0 Les formules de Cramer

Le sujet du jour, c'est l'évanouissement ; non, aucun rapport avec cette charmante jeune dame. L'évanouissement au dix-huitième siècle, on commençait à peine à appeler cela « élimination ». Comment résoudre un système d'équations polynomiales en faisant disparaître, en évanouissant, les variables les unes après les autres. Oh, franchement, c'est un peu comme d'habitude. Leibniz a plein d'idées et ne les publie pas, Newton dit ce qu'il faut trouver mais ne dit pas comment, Euler balaye tout, Lagrange rend rigoureux ce qu'Euler a dit, et il ne reste aux autres que quelques miettes. Eh bien justement, je vais vous parler de ces miettes.

Si l'on en croit d'Alembert, il n'y a pas grand chose à dire. Voici ce qu'il écrit dans l'article « Évanouir » de l'Encyclopédie.

histoires d'algèbre

Les formules de Cramer

et d'autres inconnus

hist-math.fr Bernard Ycart

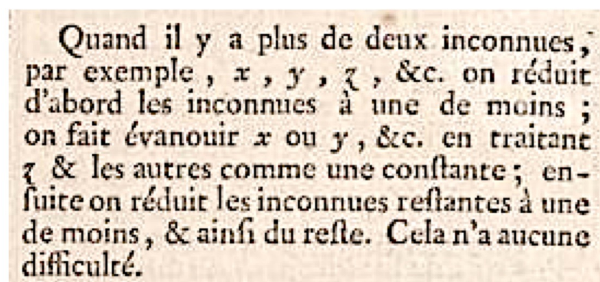
1 Article « Évanouir »

« Quand il y a plus de deux inconnues, par exemple, x, y, z, etc., on réduit d'abord les inconnues à une de moins ; on fait évanouir x ou y, etc., en traitant z et les autres comme une constante ; ensuite on réduit les inconnues restantes à une de moins, et ainsi du reste. Cela n'a aucune difficulté. »

Aucune difficulté ? Soit. Mais alors pourquoi depuis autant de siècles, dans toutes les civilisations, passe-t-on autant de temps à poser et résoudre des systèmes d'équations ? Pourquoi ces grandes batailles que je vous ai déjà racontées : les Italiens au seizième siècle, Girard, Descartes au début du dix-septième, puis Leibniz et Seki Takakazu dans les années 1680 ?

Vous le comprenez bien, ce qui n'a aucune difficulté pour d'Alembert (qui n'y a jamais vraiment réfléchi), n'a forcément aucun intérêt pour les mathématiques, c'est-à-dire aucun avenir à l'Académie royale des sciences. Le premier à en faire les frais est un Genevois, Gabriel Cramer.

Article « Évanouir »
d'Alembert, l'Encyclopédie (1755)



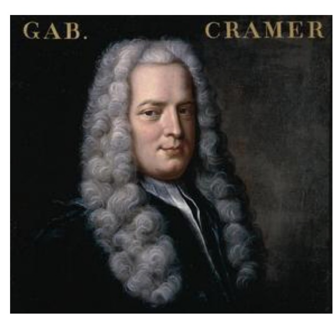
Quand il y a plus de deux inconnues, par exemple, x, y, z, &c. on réduit d'abord les inconnues à une de moins ; on fait évanouir x ou y, &c. en traitant z & les autres comme une constante ; ensuite on réduit les inconnues restantes à une de moins, & ainsi du reste. Cela n'a aucune difficulté.

2 Gabriel Cramer (1704–1752)

Je vous en parle plusieurs fois au chapitre probabilités. C'est lui qui le premier a résolu pour Buffon, le problème de l'aiguille de Buffon. C'est encore lui qui a donné une solution sensée au paradoxe qui a pris le nom de Saint-Pétersbourg parce que Daniel Bernoulli y a publié sa solution ensuite.

On ne s'est rendu compte que récemment, qu'il était indirectement la source de trois articles anonymes de l'Encyclopédie : les articles « Idée » , « Induction » et « Probabilité ». Comment cela ?

Gabriel Cramer (1704–1752)



3 Marie-Charlotte Lullin-Boissier (1725–1750)

Un ami lui avait demandé de donner un cours particulier de logique à sa fille : cette jeune dame, Manon Lullin. Le cours a eu lieu dans l'hiver 1744-45, mais les notes sont restées manuscrites, parce que Cramer n'en était pas suffisamment satisfait pour les publier.

La jeune dame est malheureusement décédée à ving-cinq ans, de la variole. Les notes du cours de Cramer ont été plusieurs fois recopiées, en particulier par un oncle de la dame, qui s'appelait Charles-Benjamin de Lubières.

Marie-Charlotte Lullin-Boissier (1725–1750)

4 Charles-Benjamin de Lubières (1714–1790)

C'est ce Lubières qui 10 ans après le cours, a fourni trois articles à l'Encyclopédie, en recopiant tout bonnement les notes de Cramer.

