

## 0 La mesure du cercle

Vous l'avez compris, le sujet du jour c'est le cercle, plus précisément le début de son histoire. Comment en est on arrivé à reconnaître que le rapport de la circonférence au diamètre était constant, que celui de l'aire au carré du rayon était le même ? Comment a-t-on fait pour trouver des valeurs approchées de ce rapport, alors qu'on ne pouvait pas le calculer exactement ?

histoires de géométrie

### La mesure du cercle

*préhistoire de pi*



[hist-math.fr](http://hist-math.fr)

Bernard YCART

## 1 Le Dieu Rê

Je ne sais pas d'où nous vient le cercle. Il est probable que la notion a accompagné toutes les civilisations depuis leurs débuts. Elle était peut-être associée au départ au soleil. En tout cas on retrouve un disque dans les représentations du Dieu Soleil aussi bien en Égypte...

### Le Dieu Rê

Stèle de Djedkhonsouiefanekh-Ankh, ca 1000 av. J.-C.



## 2 Le Dieu Shamash

qu'en Mésopotamie. Au-delà de la représentation du soleil, les cercles ou les disques ont aussi servi de support aux premières représentations astronomiques.

### Le Dieu Shamash

Bas-relief du roi babylonien Nabû-apla-iddina, ca 860 av. J.-C.



### 3 Carte stellaire (ca 650 av. J.-C.)

Comme sur cette tablette circulaire, représentant la voûte stellaire.

Les Mésopotamiens ont élaboré une vision du cosmos à base de sphères concentriques, dont les Grecs ont hérité après eux.

Carte stellaire (ca 650 av. J.-C.)

Bibliothèque d'Assurbanipal

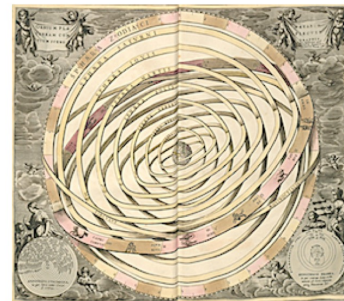


### 4 Le monde selon Ptolémée

Modulo quelques variations entre Thalès et Ptolémée, le cosmos est resté organisé en cercles concentriques jusqu'à la révolution copernicienne.

Le monde selon Ptolémée

Cellarius, Harmonia macrocosmica (1708)



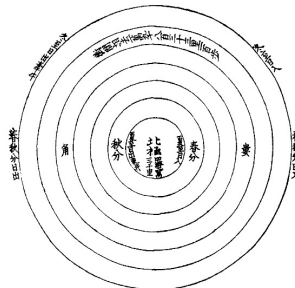
### 5 Diagramme des sept Heng

Les Chinois ont eux aussi développé une vision du monde en cercles concentriques, sans qu'il soit possible de déterminer une influence extérieure.

De même, dans la mythologie indienne, le Vishnu Purana affirme que sept continents en forme d'anneaux sont entourés d'autant de mers.

Diagramme des sept Heng

Zhao Shuang (ca 300)



### 6 Agrandir une ville circulaire

On ne s'étonne donc pas de rencontrer dans les recueils de problèmes mésopotamiens, des questions sur des cercles concentriques. C'est le cas pour le problème dont vous voyez la figure. Voici l'énoncé.

« Une ville. Un cercle de une soixantaine de circonférence j'ai tracé autour. De 5 de toute part je me suis éloigné et j'ai construit une tranchée. Six est la profondeur. De cinq de toutes parts je me suis éloigné au-delà de la tranchée. J'ai construit une digue. On demande la hauteur et la profondeur de la digue, et sa circonférence. »

Voici le début de la solution.

Agrandir une ville circulaire

Recueil de problèmes BM 85194 (ca 1600 av. J.-C.)



