### hist-math.fr

### 0 Un argument pour la divine providence

#### histoires de statistique

#### Un argument pour la divine providence

la première p-valeur

Celui dont il va être question s'est beaucoup amusé, et a beaucoup amusé les autres.



hist-math.fr Bernard YCART

## 1 John Arbuthnot (1667-1735)

John Arbuthnot (1667-1735)

Alexander Pope (1688-1744)



Il s'appelle John Arbuthnot. Il n'est pas très célèbre, pourtant il a eu des amis, qui eux l'étaient.

# 2 Alexander Pope (1688-1744)

Dans la bande de copains d'Arbuthnot, il y avait Alexander Pope. Un des plus grands poètes anglais.

Il a écrit une épitaphe magnifique pour Newton. Appréciez le style.



## 3 Newton's epitaph

Nature and Nature's laws lay hid in night :  $\frac{1}{2}$ 

God said, Let Newton be! and all was light.

Dieu dit que Newton soit, et la lumière fut.

Il y avait aussi ...

Newton's epitaph Alexander Pope (1688–1744)

Nature and Nature's laws lay hid in night:

God said, Let Newton be! and all was light.

## 4 Jonathan Swift (1667-1745)

Jonathan Swift, qui avait exactement le même âge qu'Arbuthnot.

#### Jonathan Swift (1667-1745)



### 5 Gulliver's travels

Mais si, vous connaissez forcément les voyages de Gulliver.

# Gulliver's travels Jonathan Swift (1667-1745)



## 6 History of John Bull (1712)

Eh bien Arbuthnot est l'auteur d'un personnage aussi célèbre que Gulliver, John Bull, l'incarnation symbolique du Britannique.

Quand Arbuthnot écrit l'histoire de John Bull, il s'agit d'une satire politique sur les relations diplomatiques européennes. En particulier il se moque des querelles sans fin entre l'Espagne, l'Angleterre, les Pays-Bas, et la France, notamment sur des questions commerciales.

#### History of John Bull (1712) John Arbuthnot (1667–1735)



### 7 John Bull, Nicholas Frog, and Lewis Baboon

« La loi est un puits sans fin, dont on donne un exemple dans le cas de Lord Strutt, John Bull, Nicholas Frog et Lewis Baboon, qui ont dépensé tout ce qu'ils avaient dans un procès. »

Lord Strutt, c'est le roi d'Espagne, John Bull le peuple anglais. Vous vous attendriez à ce que Nicholas Frog soit français, eh bien non, il est hollandais. Et le vieux Lewis Baboon, c'est Louis XIV.

John Bull, Nicholas Frog, and Lewis Baboon John Arbuthnot (1667–1735)

Law is a Bottomless Pit, Exemplify'd in the case of the Lord Strutt, John Bull, Nicholas Frog, and Lewis Baboon, who spent all they had in a Law Suit.

### 8 Scriblerus club

Arbuthnot, Swift et leur bande ont fondé le « Scriblerus club ». Scriblerus, on pourrait traduire ça par « Scribouillardus ». Il s'agissait de se moquer de la tendance qu'avaient de nombreux auteurs à multiplier les citations latines pour produire au final des ouvrages aussi longs que creux.

La liste de publications de ce Martinus Scribouillardus, est censée comprendre « un essai sur l'origine des sciences, écrit depuis les déserts de Nubie ». Une « rhétorique, ou l'art du naufrage en poésie ». « Les effets merveilleux de la conjonction de Jupiter, Mars et Saturne ».

L'immortel Essai sur l'origine des sciences, démontre brillamment que cette origine se trouve chez les animaux.

#### Scriblerus club

PIECES of Scriblerus (written in bis Youth)
already published.

An Essay on the Origine of Sciences, written from the Deserts of Nubia.

Heer BAGOTE: Martinus Scriblerus his Rhetorick, or, of the Art of Sinking in Poetry.

Virgilius Restauratus. Sen Martini Scribleri in Æneidem Specimen.

Annus Mirabilis, or the wonderful Effects of the Conjunction of Jupiter, Mars, and Saturn.

The Report of a Case in an Asion at Law concerning certain Pyed, or Black and White Horses.