Manon Lullin n'a pas été la seule à recevoir les enseignements particuliers de Cramer.

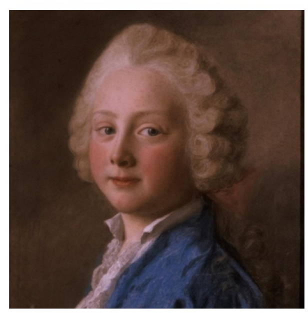
Charles-Benjamin de Lubières (1714–1790)

5 Frédéric de Saxe-Gotha (1735–1756)

D'après Lubières, Cramer avait aussi composé des éléments d'arithmétique, et des éléments de géométrie, pour l'usage du jeune prince héritier de Saxe-Gotha. Lui aussi est mort très jeune, mais tout de même après Cramer. À la mort de Cramer, il avait envoyé une lettre à Lubières, disant : « Je l'aimais, l'estimais comme un ami, et l'admirais, le respectais comme grand homme ».

Diantre, que d'éloges ! D'après les témoignages de contemporains, Cramer était un excellent professeur. Il avait commencé très tôt. Très exactement, en 1724, alors qu'il avait 20 ans.

Frédéric de Saxe-Gotha (1735–1756)

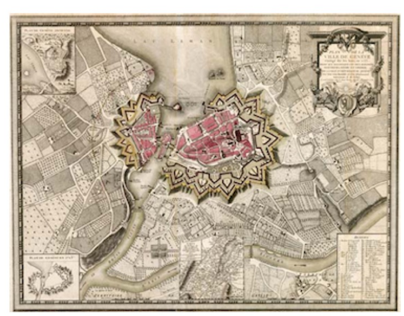


6 Genève au dix-huitième siècle

À l'époque, Genève était une petite bourgade, au débouché du lac Léman, avec l'indépendance d'une république.

Elle avait été dotée par Calvin d'une académie, pour former les cadres de la religion réformée. Ce n'était pas encore une université, mais il y avait une chaire de philosophie, devenue vacante en 1723 par la mort de son titulaire.

Genève au dix-huitième siècle



7 Jean-Louis Calandrini (1703-1758)

Sont candidats, deux jeunes docteurs d'à peine vingt ans : Gabriel Cramer, et son ami Jean-Louis Calandrini, ainsi qu'un autre jeune homme un peu plus expérimenté, et surtout déjà pasteur, qui s'appelle Amédée de la Rive ; il a vingt six ans.

Difficile pour le conseil de ne pas préférer le pasteur plus âgé aux petits nouveaux. Mais devant les qualités évidentes des deux jeunes, une initiative originale est prise. Il est décidé de créer une chaire de mathématiques, que les deux se partageront alternativement. Voici les conditions, définies par un rapport de la commission au petit conseil, le 6 septembre 1724.

Jean-Louis Calandrini (1703-1758)

8 Registres du petit conseil

« Vu la circonstance où se trouvent Mrs. Calendrin et Cramer, qui ont paru avec distinction dans les disputes pour la chaire de philosophie et y ont donné des preuves des grands progrès qu'ils ont fait dans l'étude des mathématiques, il y a lieu de leur conférer à l'un et à l'autre le titre de professeurs en Mathématiques, en partageant entre eux le gage et les fonctions. Mais il a été ajouté qu'on leur donnerait alternativement la liberté de voyager, pendant deux ou trois ans chacun, pour perfectionner leurs connaissances, sous la condition que celui qui demeurerait ici serait obligé de remplir la fonction entière de professeur en mathématiques, pendant lequel temps il aurait seul tout le gage. »

Aussi étonnant que cela paraisse, Calandrini et Cramer étaient suffisamment amis pour que cet arrangement bizarre fonctionne. Calandrini commence son tour d'Europe, pendant que Cramer reste à Genève pour enseigner la géométrie, l'algèbre, l'astronomie, et la mécanique. Puis de 1727 à 1729, c'est au tour de Cramer de partir.

Registres du petit conseil
Genève, 6 septembre 1724

Vu la circonstance où se trouvent Mrs Calendrin et Cramer, qui ont paru avec distinction dans les disputes pour la Chaire de Philosophie et y ont donné des preuves des grands progrès qu'ils ont fait dans l'étude des mathématiques, il y a lieu de leur conférer à l'un et à l'autre le titre de Professeurs en Mathématiques, en partageant entre eux le gage et les fonctions. Mais il a été ajouté qu'on leur donnerait alternativement la liberté de voyager, pendant deux ou trois ans chacun, pour perfectionner leurs connaissances, sous la condition que celui qui demeurerait ici serait obligé de remplir la fonction entière de Professeur en Mathématiques, pendant lequel tems il aurait seul tout le gage.

