

## 0 Une histoire de bière

Oui, c'est bien une histoire de bière. Une histoire de statistique et de bière. Pas n'importe quelle bière en plus : la plus célèbre des bières irlandaises.

## 1 Edward Cecil Guinness (1847–1927)

La famille Guinness avait commencé à brasser de la bière à Dublin en 1759. Cecil Guinness avait pris les commandes à la mort de son père en 1868, et en moins de vingt ans, il avait plus que triplé les ventes. C'est vous dire s'il était compétent. La fin du dix-neuvième siècle était le temps du scientisme triomphant. La science faisait des miracles dans tous les domaines, alors pourquoi pas pour la bière, se dit Guinness ?

## 2 make the brewing scientific

« Ils décidèrent de rendre le brassage scientifique. Jusquelà, les brasseurs apprenaient comme stagiaires à connaître et à suivre méticuleusement les pratiques traditionnelles. La magie noire du brassage en quelque sorte.

Maintenant, Guinness épousait une nouvelle approche, et y investissait beaucoup. »

### histoires de statistique

#### Une histoire de bière

la statistique des petits échantillons



hist-math.fr

Bernard YCART

### Edward Cecil Guinness (1847–1927)



### make the brewing scientific

Cecil Guinness (1847–1927)

They had decided to make the brewing scientific. Up to that time the brewers had learned as apprentices to know every process and to follow meticulously the traditional practices – all the black magic of brewing, as it were. Now, Guinness espoused a new approach and invested a lot in it.

### 3 a series of the brightest young men they could find

« Tout d’abord, ils commencèrent par recruter une série des plus brillants jeunes hommes qu’ils purent trouver – tous récemment diplômés d’Oxford ou de Cambridge, avec les meilleures notes en chimie – et par les nommer brasseurs. Les autres brasseries employaient parfois des chimistes dans leurs laboratoires de recherche, mais Guinness fit entrer ces chimistes aux plus hauts postes de responsabilité, des postes qui étaient occupés auparavant par les membres de la famille Guinness. »

Non seulement ils recrutent des jeunes chimistes, mais ils s’arrangent pour qu’ils se parlent et qu’ils collaborent.

#### a series of the brightest young men they could find

Cecil Guinness (1847–1927)

First, they began to hire a series of the brightest young men they could find – all of them newly graduated from Oxford or Cambridge University with first class degrees in chemistry – and to appoint them brewers. Other breweries employed the occasional chemist in research laboratories, but Guinness brought in these chemists as their top management, in positions previously occupied by the Guinness family.

### 4 an extension of college

« Jusqu’à ce qu’ils soient mariés, ils vivaient ensemble dans la maison Guinness pour brasseurs célibataires au siège de St James Gate. Au travail, ils mangeaient ensemble dans le réfectoire des brasseurs. Pendant leurs loisirs, il semble qu’ils aient été très sportifs. Ils skiaient, pêchaient, faisaient de la voile, du golf, du vélo, et allaient marcher dans les collines. Ils se rendaient visite, lisaient et parlaient ensemble. D’une certaine façon, leur vie était comme une extension du collège. »

#### an extension of college

Cecil Guinness (1847–1927)

Until they married, they lived together at the Guinness house for unmarried brewers at St. James’ Gate. At work, they ate together in the brewers’ dining room. Off duty, they seem to have been very active outdoors; they skied, fished, sailed, golfed, cycled, and walked in the Wicklow Hills, and visited and read and talked together. In some ways, their life was like an extension of college.

### 5 William Sealy Gosset (1876–1937)

Parmi ces jeunes gens, il y avait William Sealy Gosset, nommé brasseur en 1900, à 24 ans donc. Par rapport aux autres, il avait une particularité un peu bizarre.

