perpétuel de l'Institut d'Égypte, que l'auteur de la Théorie analytique de la chaleur, va être réduit, pour vivre, à courir le cachet. Cette idée le révolte. Aussi se montre-t-il sourd aux clameurs des partis, et Fourier reçoit de lui la direction supérieure du Bureau de la statistique de la Seine, avec 6000 francs d'appointements. »

Et voilà comment Fourier s'est retrouvé statisticien, par charité en quelque sorte. Le Bureau de la Statistique de la Seine publiait chaque année des données chiffrées pour le département. Fourier ne participe pas vraiment ni au recueil, ni à la compilation. Par contre, il écrit pour chacune des livraisons du bureau de la statistique, des articles méthodologiques. Il y montre en particulier qu'il a parfaitement compris l'application de la théorie de Laplace à la précision des estimations.

Bureau de la statistique de la Seine

Arago, éloge de Fourier (1833)

Le Préfet de Paris, [...] M. de Chabrol apprend que son ancien professeur à l'École polytechnique, que le secrétaire perpétuel de l'Institut d'Égypte, que l'auteur de la Théorie analytique de la chaleur, va être réduit, pour vivre, à courir le cachet. Cette idée le révolte. Aussi se montre-t-il sourd aux clameurs des partis, et Fourier reçoit de lui la direction supérieure du Bureau de la statistique de la Seine, avec 6000 francs d'appointements.

21 Recherches Statistiques... (1820)

« Lorsqu'on a trouvé un résultat moyen A , en réunissant un grand nombre m de valeurs particulières, et divisant la somme de ces valeurs par leur nombre m , il reste à évaluer le degré d'approximation. »

Recherches Statistiques... (1820)

Joseph Fourier (1786–1833)

Lorsqu'on a trouvé un résultat moyen A , en réunissant un grand nombre m de valeurs particulières, et divisant la somme de ces valeurs par leur nombre m , il reste à évaluer le degré d'approximation.

22 Recherches Statistiques... (1820)

« Il faut pour cela élever au carré chacune des valeurs particulières; former la valeur moyenne de ces carrés en divisant leur somme par leur nombre, qui est m ; on retranche de cette valeur moyenne des carrés le carré A^2 du résultat moyen; on divise le double de la différence par le nombre m , et l'on extrait la racine carrée du quotient; on trouve ainsi une quantité g qui sert à mesurer le degré d'approximation. »

Recherches Statistiques... (1820)

Joseph Fourier (1786–1833)

Lorsqu'on a trouvé un résultat moyen A , en réunissant un grand nombre m de valeurs particulières, et divisant la somme de ces valeurs par leur nombre m , il reste à évaluer le degré d'approximation. Il faut pour cela élever au carré chacune des valeurs particulières; former la valeur moyenne de ces carrés en divisant leur somme par leur nombre, qui est m ; on retranche de cette valeur moyenne des carrés le carré A^2 du résultat moyen; on divise le double de la différence par le nombre m , et l'on extrait la racine carrée du quotient; on trouve ainsi une quantité g qui sert à mesurer le degré d'approximation.

23 Recherches Statistiques... (1820)

En termes modernes, on calcule la variance empirique, on multiplie par deux sur m , on prend la racine carrée, et on obtient cette quantité g qui sert à mesurer le degré de précision. Maintenant on parle d'« intervalle de confiance ».

Recherches Statistiques... (1820)

Joseph Fourier (1786–1833)

Lorsqu'on a trouvé un résultat moyen A , en réunissant un grand nombre m de valeurs particulières, et divisant la somme de ces valeurs par leur nombre m , il reste à évaluer le degré d'approximation. Il faut pour cela élever au carré chacune des valeurs particulières; former la valeur moyenne de ces carrés en divisant leur somme par leur nombre, qui est m ; on retranche de cette valeur moyenne des carrés le carré A^2 du résultat moyen; on divise le double de la différence par le nombre m , et l'on extrait la racine carrée du quotient; on trouve ainsi une quantité g qui sert à mesurer le degré d'approximation.

$$g = \sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{1}{m} \left(\sum x_i^2 \right) - A^2 \right)}.$$