9 Jean I Bernoulli (1667-1748)

Il commence par se rendre à Bâle où il fait la connaissance de Jean Bernoulli. Quelques années plus tard, les deux seront en concurrence pour un prix de l'Académie des sciences de Paris, et c'est Bernoulli qui gagnera le prix. Les raisons sont assez peu scientifiques, et Bernoulli les explique plutôt crûment.

Jean I Bernoulli (1667-1748)

10 Lettre de Jean Bernoulli à Gabriel Cramer

« J'ai vu que la grande question quoique tacite dans toutes les propositions que l'Académie fait, consiste non point à faire le plus excellent ouvrage, mais à attraper le goût de Mrs. les Juges ; c'est pourquoi je me suis bien gardé de traiter mon sujet des orbites et apsides mobiles des planètes suivant l'idée de Mr. Newton, prévoyant bien que les attractions et son vide seroient en horreur chez Messieurs les Français [. . .]

Je leur ai donc donné de la viande réchauffée avec une sauce nouvelle, en un mot un chapon en capilotade, je veux dire que je leur ai reproduit adroitement les tourbillons de Descartes, un peu modifiés et embellis d'un nouveau lustre. »

Les tourbillons de Descartes, les oppositions françaises à l'attraction universelle je vous raconte tout ça ailleurs. Le chapon en capilotade a sa propre histoire dédiée, elle s'appelle « Le bœuf en daube ».

Jean Bernoulli, dix ans plus tard, ne voudra confier à personne d'autre que Cramer la lourde tâche d'éditer ses œuvres complètes.

Lettre de Jean Bernoulli à Gabriel Cramer
15 avril 1730

J'ai vu que la grande question quoique tacite dans toutes les Propositions que l'Académie fait, consiste non point à faire le plus excellent ouvrage, mais à attraper le goût de Mrs les Juges ; c'est pourquoi je me suis bien gardé de traiter mon sujet des orbites & apsides mobiles des Planètes suivant l'idée de Mr Newton, prevoyant bien que les attractions & son vuide seroient en horreur chés Mrs les François [. . .]

Je leur ai donc donné de la viande réchauffée avec une sausse nouvelle, en un mot un Chapon en Capilotade, je veux dire que je leur ai reproduit adroitement les Tourbillons de Descartes, un peu modifiés et embellis d'un nouveau lustre.

11 Nicholas Saunderson (1682–1739)

Depuis Bâle, Cramer se rend à Cambridge, où il rencontre entre autres Nicholas Saunderson. Vous savez, c'est ce mathématicien aveugle, un des successeurs de Newton. Cramer a forcément étudié son livre sur les équations. On y trouve un passage que vous allez apprécier.

Nicholas Saunderson (1682–1739)

12 Élémens d'Algèbre

Le lecteur ne doit plus s'attendre, que nous lui épargnerons la peine de résoudre toutes les équations simples, comme nous l'avons fait jusqu'ici. Si après 16 exemples d'équations résolues, et la solution de quarante-quatre problèmes algébriques, il ne sait pas encore comment s'y prendre pour résoudre une équation simple, nous ne pouvons attribuer cette ignorance qu'à une cause qui n'est pas susceptible de guérison, ou qui n'en mérite pas.

Élémens d'Algèbre
Nicholas Saunderson (1682–1739)

AVERTISSEMENT.

Le Lecteur ne doit plus s'attendre, que nous lui épargnerons la peine de résoudre toutes les équations simples, comme nous avons fait jusqu'ici. Si après 16 exemples d'équations résolues, & la solution de quarante-quatre problèmes Algébraïques, il ne sait pas encore comment s'y prendre pour résoudre une équation simple, nous ne pouvons attribuer cette ignorance qu'à une cause qui n'est pas susceptible de guérison, ou qui n'en mérite pas.

13 Willem Jacob 'sGravesande (1688–1742)

Après Cambridge, Cramer passe à Leyde en Hollande, pour étudier avec s'Gravesande, puis il arrive à Paris, où il rencontre pour la première fois Fontenelle, Maupertuis, Buffon, de Mairan et Clairaut.

Willem Jacob 's Gravesande (1688–1742)

14 Alexis-Claude Clairaut (1713–1765)

Quand Cramer arrive à Paris, Clairaut n'a que quinze ans, mais il impressionne déjà tout le monde. Quand, deux ans plus tard, il charge Cramer d'envoyer un de ses travaux à Bernoulli, Cramer écrit : « Monsieur Clairaut est un jeune homme de 16 à 17 ans, qui dans un âge si tendre a déjà paru avantageusement par divers essais qu'il a donnés de son savoir en mathématique, et que l'Académie a présentés au Roi ».

Alexis-Claude Clairaut (1713–1765)

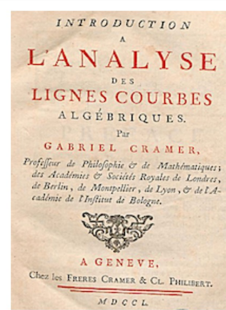
15 Analyse des lignes courbes algébriques (1750)

Quand il revient à Genève pour reprendre son enseignement de mathématiques, Cramer a un carnet d'adresse impressionnant : il connaît à peu près tous ceux qui comptent sur la scène mathématique européenne.