#### William Sealy Gosset (1876–1937)

appointed brewer 1900



### 6 The popular dread of mathematics

« Les jeunes brasseurs travaillaient bien ensemble – certains étaient de très bons amis. Chacun d’eux semblait avoir trouvé son propre rôle dans la brasserie. Et il semblait naturel à chacun d’apporter ses problèmes numériques à Gosset. Il avait fait un peu de mathématiques à Oxford, et semblait avoir moins peur des mathématiques que les autres.

Dans un rapport sur la théorie des erreurs, il observa plus tard « Il peut sembler étrange que des raisonnements de cette nature n’aient pas été utilisés plus largement, mais c’est dû en premier lieu à la crainte populaire des mathématiques ». »

Gosset n’avait donc pas peur des maths. Mais ce n’est pas pour autant que tout était facile!

#### The popular dread of mathematics

William Sealy Gosset (1876–1937)

The young research brewers worked well together – some were very close friends. Each seemed to fit into his own role in brewery affairs. And to them it seemed natural to take their numerical problems to Gosset. He had done some mathematics at Oxford and seemed less scared of mathematics than they were. (In a report on the theory of error, he observed, “It may seem strange that reasoning of this nature had not been more widely made use of, but this is due, first, to the popular dread of mathematics.”)

## 7 The samples were always small

« Une des difficultés qu'ils rencontraient pour interpréter leurs données expérimentales, c'était que les échantillons étaient toujours petits. Par exemple les expériences sur l'orge démarraient avec quatre fermes qui faisaient pousser chacune une variété sur un terrain. L'estimation de la moyenne basée sur un échantillon de quatre n'est bien sûr pas exacte, l'erreur sur l'estimation de l'écart-type ne peut pas être ignorée.

Ça, Gosset en était conscient. »

## 8 Karl Pearson (1857–1936)

Depuis que le théorème central limite et ses applications statistiques avaient été développées par Laplace plus d'un siècle auparavant, la statistique avait progressé. En particulier en Angleterre, et en particulier grâce au meilleur statisticien du moment, qui se trouvait être Karl Pearson.

Les techniques statistiques pour les grands échantillons étaient bien comprises. Pour vous donner un point de comparaison, le test du chi-deux avait été publié par Pearson en 1900, précisément l'année du recrutement de Gosset chez Guinness.

Mais pour de petits échantillons, utiliser les mêmes résultats que pour les grands échantillons, ça ne pouvait pas marcher. Alors en juillet 1905, comme il passe ses vacances d'été chez ses parents, et comme ses parents habitent justement à 30 kilomètres de la résidence d'été de Pearson, Gosset prend son vélo et va voir Pearson.

## 9 Pearson could not answer that question

« Pour lui la question principale était, de combien fallait-il agrandir l'intervalle de confiance si on utilisait l'estimation de l'écart-type, au lieu de sa vraie valeur inconnue. Pearson n'était pas capable de répondre en 1905. Il n'était pas non plus capable de répondre à la question d'après, qui était : comment calculer la valeur limite d'un test de signification ? »

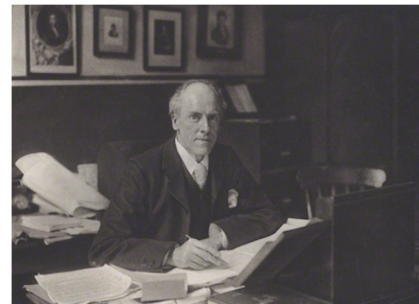
Mais peu importe, c'était quand même une bonne idée d'aller voir Pearson.

### The samples were always small

William Sealy Gosset (1876–1937)

One great difficulty in interpreting their experimental data was that the samples were always small. For instance, the barley experiments started with four farms each growing one plot of each variety. The estimate  $m$  of the mean based on a sample of four is obviously not exact, and the error in the estimate  $s$  of the standard deviation cannot be ignored. This Gosset recognized.

### Karl Pearson (1857–1936)



### Pearson could not answer that question

William Sealy Gosset (1876–1937)

For him, the main question was exactly how much wider should the error limits be to make allowance for the error introduced by using the estimated  $m$  and  $s$  instead of the parameters  $\mu$  and  $\sigma$ . Pearson could not answer that question for Gosset in 1905, nor the one that followed, which was : what level of probability should be called significant ?