## 9 An essay of the learned Martinus Scriblerus

« Les hommes-tigres devraient instruire les héros, les hommes d'état et les savants, les babouins enseigneraient la cérémonie et l'étiquette à la cour, les singes enseigneraient l'art de plaire dans la conversation et l'art de faire des manières aux dames et à leurs amants; Les grands singes de moindre érudition formeraient les comédiens et les maîtres de danse. Mais distinguer chaque sorte et attribuer à chacun ses fonctions, je laisserai cela au génie inquisiteur et pénétrant des Jésuites. »

An essay of the learned Martinus Scriblerus concerning the Origin of Sciences

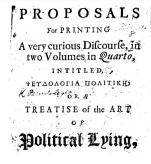
Might not the talents of each of these be adapted to the improvement of the several sciences? The man-tygers to instruct heroes, statesmen and scholars; baboons to teach ceremony and address to courtiers; monkeys the art of pleasing in conversation, and agreeable affectations to ladies and their lovers; apes of less learning, to form comedians and dancing-masters[...]. But the distinguishing each kind, and allotting the proper business to each, I leave to the inquisitive and penetrating genius of the Jesuits in their respective missions.

## 10 Political Lying

Voici une autre proposition, pour imprimer un « très curieux discours en deux volumes sur l'Art du Mensonge Politique ».

Curieusement, il ne semble pas que cette proposition ait abouti. Contrairement d'ailleurs à la suivante, qui est un essai sur l'utilité d'apprendre les mathématiques.

Political Lying
John Arbuthnot (1667–1735)



### 11 Usefulness of Mathematical learning

 $\ll$  Je suis content d'apprendre de vous que l'étude des mathématiques est encouragée parmi la jeunesse de votre université. »

J'espère que ça vous fait plaisir également.

Usefulness of Mathematical learning John Arbuthnot (1667–1735)

ESSAY

USEFULNESS

MATHEMATICAL LEARNING, &C.

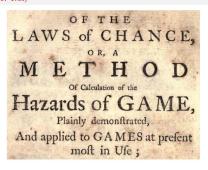
A M glad to hear from you, that the Study of the Mathematic is Promoted and Encouraged among the Youto fo your University. The great Influence, which these Sciences have on Philosophy, and all useful Learning, as well as the Concerns of the Public, may fufficiently recommend them to your Choice and Consideration: And

### 12 Of the Laws of Chance (1692)

Arbuthnot n'a pas laissé passer l'émergence, pourtant timide, de la théorie des probabilités. Depuis un échange de lettres entre Pascal et Fermat à l'été 1654, puis la parution du petit traité de Huygens en latin sur le raisonnement dans les jeux de hasard en 1657, pas grand-chose ne s'était produit.

Ce traité « Of the laws of chance », Sur les lois du hasard, publié anonymement en 1692 est le premier livre de probabilités en anglais. C'est pour l'essentiel une traduction du traité de Huygens, mais on y trouve aussi une préface et quelques remarques qui prouvent que l'auteur, dont on sait que c'était Arbuthnot, avait parfaitement compris les enjeux scientifiques de cette nouvelle théorie.

Of the Laws of Chance (1692) John Arbuthnot (1667–1735)



## 13 Chance is nothing but a want of Art

« Il est impossible pour un dé, de force et de direction donnée, de ne pas tomber sur telle face déterminée. C'est seulement parce que je ne connais pas la force et la direction qui le font tomber sur telle face déterminée, et donc j'appelle hasard, ce qui n'est qu'un manque de savoir. »

Il faut comprendre le mot « Art » au sens de savoir faire, intention de faire.

Chance is nothing but a want of Art Arbuthnot, Laws of Chance (1692)

It is impossible for a Die, with such determined force and direction, not to fall on such a determined side, only I don't know the force and direction which makes it fall on such a determined side, and therefore I call that Chance, which is nothing but want of Art.

## 14 a candle standing by you

a candle standing by you Arbuthnot, Laws of Chance (1692)

« Chaque fois qu'on peut utiliser un raisonnement mathématique, ce serait folie d'en utiliser un autre, comme si vous vouliez attraper quelque chose dans le noir, alors que vous pouvez utiliser une chandelle. »

Where a mathematical reasoning can be had, it's as great folly to make use of any other, as to grope for a thing in the dark, when you have a Candle standing by you.