Il lui manque une publication marquante qui lui ouvrirait les portes de l'Académie la plus prestigieuse, celle de Paris. Alors, en 1750 il se résout à terminer une œuvre magistrale, qu'il avait commencée dix ans plus tôt : l'« Introduction à l'analyse des courbes algébriques ».

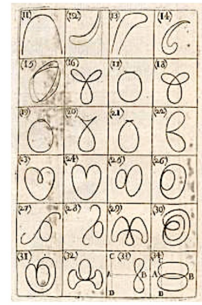
Les courbes algébriques planes ont pour équation un polynôme à deux variables. Classification, propriétés, points multiples, points de rebroussement, asymptotes, c'est un domaine très riche de l'algèbre géométrique à la Descartes, qui n'attend que les applications du calcul différentiel.

Analyse des lignes courbes algébriques (1750)
Gabriel Cramer (1704–1752)


INTRODUCTION
A
L'ANALYSE
DES
LIGNES COURBES
ALGÉBRIQUES.
Par
GABRIEL CRAMER,
Professeur de Philosophie & de Mathématiques; des Académies & Sociétés Royales de Londres, de Berlin, de Montpellier, de Lyon, & de l'Académie de l'Institut de Bologne.
A GENEVE,
Chez les Freres Cramer & Cl. Philibert.
MDCCL.

16 Usages de l'analyse de Descartes (1740)

Usages de l'analyse de Descartes (1740)
Jean-Paul De Gua de Malves (1710–1786)

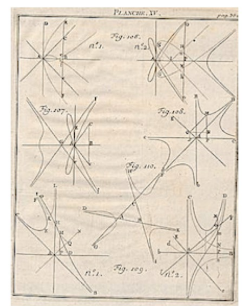


Vous connaissez l'abbé de Gua ? Mais si, ses déboires policiers suite à ses assiduités dans une maison mal famée. Ah vous voyez ! D'accord c'est plutôt drôle, mais je ne vais pas vous raconter ça deux fois tout de même.

Dix ans auparavant, l'abbé de Gua avait écrit un livre sur le même sujet que Cramer, mais beaucoup moins poussé.

17 Analyse des lignes courbes algébriques (1750)

Analyse des lignes courbes algébriques (1750)
Gabriel Cramer (1704–1752)



D'ailleurs il suffit de comparer les figures de De Gua avec celles de Cramer, pour sentir la différence de niveau. Le livre de Cramer est un monument de sept cent pages, qui ne sera pas surpassé avant le siècle suivant.

À la page 657 commence un petit appendice de trois pages, qui de l'aveu même de Cramer n'est pas nécessaire au reste du livre. Voici le début.

18 Appendice I

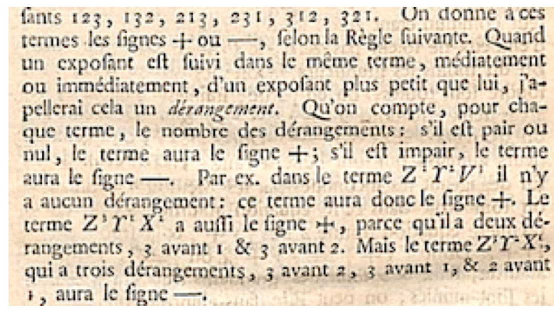
« Soient plusieurs inconnues, z, y, x, v, etc. et autant d'équations, grand $A1$ égale grand $Z1$ petit z, plus etc. »

Cramer invente une notation nouvelle pour un système d'équations quelconque. Notez que l'indice de l'équation est en haut. Il donne ensuite la solution dans le cas d'une seule inconnue, de deux, puis de trois inconnues. Il dit alors : « l'examen de ces formules fournit cette règle générale ». Et il explique comment former le déterminant du système à partir des produits de coefficients. Ce que vous voyez ici est la règle des signes.

« On donne à ces termes les signes plus ou moins, selon la règle suivante. Quand un exposant est suivi dans le même terme, médiatement ou immédiatement, d'un exposant plus petit que lui, j'appellerai cela un *dérangement*. Qu'on compte pour chaque terme, le nombre des dérangements : s'il est pair, ou nul, le terme aura le signe plus ; s'il est impair, le terme aura le signe moins. »

Appendice I

Cramer, Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques (1750)


ſants 123, 132, 213, 231, 312, 321. On donne à ces termes les ſignes + ou —, ſelon la Règle ſuivante. Quand un expoſant eſt ſuivi dans le même terme, médiatement ou immédiatement, d'un expoſant plus petit que lui, j'appellerai cela un *dérangement*. Qu'on compte, pour chaque terme, le nombre des dérangements : s'il eſt pair ou nul, le terme aura le ſigne + ; s'il eſt impair, le terme aura le ſigne —. Par ex. dans le terme $Z^1 Y^2 V^3$ il n'y a aucun dérangement : ce terme aura donc le ſigne +. Le terme $Z^3 Y^1 X^2$ a auſſi le ſigne +, parce qu'il a deux dérangements, 3 avant 1 & 3 avant 2. Mais le terme $Z^3 Y^2 X^1$, qui a trois dérangements, 3 avant 2, 3 avant 1, & 2 avant 1, aura le ſigne —.