## 10 Meeting with Karl Pearson (July 1905)

« L'entrevue fut une telle réussite, que Guinness fit en sorte que Gosset soit envoyé pour un an dans le département de Pearson à University College à Londres, « Pour entreprendre l'étude de la loi des erreurs, dont nous avons constaté qu'elle était d'une grande utilité pour la brasserie ». »

Bon, Guinness est généreux, il sait investir dans l'humain et dans la recherche, mais jusqu'à un certain point. Une fois terminée son année sabbatique chez Pearson à Londres, Gosset retourne travailler à Dublin sur des choses sérieuses, et il se débrouille pour rédiger et publier ses travaux de recherche en dehors de son temps de travail.

### Meeting with Karl Pearson (July 1905)

William Sealy Gosset (1876-1937)

The meeting was so successful, in fact, that Guinness arranged for Gosset to spend a year in Pearson's department at University College, London, "to take up the study of the law of error, the working of which we have found of great service in the brewery."

## 11 In his spare time in 1908

« Pendant son temps libre en 1908, Gosset prépara ses articles sur l'erreur probable de la moyenne, et le coefficient de corrélation, en vue de leur publication.

Guinness avait déjà accepté le principe de la publication. Comme les compte-rendus du conseil d'administration le rapportent, il fut décidé par La Touche que de telles publications pourraient paraître, mais sans le nom du brasseur. Il serait simplement désigné par « Pupil » ou bien « Student ». »

### In his spare time in 1908

William Sealy Gosset (1876-1937)

In his spare time in 1908, Gosset prepared his papers on the probable error of the mean and of the correlation coefficient for publication. Guinness had earlier agreed to permit publication. As the Board minutes recorded, it was decided by La Touche that such publication might be made without the brewers' names appearing. They would be merely designated "Pupil" or "Student".

## 12 The probable error of a mean (1908)

Et c'est ainsi que vous parlez de théorème de Student, de loi de Student, et de test de Student. À cause de cet article sur l'« erreur probable d'une moyenne », par Student. Il est paru dans la revue *Biometrika*, fondée par Pearson en 1901.

### The probable error of a mean (1908)

William Sealy Gosset (1876-1937)

VOLUME VI MARCH, 1908 No. 1

#### BIOMETRIKA.

#### THE PROBABLE ERROR OF A MEAN.

By STUDENT.

#### Introduction.

ANY experiment may be regarded as forming an individual of a "population" of experiments which might be performed under the same conditions. A series of experiments is a sample drawn from this population.

Now any series of experiments is only of value in so far as it enables us to form a judgment as to the statistical constants of the population to which the experiments belong. In a great number of cases the question finally turns on the value of a mean, either directly, or as the mean difference between the two quantities.

## 13 no one has yet told us clearly

« Bien qu'il soit connu que la méthode consistant à utiliser la loi normale n'est fiable que quand l'échantillon est grand, cependant personne ne nous a jamais dit où placer la limite entre grand et petit.

Le but de cet article est de déterminer jusqu'où il est possible d'utiliser les tables de la loi normale pour juger de la signification d'une série d'expériences, et de fournir d'autres tables, à utiliser quand le nombre d'expériences est trop faible. »

### no one has yet told us clearly

Student, The probable error of a mean (1908)

Again, although it is well known that the method of using the normal curve is only trustworthy when the sample is "large", no one has yet told us very clearly where the limits between "large" and "small" samples is to be drawn.

The aim of the present paper is to determine the point at which we may use the tables of the probability integral in judging of the significance of the mean of a series of experiments, and to furnish alternative tables for use when the number of experiments is too few.

