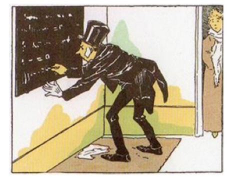
0 Savants cosinus

histoires d'arithmétique

Savants cosinus

La raréfaction des nombres premiers

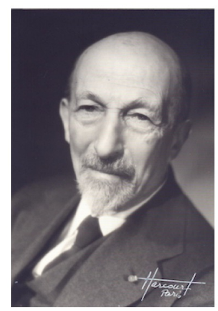


hist-math.fr Bernard Ycart

C'est plutôt rare dans ces histoires, que nous dépassions le dix-neuvième siècle. Cette fois-ci, nous entrons de plain-pied dans le vingtième, avec deux mathématiciens originaux, qui ont quelques points communs.

1 Jacques Hadamard (1865–1963)

Jacques Hadamard (1865–1963)



Le premier est Jacques Hadamard, décédé en 1963 à l'âge de 97 ans.

2 Paul Erdős (1913–1996)

Paul Erdős (1913–1996)

Le second est Paul Erdős, né juste avant la première guerre mondiale. Les deux ont en commun d'avoir démontré un des plus beaux résultats de l'arithmétique, le théorème de raréfaction des nombres premiers. Avant de revenir à Hadamard et Erdős, voyons d'abord ce qu'est ce théorème, et commençons au début.

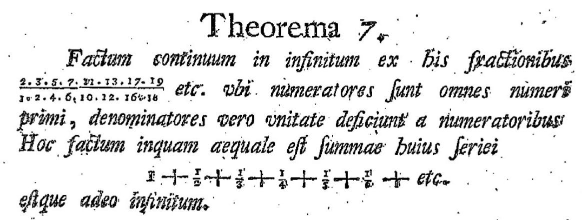
3 Leonard Euler (1707–1783)

Leonard Euler (1707–1783)

Commencer au début, c'est souvent lire ce que Euler a écrit sur le sujet.

4 Variae observationes circa series infinitas (1737)

Variae observationes circa series infinitas (1737)
Leonard Euler (1707–1783)



Theorema 7.

Factum continuum in infinitum ex his fractionibus $\frac{2 . 3 . 5 . 7 . 11 . 13 . 17 . 19}{1 . 2 . 4 . 6 . 10 . 12 . 16 . 18}$ etc. vbi numeratores sunt omnes numeri primi, denominatores vero vnitate deficiunt a numeratoribus: Hoc factum inquam aequale est summae huius seriei

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \text{etc.}$$

estque adeo infinitum.

En 1737, Euler a tout juste 30 ans, et son succès sur le problème de Bâle deux ans auparavant l'a déjà établi comme le maître des séries numériques. Le Théorème 7 de cet article « Diverses observations autour des séries infinies » annonce un résultat étonnant.

Voici la traduction.

5 Théorème 7

Théorème 7
Euler, Variae observationes circa series infinitas (1737)

« Si nous poussons jusqu'à l'infini la continuation des fractions dont les numérateurs sont tous les entiers premiers et les dénominateurs sont les mêmes moins une unité, le résultat est le même que la somme de la série harmonique qui est certainement infinie. »

Oui, vous avez bien lu, l'infini égale l'infini ! Quand on s'appelle Euler, on peut tout se permettre. Comment démontre-t-il ça ? Facile pour lui !

Si nous poussons jusqu'à l'infini la continuation des fractions

$$\frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdots}{1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 16 \cdot 18 \cdots}$$

dont les numérateurs sont tous les entiers premiers et les dénominateurs sont les mêmes moins une unité, le résultat est le même que la somme de la série

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \cdots$$

qui est certainement infinie.

6 Démonstration

Démonstration
Euler, Variae observationes circa series infinitas (1737)

Il part de la série harmonique et la multiplie par un demi. Il lui reste une somme de fractions à dénominateurs pairs. En soustrayant, tous les termes à dénominateur pairs disparaissent, et il ne reste que des termes à dénominateur impair.