#### a good Politician is dextrous at such Calculations 15

« Toutes les politiques du monde ne sont rien de plus qu'une analyse des probabilités des différents événements qui peuvent se produire, et être un bon politique ne signifie rien de plus que d'être habile à ces calculs. »

C'était peut-être un peu hâtif, mais en tout cas, Arbuthnot avait bien compris que la nouvelle théorie des probabilités ne se limitait pas aux jeux de hasard. Il avait aussi compris que le calcul des probabilités ne se limitait pas à la combinatoire des nombres de cas favorables.

a good Politician is dextrous at such Calculations Arbuthnot, Laws of Chance (1692)

all the Politicks in the World, are nothing else but a kind of Analysis of the Quantity of probability in casual Events, and a good Politician signifies no more but one who is dextrous at such Calculations.

#### 16 Calculation founded on Experience

« Il y a un calcul des probabilités fondées sur l'expérience, dont on peut faire usage dans les paris à propos de toute chose. Imaginons qu'il s'agisse des chances qu'une femme accouche d'un garçon, et que vous vouliez connaître les chances exactes, vous devez considérer la proportion des garçons sur les filles dans les registres de naissance. »

Donc Arbuthnot avait parfaitement compris la loi des grands nombres : une probabilité est une limite de fréquences expérimentales, par exemple la probabilité qu'un enfant soit un garçon.

Calculation founded on Experience Arbuthnot, Laws of Chance (1692)

There is likewise a Calculation of the Quantity of Probability founded on Experience, to be made use of in Wagers about any thing; it is odds if a Woman is with child but it shall be a Boy, and if you would know the just odds, you must consider the Proportion in the Bills that the Males bear to the Females.

#### 17 Argument for Divine Providence (1710)

Et justement cette proportion de garçons dans les naissances, Arbuthnot va en faire, quelque 18 ans plus tard, un usage spectaculaire dans cet article « Un argument pour la providence divine ».

Le but est de démontrer que l'égalité entre les hommes et les femmes n'est pas l'effet du hasard, mais celui de la providence Divine, qui agit pour le bien de l'humanité.

Vous voyez comment commence la démonstration : soit un dé à deux faces grand M et grand F, pour mâle et femelle. Après quelques considérations générales sur les coefficients du binôme, Arbuthnot explique ce qu'il a derrière la tête. Il s'appuie sur des données.

#### Argument for Divine Providence (1710) John Arbuthnot (1667-1735)

II. An Argument for Divine Providence, taken from the conflant Regularity observed in the Births of both Sexes. By Dr. John Arbuthnott, Physician in Ordinary to Her Majelfy, and Fellow of the College of Physicians and the Royal Society.

Mong innumerable Footfeps of Divine Providence to be found in the Works of Nature, there is a very remarkable one to be oblerved in the exact Ballance that is maintained, between the Numbers of Men and Women; for by this means it is provided, that the Species may never fail, nor perifit, fince every Male may have its Fernale, and of a proportionable Age, This Equality of Males and Females is not the Effect of Chance but Divine Providence, working for a good End, which I thus demonitrate:

Let there be a Die of Two fides, M and F, (which denote Crofs and Pile), now to find all the Chances of any determinate Number of fuch Diee, let the Binome M+F be raifed to the Power, whole Exponent is the

#### 18 Baptêmes à Londres de 1629 à 1666

Ces données, qui figurent dans l'article, sont celles-ci. Les nombres de garçons et de filles nés à Londres entre 1629 et 1710, soit 82 ans. Voici la première partie de la table,...

