Une histoire de mathématiques à écouter sur

hist-math.fr

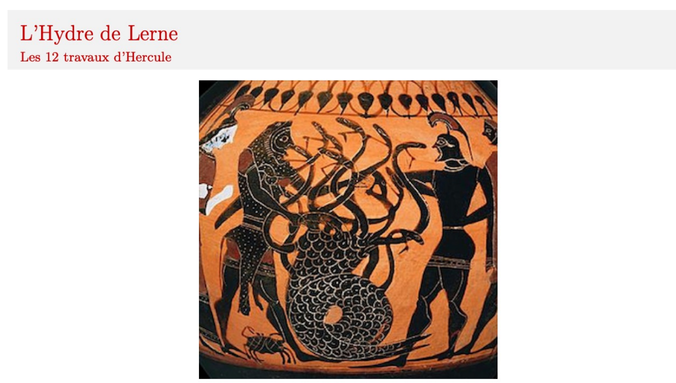
0 Les marais du Val di Chiana

L'assèchement des marais, a été une des grandes occupations de l'humanité pendant une grande partie de son histoire. Même les travaux d'Hercule en gardent les traces.

1 Les oiseaux du lac Stymphale

Le lac Stymphale abritait des oiseaux carnivores, qui se reproduisaient trop vite pour qu'on puisse les tuer un par un. Comme des moustiques. Heureusement que Hercule a réussi à les effrayer jusqu'à les noyer.

2 L'Hydre de Lerne



Et l'hydre de Lerne, sortant d'un étang, avec son haleine empoisonnée. Comment faire pour éliminer toutes ces têtes qui repoussent aussitôt… comme des sources qui alimentent un marais.

Oui, décidément assécher les marais est une œuvre de salubrité publique, mais rares sont ceux qui, comme Hercule, acceptent le défi. Voici un extrait d'un édit d'Henri IV, un an après l'édit de Nantes. Celui-ci porte sur l'assèchement des marais du royaume, qu'il confie à un Hollandais.

3 Édit pour le desséchement des marais (8 avril 1599)

« En plusieurs de nos provinces et pays, il y a grande quantité de palus et marais inondés et remplis d'eau, et presqu'inutiles, et de peu de profit, qui tiennent beaucoup de pays comme déserts et inhabités, et incommodent les habitants voisins, tant à cause de leurs mauvaises vapeurs et exhalaisons, que de ce qu'ils rendent les passages fort difficiles et dangereux : lesquels palus et marais étant asséchés, serviront partie en labour et partie en prairies et pâturages. »

Plus de deux siècles après Henri IV, les habitants de Marchemoret, près de Metz, prennent moins de gants.

Édit pour le desséchement des marais (8 avril 1599)
Henri IV (1553–1610)

Et pour ce sçachans bien qu'en plusieurs de nos provinces et pays, [. . .] il y a grande quantité de palus et marais inondez et entrepris d'eau, et presqu'inutiles, et de peu de profit, qui tiennent beaucoup de pays comme désert et inhabité, et incommodent les habitans voisins, tant à cause de leurs mauvaises vapeurs et exhalaisons, que de ce qu'ils rendent les passages fort difficiles et dangereux : lesquels palus et maraiz estans desseichez, serviront partie en labour et partie en prairies et pasturages.

4 Supplique au seigneur de Marchemoret (ca 1740)

« Nous prenons la liberté de nous présenter aux pieds de votre Grandeur pour vous prier d'empêcher que nous mourrions tous. La mortalité est à Marchemoret et nous pensons qu'elle provient des exhalaisons de l'eau de votre étang, qui, sous votre respect, pue comme de la charogne. Feu le père Clément a dit à quelqu'un que du temps de M. Duprat qui était notre seigneur comme vous, et grand chandellier de France, les habitants mourraient en tas, que les médecins avaient dit, tant que vous aurez un étang, vous serez tous malades et pire, vous mourrez. Ils sont partis en bande, ils ont dit à Monsieur Duprat, qui était bon seigneur comme vous et qui leur a dit : Mes enfants puis que c'est ainsi, je ne veux pas que vous mourriez, voilà de l'argent, comblez l'étang. »

Oui l'air qui sort des marais est décidément mauvais pour la santé : c'est du mauvais air : Mall'Aria en italien, la malaria. Il faut dire que, au moins depuis les Romains, l'Italie est en pointe dans l'assèchement des marais.