## 7 Agrandir une ville circulaire

« Lorsque la circonférence est 1 soixantaine, la transversale (diamètre) combien ? Un tiers de soixante, la circonférence, soustrais,

20 tu trouves, 20 est la transversale, 5 la couronne circulaire double, 10 tu trouves.

10 à 20 la transversale ajoute, 30 tu trouves, c'est la transversale. Triple, 1.30 tu trouves. 1.30 est la circonférence de la tranchée. »

Un peu de paraphrase n'est pas inutile. Si la circonférence est soixante, le diamètre est obtenu en prenant le tiers, soit 20. On ajoute deux fois cinq à ce premier diamètre de 20, on obtient un second diamètre de 30, que l'on multiplie par trois pour arriver à la seconde circonférence.

Ah mais attendez : cela veut-il dire que le rapport de la circonférence au diamètre est 3 ? Eh bien oui, pour les Mésopotamiens, c'est le cas dans la plupart des exemples. Oui mais trois c'est le rapport exact de la circonférence au diamètre pour un hexagone régulier. Le rapport ne peut être que plus grand pour un cercle. Les Mésopotamiens ne le savaient donc pas ? Si : au moins une tablette donne une valeur corrigée pour  $\pi$ , égale à 3 plus un huitième.

## 8 Disque décoré

Et les Égyptiens ? On n'a que très peu d'écrits mathématiques, et aucun ne parle du rapport de la circonférence au diamètre. Pourtant, les Égyptiens connaissaient le cercle autant que les Mésopotamiens. Regardez ce disque décoré de trois frises concentriques. La plus petite comporte 17 petits carreaux, la seconde 26, la dernière 33. Rien n'interdit d'imaginer qu'en utilisant un petit carreau comme unité de mesure, on puisse établir un rapport entre la circonférence mesurée en nombres entiers et le diamètre.

## 9 Plaque de ceinture

Cette plaque de ceinture datant de l'âge du bronze a été trouvée au Danemark. Elle porte quatre décorations concentriques, chacune formée de fines spirales. Le second cercle à partir du centre porte 22 spirales.

### Agrandir une ville circulaire

Recueil de problèmes BM 85194 (ca 1600 av. J.-C.)

Lorsque la circonférence est 1 soixantaine, la transversale (diamètre) combien ? Un tiers de soixante, la circonférence, soustrais,

20 tu trouves, 20 est la transversale, 5 la couronne circulaire double, 10 tu trouves

10 à 20 la transversale ajoute, 30 tu trouves, c'est la transversale, Triple, 1.30 tu trouves. 1.30 est la circonférence de la tranchée.

### Disque décoré

Tombeau de Hemaka (ca 3100 av. J.-C.)



### Plaque de ceinture

Langstrup, Danemark (ca 1400 av. J.-C.)



## 10 Plaque de ceinture (détail)

Voici un détail des spirales gravées. Il est tentant d'imaginer que l'artisan était assez habile et précis pour graver huit spirales en travers du cercle de 22.

Plaque de ceinture (détail)

Langstrup, Danemark (ca 1400 av. J.-C.)



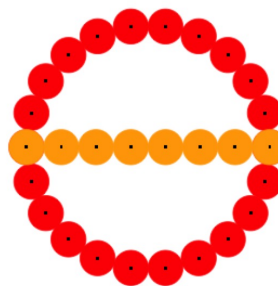
## 11 Circonférence 22, diamètre 7

Il aurait obtenu une figure ressemblant à celle-ci.

Comptons en multiples de la distance entre deux points noirs. Le diamètre vaut sept et la circonférence 22. Donc le rapport de la circonférence au diamètre est 22 septièmes, soit une erreur relative par rapport à  $\pi$  inférieure à un demi pour mille. Rien là-dedans qui ne soit à la portée d'un décorateur égyptien ou danois.

Oui, mais voilà : ce genre de reconstitution a posteriori, pour séduisante qu'elle soit, n'a aucune base historique. Rien ne permet d'affirmer que les Danois de l'âge du bronze, malgré leurs magnifiques plaques gravées, s'étaient posé la question du rapport de la circonférence au diamètre.