## 14 the following nine sections

C'est exactement ce que fait Gosset. Voici le plan de l'article. Regardez les trois premières parties : elles portent sur les trois affirmations du théorème de Student : la première partie détermine la distribution de l'écart-type empirique, la seconde montre que la moyenne empirique et l'écart-type empirique sont des variables aléatoires indépendantes, la troisième détermine la loi de la moyenne empirique centrée et divisée par l'écart-type empirique, c'est ce que nous appelons la loi de Student.

## 15 Frequency curve

Voici la densité des écarts-types empiriques pour un échantillon de taille 10, et son expression analytique exacte.

Pour tout vous dire, je trouve la situation assez ironique. Il est plutôt rare qu'un objet mathématique, théorème ou courbe, porte le nom de son véritable inventeur. La règle c'est la loi de Stigler : aucune loi ne porte le nom de son inventeur. Ce n'est pas Stigler qui a inventé cette loi bien sûr.

Eh bien dans le cas de Student, il n'y a pas l'ombre d'une ambiguïté. C'est bien Student qui a écrit cet article, c'est lui qui a le premier démontré le théorème, écrit la densité de la loi, et calculé ses valeurs numériques. Il n'y a aucun doute : tout cela doit bel et bien porter son nom. Sauf qu'il ne s'appelait pas Student.

## 16 Ronald Aylmer Fisher (1890–1962)

À peine trois ans plus tard, un tout jeune homme entre en scène. Ronald Fisher. Il lit les articles de Gosset et quelque chose lui paraît louche. Gosset certes n'avait pas peur des mathématiques, mais il n'était pas un mathématicien de formation. Fisher lui, était extrêmement doué. Il écrit à Gosset pour lui demander des éclaircissements, et Gosset est plutôt embarrassé. Quelques mois plus tard, il raconte à Pearson ses problèmes avec Fisher.

### the following nine sections

Student, The probable error of a mean (1908)

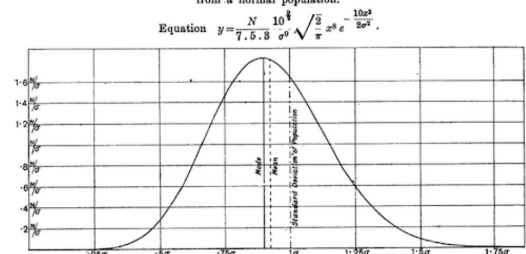
The paper is divided into the following nine sections :

- I. The equation is determined of the curve which represents the frequency distribution of standard deviations of samples drawn from a normal population.
- II. There is shown to be no kind of correlation between the mean and the standard deviation of such a sample.
- III. The equation is determined of the curve representing the frequency distribution of a quantity  $z$ , which is obtained by dividing the distance between the mean of a sample and the mean of the population by the standard deviation of the sample.
- IV. The curve found in I. is discussed.
- V. The curve found in III. is discussed.
- VI. The two curves are compared with some actual distributions.
- VII. Tables of the curves found in III. are given for samples of different size.
- VIII and IX. The tables are explained and some instances are given of their use.
- X. Conclusions.

### Frequency curve

Student, The probable error of a mean (1908)

DIAGRAM I. Frequency curve giving the distribution of Standard Deviations of samples of 10 taken from a normal population.



### Ronald Aylmer Fisher (1890–1962)



## 17 Gosset about Fisher (1912)

« Avec pas mal de peine, je réussis à comprendre, j'identifiai son erreur (ou du moins je le croyais), et je lui écrivis une lettre qui montrait, je l'espère, un intérêt intelligent pour le sujet, et qui incidemment contenait une bourde.

À cela il répondit par deux pages grand format couvertes de mathématiques de la plus belle eau, dans lesquelles il prouvait en utilisant la géométrie  $n$ -dimensionnelle que la formule était au bout du compte  $\sqrt{\sum(x-m)^2/(n-1)}$  et bien sûr, mettait à jour mon erreur. »

Il y a dans cette lettre toute l'humilité et la gentillesse de Gosset. Quant à Fisher, il n'a pas oublié la leçon de Gosset : de vraies données qui posent de vrais problèmes, que l'on résout par de vrais résultats mathématiques. Il le dit quinze ans plus tard dans son best-seller : « Statistical methods for research workers ».