Le premier, le japonais Takakazu, n'avait expliqué comment calculer des déterminants que pour les basses dimensions. Il n'avait pas donné de formule générale. À peu près au même moment, Leibniz avait longuement tâtonné avant de trouver la règle des signes.

Non seulement Cramer explique comment calculer un déterminant, mais encore, il donne la formule générale de calcul des inconnues comme rapport de deux déterminants. Ce sont les « formules de Cramer ». Eh oui, la seule chose qui soit resté de lui est contenue dans un appendice de trois pages sur un livre qui en fait plus de sept cent !

Cramer n'a jamais été associé étranger à l'Académie des sciences de Paris. Il aurait fallu pour cela qu'il fasse plus longuement sa cour auprès des académiciens influents, dont, devinez qui, d'Alembert bien sûr.

19 Étienne Bézout (1730–1783)

Le suivant sur la liste des injustices dans cette histoire est Étienne Bézout. Il est de la génération d'après Cramer. Lui aussi est mort jeune, dix jours après Euler, et un mois avant d'Alembert.

Étienne Bézout (1730–1783)

Ce que vous connaissez de lui, c'est l'identité de Bézout. Sauf que je vous ai déjà raconté qu'elle est apparue en Europe un bon siècle avant la naissance de Bézout, grâce à Bachet de Méziriac. Bien avant Bachet, elle était connue des Arabes, qui eux-mêmes la tenaient probablement des Indiens. L'algorithme que les Indiens appelaient « pulvérisateur » était un moyen d'utiliser l'algorithme d'Euclide, équivalent à ce que nous faisons pour calculer une identité de Bézout.

Donc non, l'identité de Bézout n'est pas du tout de Bézout. Ce que l'on trouve chez lui, c'est un moyen d'exprimer le PGCD de deux polynômes, et non pas de deux entiers.

Ah mais c'est qu'il n'y a pas que l'identité de Bézout, il y a aussi le théorème de Bézout. Et que dit-il ce théorème de Bézout ? Précisément ceci.

20 Le théorème de Bézout

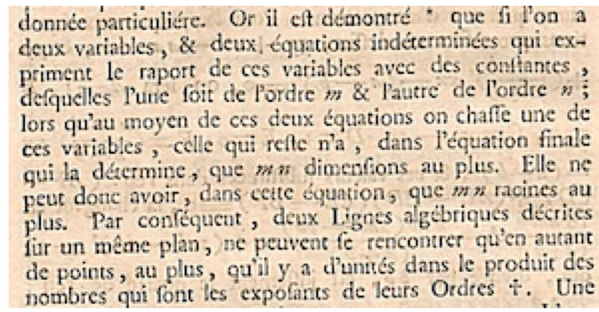
« Si l'on a deux variables, et deux équations indéterminées qui expriment le rapport de ces variables avec des constantes, desquelles l'une soit de l'ordre m et l'autre de l'ordre n ; lorsqu'au moyen de ces deux équations on chasse une de ces variables, celle qui reste n'a dans l'équation finale qui la détermine, que mn dimensions au plus. Elle ne peut donc avoir, dans cette équation, que mn racines au plus. Par conséquent, deux lignes algébriques décrites sur un même plan, ne peuvent se rencontrer qu'en autant de points, au plus, qu'il y a d'unités dans le produit des nombres qui sont les exposants de leurs ordres. »

Et en note de bas de page, « Ce principe, purement algébrique, devrait être démontré dans l'algèbre. Comme je n'en connais aucune qui en donne la démonstration, j'ai cru devoir l'insérer dans l'Appendice numéro trois ».

Allons bon encore un appendice ? Oui, et du même livre : c'est Cramer qui écrit cela. Donc le théorème de Bézout est de Cramer ? Eh bien non, toujours pas. C'est un de ces résultats intuitifs qui ont été énoncés par plusieurs mathématiciens, et démontrés par plusieurs autres. Cramer lui-même cite MacLaurin, il y a eu aussi Euler.

Mais alors : ni l'identité de Bézout, ni le théorème de Bézout ne sont vraiment de lui. N'a-t-il donc rien fait dans sa vie qui mérite qu'on s'en souvienne ?