Circonférence 22, diamètre 7



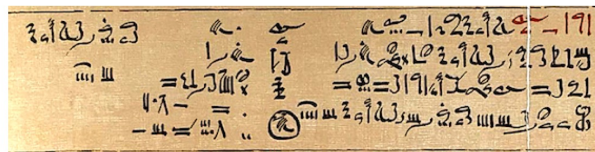
## 12 Champ rond de diamètre 9 khet

Il n'est nulle part question du calcul d'une circonférence en fonction du diamètre dans ce qui nous est parvenu des Égyptiens.

Par contre, ils avaient un algorithme de calcul approché pour l'aire d'un disque en fonction de son diamètre. Le problème 50 dans le papyrus Rhind demande de calculer l'aire d'un champ rond de diamètre 9. Voici la solution.

Champ rond de diamètre 9 khet

Ahmès, Papyrus Rhind (ca 1650 av. J.-C.)



## 13 Le champ contient 64 *setat* de terre

« Ôte  $\frac{1}{9}$  du diamètre, soit 1. Le reste est 8. Multiplie 8 par 8, cela fait 64. Donc le champ contient 64 *setat* de terre. »

Remarquez que l'aire s'exprime comme résultat d'un algorithme, non pas comme le carré du diamètre ou du rayon multiplié par une constante. Mais pour nous qui voulons comparer, l'algorithme revient à multiplier le carré du diamètre par le carré de huit neuvièmes, ou bien le carré du rayon par 256 sur 81, ce qui vaut environ 3,16.

Je vous épargne les hypothèses sur les raisonnements qui auraient pu amener les Égyptiens à ce 256 sur 81. Bien que séduisantes, elles ne me paraissent pas plus convaincantes que la figure justifiant le 22 septièmes que je vous ai servie plus tôt.

## 14 Śulba Sūtra

Chez les Indiens, la religion védique avait codifié les usages géométriques pour la construction des autels destinés aux cérémonies. Ces enseignements religieux ou Sutras s'appellent des Shulba Sutras, le mot Shulba signifiant corde. Voici ce qu'on lit dans les Shulba Sutras de Manava, qui écrivait environ deux siècles avant Pythagore.

## 15 La longueur d'un cheveu

« La cinquième partie du diamètre ajoutée à trois fois le diamètre donne la circonférence d'un cercle. Il ne reste pas la longueur d'un cheveu. »

Ça dépend du cheveu : 3 plus un cinquième, cela fait trois virgule deux, ce qui n'est pas exactement 3,14.

Les Shulba Sutras ne donnent pas de formule pour la surface, mais expliquent comment transformer un cercle en un carré de surface équivalente, et réciproquement.

## 16 transformer un carré en un cercle

« Si on désire transformer un carré en un cercle, une corde dont la longueur est la moitié de la diagonale doit être tendue du centre vers l'est. On lui ajoute un tiers de ce qui reste hors du carré, le cercle désiré est tracé. »

Disons que le carré soit de côté 2, sa demi diagonale vaut racine de deux, le rayon du cercle proposé pour que sa surface vaille 4 est 1 plus un tiers de racine de deux moins un. Cela revient à prendre  $\pi = 3,0883$ .

La réciproque est plus compliquée.

### Le champ contient 64 *setat* de terre

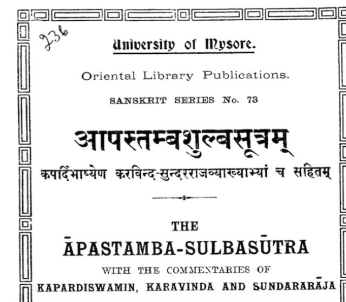
Ahmès, Papyrus Rhind (ca 1650 av. J.-C.)