Si nous avons

$$x = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \cdots ,$$

alors nous aurons

$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \cdots ,$$

qui soustraite de la première nous donnera

$$\frac{1}{2}x = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \cdots ,$$

série où aucun dénominateur n'est pair.

7 Démonstration

Démonstration
Euler, Variae observationes circa series infinitas (1737)

Il multiplie alors par un tiers, cette fois-ci tous les dénominateurs deviennent multiples de trois. Quand il soustrait, tous les dénominateurs multiples de trois disparaissent.

De celle-là, nous soustrayons encore la série suivante

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}x = \frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{15}+\frac{1}{21}+\cdots\ ;$$

et nous aurons

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}x = 1+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13}+\cdots\ ,$$

où parmi les dénominateurs nous n'en trouvons aucun divisible soit par 2 soit par 3.

8 Démonstration

Démonstration
Euler, Variae observationes circa series infinitas (1737)

Même chose avec 5, il fait disparaître tous les termes à dénominateur multiple de cinq.

Afin d'ôter les nombres divisibles par 5, nous soustrayons la série suivante.

$$\frac{1\cdot 2}{2\cdot 3}\cdot\frac{1}{5}x = \frac{1}{5}+\frac{1}{25}+\frac{1}{35}+\cdots$$

et nous aurons

$$\frac{1\cdot 2\cdot 4}{2\cdot 3\cdot 5}x = 1+\frac{1}{7}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13}+\cdots\ .$$

9 Démonstration

« Et procédant de la même manière, soustrayant tous les termes divisibles d'abord par 7, puis par 11, puis par tous les nombres premiers, nous aurons finalement, un produit infini fois x égal à un, donc x est l'inverse de ce produit. »

Et il conclut QED « Quod Erat Demonstrandum », ou bien CQFD, ce qu'il fallait démontrer.

Les standards de démonstration n'étaient pas les nôtres, mais Euler savait parfaitement ce qu'il faisait. D'ailleurs, il étend aussitôt le résultat à la somme des puissances n-ièmes des inverses d'entiers, qui elle, est bien finie pour n plus grand que 1. Que déduit-il de tout ça ? Eh bien entre autres son théorème 19.

Démonstration
Euler, Variae observationes circa series infinitas (1737)

Et procédant de la même manière, soustrayant tous les termes divisibles d'abord par 7, puis par 11, puis par tous les nombres premiers, nous aurons finalement

$$\frac{1\cdot 2\cdot 4\cdot 6\cdot 10\cdot 12\cdot 16\cdot 18\cdot 22\cdots}{2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 11\cdot 13\cdot 17\cdot 19\cdot 23\cdots}x = 1\ .$$

Puisque

$$x = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\cdots\ ,$$

nous avons

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\cdots = \frac{2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 11\cdot 13\cdot 17\cdot 19\cdot 23\cdots}{1\cdot 2\cdot 4\cdot 6\cdot 10\cdot 12\cdot 16\cdot 18\cdot 22\cdots}\ ,$$

expression dont les numérateurs constituent la suite des nombres premiers et les dénominateurs sont les mêmes moins une unité. Q. E. D.

10 Théorème 19

« La somme des réciproques des nombres premiers, est infinie, mais elle est infiniment moindre que la somme de la série harmonique car la première est comme le logarithme de la seconde. »

Et voilà, nous y sommes : Euler ne le dit pas clairement, mais il a bien conscience que les nombres premiers sont plus rares que les entiers, dans un rapport qui est celui du logarithme de n à n. Il faudra attendre Legendre et Gauss pour une conjecture correctement énoncée.

Théorème 19
Euler, Variae observationes circa series infinitas (1737)

La somme des réciproques des nombres premiers,

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13}+\cdots$$

est infinie, mais elle est infiniment moindre que la somme de la série harmonique

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\cdots$$

car la première est comme le logarithme de la seconde.

11 Essai sur la théorie des nombres (1798)

La première conjecture publiée est celle de Legendre en 1798. Il note b le nombre de nombres premiers inférieurs à a et annonce que si a est grand, b doit être proche de :

$$\frac{a}{A\log(a)+B}\,.$$

Il ne se prononce pas sur les valeurs de A et B mais il dit : « la détermination exacte de ces coefficients serait un problème curieux, et digne d'exercer la sagacité des analystes ».