### Gosset about Fisher (1912)

Ronald Fisher (1890–1962)

... with some exertion I mastered it, spotted the fallacy (as I believe), and wrote him a letter showing, I hope, an intelligent interest in the matter and **incidentally making a blunder**. To this he replied with two foolscap pages covered with mathematics of the deepest dye in which he proved, by using  $n$ -dimensions that the formula was, after all  $\sqrt{\sum(x-m)^2/(n-1)}$  and, of course, **exposing my mistake**.

## 18 Daily contact with the statistical problems

« Pendant plusieurs années l'auteur a travaillé en coopération étroite avec un certain nombre de départements de recherche en biologie ; ce livre en est le produit. Le contact quotidien avec les problèmes statistiques qui se présentent d'eux-mêmes au chercheur de laboratoire a stimulé les recherches purement mathématiques sur lesquelles les méthodes présentées ici se basent. »

Quant au problème des petits échantillons, Fisher en connaît parfaitement l'importance.

### Daily contact with the statistical problems

Fisher, *Statistical methods for research workers* (1925)

For several years the author has been working in somewhat intimate cooperation with a number of biological research departments ; the present book is in every sense the product of this circumstance. Daily contact with the statistical problems which present themselves to the laboratory worker has **stimulated the purely mathematical researches** upon which are based the methods here presented.

## 19 a cannon to shoot a sparrow

« Il suffit d'un peu d'expérience pour montrer que la machine traditionnelle des processus statistiques est totalement inadaptée aux besoins de la recherche pratique. Non seulement cela revient à prendre un canon pour tirer sur un moineau, mais on manque le moineau. Le mécanisme élaboré construit sur la théorie des échantillons de taille infinie n'est pas suffisamment précis pour de simples données de laboratoire. Ce n'est qu'en traitant des problèmes de petits échantillons pour eux-mêmes, qu'il semble possible d'appliquer des tests exacts à des données pratiques. »

Et à la mort de Gosset, Fisher répète encore une fois la leçon :

### a cannon to shoot a sparrow

Fisher, *Statistical methods for research workers* (1925)

Little experience is sufficient to show that the traditional machinery of statistical processes is wholly unsuited to the needs of practical research. **Not only does it take a cannon to shoot a sparrow, but it misses the sparrow!** The elaborate mechanism built on the theory of infinitely large samples is not accurate enough for simple laboratory data. **Only by systematically tackling small sample problems on their merits does it seem possible to apply accurate tests to practical data.**

## 20 Fisher about Gosset (1938)

« Un avantage immense qu'avait Student était son souci et son sentiment de responsabilité pour l'interprétation pratique des données expérimentales. Si plus de mathématiciens partageaient cet avantage, il ne fait aucun doute que la recherche mathématique serait orientée de manière plus fructueuse qu'elle ne l'est souvent. »

## 21 références

Vous êtes d'accord avec lui ? Ah moi-aussi : ça s'arrose ! Je vous offre une bière ?

### Fisher about Gosset (1938)

Ronald Fisher (1890–1962)

One immense advantage which "Student" possessed was his concern with, and responsibility for, the practical interpretation of experimental data. If more mathematicians shared this advantage there can be no doubt that [mathematical research would be more fruitfully directed than it often is](#).

### références

- J. Aldrich (1997) R. A. Fisher and the making of maximum likelihood 1912–1922, *Statistical Science*, 12(3), 162–176
- R. A. Fisher (1925) *Statistical methods for research workers*, Edinburgh : Oliver and Boyd
- J. Fisher Box (1987) Guinness, Gosset, Fisher, and small samples, *Statistical Science*, 2(1), 45–52
- Student (1908) The probable error of a mean, *Biometrika*, 6, 1–27
- Student (1908) Probable error of a correlation coefficient, *Biometrika*, 6, 302–310