Ôte  $\frac{1}{9}$  du diamètre, soit 1. Le reste est 8. Multiplie 8 par 8, cela fait 64. Donc le champ contient 64 *setat* de terre.

$$A = \left(\frac{8}{9}D\right)^2 \quad \pi \simeq \frac{256}{81} = 3.1605$$

### Śulba Sūtra

Āpastamba (ca 600 av. J.-C.)



### La longueur d'un cheveu

Manava, Śulba Sūtra (ca 700 av. J.-C.)

La cinquième partie du diamètre ajoutée à trois fois le diamètre donne la circonférence d'un cercle. Il ne reste pas la longueur d'un cheveu.

$$3 + \frac{1}{5} = 3,2$$

### transformer un carré en un cercle

Baudhāyana, Śulba Sūtra (ca 800 av. J.-C.)

Si on désire transformer un carré en un cercle, une corde dont la longueur est la moitié de la diagonale doit être tendue du centre vers l'est. On lui ajoute un tiers de ce qui reste hors du carré, le cercle désiré est tracé.

$$R = 1 + \frac{1}{3}(\sqrt{2} - 1)$$

## 17 transformer un cercle en un carré

« Pour transformer un cercle en un carré, le diamètre est divisé en huit parties ; une de ces parties, après être divisée en vingt-neuf parties, est réduite de 28 d'entre elles et encore par le sixième de ce qui reste, moins le huitième de ce sixième. »

Vous voyez la traduction : si  $D$  est le diamètre, on donne le côté du carré en fonction de  $D$ . Les deux transformations de carré en cercle et de cercle en carré sont cohérentes : on en déduit presque la même valeur approchée de  $\pi$ , 3,0883.

### transformer un cercle en un carré

Baudhāyana, Śulba Sūtra (ca 800 av. J.-C.)

Pour transformer un cercle en un carré, le diamètre est divisé en huit parties ; une de ces parties, après être divisée en vingt-neuf parties, est réduite de 28 d'entre elles et encore par le sixième de ce qui reste, moins le huitième de ce sixième.

$$A = D - \frac{D}{8} + \frac{D}{8 \cdot 29} - \frac{D}{8 \cdot 29} \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{6 \cdot 8} \right).$$

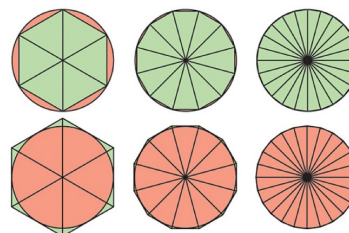
## 18 Méthode d'exhaustion

Je n'ai pas trouvé d'indication sur la mesure du cercle chez les Grecs avant Archimède. C'est d'autant plus étonnant qu'il s'étaient occupés de la quadrature du cercle, au moins depuis le temps de Pythagore. Mais leur vision restait géométrique, et non numérique. La première avancée a été la méthode d'exhaustion.

D'après des sources, qui, comme d'habitude, datent de plusieurs siècles après les faits, la méthode d'exhaustion serait due à Eudoxe de Cnide, un contemporain de Platon. L'idée consiste à encadrer un cercle par des polygones réguliers inscrits et circonscrits, puis à augmenter le nombre de sommets.

### Méthode d'exhaustion

Eudoxe de Cnide (ca 390-337 av. J.-C.)



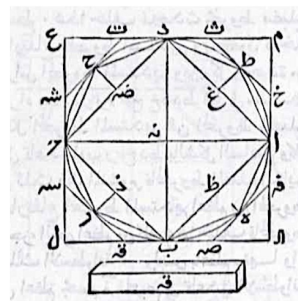
## 19 Euclide, Éléments Livre XII Proposition 2

La première application qui nous soit parvenue, se trouve au début du livre douze des Éléments d'Euclide. Il s'agit de démontrer que le rapport des surfaces de deux cercles est le carré des rapports de leurs diamètres. Le résultat a été démontré au livre six pour un polygone, il s'agit de passer à la limite.