24 Recherches Statistiques... (1820)

« la précision du résultat est en raison inverse de ce nombre g . Ainsi la limite de l'erreur positive ou négative dont la valeur a peut être affectée, est $\pm 3g$, et l'erreur qui a pour probabilité un demi est $\pm(0.47708)g$. »

Recherches Statistiques... (1820)

Joseph Fourier (1786–1833)

la précision du résultat est en raison inverse de ce nombre g . Ainsi la limite de l'erreur positive ou négative dont la valeur a peut être affectée, est $\pm 3g$, et l'erreur qui a pour probabilité un demi est $\pm(0.47708)g$.

25 Recherches Statistiques... (1820)

Évidemment, R confirme. Le niveau de confiance de l'intervalle autour de la moyenne de plus ou moins $3g$ est extrêmement proche de 1. Le niveau de confiance de l'intervalle de plus ou moins $0.477g$ est proche de un demi.

Au fait, vous vous souvenez que Napoléon disait plutôt du mal de Laplace. Il avait encore mieux connu Fourier, qui avait plus ou moins habilement manœuvré au moment du retour de l'île d'Elbe.

Recherches Statistiques... (1820)

Joseph Fourier (1768–1833)

la précision du résultat est en raison inverse de ce nombre g . Ainsi la limite de l'erreur positive ou négative dont la valeur a peut être affectée, est $\pm 3g$, et l'erreur qui a pour probabilité un demi est $\pm(0.47708)g$.

```
> pnorm(3*sqrt(2))-pnorm(-3*sqrt(2))
[1] 0.9999779
> pnorm(0.47708*sqrt(2))-pnorm(-0.47708*sqrt(2))
[1] 0.5001292
```

26 Napoléon à Sainte-Hélène

« Le préfet de Grenoble, le baron Fourier, un des membres de l'Institut d'Égypte, qui a rédigé la préface du grand ouvrage sur l'Égypte, avait été très chaud dans la Révolution et avait rendu des services dans l'administration de l'Égypte ; cependant cela ne l'empêcha pas de faire des proclamations contre l'Empereur et de prendre quelques mesures ; mais ces proclamations ne contenaient rien de personnel. Il avait été très bien accueilli par le comte d'Artois au voyage que ce prince fit à Grenoble. Il jugea convenable de quitter la ville et se rendit à l'extrémité de son département. Deux jours après, le 9, il vint trouver l'Empereur à Bourgoin, et, comme la préfecture avait été déjà donnée, l'Empereur le nomma préfet de Lyon. »

Eh oui, Fourier a été nommé préfet par Napoléon successivement dans deux départements, l'Isère puis le Rhône. C'est vous dire si Louis XVIII avait des raisons de s'en méfier.

Napoléon à Sainte-Hélène

Napoléon Bonaparte (1769–1821)

Le préfet de Grenoble, le baron Fourier, un des membres de l'Institut d'Égypte, qui a rédigé la préface du grand ouvrage sur l'Égypte, avait été très-chaud dans la Révolution et avait rendu des services dans l'administration de l'Égypte ; cependant cela ne l'empêcha pas de faire des proclamations contre l'Empereur et de prendre quelques mesures ; **mais ces proclamations ne contenaient rien de personnel**. Il avait été très-bien accueilli par le comte d'Artois au voyage que ce prince fit à Grenoble. Il jugea convenable de quitter la ville et se rendit à l'extrémité de son département. Deux jours après, le 9, il vint trouver l'Empereur à Bourgoin, et, comme la préfecture avait été déjà donnée, **l'Empereur le nomma préfet de Lyon**.

27 Auguste Comte (1798–1857)

Rares étaient ceux qui avaient compris la théorie de Laplace, aussi bien que Fourier. Un qui non seulement n'avait rien compris, mais qui en plus se permettait de critiquer de manière extrêmement arrogante, c'est Auguste Comte.