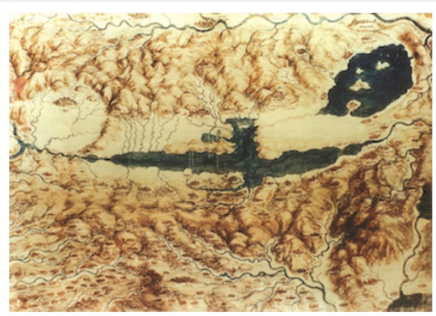
Supplique au seigneur de Marchemoret (ca 1740)

Je prenons la liberté de nous présenter aux pieds de Vôtre Grandeur pour vous prier d'empêcher que je mourrions tretous. La mortalité est à Marchemoret et j'ont l'opinion qu'elle provient des exhalaisons de lieau de vostre étang, qui, sous vostre respect, pûe comme de la charogne. Deffunt le père Clément nous a dit à queucun que du temps de M. Duprat qui étoit nôtre seigneur comme vous, et grand chandellier de France, les habitants mourriont à tas, que les médecins avons dit, tant qu'ou aurés un étang, vous serés tretous malades et pis vous mourrés, ils sont partis en bande, ils l'avons dit à Monsieur Duprat, qui étoit bon seigneur comme Vous et qui leurs a dit : Mes enfants pis qu'ainsi est, je ne veux pas qu'ou mourriés, v'la de l'argent, comblés l'étang.

5 Les marais du Val di Chiana (1502)

En particulier ceux du Val di Chiana, entre le Tibre et l'Arno, pas très loin de Florence. Même Léonard de Vinci s'en était occupé pour recommander leur assèchement, et la carte qu'il en a représentée est plutôt impressionnante : l'eau couvre la plus grande partie de la vallée.

Les marais du Val di Chiana (1502)
Leonardo da Vinci (1452–1519)



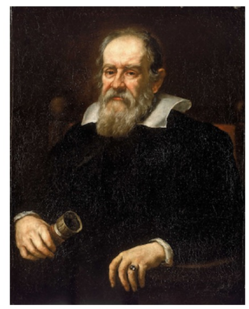
6 Paul III et ses petits-fils (1545)

Paul III et ses petits-fils (1545)
Le Titien (ca 1488–1576)

En fait la plupart des dirigeants de la région ont au moins essayé de s'attaquer au problème. En particulier Alexandre Farnese, devenu pape sous le nom de Paul III, ce qui nous vaut ce touchant portrait de famille où il pose avec deux de ses petits-fils, dont l'un, dans son bel habit de cardinal, est bien parti pour suivre les traces de grand-papa.

7 Galileo Galilei (1564–1642)

Galileo Galilei (1564–1642)
Giusto Sustermans (1636)



Un siècle plus tard, on demande son avis à Galilée, qui bien que condamné par l'Inquisition, est encore « premier philosophe et mathématicien de son altesse le Grand Duc de Toscane ».

8 Evangelista Torricelli (1608–1647)

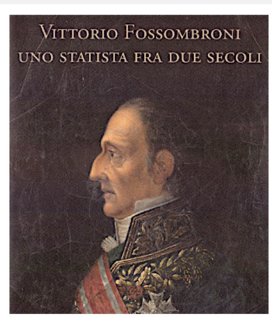
Evangelista Torricelli (1608–1647)

Galilée s'empresse de refiler le bébé à Torricelli, qui commence à en connaître un rayon question hydrographie. Après tout il y a ce vieux problème des pompes de Florence qui refusent de monter de l'eau au-dessus de dix mètres trente, et qui le conduira quelques années plus tard à inventer le baromètre. En attendant, Torricelli trouve que c'est folie de vider le Val de Chiana dans l'Arno, au risque d'inonder Florence.