Et en premier lieu, la sienne de sagacité. Dans les éditions suivantes, il annonce des valeurs précises.

Essai sur la théorie des nombres (1798)

Adrien-Marie Legendre (1752–1833)

Au reste, il est vraisemblable que la formule rigoureuse qui donne la valeur de b lorsque a est très-grand, est de la forme $\boxed{b = \frac{a}{A \log.\ a + B}}$, A et B étant des coefficiens constans, et log. a désignant un logarithme hyperbolique. La détermination exacte de ces coefficiens seroit un problême curieux et digne d'exercer la sagacité des Analystes.

12 Théorie des nombres (1830)

Voici son dernier mot : grand $A = 1$, grand $B = -1.08366$. Oui mais il n'a pas de démonstration, c'est un ajustement empirique à partir des tables de nombres premiers disponibles en son temps.

Ce que Legendre ignore, c'est que Gauss, sa bête noire, réfléchit depuis longtemps à la question. Compter les nombres premiers dans un intervalle est le passe-temps favori de Gauss depuis l'âge de 14 ou 15 ans, soit bien avant 1798. Mais comme d'habitude, il n'a rien publié.

Théorie des nombres (1830)

Adrien-Marie Legendre (1752–1833)

(394) Quoique la suite des nombres premiers soit extrêmement irrégulière, on peut cependant trouver avec une précision très-satisfaisante combien il y a de ces nombres depuis 1 jusqu'à une limite donnée x. La formule qui résout cette question est

$$\boxed{y = \frac{x}{\log.\, x - 1.08366}},$$

13 Lettre à Enke (24 décembre 1849)

« Un de mes premiers projets a été de m'intéresser à la fréquence décroissante des nombres premiers, et à cette fin j'ai compté les nombres premiers dans plusieurs intervalles de longueur 1000, et noté les résultats. Je me suis vite rendu compte que derrière toutes les fluctuations, la fréquence est en moyenne inversement proportionnelle au logarithme, de sorte que le nombre d'entiers premiers inférieurs à une borne donnée n est approximativement égal à la primitive de un sur log de n, où log désigne le logarithme hyperbolique. »

La primitive de l'inverse du logarithme est ce qu'on appelle le logarithme intégral.

À votre avis, entre Legendre et Gauss, qui avait raison ?

Lettre à Enke (24 décembre 1849)

Carl Friedrich Gauss (1777-1855)

Un de mes premiers projets a été de m'intéresser à la fréquence décroissante des nombres premiers, et à cette fin j'ai compté les nombres premiers dans plusieurs intervalles de longueur 1000, et noté les résultats. Je me suis vite rendu compte que derrière toutes les fluctuations, la fréquence est en moyenne inversement proportionnelle au logarithme, de sorte que le nombre d'entiers premiers inférieurs à une borne donnée n est approximativement égal à

$$\int \frac{dn}{\log(n)}$$

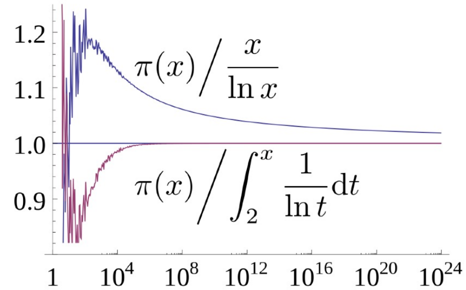
où log désigne le logarithme hyperbolique.

14 Théorème des nombres premiers

Gauss bien sûr, une fois de plus ! C'était la troisième fois qu'il faisait le coup à ce pauvre Legendre : la loi de réciprocité quadratique d'abord, ensuite le principe des moindres carrés, et maintenant la distribution des nombres premiers. Sauf que cette fois-ci, il n'avait rien publié, juste envoyé une lettre à un ami ; et puis Legendre était mort depuis 16 ans, il n'allait plus se mettre en rage comme les autres fois.