Le théorème de Bézout
Cramer, Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques (1750)

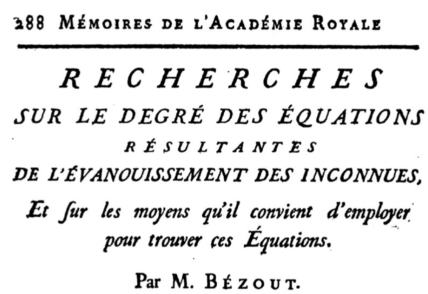

donnée particuliére. Or il eſt démontré * que ſi l'on a deux variables, & deux équations indéterminées qui expriment le raport de ces variables avec des conſtantes, deſquelles l'une ſoit de l'ordre m & l'autre de l'ordre n ; lors qu'au moyen de ces deux équations on chaſſe une de ces variables, celle qui reſte n'a, dans l'équation finale qui la détermine, que mn dimenſions au plus. Elle ne peut donc avoir, dans cette équation, que mn racines au plus. Par conſéquent, deux Lignes algébriques décrites ſur un même plan, ne peuvent ſe rencontrer qu'en autant de points, au plus, qu'il y a d'unités dans le produit des nombres qui ſont les expoſants de leurs Ordres †. Une

21 Recherches sur le degré des équations

Ce que Bézout trouvait intéressant, c'était l'algèbre, et plus particulièrement la théorie de l'élimination, précisément celle dans laquelle d'Alembert ne voyait rien de difficile.

Dans cet article de 1764, la grande idée de Bézout c'est de ramener l'élimination entre des équations de degré quelconque, à l'élimination entre des équations de degré 1, c'est-à-dire pour nous, à des calculs de déterminants. Au passage, Bézout est le premier à calculer des déterminants de manière itérative, en les développant selon une ligne ou une colonne.

Recherches sur le degré des équations
Étienne Bézout (1730–1783)


288 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

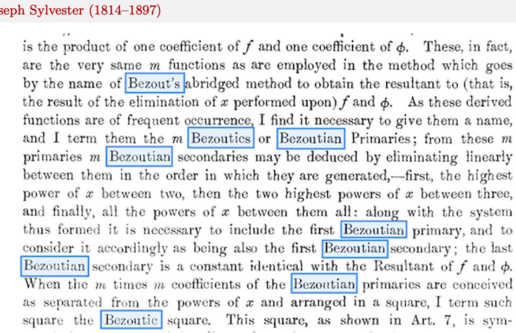
RECHERCHES
SUR LE DEGRÉ DES ÉQUATIONS
RÉSULTANTES
DE L'ÉVANOUISSEMENT DES INCONNUES,
Et ſur les moyens qu'il convient d'employer pour trouver ces Équations.

Par M. BÉZOUT.

22 On a Theory of the Syzygetic Relations (1853)

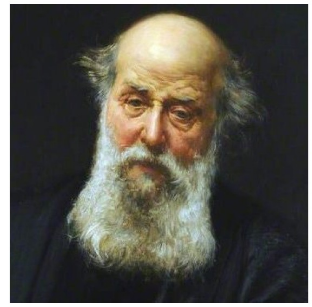
Un siècle après Bézout, Sylvester insiste assez lourdement pour qu'on qualifie les déterminants issus de l'élimination de « bézoutiques », ou bien qu'on les appelle des « bézoutiens ».

On a Theory of the Syzygetic Relations (1853)
James Joseph Sylvester (1814–1897)


is the product of one coefficient of f and one coefficient of ϕ. These, in fact, are the very same m functions as are employed in the method which goes by the name of Bezout's abridged method to obtain the resultant to (that is, the result of the elimination of x performed upon) f and ϕ. As these derived functions are of frequent occurrence, I find it necessary to give them a name, and I term them the m Bezoutics or Bezoutian Primaries; from these m primaries m Bezoutian secondaries may be deduced by eliminating linearly between them in the order in which they are generated,—first, the highest power of x between two, then the two highest powers of x between three, and finally, all the powers of x between them all: along with the system thus formed it is necessary to include the first Bezoutian primary, and to consider it accordingly as being also the first Bezoutian secondary; the last Bezoutian secondary is a constant identical with the Resultant of f and ϕ. When the m times m coefficients of the Bezoutian primaries are conceived as separated from the powers of x and arranged in a square, I term such square the Bezoutic square. This square, as shown in Art. 7, is sym-

23 James Joseph Sylvester (1814–1897)

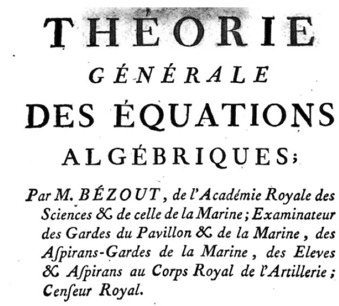
James Joseph Sylvester (1814–1897)



C'est sûrement pour cela qu'on les appelle des déterminants de Sylvester.

24 Théorie générale des équations algébriques (1779)

Théorie générale des équations algébriques (1779)
Étienne Bézout (1730–1783)



THÉORIE
GÉNÉRALE
DES ÉQUATIONS
ALGÉBRIQUES;

Par M. BÉZOUT, de l'Académie Royale des Sciences & de celle de la Marine; Examinateur des Gardes du Pavillon & de la Marine, des Aſpirans-Gardes de la Marine, des Eleves & Aſpirans au Corps Royal de l'Artillerie; Cenſeur Royal.