Pour autant il se montre plutôt admiratif du travail qui a été accompli au siècle précédent. Il parle d'une œuvre véritablement héroïque, la plus grande acquisition que l'on puisse jamais espérer de la bonification d'un pays.

9 Vittorio Fossombroni (1754–1844)

Vittorio Fossombroni (1754–1844)
Giusto Sustermans (1636)



Les choses en restent là jusqu'à cet homme, Vittorio Fossombroni. Ce portrait le présente comme un homme d'état entre deux siècles. Il est né cent cinquante ans après Torricelli, et il termine enfin le travail commencé trois siècles plus tôt.

Vous vous souvenez du charmant portrait du pape Paul III et de sa petite famille. Eh bien l'aimable compagne de ce Paul III s'appelait Sylvia Ruffini. Elle était donc parente avec Alessandro Ruffini.

10 L'Algebra (1572)

L'Algebra (1572)
Raphael Bombelli (1526–1572)

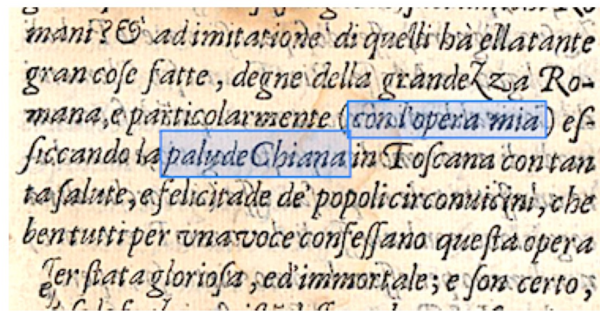

AL REVERENDISSIMO
MONSIGNOR, IL SIGNOR
ALESSANDRO RVFINI
VESCOVO DIGNISS.
DI MELFI,
Signore, e Padron suo sempre osseruandiss.

RAFAEL BOMBELLI DA BOLOGNA.

Eh bien croyez-le si vous voulez, mais l'œuvre unique du héros de notre histoire, est dédiée à Alessandro Ruffini. Il s'agit de l'Algebra de Bombelli. Et pourquoi donc cette dédicace je vous prie ?

11 Essicando la palude Chiana

Essicando la palude Chiana
Bombelli, l'Algebra (1672)


mani? & ad imitatione di quelli hà ella tante gran cose fatte, degne della grandezza Romana, e particolarmente (con l'opera mia) essiccando la palude Chiana in Toscana con tanta salute, e felicitade de' popoli circonuicini, che ben tutti per una voce confessano questa opera esser stata gloriosa, ed immortale; e son certo,

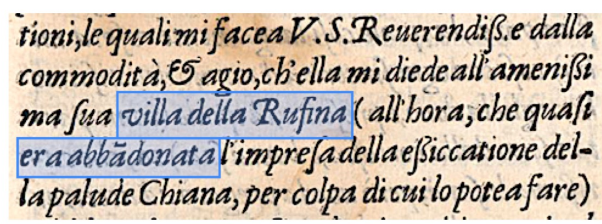
Pour cette grande chose, digne de la grandesse romaine, consistant, avec son aide dit-il, à assécher le marais de la Chiana, en Toscane.

Au grand bonheur des peuples voisins, qui d'une seule voix confessent que cette œuvre est aussi glorieuse qu'immortelle, je cite toujours.

Bombelli a donc participé en tant qu'ingénieur aux travaux du Val de Chiana qui ont suscité l'admiration de Torricelli.