Baptêmes à Londres de 1629 à 1666 Arbuthnot, Argument for Divine Providence (1710)

Christened.			١.	Christened.		
Anno.	Males.	Females.	1	Anno.	Males.	Females.
1629	5218	4683	!	1648	3363	3181
30	4858	4457		49	3079	2746
31	4422	4102		50	2890	2722
32	4994	4590		51	3231	2840
33	5158	4839		52	3220	2908
34	5035	4820		53	3196	2959
25	5106	4928		54	3441	3179
36	4917	4605		55	3655	3349
37 38	4793	4457		56	3668	3382
38	5359	4952		57	3396	3289
39	5366	4784		58	3157	3013
40	5518	5332		59	3209	2781
41	5470	5200		60	3724	3247
42	5460	4910		61	4748	4107
43 1	4793	4617	١,	62	5216	4803
44	4107	3997		63	5411	4881
45	4047	3919	1	64	6041	568 t
46	3768	3395	١	65 66	5114	4858
47	3796	3536	١.	66	4678	4319

Baptêmes à Londres de 1667 à 1710

Arbuthnot, Argument for Divine Providence (1710)

Christened.			Christened.			
Anno.	lales.	Females.	Anro.	Males.	Females.	
667	5616	5322	1689	7604	7167	
68.	6073	5560	1 90	7909	7302	
69	6506	5829	1 91	7662	7392	
70	6278	5719	92	7602	7316	
71	6449	6061	93	7676	7482	
72	6443	6120	1 94	6985	6647	
73	6073	5822	95	7263	6713	
74	6113	5738	96	7632	7229	
75	6058	5717	1 97	8062	7767	
76	6552	5847	98	8426	7626	
77	6423	6203	99	7911	7452	
78	6568	6033	1700	7578	7061	
79 80	6247	6041	1701	8102	7514	
80	6548	6299	1702	8031	7656	
81	6822	6533	1703	7765	7683	
82	6909	6744	1764	6113	5738	
83	7577	7158	1705	8366	7779	
84	7575	7127	1706	7952	7417	
85	7484	7246	1707	8379	7687	
86	7575	7119	1708	8239	7623	
87	7737	7214	1709	7840	7380	
88.	7487	7101	1710	7640	7288	

et voici la seconde. Vous pouvez vérifier, ce que dit Arbuthnot est vrai : le nombre de garçons baptisés est systématiquement supérieur au nombre de filles, pour chacune des 82 années.

#### 20 found easily by the Table of Logarithms

À partir de là Arbuthnot raisonne comme suit. Si les naissances avaient lieu au hasard et avec la même probabilité, la probabilité que les garçons l'emportent sur les filles pendant 82 années de suite serait de un demi puissance 82, ce qui, à l'aide d'une table de logarithmes dit-il, est facilement trouvé égal à l'inverse de 4836 suivi de 21 zéros. Donc une probabilité infime.

#### 21 From whence it follows...

« From whence it follows that it is Art, not Chance, that governs. »

Résumons: j'ai une hypothèse nulle, qui est que les naissances des garçons et des filles sont indépendantes et équiprobables. J'ai une observation, qui est que pendant 82 ans en suivant, il y a eu plus de naissances de garçons que de filles. La probabilité de mon observation sous l'hypothèse nulle est très faible, donc je rejette l'hypothèse nulle.

C'est le premier raisonnement statistique de l'histoire. Remarquez que la démonstration statistique ne s'étend pas forcément jusqu'au Scholium, qui dit que la polygamie est contraire à la loi de la nature et de la justice, ainsi qu'à la propagation de la race humaine.

L'article d'Arbuthnot n'est pas passé inapercu sur le continent. Il a été publié en 1710, soit trois ans avant l'Ars Conjectandi de Jacques Bernoulli. Mais Jacques Bernoulli était mort depuis 1705. C'est son neveu Nicolas qui s'était chargé de la publication. Ce neveu avait lui-même écrit une thèse sur l'art de conjecturer en 1709, un an avant l'article d'Arbuthnot. Il s'occupait donc de probabilités et correspondait régulièrement sur le sujet avec un certain M. de Montmort, qui s'apprêtait lui aussi à écrire sur les jeux de hasard.

À propos de l'article d'Arbuthnot, Nicolas Bernoulli écrit ceci à Montmort, le 23 janvier 1713.

#### found easily by the Table of Logarithms Arbuthnot, Argument for Divine Providence (1710)

Problem. A lays against B, that every Year there shall be born more Males than Females. To find A's Lot, or the Value of his Expectation.