Euclide met en place une double démonstration par l'absurde pour justifier que la différence d'aires entre le polygone et le cercle, peut être rendue arbitrairement petite. Voici l'illustration qui figure dans la traduction d'al-Tusi. Elle suit exactement le texte d'Euclide : d'abord un carré inscrit, et circonscrit, puis on partage chacun des angles en deux pour faire des octogones, et on itère le procédé.

### Euclide, Éléments Livre XII Proposition 2

Nasir al-Din al-Tusi (1248)



## 20 De la mesure du cercle

Alors vint Archimède. « De la mesure du cercle ». Vous voyez ici le début, qui contient l'énoncé de la proposition un.

« Un cercle quelconque est égal à un triangle rectangle dont un des côtés de l'angle droit est égal au rayon de ce cercle, et dont l'autre côté de l'angle droit est égal à la circonférence de ce même cercle. »

Personne jusque là, pas même Euclide, n'avait affirmé que le rapport de la circonférence au diamètre, était le même que le rapport de l'aire au carré du rayon. C'est ce que dit cet énoncé.

### De la mesure du cercle

Archimède (287-212 av. J.-C.)

#### DE LA MESURE DU CERCLE.

##### PROPOSITION PREMIÈRE.

UN cercle quelconque est égal à un triangle rectangle dont un des côtés de l'angle droit est égal au rayon de ce cercle, et dont l'autre côté de l'angle droit est égal à la circonférence de ce même cercle.

## 21 De la mesure du cercle

Quand on y pense, que ce résultat ne figure pas chez Euclide est d'autant plus étonnant qu'il est tout à fait proche de la proposition 2 du livre douze que nous avons vue plus tôt.

La démonstration nous paraît simple. Pour un polygone régulier, l'aire est égale à la moitié du périmètre, multiplié par le rayon du cercle inscrit, et il suffit de passer à la limite.

Certes, mais la notion de limite n'existait pas encore, et Archimède utilise une double démonstration par l'absurde, exactement comme Euclide.

## 22 Tengen Shinan (1698)

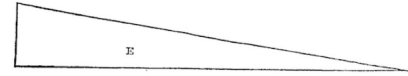
Voici le même résultat justifié graphiquement dans un manuel japonais de l'ère Edo. Le cercle est divisé en petits secteurs blancs et noirs, qui sont ensuite réagencés en un quasi rectangle dont un des côtés est la moitié de la circonférence, l'autre est le rayon. Pour la compréhension visuelle, on peut préférer cette version. Mais lisez tout de même Archimède et Euclide, et admirez l'exigence de rigueur des Grecs.

Le véritable exploit d'Archimède n'est pas sa proposition un, c'est la proposition trois.

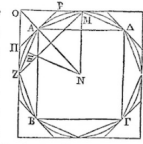
### De la mesure du cercle

Archimède (287–212 av. J.-C.)

Que le cercle soit plus grand, si cela est possible. Inscrivons dans ce cercle le carré  $AR$ , et partageons les arcs en deux

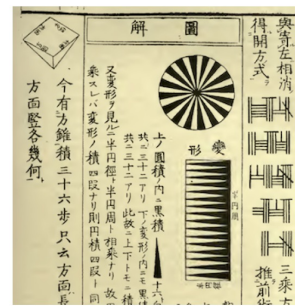


parties égales jusqu'à ce que la somme des segments restants soit plus petite que l'excès du cercle sur le triangle ( $\alpha, \beta$ ); on aura une figure rectiligne qui sera encore plus grande que le triangle ( $\alpha$ ). Prenons le centre  $N$ , et menons la perpendiculaire  $NZ$ ; la perpendiculaire  $NZ$  sera plus petite qu'un des côtés de l'angle droit du triangle  $E$ .