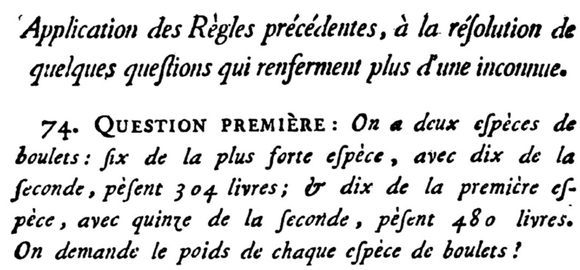
Et Bézout alors ? Eh bien il a continué ses recherches sur les équations algébriques, un peu contre la mode du temps. Alors qu'il avait été élu académicien adjoint à 28 ans, il n'en a retiré aucune rémunération.

Comme il n'avait que peu de fortune personnelle, il a dû accepter des charges de professeur et examinateur dans des écoles militaires. Il a écrit pour cela des livres d'enseignement, qui ont fait longtemps autorité.

Pour vous dire à quel point ces livres sont adaptés au public, voici un exercice d'élimination. Il est tiré de son cours de mathématiques à l'usage du corps royal de l'artillerie.

25 Cours de Mathématiques à l'usage de l'artillerie (1770)

Cours de Mathématiques à l'usage de l'artillerie (1770)
Étienne Bézout (1730–1783)



Application des Règles précédentes, à la réſolution de quelques queſtions qui renferment plus d'une inconnue.

74. QUESTION PREMIÈRE : *On a deux eſpèces de boulets : ſix de la plus forte eſpèce, avec dix de la ſeconde, pèſent 304 livres ; & dix de la première eſpèce, avec quinze de la ſeconde, pèſent 480 livres. On demande le poids de chaque eſpèce de boulets ?*

« On a deux espèces de boulets : six de la plus forte espèce, avec dix de la seconde, pèsent 304 livres ; et dix de la première espèce, avec quinze de la seconde, pèsent 480 livres. On demande le poids de chaque espèce de boulet. »

Ne vous moquez pas, Bézout était effectivement consciencieux et soucieux des élèves officiers qu'il examinait. Voici ce que raconte Condorcet.

26 Éloge d'Étienne Bézout (1784)

« Pendant un examen à Toulon, il apprend que deux élèves ne pourront se présenter, parce qu'ils sont attaqués de la petite vérole ; il n'avait pas eu cette maladie, il la craignait ; cependant, il sait que s'il ne voit pas ces élèves ; il retardera d'un an leur avancement ; dès ce moment ses répugnances se taisent, il se fait conduire au lit des malades, les examine, et se trouve heureux de ce qu'ils ont été dignes du sacrifice qu'il a fait pour eux.

Un pareil acte d'une justice rigoureuse exercée même au péril de ses jours, est un de ces traits qui répondent d'une vie entière. »

Allez puisque nous en sommes à des questions de justice, de postérité, et accessoirement, de déterminants, voici un petit dernier.

Éloge d'Étienne Bézout (1784)
Nicolas de Condorcet (1743–1794)

Pendant un examen à Toulon, il apprend que deux Élèves ne pourront ſe préſenter, parce qu'ils ſont attaqués de la petite vérole ; il n'avoit pas eu cette maladie, il la craignoit ; cependant il ſait que s'il ne voit pas ces Élèves, il retardera d'un an leur avancement ; dès ce moment ſes répugnances ſe taiſent, il ſe fait conduire au lit des malades, les examine & ſe trouve heureux de ce qu'ils ont été dignes du ſacrifice qu'il a fait pour eux.

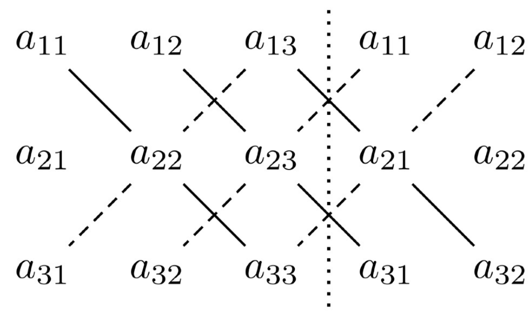
Un pareil acte d'une juſtice rigoureuſe exercée même au péril de ſes jours, eſt un de ces traits qui répondent d'une vie entière.

27 La règle de Sarrus

Vous connaissez la règle de Sarrus ? C'est un moyen mnémotechnique élémentaire pour calculer un déterminant d'ordre trois. C'est tout ce qui reste de la carrière mathématique de Pierre-Frédéric Sarrus, qui a pourtant produit des résultats beaucoup plus difficiles et compliqués que cette petite astuce, en particulier en mécanique.