Sur cette image, $\pi(x)$ note le nombre d'entiers premiers inférieurs à x. La conjecture de Gauss est représentée par la courbe rouge. Les abscisses sont en coordonnées logarithmiques. Effectivement, le rapport de $\pi(x)$ à la primitive de l'inverse du log, s'approche de 1, comme Gauss l'avait prédit. Mais à la mort de Gauss, personne n'avait de démonstration. Même pas du résultat plus simple qui correspond à la courbe bleue au-dessus : le rapport de $\pi(x)$ à x sur $\log(x)$ tend vers 1.

Théorème des nombres premiers



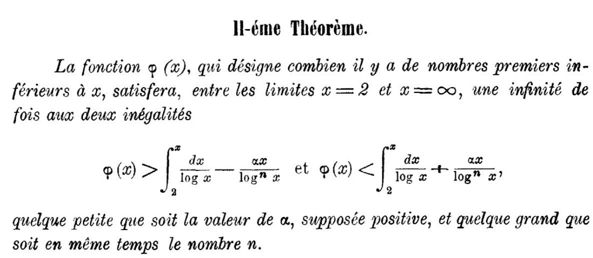
15 Pafnouti Lvovitch Tchebychev (1821–1894)

Pafnouti Lvovitch Tchebychev (1821–1894)

La tentative la plus aboutie pour rendre les arguments d'Euler rigoureux est celle de Tchébychev, en 1851.

16 Mémoire sur les nombres premiers (1851)

Mémoire sur les nombres premiers (1851)
Pafnouti Lvovitch Tchebychev (1821–1894)



II-éme Théorème.

La fonction $\varphi(x)$, qui désigne combien il y a de nombres premiers inférieurs à x, satisfera, entre les limites $x=2$ et $x=\infty$, une infinité de fois aux deux inégalités

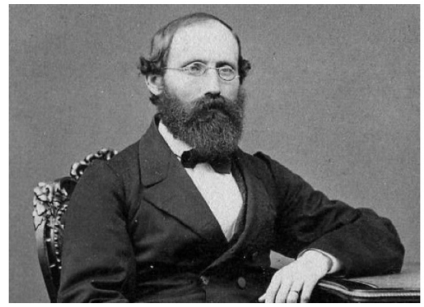
$$\varphi(x) > \int_2^x \frac{dx}{\log x} - \frac{\alpha x}{\log^n x} \quad \text{et} \quad \varphi(x) < \int_2^x \frac{dx}{\log x} + \frac{\alpha x}{\log^n x},$$

quelque petite que soit la valeur de α, supposée positive, et quelque grand que soit en même temps le nombre n.

Les résultats auxquels il parvient vont dans la bonne direction, comme par exemple le Théorème deux que vous voyez. Mais satisfaire une infinité de fois à deux inégalités, (comme il est écrit ici) ce n'est pas exactement exprimer une limite. On n'y est toujours pas.

17 Bernhard Riemann (1826–1866)

Bernhard Riemann (1826–1866)



Le déclic est venu de Riemann, ou plus exactement d'un petit mémoire de neuf pages seulement, écrit pour montrer qu'il était digne de l'Académie de Berlin.

18 Ueber die Anzahl der Primzahlen (1859)

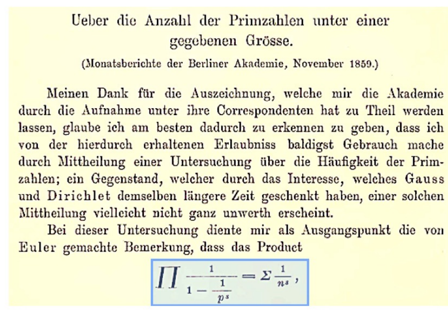
« Sur le nombre des nombres premiers inférieurs à une grandeur donnée. » Vous le voyez dans l'encadré bleu, il part de la formule d'Euler. Mais alors qu'Euler n'avait considéré cette série que pour des valeurs entières de l'exposant, Riemann en fait une fonction de l'exposant, et donne à cet exposant des valeurs dans le plan complexe. C'est la fameuse « fonction zeta de Riemann ». Le second coup de maître est de se rendre compte que le comportement à l'infini de la fonction $\pi(x)$ qui compte les nombres premiers avant x, est lié aux valeurs de la variable qui annulent la fonction zeta : les « zéros » de cette fonction. Et Riemann a l'intuition que ces zéros sont tous de partie réelle un demi. C'est ce qu'on appelle l'« hypothèse de Riemann ».