### Tengen Shinan (1698)

Satō Moshun



## 23 Proposition III

« La circonférence d'un cercle quelconque est égale au triple du diamètre réuni à une certaine portion du diamètre qui est plus petite que le septième du diamètre, et plus grande que les  $\frac{10}{71}$  de ce même diamètre. »

Autrement dit,  $\pi$  est compris entre 223 sur 71 et 22 septièmes. Pour arriver à cet encadrement, qu'il démontre de manière parfaitement rigoureuse, Archimède utilise la méthode d'exhaustion. Il commence par des hexagones, puis il démultiplie 4 fois. Cela revient à considérer des polygones à 96 côtés. Le calcul exact de la circonférence fait appel à des racines carrées, qu'il encadre à chaque étape précisément, à l'aide des solutions de l'équation de Pell-Fermat. Mais si, vous savez ! Je vous ai déjà parlé de son problème des bovins d'Hélios, non ?

L'exploit d'Archimède n'a été surpassé en Europe qu'au dix-septième siècle. Et encore, la plupart de ceux qui s'y sont attaqués ont suivi la méthode des polygones réguliers. Archimède était sans doute bien conscient qu'elle pouvait permettre de faire mieux si besoin. Je ne vais pas détailler toutes les tentatives d'amélioration des successeurs d'Archimède, ce serait lassant.

Il me semble tout de même que les frères Banu-Musa méritent une mention spéciale. Ce sont ces trois frères que le calife al-Mamun avait chargé de rassembler à Bagdad tout ce qu'ils trouveraient comme manuscrits et comme savants dans le monde musulman. Savants eux-mêmes, ils ont inventé toutes sortes de mécanismes dont je vous parle ailleurs. Ils ont aussi écrit un livre qui reprend les résultats d'Archimède sur le cercle, le cône, le cylindre et la sphère. Leur livre s'appelle : « Pour connaître l'aire des figures planes et sphériques ». Voici leur commentaire sur la méthode d'Archimède.

## 24 Pour connaître l'aire des figures planes et sphériques

« Calculons ensuite le rapport du diamètre au périmètre par la méthode appliquée par Archimède. Même si cette méthode ne conduit pas à connaître la grandeur de l'un par rapport à l'autre pour que celle-ci soit conforme à la vérité, elle conduit cependant à déterminer la grandeur de l'un par rapport à l'autre avec n'importe quel degré d'approximation voulu par celui qui cherche. »

Ils sont donc conscients d'une part que la méthode d'exhaustion ne conduit pas à la valeur exacte de  $\pi$ , d'autre part qu'elle permet de s'en approcher indéfiniment. Dans la traduction latine par Gérard de Crémone, on trouve le paragraphe suivant.

### Proposition III

Archimède, De la mesure du cercle

La circonférence d'un cercle quelconque est égale au triple du diamètre réuni à une certaine portion du diamètre qui est plus petite que le septième du diamètre, et plus grande que les  $\frac{10}{71}$  de ce même diamètre.

$$3,1408 < 3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7} < 3,1429$$

### Pour connaître l'aire des figures planes et sphériques

Muhammad, Ahmad, al-Hasan Banū Mūsā, (ca. 820-870)

Calculons ensuite le rapport du diamètre au périmètre par la méthode appliquée par Archimède. Même si cette méthode ne conduit pas à connaître la grandeur de l'un par rapport à l'autre pour que celle-ci soit conforme à la vérité, elle conduit cependant à déterminer la grandeur de l'un par rapport à l'autre avec n'importe quel degré d'approximation voulu par celui qui cherche.



## 25 Pour connaître l'aire des figures planes et sphériques

« Si on voulait atteindre une approximation avec n'importe quelle limite désirée, cela pourrait être fait avec la méthode que Archimède a donnée. Et cette méthode d'approximation est utilisée dans tous les calculs impliquant des quantités irrationnelles, quand on souhaite calculer avec une telle quantité. »

Ce passage semblerait donc indiquer que les frères Banu Musa avaient conscience d'une part de l'irrationalité de  $\pi$ , d'autre part qu'une méthode d'approximation permettait d'approcher n'importe quelle quantité irrationnelle.