12 era abbãdonata l'impresa

era abbãdonata l'impresa
Bombelli, l'Algebra (1572)


tioni, le quali mi facea V. S. Reuerendiss. e dalla commodità, & agio, ch'ella mi diede all'amenissima sua villa della Rufina (all'hora, che quasi era abbãdonata l'impresa della essiccatione della palude Chiana, per colpa di cui lo potea fare)

Mais bon, pour aussi glorieuse et immortelle qu'elle ait été, deux pages plus loin nous apprenons que l'entreprise avait été abandonnée, et qu'en échange, sa Seigneurie Révérendissime lui avait prêté son agréable Villa de la Ruffina, pour qu'il puisse écrire son livre d'Algèbre.

13 Villa Ruffinella

Villa Ruffinella

Et je vais vous dire, il y a pire comme villégiature pour écrire un bouquin de maths que cette villa, située aux environs de Rome. Bien sûr, elle n'était pas dans l'état actuel, elle a été restaurée au dix-huitième siècle.

Mais tout de même, il devait y avoir la place de loger non seulement l'auteur, mais encore (nous dit-il) Francesco Maria Salando, écrivain rare de notre temps, et aussi le propre frère de Bombelli, bien versé en Mathématiques, mais malheureusement mort trop tôt. Il se prénommait Hercule, justement, comme les travaux.

14 Bologna

Bologna

Borgo Panigale

À part ce qu'il nous dit lui-même dans son livre, on ne sait pas grand-chose de Bombelli.

On a tout de même appris qu'il était né dans ce quartier de Bologne, d'un père qui initialement s'appelait Mazzoli.

15 Giovanni II Bentivoglio (1443–1508)

Sa famille avait compté parmi les partisans des Bentivoglio, au pouvoir à Bologne jusqu'en 1506, date à laquelle le pape Jules II avait pris le contrôle de la ville. Deux ans plus tard, une rébellion avait valu l'exécution du propre arrière-grand-père de Bombelli, et la confiscation des biens de la famille.

Mais tout cela ne nous dit pas pourquoi l'Algebra de Bombelli est aussi importante dans l'histoire des mathématiques. On en a trois versions, deux imprimées en 1572 et 1579, et un manuscrit. Les extraits que je vous montre viennent de la réimpression de 1579, après la mort de l'auteur.

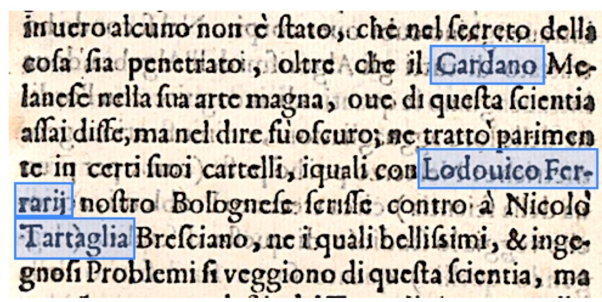
Demandons-lui d'abord de nous rafraîchir la mémoire sur la controverse Cardan-Tartaglia, à la génération précédente.

Giovanni II Bentivoglio (1443–1508)

16 mais dans un langage obscur

mais dans un langage obscur

Bombelli, l'Algebra (1572)



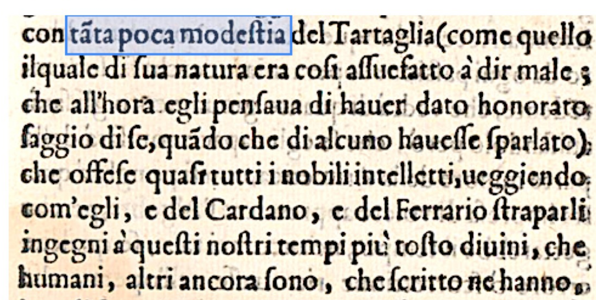
in uero alcuno non è ſtato, che nel ſecreto della
coſa ſia penetrato, oltre che il Cardano Me-
laneſe nella ſua arte magna, oue di queſta ſcientia
aſſai diſſe, ma nel dire fu oſcuro; ne trattò parimen
te in certi ſuoi cartelli, i quali con Lodouico Fer-
rarij noſtro Bologneſe ſcriſſe contro à Nicolò
Tartàglia Breſciano, ne i quali belliſsimi, & inge-
gnoſi Problemi ſi veggiono di queſta ſcientia, ma