Un peu négligent, il ajoute :

Il serait à désirer, sans doute, que l'on eût une démonstration rigoureuse de cette proposition ; néanmoins j'ai laissé cette recherche de côté pour le moment après quelques rapides essais infructueux, car elle paraît superflue pour le but immédiat de mon étude.

André Weil, a dit : « Quand j'étais jeune, j'espérais démontrer l'hypothèse de Riemann. Quand je suis devenu un peu plus vieux, j'ai encore eu l'espoir de parvenir à comprendre une démonstration de l'hypothèse de Riemann. Maintenant, je me contenterais bien d'apprendre qu'il en existe une démonstration. » Weil est décédé il y a vingt ans, il n'existe toujours pas de démonstration.

Ueber die Anzahl der Primzahlen (1859)
Bernhard Riemann (1826–1866)



Ueber die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse.

(Monatsberichte der Berliner Akademie, November 1859.)

Meinen Dank für die Auszeichnung, welche mir die Akademie durch die Aufnahme unter ihre Correspondenten hat zu Theil werden lassen, glaube ich am besten dadurch zu erkennen zu geben, dass ich von der hierdurch erhaltenen Erlaubniss baldigst Gebrauch mache durch Mittheilung einer Untersuchung über die Häufigkeit der Primzahlen; ein Gegenstand, welcher durch das Interesse, welches Gauss und Dirichlet demselben längere Zeit geschenkt haben, einer solchen Mittheilung vielleicht nicht ganz unwerth erscheint.

Bei dieser Untersuchung diente mir als Ausgangspunkt die von Euler gemachte Bemerkung, dass das Product

$$\boxed{\Pi \frac{1}{1-\frac{1}{p^s}} = \Sigma \frac{1}{n^s},}$$

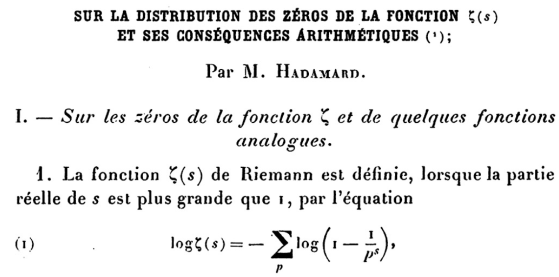
19 Jacques Hadamard (1865–1963)

Jacques Hadamard (1865–1963)

Oui, mais voilà, l'hypothèse de Riemann n'est pas nécessaire pour démontrer le théorème des nombres premiers : il suffit de montrer qu'il n'y a pas de zéros de partie réelle 1. C'est Jacques Hadamard qui s'en est rendu compte.

20 Sur la distribution des zéros de la fonction $\zeta(s)$ (1896)

Sur la distribution des zéros de la fonction $\zeta(s)$ (1896)
Jacques Hadamard (1865–1963)



SUR LA DISTRIBUTION DES ZÉROS DE LA FONCTION $\zeta(s)$
ET SES CONSÉQUENCES ARITHMÉTIQUES (¹);

Par M. Hadamard.

I. — *Sur les zéros de la fonction ζ et de quelques fonctions analogues.*

1. La fonction $\zeta(s)$ de Riemann est définie, lorsque la partie réelle de s est plus grande que 1, par l'équation

$$\log\zeta(s) = -\sum_p \log\left(1-\frac{1}{p^s}\right), \qquad (1)$$

Il a publié ses résultats dans cet article : « Sur la distribution des zéros de la fonction $\zeta(s)$ et ses conséquences arithmétiques ».