En fait d'approximation, les Chinois avaient depuis longtemps dépassé Archimède, mais bien sûr les frères Banu Musa ne pouvaient pas le savoir.

## 26 Les Neuf Chapitres

Quand il s'agit de Chinois, je vous parle presque à chaque fois des Neuf Chapitres, et des commentateurs. C'est souvent le premier d'entre eux, Liu Hui qui est à l'honneur. Mais la version dont nous disposons nous vient d'un autre commentateur, Li Chunfeng, qui a écrit au septième siècle. Entre les deux, un autre mathématicien, Zu Chongzi, avait lui aussi travaillé sur les Neuf Chapitres.

Sur la géométrie du cercle, c'est ce dernier qui avait fait le travail le plus impressionnant. Voici ce qu'en dit Li Chunfeng, respectueusement bien sûr.

## 27 Les Neuf Chapitres

« Li Chunfeng et ses associés commentent respectueusement :

Diamètre 1, circonférence 3, la constitution interne n'est pas précise. [...] Liu Hui l'a sans doute trouvée trop grossière, en conséquence de quoi il a modifié et développé ces *lǚ*. [...] Quoique Liu Hui ait produit ces deux méthodes, en fin de compte, il n'a pas été en mesure d'épuiser les parts infimes correspondantes. [...] Zu Chongzi, trouvant que tout cela n'était pas assez précis, en a exploré plus avant les valeurs, en suivant la même méthode. »

Quelle méthode? Exactement la même que celle d'Archimède : partir d'un hexagone inscrit dans le cercle, puis couper en deux chaque angle, puis itérer. Liu Hui a poussé jusqu'à plusieurs milliers, et Zu Chongzi jusqu'à des dizaines de milliers de côtés. Le résultat est au rendez-vous.

### Pour connaître l'aire des figures planes et sphériques

Muhammad, Ahmad, al-Hasan Banu Musa, (ca. 820-870)

Si on voulait atteindre une approximation avec n'importe quelle limite désirée, cela pourrait être fait avec la méthode que Archimède a donnée. Et cette méthode d'approximation est utilisée dans tous les calculs impliquant des quantités irrationnelles, quand on souhaite calculer avec une telle quantité.

### Les Neuf Chapitres

Liu Hui (ca. 220-280), Zu Chongzi (429-501), Li Chunfeng (602-679)



### Les Neuf Chapitres

Liu Hui (ca. 220-280), Zu Chongzi (429-501), Li Chunfeng (602-679)

Li Chunfeng et ses associés commentent respectueusement :

Diamètre 1, circonférence 3, la constitution interne n'est pas précise. [...] Liu Hui l'a sans doute trouvée trop grossière, en conséquence de quoi il a modifié et développé ces *lǚ*. [...] Quoique Liu Hui ait produit ces deux méthodes, en fin de compte, il n'a pas été en mesure d'épuiser les parts infimes correspondantes. [...] Zu Chongzi, trouvant que tout cela n'était pas assez précis, en a exploré plus avant les valeurs, en suivant la même méthode.

## 28 Valeurs approchées de $\pi$

Avec ses polygones et ses approximations, Liu Hui était parvenu aux quatre décimales, trois quatorze seize. Deux siècles plus tard, Zu Chongzhi avait atteint la précision de dix moins sept. Li Chunfeng, dans ses commentaires respectueux, se contente de corriger la valeur traditionnelle de 3 en la remplaçant par trois quatorze, ou bien par ce qu'il appelle le *lǚ* plus précis, qui est la version simplifiée de Zu Chongzhi, vingt-deux septièmes.