Croyez-le si vous voulez, la règle de Sarrus ne se trouve dans aucun des écrits de Sarrus. Elle apparaît pour la première fois en 1846 dans les « Éléments d'Algèbre » de son collègue à l'université de Strasbourg, Pierre Joseph Étienne Finck.

La règle de Sarrus
Pierre-Frédéric Sarrus (1798–1861)



28 Élémens d'Algèbre (1846)

« Pour calculer, dans un exemple donné, les valeurs de x, y et z, Monsieur Sarrus a imaginé la méthode pratique suivante, qui est fort ingénieuse. »

C'est bien la règle de Sarrus, que Sarrus lui-même n'a jamais publiée. Sarrus doit donc à la sympathie d'un collègue strasbourgeois, d'être passé à la postérité, même si c'est pour une raison dont il n'aurait sans doute pas été bien fier.

En fait, Sarrus doit sa carrière mathématique à l'antipathie du maire de Saint-Affrique dans l'Aveyron. Il avait 17 ans, et souhaitait se rendre à Montpellier pour étudier la médecine. Mais en ce temps là, il fallait un certificat de bonne vie et mœurs pour cela.

Nous sommes en 1815, juste après la chute de Napoléon, et il ne fait pas bon être ni bonapartiste, ni protestant. Voici les termes du refus.

Élémens d'Algèbre (1846)
Pierre Joseph Étienne Finck (1797–1870)

"Pour calculer, dans un exemple donné, les valeurs de x, y et z, M. Sarrus a imaginé la méthode pratique suivante, qui est fort ingénieuse. D'abord on peut calculer le dénominateur, et à cet effet on écrit les coefficients des inconnues ainsi

$$\begin{array}{rccc} & a & b & c \\ & a' & b' & c' \\ & a'' & b'' & c'' \\ \text{On répète les trois premiers} & a & b & c \\ \text{et les trois suivants} & a' & b' & c'. \end{array}$$

Actuellement partant de a, on prend diagonalement du haut en bas, en descendant à la fois d'un rang, et reculant d'autant à droite, $ab'c''$: on part de a' de même, et on a $a'b''c$; de a'', et on trouve $a''bc'$; on a ainsi les trois termes positifs (c'est-à-dire à prendre avec leur signes) du dénominateur. On commence ensuite par c et descendant de même vers la gauche on a $cb'a''$, $c'b''a$, $c''ba'$, ou les trois termes négatifs (ou plutôt les termes qu'il faut changer de signe)."

29 Refus de certificat, 12 novembre 1815

Le maire pense qu'un jeune homme auteur et propagateur de chansons séditieuses, outrageantes pour le roi et la famille royale, qui avant l'interrègne se permit d'arracher et de fouler aux pieds le ruban blanc que portait à la boutonnière un de ses camarades, et qui, dans une autre circonstance, lui prend la fleur de lys et fait semblant de la conspuer, ne peut être un bon citoyen, et ne mérite pas le certificat qu'il demande.

Et voilà, pas de certificat, pas de médecine ! Va pour les mathématiques ! À quoi tient la renommée tout de même !

Refus de certificat, 12 novembre 1815

Jean-Baptiste Roques, Maire de Saint-Affrique

Le maire pense qu'un jeune homme auteur et propagateur de chansons séditieuses, outrageantes pour le roi et la famille royale, qui avant l'interrègne se permit d'arracher et de fouler aux pieds le ruban blanc que portait à la boutonnière un de ses camarades, et qui, dans une autre circonstance, lui prend la fleur de lys et fait semblant de la conspuer, ne peut être un bon citoyen, et ne mérite pas le certificat qu'il demande.

30 références

Tenez, vous voulez savoir pourquoi Cramer m'est aussi sympathique ? Voici ce qu'en dit Lubières dans son éloge.

Il n'aimait pas ces abrégés par où l'on prétend enseigner les choses en si peu de temps. « Cela n'est propre, disait-il, qu'à faire des gens superficiels ; et il est bon que les étudiants trouvent des difficultés qui les exercent. Il en est de l'esprit comme du corps. Veut-on le rendre vigoureux ? Il faut le rompre au travail, et le durcir à la fatigue ».

Bonne nuit !

références

- L. Alfonsi (2013) Bézout et les intersections de courbes algébriques, *bibnum.education.f*
- J. F. Grcar (2011) How ordinary elimination became Gaussian elimination, *Historia Mathematica*, 38, 163–218
- J.-B. Hirriart-Urruty, H. Caussinus (2005) Sarrus, Borel, Deltheil : le Rouergue et ses mathématiciens, *Gazette de la SMF*, 104, 88–97
- T. Joffredo (2017) *Approches biographiques de l'Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques, de Gabriel Cramer*, Thèse de doctorat de l'Université de Lorraine
- E. Penchèvre (2006) *Histoire de la théorie de l'élimination*, Thèse de doctorat de l'Université Paris VII