« Aucun autre ne s'est vraiment introduit dans le secret de la chose plus que Cardan le Milanais dans son Ars Magna, où il est dit beaucoup de choses sur cette science, mais dans un langage obscur. Il en a traité aussi dans certaines de ses lettres ouvertes qu'il écrivit avec Lodovico Ferrari, notre Bolognais, contre Niccolò Tartaglia de Brescia et dans lesquelles se voient de très beaux et talentueux problèmes. »

17 Tartaglia avait tellement peu de modestie

Tartaglia avait tellement peu de modestie

Bombelli, l'Algebra (1572)



con tāta poca modeſtia del Tartaglia (come quello
ilquale di ſua natura era coſi aſſuefatto à dir male,
che all'hora egli penſaua di hauer dato honorato
ſaggio di ſe, quādo che di alcuno haueſſe ſparlato)
che offeſe quaſi tutti i nobili intelletti, ueggiendo
com'egli, e del Cardano, e del Ferrario ſtraparli
ingegni à queſti noſtri tempi più toſto diuini, che
humani, altri ancora ſono, che ſcritto ne hanno,

« Mais, Tartaglia avait tellement peu de modestie (il était comme cela de sa nature, habitué à dire du mal, et il pensait avoir fait ses preuves avec honneur alors que pour d'aucuns il avait médit), qu'il offensa presque tous les nobles esprits, menant et Cardan et Ferrari à le combattre, des esprits qui, de notre temps, paraissent divins plutôt qu'humains. »

18 Artis Magnae (1545)

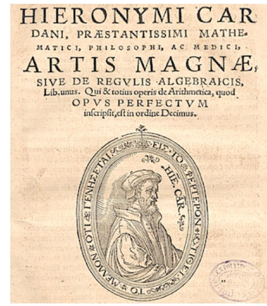
Oh, c'est pas très gentil tout ça !

Reste que la référence du temps en Algèbre est bien l'Ars Magna ou Artis Magnae de Cardan, qui date de 1545.

Que contient-il ? D'abord des développements sur les combinaisons de racines, dans la veine du dixième livre d'Euclide, ensuite un traitement complet des solutions d'équations du second, troisième et quatrième degrés. C'est à peu près le plan des deux premières parties de l'Algebra de Bombelli.

Toujours pour vous rafraîchir la mémoire, voici un exemple de notation chez Cardan.

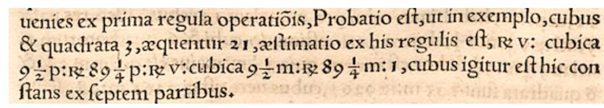
Artis Magnae (1545)
Girolamo Cardano (1501–1576)



19 Équation cubique et sa solution

Il s'agit de l'équation $x^3 + 3x^2 = 21$, avec sa solution. Cubus et quadrata 3 aequantur 21 est écrit en toutes lettres : autrement dit un cube et trois carrés égalent 21. Ensuite vient la solution. Le R barré est le symbole de racine. Sans précision c'est une racine carrée, sinon il est suivi de « cubica ». Les p deux points et m deux points sont le plus et le moins. L'absence de parenthèse fait qu'il est impossible de lever les ambiguïtés : le premier signe racine cubique s'applique à ce qui vient ensuite, mais rien ne dit jusqu'où.