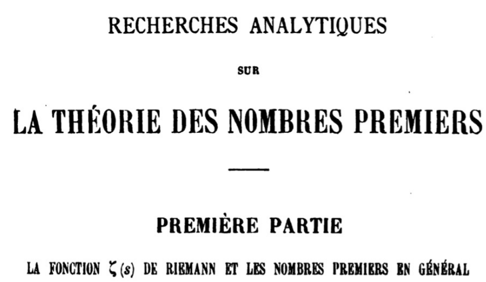
21 Charles Jean de la Vallée Poussin (1866–1962)

Charles Jean de la Vallée Poussin (1866–1962)

Et il n'a pas été le seul. De la Vallée Poussin est arrivé indépendamment à la même conclusion, avec une démonstration légèrement différente.

22 Recherches sur la théorie des nombres premiers

Recherches sur la théorie des nombres premiers
Charles Jean de la Vallée Poussin (1866–1962)



RECHERCHES ANALYTIQUES

SUR

LA THÉORIE DES NOMBRES PREMIERS

PREMIÈRE PARTIE

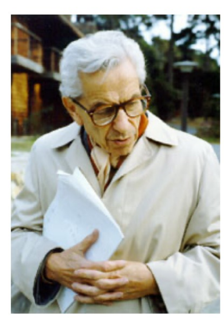
LA FONCTION $\zeta(s)$ DE RIEMANN ET LES NOMBRES PREMIERS EN GÉNÉRAL

Son article a été publié la même année que celui d'Hadamard, et il est juste qu'ils partagent la découverte.

À partir de là, il restait une interrogation : voici un résultat majeur de l'arithmétique, qui a été démontré par l'analyse complexe. Est-on bien sûr qu'il fallait tout cet arsenal, n'y aurait-il pas une démonstration plus élémentaire ?

23 Paul Erdős (1913–1996)

Paul Erdős (1913–1996)

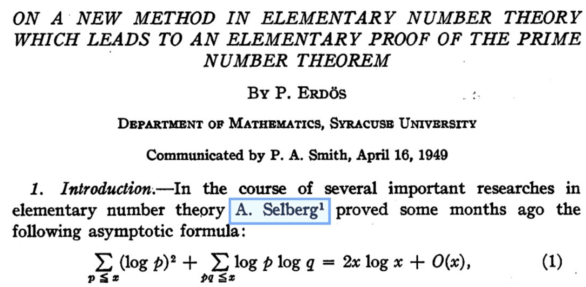


Et si ! Il y avait plus simple. Cette démonstration élémentaire est annoncée par Paul Erdős en 1949, plus de 50 ans après Hadamard tout de même.

24 an elementary proof of the prime number theorem (1949)

Curieusement, ils ont encore été deux sur le coup. Vous voyez que Erdős au début de son article, cite un certain Selberg.

an elementary proof of the prime number theorem (1949)
Paul Erdős (1913–1996)


ON A NEW METHOD IN ELEMENTARY NUMBER THEORY WHICH LEADS TO AN ELEMENTARY PROOF OF THE PRIME NUMBER THEOREM

BY P. ERDÖS

DEPARTMENT OF MATHEMATICS, SYRACUSE UNIVERSITY

Communicated by P. A. Smith, April 16, 1949

1. *Introduction.*—In the course of several important researches in elementary number theory $\boxed{\text{A. Selberg}^1}$ proved some months ago the following asymptotic formula:

$$\sum_{p \leq x} (\log p)^2 + \sum_{pq \leq x} \log p \log q = 2x \log x + O(x), \qquad (1)$$

25 Atle Selberg (1917–2007)

Atle Selberg, le voici. C'est un mathématicien norvégien qui travaillait sur l'hypothèse de Riemann depuis avant la guerre, et qui avait réussi à démontrer certaines inégalités sur la fonction zeta, sans passer par la variable complexe. Il en parle à un ami, qui en suivant fait un exposé auquel assiste Erdős ; et voilà Erdős, à cent à l'heure comme d'habitude, qui trouve le moyen d'en déduire le théorème des nombres premiers, et même un peu plus. La communication passe mal entre Erdős et Selberg, Selberg refuse de co-publier avec Erdős, et c'est comme ça que les deux articles paraissent.