Auguste Comte (1798–1857)

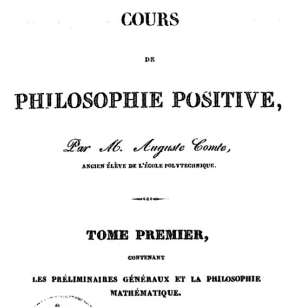


28 Cours de Philosophie Positive (1830-1842)

Dans son « Cours de Philosophie Positive », Auguste Comte n'a pas de mots assez dur pour la Théorie analytique des probabilités, alors qu'il encense la Mécanique céleste.

Cours de Philosophie Positive (1830-1842)

Auguste Comte (1798-1857)



29 de frivoles apparences mathématiques

« À la vérité, l'esprit de calcul tend de nos jours à s'introduire dans cette étude, surtout en ce qui concerne les questions médicales, par une voie beaucoup moins directe, sous une forme plus spécieuse, et avec des prétentions infiniment plus modestes. Je veux parler principalement de cette prétendue application de ce qu'on appelle la statistique à la médecine, dont plusieurs savants attendent des merveilles, et qui pourtant ne saurait aboutir, par sa nature, qu'à une profonde dégénération directe de l'art médical, dès lors réduit à d'aveugles dénombrements. Une telle méthode, s'il est permis de lui accorder ce nom, ne serait réellement autre chose que l'empirisme absolu, déguisé sous de frivoles apparences mathématiques. »

de frivoles apparences mathématiques

Comte, cours de philosophie positive (1835)

À la vérité, l'esprit de calcul tend de nos jours à s'introduire dans cette étude, surtout en ce qui concerne les questions médicales, par une voie beaucoup moins directe, sous une forme plus spécieuse, et avec des prétentions infiniment plus modestes. Je veux parler principalement de [cette prétendue application de ce qu'on appelle la statistique à la médecine](#), dont plusieurs savants attendent des merveilles, et qui pourtant ne saurait aboutir, par sa nature, qu'à une profonde dégénération directe de l'art médical, dès lors réduit à d'aveugles dénombrements. Une telle méthode, s'il est permis de lui accorder ce nom, ne serait réellement autre chose que l'empirisme absolu, déguisé sous de frivoles apparences mathématiques.

30 puérile et déplacée

« l'interprétation cosmogonique des divers caractères généraux que je viens de rappeler, je ne puis m'empêcher de témoigner ici combien tous les bons esprits, étrangers aux préjugés mathématiques, ont dû trouver puérile et déplacée la singulière application du calcul des chances, indiquée d'abord par Daniel Bernoulli, et péniblement complétée ensuite par Laplace lui-même, pour évaluer la probabilité que ces phénomènes ont réellement une cause, comme si notre intelligence avait besoin d'attendre une telle autorisation arithmétique, avant d'entreprendre légitimement d'expliquer un phénomène quelconque bien constaté, lorsqu'elle en aperçoit la possibilité. »

puérile et déplacée

Comte, cours de philosophie positive (1837)

l'interprétation cosmogonique des divers caractères généraux que je viens de rappeler, je ne puis m'empêcher de témoigner ici combien tous les bons esprits, étrangers aux préjugés mathématiques, ont dû trouver puérile et déplacée la singulière application du calcul des chances, indiquée d'abord par Daniel Bernoulli, et [péniblement complétée ensuite par Laplace](#) lui-même, pour évaluer la probabilité que ces phénomènes ont réellement une cause, comme si notre intelligence avait besoin d'attendre une telle autorisation arithmétique, avant d'entreprendre légitimement d'expliquer un phénomène quelconque bien constaté, lorsqu'elle en aperçoit la possibilité.

31 irrationnelle et même sophistique

« Quant à la conception philosophique sur laquelle repose une telle doctrine, je la crois radicalement fausse et susceptible de conduire aux plus absurdes conséquences. Je ne parle pas seulement de l'application évidemment illusoire qu'on a souvent tenté d'en faire au prétendu perfectionnement des sciences sociales : ces essais, nécessairement chimériques, seront caractérisés dans la dernière partie de cet ouvrage. C'est la notion fondamentale de la probabilité évaluée, qui me semble directement irrationnelle et même sophistique : je la regarde comme essentiellement impropre à régler notre conduite en aucun cas, si ce n'est tout au plus dans les jeux de hasard. »

irrationnelle et même sophistique

Comte, cours de philosophie positive (1837)