Équation cubique et sa solution
Cardan, Artis Magnae (1545)


uenies ex prima regula operatiõis, Probatio eſt, ut in exemplo, cubus & quadrata 3, æquentur 21, æſtimatio ex his regulis eſt, ℞ v: cubica 9½ p:℞ 89¼ p:℞ v:cubica 9½ m:℞ 89¼ m:1, cubus igitur eſt hic conſtans ex ſeptem partibus.

$$x^3 + 3x^2 = 21$$

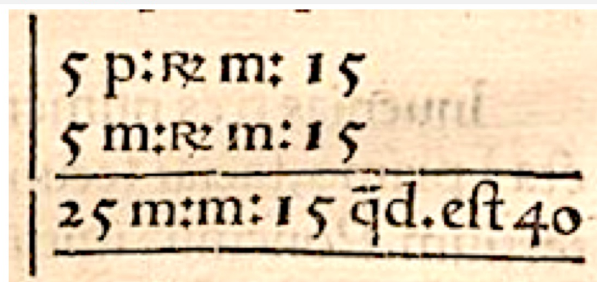
$$\sqrt[3]{9\tfrac{1}{2}+\sqrt{89\tfrac{1}{4}}} + \sqrt[3]{9\tfrac{1}{2}-\sqrt{89\tfrac{1}{4}}} - 1$$

20 Première apparition des complexes

C'est dans l'Ars Magna que l'on trouve le premier calcul sur des racines carrées de nombres négatifs. Vous voyez ici l'opération 5 plus racine de moins 15 fois 5 moins racine de moins 15 égale 40.

Maintenant, regardez l'extrait suivant chez Bombelli.

Première apparition des complexes
Cardan, Artis Magnae (1545)


5 p:℞ m: 15
5 m:℞ m: 15
25 m:m: 15 q̃d. eſt 40

21 Équation cubique et sa solution

Il s'agit de l'équation $x^3 = 15x + 4$. Remarquez d'abord comment elle est écrite : la notation de Bombelli pour les puissances de l'inconnue, consiste à mettre l'exposant avec une petite parenthèse horizontale au-dessus du chiffre. Il n'est pas le premier : on peut voir cette notation comme une variante de celle de Nicolas Chuquet, presqu'un siècle auparavant : Chuquet mettait le chiffre de la puissance en exposant du coefficient.

L'imprimeur n'a pas suivi la demande, et l'exposant 1 se trouve sur la même ligne que le coefficient 15, alors que l'exposant 3 est au-dessus du 1.

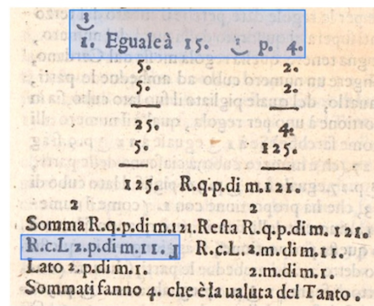
Regardez le second encadré bleu. Vous voyez d'abord les deux lettres R C, pour « racine cubique ». Suit un L, et on retrouve le même L renversé à la fin. Il faut comprendre ces L comme des parenthèses ouvrantes et fermantes, résultat sans doute d'une autre négociation avec l'imprimeur.

Mais il y a plus important. Pour cette équation, l'algorithme, trouvé initialement par del Ferro, consiste à élever au cube le tiers du coefficient des X : 15 divisé par 3 égale 5, élevé au cube égale 125. C'est l'opération de gauche. Puis on prend le terme constant, on le divise par deux et on l'élève au carré : 4 divisé par deux égale deux, au carré égale à nouveau quatre. Ensuite, il faut soustraire le premier du second : 4 moins 125 égale moins 121.

D'où problème, parce que ce moins 121, il faut en prendre la racine carrée. Et c'est là que se situe l'innovation majeure. La racine carrée de moins 121, Bombelli l'appelle « 11 più di meno ». Parce que c'est quelque chose qui n'est ni positif, ni négatif, ni plus ni moins. Pour nous ce serait « 11i », le i des nombres complexes. S'il fallait le soustraire, donc -11i, ce serait 11 « meno di meno ». Bombelli est capable de calculer avec ce più di meno, et de trouver que la racine cubique de 2 più di meno 11 dans l'encadré bleu, est 2 più di meno 1 qu'il écrit au-dessous. En ajoutant 2 meno di meno 1, comme le dit la formule, il trouve quatre, qui est bien la valeur cherchée pour l'inconnue.