Cette valeur de 22 septièmes, commune à Archimède et Zu Chongzhi, a été utilisée pendant des siècles tant pour les calculs pratiques que pour l'enseignement. Voici par exemple ce qu'en dit Nicolas Chuquet, dans son triparty en la science des nombres, dix-sept siècles après Archimède, mille ans après Zu Chongzhi.

## 29 Le triparty en la science des nombres

« On doit savoir que sept de diamètre donnent vingt deux de circonférence ; et aussi que vingt-deux de circonférence donnent sept de diamètre. »

Chuquet détaille longuement le calcul de l'aire, de la circonférence ou du diamètre, quand on connaît une autre de ces données, toujours en utilisant la valeur approchée de 22 septièmes. Puis il conclut :

## 30 Le triparty en la science des nombres

« Toutefois, l'on doit comprendre que toutes les règles précédentes pour la figure circulaire sont commodes et très proches de la vérité. Les anciens les ont utilisées. Les modernes les utilisent encore à défaut de meilleures règles, car la quadrature du cercle est une science qui n'est pas encore trouvée. »

### Valeurs approchées de $\pi$

Liu Hui (ca. 220-280), Zu Chongzhi (429-501)

Liu Hui :	$\frac{157}{50} : 3,14$ $\frac{3927}{1250} : 3,1416$ .
Zu Chongzhi :	$3,1415926 < \pi < 3,1415927$
<i>lǚ</i> précis :	$\frac{355}{113} = \pi + 2.67 \cdot 10^{-7}$ .
<i>lǚ</i> simplifié :	$\frac{22}{7} = \pi + 1.26 \cdot 10^{-3}$ .

### Le triparty en la science des nombres

Nicolas Chuquet (ca 1445-1488)

Et on doit scavoïr que .7. de dyametre donnent .22. de circonference ; et aussi .22. de circonference baille .7. de dyametre. Et pourtant quant on scet la circonference lon peult facilement scavoïr le dyametre par la Rigne de troye. Et aussi quant on scet le dyametre, on peult legierement scavoïr la circonference par Icelle Rigne.

### Le triparty en la science des nombres

Nicolas Chuquet (ca 1445-1488)

*entendre des autres. Toutefois, l'on doit entendre que toutes ces Rignes et deuant mises de la figure circulaire sont commodes et fort presches de verite et dignes ont use les anciens et modernes sans les modifier par default de meilleures Rignes doustant que la quadrature du cercle est science qui n'est pas encore trouuee.*

## 31 références

Un petit poème pour la route ?

« Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages !  
Glorieux Archimède, artiste ingénieur,  
Toi de qui Syracuse aime encore la gloire,  
Soit ton nom conservé par de savants grimoires ! »

Bon j'arrête là, ce n'est pas de la grande poésie. Le nombre de lettres de chaque mot donne les décimales successives de  $\pi$ . Il existe un poème analogue en anglais, long de quatre mille mots.

Si le cœur vous en dit il y a là un record à battre. Je doute que vous arriviez au bout des dizaines de milliers de milliards de décimales qui ont été calculées ces dernières années.

### références

- M. Clagett (1964) *Archimedes in the Middle-Ages, Vol. 1 The Arabo-Latin tradition*, Madison : University of Wisconsin Press
- L. Dun (1996) A comparison of Archimedes and Liu Hui's studies of circles, in F. Dainian, R. S. Cohen eds. *Chinese studies in the history and phylosophy of science end technology*, Dordrecht : Kluwer
- J. Friberg (2007) *Amazing traces of a Babylonian origin in Greek mathematics*, Singapore : World Scientific
- C. Proust (2016) Les bâtisseurs de remparts avaient-ils besoin de mathématiques ? *Revue internationale d'Histoire Militaire Ancienne*, 3, 249-276
- A.-C. Sparavigna (2013) Number  $\pi$  from the decorations of ancient artifacts, *Archaeoastronomy and Ancient Technologies*, 1(2), 40-47