Le paradoxe là-dedans, c'est que Erdős dans sa vie a publié le nombre incroyable de mille cinq cents articles, avec 511 collaborateurs. Tous ont été ou sont très fiers d'avoir été co-auteur d'Erdős. Eh bien pas Selberg !

Atle Selberg (1917–2007)

26 Professeur Tournesol (1943)

De nos jours, le prototype du savant distrait est le professeur Tournesol, dans Tintin. Son modèle, semble-t-il, est un physicien suisse, Auguste Piccard. Mais le cliché remonte à bien avant, même avant qu'Archimède ne sorte tout nu de sa baignoire en criant Euréka.

Voici ce que Platon, dans le Théétète, fait dire à Socrate.

Professeur Tournesol (1943)
Georges Rémy (Hergé) (1907–1983)

27 Théétète

Théétète

Platon (ca 428–348 av. J.C.)

On raconte de Thalès, que tout occupé de l'astronomie et regardant en haut, il tomba dans un puits, et qu'une servante de Thrace, d'un esprit agréable et facétieux, se moqua de lui, disant qu'il voulait savoir ce qui se passait au ciel, et qu'il ne voyait pas ce qui était devant lui et à ses pieds.

« On raconte de Thalès, que tout occupé de l'astronomie et regardant en haut, il tomba dans un puits, et qu'une servante de Thrace, d'un esprit agréable et facétieux, se moqua de lui, disant qu'il voulait savoir ce qui se passait au ciel, et qu'il ne voyait pas ce qui était devant lui et à ses pieds. »

28 Rodolphe Töpffer (1799–1846)

Rodolphe Töpffer (1799–1846)

Le tout premier auteur de bande dessinée c'est lui, Rodolphe Töpffer, un pédagogue suisse inspiré par les idées de Rousseau.

29 Docteur Festus (1840)

Docteur Festus (1840)

Rodolphe Töpffer (1799–1840)

Le Docteur Festus est un de ses personnages : un savant qui essaie de voyager pour apprendre, et à qui il arrive tout un tas d'aventures suite à sa maladresse.

30 George Colomb (Christophe) (1856–1945)

George Colomb (Christophe) (1856–1945)

À la fin du siècle, c'est un autre pédagogue, professeur de sciences naturelles à Paris, qui reprend l'idée de la bande dessinée. Il s'appelle Colomb, et donc il publie sous le nom de Christophe.

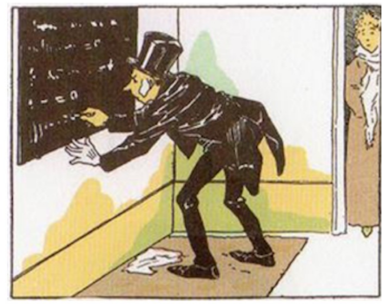
31 L'idée fixe du savant Cosinus (1893)

Son personnage phare est le Savant Cosinus. Lui aussi essaie de voyager et n'y arrive pas à cause de sa maladresse. Voici le témoignage de Jacqueline Hadamard, une des filles de Jacques Hadamard.

« Cette création de Christophe est pour les gens de notre génération, inséparable de mon père, qui, peut-être donnait l'idée pour ces fameuses bandes dessinées. En fait, Monsieur Colomb (le véritable nom de Christophe) était un ami de la famille et notre professeur de sciences naturelles.

Le côté « Cosinus » de mon père nous mettait toujours en joie – et pas seulement nous, mais tous ses amis qui connaissaient le fossé entre lui et la vie quotidienne. Painlevé le rencontra un jour boulevard Saint-Michel et lui dit : « Je vois que Madame Hadamard est déjà partie en vacances ». « Mais comment tu vois-ça ? » lui répond mon père, interloqué. « Ta cravate est derrière ton oreille droite ». En effet, je crois qu'une fois marié, il ne s'est jamais habillé seul ! »

L'idée fixe du savant Cosinus (1893)
Georges Colomb (Christophe) (1856–1945)



32 Erdős et sa mère

On raconte le même genre d'histoire sur Erdős. Il avait 21 ans quand il a beurré sa première tartine, sa mère ou un domestique l'avait toujours fait à sa place. « Je me souviens clairement, dit-il, que je venais d'arriver en Angleterre pour mes études. C'était l'heure du thé, et il y avait du pain. J'avais trop honte d'admettre que je n'en avais jamais beurré. J'ai essayé, ce n'était pas si difficile. »

Il avait attaché ses chaussures pour la première fois, seulement dix ans auparavant, à l'âge de onze ans.