C'est une chance que l'on ait retrouvé le manuscrit original de la main de Bombelli, car il permet de corriger les fautes d'impression, et de restituer l'intention de l'auteur. Le voici pour ce même passage.

Équation cubique et sa solution
Bombelli, l'Algebra (1572)



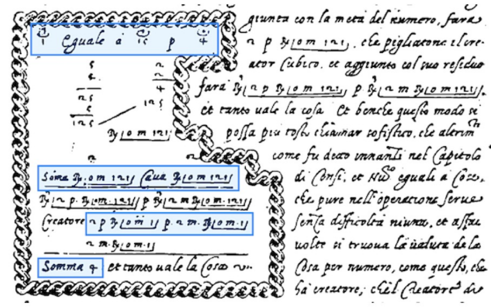
22 Équation cubique et sa solution

Vous constatez en haut que la notation polynomiale de Bombelli est bien cohérente. Il écrit la puissance de l'inconnue, y compris la puissance zéro, dans une parenthèse horizontale au-dessus du coefficient.

Ensuite, ce ne sont pas des L ni des parenthèses qui encadrent ses expressions. Dans le manuscrit, tout ce qui est à l'intérieur d'une même racine cubique est souligné : c'est ce que l'auteur appelle une racine « relata », reliée. Ensuite, il a bien écrit racine carrée de zéro moins 121. Une fois extraite la racine cubique, il arrive à la racine carrée de zéro moins 1. Dans le manuscrit, les fameux « più di meno » n'apparaissent pas.

Il semble que Bombelli lui-même ait eu du mal à accepter cet artifice de calcul. Voici ce qu'il en dit, à la suite de cet exemple.

Équation cubique et sa solution
Bombelli, l'Algebra (1572)



23 Équation cubique et sa solution

« Il est naturel que cela paraisse une chose extravagante à beaucoup, car j'ai été moi aussi de cet avis, trouvant que c'était plus un sophisme qu'une vérité. Néanmoins, j'ai tellement cherché que j'ai trouvé la démonstration qui sera notée ci-dessous. Elle peut se faire géométriquement, et ses opérations ne présentent aucune difficulté. Assez souvent, on trouve ainsi la valeur numérique de l'inconnue. »

Parler de sophisme, c'est-à-dire d'un raisonnement fallacieux et trompeur, à propos des racines de nombres négatifs était déjà l'opinion de Cardan. Bombelli, malgré sa démonstration géométrique, n'est toujours pas parfaitement sûr de la généralité de son raisonnement : pour lui il conduit au résultat « assez souvent » seulement. Pourtant il n'hésite pas à donner les règles de multiplication de ces nombres più di meno et meno di meno.

Équation cubique et sa solution
Bombelli, l'Algebra (1572)

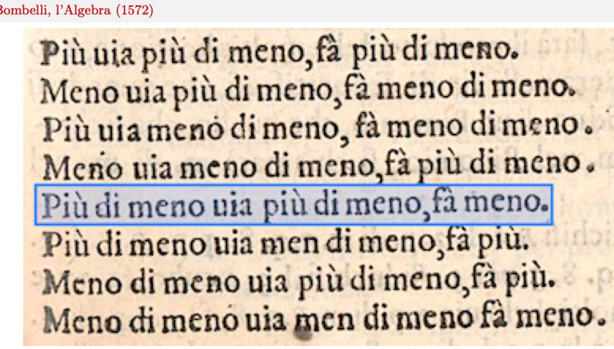
Et benche à molti parerà questa cosa stauagante, perche di questa opinione fui ancho già vn tempo parandomi più tosto fosse sofistica, che vera, non dimeno tanto cercai, che trovai la dimostratione, la quà le sarà si sotto notata, si che si che questa si può mostrare in linea, che pur nelle operationi serue senza difficultade alcune, & assai uolte si trova la ualuta del Tanto per numero (come si è trovato in questo essempio.)