It is evident from what has been said, that A's Lot for each Year is less than \$\frac{1}{2}\$, (but that the Argument may be stronger) let his Lot be equal to \$\frac{1}{2}\$ for one Year. If he undertakes to do the same thing 82 times running, his Lot will be \$\frac{1}{2}\$!s, which will be found easily by the Table of Logarithms to be

But if A wager with B, not only that the Number of Males shall exceed that of Females, every Year, but that this Excess shall happen in a constant Proportion, and the Difference lye within fix'd limits; and this not only for 82 Years, but for Ages of Ages, and not only at London, but all over the World; (which 'tis highly probable is Faft, and deligned that every Male may have a Female of the fame Country and fuitable Age) then A's Chance will be near an infinitely finall Quantity, at least

From whence it follows Arbuthnot, Argument for Divine Providence (1710)

> tess than any assignable Fraction. From whence it follows, that it is Art, not Chance, that governs.
>
> There feems no more probable Caufe to be affigned in

> Physicks for this Equality of the Births, than that in our first Parents Seed there were at first formed an equal Number of both Sexes.

> Scholium. From hence it follows, that Polygamy is contrary to the Law of Nature and Justice, and to the Propagation of Human Race; for where Males and Females are in equal number, if one Man takes Twenty Wives, Nineteen Men must live in Celibacy, which is repugnant to the Design of Nature; nor is it probable that Twenty Women will be so well impregnated by one Man as by Twenty.

## 22 Lettre à M. de Montmort (23 Janvier 1713)

« Je vous envoie le catalogue des enfants de chaque sexe nés à Londres depuis 1629 jusqu'à 1710, avec mes démonstrations de ce que je vous ai écrit touchant l'argument par lequel on veut prouver que c'est un miracle que les nombres des enfants de chaque sexe nés à Londres ne se sont pas plus éloignés les uns des autres pendant 82 ans de suite, et que par le hasard il serait impossible que pendant un si longtemps ils fussent toujours renfermés dans des limites aussi petites que celles qu'on a observées dans le catalogue de 82 ans. »

Mais Bernoulli commet un contre-sens, il n'a pas compris l'argument d'Arbuthnot, et croit à une application erronée de la loi des grands nombres de son oncle. D'autres vont se charger de répondre à Bernoulli, en particulier un Hollandais, Gravesande, qui réexplique en 1715 la démonstration d'Arbuthnot.

Lettre à M. de Montmort (23 Janvier 1713) Nicolas Bernoulli (1687–1759)

Je vous envoye le Catalogue des Enfans de chaque sexe nés à Londres depuis 1629 jusqu'à 1710, avec mes démonstrations de ce que je vous ai écrit touchant l'argument par lequel on veut prouver que c'est un miracle que les nombres des enfans de chaque sexe nés à Londres ne se sont pas plus éloignés les uns des autres pendant 82 ans de suite, & que par le hazard il seroit impossible que pendant un si long-temps ils fussent toujours renfermés dans des limites aussi petites que celles qu'on a observées dans le Catalogue de 82 ans.

## 23 Démonstration Mathématique (1715)

Gravesande écrit une...

Démonstration Mathématique du soin que Dieu prend de diriger ce qui se passe dans ce monde, tirée du nombre des garçons et des filles qui naissent journellement

« Le nombre des enfants qui naissent en est un exemple; peu de gens font reflexion à ce qu'il nous offre de remarquable; et qui consiste en ce qu'il naît à peu près autant de garçons que de filles, mais de façon cependant que le nombre de ceux-là surpasse toujours un peu le nombre de celles-ci. Ce seul fait, examiné avec attention, prouve démonstrativement que la naissance des enfants est dirigée par un être intelligent, de qui elle dépend. »

Démonstration Mathématique (1715) Willem 's Gravesande (1688–1742)

Démonstration Mathématique du soin que Dieu prend de diriger ce qui se passe dans ce monde, tirée du nombre des Garçons  $\mathscr E$  des Filles qui naissent journellement

Le nombre des Enfans qui naissent en est un exemple; peu de gens font reflexion à ce qu'il nous offre de remarquable; & qui consiste en ce qu'il nait à peu près autant de garçons que de filles, mais de façon cependant que le nombre de ceux-là surpasse toujours un peu le nombre de celles-ci. Ce seul fait, examiné avec attention, prouve démonstrativement que la naissance des Enfans est dirigée par un Etre intelligent, de qui elle dépend.