Erdős et sa mère
Paul Erdős (1913–1996)

33 Le Juif errant (1923)

Hadamard et Erdős ont malheureusement un autre point en commun : ils étaient tous les deux d'origine juive et en ont subi les conséquences, dans les soubresauts tragiques du vingtième siècle. Comme Marc Chagall, ils ont été tous les deux des Juifs errants. Dans le cas de Erdős, il y avait son propre refus de se fixer ; sa crainte viscérale de tout ce qui pourrait entraver sa liberté. Il a vécu toute sa vie d'invitation en invitation, hébergé par ses collaborateurs, avec à la main une simple valise à moitié vide.

Hadamard lui, a été obligé de quitter Paris, pour échapper aux rafles de la police de Vichy. Sa famille était française depuis des siècles. Il avait perdu deux de ses fils à la guerre de quatorze, mais rien n'y a fait. En partie grâce au soutien d'Einstein, il a réussi à obtenir un visa pour les États-Unis, où il est arrivé en 1941. Mais il avait beau être un des plus grands noms de la science mondiale, à son âge trouver un poste pour nourrir sa famille n'a pas été facile. Voici le récit de son neveu, Laurent Schwartz.

Le Juif errant (1923)
Marc Chagall (1887–1985)

34 son portrait avait été enlevé

« Il arriva dans une petite université et fut reçu par le directeur du département de mathématiques. Il expliqua qui il était et remit son Curriculum Vitæ. Le directeur lui dit : « Nos possibilités sont limitées et je ne peux pas vous promettre de vous prendre ».

Hadamard remarqua que parmi les portraits accrochés au mur figurait le sien. « C'est moi » dit-il. « Bien, revenez la semaine prochaine ». Lorsqu'il se présenta, la réponse était négative et son portrait avait été enlevé. »

son portrait avait été enlevé
Laurent Schwartz (1915–2002)

Il arriva dans une petite université et fut reçu par le directeur du département de mathématiques. Il expliqua qui il était et remit son Curriculum Vitæ. Le directeur lui dit : « Nos possibilités sont limitées et je ne peux pas vous promettre de vous prendre ».

Hadamard remarqua que parmi les portraits accrochés au mur figurait le sien. « C'est moi » dit-il. « Bien, revenez la semaine prochaine ». Lorsqu'il se présenta, la réponse était négative et son portrait avait été enlevé.

35 références

Erdős disait : Le premier signe de sénilité est quand un homme oublie ses théorèmes, le second signe c'est quand il oublie de remonter sa braguette, le troisième signe est quand il oublie de la baisser.

Il savait aussi qu'il n'était pas très bon pour se souvenir des noms, mais il disait souvent qu'il aurait un problème le jour où il oublierait le nom d'*Alzheimer*.

Euuhh : de qui il parle là ? Qui disait ça ? Bon, peu importe : je vous quitte, je crois que je vais devoir aller aux toilettes.

références

- M. Audin et al. (2014) *Jacques Hadamard*, Dossier Thématique, Images des Mathématiques, CNRS
- G. Lachaud (2005) L'hypothèse de Riemann : le Graal des mathématiciens, *Les dossiers de la Recherche*, 20, 27–35
- D. Goldfeld (2005) The elementary proof of the prime number theorem : an historical perpective *in D. Chudnovsky et al. eds. Number theory*, New York : Springer, 179–192
- P. Hoffman (1999) *The man who loved only numbers*, London : Fourth Estate
- V. Maz'ya, T. Shaposhnikova (2005) *Jacques Hadamard un mathématicien universel, G. Tronel trad.*, Paris : EDP Sciences