24 Più di meno via più di meno fà meno

Voici ces règles. Elles sont assez redontantes, mais au fond la seule qui compte est celle qui est encadrée en bleu : le produit de deux quantités « più di meno » est un nombre négatif.

Les nombres complexes sont nés. Ils ne seront pas complètement compris avant Euler, deux siècles après Bombelli.

Più di meno via più di meno fà meno
Bombelli, l'Algebra (1572)



Più uia più di meno, fà più di meno.
Meno uia più di meno, fà meno di meno.
Più uia meno di meno, fà meno di meno.
Meno uia meno di meno, fà più di meno.
Più di meno uia più di meno, fà meno.
Più di meno uia men di meno, fà più.
Meno di meno uia più di meno, fà più.
Meno di meno uia men di meno fà meno.

25 L'algèbre géométrique, livres IV et V

La naissance difficile des nombres complexes est ce que l'on retient habituellement de Bombelli, mais il se montre aussi novateur à d'autres titres.

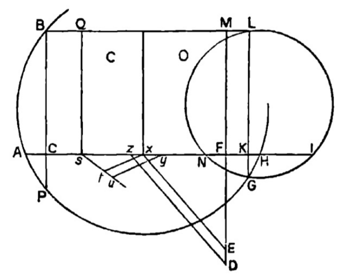
Par exemple, il donne dans la première partie, le premier algorithme de calcul d'une racine carrée par développement en fraction continue. Aussi, il utilise les Arithmétiques de Diophante, récemment redécouvertes, pour donner une liste de problèmes corrigés dans la troisième partie.

Mais ce n'est pas tout : à la fin de la troisième partie, Bombelli déclare que son intention était de compléter son ouvrage par des démonstrations géométriques, mais que sa rédaction, selon lui, n'était pas rendue à cette perfection que l'état de cette discipline requiert.

Bombelli est mort avant de terminer son ouvrage, mais on a retrouvé sous forme de manuscrit une quatrième et une cinquième partie. Il y parle de ce qu'il appelle l'algèbre linéaire, c'est-à-dire l'algèbre des lignes, et non pas celle des espaces vectoriels. Il y développe des démonstrations géométriques de manipulations algébriques, dans la lignée du livre deux des Éléments d'Euclide. On peut considérer ces démonstrations comme une anticipation de la géométrie de Descartes, qui n'arrivera que trois quarts de siècle plus tard.

L'algèbre géométrique, livres IV et V

Bombelli, l'Algebra (1572)



26 références

Et bien voilà : je vous ai dit tout ce que j'ai pu apprendre sur Bombelli, plus ou moins.

Donc vous en savez autant que moi : ni plus ni moins.

références

- R. Bombelli (1966) *L'Algebra - Prima edizione integrale*, Milano : Feltrinelli
- V. Gavagna (2013) Rafael Bombelli, *in A. Clericuzio, S. Ricci eds. Enciclopedia italiana di scienze, lettere ed arti*, Roma : Instituto della Enciclopedia Italiana, 232–235
- G. Hamon (1996) *Bombelli - L'Algebra - Fragments*, Rennes : IREM
- F. La Nave, B. Mazur (2002) Reading Bombelli, *The Mathematical Intelligencer*, 24(1), 12–21
- S. Rommevaux (2016) La réception par quelques mathématiciens européens du XVI^{e} siècle des travaux des algébristes italiens sur les équations du troisième degré : réticence de la plupart et avancées significatives de Stevin, *Revue d'Histoire des Mathématiques*, 22, 1–52