## 24 Doctrine of Chances (1756)

Dans la troisième édition de sa doctrine of Chances, Abraham de Moivre clôt le débat.

« M. Nicolas Bernoulli est un homme très savant, mais il n'a pas connecté la dernière partie de notre raisonnement avec la première, ce qui l'a amené à rejeter, et même dénigrer cet argument sur les causes finales qui avait été mis en avant par nos meilleurs écrivains. Particulièrement dans le cas des nombres presque égaux de naissances mâles et femelles, présenté par cet excellent homme, le regretté docteur Arbuthnot. »

Des savants qui vont rejeter les arguments de statistique du type de celui d'Arbuthnot, il y en aura encore longtemps. De Moivre leur répond par avance.

Doctrine of Chances (1756)
Abraham de Moivre (1667–1754)

Mr. Nicolas Bernoulli, a very learned and good Man, by not connecting the latter part of our reasoning with the first, was led to discard and even to vilify this Argument from final Causes, so much insisted on by our best Writers; particularly in the Instance of the nearly equal numbers of male and female Births, adduced by that excellent Person the late Dr. Arbuthnot, in Phil. Trans. No. 328.

### 25 Let the Reader chuse

« Il y a des auteurs, d'une classe vraiment très différente de celle de Jacques Bernoulli, qui sous-entendent que la doctrine des probabilités n'a aucune place dans une quelconque recherche sérieuse, et que des études de ce type, pour triviales et faciles qu'elles soient, disqualifient un homme pour se prononcer sur un autre sujet. Que le lecteur choisisse. »

Les premiers tests statistiques que Laplace déduira du théorème de la limite centrale trois quart de siècle après Arbuthnot, portent exactement sur le même problème, la proportion des sexes à la naissance. Voici ce qu'on lit dans l'« Essai philosophique sur les probabilités ».

Let the Reader chuse
Abraham de Moivre (1667–1754)

Yet there are Writers, of a Class indeed very different from that of James Bernoulli, who insinuate as if the Doctrine of Probabilities could have no place in any serious Enquiry; and that Studies of this kind, trivial and easy as they be, rather disqualify a man for reasoning on every other subject. Let the Reader chuse.

## 26 Essai philosophique sur les probabilités (1814)

« Si on applique ce théorème au rapport des naissances des garçons à celles des filles, observé dans les diverses parties de l'Europe; on trouve que ce rapport partout à peu près égal à celui de 22 à 21, indique avec une extrême probabilité, une plus grande facilité dans les naissances des garçons. »

D'ailleurs Laplace, pour les applications statistiques de la probabilité, choisira toujours la même : la proportion des sexes.

Essai philosophique sur les probabilités (1814) Pierre-Simon Laplace (1749–1827)

Si on applique ce théorème au rapport des naissances des garçons à celles des filles, observé dans les diverses parties de l'Europe; on trouve que ce rapport partout à peu près égal à celui de 22 à 21, indique avec une extrême probabilité, une plus grande facilité dans les naissances des garcons.

### 27 références

Vous savez quoi? Providence divine ou pas, on n'a toujours pas d'explication convaincante au fait qu'il naisse plus de garçons que de filles. Même Darwin a dit que c'était un problème trop compliqué et qu'il valait mieux le laisser pour le futur. Je suis sûr qu'en fouillant bien dans les publications de Scriblerus, on aurait peut-être la réponse : vous ne croyez pas?

#### références

- G. A. Aitken (1892) The life and works of John Arbuthnot, Oxford : Clarendon Press
- $\bullet$  J. Arbuthnot (1692) Of the Laws of Chance, London : Motte Bathurst
- J. Arbuthnot (1710) An Argument for Divine Providence, taken from the constant Regularity observ'd in the Births of both Sexes, *Philosophical Transactions*, 27, 186–190
- E. Brian, M. Jaisson (2007) Le sexisme de la première heure. Hasard et sociologie, Paris: Raisons d'agir
- E. Shoesmith (1987) The continental controversy over Arbuthnot's argument for divine providence, *Historia Mathematica*, 14(2), 133–146