Quant à la conception philosophique sur laquelle repose une telle doctrine, je la crois [radicalement fausse et susceptible de conduire aux plus absurdes conséquences](#). Je ne parle pas seulement de l'application évidemment illusoire qu'on a souvent tenté d'en faire au prétendu perfectionnement des sciences sociales : ces essais, nécessairement chimériques, seront caractérisés dans la dernière partie de cet ouvrage. C'est la notion fondamentale de la probabilité évaluée, qui me semble directement irrationnelle et même sophistique : je la regarde comme essentiellement impropre à régler notre conduite en aucun cas, si ce n'est tout au plus dans les jeux de hasard.

32 Augustus De Morgan (1806–1871)

Loin de l'agressivité d'Auguste Comte, un de ceux qui ont le mieux compris Laplace est De Morgan. C'est un mathématicien anglais, il nous en est resté les lois de De Morgan en logique. Il a longuement étudié la théorie analytique des probabilités. Cela ne l'empêche pas d'analyser finement les faiblesses de Laplace.

Augustus De Morgan (1806–1871)



33 without either symmetry or simplicity

« Le génie de Laplace était comme une masse quand il s'agissait d'exploser des obstacles mathématiques ; mais comme cet utile instrument, il ne donnait ni finition, ni beauté aux résultats. Il est vrai, et même tautologique si le lecteur préfère, que Laplace n'était ni Lagrange ni Euler, contrairement à ce qu'on fait croire aux étudiants. Le second est puissance et symétrie, le troisième est puissance et simplicité, le premier c'est la puissance sans la symétrie ni la simplicité. »

without either symmetry or simplicity

De Morgan, Dublin Review 1837

The genius of Laplace was a perfect sledge hammer in bursting purely mathematical obstacles ; but, like that useful instrument, it gave neither finish nor beauty to the results. In truth, in truism if the reader please, Laplace was neither Lagrange nor Euler, as every student is made to feel. The second is power and symmetry, the third power and simplicity ; the first is power without either symmetry or simplicity.

34 the difficulty of this work

« Dans quelle partie du travail les méthodes de développement pénibles bien qu'astucieuses qui sont formellement traitées dans le chapitre introductif, sont elles utiles ? Aucune. Donc le lecteur commence à suspecter que la difficulté de ce travail ne tient pas seulement au sujet, mais qu'on doit l'attribuer en grande partie à la méthode de l'auteur. »

the difficulty of this work

De Morgan, Dublin Review 1837

And in what future part of the work do the very tedious (though skilful) methods of development become useful which are formally treated in the introductory chapter ? Nowhere. Hence the reader may begin to suspect that the difficulty of this work does not lie entirely in the subject, but is to be attributed in great part to the author's method.

35 the Mont Blanc of mathematical analysis

« La Théorie des probabilités est le Mont-Blanc de l'analyse mathématique. Mais la montagne a cet avantage sur le livre, c'est qu'il y a toujours des guides disponibles pour elle, tandis que l'étudiant en est réduit à trouver sa propre méthode pour affronter le livre. »

the Mont Blanc of mathematical analysis

De Morgan, Dublin Review 1837

The *Théorie des Probabilités* is the Mont Blanc of mathematical analysis ; but the mountain has this advantage over the book, that there are guides always ready near the former, whereas the student has been left to his own method of encountering the latter.

Ben c'est pas pour revendiquer, mais un guide pour une montagne mathématique, ça s'appelle un prof ou je me trompe ?

- M.F. Bru, B. Bru (2018) *Les jeux de l'infini et du hasard*, Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté
- H. Fischer (2011) *A history of the Central Limit Theorem*, New York : Springer
- P. S. Laplace (1814) *Essai philosophique sur les probabilités*, Paris : Courcier
- P. S. Laplace (1812) *Théorie analytique des probabilités*, Paris : Courcier
- S. L. Zabell (2012) De Morgan and Laplace : a tale of two cities, *Elect. J. Hist. Probab. Statist.*, vol. 8, 1–29